



CS and RCPT Prediction of Concrete Samples Using Bayesian Inference and Performing Different Reliability Analyzes

M. Komasi^{1*}, S. A. Hassanzadeh²

¹ Department of Civil Engineering, Ayatollah Ozma Borujerdi University, Borujerd, Iran

² Department of Civil Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran.

ABSTRACT: Compression strength (CS) and rapid chloride permeability test (RCPT) are very significant parameters in mechanical and durability properties in concrete, respectively. Analytical methods such as formulas and graphs for prediction and reliability of CS and RCPT in concrete samples are gathered with many problems. Many soft computing methods are very accurate in the prediction of CS and RCPT but these methods are deterministic or have not reliability tools. For these reasons, Bayesian inference is used which is a probabilistic and linear method. For this purpose, according to some of the concrete samples, a probabilistic relation is proposed for each CS and RCPT. The accuracy of each proposed formula is tested, and after verification of them, reliability analysis is performed. In this study, the first-order reliability method (FORM), Monte-Carlo sampling (MCS), and histogram sampling are used for reliability analysis. Each of these methods has unique properties that FORM is linear and has a very short time-consuming. MCS and histogram sampling are nonlinear and have high time-consuming but their accuracy are very high. Histogram sampling is similar to MCS but in this type of analysis, reliability results for any outcomes are given, and time-consuming in this method is very high. A three-method analysis of CS and RCPT showed that the results are closed together. So, using FORM because of use easily and save time-consuming can be a reasonable choice for reliability analysis of CS and RCPT in concrete samples.

Review History:

Received: Mar. 03, 2020

Revised: Apr. 21, 2020

Accepted: Aug. 25, 2020

Available Online: Oct. 06, 2020

Keywords:

Concrete samples

Bayesian inference

FORM

Monte-Carlo sampling

Histogram sampling

1. INTRODUCTION

CS and RCPT are very important parameters in the quantity and quality of concrete and prediction of these parameters can help concrete design mixture [1]. The Bayesian inference method is used in this study for the prediction of CS and RCPT. Bayesian inference is a probabilistic method but other methods are deterministic. The accuracy of Bayesian inference is reasonable and it can be said that this method can be used for future studies [2]. The next section of this study is about reliability analysis that contains FORM, MCS, and histogram sampling. Results showed that all of the different reliability methods have good accuracy and the same solution. So, it can be used of linear reliability methods like FORM for this purpose.

2. METHODOLOGY

2.1. Bayesian inference method

For the prediction of an event, it can be used Bayesian regression that is given in Eq. (1). In Eq. (1), θ_i and $h_i(x)$ are model parameters and functions, respectively [3].

$$y = \theta_1 h_1(x) + \theta_2 h_2(x) + \dots + \theta_k h_k(x) + \varepsilon \quad (1)$$

To find the factor of each model parameter the function like $h(x)$ is considered that should be assigned a round number to the exponent of each explanatory variable. In Eq. (2), this relationship is given:

$$h(x) = x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_k^{m_k} \quad (2)$$

In Eq. (2), different values of m_i are chosen from $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ set. These values are selected for preventing complications of Bayesian inference model.

2.2. Different reliability methods

Each reliability problem is consists of two parts. The first part is a limit state function (LSF) and the second part is random variables (RVs). FORM, MCS, and histogram sampling are the methods that have been used for reliability analysis.

2.2.1. FORM analysis

FORM is a linear method that by using linear Taylor series expansion about design point, separated LSF from overall space by a hyperplane [4]. Beta (β) is Equal to the distance from the origin coordinate to the design point or the point that has a maximum probability density that is given in Eq. (3). The method of finding β is represented in Eq. (4) [5].

*Corresponding author's email: Komasi@abru.ac.ir



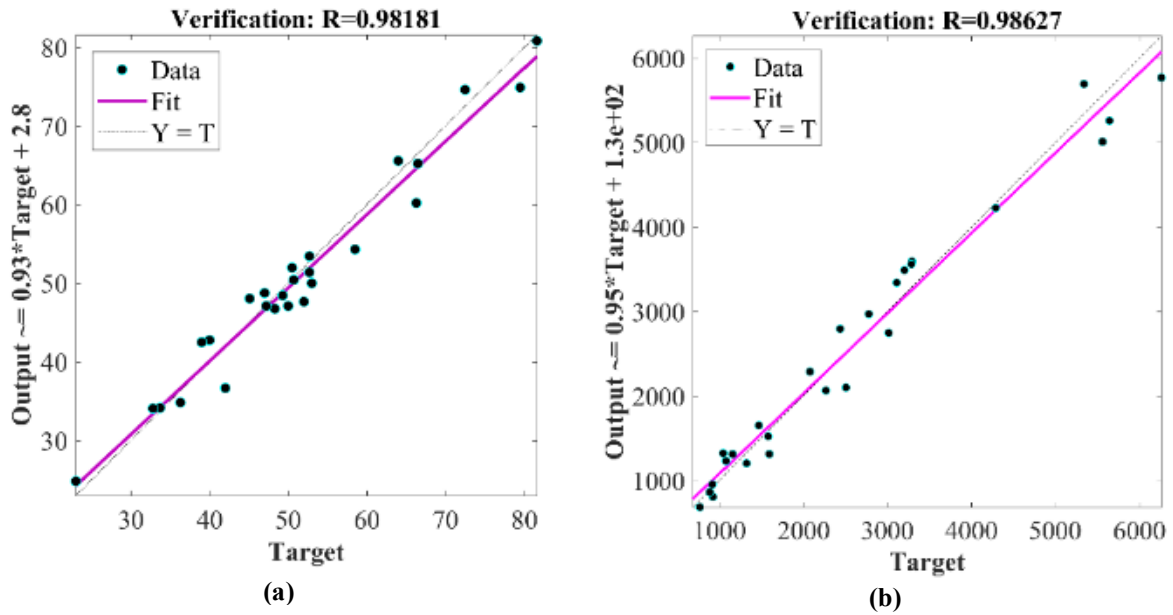


Fig. 1. Correlation graph between observed and predicted values for RCPT by Bayesian inference: (a) verification of RCPT, (b) verification of CS

$$\beta = \| y^* \| \tag{3}$$

$$y = \arg \min \{ \| y \|, G(y) = 0 \} \tag{4}$$

2.2.2. Monte-Carlo sampling

In this method, according to the distribution function of RVs, stochastic samples are generated and after getting sufficient accuracy, analysis is finished. Failure probability is assessed by the samples that are in out the limit state surface (LSS) divided into the total number of samples [6]. Determination of P_f in MCS is given in Eq. (5). In Eq. (5), N is the total number of samples and $I(x)$ is the indicator function.

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x_i) \tag{5}$$

2.2.3. Histogram sampling

Histogram sampling is like MCS but in this method, diverse RVs are entered as input and the solution is shown as a function of input values.

3. RESULTS AND DISCUSSION

3.1. Bayesian inference

As can be seen in Figs. 1(a) and 1(b), a high correlation exists between observations and predictions of concrete samples.

3.2. Results of FORM

FORM results for RCPT and CS are presented in Table

1. FORM is a linear method that has low time-consuming. Reliability index or β can vary between 4 and -4, that if the β is positive, P_f is less than 50%, and if the β is negative, P_f is more than 50% [7].

3.3. Results of MCS

Results of MCS are given in Table 2. As can be seen in Table 2, the same threshold values are selected for MCS that is utilized for FORM analysis. The results of Table 2 indicated that FORM and MCS are closed together. Therefore it can be concluded that FORM is a rigorous method although this is a linear method. As an example for RCPT threshold value is equal to 500 coulombs, β , and P_f in FORM are -0.97 and 83.46%, respectively, and these values for MCS are -0.99 and 83.92%, respectively. Values of β and P_f of FORM for CS in 35 MPa as a threshold value are 2.7 and 0.34%, respectively. These values for MCS are 2.72 and 0.32%, respectively. Results in other threshold values in CS and RCPT are the same for FORM and MCS.

4. CONCLUSION

· Bayesian inference unlike other meta-heuristic methods that are nonlinear and high time-consuming was linear and had a less time-consuming. The other advantage of this method was related to probabilistic modeling that other methods did not have this capability and finally, Bayesian inference proposed an explicit formula for each prediction. For these reasons, it was used of Bayesian results as the tools for performing reliability analysis.

· Although Bayesian inference was a very useful method, but this method proposed long equations for the prediction of

Table 1. Reliability analysis of CS and RCPT for the mean values of HPC samples using FORM

Type of verification	Threshold values	Beta index	P_f (%)
CS (MPa)	35	2.7	0.34
	40	1.93	2.69
	45	1.13	12.80
	50	0.33	37.19
	55	-0.486	68.65
	60	-1.29	90.18
RCPT (Coulomb)	500	-0.97	83.46
	1000	-0.59	72.31
	2000	0.17	43.25
	3000	0.93	17.59
	4000	1.68	4.56
	5000	2.44	0.73

Table 2. Reliability analysis by using MCS for CS and RCPT

Type of verification	Threshold values	Beta index	P_f (%)	Samples
CS (MPa)	35	2.72	0.32	774171
	40	1.93	2.68	90698
	45	1.15	12.58	17381
	50	0.32	37.28	4206
	55	-0.48	68.65	1142
	60	-1.34	91.06	246
RCPT (Coulomb)	500	-0.99	83.92	479
	1000	-0.58	72.15	966
	2000	0.15	43.98	3185
	3000	0.95	17.10	12123
	4000	1.70	4.41	54112
	5000	2.44	0.72	343722


CS and RCPT. So, it is recommended in the next researches and is used for other functions like triangular, logarithmic, exponential, and user-defined functions for summarizing these relations.

The results showed that FORM and MCS are closed together. Therefore, the accuracy of FORM that is a linear and low time-consuming analysis was very acceptable compared to MCS that is nonlinear and high time-consuming.

REFERENCES

[1] Asghshahr, M.S., Rahai, A., Ashrafi, H., 2016. "Prediction of chloride content in concrete using ANN and CART". *Magazine of Concrete Research*, 68 (21), pp.1085-98.
 [2] Shakouri, M., Trejo, D., 2019. "Estimating the critical chloride threshold of reinforcing steel in concrete using a hierarchical Bayesian model". *Sustainable and Resilient Infrastructure*, 4(4), pp. 152-72.
 [3] Gardoni, P., Der Kiureghian, A., Mosalam, K.M., 2002.

"Probabilistic capacity models and fragility estimates for RC columns based on experimental observations". *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 128 (10), pp.1024-38.
 [4] Haukaas, T., Der Kiureghian, A., 2006. "Strategies for finding the design point in nonlinear finite element reliability analysis". *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21(2), pp. 133-147.
 [5] Bagheri, M., Chahkandi, A., Jahangir, H., 2019. "Seismic reliability analysis of RC frames rehabilitated by glass-fiber-reinforced polymers". *International Journal of Civil Engineering*, 17(11), pp.1785-97.
 [6] Roostami, P., Mahsuli, M., 2018. "Risk-Optimal arrangement of stiffeners in steel plate shear walls with door opening". *Frontiers in Built Environment*, 4, 59.
 [7] Hussein, M., Sayed, T., Ismail, K., Van Espen, A., 2014. "Calibrating road design guides using risk-based reliability analysis". *Journal of Transportation Engineering*, 140(9), 04014041.

<p>HOW TO CITE THIS ARTICLE</p> <p>M. Komasi, S.A. Hassanzadeh, CS and RCPT Prediction of Concrete Samples Using Bayesian Inference and Performing Different Reliability Analyzes, Amirkabir J. Civil Eng., 53(8) (2021)787-790.</p> <p>DOI: 10.22060/ceej.2020.18029.6743</p>	
---	---



پیش‌بینی مقاومت فشاری و نفوذ یون کلرید نمونه‌های بتنی با تخمین بیزین و انجام تحلیل‌های مختلف قابلیت اعتماد

مهدی کماسی^{۱*}، سیدعلی حسن‌زاده^۲

^۱ گروه عمران، دانشگاه آیت‌الله العظمی بروجردی (ره)، بروجرد، ایران.
^۲ دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۱۲
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۲/۰۲
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۷/۱۵

کلمات کلیدی:

نمونه‌های بتن
تخمین بیزین
تحلیل مرتبه اول قابلیت اعتماد
نمونه‌گیری مونت کارلو
نمونه‌گیری پیشین

خلاصه: مقاومت فشاری و نفوذ یون کلرید (RCPT) به ترتیب از مشخصه‌های مهم مکانیکی و دوام بتن می‌باشند. استفاده از روش‌های تحلیلی مانند فرمول‌ها، نمودارها و نمودارها برای پیش‌بینی و تحلیل قابلیت اعتماد مقاومت فشاری بتن و RCPT همواره با ضعف‌های زیادی همراه بوده است و همچنین روش‌های محاسبات نرم نیز با وجود دارا بودن دقت مناسب در پیش‌بینی مقاومت فشاری و RCPT، به قابلیت اعتماد هر یک از این پارامترها نپرداخته‌اند. به همین خاطر در این پژوهش از روش احتمالاتی و خطی بیزین استفاده شده است. برای این منظور، براساس تعدادی نمونه بتنی، برای هر یک از پارامترهای مقاومت فشاری و RCPT یک رابطه احتمالاتی براساس ورودی‌های مسأله و خروجی‌های خواسته شده، پیشنهاد شده است. دقت هر یک از روابط پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفت و پس از صحت روابط داده شده، از آن‌ها برای تحلیل قابلیت اعتماد استفاده شد. در بخش بعدی این پژوهش، برای بررسی تحلیل قابلیت اعتماد از روش‌های تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول (FORM)، نمونه‌گیری مونت کارلو و نمونه‌گیری پیشین برای بررسی قابلیت اعتماد مقاومت فشاری و RCPT استفاده شده است. تحلیل‌های حاصل از هر سه روش در ارزیابی مقاومت فشاری و RCPT نشان دادند که نتایج هر سه روش به هم بسیار نزدیک می‌باشند. بنابراین استفاده از روش FORM که یک روش خطی و با هزینه محاسباتی پایین‌تر است، می‌تواند گزینه مناسبی برای تحلیل قابلیت اعتماد مقاومت فشاری و RCPT بتن باشد.

۱- مقدمه

مقاومت فشاری تأثیر بسزایی داشته باشند [۱]. در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های فراکاوشی مانند رگرسیون چندگانه خطی^۱ (MRA)، شبکه عصبی مصنوعی^۲ (ANN)، استنتاج فازی عصبی تطبیقی^۳ (ANFIS) و روش برنامه‌ریزی بیان ژن^۴ (GEP) برای پیش‌بینی خواص بتن، به جای استفاده از روابط تحلیلی، نمودارها و نمودارها مرسوم شده است [۲-۸]. اما این روش‌ها با وجود دارا بودن توانایی بسیار، احتمالاتی نیستند و نمی‌توانند عدم قطعیت‌های مدل را به طور کامل پوشش دهند. علاوه بر این برخی از روش‌های فوق قابلیت بروزرسانی ندارند و با اضافه کردن اطلاعات جدید در مورد

برای تخمین رفتار واقعی یک پدیده باید فیزیک و سایر مشخصات مکانیکی آن پدیده به صورتی منطقی و صحیح مدل‌سازی شود. تخمین با دقت بالای بسیاری از پدیده‌های واقعی با توجه به پیچیدگی و شرایط مختلفی که آن پدیده می‌تواند داشته باشد، با استفاده از روابط تحلیلی، نمودارها و جداول بسیار مشکل است. به عنوان مثال تخمین مقاومت فشاری بتن با استفاده از یک رابطه تحلیلی نمی‌تواند دقت زیادی داشته باشد، زیرا در طرح اختلاط هر بتن پارامترهای مختلفی مانند نوع سیمان مورد استفاده، تنوع معادن تهیه سنگدانه‌های مصرفی، مدت عمل‌آوری و نظایر آن می‌توانند بر نتیجه پیش‌بینی

1 Multivariate regression analysis

2 Artificial neural network

3 Adaptive neuro fuzzy inference system

4 Gene expression programming

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: komasi@abru.ac.ir



یک پدیده نمی‌توانند پیش‌بینی بروز شده را ارائه دهند. روش تخمین بیزین^۱ از جمله روش‌هایی است که در سال‌های اخیر مورد استفاده محققان قرار گرفته است و پژوهش‌های متعددی با این روش انجام شده است که در آن موری و الینگوود^۲ به بررسی حفظ قابلیت اعتماد سازه‌های بتنی با در نظر گرفتن بازرسی و تعمیرات آن‌ها پرداختند. در این پژوهش کاهش مقاومت اعضای بتن‌آرمه در محیط‌های در معرض حمله یون‌های کلرید براساس داده‌های آزمایشگاهی بررسی شد و تابع توزیع شدت خرابی آن‌ها توسط روش تخمین بیزین محاسبه گردید [۹]. انرایت و فرانگوپل^۳ از روش تخمین بیزین به بررسی زوال و خوردگی یک پل با داشتن اطلاعات قبلی از نحوه زوال و خوردگی پل‌ها پرداختند. در این تحقیق مشخص شد که روش تخمین بیزین با بروز کردن اطلاعات و با استفاده از روش نمونه‌گیری مونت‌کارلو^۴ می‌تواند پیش‌بینی واقع بینانه‌ای را انجام دهد [۱۰]. سون و لو^۵ به شناسایی خرابی پل‌های بتن‌آرمه با استفاده از روش احتمالاتی بیزین پرداختند. برای این منظور از روش تخمین بیزین برای پیش‌بینی محل مفصل پلاستیک براساس داده‌های گرفته شده از داده‌های آزمایشگاهی قبلی، استفاده شد. در این مطالعه با وجود دقت مناسب، بین برخی از مشاهدات و مدل‌های پیش‌بینی اختلاف وجود داشت [۱۱]. چو^۶ و همکاران یک فرمول ساده و احتمالاتی را ارائه دادند که برای احتمال شکست ستون‌های بتنی براساس برش و تغییرشکل مورد استفاده قرار گرفت. آن‌ها در مطالعه خود از روش بیزین برای بروزرسانی مدل‌های احتمالاتی موجود براساس داده‌های جدید استفاده نمودند [۱۲]. گیانینی و همکاران^۷ به ارزیابی مقاومت فشاری بتن با استفاده از روش مستقیم (آزمایش کرگیری) و روش غیرمخرب (سرعت امواج اولتراسونیک) پرداختند. برای این منظور ایشان از روش تخمین بیزین برای پیش‌بینی مقاومت فشاری استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش تعداد آزمایش‌ها، مقدار پراکندگی کم می‌شود اما میانه تغییرری زیادی نمی‌کند [۱۳]. هان و همکاران^۸ با استفاده از تخمین بیزین به پیش‌بینی خیز درازمدت تیرهای بتن‌آرمه تحت انقباض و خزش پرداختند. در این مطالعه

- 1 Bayesian inference
- 2 Mori and Ellingwood
- 3 Enright and Frangopol
- 4 Monte-Carlo sampling
- 5 Sohn and Law
- 6 Choe
- 7 Giannini et al.
- 8 Han et al.

دریافتند که در روش بیزین باید داده‌ها به قدر کافی وجود داشته باشد تا این روش بتواند با دقت بالایی خیز را پیش‌بینی کند [۱۴]. فاروز و همکاران^۹ به تحلیل قابلیت اعتماد تیرهای بتنی تحت خوردگی با استفاده از روش تخمین بیزین پرداختند. برای این منظور ایشان برای پیش‌بینی خوردگی میلگرد که یک پدیده وابسته به زمان است از روش تخمین بیزین استفاده کردند. پاسخ‌های روش بیزین برای خوردگی در حالت یکنواخت و غیریکنواخت با لحاظ کردن انواع خطاها بسیار رضایت بخش بود [۱۵]. سوزا و همکاران^{۱۰} به پیش‌بینی تغییرشکل‌های خزش بتن با استفاده از روش تخمین بیزین پرداختند. برای این منظور از روش‌های بروزرسانی تکی و پی‌درپی استفاده شد. نتایج تغییرشکل خزش بیانگر آن بود که ضریب تغییرات تغییرشکل خزش بتن در حالت تکی برابر ۵٪ و برای پی‌درپی برابر ۱/۵٪ شد. بنابراین استفاده از روش بروزرسانی پی‌درپی از دقت مناسب‌تری برخوردار است [۱۶]. فلیسچهاکر و همکاران^{۱۱} نیز با روش تخمین بیزین به پیش‌بینی عملکرد عرشه پل‌های بتنی و زمان مناسب برای تعمیر یا بهسازی آن‌ها پرداختند [۱۷]. باقری و همکاران با استفاده از روش‌های قابلیت اعتماد FORM و مونت‌کارلو به یافتن طول بهینه الیاف FRP در بتن پرداختند. در این مطالعه مشخص شد که طول بهینه الیاف FRP برابر ۰/۲۱ ارتفاع ستون است که این طول تأثیر بسزایی بر روی شاخص قابلیت اعتماد دارد [۱۸]. سایر تحقیقات قبلی که با روش بیزین انجام شده‌اند، یا بیشتر برای تحلیل‌های قابلیت اعتماد استفاده شده‌اند و یا به صورت محدود تنها برای پیش‌بینی برخی از پدیده‌ها به کار برده شده است [۱۹-۲۰]. بنابراین استفاده از روش تخمین بیزین با استفاده همزمان پیش‌بینی و قابلیت اعتماد (روش‌های خطی و غیرخطی) در نمونه‌های بتنی، ضروری به نظر می‌رسید که در این پژوهش به آن پرداخته شده است.

در این مطالعه با روش تخمین بیزین به پیش‌بینی مقاومت فشاری و نفوذ یون کلرید^{۱۲} (RCPT) پرداخته شده است. روش تخمین بیزین از یک جهت یک روش خطی است و هزینه محاسباتی پائینی دارد و از جهت دیگر یک روش احتمالاتی است و تمام عدم قطعیت‌های مدل را در پارامترهای مدل در نظر می‌گیرد. علاوه بر دو مزیت فوق،

- 9 Faroz et al.
- 10 Sousa et al.
- 11 Fleischhacker et al.
- 12 Rapid chloride permeability test

جدول ۱. پارامترهای آماری نمونه بتن‌های مورد استفاده
Table 1. Statistical parameters for concrete samples

پارامترها	میانگین	بیشینه	کمینه	انحراف معیار
$RCPT$ (Coulomb)	۲۸۳۰/۳	۶۸۹۲	۷۷۰	۱۶۱۲/۰۶
CS (MPa)	۴۹/۳	۸۲/۵	۱۹	۱۳/۶۴
D (day)	۷۶/۳	۱۸۰	۷	۶۷/۵۶
C (kg/m ³)	۳۵۸/۰	۴۰۰	۳۲۰	۲۴/۶۲
MK (kg/m ³)	۴۲/۱	۸۰	۰	۲۴/۶۲
W (kg/m ³)	۱۷۳/۶	۲۰۰	۱۴۰	۱۸/۶۱
CA (kg/m ³)	۸۸۱/۳	۹۵۴	۷۶۵	۷۸/۵۴
FA (kg/m ³)	۸۸۴/۷	۱۰۱۷/۵	۷۹۶	۹۵/۸۳
SR (KΩS)	۲۲/۴	۹۱/۸	۴/۹	۱۶/۳۲

فشاری بتن (CS) و نفوذ یون کلرید ($RCPT$) است. پارامترهای ورودی و خروجی و اطلاعات آماری مربوط به هر یک از آن‌ها در جدول ۱ آمده است.

۳- روش تخمین بیزین

در این تحقیق از روش تخمین بیزین برای پیش‌بینی و تولید توابع حالت حدی مقاومت فشاری و $RCPT$ استفاده شده است. روش تخمین بیزین برخلاف روش‌های ارائه شده در آمار کلاسیک که از تکرار وقوع یک پدیده تقسیم بر کل مشاهدات حاصل می‌شود؛ از بروز شدن اطلاعات در هر گام تبعیت می‌کند. به عبارت دیگر مطابق تئوری آمار کلاسیک، احتمال وقوع یک پدیده مطابق رابطه (۱) می‌باشد:

$$P(E) = \frac{n_E}{n} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، n_E تعداد وقوع پدیده مورد نظر و n تعداد کل مشاهدات می‌باشد. این در حالی است که در روش بیزین برای محاسبه وقوع هر پدیده از رابطه (۲) استفاده می‌شود.

$$P(E_1 | E_2) = \frac{P(E_2 | E_1)}{P(E_2)} P(E_1) \quad (2)$$

در رابطه (۲)، $P(E_1)$ احتمال رخداد E_1 قبل از مشاهده پدیده

روش تخمین بیزین دارای یک رابطه صریح^۱ از پدیده مورد پیش‌بینی است. بنابراین می‌توان گفت که این روش تمام مشکلات روش‌های قبلی مانند غیرخطی بودن و بالطبع هزینه محاسباتی بالا، ندادن رابطه صریح برای پیش‌بینی پدیده مورد نظر، متعین بودن و عدم در نظرگیری شرایط احتمالاتی را برطرف می‌نماید. بعد از تحلیل تخمین بیزین و استخراج یک رابطه صریح از آن، از رابطه داده شده به عنوان تابع حالت حدی در تحلیل‌های قابلیت اعتماد استفاده می‌شود. در این پژوهش برای انجام تحلیل قابلیت اعتماد از سه روش FORM، نمونه‌گیری مونت کارلو و نمونه‌گیری پیشین^۲ استفاده شده است. نتایج هر سه روش مذکور برای مقاومت فشاری بتن و $RCPT$ نشان داده می‌شود.

۲- داده‌های مورد استفاده در پژوهش

در این پژوهش از داده‌های مربوط به نمونه‌های بتن با عملکرد بالای حاوی متاکائولن مورد استفاده از مطالعه گیلان و همکاران [۲۱] استفاده شده است.

تعداد این نمونه‌ها که ۱۰۰ عدد می‌باشد شامل هفت پارامتر ورودی یا متغیر توصیفی و دو پارامتر خروجی است. هفت پارامتر ورودی شامل سن نمونه بتن (D)، سیمان (C)، متاکائولن (MK)، آب (W)، سنگدانه درشت‌دانه (CA)، سنگدانه ریزدانه (FA) و مقاومت سطحی (SR) می‌باشد. دو پارامتر خروجی نیز شامل مقاومت

1 Explicit relation

2 Histogram sampling

رسانید. برای این منظور باید مجموع مربعات خطاها را به حداقل رساند که برای این منظور رابطه (۵) باید کمینه شود [۲۵].

$$\| \varepsilon \|^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2 \quad (5)$$

با توجه به این که مقدار خطا برابر اختلاف مقدار مشاهداتی و محاسباتی است، مطابق رابطه (۴) و با توجه به کمینه‌سازی مقدار خطا مطابق مجموع مربعات خطاها، باید مقدار پارامترهای مدل با توجه به رابطه (۶) نوشته شود.

$$\hat{\theta} = \arg \min(\| \varepsilon^2 \|) = \arg \min(\| y - X\theta \|^2) \quad (6)$$

برای کمینه‌سازی رابطه (۶)، باید از رابطه مذکور نسبت متغیرهای تصادفی که همان پارامترهای مدل یا ضرایب رگرسیون می‌باشند؛ مشتق گرفت. بنابراین در رابطه (۷)، مقدار مشتق محاسبه شده است.

$$\frac{\partial \| y - X\theta \|^2}{\partial \theta} = -2X^T y + 2X^T X\theta \quad (7)$$

بعد از مشتق‌گیری که در رابطه (۷) مشخص شده است، مقدار پارامتر مدل متناسب با حداقل مجموع مربعات خطا از رابطه (۸) محاسبه می‌گردد. در واقع مقدار بهینه هر کدام از پارامترهای مدل از منظم کردن رابطه (۷) حاصل شده است.

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (8)$$

بردار خطا در فضای استاندارد نرمال^۷ دارای میانگین صفر و انحراف معیار واحد می‌باشد. مقدار انحراف معیار (σ) با توجه به خطای استاندارد (S) محاسبه می‌شود. مقدار خطای استاندارد از رابطه (۹) قابل محاسبه است.

$$s^2 = \frac{1}{n-k} (y - X\hat{\theta})^T (y - X\hat{\theta}) \quad (9)$$

در رابطه (۹) تعداد کل مشاهدات از یک پدیده برابر n و تعداد

E_2 است و احتمال پیشین^۱ نام دارد. $P(E_1 | E_2)$ ، احتمال به‌هنگام شده است و احتمال پسین^۲ نامیده می‌شود.

$P(E_2 | E_1)$ ، تابع درست‌نمایی^۳ است و احتمال مشاهده آنچه مشاهده شده است می‌باشد. احتمال پسین از حاصل ضرب احتمال پیشین و تابع درست‌نمایی تقسیم بر ضریب نرمال‌سازی $P(E_2)$ محاسبه می‌شود. بنابراین در روش بیزین امکانات بروزسانی وقوع پدیده‌ها با مشاهده اطلاعات جدید فراهم آورده شده است [۲۲-۲۳]. در روش تخمین بیزین، رابطه صریح با رگرسیون خطی بیزین که در رابطه (۳) نشان داده شده است، به دست می‌آید [۲۴-۲۵].

$$y = \theta_1 h_1(x) + \theta_2 h_2(x) + \dots + \theta_k h_k(x) + \varepsilon \quad (3)$$

در رابطه (۳)، y بیانگر مقدار خروجی یا پیش‌بینی شده است. در واقع این مقدار توسط روش بیزین به عنوان خروجی محاسبه شده است. θ_i ها نیز همان پارامترهای مدل^۴ یا ضرایب رگرسیون می‌باشند که ماهیتی احتمالاتی دارند و تمام عدم قطعیت‌های مدل را که شامل عدم قطعیت‌های ذاتی^۵ و سیستماتیک^۶ می‌شوند، در نظر می‌گیرند. در روش تخمین بیزین بعد از تحلیل داده‌های موجود، تمام عدم قطعیت هر یک از ورودی‌های مدل در پارامترهای مدل قرار می‌گیرد. X ها همان پارامترهای ورودی می‌باشند که به صورت یک عدد متعین در تحلیل منظور می‌شوند. خطای مدل نیز با ε نمایش داده می‌شود که به صورت یک متغیر تصادفی است. اگر y یک درایه‌ی یک‌دریک در نظر گرفته شود؛ آنگاه می‌توان X_i ها را یک ردیف و θ_i ها را یک ستون از ماتریس در نظر گرفت. بنابراین می‌توان رابطه (۳) را به صورت فرم ماتریسی در رابطه (۴) خلاصه نمود.

$$y = X\theta + \varepsilon \quad (4)$$

در رابطه (۴)، ε برابر مقدار خطا و یا اختلاف بین مقدار مشاهداتی با مقدار محاسباتی است. هر قدر که مقدار خطا کمتر باشد، دقت مدل نیز بیشتر است. بنابراین باید تا حد ممکن خطای مدل را به حداقل

1 Prior probability
2 Posterior probability
3 Likelihood function
4 Model parameters
5 Aleatory uncertainty
6 Systematic uncertainty

7 Standard normal space

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_{obs} - x_{com}| \quad (13)$$

در روابط (۱۱) تا (۱۳)، n تعداد کل مشاهدات، x_{obs} بیانگر نمونه مشاهداتی، x_{com} نشان‌دهنده نمونه محاسباتی و \bar{x}_{obs} برابر مقدار میانگین نمونه‌های مشاهداتی است.

۴- تحلیل قابلیت اعتماد

یکی از مسائلی که در مهندسی عمران همواره بر آن تأکید می‌شود، قابلیت اعتماد پدیده‌ها می‌باشد. عدم قطعیت در بسیاری از پدیده‌ها موجب شده است که تاکنون تحقیقات زیادی پیرامون قابلیت اعتماد سازه‌ها انجام شود. در بسیاری از مسائل مهندسی باید یک برآورد صحیح از وضعیت موجود پدیده مورد بررسی داشت. در واقع یک مهندس باید بداند که سازه، مصالح و یا چه ابعاد هندسی می‌تواند راهگشای مشکل موجود باشد. قابلیت اعتماد سازه‌ها از مباحث جدید در مهندسی عمران است که در سال‌های اخیر بدان پرداخته شده است. هر مسأله قابلیت اعتماد از دو جزء تشکیل شده است که شامل تابع حالت حدی^۴ و متغیرهای تصادفی^۵ می‌باشد. تابع حالت حدی می‌تواند به صورت ضمنی^۶ و یا صریح باشد. اگر تابع به صورت مشخص روابط بین چند متغیر را مشخص کرده بود، آنگاه تابع حالت حدی از نوع صریح می‌باشد. در صورتی که تابع حالت حدی براساس پاسخ‌های گرفته شده از یک نرم‌افزار باشد؛ در این صورت تابع ضمنی تلقی می‌شود. متغیرهای تصادفی نیز عدم قطعیت مدل موجود را در نظر می‌گیرند. در این پژوهش تابع حالت حدی همان تابعی است که توسط روش تخمین بی‌زین برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و RCPT مورد استفاده قرار گرفته است. متغیرهای تصادفی نیز همان پارامترهای مدل می‌باشند که عدم قطعیت متغیرهای توصیفی یا توابع توصیفی در این پارامترها نهادینه شده است. بنابراین با داشتن تابع حالت حدی و متغیرهای تصادفی که هر دو از روش تخمین بی‌زین گرفته شده‌اند؛ می‌توان تحلیل‌های قابلیت اعتماد را انجام داد. تاکنون روش‌های مختلفی برای انجام قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار گرفته‌اند که روش لنگر دوم مرتبه اول^۷ (FOSM) ساده‌ترین

متغیرهای توصیفی یا همان پارامترهای ورودی مسأله برابر k می‌باشد. باید توجه نمود که باید $n > k$ باشد، زیرا هر قدر که تعداد مشاهدات بیشتر باشد می‌توان یک پیش‌بینی صحیح‌تری از پدیده‌ها را ارائه نمود و هر قدر که متغیرهای توصیفی برای یک پدیده کمتر باشند دقت مدل می‌تواند افزایش یابد.

در روش تخمین بی‌زین، پارامترهای مدل و خطای مدل، متغیر تصادفی می‌باشند. بنابراین پارامترهای مدل و خطای مدل به صورت احتمالاتی توزیع می‌شوند و دارای مشخصاتی مانند نوع توزیع، میانگین و انحراف معیار می‌باشند. برای یافتن ضریب هر پارامتر مدل مطابق رابطه^(۳)، یک تابع توصیفی مانند $h(x)$ در نظر گرفته می‌شود. در این پژوهش تابع $h(x)$ مطابق رابطه^(۱۰) در نظر گرفته شده است.

$$h(x) = x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_k^{m_k} \quad (10)$$

در رابطه^(۱۰)، مقادیر مختلف m_i از مجموعه اعداد صحیح ۳- تا ۳+ در نظر گرفته شده است. انتخاب مقادیر بیشتر برای این مجموعه، اگرچه ممکن است موجب افزایش دقت شود، اما هزینه محاسباتی بالایی نیز دارد. بنابراین در انجام هر تحلیل باید تا حد امکان علاوه بر دقت، به سرعت و سهولت استفاده از آن نیز توجه داشت.

در این پژوهش برای ارزیابی دقت مدل تخمین بی‌زین از پارامترهای ضریب تبیین^۱ (R^2)، ریشه میانگین مربعات خطا^۲ ($RMSE$) و میانگین خطای مطلق^۳ (MAE) استفاده می‌شود. این پارامترهای ارزیابی در بسیاری از پژوهش‌های دیگر مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۲۶-۲۸]. هر کدام از پارامترهای فوق در روابط (۱۱) تا (۱۳) آورده شده‌اند.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_{obs} - x_{com})^2}{\sum_{i=1}^n (x_{obs} - \bar{x}_{obs})^2} \quad (11)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{obs} - x_{com})^2} \quad (12)$$

4 Limit state function
5 Random variable
6 Implicit function
7 First order second moment

1 Determination coefficient
2 Root mean square error
3 Mean absolute error

در کاهش هزینه محاسباتی آن به ویژه در احتمال‌های با عدد کوچک است. روش نمونه‌گیری پیشین نیز که به نوعی روش نمونه‌گیری مونت کارلو محسوب می‌شود، احتمال شکست برای تمام برآمدهای ممکن از خروجی تابع حالت حدی را بررسی می‌کند.

در این پژوهش از روش‌های FORM، نمونه‌گیری مونت کارلو و نمونه‌گیری پیشین برای قابلیت اعتماد مقاومت فشاری و RCPT استفاده شده است و نتایج این سه روش نیز با هم مقایسه شده است.

۴-۱- روش FORM

همان‌طور بیان شد، روش تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول^۸ یک روش خطی است که در آن تابع حالت حدی را با استفاده از یک بسط مرتبه اول تیلور حول نقطه طراحی، به صورت یک ابرصفحه از کل فضا جدا می‌کند. برای این منظور در روش FORM از رابطه (۱۴) به منظور پیدا کردن نقطه طراحی^۱ (y^*) استفاده می‌شود:

$$G(y) \approx G(y^*) + \nabla G(y^*)^T \cdot (y - y^*) \quad (14)$$

در رابطه (۱۴) به دلیل صفر شدن رویه حالت حدی، عبارت سمت چپ برابر صفر می‌شود. حال اگر بردار یکه آلفا (α) به صورت رابطه (۱۵) در نظر گرفته شود؛ آنگاه مقدار تابع G از رابطه (۱۶) قابل محاسبه است.

$$\alpha = -\frac{\nabla G(y)}{\|\nabla G(y)\|} \quad (15)$$

$$G \approx -\|\nabla G(y^*)\| \cdot \alpha^T (y - y^*) = \|\nabla G(y^*)\| \cdot (\alpha^T y^* - \alpha^T y) \quad (16)$$

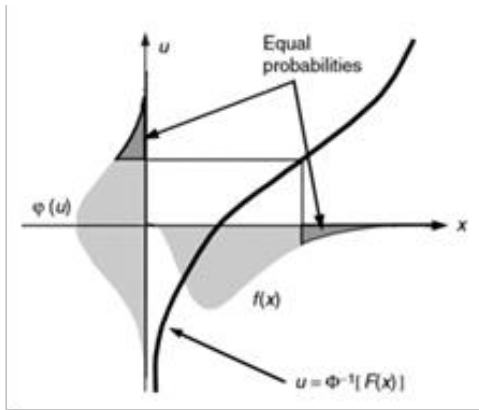
در رابطه (۱۶) ضرب داخلی بین بردارهای موازی α و y^* (یعنی $\alpha^T y^*$) برابر طول بردار y^* می‌شود که با β نمایش داده می‌شود که در آن β برابر فاصله از نقطه طراحی تا مختصات اصلی می‌باشد. ضریب β شاخص قابلیت اعتماد^۹ نام دارد که با مرتب کردن رابطه (۱۶) به صورت رابطه (۱۷) بازنویسی می‌شود:

$$G \approx \|\nabla G(y^*)\| (\beta - \alpha^T y) \quad (17)$$

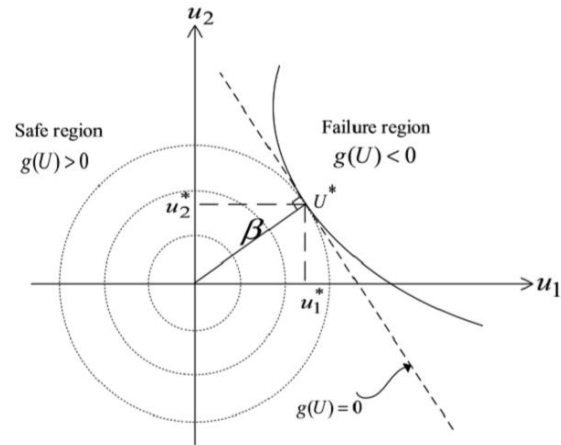
روش برای انجام تحلیل قابلیت اعتماد می‌باشد. در این روش از تقریب خطی بسط تیلور حول میانگین برای محاسبه تخمین قابلیت اعتماد استفاده می‌کند و دارای هزینه محاسباتی بسیار پائینی است؛ اما دقت مناسبی ندارد و با تغییر تابع حالت حدی، پاسخ‌های مدل نیز تغییر پیدا می‌کند. روش FORM دیگر روشی است که در سال‌های اخیر کاربرد زیادی پیدا کرده است. این روش نیز مانند روش FOSM یک تحلیل خطی است که از تقریب بسط خطی تیلور حول نقطه طراحی تبعیت می‌کند و هزینه محاسباتی پائینی دارد. محاسبات روش FORM براساس نقطه طراحی^۱ یا نقطه‌ای با بیشترین چگالی احتمال^۲ انجام می‌شود و مشکل تغییرناپذیری روش FOSM را نیز برطرف کرده است. بدین معنا که با بکارگیری چند تابع حالت حدی بر روی سطح طراحی یکسان، همان جواب حاصل می‌شود. روش تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه دوم^۳ (SORM) نیز دیگر روش قابلیت اعتماد است که مانند روش FORM عمل می‌کند؛ اما در این روش، تقریب تابع حالت حدی به صورت یک ابرسهمی^۴ انجام می‌شود و دارای دقت بیشتری است. این در حالی است که روش FORM تابع حالت حدی را به صورت یک ابرصفحه^۵ در نقطه طراحی جدا می‌کند؛ بنابراین چنانچه پدیده فیزیکی و تابع حالت حدی دارای مرتبه غیرخطی بالایی باشد، ممکن است که روش FORM دقت بالایی نداشته باشد. در این روش به جای استفاده از بسط خطی تیلور از بسط مرتبه دوم تیلور استفاده می‌شود [۲۹]. روش نمونه‌گیری مونت کارلو نیز که امروزه در بسیاری از تحقیقات در حال انجام است؛ یک تحلیل غیرخطی، دقیق و با هزینه محاسباتی بالا است که با افزایش تعداد نمونه‌ها دقت مدل افزایش می‌یابد. روش نمونه‌گیری اهمیت^۶ نیز همان روش مونت کارلو است؛ با این تفاوت شروع تحلیل به جای میانگین در نقطه طراحی و در روی رویه حالت حدی^۷ انجام می‌شود. بنابراین برای انجام تحلیل نمونه‌گیری اهمیت باید ابتدا تحلیل FORM را انجام داد تا نقطه طراحی یا نقطه با بیشترین چگالی احتمال را پیدا نمود و سپس بعد از آن به بررسی قابلیت اعتماد با روش مونت کارلو پرداخت. مهم‌ترین مزیت روش نمونه‌گیری اهمیت در مقایسه با نمونه‌گیری مونت کارلو

- 1 Design point
- 2 Most probable point
- 3 Second order reliability method
- 4 Hyper paraboloid
- 5 Hyper plane
- 6 Importance sampling
- 7 Limit state surface

8 First order reliability method
9 Reliability index



(ب)



(الف)

شکل ۱. (الف) نحوه تبدیل یک متغیر تصادفی از فضای اصلی به فضای استاندارد نرمال [۳۰]. (ب) محل تعیین شاخص قابلیت اعتماد (β) [۱۸]
Fig. 1. (a) Transformation of a random variable in original space to standard normal space [30], (b) finding of reliability index location [18]

با بیشترین چگالی احتمال (y^*) یا همان شاخص قابلیت اعتماد (β) است که در شکل ۱-ب نیز نشان داده شده است. بنابراین مطابق رابطه (۱۹) می‌توان نوشت:

$$\beta = \|y^*\| \quad (19)$$

برای پیدا کردن نقطه طراحی در رابطه (۱۸) باید از الگوریتم جستجوی رابطه (۲۰) استفاده نمود.

$$y_{m+1} = y_m + s_m \cdot d_m \quad (20)$$

در رابطه (۲۰)، m شماره گام، d_m جهت جستجو در گام m ام است و s_m اندازه جستجو در گام m ام می‌باشد. برای پیدا کردن نقطه طراحی که در رابطه (۱۸) آورده شده است؛ از الگوریتم iHLRF استفاده می‌شود. این الگوریتم ابتدا در سال ۱۹۷۴ توسط هازوفر و لیند^۱ ارائه شد (HL) و در سال ۱۹۷۸ توسط رکویتس و فیسلر^۲ (RF) توسعه داده شد و در نهایت نیز در سال ۱۹۹۰ توسط لیو و درکورگیان^۳ بهبود (i) یافت. تمام مراحل توسعه الگوریتم iHLRF در [۳۰-۳۳] به تفصیل بیان شده است.

جهت تسهیل در محاسبات پارامترهای قابلیت اعتماد و همچنین غیروابسته نمودن متغیرهای تصادفی، از فضای استاندارد نرمال استفاده می‌شود. شکل ۱-الف نحوه تبدیل یک متغیر تصادفی از فضای اصلی به فضای استاندارد نرمال و شکل ۱-ب نحوه تعیین شاخص قابلیت اعتماد (β) را نشان داده شده است. تابع حالت حدی در نقطه‌ای که مقدار تابع در آن نقطه برابر صفر است؛ تقریب زده می‌شود ($g=0$). برای این منظور باید هر یک از متغیرهای تصادفی از فضای موجود که فضای اصلی نامیده می‌شود با استفاده از تابع $\varphi(y)$ (که در شکل‌های ۱ به جای y با u مشخص شده‌اند) به فضای استاندارد نرمال انتقال یابند.

در روش FORM ابتدا باید نقطه طراحی که یک نقطه با بیشترین چگالی احتمال است، پیدا شود. پیدا نمودن نقطه طراحی در روش FORM باعث شده است که این روش به یک مسأله بهینه‌سازی تبدیل شود. در رابطه (۱۸) فرمول کلی پیدا کردن نقطه طراحی آورده شده است.

$$y = \arg \min \{ \|y\|, G(y) = 0 \} \quad (18)$$

در رابطه (۱۸)، $G(y)$ تابع حالت حدی در فضای استاندارد نرمال می‌باشد که از تبدیل تابع حالت حدی $g(x)$ در فضای اصلی حاصل شده است. فاصله مبدأ مختصات تا نقطه بهینه شده یا نقطه

1 Hasofer and Lind

2 Rackwitz and Fiessler

3 Liu and Der Kiureghian

برای انجام تحلیل FORM باید مراحل زیر طی شود:

۱- قرار دادن $m=1$

۲- انتخاب یک نقطه شروع در فضای استاندارد نرمال: y_m

۳- تبدیل نقطه به فضای اصلی: $x_m \rightarrow y_m$

۴- ارزیابی تابع حالت حدی: $G(y_m) = g(x_m)$

۵- ارزیابی گرادیان تابع حالت حدی

۶- تنظیم ضریب مقیاس برای اولین شرط همگرایی

۷- کنترل همگرایی

۸- اگر همگرایی حاصل نشده بود $y_{(m+1)}$ برای جهت و اندازه

حرکت از الگوریتم iHLRF استفاده شود.

۹- تکرار از مرحله ۳ و پرش از مرحله ۶.

از دیگر پارامترهای مهم قابلیت اعتماد، احتمال وقوع شکست^۱

(P_f) می‌باشد. احتمال وقوع شکست از رابطه (۲۱) قابل محاسبه است:

$$P_f = \varphi(-\beta) \quad (21)$$

در رابطه (۲۱)، φ تابع تجمعی احتمال می‌باشد. برای محاسبه

P_f ابتدا باید یک تابع حالت حدی $g(x)$ تعریف کرد که در آن حد

شکست نیز مشخص شده باشد. در حالت کلی این تابع در رابطه (۲۲)

آورده شده است.

$$g(x) = u_0 - u(x) \quad (22)$$

برای رابطه (۲۲)، $u(x)$ تابع حالت حدی در فضای اصلی و u_0 حد

مرزی شکست نمونه یا سازه می‌باشد. در بخش ۶-۱، مقادیر مختلف

u_0 برای مقاومت فشاری و RCPT در جدول ۴ آورده شده است.

سایر اطلاعات مربوط به روش FORM در منابع معتبر آمده است.

[۲۸-۳۴]. در شکل ۱-ب محدوده شکست نشان داده شده است.

همان‌طور که در این شکل مشخص شده است، محدوده شکست در

خارج از ناحیه تابع حالت حدی قرار گرفته است.

۲-۴- روش نمونه‌گیری مونت کارلو

چندین روش نمونه‌گیری برای تخمین پارامترهای قابلیت اعتماد

وجود دارد که روش نمونه‌گیری مونت کارلو ساده‌ترین و محبوب‌ترین آن‌ها محسوب می‌شود. در این روش نمونه‌هایی از متغیرهای تصادفی با توجه به توزیع تابع $f(x)$ تولید می‌شوند. روش مونت کارلو برای حل نمودن رابطه (۲۳) از تابع شاخص $I(x)$ استفاده می‌کند. برای این منظور تساوی زیر در رابطه (۲۳) وجود دارد.

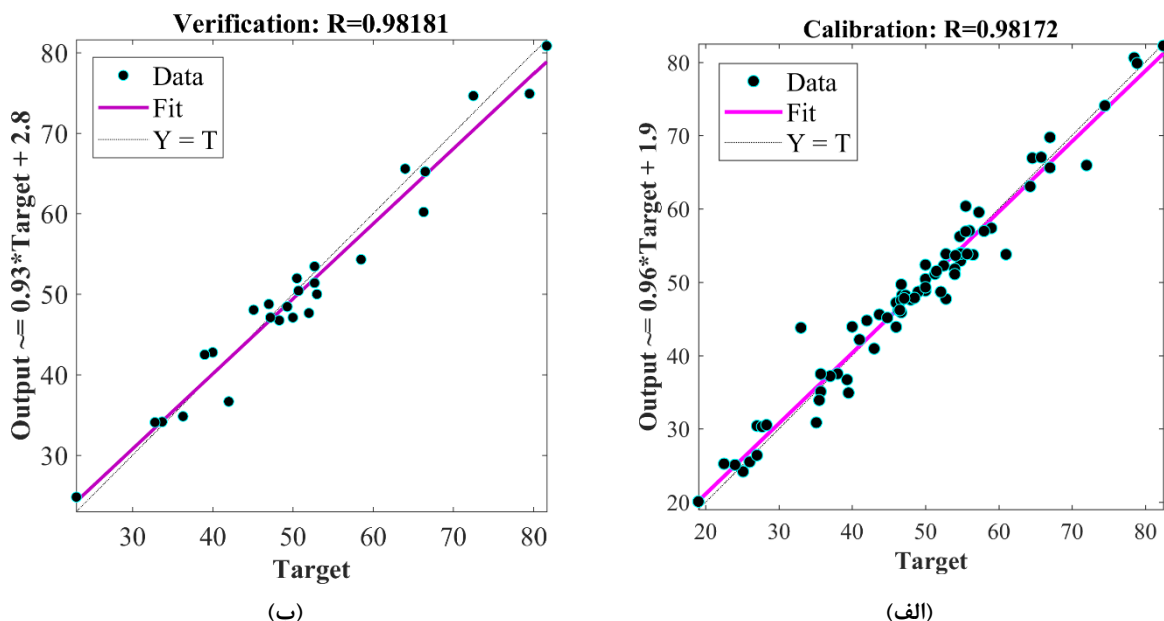
$$\int \dots \int f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} I(x) f(x) dx \quad (23)$$

در رابطه (۲۳) تابع $I(x)$ یک تابع شاخص می‌باشد که اگر نمونه‌ها در خارج از تابع حالت حدی یا رویه حالت حدی باشند (یعنی $g(x) \leq 0$)، مقدار تابع شاخص برابر واحد و اگر در داخل تابع حالت حدی (یعنی $g(x) > 0$) باشند تابع شاخص برابر صفر است. برای بدست آوردن یک توزیع احتمال مشترک کاربردی، رابطه (۲۳) از فضای اصلی به فضای استاندارد نرمال تبدیل می‌یابد. نکته‌ای که باید به آن اشاره نمود این است که با افزایش تعداد نمونه‌ها، احتمال شکست محاسبه بدست می‌آید. در واقع اگر نمونه‌ها خارج از ناحیه تابع حالت حدی قرار داشته باشند؛ آنگاه این نمونه‌ها به عنوان مقدار شکست تقسیم بر تعداد کل نمونه‌ها می‌شوند که در رابطه (۲۴) این موضوع آورده شده است [۳۵].

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x_i) \quad (24)$$

در رابطه (۲۴)، N تعداد کل نمونه‌ها و $I(x)$ نیز تابع شاخص می‌باشد. در صورتی که نمونه در خارج از تابع حالت حدی قرار گرفته باشد (یعنی در ناحیه شکست قرار داشته باشد) برابر واحد و در غیر این صورت برابر صفر لحاظ می‌شود. در تحلیل نمونه‌گیری مونت کارلو تعداد کافی برای نمونه‌ها همواره باید مدنظر قرار گیرد. برای این منظور ضریب تغییرات^۲ یا ضریب هم‌تغییری باید بین ۲ تا ۵ درصد در نظر گرفته شود [۳۶]. ضریب تغییرات در رابطه (۲۵) آورده شده است.

$$\delta_{P_f} = \frac{\sigma_{P_f}}{\mu_{P_f}} \quad (25)$$



شکل ۲. همبستگی مقاومت فشاری نمونه بتن‌های مشاهده‌ای و محاسباتی در روش بی‌زین (الف) واسنجی (ب) صحت‌سنجی

Fig. 2. Correlation of compressive strength between observed and calculated concrete samples by Bayesian inference. (a) calibration, (b) verification

محاسبه نمود. این در حالی است که روش نمونه‌گیری پیشین به ازای تمامی برآمدهای ممکن از تابع حالت حدی P_f را محاسبه می‌کند. در واقع مزیت این روش آن است که در رابطه (۲۲) نیازی به پارامتر u_0 وجود ندارد، زیرا در این روش برای تمام u_0 های ممکن تحلیل را انجام می‌دهد. سازوکار این روش مانند روش نمونه‌گیری مونت کارلو است و در آن با ایجاد نمونه‌های زیاد (که تعداد ۱۰۰۰۰۰ تا حدود یک میلیون نمونه برای مدل‌های این پژوهش کافی می‌باشد) به جواب مورد نظر می‌رسد. هر نمودار پیشین شامل سه نمودار تابع چگالی احتمال^۲ (PDF)، تابع تجمعی احتمال^۳ (CDF) و ضریب تغییرات^۴ (CoV) می‌شود. نمودار PDF بیانگر توزیع متغیر مورد نظر می‌باشد و تابع CDF برابر مجموع احتمالات تابع PDF است که برابر واحد می‌باشد. روش نمونه‌گیری پیشین نسبت به روش‌های FORM و نمونه‌گیری مونت کارلو هزینه محاسباتی نسبتاً بالایی دارند [۳۶-۳۸].

۵- نتایج روش تخمین بی‌زین

در شکل‌های ۲-الف و ۲-ب نمودار مربوط همبستگی نمونه‌های

در رابطه (۲۵) μ_{P_f} و σ_{P_f} به ترتیب انحراف معیار مدل و میانگین مدل می‌باشند. در واقع ضریب تغییرات همان انحراف معیار است که نسبت به میانگین نرمال‌سازی شده است. تعداد نمونه‌های کافی برای رسیدن به ضریب تغییرات مناسب از رابطه (۲۶) بدست می‌آید:

$$N = \frac{1}{\delta_{P_f}^2} \left(\frac{1 - P_f}{P_f} \right) \quad (26)$$

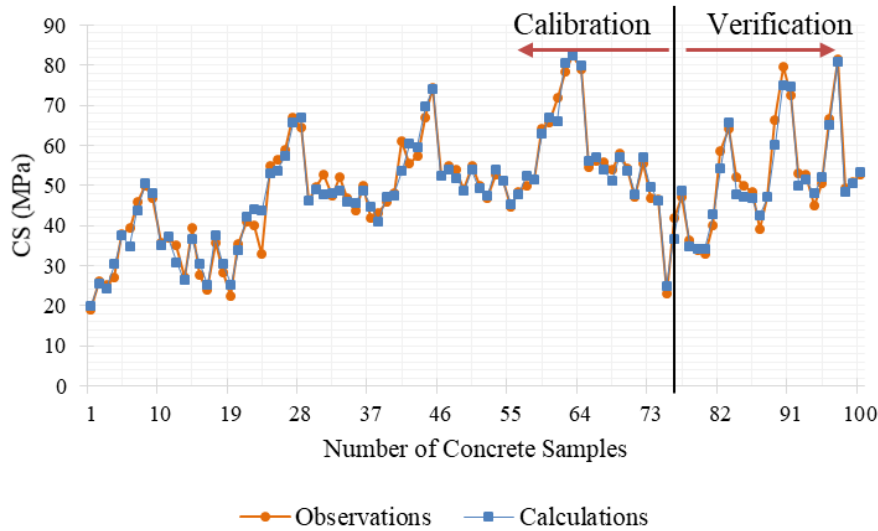
همان‌طور که در رابطه (۲۶) مشخص است، افزایش تعداد نمونه‌ها در تحلیل مونت کارلو با کاهش احتمال شکست و ضریب تغییرات رابطه مستقیم دارد.

۳-۴- روش نمونه‌گیری پیشین

در این پژوهش از روش نمونه‌گیری پیشین^۱ برای ارزیابی مقادیر مختلف مقاومت فشاری و RCPT استفاده شده است. روش‌های FORM و نمونه‌گیری مونت کارلو با وجود دارا بودن دقت کافی فقط برای تعداد محدودی از شرایط مرزی (u_0) می‌تواند مناسب باشد. به عبارت دیگر با روش‌های FORM و مونت کارلو نمی‌توان به ازای هر مقدار دلخواه مقاومت فشاری و RCPT شاخص قابلیت اعتماد را

2 Probability density function
3 Cumulative distribution function
4 Coefficient of variation

1 Histogram sampling



شکل ۳. مقایسه مقاومت فشاری بین نمونه بتن‌های مشاهداتی و محاسباتی در روش تخمین بیزین

Fig. 3. Comparison of observed and calculated compressive strength in concrete samples by Bayesian inference

$$\begin{aligned}
 CS = & *(1/D * C^2 * MK * W^3 * CA^3 / FA^3 * SR^2) \\
 & + *(D * C^2 / W^2 / CA) + *(1 * C^3 / W^3 / FA^2) \\
 & + *(1 * C^2 * W^3 / CA^2 / FA) + *(1 * MK / W / CA * FA) \quad (27) \\
 & + *(1 / D^3 / C^3 * W * FA) + *(D^2 * C / W^3 / CA / FA^2) \\
 & + \text{Epsilon} - \text{Response}
 \end{aligned}$$

رابطه (۲۷) در واقع همان رابطه (۳) می‌باشد که در آن هر کدام از $h_i(x)$ ها براساس سعی و خطای پارامترهای ورودی مدل انتخاب شده‌اند. روش تخمین بیزین عدم قطعیت‌های مدل را در پارامترهای مدل و بردار خطای مدل قرار می‌دهد. این عدم قطعیت‌ها شامل عدم قطعیت‌های ذاتی و سیستماتیک می‌باشند. همان‌طور که در ابتدا نیز بیان شد؛ روش تخمین بیزین برخلاف سایر روش‌های فراکاوشی که متعین هستند؛ یک روش احتمالاتی است و عدم قطعیت‌های مدل را در پارامترهای مدل (θ_i) لحاظ می‌کند. در این پژوهش هر یک از پارامترهای مدل به صورت نرمال توزیع شده‌اند و در آن با میانگین و انحراف معیار نشان داده شده‌اند. در جدول ۲ پارامترهای مدل مربوط به رابطه (۲۷) برای پیش‌بینی مقاومت فشاری نشان داده شده‌اند. در جدول ۲ هر پارامتر مدل به صورت $N(\mu, \sigma)$ نشان داده می‌شود که در آن μ بیانگر میانگین و σ بیانگر انحراف معیار پارامتر مدل می‌باشد. باید خاطر نشان کرد که از دیگر توزیع‌های آماری برای پارامترهای مدل استفاده نشده است، زیرا بعضی از انواع توزیع، مانند

مقاومت فشاری بتن برای واسنجی^۱ و صحت‌سنجی^۲ نشان داده شده است. ضریب تبیین (R^2) برای نمونه‌های مقاومت فشاری در دو حالت واسنجی و صحت‌سنجی برابر با ۰/۹۶ شده است. دقت شود که در بالای شکل‌های ۲-الف و ۲-ب مقادیر دقیق ضریب همبستگی نشان داده شده است. برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و $RCPT$ از مقادیر میانگین پارامترهای مدل استفاده شده است، زیرا مقادیر میانگین دارای حداکثر چگالی احتمال می‌باشند.

در شکل ۳ نیز نمودار مربوط به مقایسه نمونه‌های مشاهداتی و محاسباتی نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، اختلاف بین نمونه‌های مشاهداتی با نمونه‌های محاسباتی حاصل از روش تخمین بیزین قابل توجه نیست. مقادیر پارامترهای MAE و $RMSE$ در حالت واسنجی به ترتیب برابر ۲/۵۵MPa و ۱/۸۴MPa و همین مقادیر در صحت‌سنجی به ترتیب برابر ۲/۷۵MPa و ۲/۲۵ MPa شده است. مقادیر خطاهای فوق بیانگر آن است که خطای مدل نسبت به مقادیر مشاهداتی که میانگینی برابر ۵۰MPa دارند، قابل اغماض است.

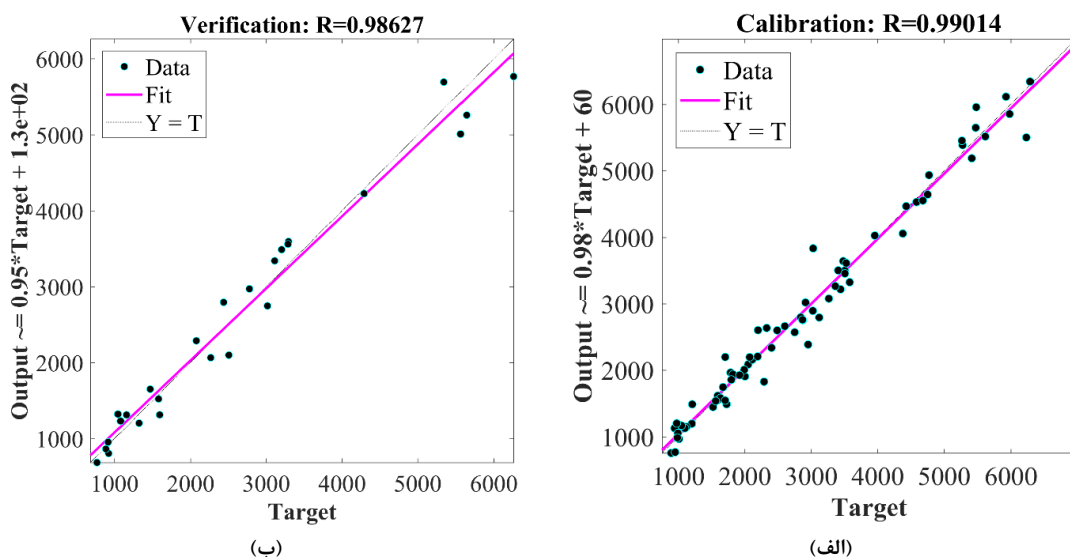
رابطه ارائه شده توسط روش بیزین برای پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن‌های با عملکرد بالا حاوی متاکاتولین در رابطه (۲۷) آمده است.

1 Calibration
2 Verification

جدول ۲. پارامترهای مدل مربوط به مقاومت فشاری بتن در روش بیزین

Table 2. Model parameters related to compressive strength in Bayesian inference

توزیع نرمال	پارامترهای مدل
$N(4.04e-14, 1/22e-14)$	θ_1
$N(26/23, 2/68)$	θ_2
$N(2/12e+6, 5/62e+4)$	θ_3
$N(4/70e-3, 4/94e-4)$	θ_4
$N(389/61, 19/64)$	θ_5
$N(-1/32e+6, 8/52e+4)$	θ_6
$N(-2/99e+9, 6/62e+8)$	θ_7



شکل ۴. همبستگی بین RCPT نمونه بتن‌های مشاهداتی و محاسباتی در روش بیزین (الف) واسنجی (ب) صحت‌سنجی

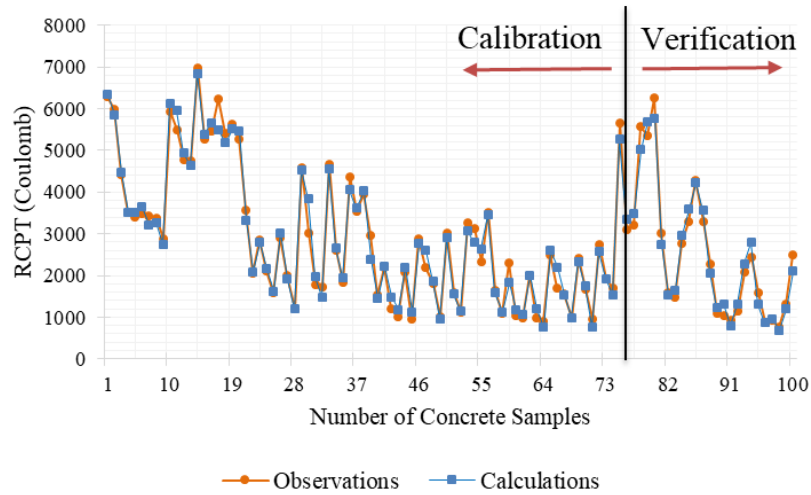
Fig. 4. Correlation of RCPT between observed and calculated concrete samples using Bayesian inference. (a) calibration, (b) verification

در شکل‌های ۴-الف و ۴-ب نیز نمودار همبستگی مربوط به نمونه‌های مشاهداتی و محاسباتی RCPT مشخص شده است. در این شکل‌ها ضریب R^2 برای واسنجی و صحت‌سنجی به ترتیب برابر ۰/۹۷ و ۰/۹۸ شده است که بیانگر دقت بالای روش تخمین بیزین در پیش‌بینی RCPT می‌باشد. ضریب همبستگی (R^2) برای هر واسنجی و صحت‌سنجی به ترتیب ۰/۹۹ و ۰/۹۸ شده است.

در شکل ۵ نمودار مقایسه‌ای بین نمونه‌های محاسباتی و مشاهداتی در پیش‌بینی RCPT نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود؛ روش تخمین بیزین بسیاری از نمونه‌ها را با دقت بالا پیش‌بینی نموده است.

توزیع‌های لاگ نرمال^۱، گاما^۲ و رایلی^۳ فقط برای اعداد حقیقی مثبت کاربرد دارند و این درحالی است که بعضی از پارامترهای مدل در بازه اعداد منفی قرار دارند. توزیع یکنواخت^۴ نیز برای داده‌هایی مناسب است که اطلاعات کافی درمورد آن‌ها وجود ندارد. توزیع بتا^۵ محدود به صفر و واحد است و توزیع مربعات چی^۶ برای تعدادی از متغیرهای تصادفی نرمال با واریانس واحد مناسب است.

- 1 Lognormal distribution
- 2 Gamma distribution
- 3 Rayleigh distribution
- 4 Uniform distribution
- 5 Beta distribution
- 6 Chi-square distribution



شکل ۵. مقایسه RCPT بین نمونه بتن‌های مشاهداتی و محاسباتی در روش تخمین بی‌بیزین

Fig. 5. Comparison of RCPT between observed and calculated concrete samples using Bayesian inference

جدول ۳. پارامترهای مدل مربوط به RCPT بتن در روش بی‌بیزین

Table 3. Model parameters related to RCPT in Bayesian inference

توزیع نرمال	پارامترهای مدل
$N(-۳/۵۶e+۳۶, ۹/۶۹e+۳۵)$	θ_1
$N(-۱/۲۲e+۳۶, ۲/۱۹e+۳۵)$	θ_2
$N(-۱۴/۰۳, ۱/۵۱)$	θ_3
$N(۹/۲۳, ۰/۵۸)$	θ_4
$N(۲/۵۶e+۳۰, ۵/۱۵e+۲۹)$	θ_5
$N(۱/۵۴e+۱۸, ۴/۴۲e+۱۷)$	θ_6
$N(۲/۵۲e+۳۹, ۶/۵۹e+۳۸)$	θ_7

$$\begin{aligned}
 RCPT = & *(1 * C / W^2 / CA^3 / FA / SR) \\
 & + *(D * C^3 / W^2 / CA^3 / FA^3) \\
 & + *(1 / C^3 / W^2 / CA^3 / FA^3 / SR^3) \\
 & + *(1 / D / C^3 * MK^3 * W^2 * CA * FA^3) \\
 & + *(1 / W^2 / CA^3 / FA / SR) \\
 & + *(D / C^3 * MK / W^3 / CA^3 / FA^3 / SR) \\
 & + *(1 / C^2 * W^3 / CA^3 / FA^3 / SR^2) \\
 & + Epsilon - Response
 \end{aligned} \quad (28)$$

همان‌طور که در روابط (۲۷) و (۲۸) مشاهده می‌شود، روابط مذکور طولانی به نظر می‌رسند. باید توجه داشت که هر یک از روابط (۲۷) و (۲۸) از رابطه (۳) که در توضیحات تخمین بی‌بیزین آمده است، گرفته شده است. در رابطه (۳)، باید برای هر پارامتر مدل یا θ_i یک

مقادیر مربوط به MAE و $RMSE$ برای نمونه‌های واسنجی به ترتیب برابر $۲۲۳/۱۴$ Coulomb و $۱۶۱/۵۸$ Coulomb و همین مقادیر برای نمونه‌های صحت‌سنجی به ترتیب برابر $۲۶۹/۵۶$ Coulomb و $۲۳۳/۲۵$ Coulomb شده است. این مقادیر خطا در مقایسه با مقادیر میانگین مشاهداتی (حدود ۲۸۰۰ Coulomb) قابل قبول است. در رابطه (۲۸)، رابطه مربوط به پیش‌بینی RCPT و در جدول ۳ نیز پارامترهای مدل مربوط به رابطه RCPT آورده شده است. پارامترهای مدل در جدول ۳ همانند پارامترهای مدل در پیش‌بینی مقاومت فشاری به صورت نرمال توزیع شده‌اند.

جدول ۴. تحلیل قابلیت اعتماد به روش FORM برای مقاومت فشاری و RCPT
Table 4. Reliability analysis using FORM for compressive strength and RCPT

نوع نمونه	مقدار مرزی	β ضریب	احتمال شکست (%)	تعداد گام	زمان تحلیل (Sec)
مقاومت فشاری (MPa)	۳۵	۲/۷۰	۰/۳۴	۷	۰/۰۸۴
	۴۰	۱/۹۳	۲/۶۹	۷	۰/۰۸۹
	۴۵	۱/۱۳	۱۲/۸۰	۴	۰/۰۹۴
	۵۰	۰/۳۳	۳۷/۱۹	۸	۰/۰۹۹
	۵۵	-۰/۴۸۶	۶۸/۶۵	۹	۰/۱۱۴
	۶۰	-۱/۲۹	۹۰/۱۸	۵	۰/۰۷۵
RCPT (Coulomb)	۵۰۰	-۰/۹۷	۸۳/۴۶	۱۰۷	۰/۳۳
	۱۰۰۰	-۰/۵۹	۷۲/۳۱	۵۴	۰/۲۴
	۲۰۰۰	۰/۱۷	۴۳/۲۵	۳	۰/۰۹
	۳۰۰۰	۰/۹۳	۱۷/۵۹	۱۰۳	۰/۳۳
	۴۰۰۰	۱/۶۸	۴/۵۶	۲۷۷	۰/۹۵
	۵۰۰۰	۲/۴۴	۰/۷۳	۲۹۳	۰/۸۹

اعتماد به دو جزء تابع حالت حدی و متغیرهای تصادفی نیاز است. در این پژوهش تابع حالت حدی همان توابع ارائه شده برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و RCPT می‌باشد که توسط روش تخمین بی‌زین ارائه شد. متغیرهای تصادفی مورد استفاده نیز پارامترهای مدل در جداول ۲ و ۳ می‌باشند که به ترتیب برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و RCPT مورد استفاده قرار گرفتند. برای داده‌های ورودی یا همان متغیرهای توصیفی مورد استفاده در تحلیل قابلیت اعتماد از میانگین نمونه‌های بتن که در جدول ۱ مشخص شده‌اند، استفاده شده است. همان‌طور که در رابطه (۲۲) مشخص شده است، مقدار مرزی u_0 باید در تحلیل‌ها لحاظ شود. برای این منظور در تحلیل‌های قابلیت اعتماد، مقادیر مرزی برای مقاومت فشاری بتن به ترتیب ۳۵، ۴۰، ۴۵، ۵۰، ۵۵ و ۶۰ MPa در نظر گرفته شده است. در تحلیل قابلیت اعتماد، احتمال شکست مقاومت فشاری میانگین نمونه‌ها تحت هر یک از مقادیر مرزی فوق بررسی می‌شود. برای تحلیل قابلیت اعتماد مقدار RCPT از مقادیر مرزی ۵۰۰، ۱۰۰۰، ۲۰۰۰، ۳۰۰۰، ۴۰۰۰ و ۵۰۰۰ Coulomb استفاده شده است. در تحلیل قابلیت اعتماد RCPT نیز همانند مقاومت فشاری از میانگین نمونه‌های بتنی به عنوان متغیرهای توصیفی استفاده شده است.

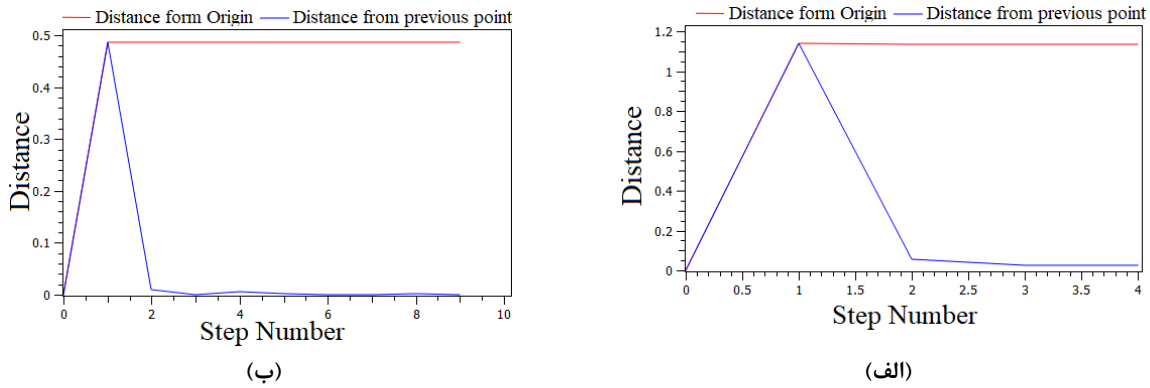
نتایج روش FORM برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و RCPT در جدول ۴ ارائه شده است. در شکل‌های ۶-الف و ۶-ب به ترتیب

تابع توصیفی $h_i(x)$ تعریف کرد که این تابع براساس سعی و خطا از بین توان‌های صحیح ۳- تا ۳+ بدست آمده است. به دلیل این محدودیت، طول رابطه مقداری زیاد شده است. اگر از توابع مثلثاتی، نمایی و یا لگاریتمی استفاده می‌شد، رابطه می‌توانست کوتاه‌تر شود. از طرف دیگر چون روش تخمین بی‌زین یک روش خطی است، برای بدست آوردن رابطه‌ای با بهترین دقت، طول رابطه زیاد شده است. در مجموع می‌توان این چنین نتیجه گرفت که روش تخمین بی‌زین با استفاده از روش سعی و خطا می‌تواند همانند سایر روش‌های فراکاوشی مانند رگرسیون‌های خطی و غیرخطی، ANN، ANFIS و GEP از توانایی بالایی برخوردار باشد. دو ویژگی مهم در روش تخمین بی‌زین آن را با سایر روش‌ها متمایز می‌کند. اولین خصیصه مهم روش تخمین بی‌زین خطی بودن آن است که هزینه محاسباتی را به شدت کاهش می‌دهد و دومین و مهم‌ترین ویژگی آن احتمالاتی بودن آن است که می‌توان از نتایج این تحلیل در تحلیل‌های قابلیت اعتماد استفاده نمود. طولانی بودن روابط ارائه شده توسط این روش می‌تواند از محدودیت‌های این روش باشد.

۶- نتایج روش‌های قابلیت اعتماد

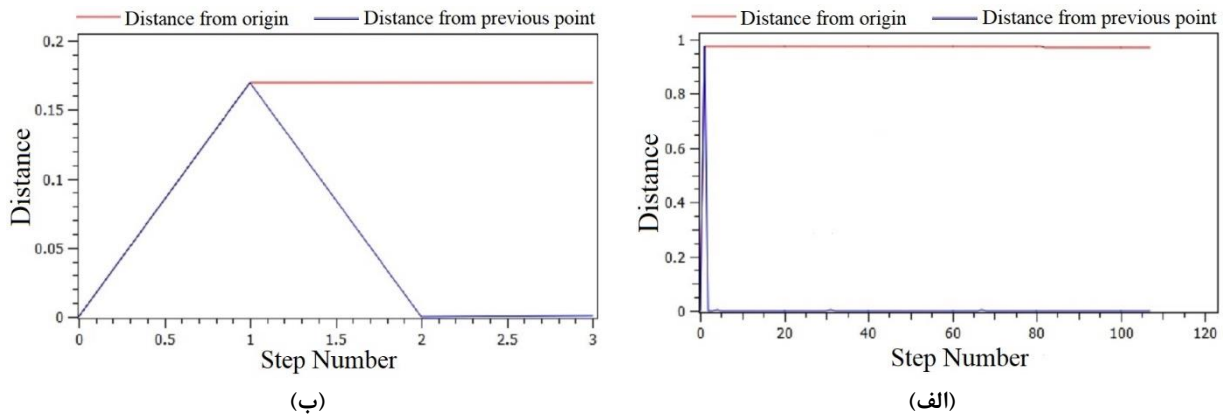
۶-۱- نتایج روش FORM

همان‌طور که در بخش ۴ بیان شد؛ برای انجام تحلیل قابلیت



شکل ۶. تحلیل قابلیت اعتماد مقاومت فشاری به روش FORM؛ (الف) تحلیل قابلیت اعتماد برای مقدار مرزی ۴۵ MPa، (ب) تحلیل قابلیت اعتماد برای مقدار مرزی ۵۵ MPa

Fig. 6. Reliability analysis of compressive strength using FORM; (a) reliability analysis in threshold value equal to 45 MPa, (b) reliability analysis in threshold value equal to 55 MPa



شکل ۷. تحلیل قابلیت اعتماد RCPT به روش FORM؛ (الف) تحلیل قابلیت اعتماد برای مقدار مرزی ۵۰۰ Coulomb، (ب) تحلیل قابلیت اعتماد برای مقدار مرزی ۲۰۰۰ Coulomb

Fig. 7. Reliability analysis of RCPT using FORM; (a) reliability analysis in threshold value equal to 500 Coulomb, (b) reliability analysis in threshold value equal to 2000 Coulomb

کلیه تحلیل‌ها بر روی یک سیستم ۳۲ بیت با پردازنده دو هسته‌ای اینتل انجام گرفته است. در شکل‌های ۷-الف و ۷-ب تعداد گام لازم برای تحلیل FORM به ترتیب ۱۰۷ و ۳ گام بوده است که زمان لازم برای انجام تحلیل برای هر کدام از این شکل‌ها به ترتیب ۰/۳۳ Sec و ۰/۰۹ Sec بوده است. بنابراین روش FORM یک روش با هزینه محاسباتی پایین است و حتی اگر تعداد گام‌ها چندصد عدد باشد، زمان تحلیل زیاد نشده است. در هر یک از شکل‌های ۶ و ۷، محور قائم بیانگر شاخص قابلیت اعتماد یا β می‌باشد که از روی آن احتمال شکست محاسبه می‌شود. مقادیر β در پروژه‌های عمرانی عموماً بین ۴ تا ۴- متغیر می‌باشد. اعداد منفی β بیانگر احتمال شکست بیش

شاخص قابلیت اعتماد (β) و تعداد گام‌های لازم برای همگرایی در مقاومت فشاری بتن برای حالات مرزی ۴۵ MPa و ۵۵ MPa در نظر گرفته شده است و در شکل‌های ۷-الف و ۷-ب مقدار β و تعدادهای گام‌های لازم همگرایی برای RCPT در ۵۰۰ Coulomb و ۲۰۰۰ Coulomb به روش FORM مشخص شده است. همان‌طور که در هر یک از این شکل‌ها مشخص است؛ تحلیل پس از چند گام یا بعضاً چندصد گام به همگرایی رسیده است که در جدول ۴ برای هر یک از شکل‌های ۶ و ۷ تعداد گام‌ها آورده شده است. همان‌طور که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، زمان لازم برای انجام هر تحلیل FORM به سختی به چند ثانیه می‌رسد. لازم به یادآوری است که

جدول ۵. تحلیل قابلیت اعتماد به روش نمونه‌گیری مونت کارلو برای مقاومت فشاری و RCPT
Table 5. Reliability analysis using Monte-Carlo simulation for compressive strength and RCPT

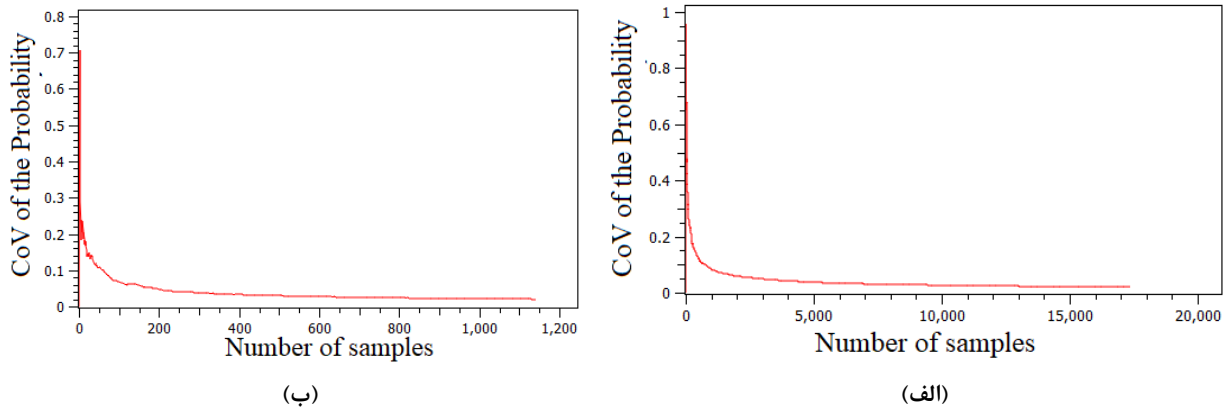
نوع نمونه	مقدار مرزی β ضریب	احتمال شکست (%)	تعداد نمونه لازم	زمان تحلیل (Sec)
مقاومت فشاری (MPa)	۳۵	۰/۳۲	۷۷۴۱۷۱	۱۰۵۲۷/۸۸
	۴۰	۲/۶۸	۹۰۶۹۸	۷۱۸/۴۶
	۴۵	۱۲/۵۸	۱۷۳۸۱	۳۸/۲۵
	۵۰	۳۷/۲۸	۴۲۰۶	۴/۸۴
	۵۵	۶۸/۶۵	۱۱۴۲	۱/۷۹
	۶۰	۹۱/۰۶	۲۴۶	۰/۵۰
	۵۰۰	۸۳/۹۲	۴۷۹	۰/۷۰
	۱۰۰۰	۷۲/۱۵	۹۶۶	۱/۰۰
	۲۰۰۰	۴۳/۹۸	۳۱۸۵	۳/۸۷
	۳۰۰۰	۱۷/۱۰	۱۲۱۲۳	۱۹/۵۰
RCPT (Coulomb)	۴۰۰۰	۴/۴۱	۵۴۱۱۲	۳۳۳/۶۰
	۵۰۰۰	۰/۷۲	۳۴۳۷۲۲	۵۰۰/۵۷
	۲/۴۴			

۶-۲- نتایج روش نمونه‌گیری مونت کارلو

نتایج مربوط به روش مونت کارلو در جدول ۵ آمده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود؛ همانند روش FORM از یک‌سری مقادیر مرزی برای تحلیل قابلیت اعتماد استفاده شده است که در آن مقادیر مرزی، همان مقادیر مرزی روش FORM می‌باشند. نتایج حاصل از جدول ۵ گواهی آن است که نتایج روش نمونه‌گیری مونت کارلو با نتایج روش FORM بسیار نزدیک می‌باشند؛ به طوری که حداکثر اختلاف بین دو مقدار FORM و مونت کارلو برابر ۵/۸۸٪ است. برای ارزیابی مقاومت فشاری بتن در مقدار مرزی ۳۵ MPa شده است. برای مقدار مرزی ۳۵ MPa، مقادیر β و P_f در روش FORM به ترتیب برابر ۲/۷۰ و ۰/۳۴ درصد شده است که همین مقادیر برای روش نمونه‌گیری مونت کارلو به ترتیب برابر ۲/۷۲ و ۰/۳۲ درصد است. برای مقدار مرزی RCPT برابر ۵۰۰ Coulomb، مقادیر β و P_f به ترتیب برابر ۰/۹۷- و ۸۳/۴۶ درصد شده است که همین مقادیر برای روش نمونه‌گیری مونت کارلو به ترتیب برابر ۰/۹۹- و ۸۳/۹۲ درصد شده است که اختلاف P_f برابر ۰/۵۵٪ شده است. در سایر موارد نیز به همین منوال مقادیر مربوط به دو روش FORM و نمونه‌گیری مونت کارلو برای مقاومت فشاری و نفوذ یون کلرید به هم نزدیک می‌باشند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که روش FORM با وجود خطی بودن از دقت بسیار بالایی در محاسبه شاخص قابلیت اعتماد

از ۵۰٪ و اعداد مثبت بیانگر احتمال شکست کمتر از ۵۰٪ می‌باشد [۳۹]. برای همگرایی در روش تحلیل FORM باید فاصله نقطه قبل از نقطه طراحی بسیار کم شود که در این حالت فاصله نقطه موجود تا محور مختصات ثابت و برابر β می‌شود. دقت شود که در شکل‌های ۶ و ۷ مقدار قدر مطلق β داده شده است.

همان‌طور که در هر یک از شکل‌های ۶ و ۷ (الف و ب) مشاهده می‌شود، تحلیل FORM هنگامی به اتمام می‌رسد که فاصله از مبدأ (نمودار قرمز رنگ) بر روی محور قائم، ثابت و غیرصفر شود و بعد از آن نیز فاصله از نقطه قبلی (نمودار آبی رنگ) باید به صفر برسد و روی صفر ثابت باقی بماند. در واقع در تمامی تحلیل‌ها باید نمودار قرمز رنگ، غیرصفر و ثابت شود و نمودار آبی رنگ صفر و ثابت شود. بنابراین در تحلیل FORM با ثابت شدن نمودار آبی رنگ بر روی صفر نشان از کوچک شدن خطای مدل دارد و ثابت شدن نمودار قرمز رنگ نیز مقدار شاخص β را نشان می‌دهد که از روی آن P_f محاسبه می‌شود [۴۰]. در شکل ۷-الف، تعداد گام‌ها برای همگرایی ۱۰۷ گام و در شکل ۷-ب نیز تعداد گام‌ها تنها برابر ۳ گام شده است. اختلاف نسبتاً زیاد این دو تحلیل مربوط به عدم همگرایی تابع حالت حدی g در مقدار مرزی ۵۰۰ Coulomb می‌باشد و این در حالی است که تابع g در مقدار مرزی ۲۰۰۰ Coulomb بعد از تنها سه گام به همگرایی رسیده است.



شکل ۸. تحلیل قابلیت اعتماد مقاومت فشاری به روش مونت کارلو؛ (الف) تحلیل قابلیت اعتماد برای مقدار مرزی ۴۵ MPa، (ب) تحلیل قابلیت اعتماد برای مقدار مرزی ۵۵ MPa

Fig. 8. Reliability analysis of compressive strength using Monte-Carlo simulation; (a) reliability analysis in threshold value equal to 45 MPa, (b) reliability analysis in threshold value equal to 55 MPa

شده است، احتمال شکست نمونه‌های بتنی براساس میانگین ورودی‌ها (در جدول ۱) در مقاومت ۴۵ MPa حدود ۱۲/۵٪ می‌باشد و این نشان می‌دهد که طرح اختلاط میانگین نمونه‌های بتنی از کیفیت مناسبی برای بتن‌های با مقاومت حدود ۴۵ MPa برخوردار بوده است. این درحالی است که P_f برای بتن‌های با مقاومت ۶۰ MPa حدود ۹۰٪ شده است. بنابراین نمونه‌های بتن در مقاومت ۶۰ MPa با احتمال زیادی شکسته می‌شوند. در نمونه‌های RCPT نیز احتمال P_f برای نفوذیون کلرید ۳۰۰۰ Coulomb و ۴۰۰۰ Coulomb به ترتیب ۱۷ و ۴/۵ درصد شده است. بنابراین می‌توان گفت که احتمال نفوذ یون کلرید در این مقادیر قابل توجه نیست. اما این درحالی است که احتمال نفوذ یون کلرید در مقادیر کمتر از ۵۰۰ Coulomb بیش از ۸۰ درصد است.

۳-۶- نتایج روش نمونه‌گیری پیشین

علاوه بر روش‌های FORM و مونت کارلو، از روش نمونه‌گیری پیشین برای تحلیل قابلیت اعتماد مقاومت فشاری و RCPT نمونه‌های بتن استفاده شد. این نوع تحلیل که حالت کلی‌تری از روش نمونه‌گیری مونت کارلو است؛ شرایط و اعداد مرزی را در نظر نمی‌گیرد و به ازای تمام اعداد مرزی ممکن در تابع حالت حدی، P_f منحصربفردی در نظر می‌گیرد. P_f که مهم‌ترین پارامتر قابلیت اعتماد است، از روی منحنی CDF محاسبه می‌شود. منحنی CoV نیز دقت مدل را بیان می‌کند و برای مقداری که محاسبه می‌شود عموماً نباید

برخوردار است.

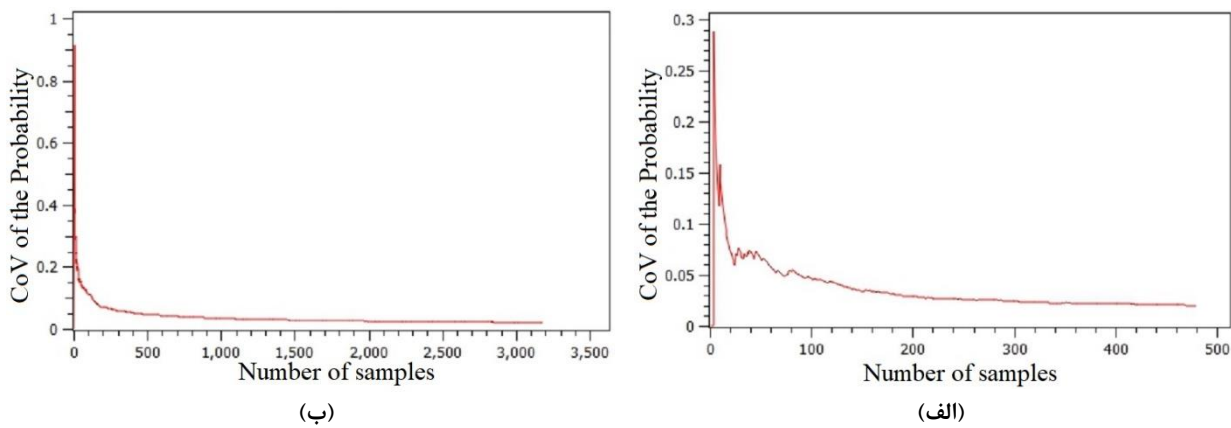
در شکل‌های ۸-الف و ۸-ب، همانند تحلیل FORM، تحلیل مونت کارلو مربوط به مقادیر مرزی ۴۵ MPa و ۵۵ MPa و در شکل‌های ۹-الف و ۹-ب مقادیر مرزی ۵۰۰ Coulomb و ۲۰۰۰ Coulomb نشان داده شده است. در این تحلیل مقدار ضریب تغییرات (CoV) برای رسیدن به یک پاسخ مطمئن برابر ۰/۰۲ منظور شده است. توصیه می‌شود که در برای صرفه‌جویی در زمان تحلیل، برای احتمال‌های شکست نزدیک به صفر، مقدار CoV تا حداکثر ۰/۰۵ افزایش یابد [۲۵]. همان‌طور در جدول ۵ مشاهده می‌شود؛ برای مقادیر با احتمال شکست نزدیک به صفر (یعنی با ضریب برای β ‌های بزرگ‌تر از ۲)، تعداد نمونه‌ها به شدت افزایش یافته است که این دلیل افزایش تعداد نمونه‌ها به رابطه (۳۳) مربوط می‌شود. در رابطه (۳۳)، مقادیر CoV و P_f در مخرج کسر قرار گرفته‌اند، بنابراین با کوچک شدن CoV و P_f مقدار نمونه‌ها به شدت افزایش می‌یابند. برای مثال در شکل ۸-الف برای مقدار CoV برابر ۰/۰۲ و مقدار P_f برابر ۱۲/۵۸ درصد محاسبه شده است. با قرار دادن دو مقدار فوق در رابطه (۳۳) تعداد نمونه‌ها برابر ۱۷۳۸۱ می‌شود که با تحلیل همخوانی دارد. در هر یک از شکل‌های ۸ و ۹، محور افقی بیانگر تعداد نمونه‌های ایجاد شده می‌باشد که این تعداد همان‌طور بیان شد به CoV و P_f بستگی دارد. محور قائم نیز ضریب تغییرات (CoV) است که عموماً بین ۰/۰۲ تا ۰/۰۵ در نظر گرفته می‌شود.

همان‌طور که از نتایج روش‌های FORM و مونت کارلو مشخص

کرده و در محل تلاقی با نمودار CDF یک خط به صورت افقی روی نمودار ترسیم می‌شود و عدد داده شده همان P_f است. برای محاسبه P_f در شکل ۱۱ نیز باید تمام مراحل بالا انجام شود؛ با این تفاوت که مقدار CDF حاصل باید از واحد کسر شود (1-CDF). دلیل این به ماهیت مقاومت فشاری و RCPT بازمی‌گردد، زیرا با افزایش مقاومت فشاری مورد انتظار (مقدار مرزی) P_f افزایش می‌یابد؛ اما با افزایش RCPT مورد انتظار، P_f کاهش می‌یابد. اگر به جداول ۴ و ۵ از روش‌های FORM و مونت کارلو دقت نمود می‌توان این واقعیت را درک نمود.

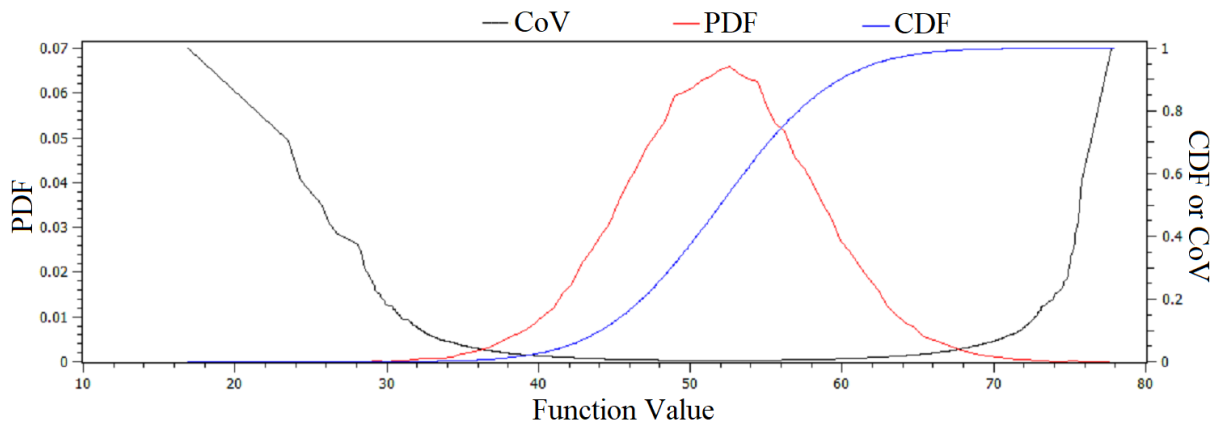
در شکل های ۱۰ و ۱۱، منحنی CoV در نمونه‌گیری پیشین

از ۰/۰۵ بزرگ‌تر باشد. در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نمودار نمونه‌گیری پیشین برای مقاومت فشاری و RCPT نمونه‌های بتنی نشان داده شده است. هر یک از شکل‌های ۱۰ و ۱۱ شامل سه نمودار تابع توزیع احتمال (PDF)، تابع تجمعی احتمال (CDF) و ضریب تغییرات (CoV) می‌باشد. نمودار PDF نحوه توزیع تمام برآمدهای ممکن از تابع احتمالاتی را مشخص می‌کند. از روی این نمودار می‌توان محتمل‌ترین مقادیر تابع را استخراج کرد. منحنی CDF نیز که به نوعی انتگرال یا مجموع مقادیر PDF است برای محاسبه احتمال شکست P_f کاربرد دارد. برای محاسبه P_f مقاومت فشاری، از روی محور افقی و در یک مقاومت فشاری موردنظر، یک خط قائم ترسیم



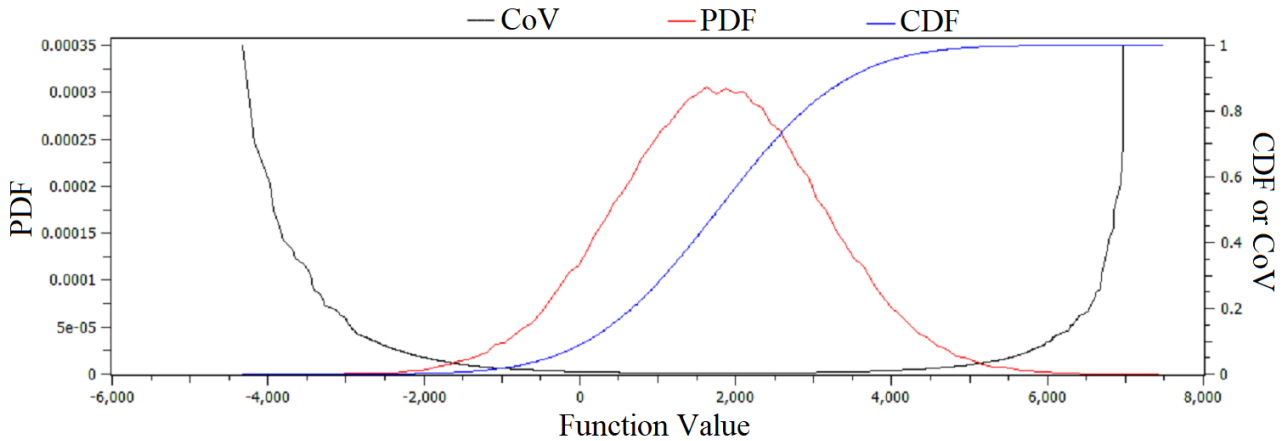
شکل ۹. تحلیل قابلیت اعتماد مقاومت فشاری به روش مونت کارلو؛ (الف) تحلیل قابلیت اعتماد برای مقدار مرزی **Coulomb ۵۰۰**، (ب) تحلیل قابلیت اعتماد برای مقدار مرزی **Coulomb ۲۰۰۰**

Fig. 9. Reliability analysis of RCPT using Monte-Carlo simulation; (a) reliability analysis in threshold value equal to 500 Coulomb, (b) reliability analysis in threshold value equal to 2000 Coulomb



شکل ۱۰. نتایج مربوط به نمونه‌گیری پیشین مقاومت فشاری به ازای مقادیر مرزی مختلف مقاومت فشاری

Fig. 10. Results related to compressive strength using histogram sampling with considering different threshold values



شکل ۱۱. نتایج مربوط به نمونه‌گیری پیشین RCPT به ازای مقادیر مرزی مختلف RCPT

Fig. 11. Results related to compressive strength using histogram sampling with considering different threshold values of RCPT

ادامه یابد. عموماً مقدار ۱۰۰۰۰۰ نمونه به عنوان مقدار اولیه در نظر گرفته می‌شود که این مقدار در این دو تحلیل استفاده شده است. زمان مورد نیاز برای ایجاد تعداد ۱۰۰۰۰۰ نمونه برابر حدود دو ساعت می‌باشد و برای یک میلیون نمونه حدود یک روز (۲۶ ساعت) زمان لازم است.

۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش به بررسی قابلیت اعتماد مقاومت فشاری و نفوذ یون کلرید (RCPT) در نمونه‌های بتن با عملکرد بالا پرداخته شده است. برای این منظور ابتدا ۱۰۰ نمونه بتن انتخاب شده و سپس از روش تخمین بیزین به تحلیل نمونه‌ها پرداخته شده است که در آن از ۷۵ نمونه بتنی به عنوان واسنجی و از ۲۵ نمونه نیز به عنوان صحت‌سنجی استفاده شد. بعد از آن نیز با استفاده از روش‌های تحلیل FORM، نمونه‌گیری مونت‌کارلو و نمونه‌گیری پیشین به قابلیت اعتماد نمونه‌های بتنی پرداخته شد. نتایج حاصل از این پژوهش در زیر آمده است:

۱- روش تخمین بیزین برخلاف سایر روش‌های هوش مصنوعی که همگی متعین هستند، یک روش احتمالاتی است و روابط داده شده برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و RCPT علاوه بر داشتن دقت بالا در پیش‌بینی، احتمالاتی هستند. در روابط داده شده، عدم قطعیت مدل که ذاتی و سیستماتیک می‌باشند در پارامترهای مدل و بردار

باید به صورت U شکل باشد؛ زیرا در این نوع نمودار، مقادیر وسط شکل U، که قسمت اعظمی از تابع توزیع احتمالاتی (نمودار توزیع زنگوله‌ای شکل) را دربر می‌گیرند، دارای حداقل مقدار CoV می‌باشند که نزدیک به صفر می‌باشد و این نشان می‌دهد که مدل دارای دقت مناسبی است. از جهت دیگر مقدار CoV برای مقادیری که خارج از تابع توزیع احتمال قرار دارند، دارای مقادیر بزرگی است که این به دلیل قرار نگرفتن تابع توزیع احتمالاتی در آن ناحیه، اهمیتی ندارد. اگر از روی نمودار افقی در شکل ۱۰، عدد ۵۰ MPa بر روی نمودار CDF ترسیم شود، مقدار CDF که برابر P_f است حدوداً ۳۷ درصد می‌شود که با نتایج FORM و مونت‌کارلو مطابقت دارد. در شکل ۱۱ نیز اگر مقدار ۲۰۰۰ Coulomb بر روی محور افقی انتخاب شود و سپس بر به صورت قائم بر روی منحنی CDF ترسیم شود مقدار CDF برابر حدود ۰/۵۶ می‌شود که در نهایت مقدار P_f برابر ۰/۴۴ (۱-۰/۵۶) می‌شود که با عدد ۰/۴۳ و ۰/۴۴ حاصل از FORM و مونت‌کارلو نزدیکی زیادی دارد.

در سایر مقادیر مرزی مقاومت فشاری و RCPT، مقادیر احتمال شکست در روش نمونه‌گیری پیشین با روش‌های FORM و مونت‌کارلو بسیار نزدیک است و این نشان از صحت مدل‌ها دارد. تعداد نمونه‌های لازم برای تحلیل هر مقدار مرزی در روش مونت‌کارلو در جدول ۵ مشخص شده است. تعداد نمونه‌های لازم برای تحلیل پیشین باید تا برقراری کمینه کردن ضریب تغییرات تا حداکثر ۰/۰۵

مراجع

- [1] P. Gardoni, K.M. Nemati, T. Noguchi, Bayesian statistical framework to construct probabilistic models for the elastic modulus of concrete, *Journal of materials in civil engineering*, 19(10) (2007) 898-905.
- [2] S. Chithra, S.S. Kumar, K. Chinnaraju, F.A. Ashmita, A comparative study on the compressive strength prediction models for High Performance Concrete containing nano silica and copper slag using regression analysis and Artificial Neural Networks, *Construction and Building Materials*, 114 (2016) 528-535.
- [3] A. Sadrmohtazi, J. Sobhani, M.A. Mirgozar, Modeling compressive strength of EPS lightweight concrete using regression, neural network and ANFIS, *Construction and Building Materials*, 42 (2013) 205-216.
- [4] M. Hosseini, S. Hosseini, Introducing new equation for predicting penetration rate of tunnel boring machine, *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 49(2) (2017) 313-322.
- [5] S. Jafari, S.S. Mahini, Lightweight concrete design using gene expression programming, *Construction and Building Materials*, 139 (2017) 93-100.
- [6] H. Naderpour, A.H. Rafiean, P. Fakharian, Compressive strength prediction of environmentally friendly concrete using artificial neural networks, *Journal of Building Engineering*, 16 (2018) 213-219.
- [7] S.V. Tosee, M. Nikoo, Neuro-fuzzy systems in determining light weight concrete strength, *Journal of Central South University*, 26(10) (2019) 2906-2914.
- [8] J. Sobhani, M. Najimi, Numerical study on the feasibility of dynamic evolving neural-fuzzy inference system for approximation of compressive strength of dry-cast concrete, *Applied Soft Computing*, 24 (2014) 572-584.
- [9] Y. Mori, B.R. Ellingwood, Maintaining reliability of concrete structures. I: Role of inspection/repair, *Journal of Structural Engineering*, 120(3) (1994) 824-845.
- [10] M.P. Enright, D.M. Frangopol, Condition prediction of deteriorating concrete bridges using Bayesian updating, *Journal of Structural Engineering*, 125(10) (1999) 1118-1125.

خطا نهاده شده است.

۲- نتایج حاصل از تخمین بیزین گویای دقت بالای مدل بودند که ضریب R^2 در صحت‌سنجی مقاومت فشاری و $RCPT$ به ترتیب برابر ۰/۹۶ و ۰/۹۷ شدند.

۳- در این پژوهش از روش سعی و خطا برای توان‌های صحیح اعداد ۳- تا ۳+ استفاده شد؛ اما در عین حال که دقت مدل بالا رفت، طول روابط نیز بسیار طولانی شد. بنابراین بهتر است که در پژوهش‌های آینده از توابع متنوعی مانند توابع مثلثاتی، نمایی، لگاریتمی و نظایر آن استفاده شود که هم طول رابطه کاهش یابد و هم جنبه کاربردی بیشتری داشته باشد.

۴- نتایج حاصل از روش خطی FORM بسیار نزدیک با نتایج روش‌های غیرخطی نمونه‌گیری مونت کارلو و نمونه‌گیری پیشین است؛ به طوری که در تمام تحلیل‌ها حداکثر اختلاف بین دو روش FORM و مونت کارلو ۵/۸۸٪ شد. بنابراین استفاده از روش FORM می‌تواند در تحقیقاتی که تابع حالت حدی، مرتبه غیرخطی بالایی ندارد، جایگزین مناسبی برای روش‌های غیرخطی مانند نمونه‌گیری مونت کارلو و نمونه‌گیری پیشین باشد.

۵- روش نمونه‌گیری پیشین، برخلاف روش‌های FORM و نمونه‌گیری مونت کارلو که تنها مقادیر احتمال شکست مربوط به مقادیر مرزی را محاسبه می‌کنند، برای تمام برآمدهای ممکن از مقاومت فشاری و $RCPT$ احتمال شکست را ارائه می‌دهد. در واقع این روش مستقل از مقادیر مرزی است و می‌تواند در تحقیقات آتی کاربرد فراوانی داشته باشد.

۶- تحلیل قابلیت اعتماد برای مقادیر میانگین نمونه‌های بتنی نشان داد که احتمال شکست نمونه‌های بتنی در 45 MPa برابر ۹۱/۵۸٪ است و احتمال شکست در مقاومت 60 MPa برابر ۹۱/۰۶٪ است. بنابراین با مقادیر میانگین طرح اختلاط نمونه‌های بتنی (جدول ۱) می‌توان تا حد زیادی از مقاومت 45 MPa اطمینان حاصل کرد. به صورت مشابه تحلیل قابلیت اعتماد برای $RCPT$ نشان داد که احتمال نفوذ یون کلرید بیشتر از 3000 Coulomb تنها ۱۷/۱۰٪ است و بنابراین می‌توان گفت که میانگین داده‌های ورودی برای جلوگیری از نفوذ بیش از 3000 Coulomb مناسب است.

- Engineering, 6(4) (2019) 693-704.
- [21] S.S. Gilan, H.B. Jovein, A.A. Ramezani-pour, Hybrid support vector regression-Particle swarm optimization for prediction of compressive strength and RCPT of concretes containing metakaolin, *Construction and Building Materials*, 34 (2012) 321-329.
- [22] M. Mahsuli, T. Haukaas, Computer program for multimodel reliability and optimization analysis, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 27(1) (2013) 87-98.
- [23] M. Naderi, M. Mahsuli, Uncertainty Quantification in Modeling of Steel Structures using Timoshenko Beam, *Journal of Structural and Construction Engineering*, 6(1) (2019) 27-42. (In Persian).
- [24] P. Gardoni, A. Der Kiureghian, K.M. Mosalam, Probabilistic capacity models and fragility estimates for RC columns based on experimental observations, *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 128 (10) (2002) 1024-1038.
- [25] T. Haukaas, *Civil 518: Reliability and structure safety*, University of British Columbia, Vancouver, BC, 2018.
- [26] A.H. Gandomi, S. Mohammadzadeh, J.L. Pérez-Ordóñez, A.H. Alavi, Linear genetic programming for shear strength prediction of reinforced concrete beams without stirrups, *Applied Soft Computing*, 19 (2014) 112-120.
- [27] Y. Sharifi, M. Hosseinpour, Adaptive neuro-fuzzy inference system and stepwise regression for compressive strength assessment of concrete containing metakaolin, *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, 9(2) (2019) 251-272.
- [28] M.S. Asghshahr, A. Rahai, H. Ashrafi, Prediction of chloride content in concrete using ANN and CART, *Magazine of Concrete Research*. 68(21) (2016) 1085-1098.
- [29] H. Koo, A. Der Kiureghian, FORM, SORM and Simulation Techniques for Nonlinear Random Vibrations. Report No. UCB/SEMM-2003/01, Department of Civil & Environmental Engineering, University of California, Berkeley, CA, 2003.
- [30] E. Nikolaidis, D.M. Ghiocel, S. Singhal, editors, [11] H. Sohn, K.H. Law, Bayesian probabilistic damage detection of a reinforced-concrete bridge column, *Earthquake engineering & structural dynamics*, 29(8) (2000) 1131-1152.
- [12] D.E. Choe, P. Gardoni, Rosowsky D. Closed-form fragility estimates, parameter sensitivity, and Bayesian updating for RC columns, *Journal of Engineering Mechanics*, 133(7) (2007) 833-843.
- [13] R. Giannini, L. Sguerri, F. Paolacci, S. Alessandri, Assessment of concrete strength combining direct and NDT measures via a Bayesian inference, *Engineering structures*, 64 (2014) 68-77.
- [14] B. Han, T.Y. Xiang, H.B. Xie, A Bayesian inference framework for predicting the long-term deflection of concrete structures caused by creep and shrinkage, *Engineering Structures*, 142 (2017) 46-55.
- [15] S.A. Faroz, N.N. Pujari, S. Ghosh, Reliability of a corroded RC beam based on Bayesian updating of the corrosion model, *Engineering Structures*, 126 (2016) 457-468.
- [16] H. Sousa, L.O. Santos, M. Chryssanthopoulos, Quantifying monitoring requirements for predicting creep deformations through Bayesian updating methods, *Structural Safety*, 76 (2019) 40-50.
- [17] A. Fleischhacker, O. Ghonima, T. Schumacher, Bayesian Survival Analysis for US Concrete Highway Bridge Decks, *Journal of Infrastructure Systems*. 26(1) (2020) 04020001.
- [18] M. Bagheri, A. Chahkandi, H. Jahangir, Seismic Reliability Analysis of RC Frames Rehabilitated by Glass Fiber-Reinforced Polymers, *International Journal of Civil Engineering*, 17(11) (2019) 1785-1797.
- [19] M. Shakouri, D. Trejo, Estimating the critical chloride threshold of reinforcing steel in concrete using a hierarchical Bayesian model, *Sustainable and Resilient Infrastructure*, 4(4) (2019) 152-72.
- [20] A. Nahvi, M.K. Sadoughi, A. Arabzadeh, A. Sassani, C. Hu, H. Ceylan, and S. Kim, Multi-objective bayesian optimization of super hydrophobic coatings on asphalt concrete surfaces, *Journal of Computational Design and*

- Periodical on Structural Design and Construction, 24(4) (2019) 04019026.
- [37] S.A. Pari, G. Habibagahi, A. Ghahramani, K. Fakharian, Reliability-Based Calibration of Resistance Factors in LRFD Method for Driven Pile Foundations on Inshore Regions of Iran, *International Journal of Civil Engineering*, 17(12) (2019) 1859-70.
- [38] S. Safaei, H. Naderpour, M. Gerami, Reliability assessment of RC frames rehabilitated by eccentrically braces having vertical shear link, *SN Applied Sciences*, 2(3) (2020)1-4.
- [39] M. Haji, H. Naderpour, A. Kheyroddin, Experimental study on influence of proposed FRP-strengthening techniques on RC circular short columns considering different types of damage index, *Composite Structures*, 209 (2019) 112-128.
- [40] M. Hussein, T. Sayed, K. Ismail, A. Van Espen, Calibrating road design guides using risk-based reliability analysis, *Journal of Transportation Engineering*, 140(9) (2014) 04014041.
- Engineering design reliability handbook, CRC Press, MA, 2004.
- [31] A.M. Hasofer, N.C. Lind, Exact and invariant second-moment code format, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 100(1) (1974) 111-121.
- [32] R. Rackwitz, B. Fiessler, Structural reliability under combined load sequences, *Computers & Structures*, 9 (1978) 489-494.
- [33] P.L. Liu, A. Der Kiureghian, Optimization algorithms for structural reliability, *Structural Safety*, 9(3) (1990) 161-177.
- [34] T. Haukaas, A. Der Kiureghian, Strategies for Finding the Design Point in Nonlinear Finite Element Reliability Analysis, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21(2) (2006) 133-147.
- [35] P. Rostami, M. Mahsuli, Risk-Optimal Arrangement of Stiffeners in Steel Plate Shear Walls with Door Opening, *Frontiers in Built Environment*, 4 (2018) 59.
- [36] H. Naderpour, A. Kheyroddin, S. Mortazavi, Risk Assessment in Bridge Construction Projects in Iran Using Monte Carlo Simulation Technique, *Practice*

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Komasi, S.A. Hassanzadeh, CS and RCPT Prediction of Concrete Samples Using Bayesian Inference and Performing Different Reliability Analyzes, Amirkabir J. Civil Eng., 53(8) (2021) 3555-3576.

DOI: [10.22060/ceej.2020.18029.6743](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.18029.6743)



