



Nonlinear Free Vibration Analysis of Granular Soil Layer Using Perturbation Technique

A. Shirzad, A. Hamidi, S. A. A. Hosseini*

Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

ABSTRACT: In this study, an experimental model has been proposed to determine the dynamic deformation properties of cemented and non-cemented granular soils and then the natural frequency of one-layered, homogeneous and horizontal surface alluvium under the influence of one-dimensional free vibration was studied. The proposed model is very compatible with laboratory results in a wide range of granular soils. The natural frequency of a one-degree-of-freedom system was determined analytically, and the results showed that it has careful accuracy. The analytical method to determine the response of a one-degree-of-freedom system has a very good agreement with the numerical method such as the Runge-Kutta method. In the present study, considering the one-layered alluvium as a one mass system and nonlinear spring and nonlinear damping, a clear solution of this system of a one-degree-of-freedom has been proposed. On the other hand, the natural frequency can not only be a function of the depth of the alluvium layer and can be considered as a function of time.

Review History:

Received: Dec. 27, 2019
Revised: Feb. 17, 2020
Accepted: May. 13, 2020
Available Online: Sep. 12, 2020

Keywords:

Perturbation techniques
Natural frequency
Nonlinear effects
Experimental formulations
One-layer deposit surface response

1. INTRODUCTION

The response of the soil layer during seismic vibrations is affected by local soil conditions. Recent destructive earthquakes have shown that topography, bedrock nature, and the nature and geometry of sedimentary soils are the main factors that have a significant effect on soil layer excitation. The characteristics of the local soil can affect the characteristics of the earthquake force on the structure.

Deep deposits of primarily dense granular material can significantly amplify ground motions. The 1967 Caracas, Venezuela earthquake, which provided undisputed evidence of the effect of "local soil conditions" on structural response, was also the first event to focus attention on the amplification potential of stiff soils [1].

The perturbation method has been used to analyze the ground's response as a direct solution of the equation of motion of one-degree-of-freedom in the time domain to determine the natural frequency of a one-layer system. One of the strongest methods in this technique is the multiple scales method, which has been widely used in nonlinear vibration problems [2].

The references [3-6] were able to convert nonlinear equations into a set of linear equations using the perturbation parameters. This method has been widely used to calculate the problems in geotechnical engineering.

The behavior of soil layers against seismic excitations

on bedrock can be linear or nonlinear. Assessing the ground's response to nonlinear methods requires appropriate information about soil properties, and on the other hand, it requires appropriate methods that can analyze and evaluate the mathematical model of the soil layer.

In this paper, by creating a suitable mathematical model to determine the values of G/G_{max} and D , it is tried to form a differential equation governing the one-dimensional motion of the site in free vibration mode by considering the nonlinear effects of soil layer on the properties of dynamic deformation. Then, the equation governing the one-degree-of-freedom system is analyzed using the perturbation technique (multiple time scale method), and as a result, the non-linear natural frequency of the one-degree-of-freedom system is determined in analytical form. The response obtained from the perturbation technique was compared with the response obtained from the Runge-Kutta method.

2. METHODOLOGY

The equation governing the mean curve behavior of the damping ratio and the normalized shear modulus for cemented and Non-cemented soil can be introduced as follows:

$$G / G_{max} = (a * \gamma + b) / (\gamma + c) \quad (1)$$

$$D (\%) = (a * \gamma + b) / (\gamma + c) \quad (2)$$

*Corresponding author's email: ali.hosseini@khu.ac.ir



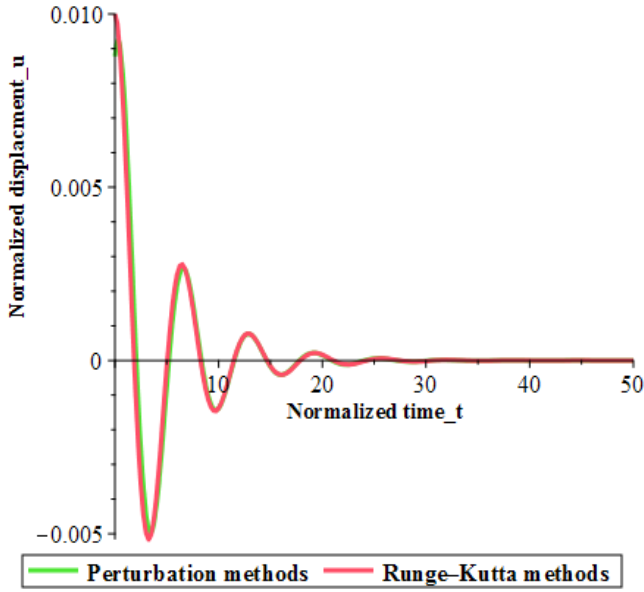


Fig. 1. Comparison of the results of non-linear site response analysis with numerical integration methods of the equation of motion and analytical method of perturbation

The perturbation method is inherently based on the presence of small and large parameters in the problem, known as the perturbation values. In other words, the perturbation method uses the perturbation values to convert nonlinear problems to a certain number of linear problems so that it can solve the nonlinear problem as a set of solved linear problems. The perturb parameters are the basis of this method. In addition, the multiple scale method uses multiple time scales to convert nonlinear to linear equations.

The equation for the dynamic equilibrium governing the motion of a one-degree-of-freedom system, in its dimensionless form, will be as follows:

$$\ddot{u} + [\mu_2 u^2 + \epsilon \mu_1 u + \epsilon^2 \mu_0] \dot{u} + [S_3 u^3 + S_2 u^2 + S_1 u] = 0 \quad (3)$$

To obtain an approximate complete response of (u) with a series of small parameters (ϵ) we will have the following:

$$u(T_0, T_1, T_2) = \dot{\partial} u_1(T_0, T_1, T_2) + \dot{\partial}^2 u_2(T_0, T_1, T_2) + \dot{\partial}^3 u_3(T_0, T_1, T_2) \quad (4)$$

3. RESULTS AND DISCUSSION

The response of the nonlinear amplitude and the phase angle is considered in Eq. (5) by considering the nonlinear effects:

$$a(T_2) = \frac{2 \sqrt{\left[\frac{(a_0^2 \mu_2 + 4 \mu_0) e^{\mu_0 T_2}}{a_0^2} - \mu_2 \right] \mu_0}}{(a_0^2 \mu_2 + 4 \mu_0) e^{\mu_0 T_2} - \mu_2} \quad (5)$$

$$\beta(T_2) = \frac{1}{6 \mu_2} \left[\begin{aligned} &(-10 S_2^2 + 9 S_3) \ln \left[\frac{(a_0^2 \mu_2 + 4 \mu_0) e^{\mu_0 T_2}}{a_0^2} - \mu_2 \right] + (10 S_2^2 - 9 S_3) \ln \left(\frac{\mu_0}{a_0^2} \right) \\ &+ (10 S_2^2 - 9 S_3) \ln \left(e^{\mu_0 T_2} \right) + (20 S_2^2 - 18 S_3) \ln(2) + 6 \beta_0 \mu_2 \end{aligned} \right]$$

The analytical response is approximately the response of the alluvium substrate with the assumption of nonlinear stiffness and damping. To get the natural nonlinear frequency and free vibration response of the site, it is enough to have accurate information about the condition of the problem. In Fig. 1, numerical solutions by integrating the equation of motion using the Runge-Kutta method were compared with the analytical solution by using the perturbation method. Fig. 1 shows the results of the site's one-dimensional nonlinear response analysis for one-layer alluvium by perturbation method and the solution of the differential equation of motion by using the Runge-Kutta method in free vibration mode so that they are in good agreement with each other. The natural frequency can be considered variable according to its concept and the nature of the soil layer that changes in stiffness and damping during vibration.

(6)

$$\omega = \frac{1}{6t \mu_2} \left[\begin{aligned} &10 \ln(4e^{\mu_0 t}) S_2^2 - 10 \ln \left(\frac{e^{\mu_0 t} (a_0^2 \mu_2 + 4 \mu_0) - a_0^2 \mu_2}{a_0^2} \right) S_2^2 \\ &+ 10 \ln \left(\frac{\mu_0}{a_0^2} \right) S_2^2 - 9 \ln(4e^{\mu_0 t}) S_3 \\ &+ 9 \ln \left(\frac{e^{\mu_0 t} (a_0^2 \mu_2 + 4 \mu_0) - a_0^2 \mu_2}{a_0^2} \right) S_3 - 9 \ln \left(\frac{\mu_0}{a_0^2} \right) S_3 \\ &+ 6t \mu_2 \end{aligned} \right]$$

4. CONCLUSION

In this paper, the perturbation method is used to provide an analytical formulation to determine the surface response of one-layer grain alluvium by considering hysteresis and nonlinear effects during free vibration. The natural frequency of the alluvium layer, in addition to the effect of parameters such as confining pressure (P_ρ), is a function of the time of vibrations, and the natural frequency becomes convergent to one after a sufficient time. Also, to determine the natural frequency of the alluvium layer based on the specifications of the desired layer, an analytical formulation was provided for it. On the other hand, an experimental formulation based on nonlinear regression of experimental data has been used to estimate the damping ratio and shear stiffness of cemented and non-cemented granular soils. The formulation used using the Taylor series to the approximately the third time around the zero points has become a polynomial concerning the u -displacement. For many studies, this polynomial approximates the shear stiffness and damping ratio for most previous studies of researchers to the shear strain of 0.1%. To verify, the perturbation method was compared with the Runge-Kutta method and it was observed that the perturbation method with the Runge-Kutta method in free vibration mode has a very good agreement. To perform one-dimensional analysis and provide an analytical formulation for site response, natural frequency and response amplitude of alluvium layer, it was assumed that the desired layer is a semi-infinite, homogeneous and non-elastic space. On the other hand, it was assumed that $\partial u / \partial y$ was linear and that the deformations in the vertical direction were not considered. The most important results are as follows:

1. Using regression analysis, the experimental model to estimate and evaluate the shear modulus and the damping ratio of cemented and non-cemented soils was established. To consider the effect of cement percentage, the void ratio, the confining pressure was determined using three constants.

2. Using the perturbation technique, it was found that it would be possible to determine the response of the one-layer alluvium surface as a one-degree-of-freedom system with a nonlinear spring and a nonlinear damper to a satisfactory extent. By comparing the results of the analysis with the perturbation method and the numerical method, it is possible to understand this issue.

3. As the depth of the alluvial layer increases, the natural frequency decreases. This change in natural frequency is in very good compatibility with the relationship obtained by solving the wave propagation equation in the homogeneous elastic medium.

REFERENCES

- [1] Pestana, J. M. and L. A. Salvati (2006). "Small-strain behavior of granular soils. I: Model for cemented and uncemented sands and gravels." *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 132(8): 1071-1081.
- [2] Nayfeh, A. H. (2011). *Introduction to perturbation techniques*, John Wiley & Sons.
- [3] Zhao, M.-h., He, W., & Wang, H.-h. (2007). Perturbation analysis on post-buckling behavior of pile. *Journal of Central South University of Technology*, 14(6), 853-857.
- [4] Hambleton, J., & Sloan, S. (2011). Coordinate perturbation method for upper bound limit analysis. Paper presented at the 2nd International symposium on computational geomechanics, Dubrovnik.
- [5] Hambleton, J., & Sloan, S. (2013). A perturbation method for optimization of rigid block mechanisms in the kinematic method of limit analysis. *Computers and Geotechnics*, 48, 260-271.
- [6] Liu, S. J., & Wang, H. C. (2012). Interval eback analysis on mechanical parameter of geotechnical engineering. Paper presented at the Applied Mechanics and Materials.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Shirzad, A. Hamidi, S.A.A. Hosseini, *Nonlinear Free Vibration Analysis of Granular Soil Layer Using Perturbation Technique*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(7) (2021) 653-656.

DOI: [10.22060/ceej.2020.17605.6614](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17605.6614)





تحلیل ارتعاش آزاد غیرخطی لایه خاک دانه‌ای با استفاده از تکنیک اغتشاشات

علی شیرزاد، امیرحمیدی، سید علی اصغر حسینی*

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۰۶

بازنگری: ۱۳۹۸/۱۲/۲۷

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۲۴

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۶/۲۲

کلمات کلیدی:

تکنیک اغتشاشات

فرکانس طبیعی

اثرات غیرخطی

فرمولاسیون تجربی

پاسخ آبرفت یک لایه

خلاصه: در این تحقیق یک مدل تجربی به منظور تعیین خصوصیات تغییرشکل دینامیکی خاک دانه‌ای سیمانته و غیرسیمانته ارائه گردیده است. سپس به مطالعه و بررسی فرکانس طبیعی آبرفت‌های یک لایه، همگن و با سطح افقی تحت اثر ارتعاش آزاد یک‌بعدی پرداخته شده است. مدل ارائه شده سازگاری بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی در محدوده گسترده‌ای از انواع خاک دانه‌ای دارد. اگر سطح زمین، سطح سنگ بستر زیر خاک و مرز بین لایه خاک و سنگ به صورت افقی در نظر گرفته شود، محدوده جانبی رسوبات آبرفت یک لایه تأثیری در پاسخ ندارد و در این صورت لایه رسوبات ممکن است به صورت یک لایه افقی نیمه‌بی‌نهایت در نظر گرفته شود. در چنین مواردی وقتی خاک تحت تأثیر تحریکات لرزه‌ای در پایه قرار می‌گیرد، تنها تغییرشکل‌های برشی در خاک ایجاد می‌شوند. رفتار غیرخطی خاک که ناشی از بارگذاری سیکی می‌باشد، از طریق اصلاح در خصوصیات تغییرشکلی دینامیکی خاک دانه‌ای یعنی نسبت میرایی و سختی نرمال شده، با استفاده از رویکرد جدیدی در معادله تعادل دینامیکی حرکت حاکم بر رفتار سیستم یک درجه آزاد تحت ارتعاش آزاد، قرار داده شده است. پس با تشکیل معادله یک درجه آزادی مرتبه اول غیرخطی حرکت تحت ارتعاش آزاد، امکان ارائه راه‌حل تقریبی این معادله با تکنیک اغتشاشات وجود خواهد داشت. فرکانس طبیعی این سیستم یک درجه آزاد به روش تحلیلی تعیین گردید و نتایج نشان می‌دهد که دقت لازم را دارا می‌باشد. روش تحلیلی برای تعیین پاسخ سیستم یک درجه آزاد از سازگاری بسیار خوبی با روش عددی مانند روش رانج کوتا برخوردار است.

۱ - مقدمه

ناحیه‌ای به نام پالائوس گرنده^۱ رخ داد، جایی که ضخامت آبرفت در حدود ۲۳۰ تا ۳۰۰ متر عمق داشت. آبرفت شامل ماسه همراه با شن و رس سخت با تراکم متوسط تا زیاد بود. زلزله ۱۹۸۵ مکزیک، زلزله ۱۹۸۹ لوما پریتا و زلزله ۱۹۹۴ نورتریج، مثال‌های بیشتری از تأثیر رسوبات عمیق خاک ایجاد کردند که به طور قابل توجهی حرکات زمین را تقویت می‌کنند [۱].

انتشار قائم موج برشی در اثر زلزله از لایه سنگی تا رسیدن به سطح لایه خاک می‌تواند متأثر از خصوصیات لایه خاکی باشد. اگر سطح زمین، سطح سنگ بستر و مرز بین لایه‌های خاکی بصورت افقی باشند، امتداد جانبی رسوبات تأثیر چندانی روی پاسخ ندارد و رسوبات

شرایط خاک محلی تأثیر عمیقی روی پاسخ زمین در حین ارتعاشات لرزه‌ای دارند. زلزله‌های مخرب اخیر نشان دادند که توپوگرافی، ماهیت سنگ بستر و ماهیت و هندسه خاک‌های رسوبی عوامل اصلی هستند که تأثیرات بسزایی روی تحریکات لایه‌های زمین دارند. ویژگی‌های خاک محلی می‌تواند بر خصوصیات نیروی زلزله وارد بر سازه تأثیر بگذارد. زلزله ۱۹۶۷ کاراکاس، ونزوئلا شواهد بدون قید و شرطی از اثرات شرایط زمین محلی روی پاسخ سازه‌ها را ایجاد می‌کند، این نخستین واقعه‌ای بود که کانون توجه روی پتانسیل تقویت خاک‌های سخت قرار گرفت. بیشتر خسارات این حادثه در

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ali.hosseini@khu.ac.ir

1 Palos Grandes



که لایه‌های رسوبات نرم، ارتعاشات سطحی را تا چندین برابر تقویت می‌کنند. از طرفی لایه‌های رسوبات سخت از قبیل خاک‌های سیمانته به لحاظ سختی بیشتر شرایط مطلوب‌تری را در حین ارتعاش برای لایه خاک ایجاد می‌کنند. بنابراین در این تحقیق سعی شده یک مدل ریاضی ارائه گردد که قابلیت در نظرگیری سیمانته‌ها را در خاک دارا باشد و پاسخ لایه خاک سیمانته و غیرسیمانته تحت ارتعاش آزاد با یکدیگر مورد مقایسه قرار گیرد. همچنین فرکانس طبیعی لایه آبرفت سیمانته و غیرسیمانته نیز مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

از داده‌های موردنیاز به منظور انجام دادن تحلیل پاسخ لرزه‌ای سایت، اطلاعات مربوط به نسبت میرایی و سختی برشی مرتبط با هر لایه خاکی در لایه آبرفت موردنظر می‌باشد. سختی خاک یا بوسیله سرعت موج برشی یا بوسیله مدول برشی نمایش داده می‌شود. بنابراین در کرنش‌های کوچک سرعت موج برشی (V_s) به طور مستقیم مرتبط با مدول برشی کرنش کم می‌باشد:

$$G_{max} = \rho V_s^2 \quad (1)$$

که در آن ρ دانسیته جرمی خاک می‌باشد. در محدوده کرنش‌های حد واسط و بزرگ شکل ۱-الف از پارامتر G به عنوان سختی متوسط خاک استفاده شده است. در شکل ۱-ب ارتباط بین مدول برشی حداکثر G_{max} و مدول برشی G و کرنش برشی و همچنین تنش برشی توضیح داده شده است. از طرفی در شکل ۱-ب ارتباط بین حلقه هیستریزس تنش-کرنش برای سیکل اول بارگذاری و نسبت میرایی مصالح توضیح داده شده است.

نسبت میرایی مصالح D به صورت انرژی کاهش داده شده توسط خاک معرفی می‌گردد. مکانیزم‌هایی که در میرایی مصالح شرکت داده می‌شوند، شامل اصطکاک بین ذرات خاک، تأثیر نرخ کرنش و رفتار غیرخطی خاک هستند. نسبت میرایی مصالح می‌تواند به صورت زیر معرفی گردد:

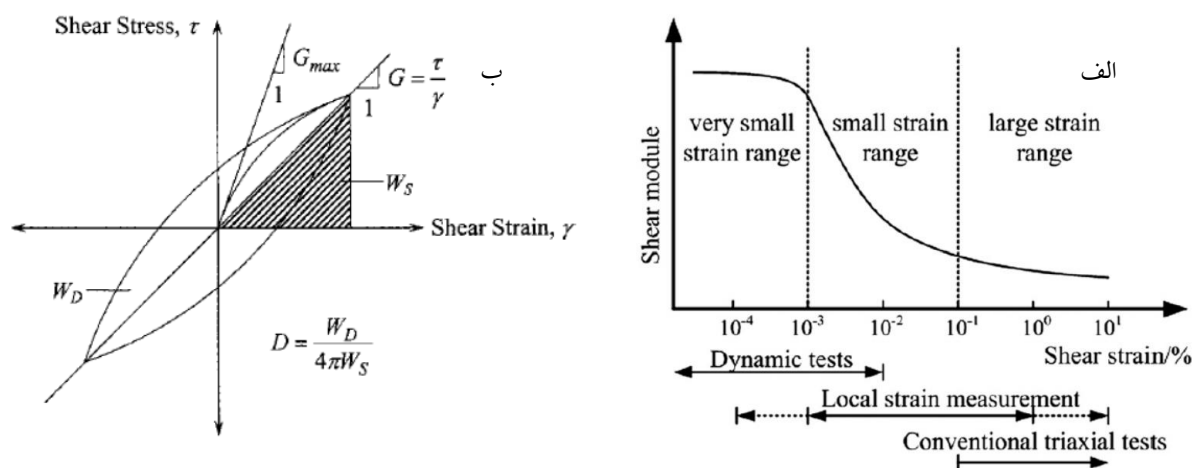
$$D = W_D / (4\pi W_S) \quad (2)$$

که در آن W_D انرژی کاهش یافته در سیکل اول بارگذاری بوده و W_S حداکثر انرژی کرنشی ذخیره شده در حین انجام سیکل است. با توجه به شکل ۱-ب، سطح داخل حلقه هیستریزس W_D و سطح زیر مثلث W_S است. با انجام آزمون‌های آزمایشگاهی بر روی نمونه‌های

به صورت مجموعه‌ای از لایه‌های نیمه‌بی‌نهایت در نظر گرفته شوند. در چنین مواردی حرکات سطح زمین تحت اثر تحریکات لرزه‌ای در سنگ بستر قرار دارد و لایه رسوبات تنها تحت اثر تغییرشکل‌های برشی می‌باشد [۲]. لایه‌های خاک تحت اثر ارتعاشات ایجاد شده در بستر سنگی، دچار تغییرشکل‌های برشی می‌شوند. این تغییرشکل‌های برشی ایجاد شده در خاک در بیشتر تحریکات لرزه‌ای که دارای ماهیت هیستریزس هستند، از محدوده کرنش‌های کم و قابل تحمل برای خاک خارج شده (مرز کرنش برشی ۰/۰۰۱ درصد) و وارد محدوده کرنش‌های حد واسط و بزرگ می‌شوند (شکل ۱-الف). در این صورت به دلیل تغییرات ساختاری خاک، خصوصیات تغییرشکل دینامیکی خاک یعنی میرایی و سختی برشی دستخوش تغییراتی می‌شوند؛ که این تغییرات برای میرایی هیستریزس با افزایش کرنش برشی بصورت افزایشی بوده و برای سختی برشی با افزایش کرنش برشی بصورت کاهش می‌باشد. در تحقیق حاضر با در نظرگیری آبرفت یک لایه به صورت سیستم جرم متمرکز و فنر غیرخطی و میرایی غیرخطی مبادرت به ارائه راه حل واضحی از این سیستم یک درجه آزادی شده است. از طرفی فرکانس طبیعی می‌تواند تنها تابعی از عمق لایه آبرفت نبوده و به صورت تابعی از زمان در نظر گرفته شود. در این تحقیق سعی شده است پارامترهای مقاومت برشی و میرایی هیستریزس خاک سیمانی شده و غیرسیمانی به جهت مقایسه گردآوری شده و در ضمن ارائه مدل ریاضی جدید به منظور پیش‌بینی مدول برشی نرمال شده و نسبت میرایی، از روش اغتشاشات^۱ برای تحلیل پاسخ زمین به صورت حل مستقیم معادله حرکت یک درجه آزادی در حوزه زمان برای تعیین فرکانس طبیعی سیستم یک لایه بهره گرفته شده است. یکی از روش‌های قوی در این تکنیک، روش مقیاس‌های چندگانه^۲ است که بطور وسیع در مسایل ارتعاش غیرخطی از آن استفاده شده است [۳].

با توجه به پهنه‌بندی خطر لرزه‌ای آیین نامه ۲۸۰۰ ایران، برخی از مناطق کشور در پهنه با خطر نسبی زیاد و بسیار زیاد قرار دارند که از آن جمله می‌توان به تهران به عنوان پایتخت ایران اشاره نمود که از سطح خطر لرزه‌ای بسیار زیاد برخوردار است. از آنجایی که خصوصیات ژئوتکنیکی و زمین‌شناسی محلی تأثیرات بسزایی بر روی ارتعاشات وارده در بستر سنگی دارد و در مواردی مشاهده گردیده

1 Perturbation theory
2 Multiple Scales Method



شکل ۱. الف) محدوده کرنش‌های برشی [۴]، ب) حلقه هیستریزیس برای سیکل اول بارگذاری [۵]
Fig. 1. a) Shear strain ranges [4], b) Hysteresis loop for the first loading cycle [5]

پرداختند. آنها برای داده‌های آزمایشگاهی برخی از محققان حدهای بالا و پایین تعیین کردند و منحنی مقدار میانگین را به عنوان یک منحنی نسبت میرایی کاربردی نشان دادند. سپس تأثیر فشار همه جانبه بر روی نسبت میرایی را بر اساس مطالعات انجام شده توسط مرجع [۷] بر روی ماسه‌ها نشان دادند و نتیجه گرفتند که نسبت میرایی در خاک‌های ماسه‌ای با افزایش در فشار همه جانبه کاهش می‌یابد. مرجع [۱۸] به منظور ارزیابی فشار همه‌جانبه، درصد سیمان و دانسیته نسبی روی خصوصیات تغییرشکل دینامیکی ماسه یک سری آزمایشات ستون تشدید را انجام دادند. آنها نتیجه گرفتند که در کرنش‌های کوچک افزایش در درصد سیمان موجب افزایش در مدول برشی نرمال شده و نسبت میرایی می‌شود.

آزمایشات دینامیکی همواره با پیچیدگی‌های خاصی همراه بوده؛ به‌طوری‌که در تفسیر نتایج ابهاماتی وجود دارد که از گذشته تاکنون محققان مختلفی را وادار ساخته تا با مقایسه این آزمایشات با یکدیگر به بهبود روند نتیجه‌گیری‌ها کمک کنند. هر چه نتایج آزمایشات به نتایج واقعی‌تر نزدیک‌تر باشد، انجام آن آزمایش نیاز به دستگاه‌های دقیق‌تر و البته صرف هزینه و زمان بیشتری دارد. از این بین می‌توان به آزمایش برش ساده پیچشی سیکلی (CTSS) اشاره کرد که برای تعیین خصوصیات مقاومتی و تغییرشکلی دینامیکی خاک به کار می‌رود. آماده‌سازی نمونه برای انجام آزمایش CTSS بسیار مشکل است و البته ابعاد بزرگ مقیاس این آزمایش به ندرت انجام شده است. برخلاف آنچه گفته شد، آزمایش سه محوری سیکلی CTX از سادگی و دقت نتایج قابل قبولی برخوردار بوده و انجام آن به وفور توسط

ساخته شده مشاهده گردیده است که در کرنش‌های کوچک نیز همیشه کمی کاهش انرژی وجود دارد که به میرایی کرنش کوچک D_{min} موسوم است [۵]. در کرنش‌های بزرگ‌تر، رفتار غیر خطی در رابطه تنش-کرنش منجر به افزایش در نسبت میرایی مصالح با افزایش در دامنه کرنش می‌شود.

بسیاری از مطالعات قبلی به منظور مشخص کردن تأثیر عوامل اثرگذار بر روی منحنی‌های G/G_{max} و D خاک‌ها، انجام شده‌اند [۶-۲۶].

مرجع [۱۳] آزمایشات سه محوری سیکلی را روی نمونه‌های ماسه Toyoura در حالت زهکشی نشده برای خاک اشباع شده کامل انجام داد. در ادامه نتایج آزمایشات انجام شده را با نتایج آزمایشات روی نمونه‌های زهکشی شده مقایسه نمود. نتایج نشان داد که تفاوت عمده‌ای بین خصوصیات تغییرشکل دینامیکی در حالت زهکشی شده و زهکشی نشده وجود ندارد. مرجع [۲۰] بر اساس داده‌های آزمایشگاهی خصوصیات دینامیکی خاک‌های شنی، منحنی‌های کاهش مدول برشی نرمال شده را مورد ارزیابی قرار داده و این منحنی‌ها را به صورت حد بالا و پایین و مقدار میانگین نشان دادند؛ به‌طوری‌که کلیه داده‌های آزمایشگاهی در این محدوده قرار گیرد. سپس به مقایسه با منحنی‌های مدول برشی نرمال شده در برابر کرنش برشی برای ماسه‌ها که توسط مرجع [۱۹] بدست آمده پرداختند و نتیجه گرفتند که منحنی‌های کاهش مدول برشی برای خاک‌های شنی کم نسبت به منحنی‌های مشابه برای ماسه‌ها هموارتر هستند. آنها همچنین به بررسی نسبت میرایی خاک‌های ماسه‌ای

میرایی و مدول برشی نتیجه گرفتند که افزایش درصد سیمان و افزایش فشار همه جانبه تأثیر بسزایی روی خصوصیات دینامیکی خاک ماسه‌ای دارند و در برابر سایر عوامل تغییرات قابل ملاحظه‌ای مشاهده نگردیده است. به طوری که با افزایش درصد سیمان و افزایش فشار همه جانبه، منحنی نسبت میرایی در برابر کرنش برشی کاهش یافته و منحنی مدول برشی نرمال شده در برابر کرنش برشی افزایش یافته است. همچنین به منظور در نظرگیری اثر کرنش بزرگ روی منحنی نسبت میرایی و منحنی مدول برشی نرمال شده در برابر کرنش برشی به ترتیب از مدل مرجع [۵] برای نسبت میرایی خاک ماسه‌ای سیمانته و غیرسیمانته و از مدل مرجع [۷] اصلاح شده توسط مرجع [۳۲] برای مدول برشی نرمال شده خاک ماسه‌ای سیمانته و غیرسیمانته استفاده نمودند.

۱-۱- پیشینه روش اغتشاشات در ژئوتکنیک

مرجع [۳۳] معادلات تغییرشکل‌های بزرگ غیرخطی، مبتنی بر فرضیاتی که ضرایب زیر لایه‌های خاکی ریشه دوم عمق می‌باشند، با استفاده از روش انرژی ایجاد کردند و توابع تغییرشکلی را با توجه به شرایط مرزی در نظر گرفتند و با بکار بردن پارامترهای اغتشاشات توانستند معادلات غیرخطی را به مجموعه‌ای از معادلات خطی تبدیل نمایند. سپس حل تقریبی غیرخطی مرتبه بالا برای رفتار پس از کمانش شمع تعیین گردید. تأثیر عواملی از قبیل نسبت عمق دفن شمع، سختی خاک به شمع و نسبت لاغری روی رفتار پس از کمانش شمع مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. مکانیزم خرابی و فروپاشی شامل لغزش بلوک صلب، به طور گسترده‌ای برای محاسبه بارگذاری‌های حدی در مهندسی ژئوتکنیک و سازه استفاده شده است. در حالی که این مکانیزم‌ها برای تجزیه و تحلیل از نظر مفهومی ساده هستند، ارزیابی سرعت قابل قبول سینماتیکی برای یک ترتیب خاص از بلوک‌ها می‌تواند خسته کننده باشد و بهینه‌سازی هندسه این مکانیزم برای اغلب این بلوک‌ها بسیار وقت‌گیر است. مراجع [۳۴] و [۳۵] یک روش عددی را برای ارزیابی و بهینه سازی مکانیزم یک تعداد دلخواهی از بلوک‌های لغزش ارائه دادند. روش آنها مبتنی بر فرضیات کرنش مسطح بود و از معیار تسلیم مور-کولمب پیروی کردند. در این روش آنها مختصات رئوس بلوک مثلثی را به صورت مجهول در نظر گرفتند، سپس هندسه بهینه را با استفاده از بکارگیری

محققین صورت پذیرفته است. بنابر آنچه گفته شد و با توجه به اینکه آزمایشات CTSS شرایط تنش و کرنش زمین واقعی را بهتر و دقیق تر مدل می‌کند، بنابراین می‌توان به صحت نتایج خصوصیات دینامیکی خاک پی برد. از این جهت مقایسه نتایج آن با نتایج آزمایش CTX کمک می‌کند تا قضاوت بهتری از این آزمایش داشته باشیم. مرجع [۲۷] این دو آزمایش را مورد مقایسه قرار داده و ضمن ارائه نتایج هریک از آزمایشات برای نسبت میرایی و مدول برشی، به مقایسه آنها با یکدیگر پرداختند و با نتایج ارائه شده توسط سایر محققان نیز مورد مقایسه و بررسی قرار دادند. مرجع [۲۸] آزمایش‌های سه محوری بزرگ مقیاس را روی نمونه‌های دست نخورده از شن و ماسه بدست آمده از بستر رودخانه با روش انجمادسازی انجام دادند. آنها نتیجه گرفتند سختی نمونه‌های دست نخورده بیشتر از نمونه‌های بازسازی شده است. آنها لایه خاک دست نخورده را به دو قسمت تقسیم کردند: لایه بالایی و لایه پایینی. با توجه به سن زمین‌شناسی لایه پایین، این لایه می‌تواند یک لایه خاک سیمانته باشد. نتایج نشان داده شده توسط آنها مؤید این مطلب است که لایه خاک سیمانته سختی بیشتری نسبت به لایه غیرسیمانته دارد. با توجه به آنچه آنها نشان دادند، نتایج نمونه‌های دست نخورده و بازسازی شده برای فشار ۵۹۰ کیلوپاسکال با نتایج بدست آمده توسط Hatanaka et al. (۱۹۸۸) مطابقت بسیار خوبی دارد. مراجع [۲۹ و ۳۰] یک سری آزمایشات دینامیکی ستون تشدید دامنه بالا (HARC) را به منظور تعیین اثر ضریب یکنواختی روی خصوصیات تغییرشکل دینامیکی ماسه غیرسیمانته انجام دادند. بدین منظور دو نوع خاک مختلف را مورد بررسی قرار دادند. آنها نتیجه گرفتند که ضریب یکنواختی تأثیر بسزایی روی خصوصیات دینامیکی ماسه دارد. در مرجع [۱] یک فرمول‌بندی ساده‌ای را به منظور پیش‌بینی خصوصیات دینامیکی خاک سیمانته ارائه گردید. آنها با ارائه ثوابتی تحت عنوان ثابت مصالح مدل ارائه شده را برای گسترده زیادی از مصالح کاربردی دانستند و سپس نتایج این مدل را با داده‌های آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار دادند. مرجع [۳۱] با انجام آزمایشات ستون تشدید پیشرفته روی خاک‌های ماسه‌ای بستر دریا به بررسی خصوصیات دینامیکی خاک‌های ماسه‌ای سیمانته و غیرسیمانته پرداختند. آنها با بررسی تأثیر عوامل مختلفی از قبیل تأثیر فشار همه‌جانبه، سن عمل‌آوری نمونه‌ها، نسبت اختلاط ماسه به سیلت و درصد سیمان، روی نسبت

بسیاری با کمک گرفتن از مدل‌های رفتار غیرخطی از جمله مرجع [۱۷] (پیاده سازی در برنامه Deepsoil) و غیره توانسته‌اند به خوبی به ارزیابی غیرخطی پاسخ سایت بپردازند. با این وجود تاکنون از تکنیک‌های ریاضی به منظور ارزیابی غیرخطی سایت بهره‌گیری نشده است.

در این مقاله سعی شده است با جمع‌آوری داده‌های محققان قبلی و رگرسیون‌گیری صورت پذیرفته در نرم‌افزار متلب، بهترین معادله ریاضی به منظور تعیین رفتار مناسب برای خصوصیات دینامیکی خاک یعنی G/G_{max} و D . معرفی گردد. این مدل ریاضی شامل سه ثابت خواهد بود که می‌توانند تأثیر پارامترهای مهمی از قبیل P_0 ، C_e و نسبت تخلخل (e_0) را در پیش‌بینی مقادیر مناسب برای نسبت میرایی و مدول برشی نرمال شده در نظر بگیرد. سپس معادله دیفرانسیلی حاکم بر حرکت یک بعدی سایت در حالت ارتعاش آزاد با در نظرگیری اثرات غیرخطی لایه خاک روی خصوصیات تغییرشکل دینامیکی، استخراج شده است. بدین منظور از سیستم یک درجه آزادی به منظور مدل‌سازی لایه خاک استفاده شده است. سپس معادله حاکم بر این سیستم یک درجه آزادی به کمک تکنیک اغتشاشات (روش مقیاس زمانی چندگانه) مورد تحلیل و ارزیابی قرار گرفته و در نتیجه فرکانس طبیعی غیرخطی سیستم یک درجه آزادی به فرم تحلیلی تعیین شده است. پاسخ سیستم یک درجه آزادی تحت ارتعاش آزاد به کمک تکنیک اغتشاشات با پاسخ بدست آمده از راه حل رانچ-کوتا مورد مقایسه قرار گرفت. مشخص گردید تکنیک اغتشاشات از توافق بسیار خوبی با روش رانچ-کوتا برخوردار است.

۲- بررسی یک مدل تحلیلی جدید برای ارزیابی یک بعدی پاسخ سایت

ذکر این مورد ضروری است که همواره خصوصیات دینامیکی خاک‌ها در حین ارتعاشات متغیر است و سختی و میرایی می‌تواند به صورت تابعی از تغییر مکان سطح سنگ بستر در نظر گرفته شود. بدین ترتیب با استفاده از روش‌های آماری مرسوم و نرم‌افزارهای پیشرفته مانند متلب^۲، امکان ایجاد توابعی وجود دارد که به خوبی رفتار میرایی هیستریزس و سختی برشی خاک‌ها را نسبت به تغییر مکان سطحی بدست آورند. این توابع می‌توانند با استفاده از برازش به داده‌های

روش اغتشاشات در مختصات رئوس بلوک‌های مشخص شده تعیین نمودند. آنالیز برگشتی به منظور تعیین پارامترهای محاسباتی بکار می‌رود. آنالیز برگشتی بسیار توسعه یافته است و یکی از مهم‌ترین روش‌های استفاده شده برای حل مسائل پیچیده مکانیک خاک می‌باشد. مرجع [۳۶] از روش اغتشاشات به منظور تعیین میانگین و انحراف پارامترهای مکانیکی بدست آمده از روش آنالیز برگشتی بهره بردند. مرجع [۳۷] به مقایسه روش‌های احتمالات P_0 ی نظیر روش اغتشاشات، روش اجزا محدود تصادفی طیفی (SSFEM) و روش کارلو مونتِه^۱ و بررسی کارایی این روش‌ها در مورد مسأله پایداری شیب پرداختند.

مهمترین عواملی که روی G/G_{max} تأثیرگذار هستند عبارتند از: کرنش برشی، تنش محصورکننده مؤثر میانگین، نوع خاک، شاخص پلاستیسیته PI و درصد سیمان C_e می‌باشند. سایر عوامل از قبیل فرکانس بارگذاری، تعداد سیکل بارگذاری، نسبت پیش تحکیمی، نسبت تخلخل، درجه اشباع و خصوصیات دانه‌ها از اهمیت کمتری برخوردارند [۳۲]. وقتی که P_0 و C_e افزایش می‌یابد منحنی $G/G_{max} - \log \gamma$ نیز به کندی کاهش خواهد یافت. مهم‌ترین عواملی که روی D تأثیر می‌گذارند عبارت از: کرنش برشی P_0 ، γ ، C_e ، نوع خاک، فرکانس بارگذاری، تعداد سیکل بارگذاری و نسبت تخلخل می‌باشند. وقتی که P_0 و C_e افزایش می‌یابند، D برای تمام دامنه‌های کرنش کاهش دارد. تأثیر عواملی از قبیل، فرکانس بارگذاری، تعداد سیکل بارگذاری و نسبت تخلخل بر روی D تقریباً ناچیز است.

درک این موضوع که در اثر ارتعاش وارده به سازه‌های واقع شده روی بسترهای آبرفتی می‌تواند چه تأثیراتی روی آنها داشته باشد علاوه بردانستن خصوصیات تغییرشکل دینامیکی لایه‌های خاک، نیازمند درک صحیحی از تأثیر لایه‌های آبرفتی روی ارتعاش وارده و رفتار لایه‌های خاکی واقع بر سنگ بستر در برابر ارتعاش وارده به سنگ بستر می‌باشد. رفتار لایه‌های خاکی در برابر تحریکات لرزه‌ای وارده بر سنگ بستر می‌تواند خطی یا غیرخطی باشد. ارزیابی پاسخ زمین به روش غیرخطی نیازمند اطلاعات مناسبی از خصوصیات خاک دارد و از طرفی نیازمند روش‌های مناسبی است که بتوان مدل ریاضی لایه خاکی را تحلیل و ارزیابی نمود. تاکنون روش‌های عددی

2 MATLAB

1 Monte Carlo Method

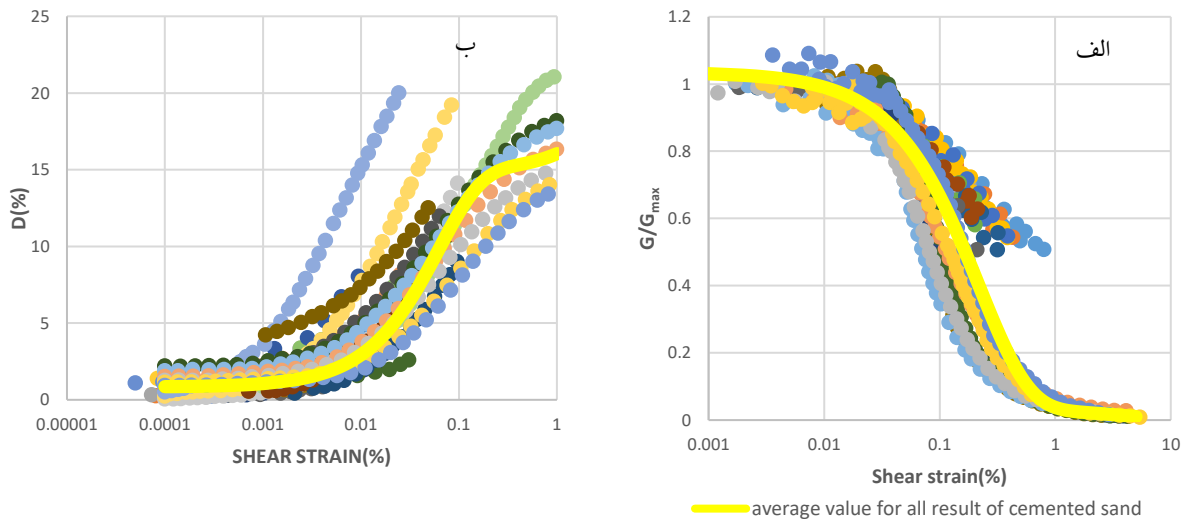
حاکم بر منحنی‌های $G/G_{max} - \log \gamma$ و $D - \log(\gamma)$ را برای خاک سیمانته و غیرسیمانته به فرم تحلیلی نوشت و تأثیر پارامترهای مهم از قبیل فشار همه‌جانبه، درصد سیمان، نسبت تخلخل و... را در ثوابت مدل تحلیلی تعیین نمود. شکل‌های ۲ و ۳ منحنی میانگین همه داده‌های خاک سیمانته و غیرسیمانته را که از مطالعات محققان قبلی بدست آمده است را نشان می‌دهند [۱۸، ۲۰، ۳۸، ۴۰ و ۴۱].

معادله حاکم بر رفتار منحنی میانگین نسبت میرایی و مدول برشی نرمال شده برای خاک سیمانته و غیرسیمانته می‌تواند به

آزمایشگاهی و مدل‌های ارائه شده توسط محققین به وجود آیند. در این قسمت ابتدا یک مدل ریاضی جدید به منظور بدست آوردن نسبت میرایی و مدول برشی نرمال شده در خاک‌های با و بدون سیمان ارائه می‌گردد و سپس کاربرد آن در تحلیل پاسخ زمین مورد بحث قرار می‌گیرد.

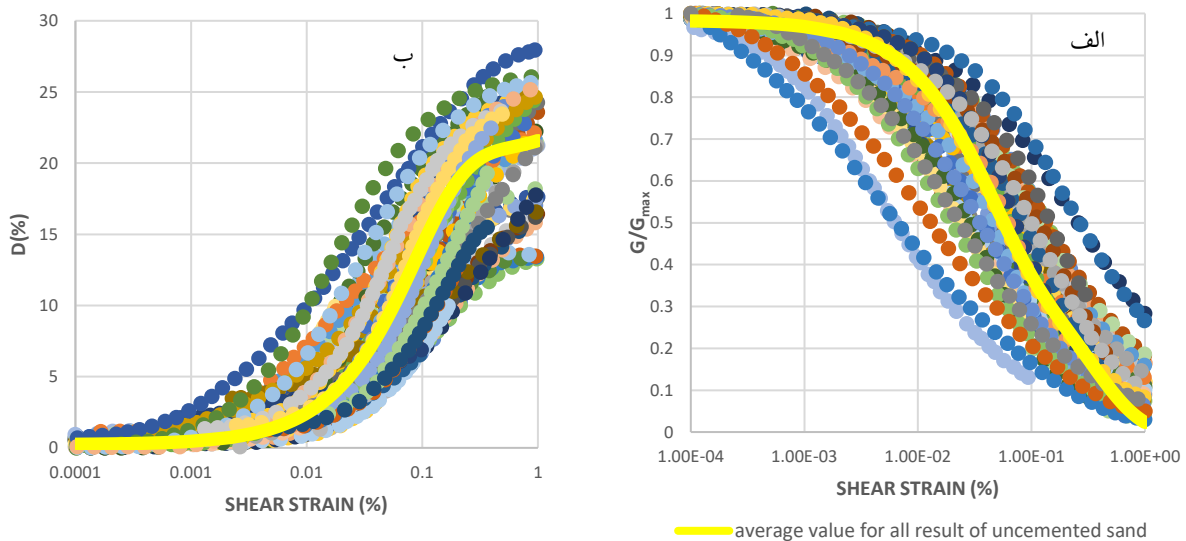
۲-۱- فرمولاسیون مدل تحلیلی

با کمک تحلیل رگرسیون در نرم‌افزار متلب، بهترین برازش برای داده‌های آزمایشگاهی قابل تعیین می‌باشد؛ به طوری که بتوان معادلات



شکل ۲. معرفی منحنی میانگین برای اطلاعات خاک سیمانته. (الف) مدول برشی نرمال شده و (ب) نسبت میرایی

Fig. 2. Introduce the average curve for cemented soil data. a) Normalized shear modulus, b) Damping ratio



شکل ۳. معرفی منحنی میانگین و معادله حاکم بر آن برای اطلاعات خاک غیرسیمانته. (الف) مدول برشی نرمال شده و (ب) نسبت میرایی

Fig. 3. Introduce the average curve for non-cemented soil data. a) Normalized shear modulus, b) Damping ratio

جدول ۱. ضرایب معادله (۵) بر اساس مطالعات محققین قبلی

Table 1. Coefficients of Eq. (5) based on previous researchers' studies

$G/G_{max} - \log \gamma$					
ضرایب منحنی	ضرایب ثابت				R^2
	α_1	α_2	α_3	C	
a	2.51×10^{-5}	-0.0068	-0.0506	0.1152	0.552
b	4.35×10^{-5}	-0.000206	0.07317	-0.000285	0.635
c	4.4×10^{-5}	-0.00071	0.0708	0.00293	0.617
$D(\%) - \gamma(\%)$					
ضرایب منحنی	ضرایب ثابت				R^2
	α_1	α_2	α_3	C	
a	0.00058	-0.9397	-18.69	35.75	0.88
b	-1.32×10^{-5}	0.00875	-0.0878	0.09256	0.892
c	0.000136	0.000976	0.3	-0.1366	0.824

صورت زیر معرفی گردد:

بنابراین ضرایب α_j ثوابتی هستند که براساس تحقیقات آزمایشگاهی قابل تعیین می‌باشند. برخی از این ضرایب براساس تحقیقات [۱، ۷، ۲۹-۳۱، ۴۰-۴۲] در جدول ۱ گردآوری شده است.

$$G/G_{max} = (a * \gamma + b) / (\gamma + c) \quad (3)$$

$$D(\%) = (a * \gamma + b) / (\gamma + c) \quad (4)$$

۳- تکنیک روش اغتشاشات

بسیاری از پدیده‌های اطراف ما به طور ذاتی غیرخطی هستند و با معادله‌های غیرخطی بیان یا توصیف می‌شوند. در بسیاری از موارد یافتن حل تحلیلی معادلات غیرخطی عموماً مشکل‌تر از بدست آوردن حل عددی آن می‌باشد؛ با این وجود هم اکنون با پیشرفت سخت‌افزار و وجود برنامه‌های قدرتمندی همانند Maple و Mathematica که با متغیرهای سمبولیک کار می‌کنند، حل بسیاری از معادله‌ها آسان‌تر شده است. حل عددی به طور عمومی می‌تواند با محاسبات پیچیده کامپیوتری معادلات غیرخطی را حل نماید؛ مزیت حل به روش عددی نسبت به حل تحلیلی این است که قادر است در بعضی از مواقع مسائل غیرخطی را ساده‌تر حل نماید. اگرچه حل عددی نقاط ناپیوستگی یک نمودار را نمایان می‌سازد، اما گاهی اوقات برای دریافت کل جواب بسیار هزینه بر و وقت‌گیر است و همچنین در کنار نتیجه‌های عددی، درک ماهیت مسأله غیرخطی مشکل می‌شود. مشکلات حل عددی موقعی ظاهر می‌شود که مسأله غیرخطی دارای تکینگی یا جواب‌های چندگانه باشد. حل عددی و تحلیلی مسائل غیرخطی مزایا و معایب جداگانه خود را داراست و همچنین محدودیت‌های خود را دارند.

در این دو رابطه که به دلیل وجود سه پارامتر بی‌بعد (a, b, c) امکان تطابق خوبی برای هر دو منحنی نسبت میرایی و مدول برشی نرمال شده ایجاد شده است، امکان در نظرگیری اثرات متغیرهای مهمی در لایه‌های خاک، نظیر فشار همه‌جانبه P_0 ، درصد سیمان C_c و نسبت تخلخل اولیه e_0 ، روی این دو منحنی دینامیکی برقرار است. بنابراین به منظور رسیدن به این هدف، تغییرات سه پارامتر بی‌بعد در برابر این متغیرهای لایه خاکی مورد ارزیابی و بررسی قرار گرفته است. با استفاده از قابلیت رگرسیون گیری در نرم‌افزار متلب این امکان وجود دارد که هر کدام از پارامترهای بی‌بعد به صورت تابعی از سه متغیر عنوان شده، ارائه گردد.

با توجه به تحلیل رگرسیون ضرایب معادله نسبت میرایی و کاهش مدول برشی می‌توانند به صورت روابط (۵) تعیین گردند:

$$\begin{aligned} a &= (\alpha_1 P_0) + (\alpha_2 C_c (\%)) + (\alpha_3 e_0) + C \\ b &= (\alpha_1 P_0) + (\alpha_2 C_c (\%)) + (\alpha_3 e_0) + C \\ c &= (\alpha_1 P_0) + (\alpha_2 C_c (\%)) + (\alpha_3 e_0) + C \end{aligned} \quad (5)$$

کرنش برشی به صورت رابطه (۸) نوشته می شود:

$$\gamma = \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u^*}{\partial y} + \frac{\partial v^*}{\partial x} \quad (8)$$

با فرض اینکه حرکت یک بعدی باشد، یعنی کرنش‌های برشی فقط در راستای x وجود داشته باشند و با توجه به روش تیر برشی [۴۳-۴۶] تغییرشکل‌ها در راستای y حذف خواهند شد:

$$\gamma = \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u^*}{\partial y} \quad (9)$$

در این تحقیق فرض شده است تعیین پاسخ سطح لایه آبرفت دانه‌ای در اثر ارتعاش لایه بستر سنگی تنها در مود ارتعاشی اول رخ دهد و از پرداختن به سایر مودهای ارتعاشی خودداری شده است. به عبارت دیگر رفتار لایه آبرفت با یک سیستم یک درجه آزادی مدل می شود. بنابراین این امکان وجود خواهد داشت که به شکل ساده و محافظه کارانه‌ای، کرنش برشی را با استفاده از یک تبدیل ساده به تغییر مکان نظیر آن تبدیل نمود. بدین جهت فرض گردیده که آبرفت یک لایه به صورت همگن و یکنواخت بوده و در اثر ارتعاش وارده، رفتار آن به صورت سیکی باشد؛ به طوری که در هیچ نقطه‌ای از آن تغییرشکل ماندگار بوجود نیاید. از طرفی به خوبی روشن است که سختی فنر یعنی k با مدول برشی لایه خاک به طور مستقیم در ارتباط است. پس منظور از سختی یا سختی نرمال شده، در واقع همان نسبت مدول برشی نرمال شده خواهد بود و منظور از میرایی، نسبت میرایی هیستریزیس می‌باشد.

بنابراین به صورت کاملاً ساده شده تغییر مکان سطح لایه آبرفت به طور مستقیم با کرنش برشی نظیر آن در ارتباط خواهد بود:

$$u^* = \gamma^* H \quad (10)$$

پس معادلات (۶) و (۷) به صورت زیر تغییر خواهند نمود:

$$K = k_3 u^{*2} + k_2 u^* + k_1 \quad (11)$$

$$D = D_2 u^{*2} + D_1 u^* + D_0 \quad (12)$$

ذکر این نکته ضروری است، تقریب مرتبه ۳ سری تیلور برای معادله مورد نظر همان طوری که در بالا نشان داده شده است، منحنی‌های

روش اغتشاشات به طور ذاتی بر اساس وجود پارامترهای کوچک و بزرگ موجود در مسأله که به مقادیر اغتشاش معروف هستند، ساخته شده است. یا به بیان ساده‌تر، روش اغتشاشات از مقادیر اغتشاش برای تبدیل مسائل غیرخطی به تعداد مشخصی از مسائل خطی استفاده می‌کند تا بتواند جواب مسأله غیرخطی را به صورت مجموعه‌ای از مسائل خطی حل شده در آورد. در واقع پارامترهای اغتشاش زیربنای این روش است.

در تحقیق حاضر از این روش برای تحلیل و ارزیابی معادله تعادل دینامیکی حاکم بر حرکت سیستم یک درجه آزادی با فنر و میرایی غیرخطی در حالت ارتعاش آزاد بهره‌گیری شده است. بنابراین در ابتدا لازم است مشخصات رفتار غیرخطی لایه خاک با استفاده از یک مدل ریاضی تعیین گردد. با توجه به اینکه مدل ریاضی ارائه شده در این تحقیق، امکان ارائه نسبت میرایی هیستریزیس و سختی نرمال شده را فراهم می‌آورد، بنابراین از این حیث با روش اغتشاشات همسو می‌باشد. ذکر این نکته ضروری است که با توجه به ماهیت معادله تعادل دینامیکی حرکت و قابلیت روش اغتشاشات، لازم است از معادلات چند جمله‌ای به منظور در نظرگیری رفتار غیرخطی لایه خاکی، یعنی نسبت میرایی هیستریزیس و سختی نرمال شده استفاده شود. بنابراین در این جهت از تبدیل تیلور به منظور تبدیل کردن مدل ریاضی بیان شده به یک معادله ریاضی چند جمله‌ای به صورت زیر بهره‌گیری شده است:

$$\frac{G}{G_{max}} = \left[\frac{(a^* \gamma + b)}{(\gamma + c)} \right]^{Taylor \ series} \rightarrow \frac{G}{G_{max}} = \frac{b}{c} + \frac{\left(a - \frac{b}{c} \right) \gamma}{c} - \frac{(ac - b) \gamma^2}{c^3} = k_3 \gamma^2 + k_2 \gamma + k_1 \quad (6)$$

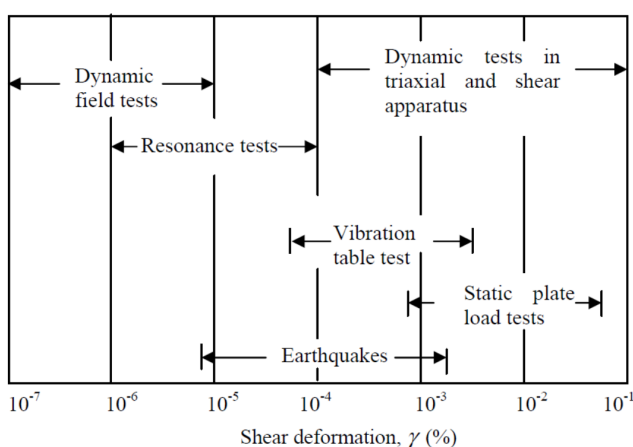
$$D = \left[\frac{(a^* \gamma + b)}{(\gamma + c)} \right]^{Taylor \ series} \rightarrow D = \frac{b}{c} + \frac{\left(a - \frac{b}{c} \right) \gamma}{c} - \frac{(ac - b) \gamma^2}{c^3} = D_2 \gamma^2 + D_1 \gamma + D_0 \quad (7)$$

که در آن ضرایب $k_1 = \frac{b}{c}$ ، $k_2 = \frac{a - \frac{b}{c}}{c}$ و $k_3 = \frac{(ac - b)}{c^3}$ ثوابت معادله سختی نرمال شده و $D_0 = \frac{b}{c}$ ، $D_1 = \frac{a - \frac{b}{c}}{c}$ و $D_2 = \frac{(ac - b)}{c^3}$ ثوابت نسبت میرایی هیستریزیس هستند.

جدول ۲. طبقه‌بندی زلزله بر اساس بزرگای (سازمان زمین‌شناسی آمریکا ۲۰۱۲)

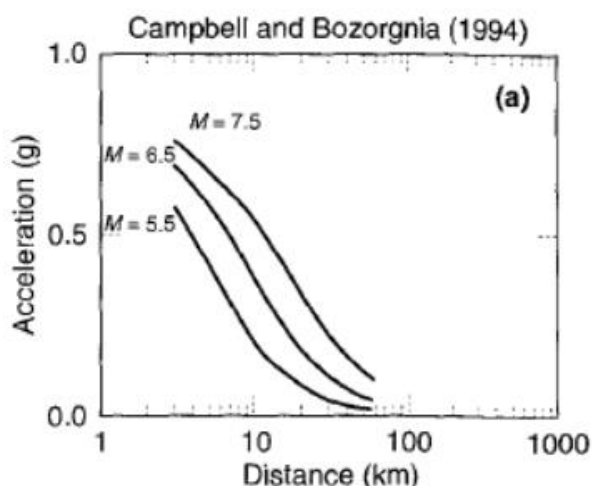
Table 2. Earthquake Classification by magnitude (US Geological Survey 2012)

طبقه‌بندی	بزرگای زلزله	تعداد زلزله بین سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۰
خیلی بزرگ	$M \geq 8$	۱۴
بزرگ	$7 \leq M < 8$	۱۳۷
قوی	$6 \leq M < 7$	۱۵۱۹
متوسط	$5 \leq M < 6$	۱۶۳۳۳
ضعیف	$4 \leq M < 5$	۱۰۵۶۰۹
کوچک	$2 \leq M < 4$	۷۸۷۶۲
بسیار کوچک	$1 \leq M < 2$	داده‌ای موجود نیست



شکل ۴. محدوده کاربرد آزمون‌های آزمایشگاهی دینامیکی [۴۷]

Fig. 4. Range and applicability of dynamic laboratory tests [47]



شکل ۵. حداکثر شتاب افقی (PHA(g)) در برابر فاصله (بر اساس رابطه کاهندگی کمبل و بزرگنیا ۱۹۹۴) [۴۹]

Fig. 5. Variation of maximum acceleration with earthquake magnitude and distance (after Campbell and Bozorgnia 1994) [49]

$D - \log_{10} \gamma$ و $G/G_{max} - \log_{10} \gamma$ را تا میزان کرنش برشی ۰/۱٪ به خوبی می‌تواند تقریب بزند. در بیشتر رخدادهای لرزه‌ای که جزء زلزله‌هایی از دسته ضعیف تا قوی هستند (جدول ۲)، کرنش‌های برشی در حدود کرنش‌های حد واسط (شکل ۱-الف) ثبت گردیده است (شکل ۴) [۴۷ و ۴۸]. حال آنکه در این مقاله ارتعاش آزاد وارده می‌تواند در محدوده کرنش‌های حد واسط یا کوچک قرار گیرند. شتاب بیشینه زلزله‌های مورد اشاره بر اساس رابطه معرفی شده توسط کمبل و بزرگنیا (۱۹۹۴) [۴۹] در فاصله ۳ کیلومتری از مرکز زلزله در حدود $0.17g - 0.55g$ است (شکل ۵).

پس با توجه به مطالب بیان شده، معادله تعادل دینامیکی حاکم بر حرکت سیستم یک درجه آزادی، به صورت زیر خواهد بود:

$$m(d^2u)/(dt^{*2}) + [D_2u^{*2} + D_1u^* + D_0] * du / (dt^*) + [k_3u^{*2} + k_2u^* + k_1] * u^* = 0 \quad (13)$$

که در آن u^* و t^* به ترتیب تغییر مکان سطح لایه آبرفت و زمان ارتعاش هستند.

۳-۱- راه حل معادله تعادل دینامیکی حرکت با روش اغتشاشات

یکی از گام‌های مهم و ابتدایی در این روش انجام بی‌بعد سازی تمام متغیرهای موجود در معادله تعادل دینامیکی حرکت است. بر این اساس نیاز است که متغیرهای u^* یعنی تغییر مکان و t^* یعنی زمان را به نحو مناسبی بی‌بعد نماییم. در واقع علامت (*) در بالای این دو متغیر نشان دهنده بعددار بودن آنها است. با انجام بی‌بعد سازی به صورت $t^* = \frac{t}{\omega}$ ، $u^* = (u_0)/(u)$ ، معادله (۱۳) به فرم زیر بازنویسی خواهد شد:

۲-۳- تحلیل مسأله

پاسخ دامنه غیرخطی و زاویه فاز با در نظرگیری اثرات غیرخطی به معادله (۱۹) می‌باشند. از جای‌گذاری پاسخ (۱۸) در معادله (۱۴) و ساده‌سازی طبق گام‌های روش اغتشاشات، معادلات زیر ایجاد خواهند شد:

$$\frac{\partial^2}{\partial T_0^2} u_1(T_0, T_1, T_2) + u_1(T_0, T_1, T_2) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial T_0^2} u_2(T_0, T_1, T_2) + u_2(T_0, T_1, T_2) = -S_2 u_1(T_0, T_1, T_2)^2 - 2 \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} u_1(T_0, T_1, T_2) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} u_3(T_0, T_1, T_2) + u_3(T_0, T_1, T_2) = & -S_3 u_1(T_0, T_1, T_2)^3 - \\ & \mu_2 \frac{\partial}{\partial T_0} u_1(T_0, T_1, T_2) u_1(T_0, T_1, T_2)^2 - \\ & 2S_2 u_1(T_0, T_1, T_2) u_2(T_0, T_1, T_2) - \\ & \mu_1 \frac{\partial}{\partial T_0} u_1(T_0, T_1, T_2) u_1(T_0, T_1, T_2) - \\ & \mu_0 \frac{\partial}{\partial T_0} u_1(T_0, T_1, T_2) - \\ & 2 \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} u_2(T_0, T_1, T_2) - 2 \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_2} u_1(T_0, T_1, T_2) - \\ & \frac{\partial^2}{\partial T_1^2} u_1(T_0, T_1, T_2) \end{aligned} \quad (21)$$

پاسخ معادله (۱۹) به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$u_1(T_0, T_1, T_2) = A(T_1, T_2) e^{i T_0} + \bar{A}(T_1, T_2) e^{-i T_0} \quad (22)$$

از جای‌گذاری پاسخ (۲۲) در معادله (۲۰) داریم:

$$\begin{aligned} u_2(T_0, T_1, T_2) + \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} u_2(T_0, T_1, T_2) = & -S_2 A(T_1, T_2)^2 e^{2i T_0} - \\ & 2S_2 A(T_1, T_2) \bar{A}(T_1, T_2) - S_2 \bar{A}(T_1, T_2)^2 e^{-2i T_0} - \\ & 2I \left[\frac{\partial}{\partial T_1} A(T_1, T_2) \right] e^{i T_0} + 2I \left[\frac{\partial}{\partial T_1} \bar{A}(T_1, T_2) \right] e^{-i T_0} \end{aligned} \quad (23)$$

باتوجه به آنچه قبلاً توضیح داده شد، ضرایب $e^{i T_0}$ به همراه مزدوج آن‌ها، به لحاظ اینکه ایجاد مؤلفه زمانی بزرگ می‌کنند، باید حذف شوند. پس خواهیم داشت:

$$\ddot{u} + \left[\mu_2 u^2 + \dot{\mu}_1 u + \dot{\mu}_0 \right] \dot{u} + \left[S_3 u^3 + S_2 u^2 + S_1 u \right] = 0 \quad (14)$$

معادله (۱۴) معادله حاکم بر رفتار دینامیکی مسأله مورد نظر می‌باشد. که در آن $\dot{\mu}$ پارامتر اغتشاش بوده و سایر پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mu_2 = \frac{u_0^2 D_2}{m \omega}, \mu_1 = \frac{u_0 D_1}{m \omega}, \mu_0 = \frac{D_0}{m \omega}, \\ S_3 = \frac{u_0^2 k_3}{k_1}, S_2 = \frac{u_0 k_2}{k_1}, S_1 = \frac{k_1}{m \omega^2} = 1 \end{aligned} \quad (15)$$

همان‌طور که در قبل ذکر گردید روش اغتشاشات از مقادیر اغتشاش به منظور تبدیل مسائل غیرخطی به تعداد مشخصی مسأله خطی استفاده می‌کند تا بتواند پاسخ مسأله غیرخطی را به صورت مجموعه‌ای از مسائل خطی حل شده در بیاورد.

برای تقریب زدن یک پاسخ کامل A یک سری از پارامتر کوچک. $\dot{\mu}$ به صورت زیر خواهیم داشت:

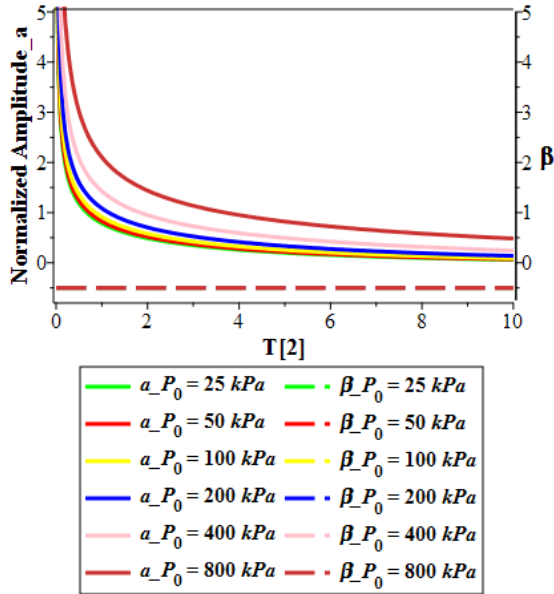
$$A = A_0 + \epsilon A_1 + \epsilon^2 A_2 + \dots \quad (16)$$

A_0 پاسخ معلوم برای مسأله‌ی خطی است و A_1, A_2, \dots جمله‌های مرتبه‌ی بالاتر هستند که توسط یک روش سیستماتیک می‌توان آن‌ها را به دست آورد. برای $\dot{\mu}$ کوچک، این جمله‌های مرتبه‌ی بالاتر به تدریج کوچکتر می‌شوند. یک «پاسخ اغتشاشی» تقریبی را می‌توان از طریق قطع کردن این سری به دست آورد. معمولاً تنها دو جمله‌ی اول سری نگه داشته می‌شوند، یعنی پاسخ اولیه و اصلاح اغتشاشی مرتبه‌ی اول:

$$A \approx A_0 + \epsilon A_1 \quad (17)$$

یکی از این روش‌های معروف در تکنیک اغتشاشات، روش مقیاس‌های زمانی چندگانه است. این روش بر پایه مقیاس‌های زمانی نرمال، کند و بسیار کند استوار است؛ به طوری که از طریق به کار بردن یک پارامتر اغتشاشی به یکدیگر مرتبط می‌شوند. برای ایجاد بسط با سه مرتبه، به سه مقیاس زمانی $T_0 = t, T_1 = \epsilon t, T_2 = \epsilon^2 t$ نیاز داریم. پس مثلاً پاسخ معادله (۱۴) می‌تواند به فرم زیر در نظر گرفته شود:

$$u(T_0, T_1, T_2) = \epsilon u_1(T_0, T_1, T_2) + \epsilon^2 u_2(T_0, T_1, T_2) + \epsilon^3 u_3(T_0, T_1, T_2) \quad (18)$$



شکل ۶. نمایش تغییرات دامنه پاسخ سایت و تغییرات زاویه فاز با مقیاس زمانی و بررسی تأثیر فشار همه‌جانبه روی دامنه پاسخ لایه آبرفت

و زاویه فاز $C_c = 0 \%$, $e_0 = 0.68$, $H = 30m$, $a_0 = 50$, $\beta_0 = -0.5$

Fig. 6. Representation of site response amplitude and phase angle variation with time scale T_2 and examine the effect of confining pressure on the response amplitude of alluvium layer and phase angle

$C_c = 0 \%$, $e_0 = 0.68$, $H = 30m$, $a_0 = 50$, $\beta_0 = -0.5$

در معادله بالامی توان فرض نمود که $A(T_2) = a(T_2)e^{i\beta(T_2)} / 2$ باشد، بنابراین برای بدست آوردن پاسخ معادله (۲۸) که به معادله مدولاسیون دامنه^۱ یا مدولاسیون فاز^۲ معروف است؛ یعنی دامنه متناسب با نرخ تغییرات زاویه فاز می‌باشد، قسمت موهومی و قسمت حقیقی را از یکدیگر جدا می‌کنیم. پس خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dT_2} a(T_2) = -\frac{\mu_2 a(T_2)^3}{8} - \frac{\mu_0 a(T_2)}{2}, \quad (29)$$

$$\frac{d}{dT_2} \beta(T_2) = -\frac{a(T_2)^2 (10S_2^2 - 9S_3)}{24}$$

معادله (۲۹) از مهم‌ترین معادلات پاسخ غیرخطی سایت می‌باشند. پاسخ دامنه غیرخطی و زاویه فاز با در نظرگیری اثرات غیرخطی به صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial}{\partial T_1} A(T_1, T_2) = 0 \rightarrow A(T_1, T_2) = A(T_2) \quad (24)$$

بنابراین معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial^2}{\partial T_0^2} u_2(T_0, T_1, T_2) + u_2(T_0, T_1, T_2) = -S_2 A(T_2)^2 e^{2iT_0} - 2S_2 A(T_2) \bar{A}(T_2) - S_2 \bar{A}(T_2)^2 e^{-2iT_0} \quad (25)$$

پس پاسخ معادله (۲۵) را به صورت زیر تعیین خواهیم نمود:

$$u_2(T_0, T_1, T_2) = S_2 A(T_2)^2 e^{2iT_0} / 3 - 2S_2 A(T_2) \bar{A}(T_2) + \frac{S_2 \bar{A}(T_2)^2}{3e^{2iT_0}} \quad (26)$$

از جای‌گذاری معادله (۲۶) و معادله (۲۲) و معادله (۲۱)

خواهیم داشت:

$$\left[-S_3 A(T_2)^3 - I\mu_2 A(T_2)^3 - \frac{2A(T_2)^3 S_2^2}{3} \right] e^{3iT_0} - \left[-3S_3 A(T_2)^2 \bar{A}(T_2) - I\mu_2 A(T_2)^2 \bar{A}(T_2) - I\mu_4 A(T_2)^2 e^{2iT_0} + 2I \left[\frac{d}{dT_2} A(T_2) \right] + \frac{10A(T_2)^2 S_2^2 \bar{A}(T_2)}{I\mu_0 A(T_2)^3} \right] e^{iT_0} + \left[-3S_3 A(T_2) \bar{A}(T_2)^2 + I\mu_2 A(T_2) \bar{A}(T_2)^2 + 2I \left[\frac{d}{dT_2} \bar{A}(T_2) \right] + \frac{10A(T_2) S_2^2 \bar{A}(T_2)^2}{3} + I\mu_0 \bar{A}(T_2) \right] e^{-iT_0} + \left[-S_3 \bar{A}(T_2)^3 - \frac{2\bar{A}(T_2)^3 S_2^2}{3} \right] e^{-3iT_0} + I\mu_1 \bar{A}(T_2)^2 e^{-2iT_0} \quad (27)$$

در معادله (۲۷) ضرایب مؤلفه زمانی بزرگ (ترم های سکولار) باید حذف شوند. بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$-3S_3 A(T_2)^2 \bar{A}(T_2) - I\mu_2 A(T_2)^2 \bar{A}(T_2) - 2I \frac{d}{dT_2} A(T_2) + \frac{10S_2^2 A(T_2)^2 \bar{A}(T_2)}{3} - I\mu_0 A(T_2) = 0 \quad (28)$$

1 Amplitude Modulation
2 phase Modulation

زیر بازنویسی خواهیم کرد.

$$u(t) = \epsilon u_1(T_0, T_1, T_2) + O(\epsilon^2) \quad (32)$$

دقت شود در فرم ارائه شده به عنوان پاسخ سایت، $\epsilon = 1$ خواهد بود. پاسخ (۳۲) با پیروی از این مطلب نوشته شده که، تأثیر ترم‌های u_2 و u_3 روی تغییر مکان مثل تأثیر تغییرات عقربه‌های دقیقه‌گرد و ساعت‌گرد در طی گذشت چند ثانیه می‌باشد. بنابراین تأثیرات این دو ترم تنها در محاسبه پاسخ غیرخطی دامنه و فاز لحاظ می‌گردد.

در نتیجه پاسخ سیستم یک درجه آزادی که می‌تواند به عنوان پاسخ سطح آبرفت یک لایه تلقی شود، در معادله (۳۳) نشان داده می‌شود:

$$u(t) = \frac{1}{\cosh(\mu_0 t)(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) + \sinh(\mu_0 t)(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) - a_0^2 \mu_2} \left[\frac{\mu_0 \left(\cosh(\mu_0 t)(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) + \sinh(\mu_0 t)(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) - a_0^2 \mu_2 \right)^{1/2}}{a_0^2} \right] \cos \left[\frac{1}{6\mu_2} \left(10 \ln(\cosh(\mu_0 t) + \sinh(\mu_0 t)) S_2^2 - 10 \ln \left(\frac{\cosh(\mu_0 t)(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) + \sinh(\mu_0 t)(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) - a_0^2 \mu_2}{a_0^2} \right) S_2^2 + 10 \ln \left(\frac{4\mu_0}{a_0^2} \right) S_2^2 - 9 \ln \left(\frac{\cosh(\mu_0 t) + \sinh(\mu_0 t)}{\sinh(\mu_0 t)} \right) S_3 + 9 \ln \left(\frac{\cosh(\mu_0 t)(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) + \sinh(\mu_0 t)(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) - a_0^2 \mu_2}{a_0^2} \right) S_3 - 9 \ln \left(\frac{4\mu_0}{a_0^2} \right) S_3 + 6t\mu_2 + 6\beta_0 \mu_2 \right) \right] \quad (33)$$

پاسخ تحلیلی بالا تقریبی از پاسخ لایه آبرفت با فرض سختی و میرایی غیرخطی می‌باشد. برای بدست آوردن فرکانس طبیعی

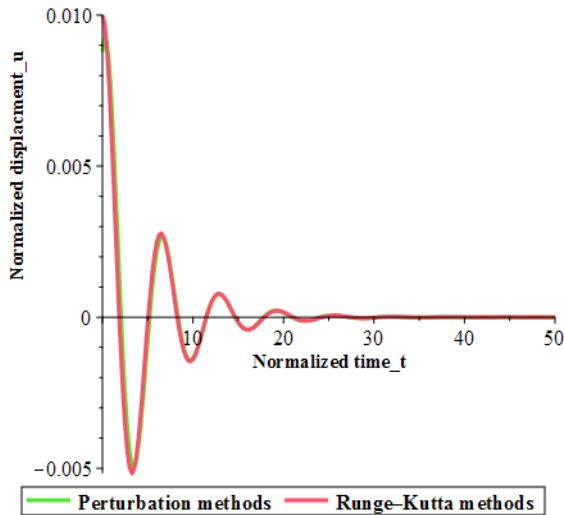
$$a(T_2) = \frac{2 \sqrt{\left[\frac{(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) e^{\mu_0 T_2}}{a_0^2} - \mu_2 \right] \mu_0}}{\frac{(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) e^{\mu_0 T_2}}{a_0^2} - \mu_2} \left[(-10S_2^2 + 9S_3) \ln \left[\frac{(a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) e^{\mu_0 T_2}}{a_0^2} - \mu_2 \right] + (10S_2^2 - 9S_3) \ln \left(\frac{\mu_0}{a_0^2} \right) + (10S_2^2 - 9S_3) \ln(e^{\mu_0 T_2}) + (20S_2^2 - 18S_3) \ln(2) + 6\beta_0 \mu_2 \right] \quad (30)$$

در شکل ۶ به خوبی مشاهده می‌شود که دامنه پاسخ سیستم یک درجه آزادی با افزایش مقیاس زمانی دوم به صورت نمائی کاهش می‌یابد. از طرفی زاویه فاز تغییرات محسوسی در برابر مقیاس زمانی دوم نشان نداده است. همچنین این مطلب به خوبی درک می‌شود که با افزایش فشار همه جانبه مؤثر (P_0)، دامنه پاسخ افزایش یافته است و زاویه فاز در برابر T_2 تغییرات خاصی ندارد.

بنابراین با حذف ترم مؤلفه زمانی بزرگ از معادله (۲۷) پاسخ آن را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$u_3(T_0, T_1, T_2) = \frac{Ia(T_2)^3 \mu_2 e^{3I\beta(T_2)+3IT_0}}{a(T_2)^3 S_2^2 e^{3I\beta(T_2)+3IT_0}} + \frac{64}{a(T_2)^3 S_2^2 e^{3I\beta(T_2)+3IT_0}} + \frac{96}{a(T_2)^3 S_3 e^{3I\beta(T_2)+3IT_0}} + \frac{64}{Ia(T_2)^2 \mu_1 e^{2I\beta(T_2)+2IT_0}} - \frac{12}{Ia(T_2)^3 \mu_2 e^{-3I\beta(T_2)-3IT_0}} + \frac{64}{a(T_2)^3 S_2^2 e^{-3I\beta(T_2)-3IT_0}} - \frac{96}{a(T_2)^3 S_3 e^{-3I\beta(T_2)-3IT_0}} - \frac{64}{Ia(T_2)^2 \mu_1 e^{-2I\beta(T_2)-2IT_0}} \quad (31)$$

در این مرحله تحلیل پاسخ غیرخطی دینامیکی آبرفت یک لایه به اتمام رسیده است. پس از جای‌گذاری و ساده سازی پاسخ را به فرم



شکل ۸. مقایسه نتایج تحلیل پاسخ غیرخطی سایت با روش‌های انتگرال‌گیری عددی از معادله حرکت و روش تحلیلی اغتشاشات

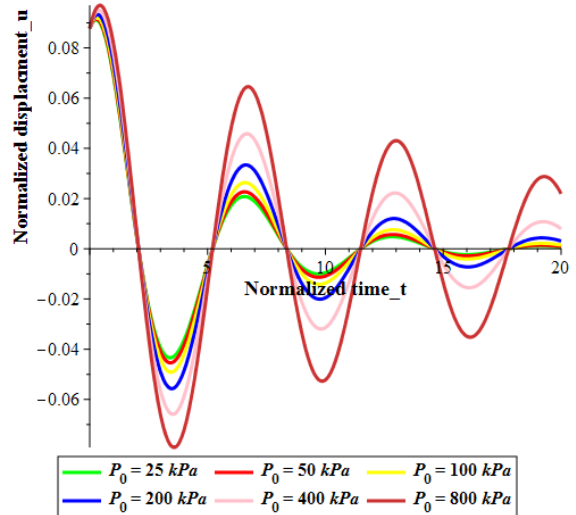
Fig. 8. Comparison the results of non-linear site response analysis with numerically methods and perturbation analytical method

و میرایی می‌شود، می‌تواند متغیر در نظر گرفته شود. در تحلیل به روش اغتشاشات این امکان وجود دارد که تغییرات فرکانس طبیعی در حین زمان و با توجه به خصوصیات لایه خاکی تعیین گردد. معادله (۳۴) این تغییرات را بیان می‌کند و این تغییرات در شکل ۹ نشان داده شده است. از شکل ۹ به خوبی می‌توان مشاهده کرد که فرکانس طبیعی بعد از گذشت زمانی از ارتعاش همواره به مقدار ۱ همگرا شده است. که این مقدار همان مقدار فرکانس طبیعی در حالت خطی می‌باشد. توجه شود فرکانس طبیعی بدست آمده فرکانس طبیعی غیرخطی میرا است که بهترین تقریب از رفتار دینامیکی لایه خاک را بدست می‌دهد.

$$\omega = \frac{1}{6t\mu_2} \left[\begin{array}{l} 10 \ln(4e^{\mu_2}) S_2^2 - 10 \ln \left(\frac{e^{\mu_2} (a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) - a_0^2 \mu_2}{a_0^2} \right) S_2^2 + \\ 10 \ln \left(\frac{\mu_0}{a_0^2} \right) S_2^2 - 9 \ln(4e^{\mu_2}) S_3 \\ + 9 \ln \left(\frac{e^{\mu_2} (a_0^2 \mu_2 + 4\mu_0) - a_0^2 \mu_2}{a_0^2} \right) S_3 - 9 \ln \left(\frac{\mu_0}{a_0^2} \right) S_3 \\ + 6t\mu_2 \end{array} \right] \quad (34)$$

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله از روش اغتشاشات به منظور ارائه فرمولاسیون تحلیلی برای تعیین پاسخ سطحی آبرفت دانه‌ای یک لایه با در نظرگیری اثرات هیستریزیس و غیرخطی در حین ارتعاش آزاد



شکل ۷. بررسی تأثیر فشار همه جانبه روی پاسخ لایه آبرفت

$$C_c = 0 \%, e_0 = 0.68, H = 30m$$

Fig. 7. Investigating the effect of confining pressure on the alluvium layer response $C_c = 0 \%, e_0 = 0.68, H = 30m$

غیرخطی و پاسخ ارتعاش آزاد سایت کافی است پارامترهای مربوطه در رابطه بالا جای‌گذاری شود. در ادامه چند مثال برای بررسی حل بدست آمده ارائه می‌گردد.

در شکل ۷ نتایج تحلیل غیرخطی پاسخ سایت با خصوصیات لایه خاک بدست آمده از مدل ریاضی یعنی مقادیر سختی و میرایی براساس مشخصات قابل مشاهده بر روی شکل ۷، برای حالت حل تحلیلی به روش اغتشاشات، نشان داده شده است. از طرفی در شکل ۸ دو حالت حل عددی به صورت انتگرال‌گیری از معادله حرکت، معادله (۱۴)، به روش رانج کوتاه و حل تحلیلی به روش اغتشاشات با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفتند. در شکل ۸ به خوبی دیده می‌شود که نتایج تحلیل پاسخ غیرخطی یک بعدی سایت برای آبرفت یک لایه به روش اغتشاشات با حل معادله دیفرانسیلی حرکت به روش رانج کوتاه در حالت ارتعاش آزاد تطابق بسیار خوبی با یکدیگر دارند.

یکی از پارامترهای بسیار مهمی که تعیین آن از جهات بسیاری می‌تواند سودمند باشد و تحلیل پاسخ سایت و طراحی بسیاری از سازه‌های ژئوتکنیکی در برابر نیروهای دینامیکی به عنوان سازه‌ای که روی لایه خاکی قرار می‌گیرد به آن وابسته است، فرکانس طبیعی لایه‌های آبرفتی می‌باشد. فرکانس طبیعی با توجه به مفهوم آن و طبیعت لایه خاکی که در حین ارتعاش دستخوش تغییراتی در سختی

آزاد تطابق بسیار خوبی دارد. به جهت انجام تحلیل یک بعدی و ارائه فرمولاسیون تحلیلی برای پاسخ سایت و فرکانس طبیعی و دامنه پاسخ لایه آبرفت، فرض گردید که لایه موردنظر یک فضای نیمه بی‌نهایت، همگن و غیرالاستیک باشد و از طرفی فرض شد که $\frac{\partial u}{\partial y}$ به صورت خطی باشد و از تغییرشکل‌ها در راستای قائم صرف نظر گردید.

اهم نتایج بدست آمده طبق ذیل است:

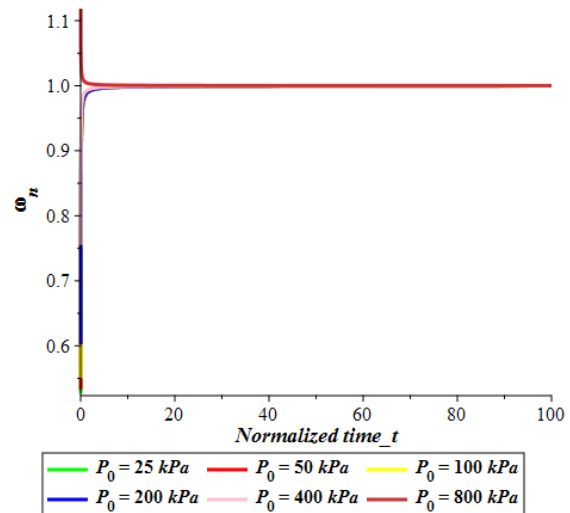
با استفاده از تحلیل رگرسیون مدلی تجربی به منظور تخمین و ارزیابی مدول برشی نرمال شده و نسبت میرایی خاک‌های سیمانته و غیرسیمانته ایجاد گردید که به منظور در نظرگیری تأثیر درصد سیمان، نسبت تخلخل، فشار همه‌جانبه به همراه سه ثابت تعیین شده است.

با استفاده از تکنیک اغتشاشات مشخص گردید که امکان تعیین پاسخ سطح آبرفت یک لایه به صورت سیستم یک درجه آزاد جرم و فنر غیرخطی و میراگر غیرخطی تا حد رضایت‌بخشی وجود خواهد داشت؛ به طوری که از مقایسه نتایج تحلیل پاسخ به روش اغتشاشات و روش انتگرال‌گیری عددی رانج کوتاه امکان درک این موضوع می‌باشد. با افزایش در فشار همه‌جانبه دامنه پاسخ حرکات زمین در حالت ارتعاش آزاد افزایش داشته است.

فرکانس طبیعی با افزایش در مقدار فشار همه‌جانبه ممکن است کاهش و یا افزایشی باشد. در فشار همه‌جانبه کمتر از ۸۰۰ کیلوپاسکال، تغییرات فرکانس طبیعی با زمان به صورت افزایشی بوده و در فشار ۸۰۰ کیلوپاسکال، فرکانس طبیعی ابتدا کاهش یافته و سپس به مقدار ۱ همگرا شده است.

مراجع

- [1] Pestana, J. M. and L. A. Salvati (2006). "Small-strain behavior of granular soils. I: Model for cemented and uncemented sands and gravels." *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 1081-1071 : (8)132.
- [2] Idriss, I. M. and H. B. Seed (1968). "Seismic response of horizontal soil layers." *Am Soc Civil Engring J Soil Mech.*
- [3] Nayfeh, A. H. (2011). *Introduction to perturbation techniques*, John Wiley & Sons.
- [4] Chen, C. and Z.-m. Zhou (2013). "Nonlinear cross-anisotropic model for soils at various strain levels."



شکل ۹. نمایش تغییرات فرکانس طبیعی در حین ارتعاش و بررسی تأثیر فشار همه‌جانبه روی فرکانس طبیعی لایه آبرفت

$$C_c = 0 \%, e_0 = 0.68, H = 30m, a_0 = 50, \beta_0 = -0.5$$

Fig. 9. Representation of natural frequency variation during vibration and investigates the effect of confining pressure on the natural frequency of the alluvium layer

$$C_c = 0 \%, e_0 = 0.68, H = 30m, a_0 = 50, \beta_0 = -0.5$$

استفاده شده است. علاوه بر این مشخص گردید، فرکانس طبیعی لایه آبرفت علاوه بر تأثیر پارامترهایی از قبیل فشار همه‌جانبه (P_0)، تابعی از زمان ارتعاشات بوده و فرکانس طبیعی بعد از گذشت زمان کافی به مقدار یک همگرا می‌شود. همچنین به منظور تعیین فرکانس طبیعی لایه آبرفت بر اساس مشخصات لایه مورد نظر، فرمولاسیون تحلیلی برای آن ارائه گردید. از طرفی از یک فرمولاسیون تجربی بر اساس رگرسیون‌گیری غیرخطی از داده‌های تجربی به منظور تخمین نسبت میرایی و سختی برشی خاک‌های دانه‌ای سیمانته و غیرسیمانته استفاده شده است. فرمولاسیون مورد اشاره با استفاده از سری تیلور تا تقریب مرتبه سوم حول نقطه صفر به یک چندجمله‌ای برحسب تغییرمکان u تبدیل شده است. به طوری که این چندجمله‌ای به ترتیب سختی برشی و نسبت میرایی را برای بیشتر مطالعات محققان قبلی تا کرنش برشی ۰/۱ درصد به خوبی تقریب زده است. ضرایب ثابت فرمولاسیون تجربی در جدول ۱ ارائه شده است. به جهت صحت‌سنجی، روش اغتشاشات با روش عددی رانج کوتاه مورد مقایسه قرار گرفت و مشاهده شد که روش اغتشاشات با روش انتگرال‌گیری عددی رانج کوتاه در حالت ارتعاش

- constitutive model to simultaneously match modulus reduction and damping soil curves for nonlinear site response analysis. *Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics IV*: 10-1.
- [17] Phillips, C. and Y. M. Hashash (2009). "Damping formulation for nonlinear 1D site response analyses." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* -1143 :(7)29 1158.
- [18] Saxena, S. K., et al. (1988). "Dynamic moduli and damping ratios for cemented sands at low strains." *Canadian Geotechnical Journal* 368-353 :(2)25.
- [19] Seed, H. B., and Idriss, I. M. (1970). "Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis." Rep. No. EERC 10-70, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, Calif.
- [20] Seed, H. B., et al. (1986). "Moduli and damping factors for dynamic analyses of cohesionless soils." *Journal of geotechnical engineering* 1032-1016 :(11)112.
- [21] Stokoe, K., et al. (1999). *Dynamic soil properties: laboratory, field and correlation studies*. Proceedings of the 2nd international conference on earthquake geotechnical engineering 1999., AA Balkema.
- [22] Stokoe, K., et al. (2004). *Development of a new family of normalized modulus reduction and material damping curves*. International Workshop on Uncertainties in Nonlinear Soil Properties and their Impact on Modeling Dynamic Soil Response.
- [23] Vucetic, M. and R. Dobry (1991). "Effect of soil plasticity on cyclic response." *Journal of geotechnical engineering* 107-89 :(1)117.
- [24] Vucetic, M., et al. (1998). "Damping at small strains in cyclic simple shear test." *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 594-585 :(7)124.
- [25] Zen, K., Umehara, Y., and Hamada, K. ~1978!. "Laboratory tests and in situ seismic survey on vibratory shear modulus of clayey soils with various plasticities." Proc., 5th Japanese Earthquake Engineering Symp., Japan, 728-721.
- [26] Lee, M. K. W., and Finn, W. D. L. (1978). "DESRA2-, dynamic effective stress response analysis of soil deposits International Journal of Geomechanics 04014012 :(4)14.
- [5] Zhang, J., et al. (2005). "Normalized shear modulus and material damping ratio relationships." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* :(4)131 464-453.
- [6] Groholski, D. R., et al. (2016). "Simplified model for small-strain nonlinearity and strength in 1D seismic site response analysis." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 04016042 :(9)142.
- [7] Hardin, B. O. and V. P. Drnevich (1972). "Shear modulus and damping in soils: measurement and parameter effects." *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div* 98(sm6).
- [8] Hashash, Y. M. and D. Park (2001). "Non-linear one-dimensional seismic ground motion propagation in the Mississippi embayment." *Engineering Geology* :(3-1)62 206-185.
- [9] Hashash, Y. M. and D. Park (2002). "Viscous damping formulation and high frequency motion propagation in non-linear site response analysis." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 624-611 :(7)22.
- [10] Hashash, Y. M., et al. (2008). "Soil-column depth-dependent seismic site coefficients and hazard maps for the upper Mississippi Embayment." *Bulletin of the Seismological Society of America* 2021-2004 :(4)98.
- [11] Ishibashi, I. and X. Zhang (1993). "Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay." *Soils and foundations* 191-182 :(1)33.
- [12] Iwasaki, T., et al. (1978). "Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading." *Soils and Foundations* 56-39 :(1)18.
- [13] Kokusho, T., et al. (1982). "Dynamic properties of soft clay for wide strain range." *Soils and Foundations* :(4)22 18-1.
- [14] Richart, F. E., et al. (1970). "Vibrations of soils and foundations."
- [15] Park, D. and Y. M. Hashash (2004). "Soil damping formulation in nonlinear time domain site response analysis." *Journal of Earthquake Engineering* -249 :(02)8 274.
- [16] Phillips, C. and Y. M. Hashash (2008). A simplified

- Civil Engineering, 268-264 ,(3)12.
- [38] Acar, Y. B. and E.-T. A. El-Tahir (1986). "Low strain dynamic properties of artificially cemented sand." *Journal of Geotechnical Engineering* -1001 :(11)112 1015.
- [39] Kokusho, T. (1980). "Cyclic triaxial test of dynamic soil properties for wide strain range." *Soils and foundations* 60-45 :(2)20.
- [40] Sharma, S. S., & Fahey, M. (2003). Degradation of stiffness of cemented calcareous soil in cyclic triaxial tests. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering*, 629-619 ,(7)129.
- [41] Sharma, S. S. and M. Fahey (2004). "Deformation characteristics of two cemented calcareous soils." *Canadian geotechnical journal* 1151-1139 :(6)41.
- [42] Iwasaki, T., Tatsuoka, F. and Takagi, Y. (1976): "Dynamic shear deformation properties of sand for wide strain range," Report of Civil Engineering Institute, No. 1085, Ministry of Construction (in Japanese).
- [43] Ambraseys, N. (1960). On the shear response of a two-dimensional truncated wedge subjected to an arbitrary disturbance. *Bulletin of the seismological society of America*, 56-45 ,(1)50.
- [44] Gazetas, G. (1987). Seismic response of earth dams: some recent developments. *Soil dynamics and earthquake engineering*, 47-2 ,(1)6.
- [45] Makdisi, F. I., & Seed, H. B. (1979). Simplified procedure for evaluating embankment response. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering*, 105(ASCE 15055).
- [46] Mononobe, N., Takata, A., & Matumura, M. (1936). Seismic stability of the earth dam. Paper presented at the Proc. 2nd Congress on Large Dams.
- [47] Das, B. M., & Ramana , G. V. (2011). *Principles of soil dynamics*: Cengage Learning.
- [48] Ishihara, K. (1996). *Soil behaviour in earthquake geotechnics*.
- [49] Kramer, S. L. (1996). *Geotechnical earthquake engineering*: Pearson Education India.
- with energy transmitting boundary including assessment of liquefaction potential." *Soil Mech. Series No. 38, Univ. of British Columbia, Vancouver, Canada*.
- [27] Yasuda, N. and N. Matsumoto (1993). "Dynamic deformation characteristics of sands and rockfill materials." *Canadian Geotechnical Journal* -747 :(5)30 757.
- [28] Yasuda, N., et al. (1996). "Dynamic deformation characteristics of undisturbed riverbed gravels." *Canadian geotechnical journal* 249-237 :(2)33.
- [29] Menq F.-Y., 2003. *Dynamic Properties of Sandy and Gravelly Soils* (Ph.D. dissertation). University of Texas, Austin, USA.
- [30] Senetakis, K., et al. (2013). "Normalized shear modulus reduction and damping ratio curves of quartz sand and rhyolitic crushed rock." *Soils and Foundations* :(6)53 893-879.
- [31] Feng, T., et al. (2019). "Experimental Investigation of Dynamic Characteristics of Subsea Sand-Silt Mixtures." *Advances in Civil Engineering* 2019.
- [32] Darendeli, M. B. (2001). "Development of a new family of normalized modulus reduction and material damping curves."
- [33] Zhao, M.-h., He, W., & Wang, H.-h. (2007). Perturbation analysis on post-buckling behavior of pile. *Journal of Central South University of Technology*, 857-853 ,(6)14.
- [34] Hambleton, J., & Sloan, S. (2011). Coordinate perturbation method for upper bound limit analysis. Paper presented at the 2nd International symposium on computational geomechanics, Dubrovnik.
- [35] Hambleton, J., & Sloan, S. (2013). A perturbation method for optimization of rigid block mechanisms in the kinematic method of limit analysis. *Computers and Geotechnics*, 271-260 ,48.
- [36] Liu, S. J., & Wang, H. C. (2012). Interval back analysis on mechanical parameter of geotechnical engineering. Paper presented at the Applied Mechanics and Materials.
- [37] Farah, K., Ltifi, M., Abichou, T., & Hassis, H. (2014). Comparison of different probabilistic methods for analyzing slope stability. *International Journal of*

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Shirzad, A. Hamidi, S.A.A. Hosseini, *Nonlinear Free Vibration Analysis of Granular Soil Layer Using Perturbation Technique*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(7) (2021) 2977-2994.

DOI: [10.22060/ceej.2020.17605.6614](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17605.6614)



