

مدلسازی هندسی، تحلیل کرانه فوقانی و شبیه سازی جریان فلز در فورجینگ دقیق چرخ دنده های ساده

سجاد رسایی^۱، حشمت اله حقیقت^۲

چکیده

این مقاله به تشریح مدلسازی پارامتریک چرخ دنده ساده، اجزاء قالب فورجینگ دقیق آن و تخمین نیروی شکل دهی به روش کرانه فوقانی می پردازد. با وارد کردن مشخصات هندسی چرخ دنده ساده شامل مدول، تعداد دندانه، زاویه فشار، عرض چرخ دنده و شعاع سوراخ داخلی به برنامه کامپیوتری نوشته شده به زبان Visual Basic، مدل توپر آن در محیط نرم افزار SolidWorks ایجاد می شود. پس از آن ابعاد بیلت و اجزاء قالب فورجینگ دقیق به طور خودکار طراحی شده و مدل سه بعدی آنها ایجاد می شوند. برای تحلیل کرانه فوقانی یک نیم دندانه با پروفیل اینولوت مد نظر قرار گرفته و منطقه تغییر شکل به شش ناحیه تقسیم شده است. با استفاده از میدان سرعت جدیدی که در این مقاله ارائه شده و در آن پدیده بشکهای شدن دندانه لحاظ شده منحنی تغییرات نیروی شکل دهی بر حسب درصد کاهش ارتفاع بیلت با استفاده از برنامه کامپیوتری نوشته شده به زبان MATLAB بدست آمده است. در انتها نیز نتایج حاصل از تحلیل کرانه فوقانی با نتایج بدست آمده از شبیه سازی به روش حجم محدود (نرم افزار SuperForge) و همچنین نتایج تئوری و آزمایشهای انجام شده توسط سایر محققین مقایسه شده اند.

کلمات کلیدی

فورجینگ دقیق - چرخ دنده ساده - مدلسازی هندسی - کرانه فوقانی - بشکهای شدن - حجم محدود.

Geometric Modeling, Upper Bound Analysis and Finite Volume Metal Simulation of Spur Gear Precision Forging

S. Rasaei; H. Haghghat

ABSTRACT

Parametric geometric modeling of spur gears, precision forging die set modeling and upper bound analysis were studied in this paper. Module, teeth number, pressure angle, gear width and bore radius of the spur gear were input to a computer program, written with Visual Basic in SolidWorks, and then solid model of that was constructed in SolidWorks. Then billet and precision forging die set were designed and modeled. For upper bound analyze, half pitch of a tooth with involute curve has been divided into six deformation zones. A new kinematically admissible velocity field that includes bulging of the tooth has been proposed. Forging load obtained using the upper bound were compared with theoretical and experimental results carried out in literature and also using SuperForge of FVM simulation package.

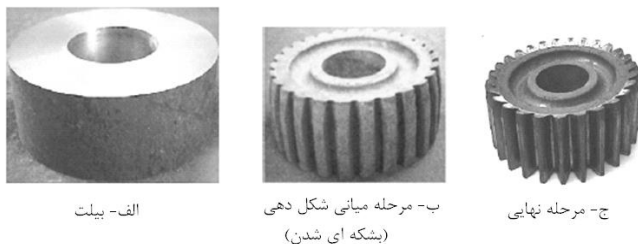
KEYWORDS

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی کرمانشاه: Email: srasaei@gmail.com

^۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی کرمانشاه: Email: hhaghghat@razi.ac.ir

۱- مقدمه

شکل دهی بر اساس منحنی واقعی چرخ دنده (اینولوت) با لحاظ پدیده بشکه‌ای شدن صورت نپذیرفته است. این پدیده که بر اثر اصطکاک بین سطح بالایی و پایینی قالب با بیلت بوجود می‌آید سبب می‌شود که تغییر شکل بیلت به صورت یکنواخت نباشد. بشکه‌ای شدن بیلت طی فرایند فورجینگ دقیق در شکل ۱ نشان داده شده و برای تحلیل دقیق فرایند باید لحاظ شود.



الف- بیلت

ب- مرحله میانی شکل دهی
(بشکه ای شدن)

ج- مرحله نهایی

شکل (۱): بشکه ای شدن در فورجینگ دقیق چرخ دنده ساده [۱۱]

این مقاله دارای سه بخش می‌باشد. بخش اول به مدلسازی هندسی شامل مدلسازی پروفیل نیم دندانه با منحنی اینولوت، چرخ دنده کامل، بیلت و اجزاء قالب فورجینگ دقیق می‌پردازد. بخش دوم به تشریح میدان سرعت و تحلیل فرایند با روش کرانه فوقانی می‌پردازد. در بخش سوم شبیه سازی جریان فلز داخل حفره قالب و محاسبه نیروی شکل دهی به روش حجم محدود بیان شده است. در پایان نیز برای دو نمونه چرخ دنده ساده، مدل سه بعدی، ابعاد بیلت و اجزاء قالب آن آورده شده و نتایج تحلیل کرانه فوقانی با نتایج شبیه سازی به روش حجم محدود و همچنین نتایج تئوری و آزمایشهای انجام شده توسط سایر محققین مقایسه شده‌اند.

۲- مدلسازی هندسی

۲-۱- پروفیل یک نیم دندانه

پروفیل یک نیم دندانه در شکل ۲ نشان داده شده است. در این شکل، شعاع دایره ریشه، r_b شعاع دایره مبنا، r_f شعاع فیلت پای دندانه، r_t شعاع دایره سر دندانه و r_o شعاع دایره گام می‌باشند. زاویه های نشان داده شده در شکل ۲ نیز از روابط ۱ تا ۶ محاسبه می‌شوند که ϕ_R زاویه فشار در شعاع R است.

$$\alpha = \frac{\pi}{N} \quad (1)$$

شکل دهی چرخ دنده‌ها با روش فورجینگ دقیق سبب کاهش اتلاف ماده خام، کاهش اتلاف انرژی حرارتی، کاهش عملیات ماشینکاری و بهبود خواص مکانیکی چرخ دنده می‌شود [۱]. در شکل دهی چرخ دنده‌های ساده با این روش، طراحی بیلت، طراحی حفره قالب و پرشدن کامل آن توسط ماده خام مهمترین مسأله در رسیدن به دقت ابعادی مورد نظر می‌باشد. برای این منظور پیش بینی نیروی شکل دهی و شبیه سازی جریان فلز بسیار حایز اهمیت است. یکی از روش‌های تخمین میزان نیروی شکل دهی روش کرانه فوقانی می‌باشد. نیروی محاسبه شده با این روش بیش از نیروی شکل دهی واقعی می‌باشد. لذا در این زمینه تاکنون تلاش‌های زیادی صورت گرفته است. در سال ۱۹۸۱، Rahman و Dean کیفیت سطح و دقت ابعادی چرخ دنده‌های ساده شکل داده شده به روش فورجینگ داغ را با انجام آزمایش مورد بررسی قراردادند [۲]. پس از آن Abdul Dean در مقاله‌ای به تحلیل فرایند فورجینگ دقیق چرخ دنده‌های ساده با روش کرانه فوقانی پرداختند [۳]. آنها پروفیل دندانه را به صورت یک خط موازی با خط تقارن دندانه فرض کردند. Choi در مقاله‌ای به تحلیل فورجینگ دقیق چرخ دنده ساده با لحاظ منحنی دندانه اینولوت پرداخت [۴]. وی با ارایه یک میدان سرعت یکنواخت فرایند را تحلیل کرد. Chitkara و Bhutta با فرض پروفیل خطی برای دندانه به تحلیل فرایند با روش کرانه فوقانی و روش تعادل نیروها پرداختند [۵]، [۶]. Hsu در مقاله‌ای که در سال ۲۰۰۲ منتشر کرد به تحلیل فرایند فورجینگ دقیق چرخ دنده ساده به روش کرانه فوقانی پرداخت [۷]. وی در تحلیل خود پدیده بشکه ای شدن بیلت در طول فرایند شکل دهی را لحاظ کرد اما پروفیل دندانه را به صورت خط راست تقریب زد. در سال ۲۰۰۳، Sadeghi با فرض پروفیل خطی برای منحنی دندانه به تشریح حل کرانه فوقانی این فرایند پرداخت [۸]. وی نیز پدیده بشکه‌ای شدن را در تحلیل کرانه فوقانی در نظر گرفته بود اما پروفیل دندانه با خط راست تقریب زده شده بود. Chengliang و همکاران در مقاله‌ای به بررسی پر شدن کامل حفره قالب با روش المانهای محدود پرداختند [۹]. Kang و همکاران نیز در مقاله خود در سال ۲۰۰۷ به لحاظ تغییر شکل الاستیک قالب و دقت ابعادی دندانه شکل داده شده به روش فورجینگ دقیق پرداختند [۱۰]. تا کنون هیچگونه تحلیل کرانه فوقانی برای محاسبه نیروی

۲-۲- مدلسازی چرخ دنده

پس از مدلسازی پروفیل یک نیم دندانه، با انعکاس آن نسبت به خط تقارن دندانه، نیمه دیگر دندانه رسم شده و پس از آن با چیدمان شعاعی هر دندانه حول مرکز چرخ دنده به تعداد دندانه های چرخ دنده و به اندازه زاویه ای که هر دندانه به خود اختصاص می دهد مدل دو بعدی چرخ دنده بدست می آید. با ایجاد مدل دوبعدی چرخ دنده و امتداد دادن آن در راستای عمود به اندازه عرض چرخ دنده، مدل سه بعدی آن به دست می آید.

۲-۳- مدلسازی بیلت

در فرآیند فورجینگ دقیق چرخ دنده، حجم بیلت با حجم چرخ دنده برابر می باشد، در این فرآیند بیلت به صورت یک استوانه توخالی بوده که شعاع خارجی آن برابر با شعاع دایره ریشه بوده و شعاع داخلی آن برابر شعاع سوراخ داخلی چرخ دنده می باشد. ارتفاع بیلت نیز از تقسیم حجم چرخ دنده بر مساحت مقطع آن به دست می آید. اگر چرخ دنده بدون سوراخ داخلی باشد بیلت به شکل استوانه توپر خواهد بود.

۲-۴- مدلسازی اجزاء قالب

اجزاء قالب فورجینگ دقیق چرخ دنده، شامل پانچ (با مندرل)، حفره قالب و بیرون انداز می باشد که با استفاده از مدل توپر چرخ دنده بدست می آیند. اگر چرخ دنده بدون سوراخ داخلی باشد، مندرل حذف شده و پانچ به صورت تخت خواهد بود.

۳- تحلیل کرانه فوقانی

برای تحلیل از سیستم مختصات استوانه ای (r, θ, z) استفاده و مبدا دستگاه مختصات در وسط ارتفاع بیلت قرار داده شده است.

۳-۱- میدان سرعت برای نواحی مختلف

برای تحلیل کرانه فوقانی فورجینگ دقیق چرخ دنده ساده ای با N دندانه، چرخ دنده به $2N$ قسمت تقسیم شده و سپس هر قسمت (نیم دندانه) به شش ناحیه مجزا مطابق شکل ۳ تقسیم شده است و فرض می شود که پانچ با سرعت $u/2$ به سمت پایین و بیرون انداز با سرعت $u/2$ به سمت بالا حرکت می نماید.

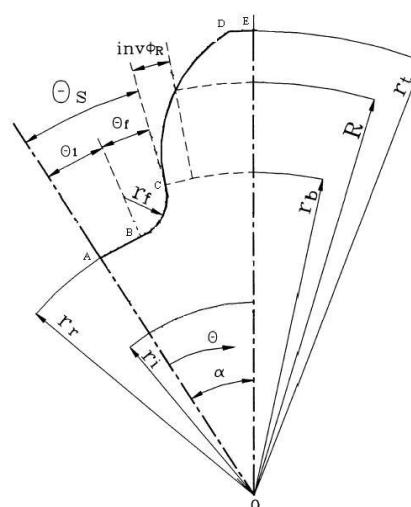
برای تحلیل کرانه فوقانی ابتدا باید میدانهای سرعت در هر

$$\theta_l = \frac{\alpha}{2} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{r_o^2 - r_b^2}}{r_b} - \frac{\sqrt{r_o^2 - r_b^2}}{r_b} - \cos^{-1} \frac{r_r^2 + 2r_r r_f + r_b^2}{2r_b(r_r + r_f)} \quad (2)$$

$$\theta_f = \cos^{-1} \frac{r_r^2 + 2r_r r_f + r_b^2}{2r_b(r_r + r_f)} \quad (3)$$

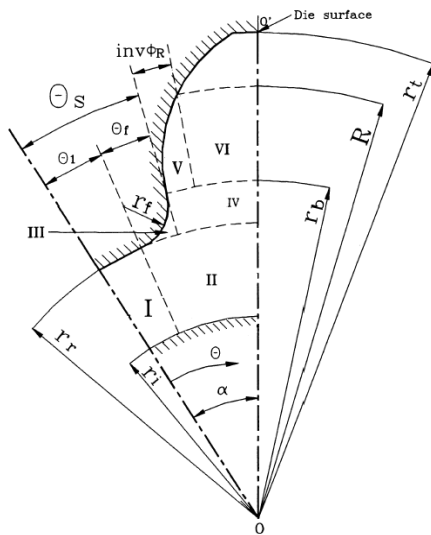
$$\theta_s = \frac{\alpha}{2} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{r_o^2 - r_b^2}}{r_b} - \frac{\sqrt{r_o^2 - r_b^2}}{r_b} \quad (4)$$

$$\text{inv} \phi_R = \tan^{-1} \frac{\sqrt{R^2 - r_b^2}}{r_b} - \frac{\sqrt{R^2 - r_b^2}}{r_b} \quad (5)$$



شکل (۲): پروفیل یک نیم دندانه

پروفیل یک نیم دندانه (شکل ۲) از چهار تکه منحنی تشکیل شده است: منحنی AB، منحنی BC، منحنی CD و منحنی DE. منحنی AB به صورت کمانی از دایره است و بخش ریشه دندانه را تشکیل می دهد، با محاسبه ابتدا و انتهای این کمان، می توان این قسمت از نیم دندانه را ترسیم کرد. منحنی BC فیلت پای دندانه می باشد و با محاسبه مکان نقاط B و C و مرکز فیلت می توان منحنی BC را ترسیم کرد. منحنی DE هم کمانی از یک دایره هم مرکز با چرخ دنده است که با توجه به مشخص بودن ابتدا، انتها و مرکز آن ترسیم می شود. منحنی CD منحنی اینولوت می باشد. ابتدا با داشتن پارامترهای چرخ دنده (مدول و تعداد دندانه) نقاط متعددی از منحنی اینولوت رسم می شود و با گذراندن یک منحنی اسپیرالین از آنها، منحنی اینولوت مدل می شود.



شکل (ب): نمای بالای نواحی تغییر شکل

شکل (۳): (الف) دستگاه مختصات و نواحی تغییر شکل برای یک نیم دندانه

شکل (ب) نمای بالای نواحی تغییر شکل

- ناحیه II $(\theta_1 \leq \theta \leq \alpha, r_i \leq r \leq r_r)$

میدان سرعت برای این ناحیه به صورت رابطه ۸ است:

$$U_r = \frac{ur}{2a} \left[1 + \frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \right] + \frac{C_2}{r}$$

$$U_\theta = \frac{u\theta_1}{a(\alpha - \theta_1)} r(\alpha - \theta) \quad (۸)$$

$$U_z = -\frac{u}{a} z$$

که

$$C_2 = -\frac{ur_i^2}{2a} \left[1 + \frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \right] \quad (۹)$$

- ناحیه III $(\theta_1 \leq \theta \leq \theta_s, r_r \leq r \leq r_b)$

میدان سرعت برای این ناحیه به صورت رابطه ۱۲ است:

$$U_r = \frac{ur}{2a} + \frac{C_3}{r}$$

$$U_\theta = \left(\frac{ur}{2a} + \frac{C_3}{r} \right) \tan \psi \quad (۱۰)$$

$$U_z = -\frac{u}{a} z$$

که

$$C_3 = C_2 + \frac{ur_r^2}{2a} \left(\frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \right) \quad (۱۱)$$

- ناحیه IV $(\theta_s \leq \theta \leq \alpha, r_r \leq r \leq r_b)$

ناحیه مشخص شوند. میدان سرعتی مجاز است که شرایط مرزی و شرط ثابت ماندن حجم را برآورده سازد. شرایط مرزی برای هر ناحیه متفاوت می‌باشد، از جمله اینکه در جهت عمود بر سطح قالب در محل‌های تماس قالب با قطعه کار، جریان ماده وجود نخواهد داشت. شرط ثابت ماندن حجم نیز به صورت رابطه ۶ اعمال می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{zz} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = 0 \quad (۶)$$

مولفه‌های سرعت در هر ناحیه به شرح ذیل می‌باشند:

- ناحیه I $(0 \leq \theta \leq \theta_1, r_i \leq r \leq r_r)$

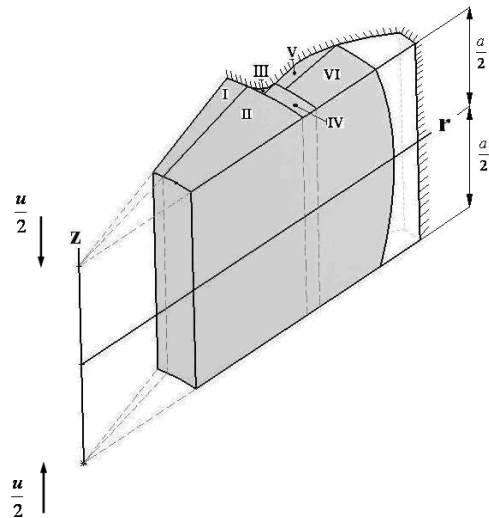
میدان سرعت برای این ناحیه به صورت رابطه ۷ است:

$$U_r = 0$$

$$U_\theta = \frac{ur}{a} \theta \quad (۷)$$

$$U_z = -\frac{u}{a} z$$

که a نشان دهنده ارتفاع لحظه‌ای بیلت است.



شکل (الف): دستگاه مختصات و نواحی تغییر شکل

برای یک نیم دندانه

$$U_r = \left[\frac{K}{r} \frac{(r^2 - r_b^2)^{\frac{3}{2}}}{r_b} (1 - Bz^2) \right] \frac{1}{\alpha - (\theta_s + inv\phi_R)} + \left[\frac{C_5}{r} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \right] \frac{1}{\alpha - (\theta_s + inv\phi_R)} + \left[\frac{C_5}{r} \arctan\left(\frac{r_b}{\sqrt{r^2 - r_b^2}}\right) \right] \frac{1}{\alpha - (\theta_s + inv\phi_R)} + \frac{Kr}{2} (1 - Bz^2) + \frac{C_6}{r} \quad (15)$$

$$U_\theta = \frac{Kr}{2} \frac{(\alpha - \theta_s)(1 - Bz^2)}{\alpha - (\theta_s + inv\phi_R)} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} + \frac{C_5}{r} \frac{\alpha - \theta_s}{\alpha - (\theta_s + inv\phi_R)} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b}$$

$$U_z = -K \left(1 - B \frac{z^2}{3} \right) z$$

که:

$$C_6 = \frac{ur_b^2}{2a} \left[\frac{u}{4a(\alpha - \theta_s)} \right] (M|_{r=r_b}) + C_4 + \left[\frac{ur_f^2}{2a} + \frac{C_3}{2} \right] \left[\frac{N|_{r=r_b}}{(\alpha - \theta_s)} \right] - \frac{C_3(D|_{r=r_b})}{2(\alpha - \theta_s)} - \frac{\pi C_5}{2[\alpha - (\theta_s + inv\phi_R)]} \quad (16)$$

۳-۲- محاسبه توان داخلی

مولفه های نرخ کرنشها از رابطه های ۱۷ محاسبه می شوند:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r} \quad (17)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + U_r \right)$$

$$\dot{\varepsilon}_{zz} = \frac{\partial U_z}{\partial z}$$

با استفاده از روابط فوق نرخ کرنش موثر، $\dot{\varepsilon}$ از رابطه ۱۸ قابل محاسبه است:

$$\dot{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad (18)$$

و توان داخلی از رابطه ۱۹ بدست می آید:

$$\dot{W}_i = \int_V \bar{\sigma}_f \dot{\varepsilon} dV \quad (19)$$

توان داخلی کل برای یک نیم دندانه از رابطه ۲۰ محاسبه می شود:

میدان سرعت برای این ناحیه به صورت رابطه ۱۲ است:

$$U_r = \frac{ur}{2a} + \frac{u}{4a(\alpha - \theta_s)} \frac{M}{r} + \frac{ur_f^2}{2a(\alpha - \theta_s)} \frac{N}{r} + \frac{C_3}{2(\alpha - \theta_s)} \left(\frac{N - D}{r} \right) + \frac{C_4}{r} \quad (12)$$

$$U_\theta = \left(\frac{ur}{2a} + \frac{C_3}{r} \right) \left(\frac{\alpha - \theta}{\alpha - \theta_s} \right) \tan \psi$$

$$U_z = -\frac{u}{a} z$$

که

$$M = \sqrt{(r^2 - r_r^2)[(r_r + 2r_f)^2 - r^2]}$$

$$N = \sin^{-1} \left[\frac{-r^2 + (r_r + r_f)^2 + r_f^2}{2r_f(r_r + r_f)} \right]$$

$$D = \tan^{-1} \left[\frac{r_r^4 + 4r_r^3 r_f + 4r_r^2 r_f^2 - r^2 r_r^2 - 2r^2 r_r r_f - 2r_f^2 r^2}{r_r(r_r + 2r_f) \sqrt{(r^2 - r_r^2)[(r_r + 2r_f)^2 - r^2]}} \right] \quad (13)$$

$$C_4 = C_2 + \frac{u}{2a} \left[\frac{\theta_l}{\alpha - \theta_l} r_r^2 - \frac{\pi}{2(\alpha - \theta_s)} r_f^2 \right]$$

• ناحیه V $(\theta_s \leq \theta \leq \theta_s + inv\phi_R, r_b \leq r \leq R)$

میدان سرعت برای این ناحیه به صورت رابطه ۱۴ است:

$$U_r = \frac{Kr}{2} (1 - Bz^2) + \frac{C_5}{r} \quad (14)$$

$$U_\theta = \left[\frac{Kr}{2} (1 - Bz^2) + \frac{C_5}{r} \right] \tan \phi$$

$$U_z = -K \left(1 - B \frac{z^2}{3} \right) z$$

B پارامتری است که شدت بشکته ای شدن را نشان می دهد. اگر B مساوی صفر باشد، میدان سرعت به یک میدان سرعت یکنواخت تبدیل می شود.

• ناحیه VI $(\theta_s + inv\phi_R \leq \theta \leq \alpha, r_b \leq r \leq R)$

میدان سرعت برای این ناحیه به صورت رابطه ۱۵ است:

$$\begin{aligned} \sum \dot{W}_f &= 2\dot{W}_{fI,II,III,IV,V,VI-Punch} + \dot{W}_{fI-Die} \\ &+ \dot{W}_{fIII-Die} + \dot{W}_{fV-Die} + \dot{W}_{fI-Mandrel} \quad (26) \\ &+ \dot{W}_{fII-Mandrel} \end{aligned}$$

به طور نمونه توان اصطکاکی در سطح تماس پانچ با قطعه کار در ناحیه I از رابطه ۲۷ محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_{fI-Punch} = \frac{m\bar{\sigma}_f}{\sqrt{3}} \int_0^a \int_0^{\theta_s} r_i |\Delta V| d\theta dz \quad (27)$$

که در رابطه فوق:

$$|\Delta V| = \sqrt{U_\theta^2 + U_z^2} = \frac{u}{a} \sqrt{z^2 + r^2 \theta^2} \quad (28)$$

توان خارجی لازم برای شکل دهی یک چرخ دنده با N دندانه از رابطه ۲۹ و نیرو از رابطه ۳۰ به دست می‌آید:

$$\dot{W}_{total} = 2N\dot{W} \quad (29)$$

$$F_{ave} = \frac{\dot{W}_{total}}{u} \quad (30)$$

که F_{ave} نیروی متوسط شکل دهی می‌باشد.

۴- اجرای برنامه ها برای دو نمونه چرخ دنده ساده

برنامه‌های کامپیوتری برای مدلسازی هندسی در محیط نرم افزار SolidWorks و به زبان Visual Basic نوشته شده و برنامه‌های کامپیوتری برای تحلیل کرانه فوقانی در محیط نرم افزار MATLAB نوشته شده‌اند. این برنامه‌ها برای دو نمونه چرخ دنده ساده اجرا شده‌اند. با اجرای برنامه مدلسازی هندسی، فرم نشان داده شده در شکل ۴ ظاهر شده و کاربر بایستی مشخصات هندسی چرخ دنده (مدول، زاویه فشار، تعداد دندانه، پهنای چرخ دنده و شعاع سوراخ داخلی) را وارد کند. مشخصات نمونه اول در شکل ۴ نشان داده شده است. پس از آن با اجرای دستورات نشان داده شده در این فرم، بیلت و اجزاء قالب فورجینگ دقیق آن در محیط نرم افزار SolidWorks مدل می‌شوند. در شکل ۵ مدل چرخ دنده، در شکل ۶ بیلت طراحی شده برای نمونه اول و در شکل ۷ اجزاء قالب فورجینگ دقیق آن نشان داده شده است. نمونه اول بدون سوراخ داخلی است و بنابراین بیلت نیز بدون سوراخ بوده، مندرل حذف شده و پانچ تخت می‌باشد.

مشخصات ابعادی چرخ دنده نمونه دوم مشابه نمونه اول بوده ولی این نمونه دارای سوراخ داخلی با شعاع برابر ۵ میلی‌متر می‌باشد.

در شکل‌های ۸ و ۹ مدل سه بعدی چرخ دنده و بیلت و در شکل ۱۰ اجزاء قالب فورجینگ دقیق آن آورده شده است.

$$\sum \dot{W}_i = \dot{W}_{iI} + \dot{W}_{iII} + \dot{W}_{iIII} + \dot{W}_{iIV} + \dot{W}_{iV} + \dot{W}_{iVI} \quad (20)$$

به عنوان نمونه \dot{W}_{iI} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_{iI} = \frac{2\bar{\sigma}_f}{\sqrt{3}} \int_{r_i}^a \int_0^a \int_0^{\theta_s} \frac{u}{a} d\theta dz dr \quad (21)$$

در مورد سایر نواحی رابطه‌ای مشابه رابطه فوق می‌توان بدست آورد.

۳-۳ محاسبه توان برشی

این عبارت در سطوحی که ناپیوستگی سرعت وجود دارد (مرز نواحی تغییر شکل) در نظر گرفته می‌شود و به صورت رابطه ۲۲ قابل محاسبه است:

$$\dot{W}_s = \frac{\bar{\sigma}_f}{\sqrt{3}} \int_S |\Delta V| dS \quad (22)$$

که $|\Delta V|$ مقدار ناپیوستگی سرعت و dS المان سطح بر روی سطوح ناپیوستگی سرعت است. توان برشی کل برای یک نیم دندانه از رابطه ۲۳ محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \sum \dot{W}_s &= \dot{W}_{sI-II} + \dot{W}_{sII-III} + \dot{W}_{sII-IV} \\ &+ \dot{W}_{sIV-V} + \dot{W}_{sIV-VI} + \dot{W}_{sV-VI} \quad (23) \end{aligned}$$

به عنوان نمونه در سطح مشترک ناحیه‌های I و II:

$$\dot{W}_{sI-II} = \frac{\bar{\sigma}_f}{\sqrt{3}} \int_0^a \int_{r_i}^r |\Delta V| dr dz \quad (24)$$

$$|\Delta V| = \frac{ur}{2a} \left[1 + \frac{\theta_1}{(\alpha - \theta_1)} \right] + \frac{C_2}{r}$$

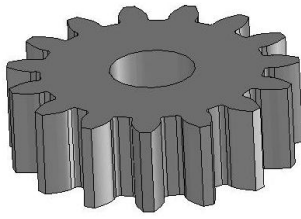
در مورد سایر سطوح مشترک رابطه‌ای مشابه رابطه فوق می‌توان بدست آورد.

۳-۴ محاسبه توان اصطکاکی

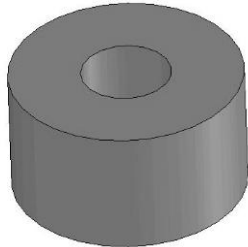
توان اصطکاکی به صورت رابطه ۲۵ قابل محاسبه است:

$$\dot{W}_f = \frac{m\bar{\sigma}_f}{\sqrt{3}} \int_S |\Delta V| dA \quad (25)$$

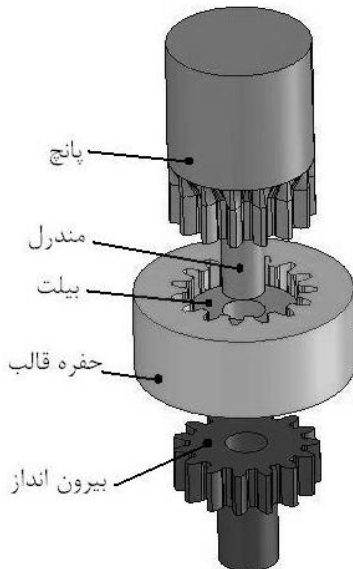
که dA المان سطح بر روی سطوح تماس قطعه با دیواره‌های قالب، m ثابت اصطکاک و $|\Delta V|$ مقدار ناپیوستگی سرعت بر روی سطح تماس قطعه کار با دیواره قالب است. توان اصطکاکی در سطوح تماسی بیلت و قالب، بیلت و پانچ و بیلت و مندرل وجود دارد و باید برای این نواحی محاسبه شود. توان اصطکاکی برای یک نیم دندانه از رابطه ۲۶ محاسبه می‌شود:



شکل(۸): مدل سه بعدی نمونه دوم (اجرای دستور Gear Modeling)



شکل(۹): مدل سه بعدی بیلت (اجرای دستور Billet Design)

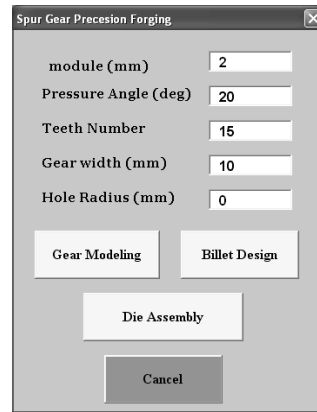


شکل(۱۰): اجزاء قالب فورجینگ دقیق نمونه دوم (اجرای دستور Die Assembly)

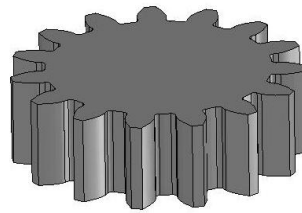
به دلیل وجود سوراخ داخلی در این نمونه، بیلت دارای سوراخ داخلی و پانچ با مندرل متصل به آن می‌باشد.

۵- بحث و بررسی نتایج

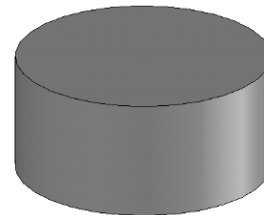
برای شبیه سازی فرایند فورجینگ از نرم افزار SuperForge استفاده شده است. مدل سه بعدی بیلت و اجزاء قالب نمونه‌های اول و دوم به محیط این نرم افزار وارد شدند. بیلت از جنس Al 2024 بوده و رفتار تنش موثر بر حسب کرنش موثر آن به صورت $\bar{\sigma} = 358\bar{\epsilon}^{0.156}$ می‌باشد [۱۲]. با فرض ثابت اصطکاک برشی ($m = 0.1$) منحنی تغییرات نیروی



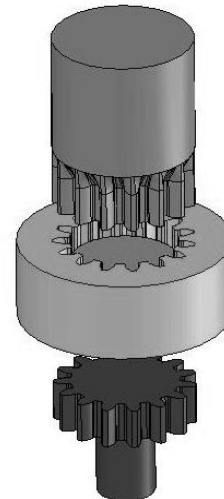
شکل(۴): وارد کردن مشخصات هندسی نمونه اول



شکل(۵): مدل سه بعدی نمونه اول (اجرای دستور Gear Modeling)



شکل(۶): مدل سه بعدی بیلت (اجرای دستور Billet Design)



شکل(۷): اجزاء قالب فورجینگ دقیق نمونه اول (اجرای دستور Die Assembly)

سبب می‌شود که نتایج آرایه شده نسبت به نتایج تئوری مرجع [۱۲] به نتایج آزمایش نزدیکتر شوند. همچنین نتایج شبیه سازی به میزان قابل قبولی با نتایج آزمایش برابر بوده و بنابراین می‌توان به نتایج نرم افزار SuperForge استناد کرد.

حین آزمایش و بر اثر فشار داخلی، حفره قالب دچار انبساط الاستیک می‌شود. این افزایش در ابعاد حفره و همچنین لقی بین پانچ و حفره قالب، سبب می‌شود که مقدار اندکی از ماده (حین تغییر شکل) از فضای ایجاد شده بین دیواره قالب و پانچ به بیرون جریان پیدا نماید. اما به دلیل آنکه در تحلیل قالبها صلب فرض شده‌اند مقدار کورس پانچ در تحلیل تئوری کمتر از مقدار آزمایش می‌باشد. از مقایسه نیروی مورد نیاز برای شکل دهی کامل چرخ دنده بر روی نمودار حاصل از تحلیل، با نقطه نظیر آن بر روی نمودارهای حاصل از آزمایش و شبیه سازی (در شکل های ۱۱ و ۱۲)، می‌توان به نزدیک بودن نیروهای حاصل از تحلیل، شبیه سازی و آزمایش پی برد. برای مثال، در نمونه اول مقدار نیروی لازم محاسبه از تحلیل و با در نظر گرفتن بشکه ای شدن 85×10^5 نیوتن و مقدار همین نیرو از آزمایش 82×10^5 نیوتن محاسبه شده است که بسیار با یکدیگر همخوانی داشته‌اند.

با مقایسه شکل های ۱۱ و ۱۲ نتیجه می‌شود که نیروی شکل دهی در نمونه دوم کمتر از نمونه اول می‌باشد. زیرا با وجود سوراخ داخلی، سطحی از بیلت که با پانچ در تماس است کاهش یافته و باعث کاهش توان اصطکاکی ناشی از تماس بیلت و پانچ می‌شود، همچنین وجود سوراخ داخلی سبب کوچک شدن نواحی تغییر شکل خواهد شد که کاهش توان داخلی و برشی را در پی خواهد داشت.

۶- نتایج

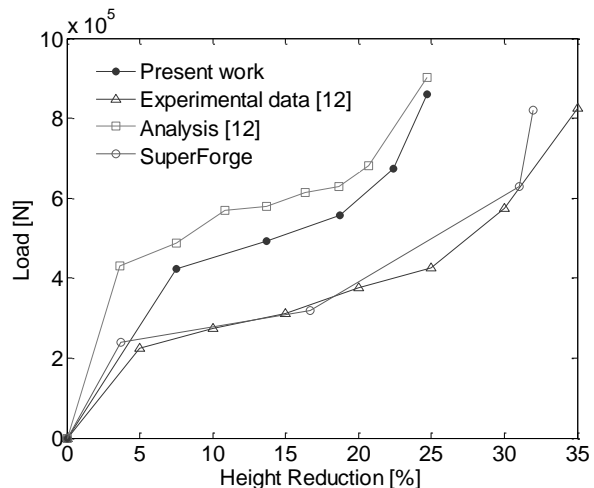
در پژوهش حاضر، فورجینگ دقیق چرخ دنده‌های ساده با روش کرانه فوقانی مورد تحقیق قرار گرفت. از مدلسازی هندسی و تحلیل انجام شده، نتایج زیر قابل بیان می‌باشند:

۱- مدلسازی پارامتریک و سه بعدی، سبب می‌شود که برنامه‌های نوشته شده برای هر چرخ دنده ساده با ابعاد دلخواه قابل اجرا بوده و ورودیهای نرم افزار حجم محدود به طور خودکار و سریع آماده شوند.

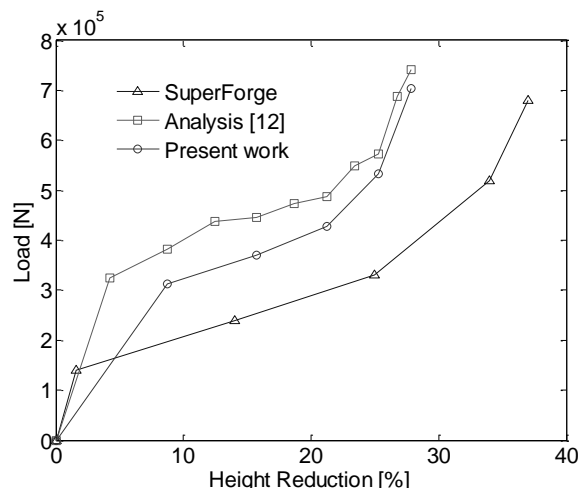
۲- با افزایش درصد کاهش ارتفاع بیلت، نیروی شکل دهی افزایش می‌یابد و نیروی شکل دهی لازم برابر مقدار نیرو در لحظه پر شدن حفره قالب می‌باشد که با داشتن بیشترین نیرو می‌توان ظرفیت ماشین شکل دهی لازم را تعیین نمود.

۳- لحاظ نمودن پدیده بشکه‌ای شدن در تحلیل کرانه

شکل دهی نسبت به درصد کاهش ارتفاع بیلت برای هر دو نمونه ترسیم شد. نتایج تحلیل کرانه فوقانی برای نمونه اول (بدون سوراخ داخلی) با لحاظ بشکه‌ای شدن، شبیه سازی به روش حجم محدود (نرم افزار SuperForge) و نتایج تئوری و آزمایش اخذ شده از مرجع [۱۲] در شکل ۱۱ نشان داده شده است. نتایج تحلیل کرانه فوقانی با لحاظ بشکه‌ای شدن برای نمونه دوم (با سوراخ داخلی)، شبیه سازی به روش حجم محدود و نتایج تئوری اخذ شده از مرجع [۱۲] در شکل ۱۲ مقایسه شده‌اند.



شکل (۱۱): مقایسه منحنی های نیروی شکل دهی بر حسب درصد کاهش ارتفاع بیلت برای تحلیل کرانه فوقانی با لحاظ پدیده بشکه ای شدن (کار حاضر)، شبیه سازی حجم محدود، نتایج آزمایش و نتایج تئوری مرجع [۱۲] برای نمونه اول



شکل (۱۲): مقایسه منحنی های نیروی شکل دهی بر حسب درصد کاهش ارتفاع بیلت برای تحلیل کرانه فوقانی با لحاظ بشکه ای شدن (کار حاضر)، شبیه سازی حجم محدود و نتایج تئوری مرجع [۱۲] برای نمونه دوم

همانگونه که در شکل ۱۱ دیده می‌شود، پدیده بشکه‌ای شدن

فوقانی سبب می‌شود که نتایج تحلیل به مقادیر واقعی نزدیکتر شوند.

۴- با افزایش شعاع سوراخ داخلی نیروی شکل دهی کاهش می‌یابد. بنابراین برای کاهش نیروی مورد نیاز شکل دهی استفاده از بیلت با سوراخ داخلی توصیه می‌شود.

۷- مراجع

- [۱] Dean, T. A.; "The Net Shape Forming of Gears", Materials and Design, Vol. 21, No. 2, p.p. 271-278, 2000.
- [۲] Abdel-Rahman, A. R. O.; Dean, T. A.; "The Quality of Hot Forged Spur Gear Forms, Part II: Tooth Form Accuracy", Int. J. Mach. Tools Des. Res., Vol. 21, No. 2, p.p. 129-141, 1981.
- [۳] Abdul, N. A.; Dean, T. A.; "An Study of the Forging of Spur Gear Forms", Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 26, No. 2, p.p. 113-123, 1986.
- [۴] Choi, J. C.; Choi, Y.; "A Study on the Forging of External Spur Gears: Upper-Bound Analyses and Experiments", International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 38, p.p. 1193-1208, 1998.
- [۵] Chitkara, N. R.; Bhutta, M. A.; "Forging and heading of hollow super gear forms: an analysis and some experiments", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 41, p.p. 1159-1189, 1999.
- [۶] Chitkara, N. R.; Bhutta, M. A.; "Shape heading of splines and solid super gear forms: an analysis and some experiments", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 43, p.p. 1073-1106, 2001.
- [۷] Hsu, H. H.; "A Study on Precision Forging of Spur Gear Forms and Spline by the Upper Bound Method", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 44, p.p. 1543-1558, 2002.
- [۸] Sadeghi, M. H.; "Gear Forging: Mathematical Modeling and Experimental Validation", Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 125, p.p. 753-762, 2003.
- [۹] Chengliang, H.u.; Kesheng, W.; Quankun, L.; "Study on a new technological scheme for cold forging of spur gears", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 187-188, p.p. 600-603, 2007.
- [۱۰] Kang, J. H.; Lee, K. O.; Je, J. S.; Kang, S. S.; " Spur gear forging tool manufacturing method considering elastic deformation due to shrink fitting", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 187-188, p.p. 14-18, 2007.
- [۱۱] Cai, J.; Dean, T. A.; Hu, Z. M.; "Alternative die designs in net-shape forging of gears", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 150, Issues 1-2, p.p. 48-55, 2004.
- [۱۲] Choi, J.; Cho, H. Y.; Jo, C. Y.; "An Upper-bound Analysis for the Forging of Spur Gears", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 104, p.p. 67-73,

