

An Investigation on the Capacity of Membrane Action of Restrained Slender Reinforced Concrete Beams

M. Koohestani, M. R. Esfahani*

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

ABSTRACT: In recent years, several studies have been conducted on the membrane action of restrained reinforced concrete beams. Several factors and parameters are involved in the analysis and calculation of this phenomenon. Determination of the effect of each parameter on the response of the load-carrying capacity of these beams is the main purpose of this study. An analytical model for the analysis of slender restrained reinforced concrete beams with different span-depth ratios is used to investigate the effect of four parameters of concrete compressive strength, reinforcement ratio, axial stiffness and rotational stiffness of the support. This analytical model is formulated based on a sectional analysis approach to establish equilibrium and compatibility conditions. Programming of the model is carried out with FORTRAN software. The results show that with increasing the span-depth ratio, the effect of membrane action on the capacity of beams decreases. It is also observed that the effect of all four parameters on the load-carrying capacity is greater in short beams. With an increase of 0.75% in the concrete compressive strength with a span-depth ratio of 9, the load-carrying capacity increases to 111 kN, while for the ratio of 31, this value increases only to 26 kN. The load-carrying capacity response is nonlinear with the amount of support stiffnesses. In evaluating the effect of support stiffnesses on the membrane action response, it was observed that membrane action capacity increases with restraint stiffness only in the regime of weak restraints.

Review History:

Received: Mar. 01, 2021
Revised: Jul. Apr. 19, 2021
Accepted: Jun.03, 2021
Available Online: Jun. 14, 2021

Keywords:

Membrane action
Beam
Slender
Reinforced concrete
Analytical model

1- Introduction

Recently, resistance mechanisms of reinforced concrete (RC) buildings against progressive collapse have been investigated extensively. One of the favorable structural mechanisms to mitigate the progressive collapse in RC structures and increase the load-carrying capacity is the mechanism of compressive membrane action. As it is shown in Figure 1, restraining the beam between supports prevents the increase in the length of the beam. This causes an axial compression force along the beam, which is transmitted to

the supports in an arc-shaped path through the middle of the beam.

Various efforts have been made to introduce effective methods for calculating and considering the membrane force and using it in structural design. Yu and Tan [2] took an important step in this regard by presenting a numerical method to calculate the compressive axial force. These numerical methods provide a better understanding of the mechanics of lateral limitation's effect on the capacity and response of structural members. Another model presented in

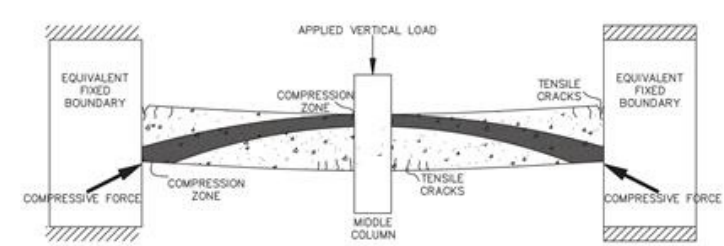


Fig. 1. Schematic of compressive arch action in RC beam [1].m

*Corresponding author's email: esfahani@um.ac.ir

this area is by Wu [3], based on equilibrium and compatibility conditions along the beam for predicting the nonlinear response of RC beams. Mansour [4], by completing this model and considering the second-order effects in numerical modeling, takes an effective step towards improving the proposed method for analyzing RC beams with axial and rotational restraints at supports. In this research, using the numerical method provided by Mansour [4], the study is conducted on restrained slender RC beams.

2- Methodology

The proposed model is formulated using a sectional analysis approach that assumes plane sections remain plane, and accounts for both material nonlinearities and second-order effects.

A fully rigid support condition can be defined using the following compatibility conditions. No lateral expansion and rotation of the beam at supports are allowed.

$$L_{c,ce} = L_0 \tag{1}$$

$$\int_0^L \varepsilon_t = \int_0^L \varepsilon_b \tag{2}$$

where L_0 is the initial undeformed length of a beam, $L_{c,ce}$ is the chord length of the centroidal axis, ε_t is the strain along the top of a beam, and ε_b is the strain along the bottom of a beam. The calculation of the $L_{c,ce}$ is shown in the following equation:

$$L_{c,ce} = \frac{L_0}{L_w} L_{a,ce} \tag{3}$$

where L_w is the arc length of the deflected shape, $L_{a,ce}$ is the arc length of the centroidal axis. The L_w and $L_{a,ce}$ can be determined using the following equations,

$$L_w = \sum_{i=2}^n \sqrt{(w_i(i) - w_i(i-1))^2 + (x(i) - x(i-1))^2} \tag{4}$$

$$L_{a,ce} = L_0 + \sum_{i=2}^n \left(\frac{\varepsilon_{ce}(i) + \varepsilon_{ce}(i-1)}{2} \right) (x(i) - x(i-1)) \tag{5}$$

where n is the total number of sections in the beam, and x is the horizontal distance between section i and the support. $\varepsilon_{ce}(i)$ and $w_i(i)$ are concrete strain at the centroid and resultant deflection at the section i , respectively. In the following, the rotation of a beam at the support can be calculated as:

$$\theta_0 = \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\phi(i) + \phi(i+1)}{2} \right) (x(i+1) - x(i)) \tag{6}$$

where $\phi(i)$ is the curvature at section i .

The proposed model operates by an iteration procedure and is based on two-layered and sectional analysis. As shown in Figure 2, iterations are carried out in three levels.

3- Results and Discussion

Five beams with the same geometrical properties but different span to depth ratios of $L/h = 9, 18, 22, 27, 31$ ($h=225$ mm constant) are considered to evaluate the effect of each parameter on the membrane action in restrained slender RC beams.

After comparing the results for each of the parameters of concrete compressive strength, reinforcement ratio, axial stiffness and rotational stiffness of the support and the span-depth ratio on the load-carrying capacity Q , lateral restraint

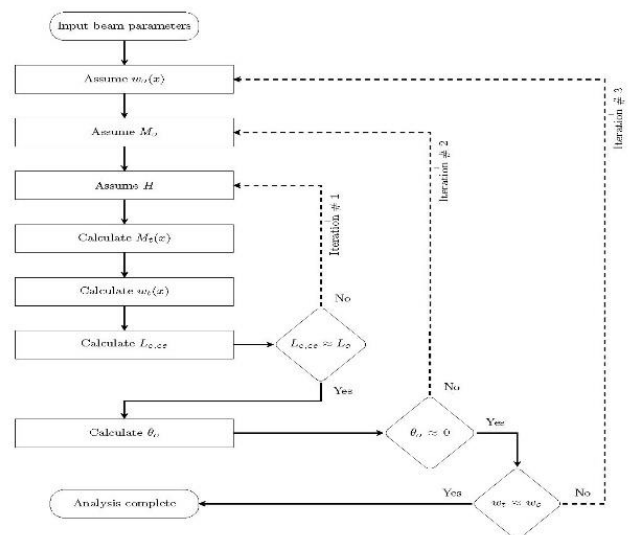


Fig. 2. The formulation for the analytical model Proposed by Mansour [4].

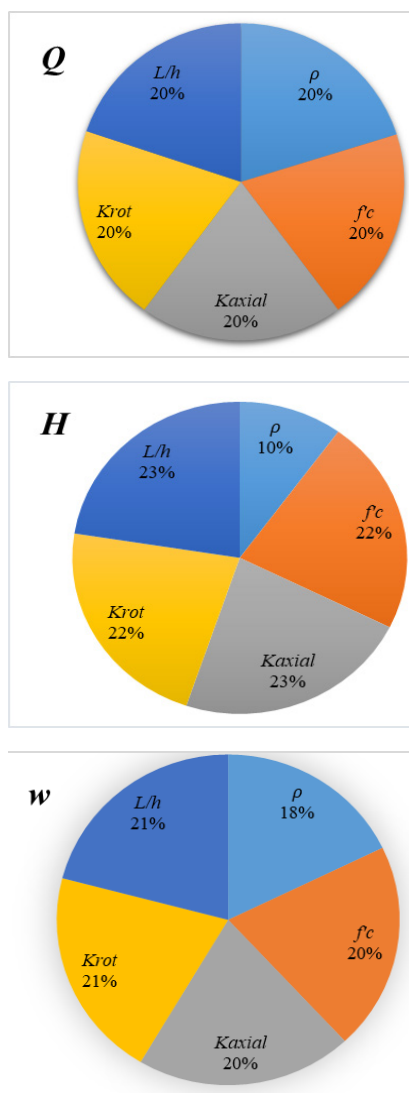


Fig. 3. The effect of different parameters on the responses of load-carrying capacity, lateral restraint load and maximum midspan deflection of the restrained reinforced concrete beams

load H and maximum midspan deflection response w of the beams, the effects of each parameter is shown in Figure 3.

As seen in Figure 3, all five parameters have similar effect on the response of the load-carrying capacity. The compressive axial force response, the span-depth ratio and axial stiffness of the support have the greatest impact. Finally, for the maximum midspan deflection response, the span-depth ratio and rotational stiffness of the support have the most effect.

4- Conclusions

The main conclusions can be summarized as follows:

With increasing the span-depth ratio, the effect of membrane action on beams decreases. It is also observed that the effect of concrete compressive strength, reinforcement ratio, axial stiffness and rotational stiffness of the support on load-carrying capacity is greater in short beams. The load-carrying capacity response is nonlinear with the amount of support stiffnesses. In evaluating the effect of support stiffnesses on the membrane action response, it was observed that the membrane action capacity increases with restraint stiffness only in the regime of weak restraints.

References

- [1]K. Qian, B. Li, J.-X. Ma, Load-carrying mechanism to resist progressive collapse of RC buildings, Journal of Structural Engineering, 141(2) (2015) 04014107.
- [2]J. Yu, K.H. Tan, Analytical model for the capacity of compressive arch action of reinforced concrete sub-assemblages, Magazine of Concrete Research, 66(3) (2014) 109-126.
- [3]S. Wu, Rational modeling of arching action in laterally restrained beams, 2013.
- [4]R. Mansour, An Analytical Model for Predicting the Behaviour of Laterally Restrained Reinforced Concrete Beams, 2016.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. Koohestani, M. R. Esfahani, An Investigation on the Capacity of Membrane Action of Restrained Slender Reinforced Concrete Beams, Amirkabir J. Civil Eng., 54(4) (2022) 305-308.

DOI: 10.22060/ceej.2021.19684.7235





بررسی عملکرد غشائی در ظرفیت باربری تیرهای بتن مسلح لاغر مقید

مهدی کوهستانی، محمدرضا اصفهانی*

دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۱۱
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۱۹
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۰۸
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۵/۱۹

کلمات کلیدی:

عمل غشائی، تیر
لاغری
بتن مسلح
مدل عددی

خلاصه: در سال های اخیر در پژوهش های متعددی به عملکرد غشائی و چگونگی محاسبه آن پرداخته شده است. عوامل و پارامترهای متعددی در تحلیل و محاسبه این پدیده نقش دارند. تعیین میزان اثرگذاری هر پارامتر بر پاسخ ظرفیت باربری با توجه به افزایش طول، باعث شد در این پژوهش ضرورت بر آن باشد تا با بهره گیری از یک مدل عددی به تحلیل تیرهای بتن مسلح با نسبت های لاغری (طول دهانه به ارتفاع مقطع) متفاوت و بررسی تاثیر پارامترهای مقاومت فشاری بتن، نسبت مسلح کننده، سختی محوری و سختی دورانی تکیه گاهی بر پاسخ ظرفیت باربری تیر پرداخته شود. این مدل عددی مبتنی بر تحلیل های مقطعی در امتداد تیر و برقراری شرایط تعادل و سازگاری در هر مقطع و در کل تیر است که با استفاده از نرم افزار برنامه نویسی فرترن کدنویسی شده است. نتایج تحلیل ها نشان می دهد با افزایش لاغری میزان تاثیر پارامترها بر عمل غشائی در تیرهای بتن مسلح کاهش می یابد. همچنین مشاهده می شود تاثیر افزایش هر چهار پارامتر بر ظرفیت باربری در تیرهای کوتاه بیشتر است. به صورتی که افزایش ۰/۷۵ درصدی مقاومت فشاری بتن در تیر با نسبت لاغری ۹ باعث افزایش ظرفیت باربری به میزان ۱۱۱ kN می شود در حالی که برای لاغری ۳۱ این مقدار ۲۶ kN افزایش می یابد که برای سایر پارامترها نیز به همین نسبت کاهش مشاهده می شود. همچنین برای سختی های تکیه گاهی نیز مشاهده شد اثرپذیری پاسخ ظرفیت باربری با مقدار سختی ها رابطه غیرخطی دارد به صورتی که افزایش ۱۰ درصدی در سختی های پایین تاثیر بیشتری نسبت به افزایش ۱۰ درصدی در سختی های بالا بر پاسخ تیر دارد.

۱- مقدمه

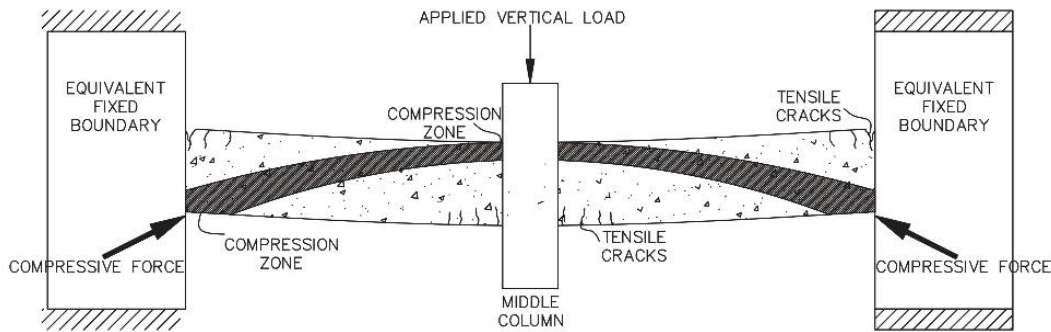
طرفی همانگونه که در شکل ۱ مشاهده می گردد، فشرده شدن تیر بین تکیه گاه ها از افزایش طول تیر جلوگیری می کند. این امر باعث به وجود آمدن نیروی محوری فشاری در امتداد تیر شده که در مسیری قوسی شکل از وسط دهانه تیر به تکیه گاه ها انتقال می یابد. این مجموعه عوامل در نهایت باعث افزایش مقاومت نهایی تیر در مقایسه با مقدار محاسبه شده توسط روش های معمول مانند آنالیز خط تسلیم می شوند. این فرایند تحت عنوان عمل غشائی تعریف می شود و می تواند ظرفیت باربری نهایی عضو مورد نظر را تا چند برابر افزایش دهد.

تلاش های گوناگونی برای معرفی روش های موثر جهت محاسبه و لحاظ کردن نیروی غشائی و بهره گیری از آن در طراحی سازه ها صورت گرفته است. در زمینه ی پژوهش های آزمایشگاهی می توان به بررسی اثرات ثانویه ناشی از نیروی محوری فشاری و تغییر مکان یک دال بتنی انجام شده توسط ویکو و همکاران [۲] اشاره کرد. همچنین اهمیت در نظر گرفتن محدودیت دورانی علاوه بر محدودیت جانبی در آزمایش انجام شده توسط

در سال های اخیر پدیده ی خرابی پیش رونده بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. این پدیده به صورت انتشار خرابی موضعی از یک عضو به عضو دیگر تعریف می شود، به گونه ای که سرانجام باعث خرابی کل سازه یا بخش عظیمی از آن را می شود. در سازه های بتن مسلح، یکی از عوامل کارآمد جهت جلوگیری و کاهش خرابی پیش رونده و افزایش ظرفیت باربری را می توان مکانیزم عمل غشائی فشاری دانست. حذف ستون میانی و افزایش ناگهانی طول دهانه تیر با توجه به تداوم بارگذاری در وسط دهانه باعث آغاز شکل گیری ترک در قسمت هایی که تحت کشش قرار می گیرند مانند تارهای پایین در وسط دهانه و همچنین تارهای بالای تیر در محل تکیه گاه ها شود. به وجود آمدن این ترک ها و تغییر شکل های سراسری در تیر بتن مسلح منجر به جابجایی تار خشی در امتداد مقطع تیر و افزایش مجموع کرنش های کششی نسبت به کرنش های فشاری در امتداد تیر می شود. از

* نویسنده عهده دار مکاتبات: esfahani@um.ac.ir





شکل ۱. نمایش عمل غشائی فشاری در تیر بتن مسلح [۱]

Fig. 1. Schematic of compressive arch action in RC beam [1].

بر ظرفیت و پاسخ اعضای سازه‌ای ارائه می‌دهند. یکی از روش‌های ارائه شده در این زمینه توسط وو [۱۴] است که بر اساس حفظ تعادل و سازگاری در طول تیر مدل ساختاری غیرخطی جهت پیش‌بینی پاسخ تیرهای بتن مسلح ارائه می‌دهد. این روش با وجود این که تقریب مناسبی از ظرفیت باربری نهایی تیر بتن مسلح ارائه داده است اما برای پیش‌بینی خیز و تغییر شکل تیر پاسخ بسیار کمتری در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی ارائه می‌دهد. پس از آن بوتیکو [۱۵] روش ارائه شده توسط وو [۱۴] را اندکی بهبود بخشید. نتایج ارائه شده توسط این مدل برای ظرفیت باربری نهایی تیر بتن مسلح به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر بود با این حال در بخش پیش‌بینی تغییر شکل همچنان این مدل نتایج قابل قبولی ارائه نداده است. منصور [۱۶] با کامل کردن این مدل و لحاظ کردن اثرات مرتبه دوم تغییر شکل در مدل‌سازی عددی گام موثری جهت بهبود روش ارائه شده برداشت که برای تیرهای بتن مسلح با محدودیت دورانی و محوری در تکیه‌گاه پیش‌بینی مناسبی از پاسخ ظرفیت باربری و همچنین تغییر شکل در امتداد تیر را ارائه کرده است. در این پژوهش با بهره‌گیری از روش عددی ارائه شده توسط منصور [۱۶] به مطالعه بر روی تیرهای بتن مسلح لاغر پرداخته می‌شود. مطالعات پارامتری بر روی تیرهای بتن مسلح با نسبت طول به ارتفاع مقطع مختلف صورت می‌پذیرد و چگونگی تاثیر تغییر مقاومت فشاری بتن و نسبت مسلح کننده‌ها در مقطع بر روی پاسخ تیر مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همچنین در این پژوهش به مطالعه بر روی سختی‌های تکیه‌گاهی و چگونگی اثرگذاری بر روی پاسخ تیر بتن مسلح لاغر نیز پرداخته می‌شود.

گور و همکاران [۳] بیشتر آشکار شد. در پژوهش تجربی انجام شده توسط رادل [۴] مقدار مسلح کننده در هر تیر متفاوت بود تا هر دو افزایش مقاومت خمشی و برشی ناشی از ایجاد محدودیت جانبی مورد بررسی قرار گیرد. در آزمایش‌های انجام شده توسط سو و همکاران [۵] و همچنین یوو و همکاران [۶] مشاهده می‌شود که ظرفیت هر نمونه تحت تاثیر یک اثر نرم کننده ناشی از اثرات مرتبه دوم است. در زمینه‌ی پژوهش‌های تئوری، کریستینسن [۷] یکی از اولین رابطه‌ها برای محاسبه مقدار افزایش ظرفیت باربری ناشی از وجود قید جانبی را بر این اساس که مفصل‌های پلاستیکی در محل بارهای متمرکز و در تکیه‌گاه‌های دال ایجاد می‌شوند، ارائه کرد.

پارک [۸] مدل جایگزینی ارائه کرد که تاثیر نیروهای غشائی در تحلیل دال‌های بتن مسلح گیردار را هم بررسی می‌کند. این مدل تحلیلی پیشنهاد شده، توسط رانکین [۹] با این فرض که یک دال مقید شده شبیه به یک قوس رفتار می‌کند توسعه یافت. در ادامه می‌توان به روابط تحلیلی و روش‌های عددی که برای اندازه‌گیری تاثیر قید جانبی بر ظرفیت باربری اعضای بتن مسلح در سال‌های اخیر ارتقاء یافته‌اند اشاره کرد. کانگ و همکاران [۱۰] با در نظر گرفتن تاثیر سختی ستون‌های کناری به مطالعه عملکرد تیر بدون گیرداری کامل پرداختند. فم و همکاران [۱۱] در بررسی به پاسخ‌های استاتیکی و دینامیکی به خرابی پیش‌رونده در اعضای بتن مسلح مقید پرداختند همچنین احمدی و همکاران [۱۲] نیز در بررسی آزمایشگاهی به بررسی این رفتار در تیر ستون گیردار پرداختند. یو و تان [۱۳] با ارائه روشی عددی برای محاسبه نیروی محوری فشاری گام مهمی در این زمینه برداشتند. این روش‌های عددی درک بهتری از مکانیک اثر محدودیت جانبی

۱-۱- ضرورت انجام تحقیق

بهره‌گیری از مکانیزم عمل غشائی برای جلوگیری از خرابی پیش‌رونده یا افزایش ظرفیت باربری در اعضای سازه‌ای مانند تیرها و دال‌ها یا عرشه‌های پل به امری قابل توجه تبدیل شده است. روش‌های محاسبه نیروی غشائی امروزه بسیار گسترش یافته و این امکان را برای محققان آسان ساخته است. از ویژگی‌های مهم برای بررسی در این مکانیزم اندازه طول دهانه‌ها در اعضای سازه‌ای است. اما این میزان لاغری باید با در نظر گرفتن عوامل دیگر مانند پارامترها و شرایط موثر بر ظرفیت باربری صورت پذیرد. در این پژوهش از طرفی به اهمیت پارامترهای موثر مانند مقاومت فشاری بتن و نسبت مسلح کننده و از طرف دیگر به تاثیر شرایط تکیه‌گاهی (سختی محوری و دورانی) بر پاسخ ظرفیت باربری نهایی تیر بتن مسلح با لاغری‌های مختلف پرداخته می‌شود. از آنجایی که بررسی تاثیر هر پارامتر بر پاسخ به صورت مجزا مدنظر قرار گرفته است در بررسی هر یک از عوامل، به منظور محدود کردن تاثیر سایر مشخصات در پاسخ تحلیل بدون تغییر در نظر گرفته می‌شود. از جمله مواردی که در این پژوهش نسبت به سایر مطالعات بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد را می‌توان در مرحله اول بررسی عملکرد قوسی فشاری با توجه به افزایش نسبت لاغری در تیر بتن مسلح اشاره کرد؛ همچنین بررسی ویژه تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر پاسخ تیر بتن مسلح تحت سناریوی حذف ستون میانی نیز مبحث دیگری بود که به دلیل توجه کمتر به آن در سایر مطالعات به صورت خاص در دو بخش مورد بحث قرار گرفته است. سرانجام در بخش ۶ میزان تاثیر هر یک از پارامترها بر پاسخ تیر مورد بحث قرار گرفته تا برای بهره‌گیری بهتر از این مکانیزم در اعضای سازه‌ای مورد استفاده قرار گیرند. لازم به ذکر است که به دلیل نحوه عملکرد مدل عددی که شامل گام‌های بسیار زیاد در حلقه‌های متعدد بازگشتی است در این مطالعه برای افزایش سرعت در انجام محاسبات از نرم افزار برنامه نویسی فرترن بهره‌گیری شده است. از آنجایی که کدنویسی صرفا با استفاده از فلوچارت ارائه شده صورت گرفته است از موانع بسیاری در تکمیل کدنویسی گذر شده تا به دقت مدل اصلی دست یابد، از جمله می‌توان به در نظر گرفتن بخش مربوط به بررسی سختی‌های تکیه‌گاهی محدود (شرایط غیرگیرداری کامل) اشاره کرد. از دیگر خصوصیات مهم برنامه نوشته شده می‌توان به امکان در نظر گرفتن ریز جزئیات و مشخصات مصالح استفاده شده و شرایط هندسی عضو در محاسبات و همچنین تغییر آسان این مشخصات و یا مدل رفتاری مصالح یاد شده اشاره کرد.

۲- مبانی و مفاهیم

مدل تحلیلی به کار گرفته شده مبتنی بر روش تحلیل مقطعی است و بر اساس روابط تیر اولر-برنولی فرض می‌کند همواره در همه مقطع‌ها صفحه صفحه باقی می‌ماند و همچنین ویژگی‌های غیرخطی مصالح و اثرات مرتبه دوم تغییر شکل‌ها را نیز لحاظ می‌کند. فرض می‌شود مسلح کننده به صورت کامل به بتن چسبیده است و می‌توان از مدل تنش-کرنش برای بتن و مسلح کننده استفاده کرد، همچنین از مقاومت کششی بتن صرف نظر می‌شود. با توجه به سازگاری کرنش در طول تیر یک مبنای منطقی برای پیش‌بینی نیروی محدود کننده محوری که مرتبط با عمل غشائی است ارائه می‌شود. در ادامه نیز مولفه‌هایی شامل فرضیه‌های کلیدی مربوط به مواد سازنده مدل بتن و فولاد مسلح کننده، شرایط سازگاری و معادلات تعادل مشخص شده که اساس مدل تحلیلی را تشکیل می‌دهند ارائه شده است.

۲-۱- مدل بتن

پاسخ دوخطی تنش-کرنش بتن بر اساس مفاد ارائه شده در کد فدراسیون بین‌المللی دوو بتون [۱۷] تعریف می‌شود. این مدل برای تمام محدوده‌های مقاومتی بتن مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین پاسخ تنش-کرنش که بر اساس مقررات ارائه شده توسط پیوپس [۱۸] تعریف شده است، برای تمام محدوده‌های مقاومتی بتن که پاسخ بعد از اوج بتن نیز در نظر گرفته می‌شود مورد استفاده قرار می‌گیرد. پاسخ دوخطی فرض می‌کند بتن تا کرنش پلاستیک اولیه $\epsilon_{c,p}$ الاستیک خطی باقی می‌ماند که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\epsilon_{c,p} = 1.75 + 0.55 \left(\frac{f'_c - 50}{40} \right) \geq 1.75 \quad (1)$$

که در آن f'_c مقاومت فشاری بتن است. سختی بتن قبل از هر تغییر شکل پلاستیکی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$E_c = \frac{f'_c}{\epsilon_{c,p}} \quad (2)$$

پس از اینکه کرنش از مقدار $\epsilon_{c,p}$ بیشتر شود، بتن تا کرنش نهایی $\epsilon_{c,u}$ کاملاً پلاستیک باقی می‌ماند و این‌گونه تعریف می‌شود.

$$E_s = \frac{f_{s,y}}{\varepsilon_{s,y}} \quad (5)$$

$$f_s(i) = \begin{cases} E_{s,\varepsilon_s} & \text{if } \varepsilon_s < \varepsilon_{s,y} \\ f_{s,y} & \text{if } \varepsilon_{s,y} \leq \varepsilon_s < \varepsilon_{s,h} \\ f_{s,u} + (f_{s,y} + f_{s,u}) \left(\frac{\varepsilon_{s,u} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{s,u} - \varepsilon_{s,h}} \right)^p & \text{if } \varepsilon_{s,h} \leq \varepsilon_s < \varepsilon_{s,u} \end{cases} \quad (6)$$

که در این رابطه $f_{s,u}$ تنش نهایی کل در مسلح کننده‌ها است. توان سختی‌شدگی کرنشی (p) به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$p = E_{sh} \left(\frac{\varepsilon_{s,u} - \varepsilon_{s,h}}{f_{s,u} - f_{s,y}} \right) \quad (7)$$

در این رابطه مدول سخت‌شدگی کرنشی است. اهمیت توجه به سخت‌شدگی کرنشی در آزمایش‌های انجام شده توسط مایر [۲۰] نشان داده شده است که رابطه‌ی آن به صورت زیر تعریف می‌شود.

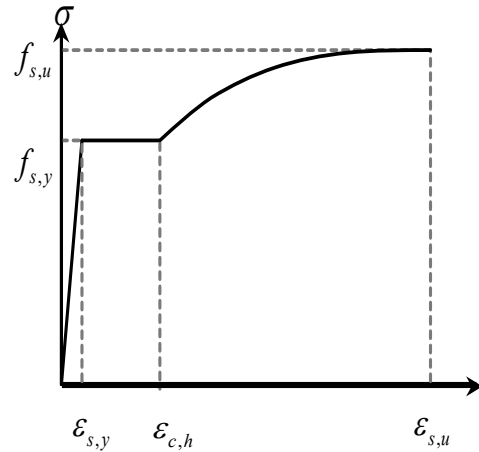
$$E_{sh} = \begin{cases} 0.02 \cdot E_s & \text{for mild steel} \\ 0.05 \cdot E_s & \text{for high strength steel} \end{cases} \quad (8)$$

۲-۳- شرایط سازگاری و معادلات تعادل

ابتدا فرض می‌شود تکیه‌گاه گیردار است که دو شرط سازگاری مورد نیاز برای ارائه‌ی یک تکیه‌گاه کاملاً گیردار را می‌توان به صورت عدم تغییر طول تیر در رابطه‌ی (۹) و عدم چرخش تکیه‌گاه در رابطه‌ی (۱۰) بیان کرد.

$$L_{c,ce} = L \quad (9)$$

$$\int_0^L \varepsilon_t = \int_0^L \varepsilon_b \quad (10)$$



شکل ۲. مدل مواد فولاد مسلح کننده [۱۹]

Fig. 2. Constitutive material model of steel reinforcement [19].

$$\varepsilon_{c,u} = 2.6 + 35 \left(\frac{90 - f'_c}{100} \right)^4 \leq 3.5 \quad (3)$$

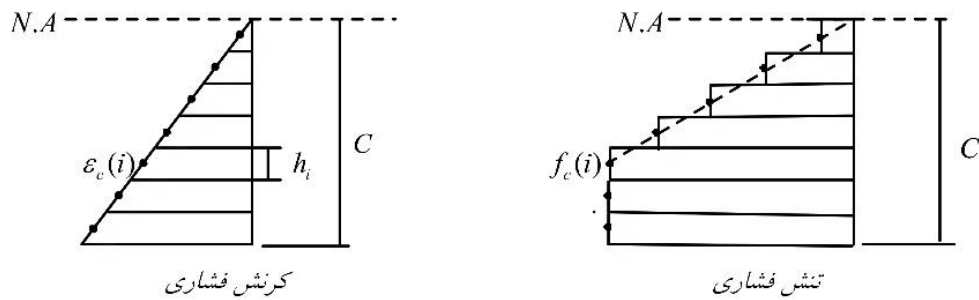
بر این اساس تنش فشاری در بتن ($f_{c,i}$) می‌تواند با کرنش فشاری در بتن ($\varepsilon_{c,i}$) در عمق i با استفاده از معادله زیر به هم مرتبط باشند.

$$f_{c,i} = \begin{cases} E_c \cdot \varepsilon_{c,i} & \text{if } \varepsilon_{c,i} < \varepsilon_{c,p} \\ f'_c & \text{if } \varepsilon_{c,p} < \varepsilon_{c,i} < \varepsilon_{c,u} \\ 0 & \text{if } \varepsilon_{c,i} \geq \varepsilon_{c,u} \end{cases} \quad (4)$$

۲-۲- مدل فولاد مسلح کننده

مدل مواد سازنده مورد استفاده برای فولاد بر اساس مدل توسعه یافته توسط ماندر [۱۹] است. پاسخ تنش-کرنش مسلح کننده در شکل ۲ نشان داده شده است و پاسخ برای هر دو حالت تحت کشش و تحت فشار تعریف می‌شود.

$f_{s,y}$ تنش تسلیم مسلح کننده‌ها، $\varepsilon_{s,y}$ کرنش در لحظه جاری شدن، $\varepsilon_{s,h}$ شروع سخت‌شدگی کرنشی و $\varepsilon_{s,u}$ کرنش نهایی است. سختی مسلح کننده قبل از تسلیم E_s و تنش مرتبط با کرنش در هر لایه $f_s(i)$ به ترتیب در رابطه‌های (۵) و (۶) ارائه شده است.



شکل ۳. چگونگی ارتباط میان تنش و کرنش فشاری در تحلیل لایه ای در محل تکیه گاه [۱۶].

Fig. 3. Concrete compressive strain and stress profiles at the support of the beam [16].

$$\theta_0 = \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\phi(i) + \phi(i+1)}{2} \right) (x(i+1) - x(i)) \quad (14)$$

در این رابطه n تعداد کل مقطع‌ها در تیر، x فاصله‌ی افقی بین مقطع i و تکیه‌گاه و $\phi(i)$ انحنا در مقطع i است. برای معادلات تعادل نیز در این مدل تحلیلی لازم است که شرایط تعادل زیر برقرار باشند.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases} \quad (15)$$

۲-۴- تحلیل لایه‌ای

روش تحلیل لایه‌ای می‌تواند برای تعیین مقدار کرنش در هر مقطع مورد استفاده قرار گیرد. این رویکرد بر این فرض استوار است که در مقطع صفحه، صفحه باقی می‌ماند. با استفاده از این فرض کرنش در امتداد عمق هر مقطع را می‌توان با تعریف کرنش در بالا و پایین مقطع تعیین کرد. همان‌گونه که در شکل ۳ مشاهده می‌شود با استفاده از نمودار کرنش در هر مقطع می‌توان میان مدول الاستیسیته مصالح سازنده ارتباط ایجاد کرد و مجموع تنش‌ها و نیروهای وارد به مقطع را با انتگرال‌گیری از لایه‌ها در امتداد ارتفاع مقطع محاسبه کرد. همان‌گونه که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، C عمق فشاری در محل تکیه‌گاه است، i شماره لایه، h_i ارتفاع لایه، $\varepsilon_c(i)$ کرنش فشاری در لایه و $f_c(i)$ تنش فشاری متناظر با آن است.

در این روابط L طول اولیه تیر، $L_{c,ce}$ طول اولیه تار میانی مقطع، ε_i کرنش در تار بالای تیر و ε_b کرنش در تار پایین تیر محسوب می‌شوند. محاسبه‌ی طول تار میانی در رابطه‌ی زیر نشان داده شده است.

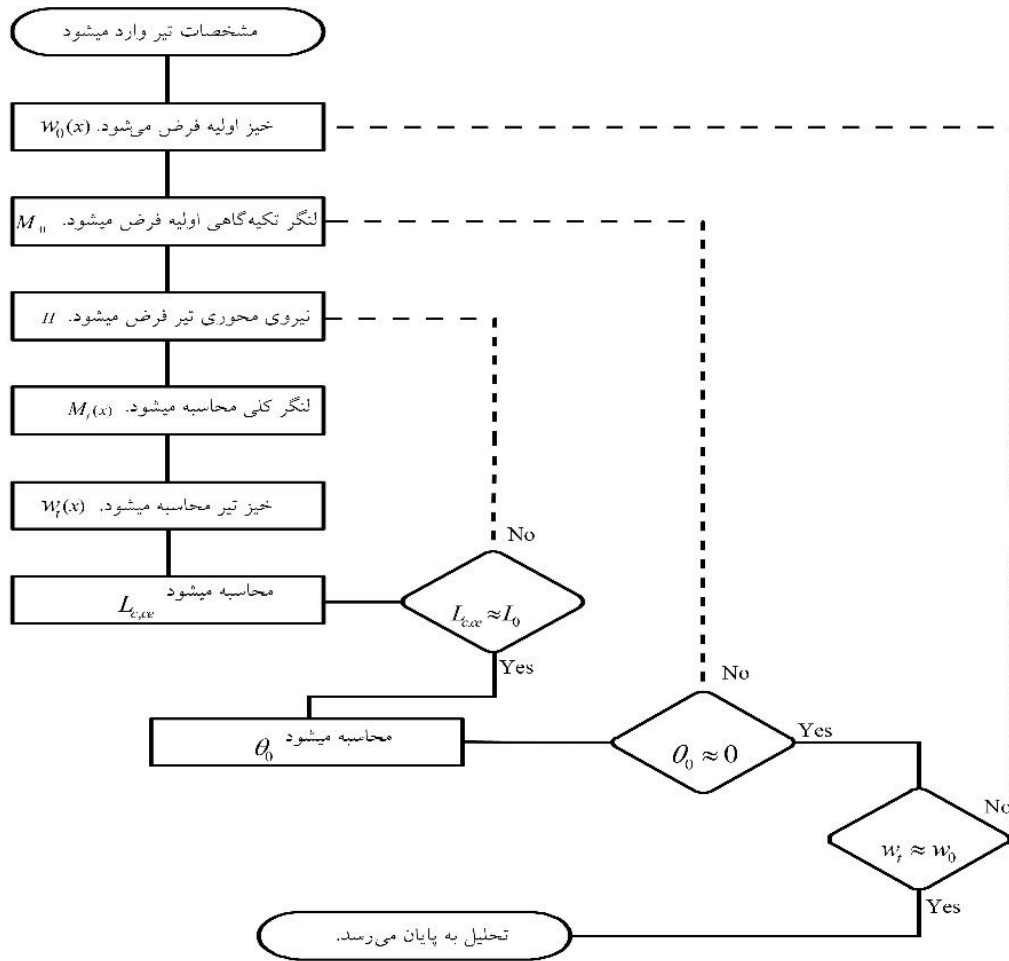
$$L_{c,ce} = \frac{L_0}{L_w} L_{a,ce} \quad (11)$$

در این رابطه L_0 طول اولیه تیر است. $L_{a,ce}$ طول قوس تار میانی است که آن را می‌توان با انتگرال‌گیری از کرنش‌های میانی در هر بخش در طول تیر محاسبه کرد. این انتگرال‌گیری با استفاده از روش دوزنقه‌ای به صورت رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود. همچنین L_w طول قوس تغییر شکل یافته است که در رابطه (۱۳) چگونگی محاسبه آن ارائه می‌شود.

$$L_{a,ce} = L_0 + \sum_{i=2}^n \left(\frac{\varepsilon_{ce}(i) + \varepsilon_{ce}(i-1)}{2} \right) (x(i) - x(i-1)) \quad (12)$$

$$L_w = \sum_{i=2}^n \sqrt{(w_i(i) - w_i(i-1))^2 + (x(i) - x(i-1))^2} \quad (13)$$

در این روابط n تعداد کل مقطع‌ها در تیر، x فاصله‌ی افقی بین مقطع i و تکیه‌گاه است. همچنین $\varepsilon_{ce}(i)$ و $w_i(i)$ به ترتیب کرنش میانی و تغییر مکان کلی مقطع i می‌باشند. در ادامه محاسبه‌ی دوران تیر در تکیه‌گاه θ_0 به صورت زیر بیان می‌شود.



شکل ۴. مراحل به کار گرفته شده در تحلیل عددی به روش منصور [۱۶].

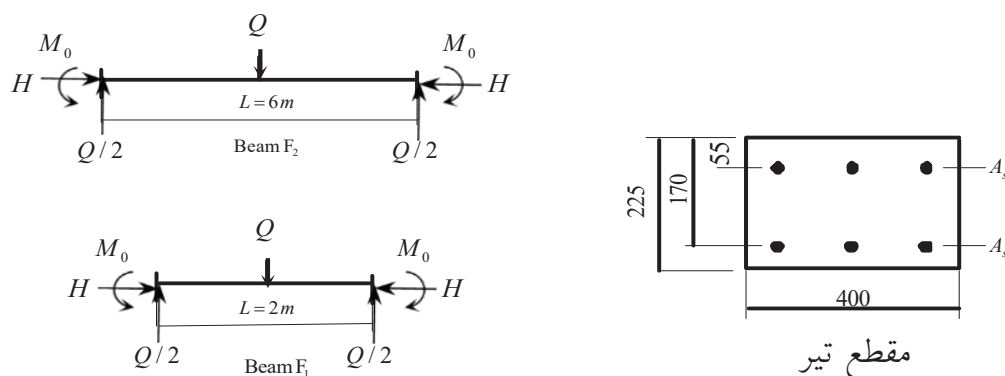
Fig. 4. Formulation for the analytical model Proposed by Mansour [16].

تکرار عددی برای روابط تحلیل لایه‌ای در هر مقطع است، سپس در مرحله دوم ارزیابی و بررسی روش عددی برای روابط تحلیل مقطعی در امتداد تیر است. دقت در رسیدن به پاسخ برای این تحلیل‌ها به تعداد تکرار، تعداد لایه‌ها و تعداد مقاطع در امتداد تیر وابسته است. برای این منظور مجموعه تحلیل‌هایی برای همگرایی پاسخ صورت می‌گیرد. بهینه‌سازی مدل در دو مرحله بر روی تیرهای F1 و F2 معرفی شده توسط منصور [۱۶] که فقط در اندازه طول تیر با یکدیگر تفاوت دارند با مشخصات هندسی داده شده در شکل ۵ صورت می‌پذیرد. مشخصات فولاد مسلح کننده استفاده شده توسط ماندنر [۱۹] و مشخصات بتن با توجه به رابطه‌های (۱) تا (۳) در جدول ۱ ارائه شده است.

همان گونه که پیش‌تر بیان شد این مدل مبتنی بر تکرار است و بر اساس دو روش تحلیل لایه‌ای و تحلیل مقطعی عمل می‌کند و می‌تواند برای هر بخش از یک تیر مشخص پاسخ را مستقل از بارگذاری پیشین به دست آورد. در ابتدا اطلاعات لازم جهت تحلیل از جمله بارگذاری‌ها، مشخصات هندسی و خواص مواد ارائه می‌شوند، سپس محاسبات لازم صورت می‌گیرد و در انتها همان گونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود تکرارها برای همگرایی در سه سطح شامل محاسبه تغییر مکان اولیه (w_0)، لنگر خمشی اولیه در تکیه‌گاه‌ها (M_0) و همچنین نیروی محوری اولیه (H) انجام می‌شوند.

۳- مدل‌سازی

در رویکرد عددی مورد استفاده قرار گرفته در این پژوهش ابتدا نیاز به



شکل ۵. مشخصات هندسی تیرهای F1 و F2 جهت بهینه‌سازی مدل تحلیلی.

Fig. 5. Beam properties for layered analysis optimization.

جدول ۱. مشخصات مکانیکی مصالح

Table 1. Mechanical properties of materials.

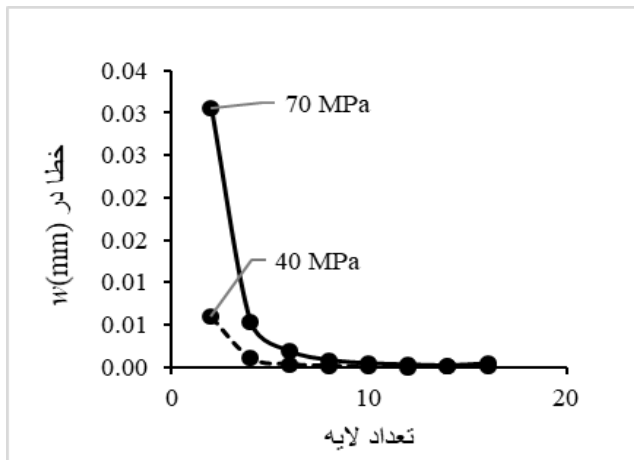
مشخصات بتن			مشخصات فولاد مسلح کننده						نسبت مسلح کننده	
f'_c (MPa)	ϵ_{cp} (mm/m)	ϵ_{cu} (mm/m)	f_{sy} (MPa)	f_{su} (MPa)	E_s (GPa)	E_{sh} (MPa)	ϵ_{sh} (mm/m)	ϵ_{su} (mm/m)	A_s (mm ²)	ρ %
۴۰	۱/۷۵	۳/۵								
۵۰	۱/۷۵	۳/۴۹	۳۶۰	۵۶۷	۲۰۰	۶۰۰۰	۱۶	۱۵۰	۳۸۲	۰/۵۶
۶۰	۱/۸۹	۲/۸۹								
۷۰	۲/۰۲۵	۲/۶۵۶								

۳-۲- تعیین تعداد مقطع‌ها در امتداد تیر

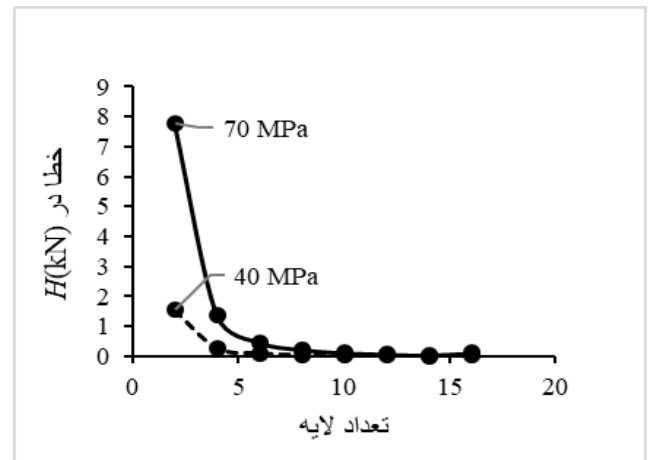
چگونگی تغییر شکل تیر مرتبط به انحنا و کرنش تار میانی در هر مقطع است. انحنا در امتداد یک تیر با لنگر خمشی و توزیع نیروی محوری معلوم با استفاده از روش تحلیل مقطعی قابل محاسبه است. درصد خطا برای تعداد مقطع‌ها در امتداد تیر با توجه به پاسخ نیروی محوری فشاری و بیشینه تغییر مکان در وسط دهانه برای تحلیل در شکل ۸ و شکل ۹ به ترتیب برای تیرهای F1 و F2 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود پاسخ‌ها در تعداد ۵۰ مقطع به همگرایی رسیده است.

۳-۱- تعیین تعداد لایه‌ها در هر مقطع تیر

برای محاسبه‌ی تعداد لایه‌های مورد نیاز برای تخمین صحیح نیروی ایجاد شده و خروج از مرکزیت در هر مقطع تیر، مطالعات بهینه‌سازی با دو مقدار مقاومت فشاری بتن ۴۰ MPa و ۷۰ صورت می‌پذیرد. همانطور که در شکل‌های ۶ و ۷ قابل مشاهده است پاسخ‌های نیروی محوری فشاری و بیشینه تغییر مکان وسط دهانه برای به ترتیب تیر F1 و F2 در تعداد ۱۰ لایه به همگرایی رسیده است.



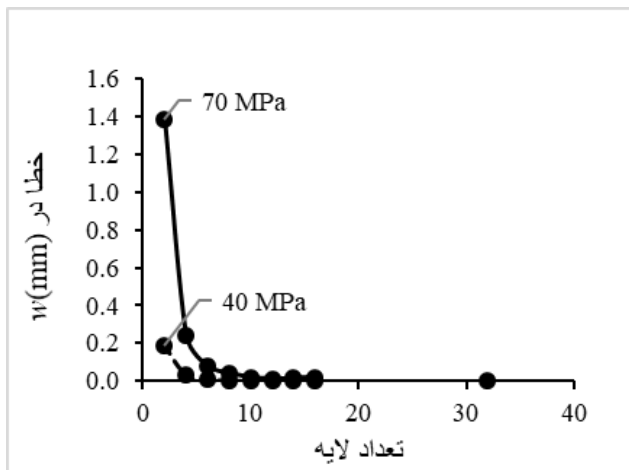
بیشینه تغییر مکان وسط دهانه



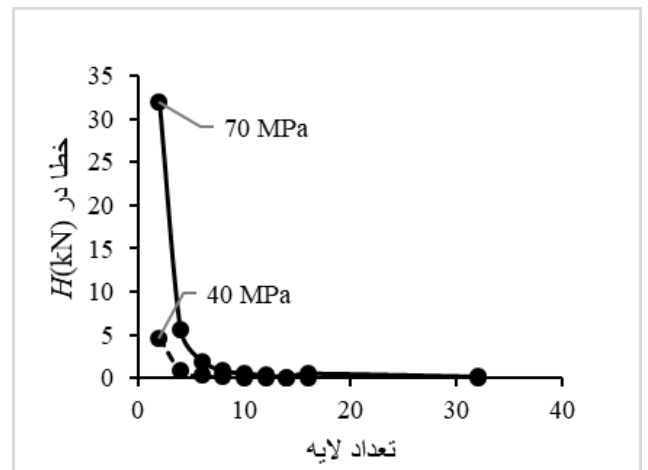
نیروی محوری فشاری

شکل ۶. بررسی خطا و تعداد لایه‌های مورد نیاز برای استفاده در تحلیل تیر F1

Fig. 6. Number of layers required for use in beam F1.



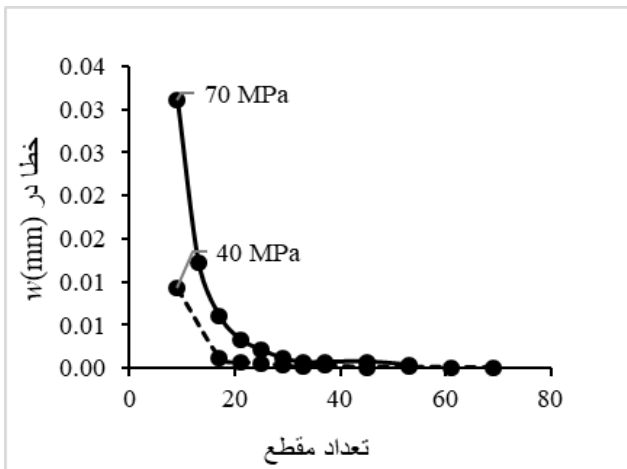
بیشینه تغییر مکان وسط دهانه



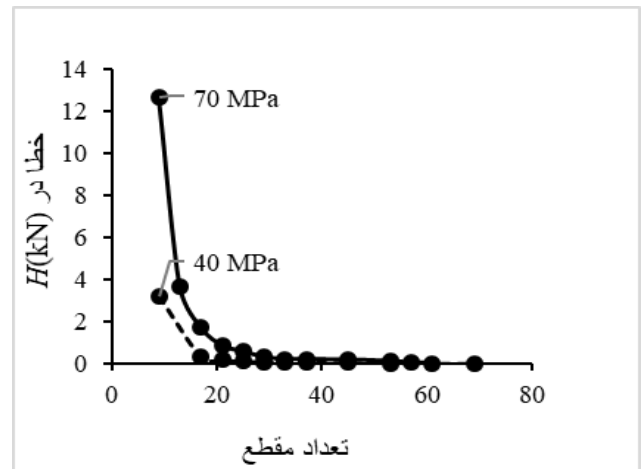
نیروی محوری فشاری

شکل ۷. بررسی خطا و تعداد لایه‌های مورد نیاز برای استفاده در تحلیل تیر F2

Fig. 7. Number of layers required for use in beam F2.



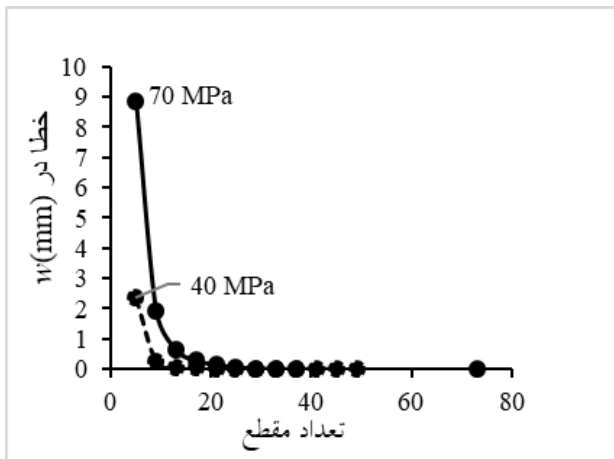
بیشینه تغییر مکان وسط دهانه



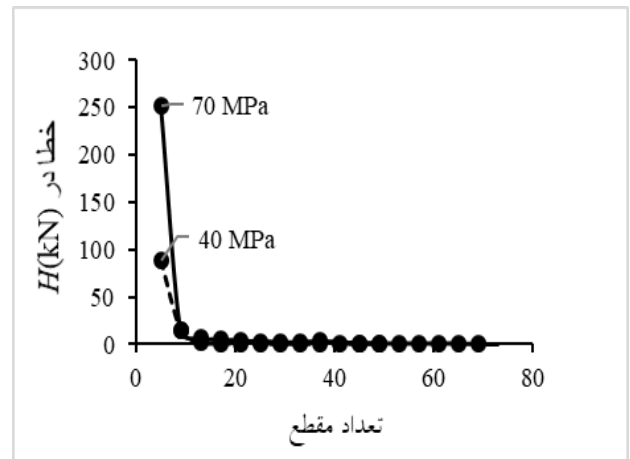
نیروی محوری فشاری

شکل ۸. بررسی خطا و تعداد مقطع های مورد نیاز برای استفاده در تحلیل تیر F1

Fig. 8. Number of sections required for use in beam F1



بیشینه تغییر مکان وسط دهانه



نیروی محوری فشاری

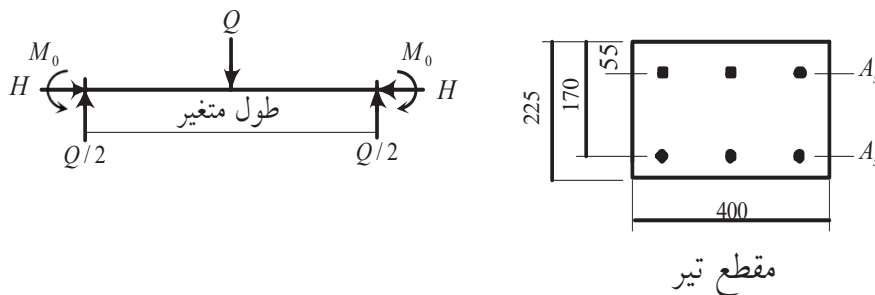
شکل ۹. بررسی خطا و تعداد مقطع های مورد نیاز برای استفاده در تحلیل تیر F2

Fig. 9. Number of sections required for use in beam F2.

جدول ۲. مقایسه نتایج تحلیل عددی با مرجع [۱۶].

Table 2. Comparison of numerical analysis results with reference [16]

تحلیل	تیر F1			تیر F2		
	Q(kN)	H(kN)	w(mm)	Q(kN)	H(kN)	w(mm)
منصور [۱۶]	۴۰۰	۹۱۰	۳/۲	۱۱۴	۸۷۰	۳۱
مدل تحلیلی حاضر	۴۰۴	۸۷۵	۳/۲۲	۱۱۲	۸۵۰	۲۹/۸



شکل ۱۰. مشخصات هندسی تیرها جهت انجام مطالعه پارامتری

Fig. 10. Geometrical properties of the beams for parametric study.

با ۵ نسبت مختلف طول دهانه به ارتفاع مقطع $L/h = 9, 18, 22, 27, 31$ و $h = 225 \text{ mm}$ ثابت) و ابعاد نشان داده شده در شکل ۱۰ معرفی می‌شوند. در هر بخش به صورت مجزا به بررسی تاثیر پارامتر مورد نظر بر پاسخ‌های ظرفیت نهایی، نیروی محوری فشاری و بیشینه تغییر مکان در وسط دهانه تیر پرداخته خواهد شد.

۵-۱- مقاومت فشاری بتن (f'_c)

به منظور بررسی تأثیر مقاومت فشاری بتن، تیرهایی مشابه با تیرهای سری F با مشخصات $\rho = 0.56$ درصد، $K_{axial} = \infty$ و $K_{rot} = \infty$ و چهار مقدار مقاومت فشاری مختلف ۴۰، ۵۰، ۶۰ و ۷۰ MPa مورد تحلیل قرار گرفته است. ملاحظه می‌گردد با توجه به شکل ۱۱ میزان تاثیر مقاومت فشاری بتن بر پاسخ ظرفیت بار نهایی در تیرهای لاغر کمتر است و با کاهش نسبت L/h از ۳۱ به ۹ در تیر افزایش تاثیر مقاومت فشاری بتن بر پاسخ از ۲۶ به ۱۱۱ kN مشاهده می‌شود. در ادامه پاسخ نیروی محوری فشاری در شکل ۱۲ ارائه شده است که مشاهده می‌شود با افزایش مقاومت فشاری بتن نیروی محوری فشاری افزایش می‌یابد و با افزایش نسبت طول

۴- راستی آزمایشی مدل عددی

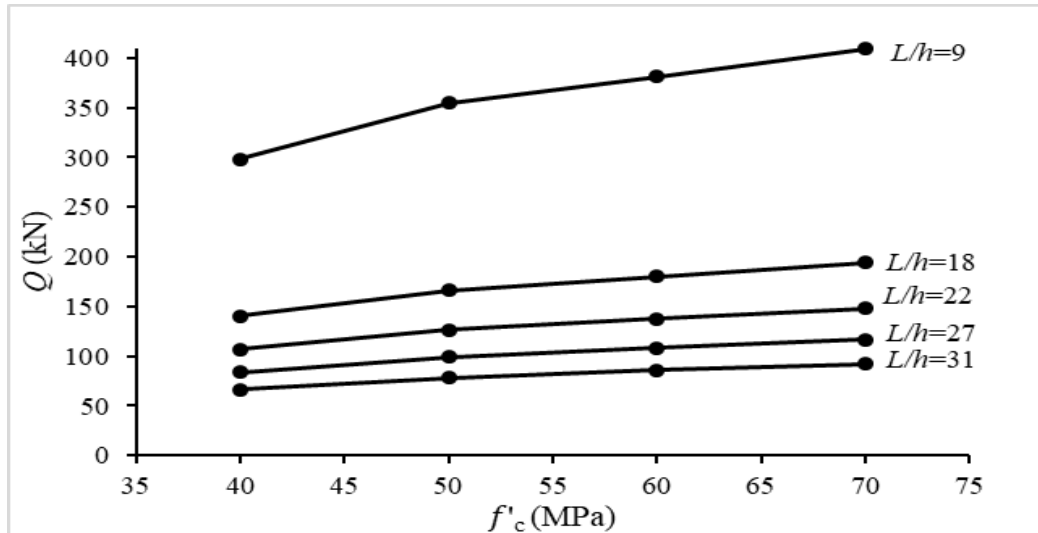
مدل تحلیلی که در این پژوهش مورد استفاده قرار می‌گیرد، از مدل عددی پیشنهاد شده توسط منصور [۱۶] برگرفته شده است. لذا در این بخش با استفاده از نتایج و داده‌های موجود، مدل تحلیلی مورد راستی آزمایشی قرار می‌گیرد. به این منظور دو تیر F1 و F2 با مشخصات هندسی که در شکل ۵ نمایش داده شده است و مشخصات مصالح که در جدول ۱ نشان داده شده است برای مقایسه نتایج در نظر گرفته می‌شوند. پاسخ‌های تحلیل در جدول ۲ مقایسه شده است.

نتایج مرجع [۱۶] با مدل تحلیلی انجام شده صحت‌سنجی گردید. همان‌طور که دیده می‌شود، نتایج مدل‌سازی دارای دقت قابل قبولی در مقایسه با مقدارهای ثبت شده در پژوهش مورد نظر است.

۵- مطالعه پارامتریک

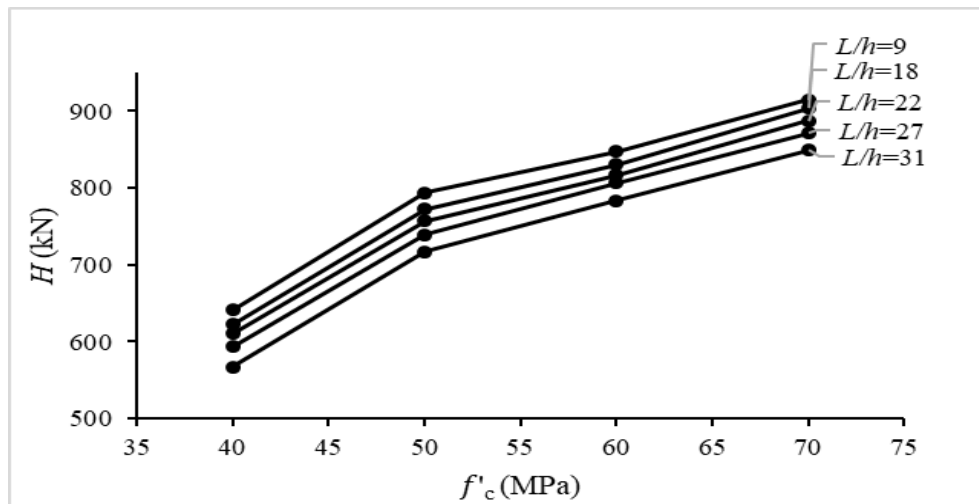
برای ارزیابی هر یک از پارامترهای موثر بر عملکرد غشائی در تیرهای بتن مسلح لاغر، تیرهایی با مشخصات مشابه با تیرهای سری F [۱۶] ولی

به ارتفاع مقطع یعنی با افزایش لاغری، مقدار نیروی فشاری ایجاد شده در تیر بتن مسلح کاهش یافته است. همچنین در شکل ۱۳ پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه نشان می‌دهد میزان تاثیر مقاومت فشاری بتن بر پاسخ تغییر مکان حداکثر وسط دهانه در تیرهای با لاغری متفاوت تغییری نمی‌کند هر چند افزایش میزان لاغری بسیار در افزایش این پاسخ برای تیرهای بتن مسلح نقش دارد.



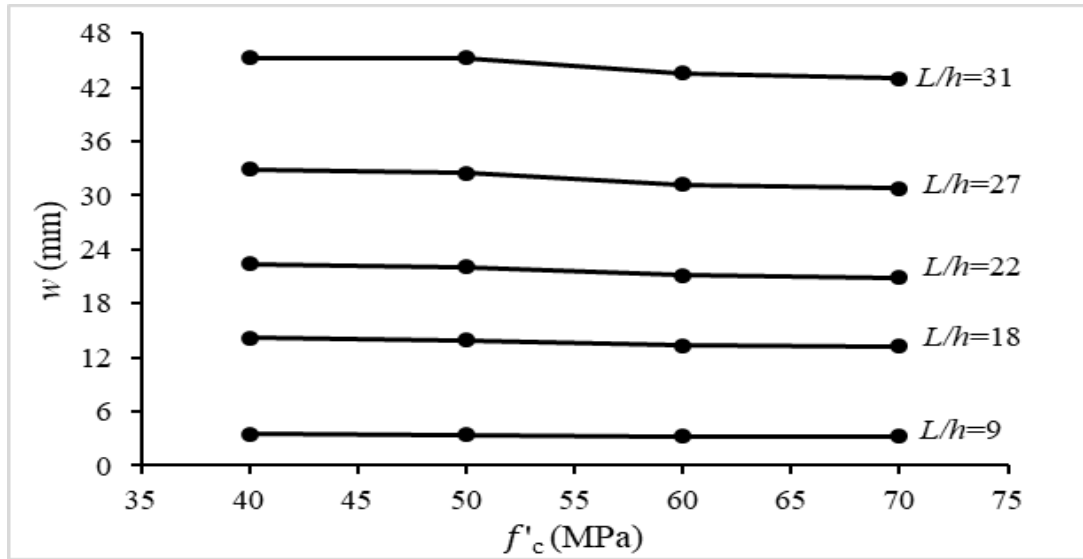
شکل ۱۱. پاسخ ظرفیت بار نهایی برای تیرهای سری F با مقاومت‌های فشاری مختلف

Fig. 11. Load-carrying capacity response for F series beams with different compressive strength.



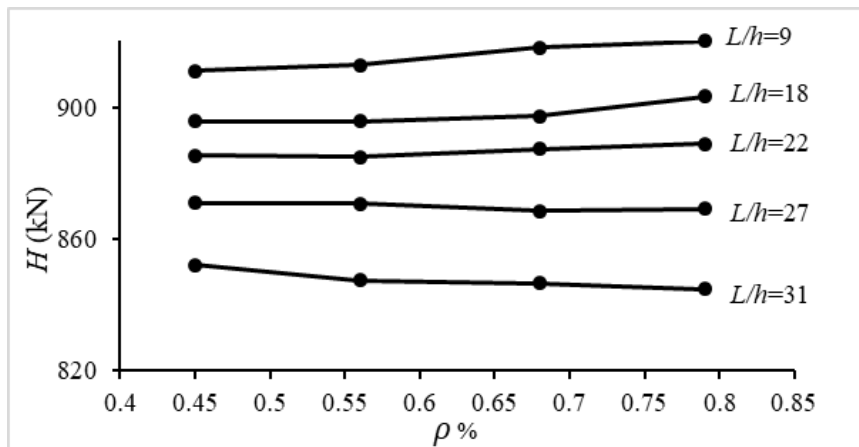
شکل ۱۲. پاسخ نیروی محوری فشاری برای تیرهای سری F با مقاومت‌های فشاری مختلف

Fig. 12. Lateral restraint load response for F series beams with different compressive strength



شکل ۱۳. پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه برای تیرهای سری F با مقاومت‌های فشاری مختلف

Fig. 13. Maximum midspan deflection response for F series beams with different compressive strength.



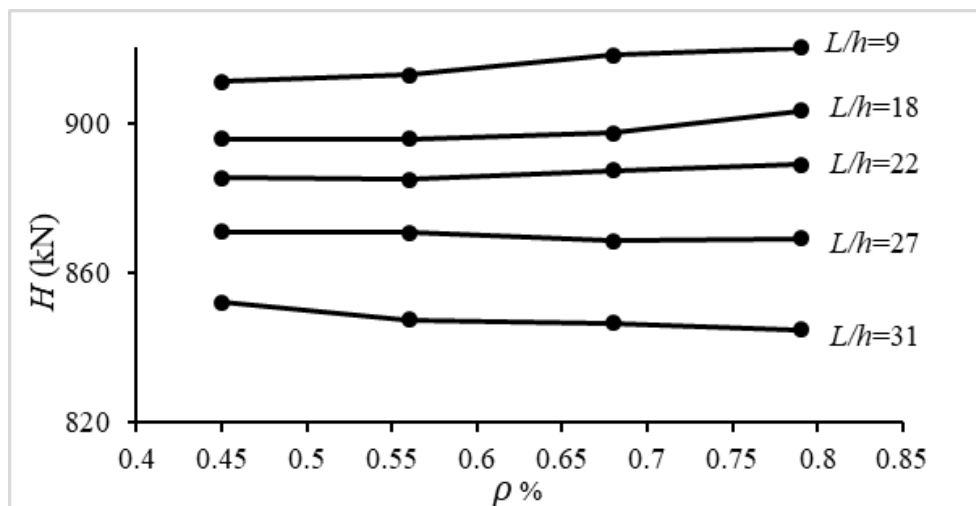
شکل ۱۴. پاسخ ظرفیت بار نهایی برای تیرهای سری F با نسبت‌های مختلف مسلح کننده

Fig. 14. Load-carrying capacity response for F series beams with different reinforcement ratio

۵-۲- نسبت مسلح کننده (ρ)

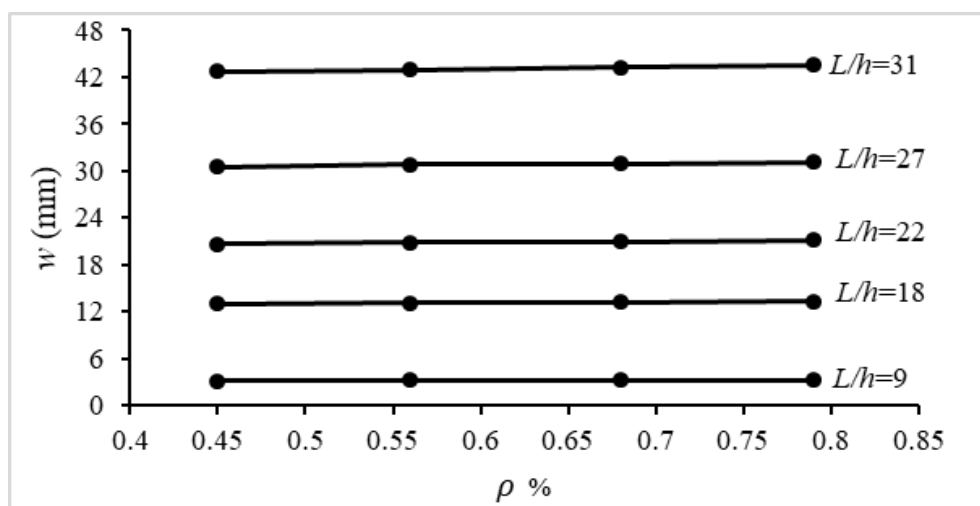
به منظور بررسی تأثیر نسبت مسلح کننده، تیرهایی مشابه با تیرهای سری F و مشخصات $f'_c = 70 \text{ MPa}$ ، $K_{axial} = \infty$ و $K_{rot} = \infty$ با چهار نسبت مسلح کننده مختلف ۰/۴۵، ۰/۵۶، ۰/۶۸ و ۰/۷۹ درصد مورد تحلیل قرار گرفته است. ملاحظه می‌گردد با توجه به شکل ۱۴ میزان تأثیر نسبت مسلح کننده بر پاسخ ظرفیت بار نهایی در تیرهای لاغر کمتر است و با کاهش نسبت L/h از ۳۱ به ۹ در تیر افزایش تأثیر نسبت مسلح کننده

بر پاسخ از ۱۱ به ۴۳ kN مشاهده می‌شود. در ادامه پاسخ نیروی محوری فشاری در شکل ۱۵ ارائه شده است، مشاهده می‌شود با افزایش نسبت مسلح کننده نیروی محوری فشاری تغییر قابل توجهی نمی‌کند. همچنین در شکل ۱۶ پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه نشان می‌دهد میزان نسبت مسلح کننده تأثیر ناچیزی بر پاسخ تغییر مکان حداکثر وسط دهانه در تیرهای با لاغری متفاوت دارد.



شکل ۱۵. پاسخ نیروی محوری فشاری برای تیرهای سری F با نسبت‌های مختلف مسلح‌کننده

Fig. 15. Lateral restraint load response for F series beams with different reinforcement ratio



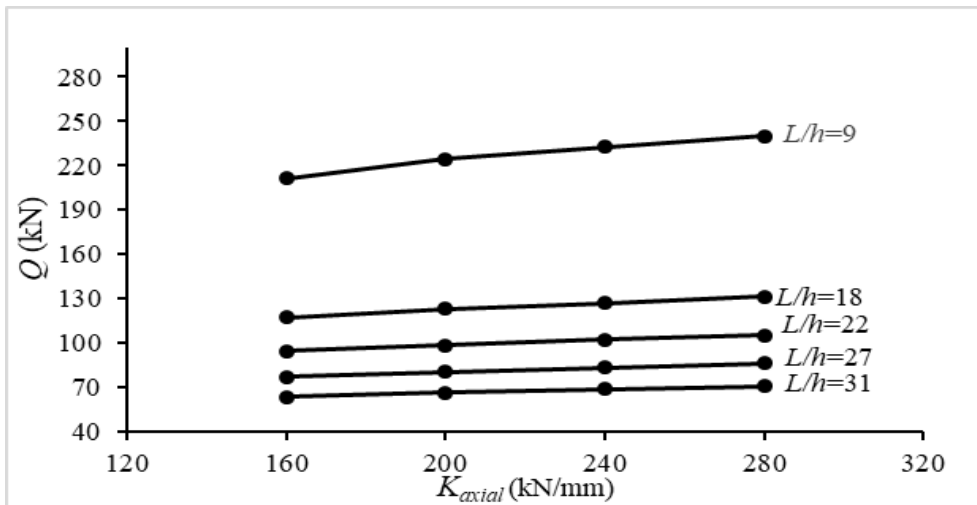
شکل ۱۶. پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه برای تیرهای سری F با نسبت‌های مختلف مسلح‌کننده

Fig. 16. Maximum midspan deflection response for F series beams with different reinforcement ratio

سختی محوری بر پاسخ از ۷ به ۲۹ kN مشاهده می‌شود. در ادامه پاسخ نیروی محوری فشاری در شکل ۱۸ ارائه شده است که مشاهده می‌شود با افزایش سختی محوری نیروی محوری فشاری افزایش می‌یابد. همچنین در شکل ۱۹ پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه نشان می‌دهد میزان سختی محوری تکیه‌گاهی تاثیر ناچیزی بر پاسخ تغییر مکان حداکثر وسط دهانه در تیرهای با لاغری متفاوت دارد.

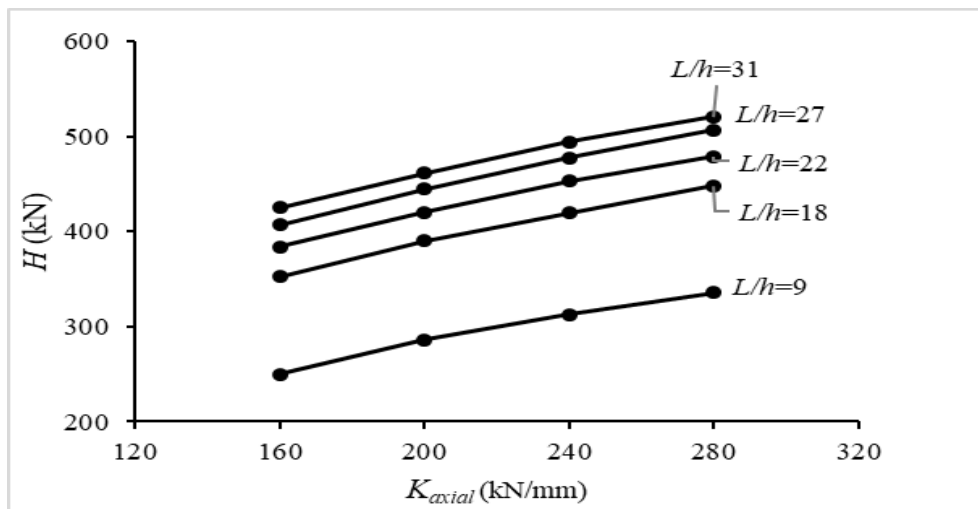
۵-۳ - سختی محوری تکیه‌گاهی (K_{axial})

به منظور بررسی تاثیر سختی محوری تکیه‌گاهی، تیرهایی مشابه با تیرهای سری F و مشخصات $\rho=0.56$ درصد، $f'_c=70$ MPa و $K_{rot}=\infty$ با چهار مقدار سختی محوری تکیه‌گاهی مختلف ۱۶۰، ۲۰۰، ۲۴۰ و ۲۸۰ مورد تحلیل قرار گرفته است. ملاحظه می‌گردد با توجه به شکل ۱۷ میزان تاثیر سختی محوری تکیه‌گاهی بر پاسخ ظرفیت بار نهایی در تیرهای لاغر کمتر است و با کاهش نسبت L/h از ۳۱ به ۹ در تیر افزایش تاثیر



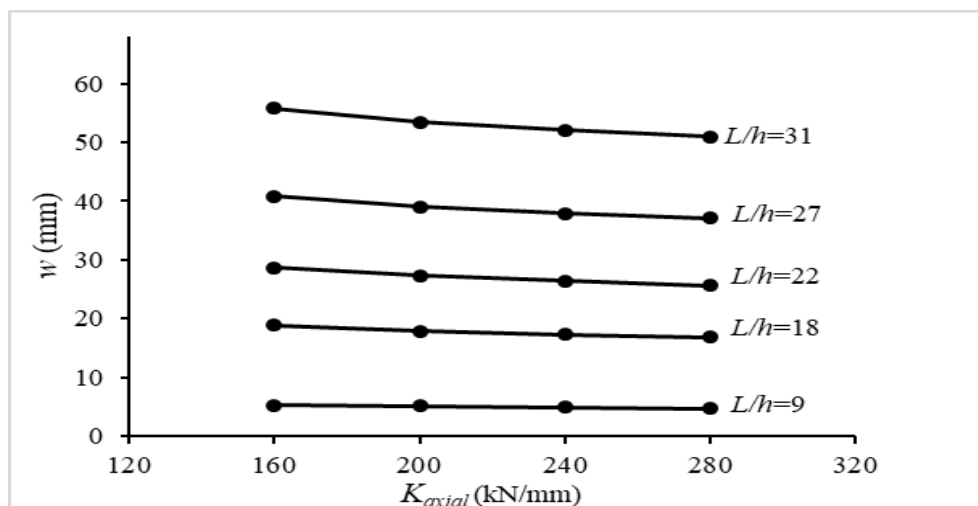
شکل ۱۷. پاسخ ظرفیت بار نهایی برای تیرهای سری F با سختی محوری‌های مختلف

Fig. 17. Load-carrying capacity response for F series beams with different axial stiffness of the support.



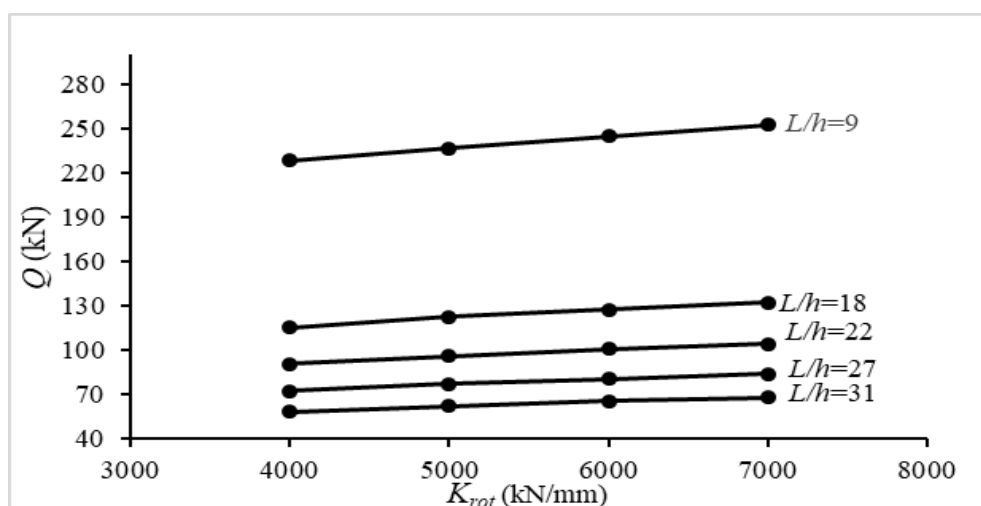
شکل ۱۸. پاسخ نیروی محوری فشاری برای تیرهای سری F با سختی محوری‌های مختلف

Fig. 18. Lateral restraint load response for F series beams with different axial stiffness of the support



شکل ۱۹. پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه برای تیرهای سری F با سختی محوری‌های مختلف

Fig. 19. Maximum midspan deflection response for F series beams with different axial stiffness of the support.



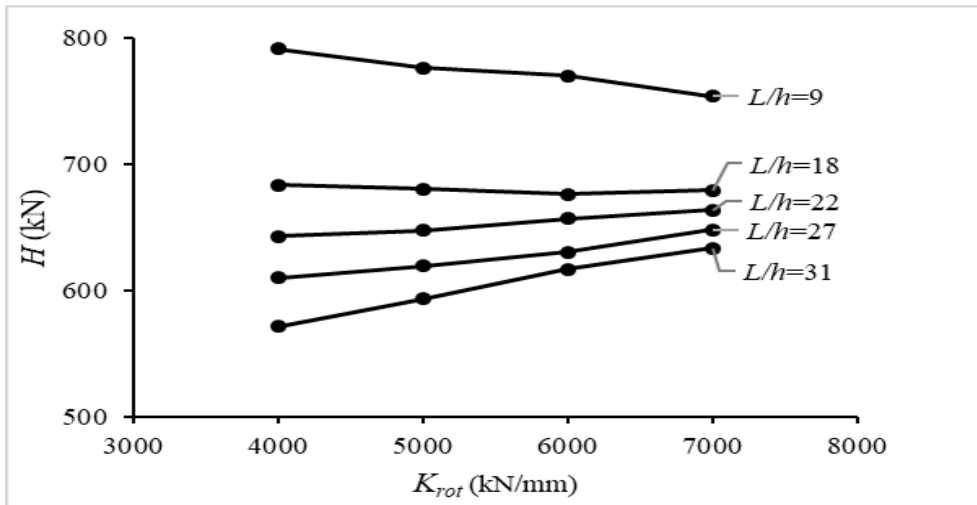
شکل ۲۰. پاسخ ظرفیت بار نهایی برای تیرهای سری F با سختی دورانی‌های تکیه‌گاهی مختلف

Fig. 20. Load-carrying capacity response for F series beams with different rotational stiffness of the support.

سختی دورانی بر پاسخ از ۱۰ به ۲۵ kN مشاهده می‌شود. در ادامه پاسخ نیروی محوری فشاری در شکل ۲۱ ارائه شده است که مشاهده می‌شود با افزایش سختی دورانی، روند پاسخ نیروی محوری فشاری متفاوت است، به صورتی که در تیرهای لاغر موجب افزایش نیروی محوری می‌شود ولی در تیرهای کوتاه باعث کاهش این نیرو می‌شود. همچنین در شکل ۲۲ پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه نشان می‌دهد سختی دورانی تکیه‌گاهی تاثیر بیشتری بر پاسخ تغییر مکان حداکثر وسط دهانه در تیرهای با لاغری بیشتر دارد.

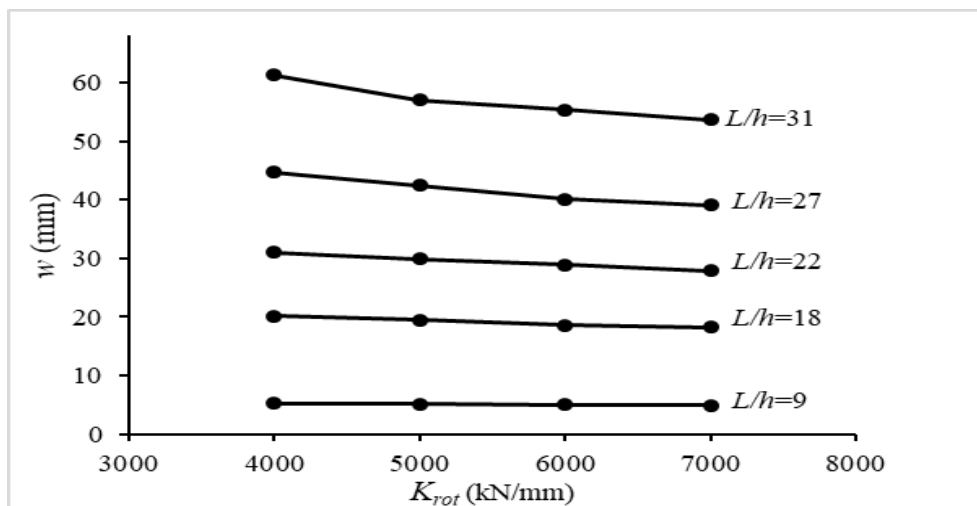
۵-۴ - سختی دورانی تکیه‌گاهی (K_{rot})

به منظور بررسی تاثیر سختی محوری تکیه‌گاهی، تیرهایی مشابه با تیرهای سری F و مشخصات $\rho=0.56$ درصد، $f'_c=70$ MPa و $K_{axial} = \infty$ با چهار مقدار سختی دورانی تکیه‌گاهی مختلف ۴۰۰۰، ۵۰۰۰، ۶۰۰۰ و ۷۰۰۰ مورد تحلیل قرار گرفته است. ملاحظه می‌گردد با توجه به شکل ۲۰ میزان تاثیر سختی دورانی تکیه‌گاهی بر پاسخ ظرفیت بار نهایی در تیرهای لاغر کمتر است و با کاهش نسبت L/h از ۳۱ به ۹ در تیر افزایش تاثیر



شکل ۲۱. پاسخ نیروی محوری فشاری برای تیرهای سری F با سختی دورانی‌های تکیه‌گاهی مختلف

Fig. 21. Lateral restraint load response for F series beams with different rotational stiffness of the support.



شکل ۲۲. پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه برای تیرهای سری F با سختی دورانی‌های تکیه‌گاهی مختلف

Fig. 22. Maximum midspan deflection response for F series beams with different rotational stiffness of the support.

۶- میزان تاثیر هر یک از پارامترها بر پاسخ تیر

در این رابطه‌ها، x هر یک از پارامترهای اثرگذار (مقاومت فشاری بتن، نسبت مسلح کننده، نسبت طول دهانه به ارتفاع مقطع، سختی محوری و سختی دورانی) و نسبت لاغری تیر بر روی پاسخ‌های ظرفیت بار نهایی، نیروی محوری فشاری و تغییر مکان حداکثر وسط دهانه‌ی تیر بتن مسلح لاغر (y) می‌توان باشد. m تعداد نمونه‌های بررسی شده‌ی هر یک از پارامترها می‌باشد ($m = 4$). به منظور بررسی میزان اثرگذاری پارامترهای بحث شده، برای تیر بتن مسلح لاغر با ۴ نسبت ۰/۸، ۱، ۱/۲ و ۱/۴ از هر پارامتر تحلیل‌هایی صورت گرفته شده است و نتایج در جدول ۳ ارائه شده است. همچنین میزان اثرگذاری و ضریب تعیین هر یک از پارامترهای مورد بررسی بر روی پاسخ‌های ظرفیت بار نهایی، نیروی محوری فشاری و بیشینه تغییر مکان وسط دهانه در جدول ۴ و میزان اثرگذاری نسبت به یکدیگر در شکل ۲۳ نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۲۳ مشاهده می‌شود هر پنج پارامتر به یک میزان بر پاسخ ظرفیت نهایی بار تاثیر گذارند در صورتی که برای پاسخ نیروی محوری فشاری، لاغری و سختی محوری تکیه‌گاهی بیشترین تاثیر را دارند و نسبت مسلح کننده کمتر موثر است. در نهایت برای پاسخ بیشینه تغییر مکان وسط دهانه، لاغری و سختی دورانی تکیه‌گاهی سهم بیشتری دارند و نسبت مسلح کننده کمتر موثر است.

۷- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، با بهره‌گیری از روش عددی برای در نظر گرفتن عملکرد غشائی در تیرها، تاثیر لاغری بر پاسخ تیر بتن مسلح مقید بررسی شده و مطالعات پارامتری گسترده‌ای برای تعیین تاثیر مقاومت فشاری بتن، نسبت مسلح کننده در مقطع تیر، سختی محوری تکیه‌گاهی و سختی دورانی تکیه‌گاهی بر رفتار غشایی تیرها صورت پذیرفت. تحلیل با استفاده از نرم‌افزار برنامه نویسی فرتن کدنویسی شده است و از مقایسه و ارزیابی رفتار تیرها نتایج زیر حاصل شد.

مشاهده می‌شود تاثیر افزایش هر چهار پارامتر بر ظرفیت باربری در تیرهای کوتاه بیشتر است. به صورتی که افزایش ۰/۷۵ درصدی مقاومت فشاری بتن در تیر با نسبت لاغری ۹ باعث افزایش ظرفیت باربری به میزان ۱۱۱ kN می‌شود در حالی که برای لاغری ۳۱ این مقدار ۲۶ kN افزایش می‌یابد. در بررسی اثر نسبت مسلح کننده نیز مشاهده شد در افزایش ۰/۷۵ درصدی این پارامتر شاهد کاهش تغییرات اثرگذاری از ۴۳ به ۱۱ kN می‌توان بود.

به منظور بررسی میزان تاثیر هر یک از پارامترها (مقاومت فشاری بتن، نسبت مسلح کننده، سختی محوری و سختی دورانی تکیه‌گاهی) بر روی پاسخ‌های ظرفیت بار نهایی، نیروی محوری فشاری و تغییر مکان حداکثر وسط دهانه‌ی تیر بتن مسلح لاغر، از ضریب تعیین (r) استفاده شده است که بیان‌گر میزان تاثیر پاسخ تیر توسط متغیرهای مورد نظر است. به عنوان مثال اگر $r = 0.75$ باشد، به این معناست که ۷۵ درصد از تغییرات y را توسط تغییرات پارامتر x می‌توان توضیح داد. ضریب همبستگی ($\hat{\rho}_{xy}$) را می‌توان با جایگزینی مقادیرهای میانگین (\bar{x}, \bar{y}) از رابطه‌های (۱۶) و (۱۷) و انحراف از معیار (S_x, S_y) از رابطه‌های (۱۸) و (۱۹) در رابطه‌ی (۲۰) محاسبه کرد. همچنین ضریب تعیین (r) از رابطه‌ی (۲۱) به دست آورده می‌شود [۲۱].

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (16)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (17)$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^n x_i^2) - n(\bar{x})^2}{n-1}} \quad (18)$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^n y_i^2) - n(\bar{y})^2}{n-1}} \quad (19)$$

$$\hat{\rho}_{xy} = \frac{1}{n-1} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{S_x S_y} = \frac{1}{n-1} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i y_i) - n\bar{x}\bar{y}}{S_x S_y} \quad (20)$$

$$r = \hat{\rho}_{xy}^2 \quad (21)$$

- 1 Coefficient of Determination
- 2 Correlation Coefficient
- 3 Mean
- 4 standard deviation

جدول ۳. پاسخ‌های تیر بتن مسلح لاغر به ازای پارامترهای مختلف

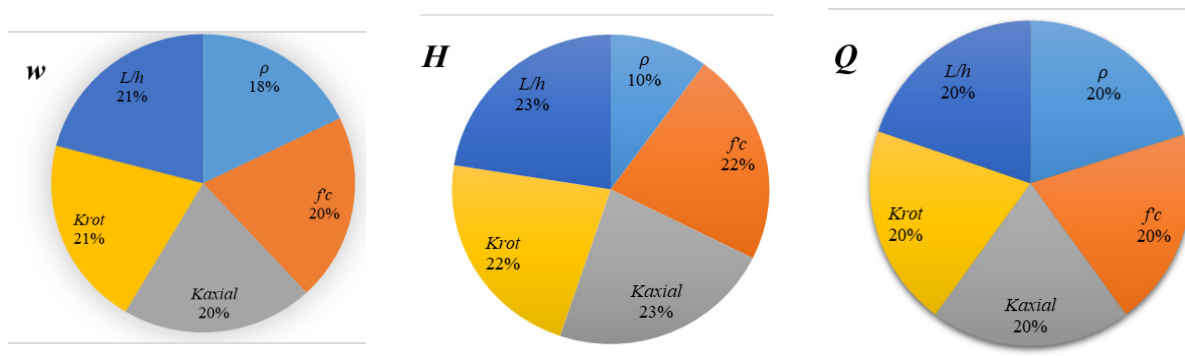
Table 3. Slender reinforced concrete beams responses for different parameters

پارامتر	x_i	y_i $Q(\text{kN})$	y_i $H(\text{kN})$	y_i $w(\text{mm})$
f'_c (MPa)	۴۰	۸۳/۸۵۸	۵۹۳/۲۳	۳۲/۸۷۸
	۵۰	۹۹/۲۶	۷۳۹/۳	۳۲/۴۴۷
	۶۰	۱۰۸/۴۶	۸۰۶/۲	۳۱/۲۳۷
	۷۰	۱۱۶/۴۵	۸۷۱/۷۳	۳۰/۷۹۷
ρ %	۰/۴۵	۱۱۰/۷	۸۵۵/۹۳۵	۲۹/۹
	۰/۵۶	۱۱۶/۴۵	۸۷۱/۷۳	۳۰/۷۹۷
	۰/۶۸	۱۲۰/۸	۸۶۸/۳۵	۳۰/۹۲۵
	۰/۷۹	۱۲۵/۲	۸۶۹/۱	۳۱/۱۷۴
K_{axial} (kN/mm)	۱۶۰	۷۷/۲۸۸	۴۰۷/۱۹۷	۴۰/۸۸۱
	۲۰۰	۸۰/۵۷۷	۴۴۴/۸۴	۳۹/۰۸
	۲۴۰	۸۳/۴۲۹	۴۷۷/۳۴	۳۷/۹۲۷
	۲۸۰	۸۶/۱۲	۵۰۷	۳۷/۱۳۵
K_{rot} (kN.m/rad)	۴۰۰۰	۷۲/۱۳۸	۶۱۰/۳۴۹	۴۴/۶۴۱
	۵۰۰۰	۷۶/۹۴	۶۱۹/۲۲۹	۴۲/۴۳۵
	۶۰۰۰	۸۰/۵	۶۳۰/۳۳۸	۴۰/۰۳
	۷۰۰۰	۸۳/۸۷۱	۶۴۷/۹۷۷	۳۹/۱
L/h	۱۶	۲۱۸/۱۸۸	۹۰۳/۸۵۱	۱۰/۵۸
	۲۰	۱۶۸/۶۵	۸۹۴/۹۵۶	۱۶/۷۸
	۲۴	۱۳۴/۱۳۵	۸۸۲/۵۹۶	۲۴/۵۹۸
	۲۸	۱۰۸/۶۵	۸۶۶/۳۴۶	۳۴/۲۲

جدول ۴. ضریب تعیین به ازای پارامترهای مختلف بر روی پاسخ ظرفیت نهایی بار، نیروی محوری فشاری و حداکثر تغییر مکان وسط دهانه تیر

Table 4. The coefficient of determination for different parameters on the responses of the load-carrying capacity, lateral restraint load and maximum midspan deflection.

	f'_c	ρ	K_{axial}	K_{rot}	L/h
r_Q	۰/۹۷۴۴۸۷	۰/۹۹۵۱۲۶	۰/۹۹۷۸۴	۰/۹۹۲۵۰۳	۰/۹۷۸۲۷۳
r_H	۰/۹۷۴۴۸۷	۰/۴۳۷۸۰۳	۰/۹۹۷۸۴	۰/۹۷۴۵۱۳	۰/۹۸۲۹۳۹
r_w	۰/۹۵۸۵۸۶	۰/۸۴۳۶۴۷	۰/۹۶۷۴۰۷	۰/۹۷۰۶۶۲	۰/۹۹۰۶۳۹



شکل ۲۳. میزان تاثیر پارامترها بر پاسخ‌های ظرفیت نهایی بار، نیروی محوری فشاری و حداکثر تغییر مکان وسط دهانه در تیر بتن مسلح لاغر نسبت به یکدیگر

Fig.23. The effect of the parameters related to each other on the responses of the load-carrying capacity, lateral restraint load and maximum midspan deflection of the reinforced concrete beams.

concrete slabs, Canadian Journal of Civil Engineering, 17(5) (1990) 686-697.

- [3] L.K. Gore, E.J. Rhomberg, Membrane action in partially restrained slabs, Structural Journal, 85(4) (1988) 365-373.
- [4] M.E. Ruddle, Arching action and the ultimate capacity of reinforced concrete beams, (1992).
- [5] Y. Su, Y. Tian, X. Song, Progressive collapse resistance of axially-restrained frame beams, ACI Structural Journal, 106(5) (2009).
- [6] J. Yu, K.-H. Tan, Experimental and numerical investigation on progressive collapse resistance of reinforced concrete beam column sub-assemblages, Engineering Structures, 55 (2013) 90-106.
- [7] K. Christiansen, The effect of membrane stresses on the ultimate strength of the interior panel in a reinforced concrete slab, The Structural Engineer, 41(8) (1963) 261-265.
- [8] R. Park, Ultimate strength of rectangular concrete slabs under short-term uniform loading with edges restrained against lateral movement, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 28(2) (1964) 125-150.
- [9] G.I.B. Rankin, Punching failure and compressive membrane action in reinforced concrete slabs, Queen's

برای سختی‌های تکیه‌گاهی نیز مشاهده شد اثرپذیری پاسخ ظرفیت باربری با مقدار سختی‌ها رابطه غیرخطی دارد به صورتی که در محدوده سختی‌های پایین تغییرات سختی تاثیر بیشتری بر پاسخ تیر دارد. همچنین در بررسی اثر سختی‌ها مشخص شد در تیرهای با نسبت لاغری کمتر تاثیر تغییرات این پارامتر بر پاسخ‌های تیر بیشتر است به صورتی که برای سختی دورانی تکیه‌گاهی، با افزایش ۰/۷۵ درصدی میزان سختی، با کاهش لاغری ظرفیت باربری نهایی تیر از ۱۰ kN به ۲۵ kN افزایش می‌یابد. به همین صورت برای افزایش ۰/۷۵ درصدی سختی محوری نیز مشاهده می‌شود با کاهش لاغری تغییرات ظرفیت باربری نهایی تیر از ۷ kN به ۲۹ kN افزایش می‌یابد.

با بررسی پارامترهای ذکر شده ملاحظه شد که نسبت لاغری و سختی محوری تکیه‌گاهی بیشترین اثرگذاری را بر پاسخ نیروی غشائی فشاری و بیشینه تغییر مکان وسط دهانه در تیر بتن مسلح مقید دارند.

۸- فهرست علائم

منابع

- [1] K. Qian, B. Li, J.-X. Ma, Load-carrying mechanism to resist progressive collapse of RC buildings, Journal of Structural Engineering, 141(2) (2015) 04014107.
- [2] F. Vecchio, K. Tang, Membrane action in reinforced

- dimensional Load Path Induced by Arching Action in Bridge Deck Slabs, 2014.
- [16] R. Mansour, An Analytical Model for Predicting the Behaviour of Laterally Restrained Reinforced Concrete Beams, 2016.
- [17] J.C. Walraven, Model Code 2010-Final draft: Volume 1, fib Fédération internationale du béton, 2012.
- [18] S. Popovics, A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete, Cement and concrete research, 3(5) (1973) 583-599.
- [19] J.B. Mander, Seismic design of bridge piers, (1983).
- [20] U. Mayer, R. Eligehausen, Bond behavior of ribbed bars at inelastic steel strains, in: Proc. 2nd Int. PhD Symposium in Civil Engineering, Technical University of Budapest, Budapest, Hungary, 1998, pp. 39-46.
- [21] A.S. Nowak, K.R. Collins, Reliability of structures, CRC Press, 2012.
- University of Belfast, 1982.
- [10] S.-B. Kang, K.H. Tan, Analytical study on reinforced concrete frames subject to compressive arch action, Engineering Structures, 141 (2017) 373-385.
- [11] A.T. Pham, K.H. Tan, J. Yu, Numerical investigations on static and dynamic responses of reinforced concrete sub-assemblages under progressive collapse, Engineering Structures, 149 (2017) 2-20.
- [12] R. Ahmadi, O. Rashidian, R. Abbasnia, F. Mohajeri Nav, N. Usefi, Experimental and numerical evaluation of progressive collapse behavior in scaled RC beam-column subassemblage, Shock and Vibration, 2016 (2016).
- [13] J. Yu, K.H. Tan, Analytical model for the capacity of compressive arch action of reinforced concrete sub-assemblages, Magazine of Concrete Research, 66(3) (2014) 109-126.
- [14] S. Wu, Rational modeling of arching action in laterally restrained beams, 2013.
- [15] R.M. Botticchio, Determining and Validating the Three-

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Koohestani, M. R. Esfahani, An Investigation on the Capacity of Membrane Action of Restrained Slender Reinforced Concrete Beams, Amirkabir J. Civil Eng., 54(4) (2022) 1533-1552.

DOI: 10.22060/ceej.2021.19684.7235

