



## A numerical study on the behavior of a supercritical flow over piano key side weirs

A.A. Mohammadali Pourahari<sup>1</sup>, M.R. Jalili Ghazizadeh<sup>2\*</sup>, J. Attari<sup>3</sup>, M. Karimi<sup>4</sup>

<sup>1</sup> MSc Student in Civil Engineering, Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Associate Professor, Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

<sup>3</sup> Associate Professor, Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

<sup>4</sup> PhD Student in Civil Engineering, Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** Side weirs are a type of hydraulic structures that can be utilized as a divert structure, controller and distributing flow discharge in Floods and high velocity flows. The flow type over these structures is spatially varied flow with decreasing discharge. Due to use of side weirs for transferring and discharge control in flood flows with high velocities, it is very likely to have a supercritical flow over side weirs. Piano key and labyrinth side weirs are used, where the weir opening length is limited. An advantage of these kind of side weirs is the weir's effective length relative to its opening. The most carried out studies on the Piano key weirs are limited to the experimental investigations. Considering the limited conditions and high cost of the laboratory works in one hand and recent developments of the numerical models, on the other hand, it is necessary to use the well known fluid dynamics software to simulate the side weir flows. In this study side weirs with different plans have been simulated by FLOW-3D. The FLOW-3D numerical model has been calibrated and verified for simulating side weirs using the experimental results. In this study, discharge coefficient for piano key side weirs in supercritical flow is presented. To obtain an optimized shape of the piano key side weirs the different shapes of the keys are also compared. These results this study can be used for design of the piano key side weirs.

### Review History:

Received: 2019-04-28

Revised: 2019-06-26

Accepted: 2019-07-11

Available Online: 2019-07-24

### Keywords:

Piano key weir

Side weir

Supercritical flow

Discharge coefficient

Numerical model

## 1. INTRODUCTION

Side weirs are hydraulic structures used for different purposes in water distribution systems[1]. Piano key weirs are more advanced than labyrinth and rectangular linear weirs and due to this matter, Its expected that the side orientation would improve the hydraulic function of the weir relative to the case of frontal orientation . In addition to their advantages over direct weirs, like increasing discharge coefficient, the use of piano key side weirs may be the best solution to the topographic restrictions for construction possibility and cost reduction[2].

## 2. THEORETICAL BACKGROUND

Schmitt equation has been used for obtaining discharge coefficient. In the Schmitt method special energy is considered constant along the side weir. Also the average energy head for upstream and downstream ( $H_0 = \frac{H_1 + H_2}{2}$ ) of the weir has the form[3]:

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} W H_0^{1.5}$$

$$H = y + \alpha \frac{V^2}{2g} - P \quad (1)$$

$$H_0 = \frac{H_1 + H_2}{2}$$

\*Corresponding author's email: m\_jalili@sbu.ac.ir

In these equations, Q is discharge, Cd is discharge coefficient, g is the gravity acceleration, w is weir's width, H0 is the energy equivalent height for the crest, H1 and H2 are energy equivalent height for upstream and downstream of the weir.

## 3. METHODOLOGY

Before starting the numerical analysis of the flow in different conditions, Its necessary to check the software's ability in modelling 3D flow on the piano key side weir. Experimental data obtained by Karimi et al (2017) has been used for verification. These experiments has been conducted for subcritical flows In a glass canal , which has the length 10 m, width 60cm, and height 60 cm after checking the results obtained from the software and their conformity with the experimental data, new data can be produced in the framework of a numerical laboratory[2]. Fig. 2 shows the geometrical characteristic of the weirs and Table 1 shows the geometric and hydraulic change range of the studied cases for evaluating effective parameters on the discharge coefficient.

## 4. RESULTS

Fig. 3 Shows the change of discharge coefficient relative to the upstream Froude number. Due to the increase of velocity and Froude number, the kinematic energy in the direction of the main channel is high and secondary flow has more limited



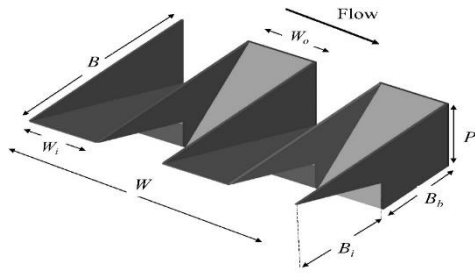


Fig. 1. 3D sketch of a Piano Key side weirs

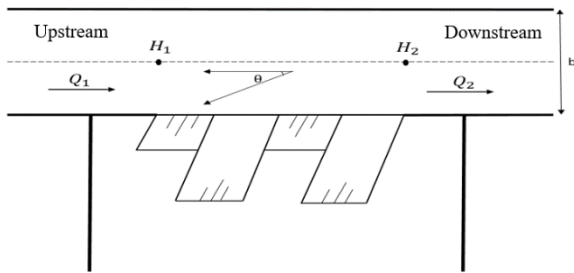


Fig. 2. Schematic view of geometrical characteristic of the main channel and the side weir

Table 1. Geometrical and hydraulic characteristics of Simulated piano key side weirs

Number of test	$\theta$	$P(m)$	$b(m)$	$Q_1(lit/s)$	$Fr_1$	$\frac{W}{b}$	$\frac{P}{H_0}$
60	0-150	0.1,0.15,0.2	0.3,0.6,0.9	78-310	1.2-3	0.2-3	0.42-0.96

time to form and flow over the weir. As a result it can be seen that with increasing Froude number, discharge coefficient decreases.

In Fig. 6, The effect of different angles in piano key side weirs is evaluated. The difference in different cases is only in their placement angle and geometric properties of the weir and the main channel is the same in all cases. Evaluating the performance of the weir implies that the maximum discharge in all three cases is the angle 120 degree. The main cause of this increase is discharge passing the weir in the angle 120 degree is that the flow lines and the weir keys are aligned. It should be noted that in present experiments streamlines exit the channel approximately with the angle 30 degree and so when the weirs angle is 120 degree, the angle between flow lines and weir is approximately 90 degree which causes maximum discharge passing the unit length of the weir. And so after 120 degree, the discharge coefficient decreases.

In this section, it has been tried to present an equation for discharge coefficient of piano key side weirs based on the obtained results, for supercritical flow and using the software SPSS:

$$C_d = -0.8 + (Fr_1)^{-0.65} + 0.37\left(\frac{P}{H_0}\right) + 0.1\left(\frac{W}{b}\right) - 0.12\theta \quad (2)$$

### 5. CONCLUSION

In piano key side weirs, with increase of Froude number, the discharge coefficient decreases. Also, based on the results

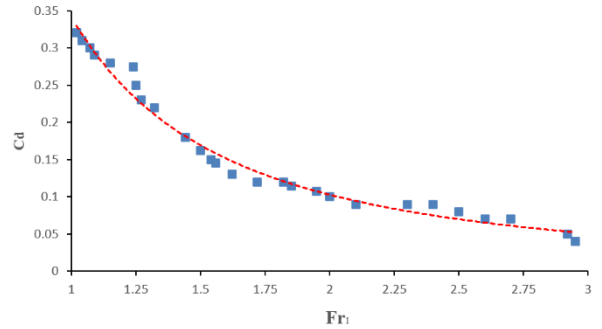


Fig. 3. Variation of the discharge coefficient with Froude number

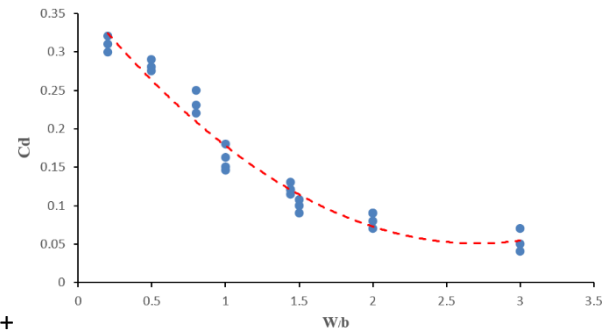


Fig. 4. Variation of the discharge coefficient with W/b

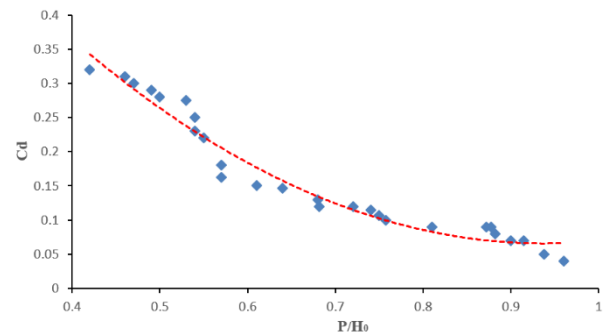


Fig. 5. Variation of the discharge coefficient with P/H0

of the simulations on oblique piano key side weirs with constant opening width, the piano key weir with the angle 120 degree showed the most passing discharge. This increase in discharge is more than 20% relative to the same rectangular side weirs. Equation 2 is presented for estimation of the discharge coefficient in supercritical flow over piano key side weirs.

### REFERENCES

- [1] K. Subramanya, Flow in open channels, 3 ed., Tata McGraw-Hill, New Delhi, India, 2008.
- [2] M. Karimi, Attari, J., Saneie, M., & Jalili Ghazizadeh, M.R. , Side Weir Flow Characteristics: Comparison of Piano Key, Labyrinth, and Linear Types, Journal of Hydraulic Engineering, 144(12) (2018).
- [3] M. Schmidt, Zur frage des abflusses uber streichwehre, Techuniv Berlin Charlottenbury, NY41 (1954) 1-68.

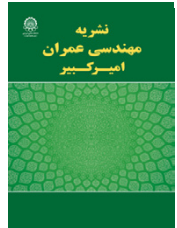
**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

A.A. Mohammadali Pourahari., M.R. Jalili Ghazizadeh, J. Attari, M. Karimi, A numerical study on the behavior of a supercritical flow over piano key side weirs, Amirkabir J. Civil Eng., 52(11) (2021) 715-718.

**DOI:** [10.22060/ceej.2019.16228.6160](https://doi.org/10.22060/ceej.2019.16228.6160)







## بررسی عددی رفتار جریان فوق بحرانی بر روی سرریزهای جانبی کلیدپیانویی

امیرعلی محمدعلی پوراهری<sup>۱</sup>، محمدرضا جلیلی قاضی زاده\*<sup>۲</sup>، جلال عطاری<sup>۳</sup>، محمود کریمی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران- آب و سازه های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی تهران  
<sup>۲</sup> دانشیار دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی تهران  
<sup>۳</sup> دانشیار دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی تهران  
<sup>۴</sup> دانشجوی دکتری مهندسی عمران- آب، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی تهران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸-۰۲-۰۸  
بازنگری: ۱۳۹۸-۰۴-۰۵  
پذیرش: ۱۳۹۸-۰۴-۲۰  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۵-۰۲

### کلمات کلیدی:

سرریز کلیدپیانویی  
سرریز جانبی  
جریان فوق بحرانی  
ضریب آبگذری  
مدل عددی

**خلاصه:** سرریزهای جانبی از جمله سازه‌های هیدرولیکی هستند که به عنوان یک سازه انحرافی می‌توانند به منظور کنترل و تقسیم دبی در جریان‌های سیلابی و با سرعت بالا، به کار گرفته شوند. جریان بر روی این سازه‌ها از نوع متغیر مکانی و در حالت کاهش دبی است. با توجه به بکارگیری سرریزهای جانبی در انتقال و کنترل دبی در جریان‌های سیلابی و مقادیر قابل توجه سرعت، وقوع جریان فوق بحرانی بر روی سرریز جانبی بسیار محتمل است. هنگامی که طول دهانه سرریز محدود باشد می‌توان از سرریزهای جانبی کنگره‌ای و کلید پیانویی استفاده نمود. یکی از مزایای این سرریزها افزایش طول مؤثر سرریز نسبت به بازشدگی دهانه است. عمده مطالعات انجام شده در زمینه سرریزهای جانبی کلیدپیانویی محدود به روش آزمایشگاهی بوده، بنابراین با توجه به شرایط محدود آزمایشگاه هزینه زیاد انجام آنها و پیشرفت‌های اخیر در زمینه مدل‌های عددی، شبیه‌سازی این سرریز با نرم افزارهای دینامیک سیالات محاسباتی حائز اهمیت است. در این تحقیق سرریزهای جانبی با اشکال مختلف در پلان توسط نرم‌افزار ۳D-FLOW شبیه سازی شده است. ابتدا با نتایج آزمایش‌های موجود، مدل عددی ۳D-FLOW کالیبره و صحت سنجی برای شبیه‌سازی سرریزهای جانبی انجام شد. از جمله نتایج بدست آمده در این تحقیق، تعیین و ارائه رابطه بین ضریب تصحیح انرژی جنبشی ( $\alpha$ ) و ضریب تصحیح اندازه حرکت ( $\beta$ )، تعیین و ارائه ضریب آبگذری برای سرریزهای جانبی کلیدپیانویی در جریان فوق بحرانی و همچنین مقایسه شکل سرریزهای کلیدپیانویی است. نتایج تحقیق حاضر می‌تواند در طراحی سرریزهای جانبی مورد استفاده قرار بگیرد.

### ۱- مقدمه

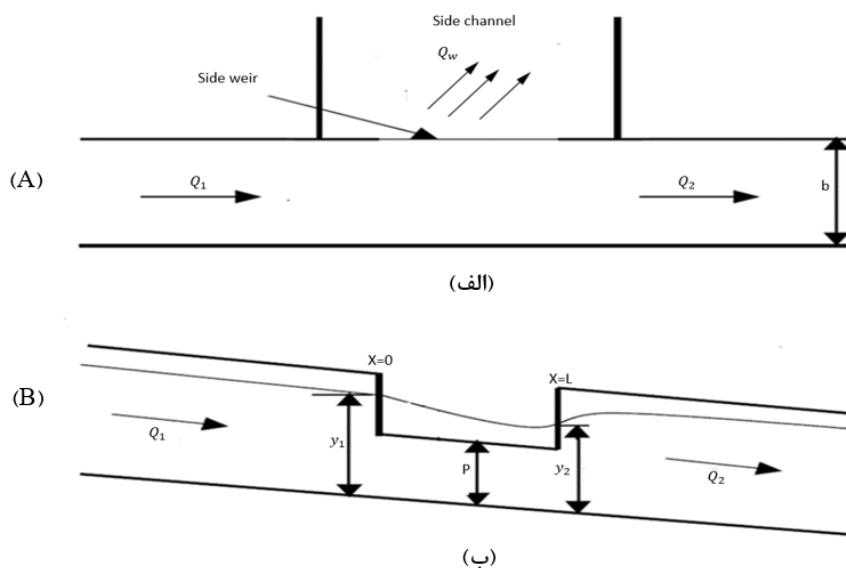
کانال اصلی خواهد شد. آبرسانی، انحراف جریان و محافظت در برابر سیلاب‌ها را می‌توان به عنوان دیگر موارد کاربرد سرریزهای جانبی نام برد. (شکل ۱) مقطع و پلان یک سرریز جانبی و مشخصه‌های جریان در حالت جریان فوق بحرانی را نمایش می‌دهد.

سرریزهای جانبی از انواع سازه‌های هیدرولیکی می‌باشند که با اهداف متفاوت در سیستم‌های انتقال آب به کار گرفته می‌شوند. تعریف سرریز جانبی برخلاف تحلیل آن بسیار ساده است؛ چنانچه در دیواره یک کانال، سرریزی نصب شود که ارتفاع آن کمتر از ارتفاع کانال باشد، در هنگام بالا آمدن سطح آب، قسمتی از جریان از روی سرریز به صورت جانبی منحرف و در خارج از کانال اصلی تخلیه می‌گردد. این عملکرد باعث تنظیم و کنترل سطح آب و دبی در

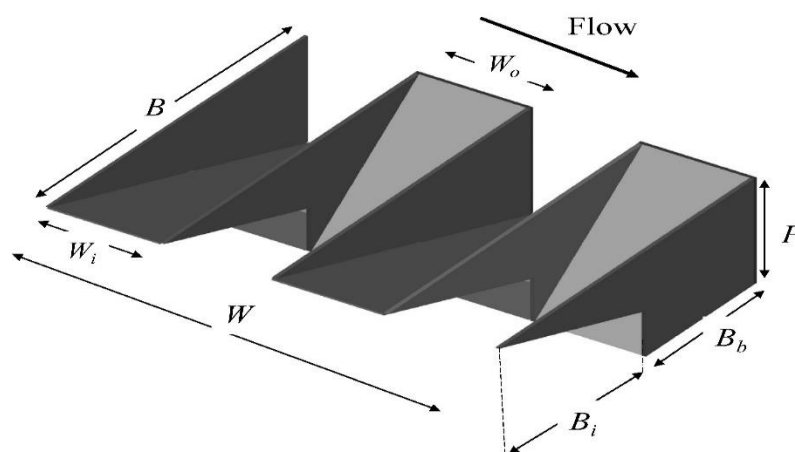
سرریزهای کنگره‌ای سرریزهایی هستند که از لبه مستقیم و صاف در پلان برخوردار نبوده و دارای حالت خطی شکسته یا انحنا دار می‌باشند. در این سرریزها طول سرریز نسبت به سرریزهای معمولی افزایش می‌یابد. طول مؤثر این‌گونه سرریزها به عنوان سرریز اصلی در اکثر مواقع ۳ تا ۵ برابر طول واقعی آنها می‌باشد [۱]. تحقیقات درباره

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m\_jalili@sbu.ac.ir





شکل ۱. سرریز جانبی الف) پلان، ب) مقطع طولی  
 Fig. 1. side weir A) Plan , B) longitudinal section



شکل ۲. نمای سه بعدی یک سرریز جانبی کلید پیانویی  
 Fig. 2. 3D sketch of a piano key side weirs

مطالعات زیادی در مورد سرریزهای جانبی در حالت جریانهای زیربحرانی و فوق‌بحرانی و همچنین شکل‌های مختلف هندسی سرریز و کانال اصلی انجام شده است. اولین آزمایش‌ها بر روی سرریزهای جانبی در سال ۱۹۱۷ توسط انگلیز<sup>۱</sup> انجام گرفت [۲]. از جمله مطالعات با اهمیت در این زمینه، مطالعات دی‌مارچی<sup>۲</sup> در سال ۱۹۳۴ می‌باشد. دی‌مارچی با فرض ثابت بودن انرژی مخصوص

سرریزهای کنگره‌ای که بصورت جانبی قرار گرفته باشند، اندک بوده و از سابقه زیادی برخوردار نیست. با توجه به پیشرفته‌تر بودن سرریزهای کلید پیانویی نسبت به سرریزهای کنگره‌ای و مستطیلی خطی، انتظار می‌رود که استقرار آن‌ها به صورت جانبی عملکرد هیدرولیکی سرریز را نسبت به سرریز مستقیم باز بهبود بخشد. استفاده از سرریزهای کلید پیانویی جانبی علاوه بر مزیت‌های انواع مستقیم آن از جمله افزایش ضریب آبگذری، ممکن است به علت محدودیت‌های توپوگرافی از نظر امکان اجرا و کاهش هزینه‌های ساخت، بهترین راه حل باشد.

1 Engles  
 2 De Marchi  
 3 Das  
 4 Swamee

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2gWH_0^{1.5}}$$

$$H = y + \alpha \frac{V^2}{2g} - P \quad (3)$$

$$H_0 = \frac{H_1 + H_2}{2}$$

که در آن  $Q$  دبی،  $C_d$  ضریب دبی،  $g$  شتاب جاذبه،  $W$  عرض سرریز،  $H_0$  ارتفاع معادل انرژی بالای تاج،  $H_1$  و  $H_2$  به ترتیب ارتفاع معادل انرژی بالادست و پایین دست سرریز است [۱۲]. برای دریافت اطلاعات بیشتری از مشخصات جریان می‌توان از معادلات پایه انرژی و اندازه حرکت استفاده کرد. اما برای استفاده از معادلات انرژی و اندازه حرکت شناخت توزیع سرعت و تعیین ضرایب تصحیح انرژی جنبشی ( $\alpha$ ) و اندازه حرکت ( $\beta$ ) مورد نیاز می‌باشد. ال‌خشب<sup>۳</sup> با آزمایش‌هایی که بر روی سرریزهای جانبی مستطیلی انجام داد، روند تغییرات ( $\alpha$ ) را در طول سرریز بررسی نمود. او اظهار داشت تغییرات  $\alpha$  در طول سرریز جانبی، هم در جریان زیربحرانی و هم در جریان فوق بحرانی نرخ افزایشی دارد. ال‌خشب و همکاران مقادیر حداکثر ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  را برای سرریزهای جانبی تا حدود ۲/۵ و ۱/۲ گزارش کردند [۱۳]. ونوتلی<sup>۴</sup> نشان داد که تغییرات  $\alpha$  در طول سرریز جانبی در حالت فوق بحرانی، نرخ کاهشی و در حالت زیربحرانی، نرخ افزایشی دارد برای هر شرایط معین، می‌توان نسبت بین  $\alpha$  و  $\beta$  را از رابطه‌ی زیر بدست آورد [۱۴].

$$\alpha = 2.7\beta - 1.7 \quad (4)$$

بختیاری برای سرریز جانبی کنگره‌ای روند تغییرات  $\alpha$  و  $\beta$  رابطه‌ای به صورت زیر پیشنهاد کرد.

$$\alpha = \beta^{1.85} \quad (5)$$

وی اظهار داشت که روند تغییرات  $\alpha$  و  $\beta$  در طول سرریز جانبی کنگره‌ای برای جریان زیربحرانی و فوق بحرانی همواره صعودی است [۱۵].

سیل سپور تغییرات مقادیر  $\alpha$  برحسب  $\beta$  را بصورت زیر ارائه کرد [۱۶].

در طول سرریز، رابطه تحلیلی برای ضریب سرریز جانبی مستطیلی به صورت زیر ارائه کرد [۳].

$$C_M = \frac{3B}{2L} (\phi_1 - \phi_2) \quad (1)$$

که در آن ضریب شدت جریان دی‌مارچی  $C_M$ ،  $B$  عرض کانال اصلی،  $L$  طول سرریز جانبی، اندیس‌های ۱ و ۲ به ترتیب معرف ابتدا و انتهای سرریز و  $\phi$  تابع تعریف شده به شکل زیر است:

$$\phi = \frac{2E - 3P}{E - P} \sqrt{\frac{E - y}{y - P}} - 3 \sin^{-1} \sqrt{\frac{E - y}{E - P}} \quad (2)$$

که در آن  $y$  عمق جریان،  $E$  انرژی مخصوص و  $P$  ارتفاع سرریز جانبی است [۳]. تحلیل جریان بر روی سرریزهای جانبی به کمک روش دی‌مارچی دارای ضعف‌هایی است. اول اینکه فرضیات ساده‌کننده‌ای در استخراج معادلات به کار گرفته شده است، دوم اینکه در شرایط مشابه با دیگر روش‌ها پراکندگی داده‌ها به نسبت بیشتر است. بعد از مطالعه دی‌مارچی، محققین زیادی تلاش کردند تا ضریب دبی را به کمک آزمایش‌های تجربی تعیین و ارائه کنند. از جمله این محققین داس<sup>۳</sup>، برقی، کشاورزی و قدسیان می‌باشند [۷-۴]. مروری بر مطالعات این محققین نشان می‌دهد که علیرغم روابط متعدد ارائه شده هنوز یک رابطه عمومی برای تعیین ضریب دبی ثابت مورد پذیرش قرار نگرفته است؛ علت این موضوع می‌تواند عدم ثابت بودن ضریب دبی در طول سرریز باشد. به همین دلیل نیز بعضی از محققین ضریب دبی در طول سرریز را ثابت در نظر نگرفته و ضرایب متغیر در طول سرریز تعریف کردند از جمله این محققین سووام<sup>۴</sup>، قدسیان و پرهیزگاری می‌باشند که البته این روابط نیز به صورت تجربی و براساس داده‌های آزمایشگاهی تعیین شده است [۸-۱۰]. روش دیگری که مطالعات تحلیلی امیراغلو<sup>۱</sup> و همکاران حکایت از اثربخشی و کارایی مناسب آن داشت؛ روش اشمیت<sup>۲</sup> است [۱۱]. در روش اشمیت انرژی مخصوص در طول سرریز جانبی ثابت در نظر گرفته می‌شود. همچنین مقدار متوسط هد انرژی بالادست و پایین دست سرریز ( $H_0 = \frac{H_1 + H_2}{2}$ ) در رابطه سرریز به شکل زیر قرار می‌گیرد:

3 EL-khasheb

4 Venutelli

3- Das

4- Swamee

جهت مختصات یا به عبارت دیگر معادلات ناویر استوکس<sup>۳</sup> بصورت روابط نشان داده شده در معادلات (۸) هستند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left( uA_x \frac{\partial u}{\partial x} + vA_y \frac{\partial u}{\partial y} + wA_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + G_x + f_x & \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left( uA_x \frac{\partial v}{\partial x} + vA_y \frac{\partial v}{\partial y} + wA_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + G_y + f_y & \quad (۸) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left( uA_x \frac{\partial w}{\partial x} + vA_y \frac{\partial w}{\partial y} + wA_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + G_z + f_z & \end{aligned}$$

در این معادلات  $(G_x, G_y, G_z)$  شتاب‌های جرم و  $(f_x, f_y, f_z)$  شتاب‌های لزجت است. برای متغیرهای لزجت دینامیکی  $\mu$ ، شتاب‌های لزجی به شکل معادلات (۹) هستند:

$$\begin{aligned} \rho V_f f_x &= w s x - \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x} (A_x \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_y \tau_{xy}) + \\ &\frac{\partial}{\partial z} (A_z \tau_{xz}) \end{aligned} \right\} \\ \rho V_f f_y &= w s y - \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x} (A_x \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_y \tau_{yy}) + \\ &\frac{\partial}{\partial z} (A_z \tau_{yz}) \end{aligned} \right\} \quad (۹) \\ \rho V_f f_z &= w s z - \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x} (A_x \tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_y \tau_{yz}) + \\ &\frac{\partial}{\partial z} (A_z \tau_{zz}) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

در معادلات (۹) جملات  $w s x$ ،  $w s y$  و  $w s z$  بیانگر تنش‌های برشی دیواره‌ها هستند. اگر این جملات حذف شوند، دیگر تنش برشی دیواره‌ای وجود نخواهد داشت زیرا جملات باقی‌مانده شامل کسر مساحت‌های جریان  $(A_x, A_y, A_z)$  می‌شوند که در آنها دیواره‌ها در نظر گرفته نشده‌اند. تنش‌های روی دیواره‌ها به وسیله فرض

$$\alpha - 1 = 3(\beta - 1) \quad (۶)$$

مطالعات آزمایشگاهی برای شناخت توزیع سرعت و تعیین ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  با محدودیت‌های آزمایشگاهی همراه است و علیرغم مطالعات انجام شده، به علت این محدودیت‌ها و مشکلات اندازه‌گیری سرعت، توزیع سرعت به خوبی شناخته شده نیست. و حتی در مورد روند تغییرات ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  در طول سرریز جانبی (صعودی یا نزولی بودن) نیز اختلاف نظر وجود دارد. در مقاله حاضر روند تغییرات ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  به صورت عددی و به کمک نرم افزار FLOW-3D مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- معادلات حاکم بر جریان در مدل FLOW\_3D

معادلات حاکم بر جریان سیال از قوانین بقای جرم و اندازه حرکت به دست می‌آیند و به صورت معادلات دیفرانسیل جزئی می‌باشند. به طور کلی برای به دست آوردن معادلات جریان، سه گام را می‌توان در نظر گرفت: اول انتخاب قوانین پایه صحیح، دوم کاربرد قوانین توسط یک مدل مناسب جریان و سوم اقتباس معادلات ریاضی که مجسم کننده قوانین فیزیکی فوق باشند. معادلات اصلی برای شبیه سازی جریان سه بعدی، چهار معادله دیفرانسیل شامل روابط پیوستگی و اندازه حرکت در جهات  $(x, y, z)$  هستند.

### ۱-۲ معادله پیوستگی

معادله پیوستگی جرم بطور کلی بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} V_f \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u A_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v A_y) + \\ \frac{\partial}{\partial z} (\rho w A_z) = 0 \end{aligned} \quad (۷)$$

که  $V_f$  کسر حجمی سیال<sup>۱</sup>،  $\rho$  چگالی سیال، مولفه‌های سرعت  $(u, v, w)$  در جهات  $(x, y, z)$  می‌باشند.  $A_x$  کسر سطح باز<sup>۲</sup> در جهت  $x$  است،  $A_y$  و  $A_z$  به طور مشابه کسر سطح در جهات  $y$  و  $z$  می‌باشند.

### ۲-۲ معادله اندازه حرکت

معادلات حرکت برای مولفه‌های سرعت سیال  $(u, v, w)$  در سه

1 Fractional volume open to flow

2 Fractional area open to flow



جدول ۱. مشخصات داده های آزمایشگاهی مورد استفاده برای صحت سنجی مدل (جلیلی قاضی زاده، ۱۳۷۳)  
Table 1. Specifications of laboratory data used for model verification (Jalili Qazizadeh 1994)

شماره آزمایش	نوع جریان	$b(m)$	$P(m)$	$L(m)$	$Q_1(lit/s)$	$Q_w(lit/s)$
۱	فوق بحرانی	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۷۷/۸۷	۸/۸۷
۲	فوق بحرانی	۰/۳	۰/۱	۰/۴۵	۶۱	۱۹
۳	فوق بحرانی	۰/۳	۰/۱	۰/۷۵	۶۱/۲۲	۶/۳۸
۴	زیر بحرانی	۰/۳	۰/۰۱	۰/۲	۴۴/۷۵	۲۲/۱۵
۵	زیر بحرانی	۰/۳	۰/۱۹	۰/۷۵	۹۰/۱۶	۷۱/۳۲

جدول ۲. مشخصات داده های آزمایشگاهی مورد استفاده برای صحت سنجی مدل (کریمی و همکاران، ۱۳۹۷)  
Table 2. Specifications of laboratory data used for model verification (Karimi et al. 2018)

شماره آزمایش	نوع جریان	$b(m)$	$B(m)$	$P(m)$	$W(m)$	$\frac{L}{W}$	$\frac{W_i}{W_0}$	$Q_1(lit/s)$	$Q_w(lit/s)$
۶	زیر بحرانی	۰/۶	۰/۲۶	۰/۱۵	۰/۶	۲/۷	۱	۵۹/۴۲	۱۴/۳۶
۷	زیر بحرانی	۰/۶	۰/۲۶	۰/۱۵	۰/۶	۲/۷	۱	۳۰/۸۷	۱۲/۳۳
۸	زیر بحرانی	۰/۶	۰/۲۶	۰/۱	۰/۶	۲/۷	۱	۵۹/۶۸	۳۵/۱۹

گلاس نصب شده بود، انجام شد. طول سرریز در این آزمایشها مقادیر ۲۰، ۴۵ و ۷۵ سانتی متر و ارتفاع سرریز ۱، ۱۰ و ۱۹ سانتی متر و دبی جریان در کانال اصلی از حدود ۴۳ تا ۱۰۰ لیتر در ثانیه متغیر بود. آزمایشها برای جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی انجام شد. نتایج داده های آزمایشگاهی مورد استفاده با شماره های ۱ تا ۵ در (جدول ۱) نشان داده شده است. در این بخش برای شبیه سازی سرریز جانبی مستطیلی، کانالی به طول ۲ متر، عرض ۳۰ سانتی متر و ارتفاع ۴۰ سانتی متر در نظر گرفته شده است.

که در آن  $b$  عرض کانال اصلی،  $P$  ارتفاع سرریز جانبی،  $L$  طول سرریز،  $Q_1$  دبی بالادست سرریز و  $Q_w$  دبی عبوری از روی سرریز جانبی (دبی انشعابی) می باشد [۱۸].

### ۱-۳-۱-۳- داده های آزمایشگاهی سرریز جانبی کلیدپیانویی

آزمایش های مذکور برای جریان های زیر بحرانی در یک فلوم شیشه ای به طول ۱۰ متر، عرض ۶۰ سانتی متر و ارتفاع ۶۰ سانتی متر که در دیواره جانبی آن سرریز جانبی از جنس پلکسی گلاس نصب شده بود، انجام گرفت. نتایج داده های آزمایشگاهی در (جدول ۲) آمده

سرعت مماسی صفر در قسمتی از سطح محدود به جریان شبیه سازی می شوند. شبکه و مرزهای موانع متحرک جزء موارد استثنا هستند زیرا در آنها سرعت مماسی غیر صفر است [۱۷].

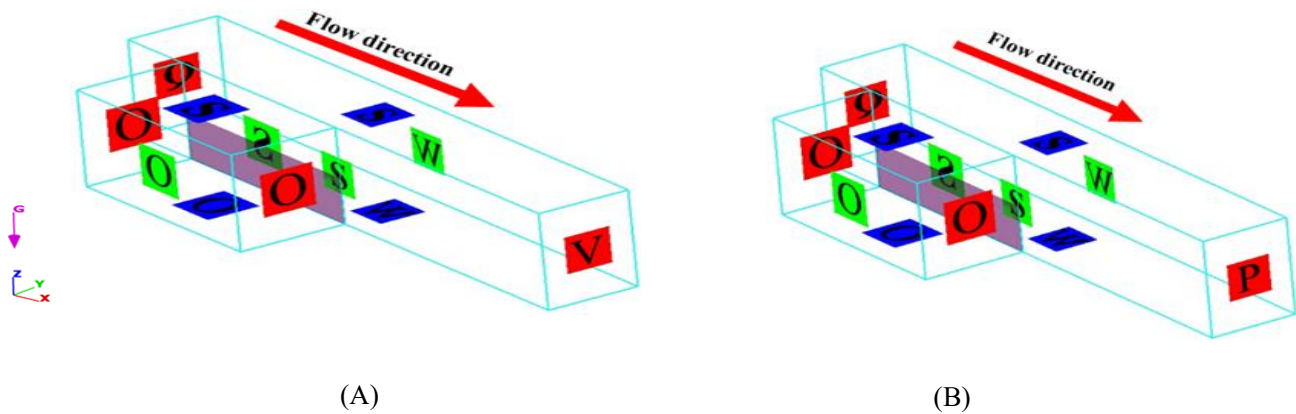
### ۳- مواد و روش ها

#### ۳-۱-۳- صحت سنجی نرم افزار برای شبیه سازی جریان روی سرریز های جانبی مستطیلی و کلیدپیانویی

قبل از شروع تحلیل عددی جریان در شرایط مختلف، لازم است توانایی نرم افزار در مدل سازی جریان سه بعدی بر روی سرریز جانبی مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور در ادامه صحت سنجی نرم افزار با استفاده از داده های آزمایشگاهی در شرایط جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی ارائه می شود.

#### ۳-۱-۱- داده های آزمایشگاهی سرریز جانبی مستطیلی

آزمایش های مذکور برای جریان های زیر بحرانی و فوق بحرانی در یک فلوم شیشه ای به طول ۱۳ متر و عرض ۳۰ سانتی متر و ارتفاع ۴۰ سانتی متر که در دیواره جانبی آن سرریز جانبی از جنس پلکسی



شکل ۳. شرایط مرزی سرریز جانبی مستطیلی مدل شده برای جریان الف-زیربحرانی ب-فوق بحرانی  
 Fig. 3. The boundary condition of a rectangular side weir modeling for flow; A)Subcritical ,B)supercritical

و برای دیگر شرایط مرزی از شرط تقارن و خروجی استفاده شده است.

#### ۱-۲-۳- تحلیل حساسیت اندازه مش بندی

به عنوان نمونه جهت بررسی استقلال نتایج از ابعاد شبکه محاسباتی آزمایش (۲) با ابعاد مش  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.008, 0.01, 0.02(m)$  بررسی شد در (شکل ۵)، پروفیل جریان روی سرریز برای ابعاد شبکه‌های متفاوت در این دو مدل باهم مقایسه شده است که استقلال برای شبکه محاسباتی انتخاب شده را نشان می‌دهد. براساس این نتایج و در جهت اطمینان ابعاد شبکه برای تمامی شبیه‌سازی‌ها به صورت  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.006(m)$  در نظر گرفته شده است.

#### ۲-۲-۳- انتخاب مدل آشفتگی

مدل عددی برای چهار حالت  $RNG$ ،  $LES$ ،  $K-\epsilon$  و جریان غیرلزج برای آزمایش (۴) اجرا شد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که در هر چهار حالت دبی عبوری از سرریز جانبی به هم نزدیک می‌باشد، لذا در تمام شبیه‌سازی‌های سرریز جانبی مستطیلی از مدل  $RNG$  استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی به همراه مدت زمان اجرای هر مدل در (جدول ۳) نشان داده شده است. زمان شبیه‌سازی می‌تواند یک حدس اولیه براساس تجربیات آزمایشگاهی باشد و بیانگر زمانی است که پیش بینی می‌شود پدیده‌ی مورد نظر برای شبیه‌سازی در این زمان دائمی و پایدار می‌شود. در این شبیه‌سازی برای برقراری شرایط جریان دائمی،

در این آزمایش‌ها سرریز جانبی در فاصله ۶ متری از بالادست کانال قرار گرفته است. در این بخش برای شبیه‌سازی سرریز جانبی کلیدپیانویی، کانالی به طول ۲ متر، عرض ۶۰ سانتی‌متر و ارتفاع ۳۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شده است.

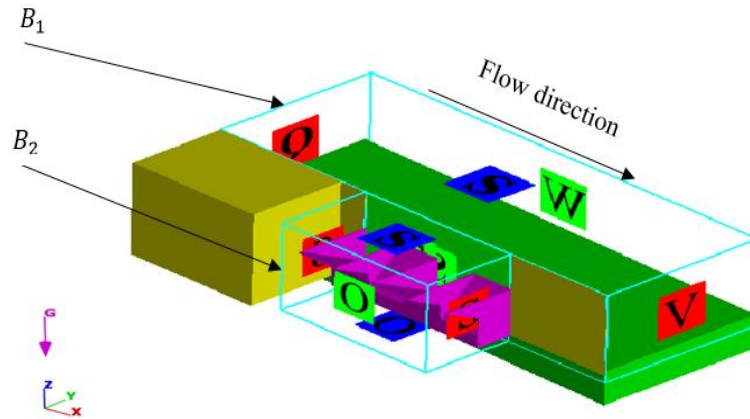
که در آن  $b$  عرض کانال اصلی،  $B$  عرض سرریز در جهت جریان،  $P$  ارتفاع سرریز جانبی،  $L$  طول سرریز،  $W_0$  و  $W_i$  عرض کلیدهای ورودی و خروجی،  $Q_1$  دبی بالادست سرریز و  $Q_w$  دبی عبوری از روی سرریز جانبی (دبی انشعابی) می‌باشد [۱۹].

#### ۳-۲-۳- شرایط مرزی

مطابق (شکل ۳) در سرریز جانبی مستطیلی برای مرز بالادست از شرط نرخ حجمی<sup>۱</sup> برای کناره‌های کانال از شرط دیوار<sup>۲</sup> و برای سطح آب از شرط مرزی تقارن<sup>۳</sup> استفاده شده است. تنها تفاوت شرایط مرزی جریان زیربحرانی و فوق بحرانی در شرط مرزی پایین دست می‌باشد که شرط مرزی پایین دست در جریان فوق بحرانی، شرط فشار معین<sup>۴</sup> است و در جریان زیربحرانی شرط سرعت معین<sup>۵</sup> در نظر گرفته شده است.

در سرریز جانبی کلیدپیانویی مطابق (شکل ۴) برای مرز بالادست از شرط نرخ حجمی ثابت و ارتفاع آب و برای مرز پایین دست از شرط سرعت ثابت و ارتفاع آب استفاده شده است. برای دیواره، شرط دیوار

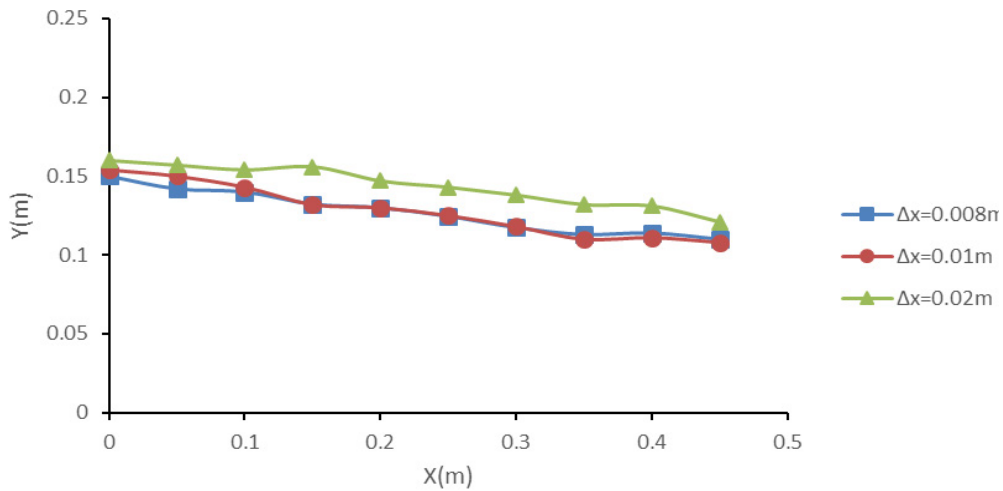
- 1 Volume flow rate
- 2 Wall
- 3 Symmetry
- 4 Specified pressure
- 5 Specified velocity



شرایط مرزی						بلوک محاسباتی
$Z_{max}$	$Z_{min}$	$Y_{max}$	$Y_{min}$	$X_{max}$	$X_{min}$	
S	S	W	S	V	Q	$B_1$
S	O	S	O	S	S	$B_2$

W=Wall , P = Specified Pressure, S = Symmetry  
O = Outflow, Q = Volume flow rate

شکل ۴. شرایط مرزی سرریز جانبی کلید پیانویی مدل شده  
Fig. 4. The boundary conditions of a piano key side weir modeling



شکل ۵. مقایسه پروفیل سطح آب در طول سرریز با ابعاد مختلف شبکه محاسباتی برای آزمایش (۲)  
Fig. 5. Comparison of water surface profile along overflow with different dimensions of computational network for test NO.2

جدول ۳. نتایج حاصل از شبیه سازی جریان در مدل های مختلف آشفتگی برای آزمایش (۴)  
Table 3. Results of flow simulation for different turbulence models for test NO.4

<i>RNG</i>	<i>LES</i>	$K - \epsilon$	جریان غیر لزج	مدل آشفتگی
۲۲/۱۵	۲۲/۱۶	۲۲/۲۷	۲۲/۴۲	دبی (لیتر بر ثانیه)
۴/۳۷	۱۰/۱۲	۶/۳۲	۱/۵	زمان اجرا (ساعت)

جدول ۴. مقایسه مقادیر دبی انشعابی آزمایشگاهی و شبیه سازی عددی  
 Fig. 4. The boundary conditions of a piano key side weir modeling

شماره آزمایش	نام سرریز	نوع جریان	$Q_{1W}$ (نرم افزار) (lit/s)	$Q_{1W}$ (آزمایشگاهی) (lit/s)	اختلاف نتایج دبی آزمایشگاهی و شبیه سازی عددی (%)
۱	مستطیلی	فوق بحرانی	۹/۱۹	۸/۸۷	۳/۶
۲	مستطیلی	فوق بحرانی	۲۰/۱۱	۱۹	۵/۵
۳	مستطیلی	فوق بحرانی	۶/۳۶	۶/۳۸	۰/۳۲
۴	مستطیلی	زیر بحرانی	۲۱/۶۴	۲۲/۱۵	۲/۳۵
۵	مستطیلی	زیر بحرانی	۷۰/۹	۷۱/۳۲	۰/۶
۶	کلید پیانویی	زیر بحرانی	۱۴/۷۳	۱۴/۳۶	۲/۵
۷	کلید پیانویی	زیر بحرانی	۱۳/۲۱	۱۲/۳۳	۷/۱۳
۸	کلید پیانویی	زیر بحرانی	۳۵/۳۴	۳۵/۱۹	۰/۴۲

شبیه سازی‌ها به مدت ۱۵ تا ۲۰ ثانیه اجرا شده است. برای محاسبه دبی عبوری از سرریز با توجه به قابلیت نرم افزار می توان از بافل<sup>۱</sup> به عنوان سطح شار استفاده نمود، همچنین برای ایجاد نشدن مقاومت در برابر جریان، تخلخل بافل برابر با یک در نظر گرفته شده است.

### ۳-۳- نتایج صحت سنجی

#### ۳-۳-۱- دبی عبوری از سرریز جانبی

در (جدول ۴) مقایسه مقادیر دبی انشعابی بدست آمده از نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده است. نتایج (جدول ۴) نشان می دهد که نرم افزار با دقت خوبی دبی جانبی عبوری از سرریز جانبی مستطیلی و کلید پیانویی را برای هر دو جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی محاسبه کرده است.

#### ۳-۳-۲- پروفیل جریان در طول سرریزهای جانبی

نتایج مقایسه پروفیل سطح آب در طول سرریز جانبی با استفاده از داده های آزمایشگاهی و شبیه سازی عددی ارائه شده است. نکته قابل ذکر این است که پروفیل سطح آب برای تمامی شبیه سازی، در محور مرکزی کانال اصلی اندازه گیری شده است. پروفیل سطح آب در طول سرریز برای شبیه سازی های آزمایش های ۱ تا ۸ بصورت زیر نشان داده شده است.

1 *baffle*

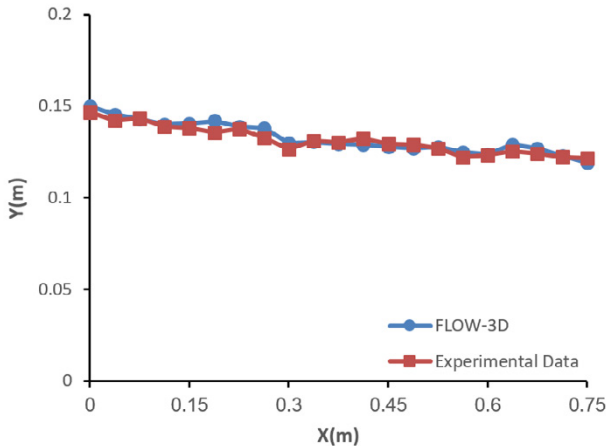
بدین ترتیب براساس نتایج بدست آمده می توان نتیجه گیری کرد که نرم افزار FLOW\_3D با دقت مناسبی قادر به شبیه سازی جریان سه بعدی بر روی سرریزهای جانبی مستطیلی و کلید پیانویی بوده و نتایج تحلیل این جریان توسط نرم افزار، قابل استناد است. در ادامه نتایج شبیه سازی جریان بر روی سرریز جانبی ارائه و تحلیل خواهد شد.

#### ۳-۴- شبیه سازی های جدید برای جریان فوق بحرانی بر روی سرریز جانبی کلید پیانویی

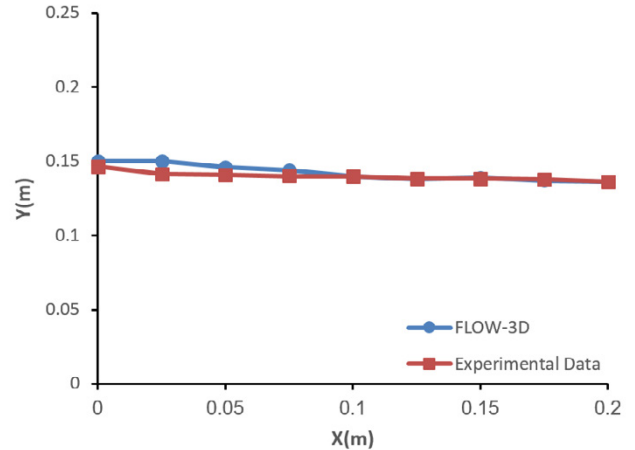
با توجه به بالا بودن هزینه های مربوط به تجهیزات آزمایشگاهی و محدودیت های موجود در دستگاه های اجرایی بعنوان مثال ایجاد جریان فوق بحرانی بر روی سرریزهای جانبی در اعداد فرود بالا، با استناد به صحت سنجی داده های آزمایشگاهی و مطابقت آنها با خروجی های نرم افزار می توان داده های جدیدی را در قالب یک آزمایشگاه عددی تولید کرد.

#### ۳-۴-۱- ضرایب آلفا و بتا در طول سرریز جانبی کلید پیانویی با رفتار فوق بحرانی

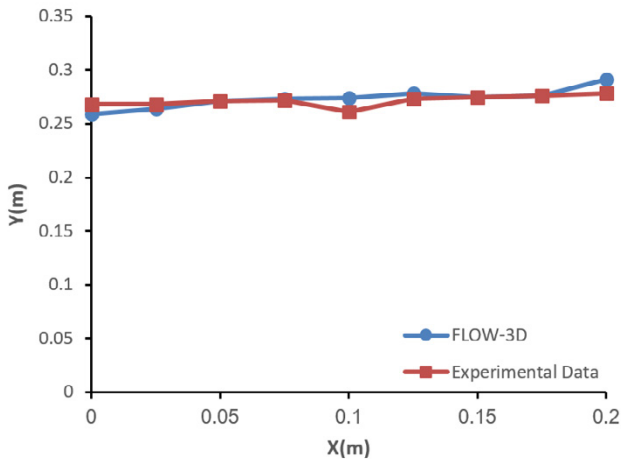
به علت انحراف کانال جانبی نسبت به جریان اصلی، توزیع سرعت در طول سرریز جانبی نسبت به حالت کانال های معمولی متفاوت بوده و تغییر می کند در ادامه نحوه تغییرات  $\alpha$  و  $\beta$  در طول سرریز جانبی



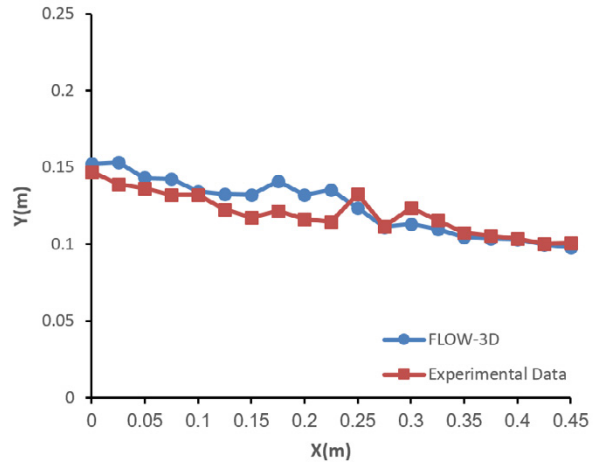
شکل ۸. روند تغییرات عمق در طول سرریز جانبی مستطیلی برای آزمایش شماره (۳)  
 Fig. 8. Variation of flow depth along the rectangular side weir for test NO.3



شکل ۶. روند تغییرات عمق در طول سرریز جانبی مستطیلی برای آزمایش شماره (۱)  
 Fig. 6. Variation of flow depth along the rectangular side weir for test NO.1



شکل ۹. روند تغییرات عمق در طول سرریز جانبی مستطیلی برای آزمایش شماره (۴)  
 Fig. 9. Variation of flow depth along the rectangular side weir for test NO.4



شکل ۷. روند تغییرات عمق در طول سرریز جانبی مستطیلی برای آزمایش شماره (۲)  
 Fig. 7. Variation of flow depth along the rectangular side weir for test NO.2

قابل قبولی در مورد ضرایب آلفا و بتا رسید. ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب از روابط (۱۰) و (۱۱) قابل محاسبه است [۲۰].

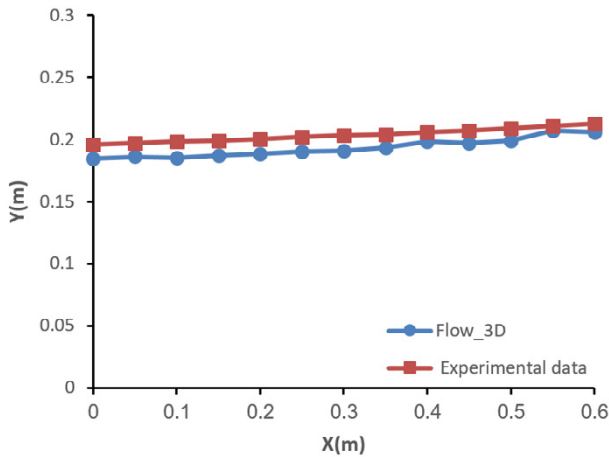
$$\alpha = \frac{\int (u^2 + v^2 + w^2) u \, dA}{V^3 A} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{\int u^2 \, dA}{V^2 A} \quad (11)$$

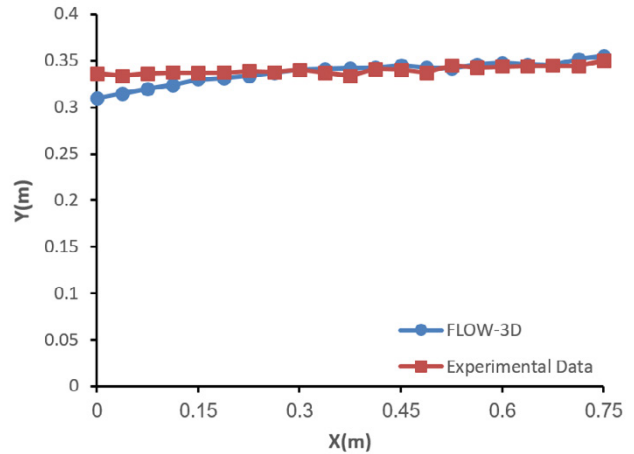
که در آن  $u$  و  $v$  و  $w$  به ترتیب مولفه های سرعت در راستای  $x$ ،  $y$ ،  $z$  و  $A$  سطح مقطع جریان می باشد. در مراجع مختلف

برای داده های جدید تولید شده مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

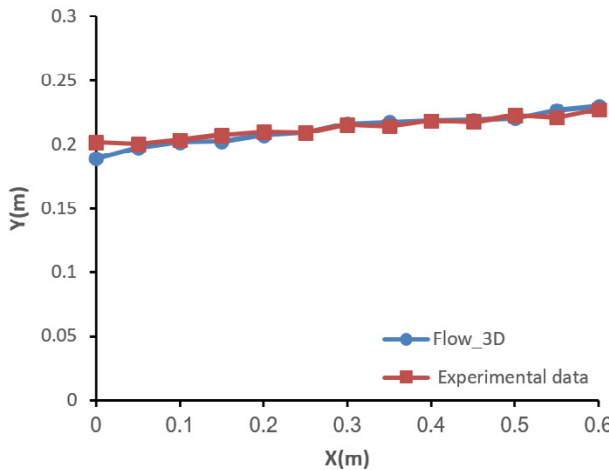
$\alpha$  و  $\beta$  تابع توزیع سرعت در مقطع جریان بوده و از آنجا که رابطه کلی در توزیع سرعت در کانالها در دسترس نمی باشد، لذا مبنای نظری دقیقی در تعیین  $\alpha$  و  $\beta$  وجود ندارد و این عوامل به صورت کلی تحت تاثیر عوامل موثر در توزیع سرعت در کانال می باشند ولی مسلماً مقدار  $\alpha$  همواره بزرگتر از  $\beta$  و هر دو بزرگتر از یک می باشند. بنابراین با بررسی عددی جریان در کانال می توان به نتایج



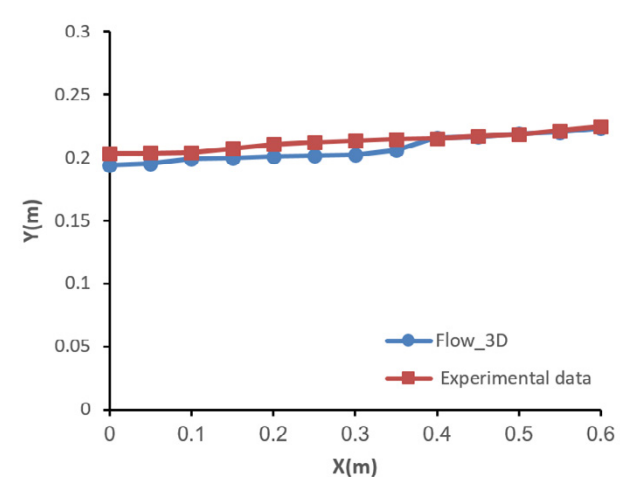
شکل ۱۲. روند تغییرات عمق در طول سرریز جانبی کلیدپیانویی برای آزمایش شماره (۷)  
 Fig. 12. Variation of flow depth along the rectangular side weir for test NO.7



شکل ۱۰. روند تغییرات عمق در طول سرریز جانبی مستطیلی برای آزمایش شماره (۵)  
 Fig. 10. Variation of flow depth along the rectangular side weir for test NO.5



شکل ۱۳. روند تغییرات عمق در طول سرریز جانبی کلیدپیانویی برای آزمایش شماره (۸)  
 Fig. 13. Variation of flow depth along the rectangular side weir for test NO.8



شکل ۱۱. روند تغییرات عمق در طول سرریز جانبی کلیدپیانویی برای آزمایش شماره (۶)  
 Fig. 11. Variation of flow depth along the rectangular side weir for test NO.6

۲-۴-۳- ضریب آبگذری جریان فوق بحرانی بر روی سرریزهای جانبی کلیدپیانویی  
 ۱-۲-۴-۳- تحلیل ابعادی

تحلیل ابعادی به دانستن متغیرهای بی بعد کمک می کند در واقع رابطی بین مدل و نمونه واقعی است. استفاده از روش تحلیل ابعادی، به همراه درک فیزیکی از مساله مورد نظر به تعیین پارامترهای تاثیرگذار و میزان تاثیر آن ها بر پارامتر هدف می گردد. در این تحقیق با در نظر گرفتن تئوری باکینگهام متغیرهای بی بعد حاصل و روابط

معمولا از مقادیر  $\nu$  و  $w$  بعلا مقدار نزدیک به صفر صرف نظر شده و رابطه آلفا بصورت رابطه (۱۲) در نظر گرفته می شود [۲۱-۲۲].

$$\alpha = \frac{\int u^3 dA}{V^3 A} \quad (12)$$

به این منظور سیزده سناریو، با مشخصات هندسی و هیدرولیکی متفاوت که عمده تفاوت در عدد فرود بالادست می باشد مطابق (جدول ۵) شبیه سازی شده است.

جدول ۵. مشخصات شبیه سازی های جدید جریان فوق بحرانی بر روی سرریز جانبی کلید پیانویی  
Table 5. Specifications of the new simulations of supercritical flow on the piano key side weirs

Sim. Name	$P(m)$	$b(m)$	$W(m)$	$\frac{W_i}{W_0}$	$Fr_1$	$Q_1(lit/s)$	$y_1(m)$
SIM-۰۱	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۱	۱/۲	۷۴/۵۶	۰/۱۶
SIM-۰۲	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۱	۱/۴۵	۱۰۵/۶	۰/۱۸
SIM-۰۳	۰/۱۵	۰/۶	۰/۶	۱	۱/۵	۳۰۲/۱۴	۰/۲۱
SIM-۰۴	۰/۱۵	۰/۳	۰/۶	۱	۱/۶	۲۰۴/۲۴	۰/۲۶
SIM-۰۵	۰/۱۵	۰/۹	۰/۶	۱	۱/۹	۴۲۱	۰/۱۸۳
SIM-۰۶	۰/۱۵	۰/۳	۰/۶	۱	۲	۱۶۸/۰۸	۰/۲
SIM-۰۷	۰/۱	۰/۳	۰/۷۵	۱	۲/۲	۱۴۴/۸	۰/۱۷
SIM-۰۸	۰/۱	۰/۳	۰/۶	۱	۲/۵	۱۲۳/۰۵	۰/۱۴
SIM-۰۹	۰/۲	۰/۳	۱/۵	۱	۳	۴۶۳/۲	۰/۳
SIM-۱۰	۰/۱۵	۰/۳	۰/۶	۱	۳/۲	۲۹۰	۰/۲۱
SIM-۱۱	۰/۲	۰/۳	۰/۶	۱	۳/۵	۴۱۱/۰۸	۰/۳۵
SIM-۱۲	۰/۱	۰/۳	۱	۱	۴	۱۰۷/۸۲	۰/۱۵
SIM-۱۳	۰/۱	۰/۳	۱/۵	۱	۴/۵	۳۳۶	۰/۱۷

عرض کلید خروجی ( $W_0$ ) و زاویه کلیدها نسبت به افق ( $\theta$ )

(د) مشخصات عمومی: شتاب ثقل ( $g$ )

براساس متغیرهای موجود نتیجه می‌شود:

$$\phi \left( \rho, \mu, \sigma, Q, g, H_0, L, W, W_i, \right. \\ \left. W_0, b, B_i, B_0, \theta, C_d \right) = 0 \quad (14)$$

براساس تئوری باکینگهام با ترکیب هر یک از متغیرها، یک متغیر

بی بعد حاصل می‌شود، بنابراین:

$$C_d = \phi_1 \left( \frac{V_1^2}{g y_1}, \frac{\mu}{\rho y_1 V_1}, \frac{\sigma}{\rho y_1 V_1}, \frac{P}{H_0}, \right. \\ \left. \frac{W_i}{W_0}, \frac{W}{b}, \frac{B_i}{B_0}, \theta \right) \quad (15)$$

در تحقیق حاضر شرایط زیر برای بررسی ضریب آبگذری بر روی

سرریز جانبی کلید پیانویی در مدل‌سازی مدنظر قرار گرفته است:

در مواقعی که عمق آب بیشتر از سه سانتی متر باشد می‌توان

از اثرات کشش سطحی آب صرف نظر نمود. در نتیجه پارامتر  $\sigma$  از

محاسبات حذف می‌شود. با توجه به آشننگی جریان تاثیر نیروی

مناسب بیان شده است.

از رابطه عمومی سرریزها برای محاسبه ضریب دبی بهره گرفته

شده است:

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} W H_0^{1.5} \quad (13)$$

از جمله متغیرهای موثر بر ضریب آبگذری سرریزهای جانبی کلید

پیانویی عبارتند از:

الف) مشخصات فیزیکی سیال: جرم مخصوص ( $\rho$ )، لزجت

دینامیکی ( $\mu$ ) و کشش سطحی ( $\sigma$ )

ب) مشخصات هیدرولیکی جریان: عمق آب در بالادست

سرریز ( $y_1$ )، سرعت جریان کانال در بالادست سرریز ( $V_1$ )، دبی

در کانال اصلی در بالادست سرریز ( $Q_1$ ) و دبی عبوری از روی

سرریز جانبی ( $Q_w$ )

ج) مشخصات هندسی کانال و سرریز: طول بازشدگی سرریز

( $W$ )، ارتفاع سرریز ( $P$ )، عرض کانال اصلی ( $b$ )، ارتفاع معادل

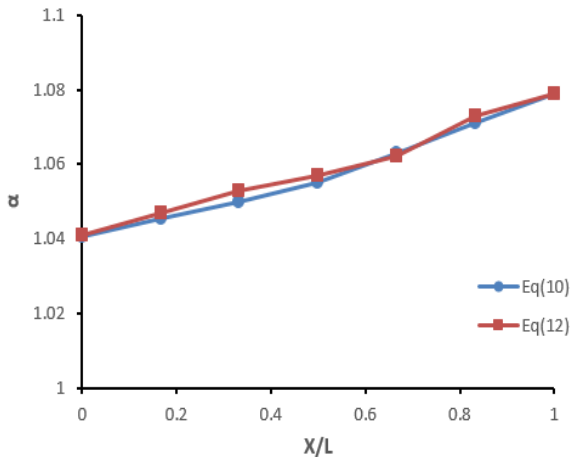
انرژی بالای تاج سرریز ( $H_0$ )، طول سازه کنسولی بالادست ( $B_i$ )،

طول سازه کنسولی پایین دست ( $B_0$ )، عرض کلید ورودی ( $W_i$ )،

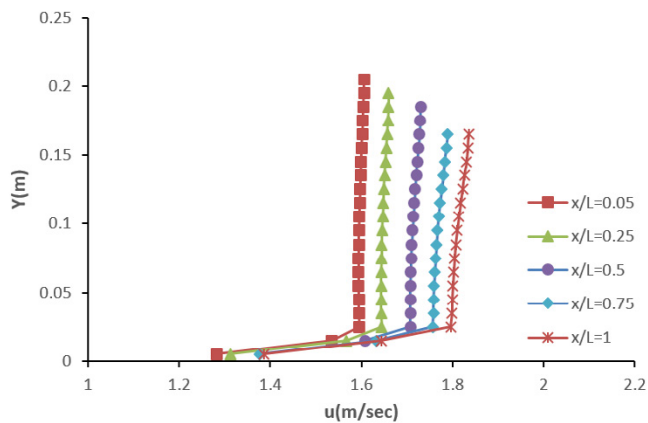


جدول ۶. مشخصات هندسی و هیدرولیکی سرریزهای جانبی کلیدپیانویی شبیه سازی شده  
Table 6. Geometrical and hydraulic characteristics of Simulated piano key side weirs

$\frac{P}{H_0}$	$\frac{W}{b}$	$Fr_1$	$Q_1 (lit / s)$	$b (m)$	$P (m)$	$\theta$	تعداد آزمایش‌ها
۰/۴۲-۰/۹۶	۰/۲-۳	۱/۲-۳	۷۸-۳۱۰	۰/۹، ۰/۶، ۰/۳	۰/۲، ۰/۱۵، ۰/۱۰	۰-۱۵۰	۶۰



شکل ۱۴. مقایسه تغییرات ضریب آلفا در طول سرریز جانبی کلید پیانوئی برای حالت‌های حذف  $v, w$  معادله (۱۰)، و معادله (۱۲) برای SIM-03  
Fig. 14. Comparison of the variations in the alpha coefficient along the opening piano key side weir for the elimination states  $v, w$  of equation (10), and equation (12) for SIM-03



شکل ۱۵. تغییرات توزیع سرعت در عمق برای مقاطع مختلف در امتداد سرریز جانبی کلیدپیانویی برای SIM-03  
Fig. 15. Variations of velocity distribution across depth for different sections along piano key side weir for SIM-03

همچنین بررسی توزیع سرعت در عمق می‌تواند به شناخت جریان از جمله تعیین مقادیر ضرایب تصحیح انرژی جنبشی و اندازه حرکت

لزجت در مقایسه با نیروی جاذبه کوچک است، بنابراین پارامترهای  $\mu$  و  $\rho$  از محاسبات حذف گردیده‌اند [۲۳-۲۴]. در همه مدل‌ها، عرض کلیدهای ورودی و خروجی ( $W_i = W_0$ ) و طول سازه های کنسولی بالادست و پایین دست ( $B_0 = B_i$ ) برابر در نظر گرفته شده است.

$$C_d = \phi_2 \left( Fr_1^2, \frac{P}{H_0}, \frac{W}{b}, \theta \right) \quad (16)$$

در ادامه این تحقیق، تاثیر پارامترهای فوق بر عملکرد هیدرولیکی سرریزهای جانبی کلیدپیانویی مورد بررسی قرار گرفته و منحنی‌ها و روابط طراحی این سرریزها ارائه خواهند شد. به منظور بررسی پارامترهای موثر بر ضریب آبگذری، در (جدول ۶) بازه تغییرات هندسی و هیدرولیکی سرریزهای مورد مطالعه نشان داده شده است. زاویه کلید،  $P$  ارتفاع سرریز،  $W$  عرض سرریز،  $b$  عرض کانال اصلی،  $Fr_1$  عدد فرود در بالادست سرریز،  $H_0$  ارتفاع معادل انرژی بالای تاج سرریز است.

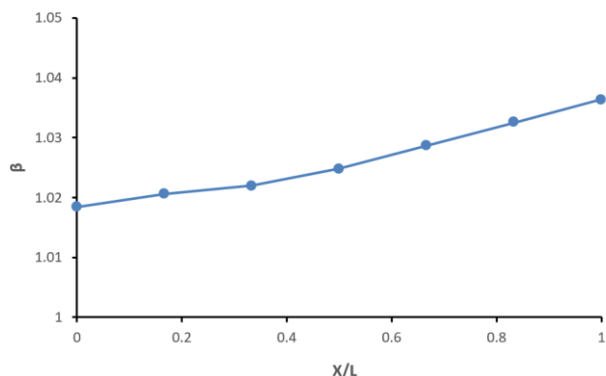
#### ۴ - نتایج و بحث

##### ۴-۱- بررسی ضرایب آلفا و بتا

در حالت سه بعدی ضرایب تصحیح انرژی جنبشی و اندازه حرکت از روابط (۱۰) و (۱۱) قابل محاسبه می‌باشند. بعنوان نمونه برای SIM-03 از (جدول ۵) توزیع سرعت در عمق در کانال اصلی، تغییرات ضریب تصحیح انرژی و اندازه حرکت در طول سرریز جانبی در اشکال (۱۴) تا (۱۷) نشان داده شده است. شایان ذکر است برای بقیه سناریوها نتایج شبیه سازی مشابه این نمونه مورد بررسی قرار گرفته است.

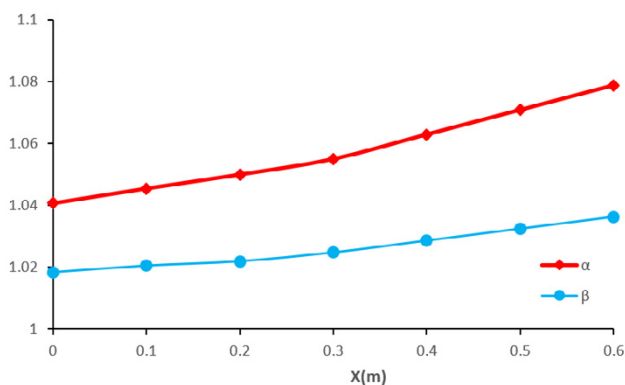
در (شکل ۱۴) تطابق مقادیر ضریب آلفا بدست آمده از معادلات (۱۰) و (۱۲) نشان می‌دهد که حذف  $v$  و  $w$  تاثیری بر محاسبه ضریب آلفا نداشته و در حالت کلی قابل نظر کردن می‌باشد.





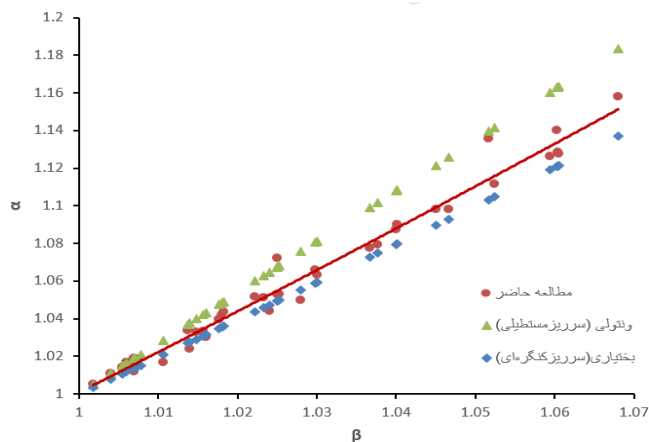
شکل ۱۶. تغییرات ضریب بتا در طول سرریز جانبی کلیدپیانویی برای SIM-03

Fig. 16. Variation of the beta coefficient along piano key side weir for SIM-03



شکل ۱۷. تغییرات ضریب آلفا و بتا در طول سرریز جانبی کلیدپیانویی برای SIM-03

Fig. 17. Variation of the alpha and beta coefficients along piano key side weir for SIM-03



شکل ۱۸. روند تغییرات آلفا نسبت به بتا در طول سرریز جانبی کلید پیانویی برای جریان فوق بحرانی

Fig. 18. The trend of  $\alpha$  versus  $\beta$  along the piano key side weirs for the super critical flows

کمک کند. مطابق (شکل ۱۵) به علت آشفتگی در جریان فوق بحرانی توزیع سرعت به حالت یکنواخت نزدیک تر می باشد.

نتایج حاصل شده نشان می دهد که تغییرات  $\alpha$  و  $\beta$  در طول سرریز جانبی کلید پیانویی برای جریان فوق بحرانی افزایشی می باشد. که با نتایج ارائه شده برای سرریز جانبی مستطیلی توسط ال خشاب (۱۹۷۵) و بختیاری (۱۳۹۱) مطابقت دارد و با نتایج ونتولی (۲۰۰۸) مغایر است.

#### ۴-۱-۱- رابطه بین آلفا و بتا

تغییرات مقادیر آلفا بر حسب بتا برای تمامی نتایج شبیه سازی (جدول ۵)، مطابق (شکل ۱۸) نمایش و با هم مقایسه شده است. براساس نتایج مطالعه‌ی حاضر، برای تغییرات بین ضریب  $\beta$  و  $\alpha$  رابطه‌ی زیر با  $R^2 = 0.98$  (ضریب همبستگی) پیشنهاد می شود:

$$\alpha = \beta^{2.12} \quad (17)$$

نکته قابل توجه در این بخش آن است که اگر چه تعداد زیادی از نقاط شبیه سازی،  $\alpha$  و  $\beta$  نزدیک به یک دارند ولی نتایج حاصل از شبیه سازی حاکی از آن است که نمی توان ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  بصورت کلی عدد یک در نظر گرفت.

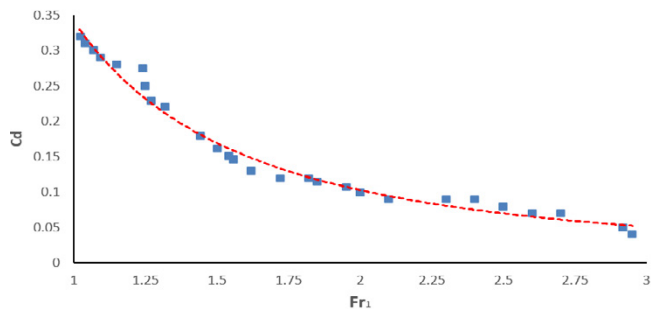
#### ۴-۲- ضریب دبی

برای محاسبه ضریب دبی بر روی سرریزهای جانبی روش های مختلفی وجود دارد که روش دی ماریچی یکی از معمول ترین آنهاست اما با توجه به پراکندگی زیاد داده ها در روش دی ماریچی از یک طرف و فرضیات ساده کننده ای در استخراج معادلات از طرف دیگر، در این تحقیق از روش اشمیت برای نمایش ضریب دبی استفاده شده است. روش اشمیت بر پایه ثابت بودن انرژی مخصوص در طول سرریز جانبی. شایان به ذکر است برای محاسبه مقدار ضریب دبی از مقدار متوسط ارتفاع معادل انرژی بالای تاج بالادست و پایین دست بر روی سرریز  $(\frac{H_1 + H_2}{2})$  در رابطه سرریز مستقیم استفاده شده است. (شکل ۱۹) تغییرات انرژی مخصوص در ابتدا و انتها سرریز را نشان می دهد.

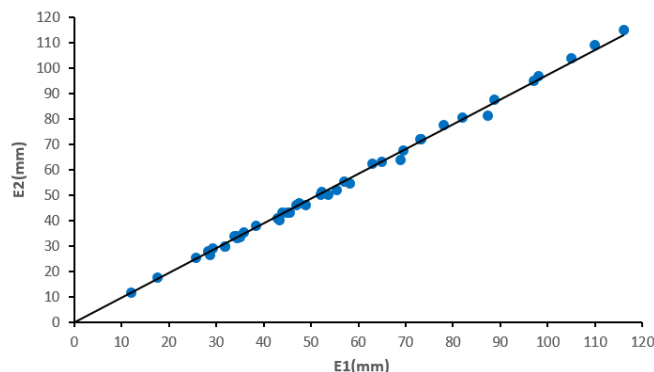
پس از بررسی نتایج فوق، مقدار متوسط درصد کاهش انرژی

$$E\% = \frac{100}{n} \sum \frac{|\Delta E|}{E_1} = \frac{100}{60} \times 1.87 = 3.12$$

مخصوص در طول سرریز جانبی است.



شکل ۲۰. تغییرات ضریب دبی برحسب عدد فرود  
Fig. 20. Variation of the discharge coefficient with Froude number



شکل ۱۹. مقادیر انرژی مخصوص در ابتدا و انتها سرریزهای جانبی کلید پیانویی  
Fig. 19. Values of the specific energy at the beginning and end of the piano key side weirs

جدول ۷. ارتباط بین پارامترهای مورد مطالعه با ضریب دبی

Table 7. Relation between the studied parameters and the discharge coefficient

ضریب همبستگی ( $R^2$ )	رابطه پارامتر با ضریب دبی	متغیر	
۰/۹۷	$C_d = 0.1Fr_1^2 - 0.52Fr_1 + 0.73$	$Fr$	(۱۸)
۰/۹۴	$C_d = \left(\frac{P}{H_0}\right)^2 - 1.94\left(\frac{P}{H_0}\right) + 0.98$	$\frac{P}{H_0}$	(۱۹)
۰/۹۴	$C_d = 0.05\left(\frac{W}{b}\right)^2 - 0.25\left(\frac{W}{b}\right) + 0.4$	$\frac{W}{b}$	(۲۰)

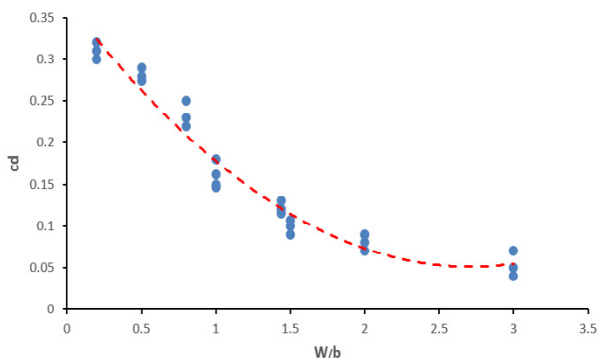
نتایج شبیه‌سازی نرم‌افزار مشاهده می‌شوند.

(شکل ۲۱) تغییرات ضریب دبی را نسبت به  $\frac{P}{H_0}$  نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش نسبت  $\frac{P}{H_0}$  ضریب دبی در جریان فوق بحرانی بر روی سرریزجانبی کلیدپیانویی کاهش پیدا می‌کند. چنانچه نقاط توسط یک منحنی برازش شوند، به کمک منحنی می‌توان تغییرات ضریب دبی نسبت به  $\frac{P}{H_0}$  را برآورد کرد. تغییرات ضریب دبی نسبت به  $\frac{W}{b}$  در (شکل ۲۲) نشان داده شده است. با توجه به (شکل ۲۲) می‌توان نتیجه گرفت که در کانال با عرض کمتر جریان محدودتری می‌تواند از سرریز تخلیه شود و دبی سرریزجانبی را کاهش خواهد داد. همچنین برای یک دبی ثابت با عمق مشخص، جریان در کانال باریکتر سرعت و در نتیجه عدد فرود بیشتری دارد که خود از عوامل کم شدن ضریب دبی می‌باشد. به کمک منحنی برازش شده نقاط می‌توان تغییرات ضریب دبی نسبت به  $\frac{W}{b}$  را تخمین

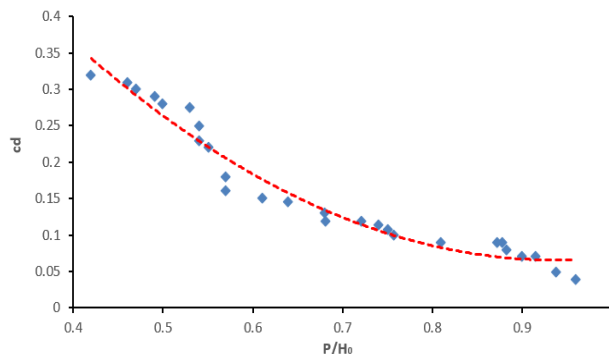
با توجه به تغییرات اندک موجود، فرض  $E_1 = E_2$  را در جریان‌های فوق بحرانی پذیرفته و تحلیل نتایج را با استفاده از روش اشمیت دنبال می‌کنیم.

#### ۴-۲-۱- مطالعه تاثیر پارامترهای مختلف بر مقدار $C_d$

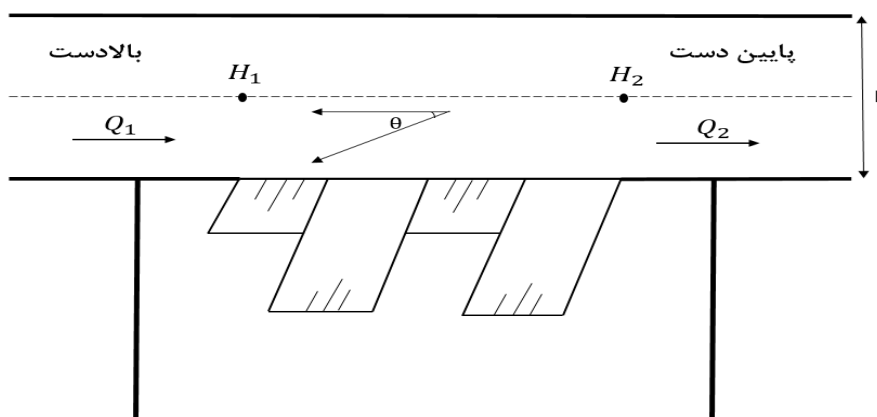
(شکل ۲۰) تغییرات ضریب دبی را نسبت به عدد فرود بالادست نشان می‌دهد. با توجه به زیاد شدن سرعت و عدد فرود، انرژی جنبشی جریان در جهت کانال اصلی زیاد بوده و جریان ثانوی فرصت محدودتری برای شکل‌گیری و سرریز شدن از سرریز جانبی را دارد در نتیجه همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش عدد فرود مقدار ضریب دبی کاهش پیدا می‌کند. اگر تابع ضریب دبی برحسب عدد فرود را بصورت تابع درجه دو در نظر بگیریم، معادله (۱۸) را در (جدول ۷) می‌توان پیشنهاد نمود. همچنین در (شکل ۲۰) نقاط بدست آمده از



شکل ۲۲. تغییرات ضریب دبی بر حسب  $W/b$   
 Fig. 22. Discharge coefficient changes versus to with  $W/b$



شکل ۲۱. تغییرات ضریب دبی بر حسب  $P/Ho$   
 Fig. 21. Discharge coefficient changes versus to with  $P/Ho$



شکل ۲۳. طرح شماتیک از مشخصات هندسی کانال اصلی و سرریز  
 Fig. 23. Schematic view of geometrical characteristic of the main channel and the side weir

حالات یکسان می‌باشد. بررسی عملکرد سرریزها حاکی از آن است که بیشترین دبی عبوری در هر سه حالت زاویه ۱۲۰ درجه می‌باشد. علت اصلی این افزایش دبی عبوری از سرریزها در زاویه ۱۲۰ درجه همراستا بودن خطوط جریان با کلیدهای سرریز می‌باشد. در آزمایش‌های حاضر خطوط جریان حدوداً با زاویه ۳۰ درجه از کانال خارج می‌شود لذا وقتی که زاویه سرریز ۱۲۰ درجه است زاویه خطوط جریان و لبه سرریز حدوداً ۹۰ درجه می‌شود که باعث حداکثر دبی عبوری در واحد طول سرریز می‌شود. لذا بعد از ۱۲۰ درجه ضریب دبی روند کاهشی دارد.

#### ۴-۲-۳- رابطه پیشنهادی برای محاسبه ضریب دبی

در این قسمت تلاش شده است تا براساس نتایج بدست آمده، رابطه‌ای جهت تعیین ضریب دبی سرریزهای جانبی کلیدپیانویی برای جریان فوق بحرانی به کمک نرم‌افزار SPSS ارائه گردد.

زد. معادلات (۱۹) و (۲۰) نشان‌دهنده ارتباط بین پارامترهای مورد مطالعه و ضریب دبی است.

#### ۴-۲-۲- تاثیر تغییر زاویه قرارگیری سرریز بر روی ضریب دبی

در این بخش با تغییر در زاویه قرارگیری سرریزها سعی در انتخاب بهینه‌ترین سرریز خواهیم بود، برای این منظور سرریزهای کلیدپیانویی با مشخصات هندسی، مطابق (جدول ۶) شبیه‌سازی شده است که سه دبی ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ (لیتر برثانیه) وارد کانال اصلی شده و دبی عبوری از سرریز محاسبه شده است. نتایج شبیه سازی در (شکل ۲۴) نشان داده شده است.

تاثیر زوایای مختلف در سرریزهای جانبی کلیدپیانویی مورد بررسی قرارگرفت. تفاوت سرریزهای مورد بررسی تنها در زوایای قرارگیری بوده و مشخصات هندسی سرریز و کانال اصلی در تمامی

دقت قابل قبولی و حداکثر ۱۰٪± خطا نسبت به مقادیر اندازه گیری شده محاسبه می‌کند.

### ۵- نتیجه گیری

۱- بررسی نتایج صحت‌سنجی، قابلیت خوب نرم‌افزار FLOW\_3D در مدل‌سازی سرریزهای جانبی کلید پیانویی را نشان می‌دهد.

۲- روند تغییرات  $\alpha$  و  $\beta$  در طول سرریز جانبی کلید پیانویی برای جریان فوق بحرانی در این تحقیق صعودی می‌باشد که با نتایج ال‌خساب و بختیاری مطابقت دارد اما با نتایج ارائه شده توسط ونتولی مغایر است.

۳- رابطه تغییرات ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  برای سرریز جانبی کلید پیانویی در جریان فوق بحرانی پیشنهاد شد.

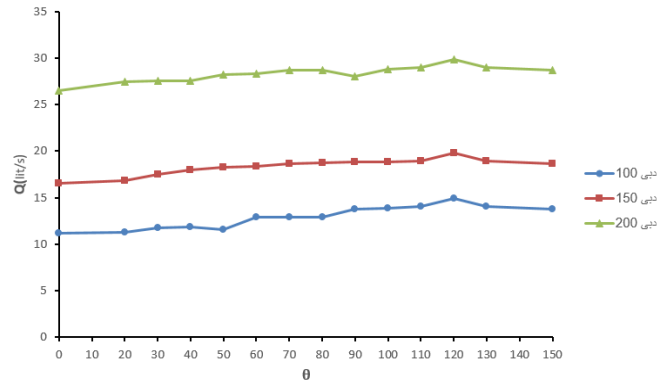
۴- در سرریزهای جانبی کلید پیانویی با افزایش عدد فرود ضریب دبی کاهش می‌یابد.

۵- با توجه به شبیه‌سازی‌های انجام شده بر روی سرریزهای جانبی کلید پیانویی مورب با عرض بازشدگی ثابت، سرریز کلید پیانویی با زاویه ۱۲۰ درجه نسبت به افق، بیشترین دبی عبوری را نشان داد که افزایش دبی آن نسبت به سرریز جانبی مستطیلی بیش از ۲۰٪ می‌باشد.

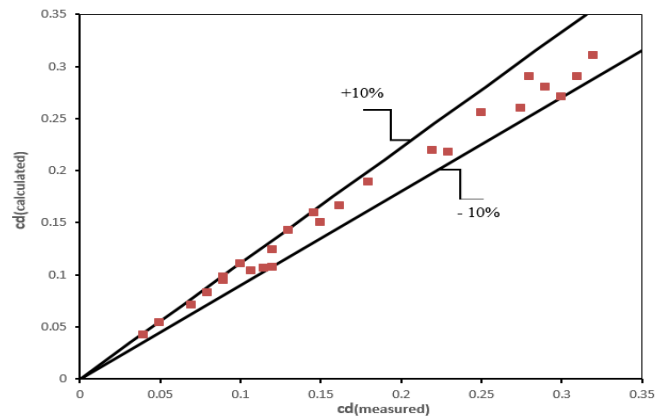
۶- رابطه جدیدی برای تعیین ضریب دبی در جریان فوق بحرانی بر روی سرریز جانبی کلید پیانویی ارائه شد.

### فهرست علائم

علائم انگلیسی	
A	سطح مقطع آب $m^2$
b	عرض کانال m
P	ارتفاع سرریز m
B	عرض سرریز m
$C_m$	ضریب دبی ماریچی
$C_d$	ضریب دبی اشمیت
$\gamma$	عمق آب m
W	عرض بازشدگی W



شکل ۲۴. تغییرات دبی عبوری از سرریز جانبی کلید پیانویی با زوایای مختلف برای مقادیر مختلف دبی کانال اصلی  
Fig. 24. Variation of diverted flow discharge with different angles of the piano key side weirs for different main channel discharge



شکل ۲۵. مقایسه مقادیر  $C_d$  بدست آمده از شبیه‌سازی و محاسبه شده با رابطه (۲۱)  
Fig. 25. Comparison between the obtained values from simulation and equation (21)

این رابطه عبارت است از :

$$C_d = -0.8 + (Fr_1)^{-0.65} + 0.37 \left( \frac{P}{H_0} \right) + 0.1 \left( \frac{W}{b} \right) - 0.12\theta \quad (21)$$

ضریب همبستگی نقاط شبیه‌سازی شده نسبت به معادله (۲۱) برابر ۰/۹۸ می‌باشد.

به منظور دستیابی به خطا معادله (۲۱) در تعیین ضریب دبی سرریزهای جانبی کلید پیانویی، مقایسه‌ای بین مقادیر اندازه‌گیری شده و محاسبه شده  $C_d$ ، انجام پذیرفت که در شکل (۲۵) ارائه شده است. این شکل نشان می‌دهد که معادله پیشنهادی، ضریب دبی با

- on a straight channel, Journal of irrigation and drainage engineering, 138(8) (2012) 766-772.
- [2] V.T. Chow, Open Channel Hydraulics, New York, McGraw-Hill Book Company, Inc, 1959.
- [3] K. Subramanya, Flow in Open Channels, Tata McGraw-Hill, New Delhi, India, 2008.
- [4] A. Das, Spatially varied flow over an embankment side weir, Journal of irrigation and drainage engineering, 123(4) (1997) 314-317.
- [5] A.keshavarzi, A. R. Fararooi ,T.Honar, Hydraulic of flow over side weir in open-end and close-end conditions, Irrig Sci, (2001)
- [6] M.R.J, S. M. Borghei, M. Ghodisan, Discharge coefficient for sharp-crested side weir in subcritical flow, Journal of Hydraulic Engineering, (1999).
- [7] M. Ghodsian, Flow over triangular side weir, Scientia Iranica, 11(1) (2004).
- [8] P.K. Swamee, S.K. Pathak, M.S. Ali, Side-weir analysis using elementary discharge coefficient, Journal of irrigation and drainage engineering, 120(4) (1994) 742-755.
- [9] M. Ghodsian , Supercritical flow over a rectangular side weir, Canadian Journal of Civil Engineering, 30(3) (2003) 596-600.
- [10] M. Parhizgari, Provide design relationships on rectangular lateral overflows in combined sewage pipes using laboratory results, Masters thesis, Power and water university of technology, Tehran, Iran,(2006). (In Persian)
- [11] M.E. Emiroglu, E. Ikinciogullari, Determination of discharge capacity of rectangular side weirs using Schmidt approach, Flow Measurement and Instrumentation, 50 (2016) 158-168.
- [12] M. Schmidt, Zur Frage des Abflusses über Streichwehre: eine kritische Betrachtung der bekanntesten Berechnungsverfahren und Versuche im Zusammenhang mit eigenen Versuchen, Institut für Wasserbau der Techn. Univ., 1954.(In Germany)
- [13] A. El-Khashab, K.V. Smith, Experimental investigation of flow over side weirs, Journal of the Hydraulics Division, 102(9) (1976) 1255-1268.
- |                                      |              |
|--------------------------------------|--------------|
| عرض کلید ورودی m                     | $W_i$        |
| عرض کلید خروجی m                     | $W_0$        |
| عرض پی در سرریز m                    | $B_b$        |
| طول سازه کنسولی بالادست m            | $B_i$        |
| طول سازه کنسولی پایین دست m          | $B_0$        |
| انرژی مخصوص m                        | $E$          |
| عدد فرود                             | $Fr$         |
| شتاب ثقل $m/s^2$                     | $g$          |
| ارتفاع معادل انرژی بالای تاج سرریز m | $H_0$        |
| دبی در کانال اصلی $m^3/s$            | $Q$          |
| ضخامت دیوار m                        | $T_s$        |
| شتاب جرم                             | $G$          |
| سرعت در جهت X $m/s$                  | $u$          |
| سرعت در جهت Y                        | $v$          |
| سرعت در جهت Z                        | $w$          |
|                                      | علائم یونانی |
| ضریب تصحیح انرژی                     | $\alpha$     |
| ضریب تصحیح اندازه حرکت               | $\beta$      |
| چگالی $kg/m^3$                       | $\rho$       |
| لزجت دینامیکی $m^2/s$                | $\mu$        |
| تنش برشی Pa                          | $\tau$       |
| زاویه کلیدها                         | $\theta$     |
- زیر نویس**
- 1 بالادست سرریز
- 2 پایین دست سرریز
- مراجع**
- [1] A. Parvaneh, S. Borghei, M. Jalili Ghazizadeh, Hydraulic performance of asymmetric labyrinth side weirs located

- key, labyrinth, and linear types, Journal of Hydraulic Engineering, 144(12) (2018).
- [20] W. Hager, Hydraulic of Distribution channels, International Association for Hydraulic of Research 20th IAHR congress, vol.6, Moscow,(1982).
- [21] J.D. Fenton, On the energy and momentum principles in hydraulics, in: Proc. 31st Congress IAHR, Seoul, 2005, pp. 625-636.
- [22] O. Castro-Orgaz, W.H. Hager, Subcritical side-weir flow at high lateral discharge, Journal of Hydraulic Engineering, 138(9) (2012) 777-787.
- [23] F. Henderson, Open Channel Flow McMillan Publ. Co, Inc., New York, (1966).
- [24] P. Novak, V. Guinot, A. Jeffrey, D.E. Reeve, Hydraulic modelling: An introduction: Principles, methods and applications, CRC Press, 2018.
- [14] M. Venutelli, Method of solution of nonuniform flow with the presence of rectangular side weir, Journal of irrigation and drainage engineering, 134(6) (2008) 840-846.
- [15] A. Bakhtiari, Investigation of Labyrinth Side-Weirs Discharge Coefficient with Different Plans by FLOW-3D Software, Masters thesis, Power and water university of technology, Tehran, Iran(2013). (In Persian)
- [16] M. Seylsepour, Numerical study on the characteristics of the flow over side weirs, Masters thesis, Payame Noor University, Tehran, Iran(2014). (In Persian)
- [17] FLOW-3D Help, Ver11.2.2, Flow science Inc,(2017).
- [18] M.R.Jalili Qazizadeh, Laboratory examination of lateral overflows, Masters thesis, Sharif university of technology, Tehran, Iran,(1994).(In Persian).
- [19] M. Karimi, J. Attari, M. Saneie, M.R. Jalili Ghazizadeh, Side weir flow characteristics: comparison of piano

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A.A. Mohammadali Pourahari., M.R. Jalili Ghazizadeh, J. Attari, M. Karimi, A numerical study on the behavior of a supercritical flow over piano key side weirs, Amirkabir J. Civil Eng., 52(11) (2021) 2913-2930.

DOI: 10.22060/ceej.2019.16228.6160

