



## Numerical study on the end rotation effect of elastomeric bearings on their mechanical behavior in flexible bridges

T. Taghikhany\*, V. Garoosi

Department of Civil Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** When elastomeric bearings support the deck of long-spans or tall pier bridges, they experience end rotation and it can change the seismic performance of the whole isolated system. So far, the behavior of these bearings has been numerically modeled under individual actions (compression, shear, or bending) or combined compression and shear load. However, the effect of end rotation on the response of elastomeric bearings and its numerical model in combination with different load actions have not been considered well. In the current study, we used a two-dimensional mechanical model of elastomeric bearings that simulate the effect of end rotation in the combined action of pressure, shear and end rotation. The test results indicate that bearing rotational stiffness increases with the increasing vertical load but decreases with increasing shear deformation. Further, end rotation does not affect the critical displacement appreciably, but it significantly influences the critical shear force.

### Review History:

Received: Mar. 07, 2020  
Revised: Mar. 18, 2021  
Accepted: Mar. 24, 2021  
Available Online: Jun. 14, 2021

### Keywords:

Elastomeric Isolation Bearings  
Mechanical Model, End Rotation  
Finite Element Method  
Nonlinear Hysteresis

### 1- Introduction

Elastomeric bearings, which consist of rubber layers interleaved with steel reinforcing plates, are one of the most popular seismic isolation systems. Various studies on the behavior of these bearings, assuming no rotation of the top/bottom supports, involved quasi-static and dynamic tests of bearings. Hakimian and Taghikhany carried out dynamic tests to investigate the behavior of the bearing under lateral cyclic displacement, constant axial load. It was shown the lateral stiffness of the bearing decreases with increasing axial load or lateral displacement [1]. Recent studies aimed to investigate the effect of rotation on the behavior of bearings experimentally or numerically. Crowder and Becker experimentally studied column-top isolation in a retrofit application and showed that, in the case of flexible columns, the endplate rotation due to the column's flexibility causes appreciable reduction in the lateral stiffness of the bearing [2]. Rastgoo Moghadam and Konstantinidis have performed FEA and experimental analyses to simulate the nonlinear behavior of elastomeric bearings under various boundary conditions. It was concluded that imposing rotation at the supports, depending on the rotation value and axial force, can appreciably influence the lateral behavior of a rubber bearing [3]. While finite element or experimental models are indispensable for developing a good understanding of

the behavior of elastomeric bearings, both at the global and local level, they are computationally much costlier and less practical than simple mechanical models. The first two-spring simple mechanical model was proposed by Koh and Kelly, to study the stability of elastomeric isolators [4]. Ishii et al. extended the previous model by Yamamoto et al. [5] to account for the effect of rotation on the horizontal behavior of elastomeric bearings [6]. It was shown that end rotations do not affect the critical displacement. The main objective of this paper is to present the mechanical model extended by Ishii et al. furthermore evaluate its performance by comparing its predictions to the results of FEA and experimental data.

### 2- Mechanical Model

Figure 1 shows the mechanical model for elastomeric bearings developed by Ishii et al. [6]. This model is developed for a two-dimensional system, and consists of a series of axial springs at the top, mid-height, and bottom of the bearing. Nonlinear hysteretic relationships are defined for each axial spring to simulate the compression and bending behavior of the bearings. Additional axial spring and a shear spring are located at the center of the mid-height layer. Used to FEM the model is divided into three parts of a-m, m-n and n-b. The relationship between incremental forces and incremental displacements of the a-m, m-n and n-b, respectively is

\*Corresponding author's email: ttaghikhany@aut.ac.ir



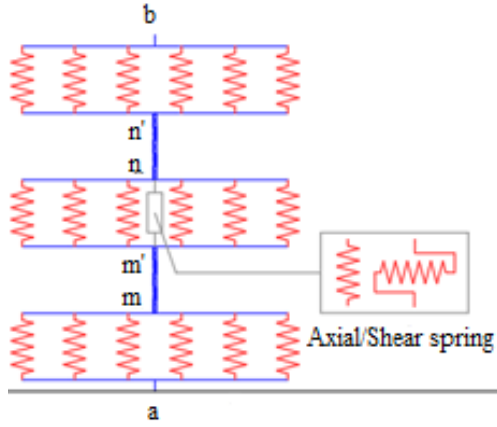


Fig. 1. Three layers multi-spring mechanical model

expressed as

$$\Delta^{am} f = {}^{am}k \Delta^{am} u \quad (1)$$

$$\Delta^{mn} f = {}^{mn}k \Delta^{mn} u \quad (2)$$

$$\Delta^{nb} f = {}^{nb}k \Delta^{nb} u \quad (3)$$

The relationship between incremental forces and incremental displacements of the overall bearing element is obtained from Equations (1), (2) and (3) as below,

$$\Delta^{ab} f = {}^{ab}k \Delta^{ab} u \quad (4)$$

Each spring in the multiple axial spring component represents an individual strip of the bearing's cross-sectional area, and is located at the center of gravity of the individual strip. The spring constant of each spring  ${}_i k$  is calculated as

$${}_i k = \frac{e_i a_i \Phi_i}{l} \quad (5)$$

Where  ${}_i e_i a_i$  and  $l$  are the elastic modulus, the area of the strip and the fictitious computational length of the spring. The overlapping factor  $\Phi_i$  is used to calculate the effective sectional area of multiple axial springs. The horizontal stiffness of the bearing is represented by the shear spring which is located at the center of the mid-height layer. The condition can be expressed as

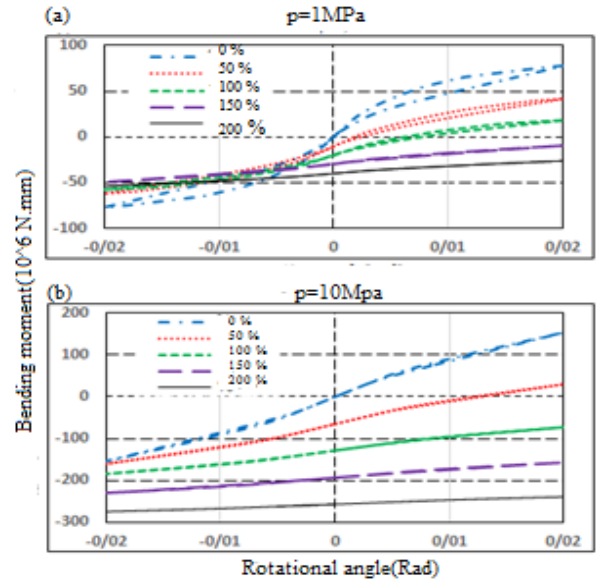


Fig. 2. Bending moment-rotational angle relationship

$$k_s = k_H = \frac{GA}{h_r} \quad (6)$$

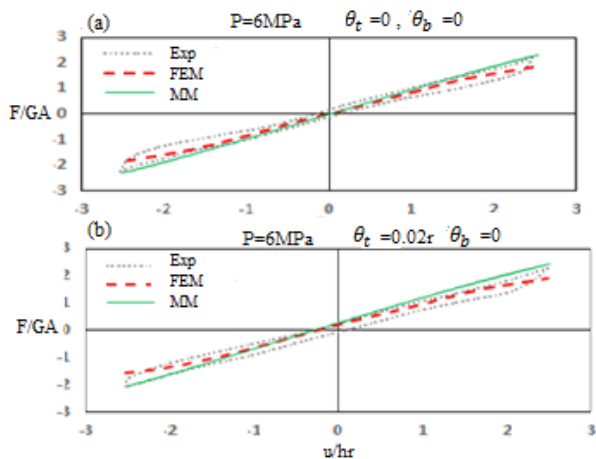
Where  $G$ ,  $A$  and  $h_r$  are the Shear modulus, the area is the cross-sectional area and the total thickness of the rubber pad. The incremental nonlinear analysis was conducted using an updated Lagrangian formulation and Newton-Raphson iteration method.

### 3- Results and Discussion

Figure 2 shows the result of the bending moment. Rotational angle relationship for the bearing with aspect ratio equal to 4. The rotational stiffness decreases with increasing offset shear strain and increases with increasing compressive stress. The bending moment at zero rotation is a result of the offset shear deformation in the bearing. Figure 3 shows the comparison of the FEA and the Exp with mechanical model (MM) results for the bearing with an aspect ratio equal to 4. The results showed that the mechanical model is able to simulate the effect of rotation on the lateral behavior of the bearing. The results showed that the rotation causes the hysteresis loops to shift up. As can be seen, the results in estimating the initial lateral stiffness are in a relatively good agreement.

### 4- Conclusions

This paper investigated the behavior and mechanical properties of the elastomeric bearings use to the simple mechanical models under combined applied loading, which included support rotation (it is prevalent in bridge applications). Static bending tests under various combinations of vertical load and shear deformation were performed to identify the mechanical characteristics of bearings. The results indicate that bearing rotational stiffness decreases with increasing



**Fig. 3. Comparison of shear force-lateral displacement curves obtained FEA, Experimental and MM**

offset shear strain, and increases with increasing compressive stress. The effect of support rotation on the lateral behavior of elastomeric bearings revealed that rotation causes the hysteresis loops to shift up. Increasing rotation angle and axial load accentuated this shifting. So, support rotation has a minimal effect on the critical displacement, but it does affect the critical shear force.

## References

- [1] P. Hakimian, T. Taghikhany, Master Thesis, Verification of High Damping Rubber Bearing Assembled in Iran with Finite Element Simulation, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran, (2017).
- [2] A.P. Crowder, T.C. Becker, NDM-518: Effects of Non-Traditional Isolator Placement For Seismic Retrofit, (2016).
- [3] S.R. Moghadam, D. Konstantinidis, Ph.D, Thesis, Effect of Support Conditions on the Behavior of Elastomeric Bearings, McMaster University, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada, (2017).
- [4] C.G. Koh, J.M. Kelly, A simple mechanical model for elastomeric bearings used in base isolation, International journal of mechanical sciences, 30(12) (1988) 933-943.
- [5] S. Yamamoto, M. Kikuchi, M. Ueda, I.D. Aiken, A mechanical model for elastomeric seismic isolation bearings including the influence of axial load, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 38(2) (2009) 157-180.
- [6] K. Ishii, M Kikuchi, T. Nishimura C.J. Black, Coupling behavior of shear deformation and end rotation of elastomeric seismic isolation bearings, Earthquake engineering & structural dynamics, 46(4) (2017) 677-694.

### HOW TO CITE THIS ARTICLE

T. Taghikhany, V. Garoosi, Numerical study on the end rotation effect of elastomeric bearings on their mechanical behavior in flexible bridges, Amirkabir J. Civil Eng., 54(1) (2022) 19-22.

DOI: 10.22060/ceej.2021.18061.6752







## مطالعه عددی اثر چرخش انتهایی جداگرهای الاستومری بر رفتار مکانیکی آن‌ها در پل‌های انعطاف‌پذیر

تورج تقی خانی<sup>\*</sup>، وحید گروسی

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۱۷  
بازنگری: ۱۳۹۹/۱۲/۲۸  
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۱/۰۴  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۳/۲۴

### کلمات کلیدی:

جداگر الاستومری  
مدل مکانیکی  
چرخش انتهایی  
روش المان محدود  
رفتار هیستریزس غیرخطی

**خلاصه:** در زمین لرزه‌های سال‌های اخیر ثابت شده است که استفاده از جداگرهای الاستومری در پل‌ها، رفتار لرزه‌ای این نوع زیر ساخت‌های شهری را بهبود می‌دهد. کاربرد این جداگرها در زیر عرشه‌ی پل‌های دهانه بلند و یا زیر ستون‌های با ارتفاع زیاد ممکن است باعث ایجاد چرخش در جداگرهای الاستومری شود و در نتیجه بر رفتار لرزه‌ای جداگرها و پل‌ها اثر گذارد. رفتار این جداگرها تحت بارگذاری خالص (فشار، برش، خمش) و یا ترکیب فشار-برش در سطوح مختلف مطالعه شده است، لیکن مطالعات اندکی به بررسی رفتار این جداگرها تحت ترکیب بارگذاری که شامل چرخش نیز باشد، پرداخته است. در این مطالعه با استفاده از یک مدل مکانیکی دو بعدی از جداگرهای الاستومری، رفتار آن‌ها تحت اثر همزمان فشار، برش و چرخش بررسی شده است. این مدل مکانیکی شامل سه لایه از فنرهای محوری با رفتار هیستریزس غیرخطی است که نقش توزیع تغییر شکل‌های خمشی و فشاری را بر عهده دارند. مقایسه نتایج آنالیز خمشی استاتیکی مدل با مطالعات آزمایشگاهی نشان از تطابق مناسب آن دارد. نتایج نشان می‌دهد که تغییرات سختی چرخشی با میزان بار فشاری نسبت مستقیم و با تغییر شکل برشی معکوس دارد. همچنین وجود چرخش در جداگرهای الاستومری سبب تغییرات قابل ملاحظه‌ای بر مقدار نیروی برشی بحرانی می‌باشد.

### ۱- مقدمه

پل‌های دهانه بلند تحت بارهای ثقلی ناشی از عبور و مرور وسایل نقلیه، انتهای فوقانی جداگر دچار چرخش می‌شود. این چرخش انتهایی جداگرهای الاستومری می‌تواند در موارد دیگری ایجاد گردد به عنوان مثال؛ در اثر نشست و ریزش خاکریز پشت کوله‌ها، گسیختگی‌های فونداسیون بر اثر روانگرایی خاک و نشست‌های نامتقارن و همچنین در اثر کماتش ستون‌ها تحت بارهای جانبی (شکل ۱).

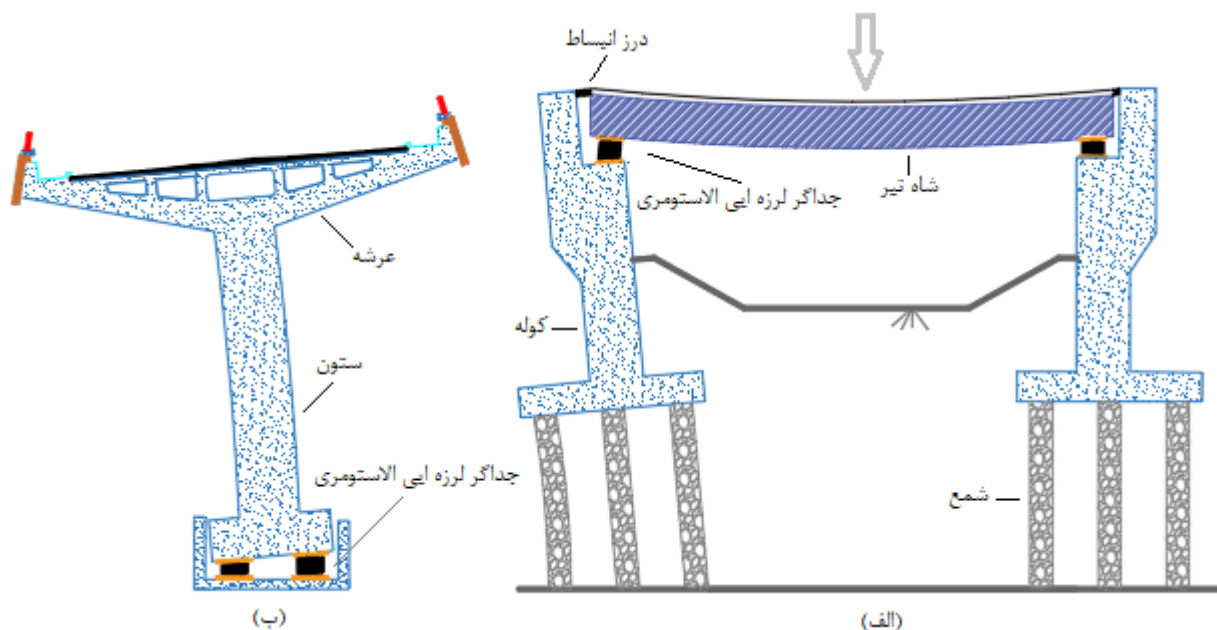
مطالعه و شناخت کافی از رفتار جداگرهای الاستومری در چنین شرایطی باعث بهبود ارزیابی لرزه‌ای پل‌های جداسازی شده و پیش آگاهی از عملکرد دور از انتظار آن‌ها می‌گردد.

مشخصات مکانیکی جداگرهای الاستومری متأثر از اندرکنش بین نیروی‌های فشاری و برشی است و همچنین به دلیل کاربرد معمول این جداگرها بین دو دیافراگم صلب، تغییر شکل و باربری غالب آن‌ها به صورت فشاری و برشی می‌باشد. از این رو بیشتر مطالعات پیشین به بررسی رفتار جداگرها تحت اثر ترکیب نیروی فشاری و برشی صورت پرداخته و وضعیت نهایی ناپایداری جداگر مورد مطالعه قرار گشته است. مطالعات آزمایشگاهی

در سه دهه اخیر، بهره‌گیری از جداگرهای لرزه‌ای به عنوان یکی از روش‌های حفاظت سازه‌ها از اثرات مخرب زلزله مورد توجه قرار گرفته است. یکی از پرکاربردترین جداگرهای لرزه‌ای، جداگر الاستومری است. این جداگرها از تعدادی لایه لاستیکی به همراه صفحات فولادی که به صورت یک در میان تحت فشار و حرارت بر روی هم قرار گرفته و مسلح گردیده است، ساخته می‌شود تا بدین ترتیب باعث کاهش تغییر شکل محوری و افزایش باربری گردد. استفاده از این جداگرها به همراه انواع میراگرها یکی از مناسب‌ترین طرح‌های لرزه‌ای برای کاهش خرابی‌های ناشی از زلزله در پل‌های بزرگراهی محسوب می‌شوند. در مطالعات پیشین، این جداگرها بیشتر به لحاظ تغییر شکل‌های ناشی از بار محوری و نیروی برشی و صرف نظر از وجود چرخش بررسی شده‌اند. با این وجود در جداگرهای الاستومری نصب شده در پل‌های بزرگراهی امکان چرخش در هر دو انتهای جداگر توام با فشار و برش وجود دارد. به علت تغییر شکل خمشی قابل توجه وسط دهانه عرشه

<sup>\*</sup> نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ttaghikhany@aut.ac.ir





شکل ۱. (الف) ایجاد چرخش در جداگر الاستومری به علت تغییر شکل خمشی عرشه پل تحت بار وسایل نقلیه و یا نشست و یا دوران کوله پل، (ب) کماتش کلی ستون پل در اثر بارهای جانبی و ایجاد چرخش در جداگر الاستومری

**Fig. 1. (a) Rotation in elastomeric bearing due to flexure of the deck bridge under the load of vehicles or subsidence or rotation of abutments. (b) Overall buckling of the bridge column due to lateral loads and rotation in the elastomeric bearing**

چرخش بر رفتار دینامیکی جداگر الاستومری را مورد توجه خود قرار دادند، که در ادامه به برخی پرداخته شده است.

کرودر و بکر<sup>۳</sup> رفتار یک نمونه آزمایشگاهی از جداگر الاستومری را در شرایطی که جداگر در زیر یک ستون انعطاف پذیر قرار گرفته است مطالعه کردند [۵]. در این پژوهش مشاهده شد، ایجاد چرخش در انتهای جداگر الاستومری به علت تغییر شکل ستون، باعث کاهش قابل توجهی در سختی جانبی آن می‌گردد. علی‌کاربخش و همکاران با استفاده از تئوری هارینگس<sup>۴</sup>، با در نظر گرفتن چرخش‌های اولیه در انتهای فوقانی و یا تحتانی به عنوان شرایط مرزی در جداگرهای الاستومری یک مدل تحلیلی ماکرو، ارائه نمودند [۶]. در این مطالعه آن‌ها مشاهده کردند که شرایط مرزی مختلف، تاثیر قابل توجهی بر مشخصات مکانیکی جداگر الاستومری دارد. زانگن و همکاران<sup>۵</sup> به منظور تحلیل و بررسی مشخصات مکانیکی جداگرهای الاستومری در مواقع کاربرد آن در دهانه‌ی بزرگ سازه‌های فضایی که امکان چرخش در

در خصوص پایداری جداگرهای الاستومری توسط باکل و کلی<sup>۱</sup> [۱] در سال ۱۹۸۶ و همچنین باکل و لیوو<sup>۲</sup> [۲] در سال ۱۹۹۳ منجر به ارائه یک فرمول ساده با عنوان روش هم پوشانی سطح برای تخمین نیروی فشاری بحرانی گردید. مطالعات بعدی مشخص نمود که نتایج این مدل محافظه کارانه می‌باشد [۳]. استفاده از روش‌های دینامیکی به جای روش‌های استاتیکی به علت نزدیکی به شرایط واقعی از لحاظ بارگذاری به هنگام زلزله می‌تواند نتایج و پاسخ دقیق‌تر و واقعی‌تری را به دنبال داشته باشد. در این خصوص می‌توان به مطالعات حکیمیان و تقی‌خانی اشاره کرد که در آن بر روی یک مدل آزمایشگاهی از جداگر الاستومری، مجموعه‌ای از آزمایشات دینامیکی انجام و با نتایج مدل اجزای محدود مقایسه گردید [۴]. در این مطالعه مشاهده شد که با افزایش دامنه جابه‌جایی جانبی، سختی برشی معادل کاهش و درصد میرایی افزایش می‌یابد و در کرنش‌های برشی بزرگ، جداگر رفتار سخت شونده‌ی دارد. همان‌طور که در ابتدا بیان شد اکثر مطالعات با فرض عدم چرخش در جداگر صورت پذیرفته است و تعداد معدودی از محققین اثر

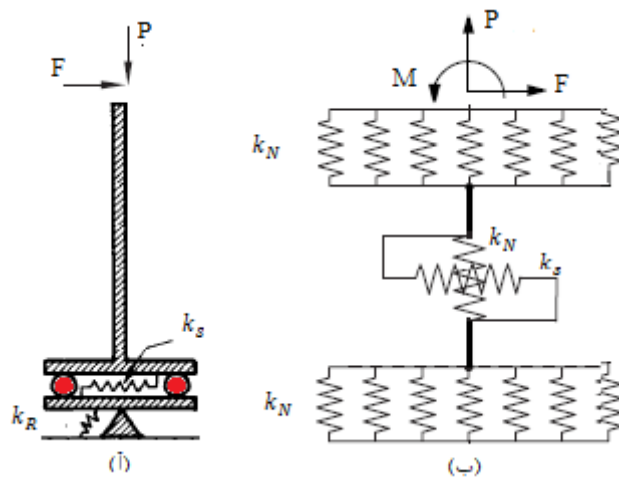
3 Crowder, Becker

4 Haringx

5 Zhonggen Xu et al.

1 Buckle, Kelly.

2 Buckle, Liu.



شکل ۲. مدل‌های مکانیکی، الف) کوه و کلی [۱۲]، ب) یاماموتو و همکاران [۱۴]

Fig. 2. Mechanical models, (a) Koh and Kelly, (b) Yamamoto et al.

فرض شده است (شکل ۲-الف). این مدل در تخمین مقدار تغییر شکل برشی و فشاری دقت مناسبی داشته است. ایزوکا<sup>۳</sup> با توسعه این مدل توانست مدلی ارائه دهد و رفتار جداگر را در تغییر شکل‌های بزرگ بررسی و اثرات غیرخطی مصالح را در مدل ارائه دهد [۱۳]. یاماموتو و همکاران<sup>۴</sup> یک مدل مکانیکی برای جداگرهای الاستومری معرفی کردند که در این مدل اثرات برهم نهی بار محوری و نیروی برشی و وابستگی مشخصات مکانیکی جداگر به تغییرات بار فشاری و همچنین رفتار هیستریزس غیرخطی مطابق مدل‌های واقعی، مدل‌سازی شده بود [۱۴] (شکل ۲-ب).

در راستای ارزیابی اثر چرخش در رفتار و مشخصات جداگرهای الاستومری راستگو مقدم و کنستانتینیدیس [۸] ابتدا سه مدل مکانیکی از مطالعات پیشین را به گونه‌ای اصلاح کردند که امکان در نظر گرفتن چرخش در این مدل‌های مکانیکی وجود داشته باشد. نتایج حاصل در مقایسه با نتایج مدل میکروالمان محدود، نشان داد که این مدل‌ها بسته به مقدار بار محوری و میزان چرخش انتهای جداگر، تخمین دقیقی از نیروی برشی و جابه‌جایی متناظر با حد ناپایداری را نشان نمی‌دهد. راستگو مقدم و کنستانتینیدیس یک مدل مکانیکی جدید معرفی کردند. این مدل مکانیکی شامل دو مجموعه فنر محوری با آرایش موازی است که در دو انتهای مدل در نظر گرفته شده است و امکان اعمال چرخش انتهایی در آن وجود دارد. در این مدل یک تک فنر برشی در میانه ساختار مکانیکی معرفی گردیده است و شبیه‌ساز رفتار برشی

آن وجود دارد، اقدام به مدل‌سازی در نرم افزار آباکوس نمود. نتایج مطالعه آن‌ها نشان می‌دهد که افزایش چرخش انتهای جداگر، در کرنش‌های برشی کوچک، موجب کاهش سختی و در کرنش‌های برشی بزرگ، باعث افزایش سختی می‌گردد [۷]. راستگو مقدم و کنستانتینیدیس<sup>۱</sup> به منظور بررسی اثر چرخش تکیه‌گاهی بر روی رفتار جانبی جداگرهای الاستومری دو سری آزمایش انجام دادند، در هر دو سری جداگر با مقطع دایروی شکل تحت بار فشاری و چرخش انتهایی مشخص و ثابت قرار گرفته ولی در یک حالت جداگر تحت جابه‌جایی جانبی شبه استاتیکی سیکلی و در حالت دوم تحت جابه‌جایی یکنواخت افزایشی بررسی شده است و نتایج حاصل با مدل‌های اجزاء محدود مقایسه گردیده است که نتایج اهمیت موضوع اثر چرخش در رفتار جداگر را نشان می‌دهد [۸-۱۱]. در کنار مدل‌های آزمایشگاهی و اجزای محدود که نیازمند محاسبات پیچیده، زمان‌بر و پرهزینه می‌باشد، ارائه مدل‌های مکانیکی که متشکل از تعدادی فنر و المان‌های صلب می‌باشد و قادر به شبیه‌سازی رفتار جداگرها و تخمین مشخصات غیر خطی آن‌ها با دقت مناسب و بدون صرف زمان و محاسبات زیاد باشد، ضروری می‌باشد.

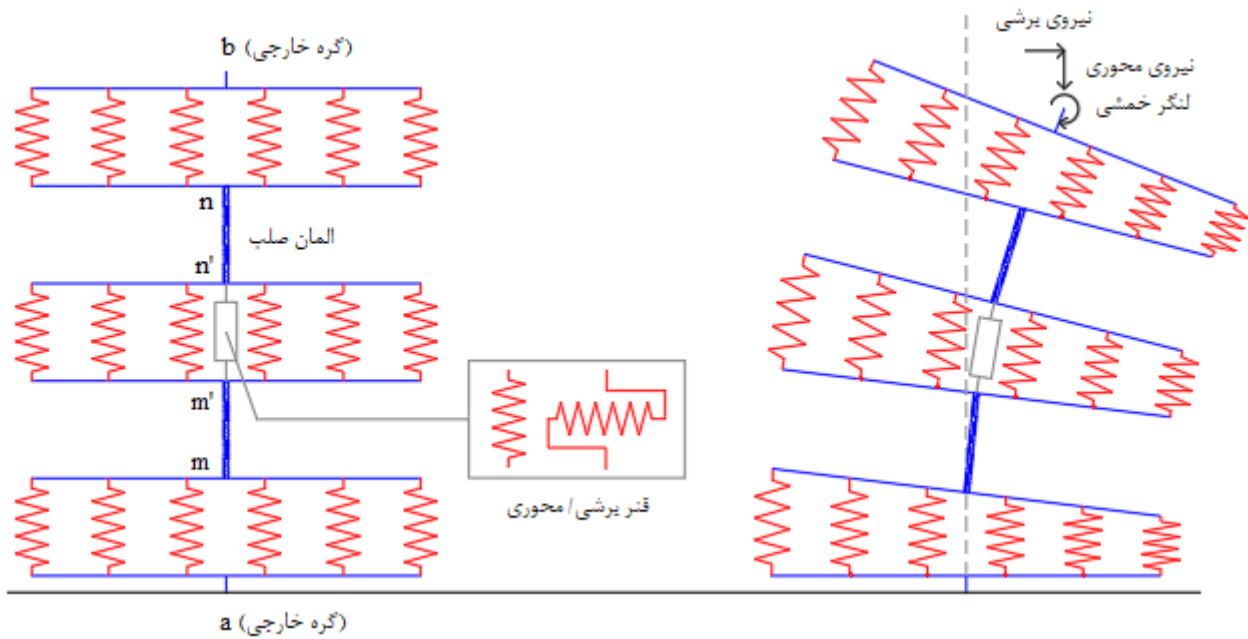
از این رو کوه و کلی<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۸ اولین مدل مکانیکی را به منظور مطالعه در زمینه پایداری جداگرهای الاستومری ارائه نمودند [۱۲]. این مدل دو بعدی متشکل از دو فنر برشی و چرخشی و یک المان میله‌ای صلب می‌باشد. در این مدل تغییر شکل‌ها کوچک و سختی فنرها ثابت و خطی

3 Iizuka

4 Yamamoto et al.

1 Rastgoo Moghadam, Konstantinidis

2 Koh and Kelly



شکل ۳. مدل مکانیکی متشکل از سه لایه فنرهای محوری [۱۵]

Fig. 3. Three-layer multi-spring mechanical model.

## ۲- مدل مکانیکی جداگرهای الاستومری

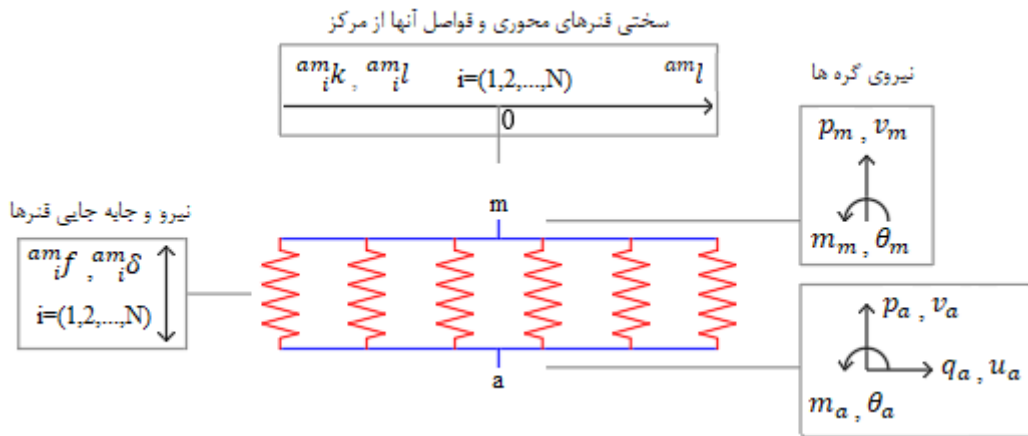
### ۲-۱- فرمول بندی مدل

شکل ۳ مدل مکانیکی از جداگر الاستومری که توسط ایشی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۷ ارائه شده است، را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۳ مدل مکانیکی تحت اثر همزمان بار فشاری، تغییر شکل برشی و چرخش قرار گرفته است. این مدل به صورت دو بعدی بوده و متشکل از سه سری از فنرهای محوری می‌باشد که در سه قسمت بالا، وسط و پایین مدل به گونه‌ای تعبیه شده که هر لایه از سری فنر بین دو صفحه صلب قرار گرفته است. این صفحات توسط دو میله صلب با طول هر یک، برابر نصف ارتفاع مدل واقعی جداگر بهم متصل شده‌اند. به منظور شبیه‌سازی مواد الاستومری در رفتار خمشی و فشاری جداگرهای الاستومری برای هر یک از این فنرهای محوری، رفتار غیرخطی هیستریزس تعریف شده است. همچنین در وسط لایه میانی یک تک فنر برشی و یک تک فنر محوری با رفتار خطی به صورت جداگانه مدل شده است که رفتار برشی جداگر توسط این فنر برشی معرفی گردیده است. با توجه به ساختار کلی مدل مکانیکی، جهت فرمول بندی روابط ریاضی نیرو-جابجایی و تحویل ماتریس سختی مدل مکانیکی نیازمند است با استفاده از روش‌های اجزای محدود این ساختار مکانیکی به

جداگر الاستومری است. در این مدل فنرهای محوری دارای رفتار دو خطی و فنر برشی میانی رفتار غیرخطی وابسته به جابه‌جایی می‌باشد. راستگو مقدم، چرخش ثابتی در حالات مختلف در دو انتهای جداگر در نظر گرفت سپس اثر چرخش را در توزیع تنش و کرنش و حد بحرانی جداگرهای الاستومری بررسی کرد و مشاهده شد وجود چرخش در کرنش‌های برشی کوچک نسبت به کرنش‌های برشی بزرگ تاثیر بیشتری بر روی توزیع تنش و کرنش دارد. در حال حاضر محققین به دنبال معرفی و ارائه مدل‌های مکانیکی با دقت بالا به طوری که اثر چرخش در رفتار جداگرهای الاستومری نزدیک به نتایج آزمایشگاهی باشد، از این جهت ایشی و همکاران [۱۵] مدل ارائه شده توسط یاماموتو [۱۴] را با افزایش چندین المان مکانیکی به گونه‌ای گسترش دادند که ضمن امکان در نظر گرفتن چرخش انتهای در این مدل مکانیکی، دقت مدل نسبت به مدل‌های مکانیکی پیشین افزایش یابد.

مقاله حاضر پس از تشریح مدل مکانیکی معرفی شده توسط ایشی و همکاران [۱۵] که قادر به شبیه‌سازی رفتار جداگر تحت اثر همزمان تغییر شکل برشی و دوران انتهایی می‌باشد، اقدام به صحت سنجی نتایج این مدل مکانیکی با نتایج چندین مدل آزمایشگاهی نموده و در ادامه به صورت پارامتریک، رفتار آن در اثر وجود چرخش به صورت کیفی بررسی شده است.





شکل ۴. نیرو و جابه جایی فنرها و گره ها در لایه a-m [۱۵]

Fig. 4. Forces and deformations on the springs and nodes at the layer a-m

$$\Delta {}^{am}_i \delta = \begin{bmatrix} -1 & -{}^{am}l & 1 & {}^{am}l \end{bmatrix} \Delta {}^{am}u \quad (1)$$

در رابطه (۱)  ${}^{am}l$  فاصله فنر  $i$ ام از مرکز سری فنرها است و  $\Delta {}^{am}u$  بردار نمو جابه جایی لایه a-m است و به صورت رابطه (۲) تعریف می شود.

$$\Delta {}^{am}u = \{ \Delta v_a \quad \Delta \theta_a \quad \Delta v_m \quad \Delta \theta_m \}^T \quad (2)$$

$\Delta v_a, \Delta \theta_m, \Delta v_m, \Delta \theta_a$  به ترتیب نمو جابه جایی درجات آزادی قائم و چرخشی گره های a و m است. با توجه به سختی و میزان نمو جابه جایی هر یک از فنرها مقادیر نیروی آنها مطابق رابطه (۳) محاسبه می شود.

$$\Delta {}^{am}f = {}^{am}k_i \Delta {}^{am}_i \delta \quad (3)$$

که در آن  ${}^{am}k_i$  سختی فنر  $i$ ام است. نمو نیرو و نمو جابه جایی برای درجات آزادی گره های m و a با استفاده از نیروی ذخیره شده ی فنرها

اجزاء ساده تر تقسیم شود. سپس روابط ماتریسی برای تک تک اجزاء محاسبه شده و در نهایت از برهم نهی اجزاء روابط ماتریسی کل به دست آید. با توجه به شکل ۳ برای مدل مکانیکی شش گره تحت عنوان a,m,m',n',n,b تعریف شده است. گره های خارجی a و b دارای درجات آزادی مستقل در جهت افقی، قائم و چرخشی می باشد و گره های داخلی m و n دارای درجات آزادی مستقل قائم و چرخشی است ولی درجات آزادی افقی این دو گره مستقل نبوده و به ترتیب برابر با درجات آزادی افقی گره های خارجی a و b می باشد. گره های m' و n' دارای درجات آزادی در جهت افقی، قائم و چرخشی است که با استفاده از روابط هندسی قابل بیان توسط گره های m و n می باشد و در روابط ماتریسی کل وجود نخواهند داشت. با استفاده از روش المان محدود کل ساختار مدل به سه جزء m-n,a-m و n-b تبدیل می شود. شکل ۴ نیروها و تغییر شکل های فنرهای محوری مربوط به لایه a-m را نشان می دهد. در پارامترهای به کار رفته برای هر سه لایه، اندیس پایین سمت چپ، اشاره به فنر  $i$ ام در هر لایه دارد و اندیس بالا سمت چپ نشان دهنده نام لایه فنرها می باشد. برای لایه a-m به صورت جداگانه گره های m و a دارای دو درجه آزادی مستقل قائم و چرخشی است و درجه آزادی افقی برای هر دو گره یکسان می باشد.

نمو تغییر طول هر یک از فنرهای محوری در این لایه a-m برابر رابطه (۱) است.

مطابق روابط (۴) و (۵) است.

$$\Delta p_a = -\Delta p_m = -\sum_{i=1}^N \Delta^{am} f \quad (4)$$

$$\Delta m_a = -\Delta m_m = -\sum_{i=1}^N \Delta^{am} f \quad am_l \quad (5)$$

که در آن  $\Delta p_a$ ،  $\Delta m_a$ ،  $\Delta p_m$  و  $\Delta m_m$  به ترتیب نمو نیرو و نمو لنگر برای درجات آزادی قائم و چرخشی گره‌های  $m$  و  $a$  است. اگر بردار نمو نیرو برای درجات آزادی لایه  $a-m$  با  $\Delta^{am} f$  نشان داده شود، این بردار نمو نیرو مطابق رابطه (۶) خواهد بود.

$$\Delta^{am} f = \{ \Delta p_a \quad \Delta m_a \quad \Delta p_m \quad \Delta m_m \}^T \quad (6)$$

با استفاده از روابط فوق برای جزء لایه  $a-m$  از مدل مکانیکی می‌توان روابط ماتریسی نیرو-تغییر شکل را مطابق رابطه (۷) بیان کرد.

$$\Delta^{am} f = {}^{am} K \Delta^{am} u \quad (7)$$

که در آن  ${}^{am} K$  ماتریس سختی لایه  $a-m$  است و مقدار آن برابر رابطه (۸) می‌باشد.

$${}^{am} K = \begin{bmatrix} {}^{am} K_1 & {}^{am} K_2 & -{}^{am} K_1 & -{}^{am} K_2 \\ & {}^{am} K_3 & -{}^{am} K_2 & -{}^{am} K_3 \\ sym & & {}^{am} K_1 & {}^{am} K_2 \\ & & & {}^{am} K_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$${}^{am} K_1 = \sum_{i=1}^N {}^{am} i k \quad ,$$

$${}^{am} K_2 = \sum_{i=1}^N {}^{am} i k \quad {}^{am} i l \quad ,$$

$${}^{am} K_3 = \sum_{i=1}^N {}^{am} i k \quad {}^{am} i l^2$$

در مرحله بعد روابط ماتریسی جزء لایه  $n-b$  از مدل مکانیکی بررسی می‌گردد. نمو نیروی محوری و لنگر چرخشی در گره‌های  $b$  و  $n$  با استفاده از نیروی ذخیره شده در فنرهای محوری در لایه  $n-b$  محاسبه می‌شود. مشابه روند محاسبات روابط ماتریسی لایه  $a-m$ ، می‌توان روابط ماتریسی

نیرو-تغییر شکل لایه  $n-b$  را محاسبه کرد.

اکنون روابط نیرو-تغییر شکل جزء میانی  $m-n$  از مدل مکانیکی که شامل فنرهای محوری و فنر برشی بین گره‌های  $m'-n'$  می‌باشد، محاسبه می‌شود. ابتدا از جزء  $m-n$  لایه میانی  $m'-n'$  جدا شده و سپس روابط ماتریسی بر حسب گره‌های  $m'$  و  $n'$  مطابق روند ذیل محاسبه می‌گردد. مطابق شکل ۵ در لایه  $m'-n'$  برای هر کدام از گره‌های  $m'$  و  $n'$  درجات آزادی افقی، عمودی و چرخشی در مختصات محلی تعریف شده است. بردار نمو نیرو و بردار نمو جابه‌جایی برای لایه  $m'-n'$  بر حسب درجات آزادی گره‌های  $m'$  و  $n'$  مطابق روابط (۹) و (۱۰) قابل بیان است.

$$\Delta^{m'n'} f = \{ \Delta q_{m'} \quad \Delta p_{m'} \quad \Delta m_{m'} \quad \Delta q_{n'} \quad \Delta p_{n'} \quad \Delta m_{n'} \}^T \quad (9)$$

$$\Delta^{m'n'} u = \{ \Delta u_{m'} \quad \Delta v_{m'} \quad \Delta \theta_{m'} \quad \Delta u_{n'} \quad \Delta v_{n'} \quad \Delta \theta_{n'} \}^T \quad (10)$$

در روابط فوق  $\Delta^{m'n'} f$  و  $\Delta^{m'n'} u$  به ترتیب معرف بردار نمو نیرو و بردار نمو جابه‌جایی لایه  $m'-n'$  می‌باشد.

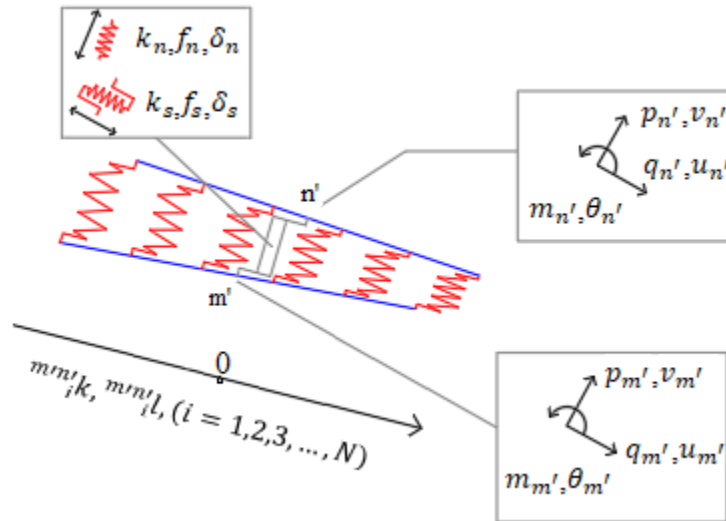
با توجه به تعداد درجات آزادی لایه  $m'-n'$  ماتریس سختی این المان یک ماتریس  $6 \times 6$  خواهد بود. درایه‌های ماتریس سختی لایه  $m'-n'$  را می‌توان با اعمال جابه‌جایی واحد به صورت جداگانه به تک تک درجات آزادی، و سپس با محاسبه نیروی تعمیم یافته در راستای هر درجه آزادی که مقادیر این نیرو در هر درجه آزادی، درایه متناظر آن درجه آزادی در ماتریس سختی است. ماتریس سختی لایه  $m'-n'$  برابر رابطه (۱۱) محاسبه می‌گردد.

$${}^{m'n'} K = \begin{bmatrix} {}^{m'n'} K_s & 0 & 0 & -{}^{m'n'} K_s & 0 & 0 \\ 0 & {}^{m'n'} K_n & 0 & 0 & -{}^{m'n'} K_n & 0 \\ 0 & 0 & {}^{m'n'} K_r & 0 & 0 & -{}^{m'n'} K_r \\ -{}^{m'n'} K_s & 0 & 0 & {}^{m'n'} K_s & 0 & 0 \\ 0 & -{}^{m'n'} K_n & 0 & 0 & {}^{m'n'} K_n & 0 \\ 0 & 0 & -{}^{m'n'} K_r & 0 & 0 & {}^{m'n'} K_r \end{bmatrix} \quad (11)$$

$${}^{m'n'} K_s = k_s \quad ,$$

$${}^{m'n'} K_n = \sum_{i=1}^N ({}^{m'n'} i k) + k_n \quad ,$$

$${}^{m'n'} K_r = \sum_{i=1}^N {}^{m'n'} i k \quad {}^{m'n'} i l^2$$



شکل ۵. نیرو و جابه‌جایی داخلی فنرها و گره‌ها در لایه m'-n' [۱۵]

Fig. 5. Forces and deformations on the springs and nodes at the layer m'-n'

در ماتریس انتقال T پارامتر  $\delta_s$  معرف تغییر شکل فنر برشی است و با استفاده از روابط هندسی بر حسب درجات آزادی گره‌های خارجی مطابق رابطه (۱۴) قابل بیان است.

$$\delta_s = u_{n'} - u_{m'} = u_b - u_a + \frac{h}{2}(\theta_n + \theta_m) \quad (14)$$

شایان ذکر است در فرآیند محاسبه ماتریس انتقال T اثر غیرخطی هندسی  $P - \Delta$  لحاظ می‌گردد. برای بیان بهتر اثر  $P - \Delta$ ، به عنوان مثال در محاسبه لنگر گره m با در نظر گرفتن روابط تعادل نیرو و هندسی برای میله صلب m-m' مشخص می‌شود، مطابق رابطه (۱۵) مقدار لنگر در این گره m علاوه بر مقدار لنگر مستقیم و لنگر ناشی از نیروی جانبی به میزان نیروی محوری و تغییر شکل جانبی نسبی وابسته است و این همان اثر غیرخطی هندسی می‌باشد.

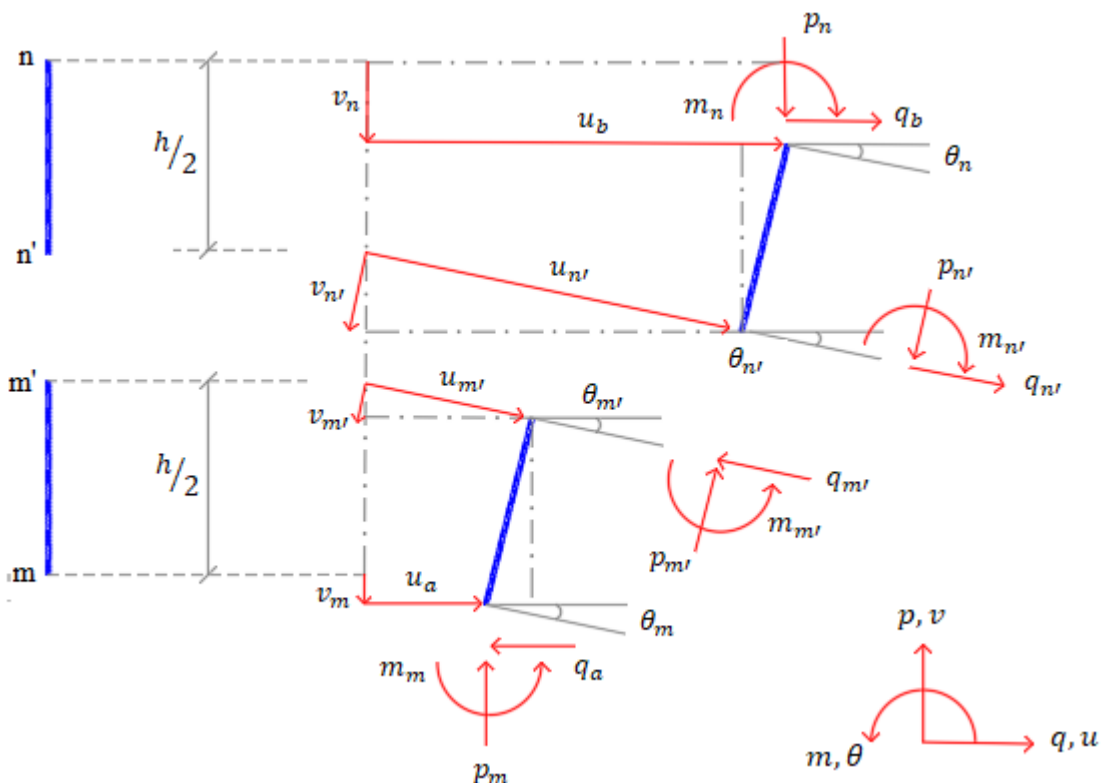
$$m_m = m_{m'} - q_{m'} * \left[ \frac{h}{2} + p_{m'} * \left( \frac{u_{n'} - u_{m'}}{2} \right) \right] \quad (15)$$

$k_n$  و  $k_s$  سختی فنرهای محوری و برشی مدل شده در وسط لایه m'-n' می‌باشد. با توجه به اینکه این تک فنرها در وسط لایه فرض شده‌اند، در سختی چرخشی سیستم مشارکتی ندارند. بدین ترتیب معادلات ماتریسی نیرو-تغییر شکل برای لایه m'-n' مطابق رابطه (۱۲) خواهد بود.

$$\Delta^{m'n'} f = m'n' K \Delta^{m'n'} u \quad (12)$$

با توجه به شکل ۶ با فرض تغییر شکل‌های کوچک، با استفاده از روابط هندسی و تعادل نیروها یک ماتریس انتقال T مطابق رابطه (۱۳) تعریف شده است و از آن برای تبدیل روابط ماتریسی نیرو-تغییر شکل لایه m'-n' بر حسب گره‌های m و n استفاده شده است [۱۴ و ۱۵].

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -h/2 & 0 & 0 & 0 \\ -\theta_m & 1 & \delta_s/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & h/2 \\ 0 & 0 & 0 & -\theta_n & 1 & -\delta_s/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$



شکل ۶. روابط هندسی نیروها و تغییر شکل ها در جزء m-n [۱۴]

Fig. 6. Geometrical relationships of the deformations and forces at part m-n

با توجه به معادلات فوق می‌توان به این نکته اشاره کرد که ماتریس سختی  $10 \times 10$  مدل مکانیکی جداگر از برهم نهی ماتریس سختی سه المان a-m و n-b با چهار درجه آزادی و المان m-n با شش درجه آزادی حرکتی به دست می‌آید. نکته قابل توجه در روابط ماتریسی هر یک از المان‌ها ترتیب گره‌ها و شماره‌گذاری هر یک از درجات آزادی است. در نهایت معادله ماتریسی نیرو-تغییر شکل برای مدل مکانیکی برابر رابطه (۲۰) خواهد بود.

$$\Delta^{ab}f = {}^{ab}K \Delta^{ab}u \quad (20)$$

که در آن  $\Delta^{ab}u$ ،  $\Delta^{ab}f$  و  ${}^{ab}K$  به ترتیب معرف بردار نمو نیرو، بردار نمو جابه‌جایی و ماتریس سختی کل مدل مکانیکی می‌باشد.

۲-۲- مقدار سختی فنرها

مطابق شکل ۷ هر فنر محوری در هر لایه نماینده یک سطح نواری از

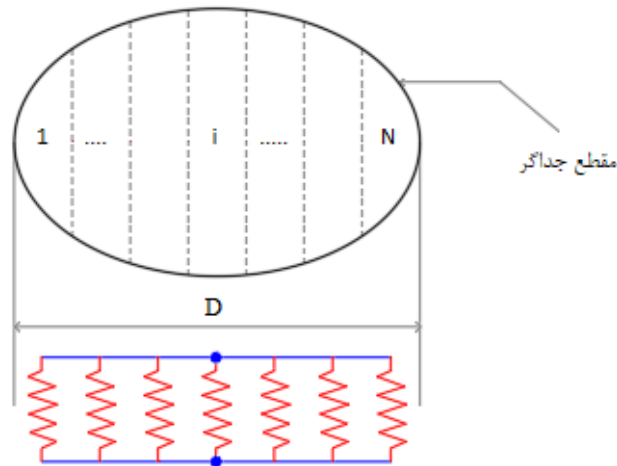
حال با استفاده از ماتریس انتقال  $T$  روابط ماتریسی نیرو-تغییر شکل جزء m-n محاسبه می‌گردد.

$$\Delta u_{m'n'} = T * \Delta u_{mn} \quad (16)$$

$$\Delta f_{mn} = T^T * \Delta f_{m'n'} \quad (17)$$

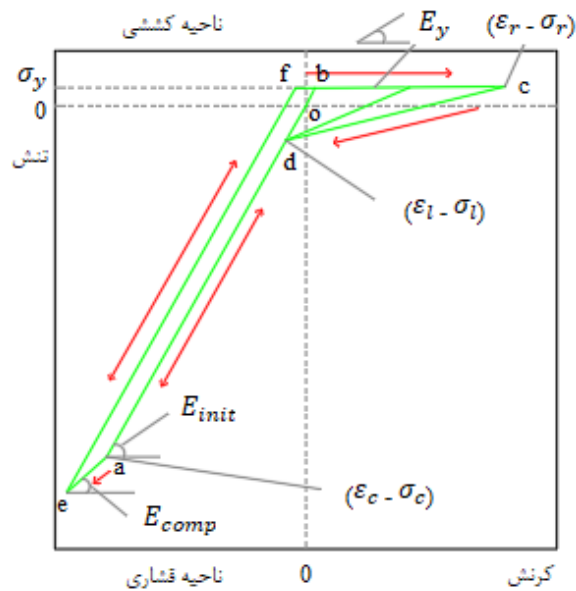
$${}^{mn}K = T^T * {}^{m'n'}K * T \quad (18)$$

$$\Delta^{mn}f = {}^{mn}K \Delta^{mn}u \quad (19)$$



شکل ۷. تقسیم بندی سطح مقطع جداگر به سطوح نواری برابر تعداد فنرها

Fig. 7. Divide the cross section of the bearing into strip surfaces equal to the number of springs



شکل ۸. رفتار هیستریزس تنش-گرنش فنرهای محوری [۱۴]

Fig. 8. Hysteresis model for multiple axial springs

که در آن پارامترهای  $i e$ ،  $i a$ ،  $i \phi$  و  $l$  به ترتیب معرف مدول الاستیسیته، مساحت سطح نواری، ضریب هم پوشانی و طول هر فنر است.

### ۲-۱-۲-۱- مدول الاستیسیته $i e$

در مدل رفتاری هیستریزس تعریف شده برای فنرهای محوری فرض شده است که مقدار مدول الاستیسیته در تمام سطح مقطع جداگر یکنواخت می باشد و مقدار آن به صورت شیب تانژانتی (مماسی) محاسبه می شود. مطابق شکل ۸ نمودار رفتار تنش-گرنش هیستریزس فنرهای محوری از

سطح مقطع کل جداگر الاستومری است و هر فنر در وسط این سطح نواری جا گرفته است. سختی هر یک از فنرهای محوری با  $i k^{am}$  نشان داده شده است و اندیس  $i$  معرف شماره فنر که مقدارش از ۱ تا  $N$  به تعداد فنرها و همچنین اندیس  $am$  معرف لایه سری فنر است. سختی هر فنر محوری مطابق رابطه (۲۱) محاسبه می شود [۱۵].

$$i k = \frac{i e \cdot i a \cdot i \phi}{l} \quad (21)$$

چهار وضعیت بارگذاری و باربرداری تشکیل شده است [۱۴].

(۳۰)

$$\sigma_c = E_{init} \varepsilon_c$$

(۱) بارگذاری و باربرداری در منطقه الاستیک (o - a - b):

$$\sigma = E_{init} \varepsilon \quad (22)$$

در روابط فوق به ترتیب پارامترهای  $E_{init}$ ،  $\sigma_y$ ،  $\varepsilon_y$ ،  $E_y$ ،  $\sigma_r$ ،  $\varepsilon_r$ ،  $\sigma_l$ ،  $\varepsilon_l$ ،  $\sigma_c$ ،  $\varepsilon_c$ ،  $E_{comp}$  معرف مدول الاستیسیته اولیه، تنش و کرنش در نقطه تسلیم کششی، مدول الاستیسیته مماسی برای ناحیه پس از تسلیم، تنش و کرنش مربوط به آخرین نقطه بارگذاری و یا اولین نقطه برگشت بار، تنش و کرنش مربوط به نقطه هدف هنگام باربرداری در ناحیه تسلیم کششی، تنش و کرنش مربوط به نقطه‌ی تسلیم فشاری، مدول الاستیسیته مماسی ناحیه پس از تسلیم فشاری می‌باشد.

(۲) بارگذاری پس از تسلیم (b-c):

$$\sigma = \sigma_y + E_y(\varepsilon - \varepsilon_y) \quad (23)$$

شکل ۸ نمونه کامل چنین الگوی رفتاری را نشان می‌دهد که به جهت سادگی در مطالعه ایشی و همکاران تنش و کرنش مربوط به نقطه هدف هنگام باربرداری ( $\varepsilon_l - \sigma_l$ ) مبدا (o) فرض شده است بنابراین مطالعه حاضر نیز کلیه فنرهای محوری در حال کشش، به هنگام باربرداری به مبدا بر می‌گردند [۱۴].

$$E_y = 1/500 E_{init} \quad (24)$$

$$\sigma_y = E_y \varepsilon_y \quad (25)$$

### ۲-۲-۲- ضریب همپوشانی $\phi_i$

مطابق شکل ۹ هنگامی که یک جداگر الاستومری تحت جابجایی جانبی قرار می‌گیرد، بار محوری از طریق ناحیه هم پوشانی بین سطح مقطع بالا و پایین جداگر انتقال می‌یابد. با افزایش جابه‌جایی جانبی، سطح هم پوشانی کاهش یافته و باعث ایجاد تنش‌های کششی در ناحیه خارج از سطح هم پوشانی می‌گردد. به علت کاهش سطح مقطع موثر انتظار داریم سختی محوری جداگر نیز کاهش یابد. برای در نظر گرفتن اثر کاهش سطح هم پوشانی در مدل مکانیکی جداگر الاستومری از ضریب هم پوشانی  $\phi_i$  استفاده شده است. مقدار ضریب هم پوشانی  $\phi_i$  برای هر فنر در هر لایه برابر نسبت اندازه وتر فرضی رو به روی موقعیت آن فنر، در سطح هم پوشانی به اندازه وتر متناظر آن فنر در لایه مد نظر می‌باشد [۱۵]. با توجه به شکل ۹ مقدار ضریب  $\phi_i$  برابر رابطه (۳۱) خواهد بود. در نواحی خارج از سطح هم پوشانی مقدار ضریب  $\phi_i$  صفر و مقدار بیشینه این ضریب برابر یک می‌باشد.

(۳) باربرداری پس از تسلیم کششی (c - d - a):

$$\sigma \sigma = \sigma_r - \frac{\sigma_r - \sigma_l}{\varepsilon_r - \varepsilon_l} (\varepsilon - \varepsilon_r) \quad \varepsilon_r < \varepsilon < \varepsilon_l \quad (26)$$

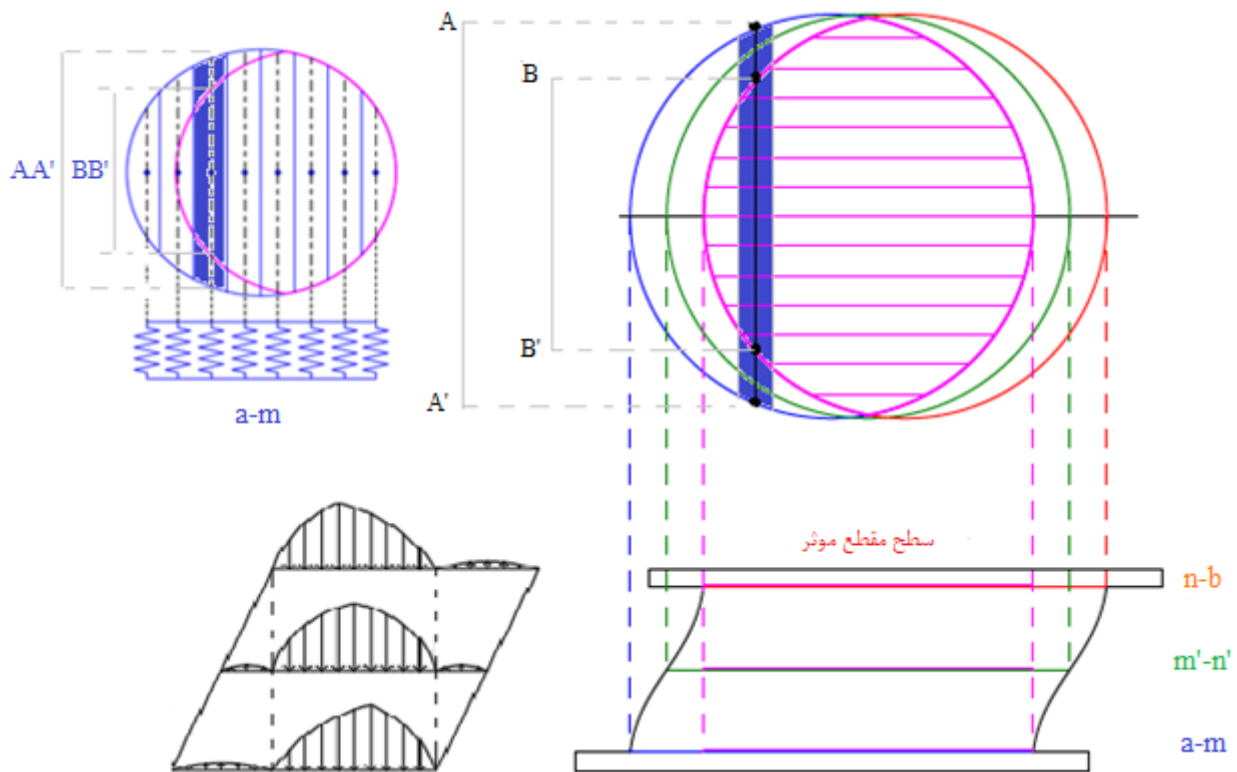
$$\sigma = E_{init} \varepsilon \quad \varepsilon < \varepsilon_l \quad (27)$$

(۴) بارگذاری پس از تسلیم فشاری (a - e):

$$\sigma = \sigma_c + (\varepsilon - \varepsilon_c) E_{comp} \quad (28)$$

$$E_{comp} = 1/2 E_{init} \quad (29)$$

$$\phi_i = \frac{BB'}{AA'} \quad (31)$$



شکل ۹. کاهش سطح موثر جداگر الاستومری در اثر جابه جایی جانبی و محاسبه ضریب  $\phi_i$  [۱۵]

Fig. 9. Reduction of the effective surface of the elastomeric bearing due to lateral displacement and coefficient calculation  $\phi_i$

آنالیزهای مربوطه را انجام داد. در هر یک از مراحل تحلیل با توجه به رفتار غیرخطی فنرهای محوری در ساختار مدل مکانیکی نیروی نامتعادل کننده‌ای در گره‌ها به وجود می‌آید که برای رفع این عدم تعادل و ناهمگرایی پاسخ تحلیل، ضروری است تا تحلیل‌ها به کمک روش نیوتن-رافسون تکرار گردند.

### ۳- صحت سنجی نتایج مدل مکانیکی

در اینجا لازم است با استفاده از مدل مکانیکی معرفی شده نتایج آن با مطالعات آزمایشگاهی و یا مدل‌های اجزاء محدود مقایسه و صحت سنجی گردد. در این خصوص نتایج دو تحقیق آزمایشگاهی مختلف با مدل مکانیکی مقایسه شده است. نخستین صحت سنجی مربوط به مطالعه آزمایشگاهی حکیمیان و تقی‌خانی است که بر روی یک جداگر الاستومری با قابلیت میرایی بالا (HDRB) انجام گرفته است. در این مطالعه آزمایشگاهی

۲-۲-۳- فنر برشی

تک فنر برشی مدل شده در در وسط لایه  $m-n$ ، رفتار برشی جداگر الاستومری را توصیف می‌کند. با توجه به هدف اصلی این پژوهش که بررسی رفتار خمشی و تاثیر اثرات چرخش انتهای بر روی مشخصات مکانیکی و رفتار ایستایی جداگر الاستومری است از این جهت مقدار این فنر برشی ثابت و خطی و برابر رابطه (۳۲) می‌باشد [۱۵].

$$k_s = \frac{GA}{h_r} \quad (32)$$

$G$  مدول برشی،  $A$  سطح مقطع و  $h_r$  کل ضخامت لایه‌های لاستیکی است.

حال پس از محاسبه روابط نیرو- تغییر شکل می‌توان با تعیین شرایط مرزی و بارگذاری، با توجه به گره‌های تعریف شده در ساختار مدل مکانیکی

جدول ۱. مشخصات جداگر الاستومری در مطالعات حکیمیان- تقی خانی [۴]

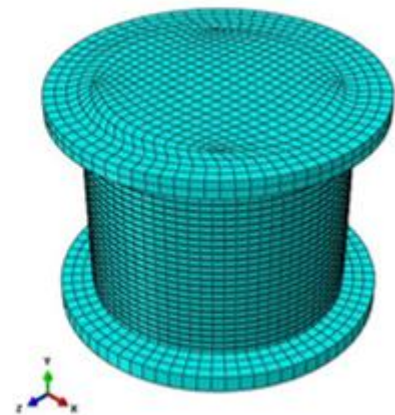
Table 1. Properties of the bearing used in Hakimian and taghikhany study

ضریب شکل S <sup>۱</sup>	۱۳/۱
تضخامت هر لایه لاستیکی $t_r$ (mm)	۹/۵
تضخامت هر ورق فولادی $t_s$ (mm)	۳
قطر خارجی $D_0$ (mm)	۵۰۰
قطر داخلی $D_i$ (mm)	۰
تعداد ورق‌های لاستیکی $n_r$	۲۷
مدول برشی $G_{eff}$ (Mpa)	متغیر
مدول بالک K (Mpa)	۲۰۰۰

<sup>1</sup> Shape Factor

<sup>2</sup> Thickness of individual rubber

<sup>3</sup> Thickness of individual shim



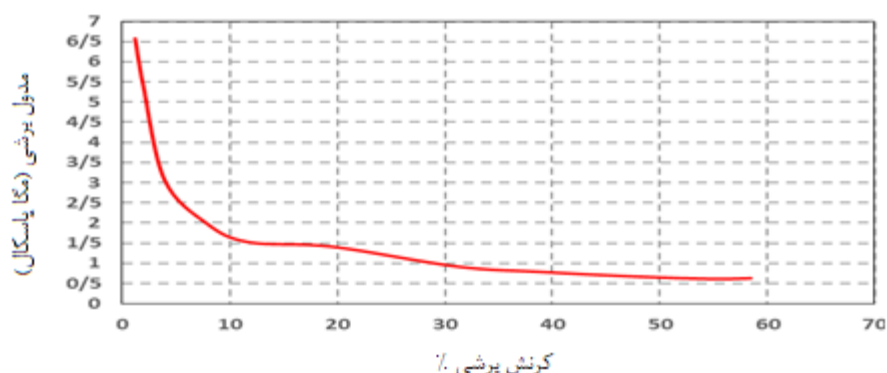
شکل ۱۰. جداگر الاستومری در مطالعات حکیمیان- تقی خانی به همراه مدل آزمایشگاهی و اجزای محدود آن [۴]

Fig. 10. Elastomeric bearing in Hakimian-Taghikhany studies with laboratory model and its finite element

از آنجایی که مدول برشی جداگرهای الاستومری با میرایی بالا، تابع مقدار کرنش برشی است از این رو با استفاده از نتایج مطالعه حکیمیان- تقی خانی ابتدا با استفاده از نمودارهای هیستریزیس مربوطه، نمودار مدول برشی- کرنش برشی تحصیل گردید که در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود مقدار مدول برشی با افزایش جابه‌جایی جانبی

جداگر الاستومری در مقابل چرخش محدود بوده و تنها مجموعه‌ای از بارگذاری‌های دینامیکی افقی و بار محوری اعمال گردیده است. مشخصات این جداگر که پیش‌تر در دانشگاه صنعتی امیرکبیر ساخته شده در جدول ۱ آورده شده است [۴]. در این مطالعه علاوه بر انجام آزمایش، یک تحلیل عددی نیز بر روی مدل اجزای محدود نمونه انجام گرفته بود (شکل ۱۰).





شکل ۱۱. نمودار مدول برشی-کرنش برشی مطابق نتایج آزمایش حکیمیان-تقی خانی [۴]

Fig. 11. Shear modulus-shear strain diagram according to the results of Hakimian-Taghikhany experiment

جدول ۲. مشخصات جداگر الاستومری در مطالعات راستگو مقدم- کنستانتینیدیس [۸]

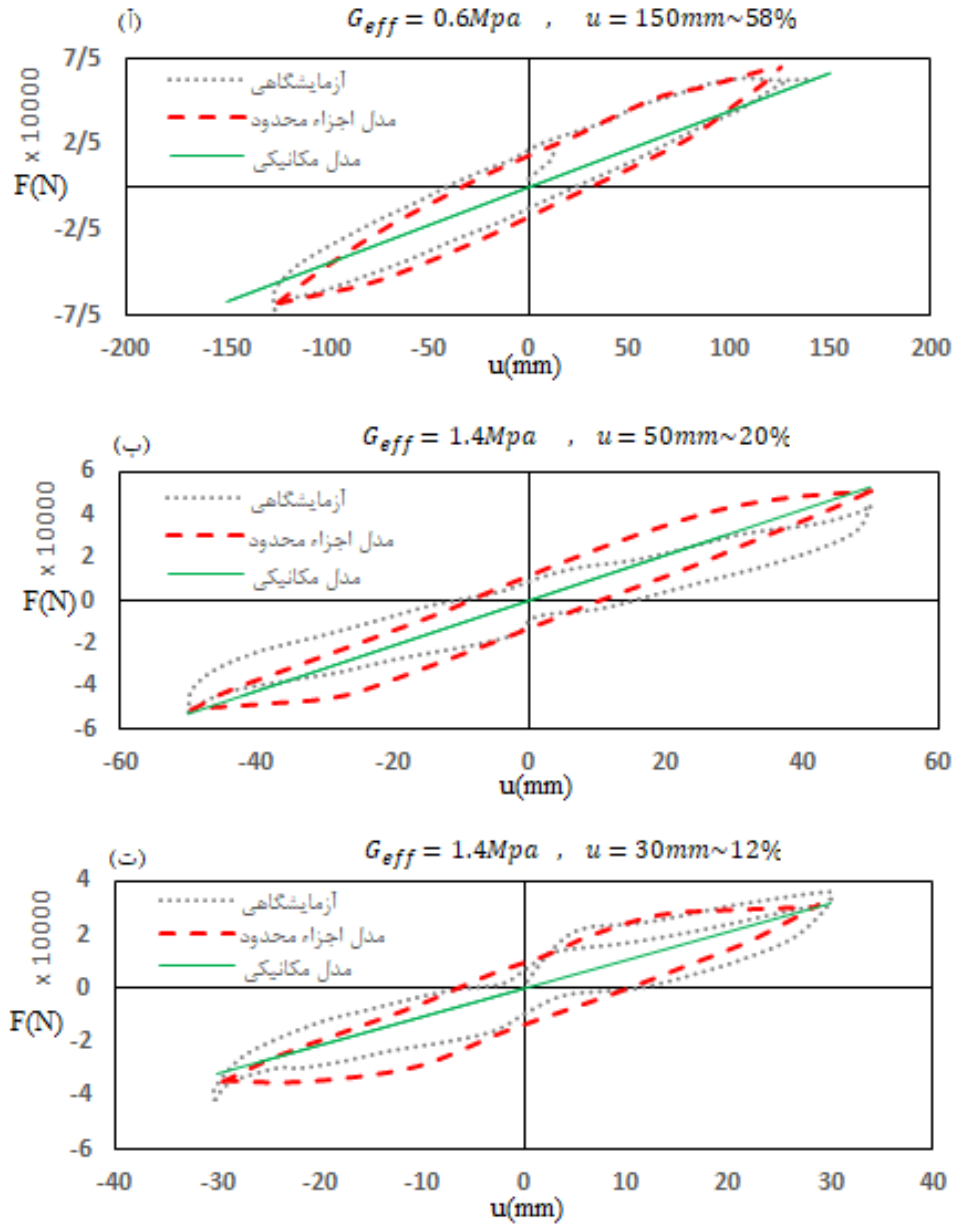
Table 2. Properties of the bearing used in Rastgoo Moghadam- Konstantinidis study

ضریب شکل S	۲۰
$t_r$ (mm) ضخامت هر لایه لاستیکی	۲
$t_s$ (mm) ضخامت هر ورق فولادی	۱
$D_0$ (mm) قطر خارجی	۱۵۸
$D_i$ (mm) قطر داخلی	۰
$n_r$ تعداد ورق‌های لاستیکی	۲۰
$G_{eff}$ (Mpa) مدول برشی	۰/۴
K (Mpa) مدول بالک	۱۲۰۰

برخوردار بوده و تحت چرخش انتهایی فوقانی قرار گرفته است [۸]. ابعاد این نمونه  $\frac{1}{4}$  نسبت به مدل واقعی ساخته شده و مشخصات آن در جدول ۲ آورده شده است. راستگو مقدم و کنستانتینیدیس<sup>۱</sup> پس از انجام این آزمایش نتایج آن را با نتایج مدل میکرو اجزای محدود مقایسه نمودند. شکل ۱۳ نمودارهای هیستریزس نیرو-جابجایی نمونه را به ازای تنش فشاری متوسط ۶ مگاپاسکال و برای سه زاویه چرخش انتهایی فوقانی  $(\theta_r)$  ۰، ۰/۱ و ۰/۲ رادیان نشان می‌دهد. مطابق جدول ۳ که به صورت کمی به مقایسه نتایج پرداخته است نشان می‌دهد که مدل مکانیکی در تخمین بیشینه نیروی

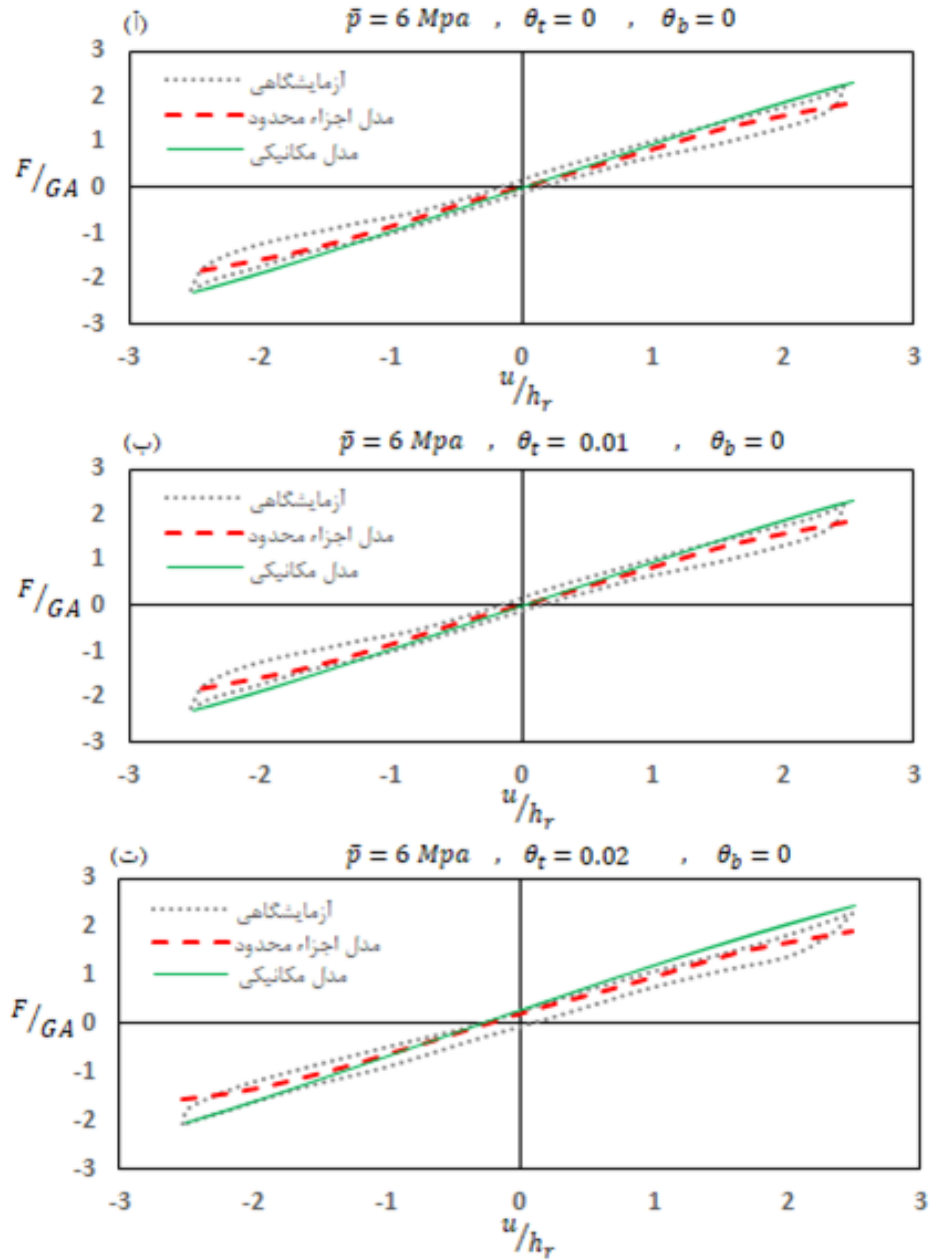
کاهش می‌یابد. باید توجه داشت که در مدل مکانیکی معرفی شده فنر برشی معادل، به صورت خطی مدل شده است و مناسب برای جداگرهایی با میرایی کم می‌باشد. با این حال با انتخاب مدول برشی موثر مطابق با بیشینه کرنش برشی نمودار هیستریزس نیرو-جابجایی با نتایج مدل مکانیکی در شکل ۱۲ مقایسه شده است. نتایج آنالیز گویای آن است که مدل مکانیکی دارای تقریب مناسبی در تعیین نیروی برشی بیشینه و همچنین سختی برشی معادل دارای دقت مناسبی است.

در اینجا دومین صحت سنجی با نتایج آزمایش بارگذاری بر روی جداگر الاستومری انجام گرفت که از میرایی کم و سطح مقطع دایروی



شکل ۱۲. مقایسه نتایج مدل مکانیکی با نتایج حکیمیان - تقی خانی

Fig. 12. Comparison of the mechanical model results with the Hakimian and taghikhany results



شکل ۱۳. مقایسه نتایج مدل مکانیکی با نتایج آزمایشگاهی و مدل اجزاء محدود راستگو مقدم

Fig. 13. Comparison of the mechanical model results with the FEA and experimental Rastgoo Moghadam

جدول ۳. مقایسه نتایج مدل مکانیکی با نتایج مطالعه راستگو مقدم-کنستانتینیدیس

Table 3. Comparison of the mechanical model results with the Rastgo Moghadam-Konstantinidis results

چرخش $\theta_t$	مدل آزمایشگاهی		مدل اجزاء محدود		مدل مکانیکی	
	$F/GA$		$F/GA$		$F/GA$	
	$\frac{u}{h_r} = 2.5$	$u = 0$	$\frac{u}{h_r} = 2.5$	$u = 0$	$\frac{u}{h_r} = 2.5$	$u = 0$
۰	۲/۳۲	۰	۱/۸۴	۰	۲/۳۳	۰
۰/۰۱	۲/۲۶	۰/۱۱	۱/۸۸	۰/۱۱۵	۲/۳۹	۰/۱۳
۰/۰۲	۲/۳	۰/۲۳	۱/۹۲	۰/۳۵	۲/۴۵	۰/۲۷

جدول ۴. مشخصات جداگر الاستومری برای تحلیل حساسیت رفتار جداگر الاستومری [۱۵]

Table 4. Elastomeric bearing properties for sensitivity analysis of its behavior

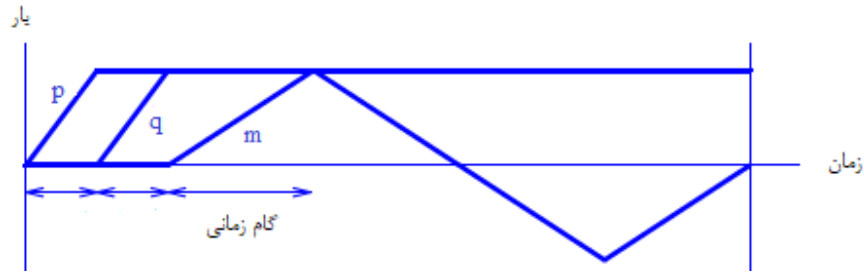
ضریب شکل S	۲۹/۱
ضخامت هر لایه لاستیکی $t_r$ (mm)	۳/۷
ضخامت هر ورق فولادی $t_s$ (mm)	۲/۵
قطر خارجی $D_0$ (mm)	۵۰۰
قطر داخلی $D_i$ (mm)	۷۰
تعداد ورق‌های لاستیکی $n_r$	۳۴
مدول برشی $G_{eff}$ (Mpa)	۰/۳۹۲
مدول بالک K (Mpa)	۲۰۰۰

نسبت به محور نیرو بدون تغییر می‌ماند و این بدان معنی است که چرخش بر مقدار جابه‌جایی به ویژه جابه‌جایی بحرانی تاثیر نخواهد داشت.

#### ۴- تحلیل حساسیت رفتار جداگر الاستومری [۱۵]

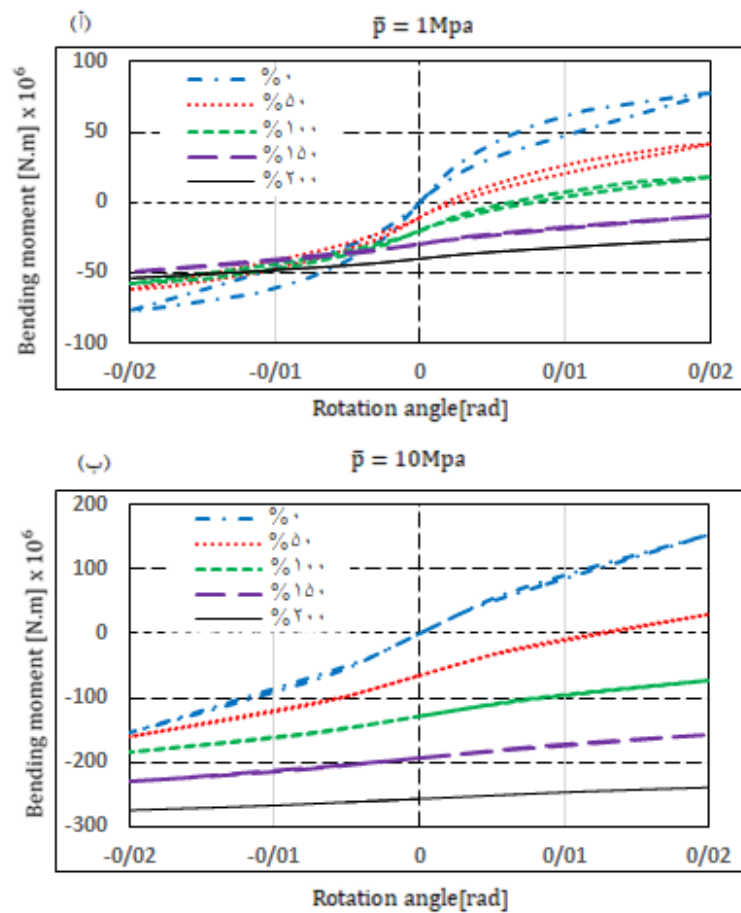
در اینجا به بررسی حساسیت رفتار جداگر الاستومری نسبت به وجود چرخش انتهایی، توأم با جابه‌جایی جانبی می‌پردازیم. در این راستا مشخصات مکانیکی و هندسی جداگر الاستومری مورد مطالعه در جدول ۴ نشان داده شده است. نحوه آنالیز مدل بدین صورت است که، به ازای بار محوری و کرنش برشی مشخص و ثابت، مدل گام به گام تحت اثر لنگر خمشی قرار می‌گیرد. مدل مکانیکی تحت دو مقدار مختلف بار فشاری با مقادیر  $\bar{p} = 10\text{Mpa}$  و  $\bar{p} = 1\text{Mpa}$  در ترکیب با پنج حالت کرنش برشی مختلف با مقادیر  $\gamma = 0\%$ ،  $\gamma = 50\%$ ،  $\gamma = 100\%$ ،  $\gamma = 150\%$ ،  $\gamma = 200\%$  تحلیل می‌شود. برای نیل به این هدف

برشی برای جابه‌جایی جانبی بیشینه نتایج نزدیکی با مدل آزمایشگاهی دارد ولی با مدل اجزاء محدود اختلاف جزئی وجود دارد اما نتایج در تخمین نیروی برشی اولیه ناشی از وجود چرخش انتهایی اولیه، نتایج قابل قبولی را ارائه شده است. نمودار حاصل از مدل مکانیکی تقریباً در میانه منحنی هیستریزس آزمایشگاهی جا گرفته است. نتایج گویای آن است که وجود چرخش اولیه در انتهای جداگر باعث می‌شود که حلقه‌های هیستریزس تغییر کند و به سمت بالا انتقال یابد این بدان معنی است که مقدار بیشینه و کمینه نیروی برشی با هم برابر نیست، و این تغییر و انتقال منحنی‌های هیستریزس متناسب با بار محوری و میزان چرخش انتها، افزایش می‌یابد. در حقیقت وجود چرخش اولیه باعث ایجاد یک نیروی برشی تکیه‌گاهی در جداگر می‌شود، در نتیجه جداگر الاستومری قبل از تغییر شکل جانبی تحت نیروی برشی قرار می‌گیرد. نکته قابل توجه این است که وجود چرخش در جداگر تقارن منحنی هیستریزس



شکل ۱۴. مراحل زمانی بار گذاری برای تحلیل استاتیکی خمشی

Fig. 14. Loading time steps for static flexural analysis

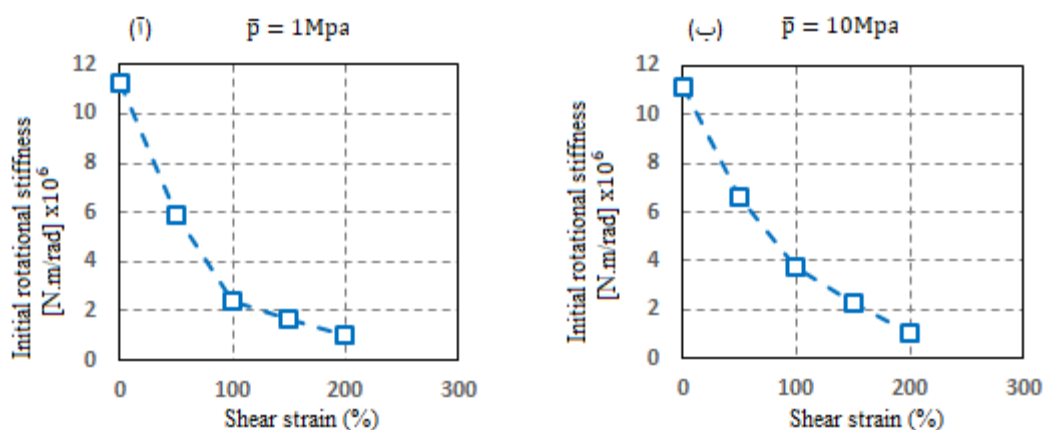


شکل ۱۵. نتایج تحلیل حساسیت رفتار مدل مکانیکی

Fig. 15. Results of mechanical model behavior sensitivity analysis

در شکل ۱۵ نمودارهای نتایج حاصل از تحلیل شبه استاتیکی خمشی بر روی مدل مکانیکی جداگر الاستومری ارائه گردیده است. رفتار غیرخطی مدل مکانیکی در این نمودارها ناشی از اثرات غیرخطی هندسی و همچنین به علت رفتار هیستریزس فنرهای محوری می‌باشد. مطابق شکل ۱۵-الف،

نحوه بارگذاری مطابق شکل ۱۴ ابتدا مدل تحت بار فشاری (p) قرار می‌گیرد و سپس با حفظ این بار در مرحله بعد نیروی برشی (q) به مدل اعمال گردیده تا کرنش برشی مشخص ایجاد گردد و سپس در مرحله بعد لنگر هارمونیک خمشی (m) اعمال می‌گردد.



شکل ۱۶. سختی چرخشی اولیه به ازای کرنش های برشی مختلف

Fig. 16. Initial rotational stiffness vs. offset shear strain

### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله به مطالعه یک مدل مکانیکی جهت بررسی اثر چرخش جداگرهای الاستومری پرداخته شده است که امری شایع در پل های بلند دهانه و انعطاف پذیر می باشد. مدل مکانیکی شامل سه لایه از فنرهای محوری که در قسمت فوقانی و میانی و تحتانی مدل مکانیکی تعریف شده است. در این مدل امکان اعمال همزمان فشار، برش و چرخش وجود دارد. اثرات برهم نهی بار محوری و نیروی جانبی، شامل اثر  $P - \Delta$  در این مدل در نظر گرفته شده است. برای در نظر گرفتن رفتار مصالح در تغییر شکل های خمشی برای فنرهای محوری مدل رفتاری هیستریزس غیرخطی تعریف شده است. در این مدل ضریب هم پوشانی سطح برای اصلاح سختی هر یک از فنرهای محوری تعریف شده و باعث بهبود نتایج گردیده است. با توجه به اینکه در این مدل اثرات میرایی در نظر گرفته نشده است و مدول برشی ثابت فرض شده است اثرات غیرخطی رفتار جانبی مدل تنها ناشی از اثرات هندسه و رفتار غیرخطی فنرهای محوری خواهد بود. بنابراین برای بهبود نتایج مدل مکانیکی در مقایسه با جداگرهای با میرایی بالا می بایست فنر برشی معرفی شده در مدل به صورت غیرخطی و تابعی از کرنش برشی و بار محوری و با ترکیب میرایی تعریف شود. نتایج حاصل از این مطالعه بیان می کند که وجود چرخش اولیه در انتهای جداگر بر مقدار جابه جایی بحرانی و حد ناپایداری تاثیری ندارد اما بر نیروی برشی بحرانی اثر گذار است. همچنین چرخش اولیه باعث ایجاد نیرو برشی در جداگر الاستومری می شود و با افزایش بار فشاری و همچنین جابه جایی افقی مقدار این نیروی

مدل تحت بار فشاری  $\bar{p} = 1 \text{ Mpa}$  و به ازای پنج کرنش برشی مذکور، تغییرات سختی چرخشی و همچنین نمودارهای لنگر-زاویه چرخش تحصیل گردیده است. نتایج گویای آن است که به ازای بار فشاری مشخص با افزایش میزان کرنش برشی، علاوه بر کاهش سختی چرخشی، نمو تغییرات کاهش سختی نیز افزایش می یابد و همچنین با افزایش کرنش برشی لنگر چرخشی اولیه معادل زاویه چرخش صفر، افزایش می یابد.

شکل ۱۵-ب، نتایج را برای بار فشاری  $\bar{p} = 10 \text{ Mpa}$  نشان می دهد. با افزایش بار فشاری سختی چرخشی انتهای جداگر افزایش یافته است علت این افزایش سختی، اعمال بار فشاری بزرگ می باشد که باعث تعویق تسلیم کششی فنرهای محوری در مدل مکانیکی شده است. همچنین به ازای کرنش برشی مشخص افزایش میزان بار فشاری لنگر چرخشی اولیه ایجاد شده در جداگر افزایش می یابد.

با استفاده از نمودارهای لنگر-زاویه چرخش، می توان سختی چرخشی اولیه که متناظر با زاویه چرخش صفر است را به صورت تابعی از میزان کرنش برشی و به ازای بار محوری مختلف برای جداگر الاستومری تحصیل کرد (شکل ۱۶-الف و ب). از این نمودار بهتر می توان نتیجه گرفت که با افزایش بار محوری میزان سختی چرخشی اولیه افزایش می یابد اما با افزایش میزان کرنش برشی، سختی چرخشی اولیه کاهش یافته است. بنابراین در مواردی که جداگرهای الاستومری دچار چرخش می گردند باید توجه داشت کاهش سختی چرخشی باعث ناپایداری زود هنگام جداگر می شود و میبایست تدابیر مناسبی اتخاذ کرد.

DEStech Transactions on Engineering and Technology Research, (icaenm) (2017).

- [8] S.R. Moghadam, D. Konstantinidis, Ph.D, Thesis, Effect of Support Conditions on the Behavior of Elastomeric Bearings, McMaster University, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada, (2017).
- [9] S.R. Moghadam, D. Konstantinidis, Finite element study of the effect of support rotation on the horizontal behavior of elastomeric bearings, Composite Structures (2017) 163, 474-490
- [10] SR Moghadam, D Konstantinidis, Simple mechanical models for the horizontal behavior of elastomeric bearings including the effect of support rotation Engineering Structures (2017) 150, 996-1012
- [11] S.R. Moghadam, D. Konstantinidis, Experimental and Analytical Studies on the Horizontal Behavior of Elastomeric Bearings under Support Rotation, Journal of Structural Engineering,( 2021), 147 (4),
- [12] C.G. Koh, J.M. Kelly, A simple mechanical model for elastomeric bearings used in base isolation, International journal of mechanical sciences, 30(12) (1988) 933-943.
- [13] M. Iizuka, A macroscopic model for predicting large-deformation behaviors of laminated rubber bearings, Engineering structures, 22(4) (2000) 323-334.
- [14] S. Yamamoto, M. Kikuchi, M. Ueda, I.D. Aiken, A mechanical model for elastomeric seismic isolation bearings including the influence of axial load, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 38(2) (2009) 157-180.
- [15] K. Ishii, M. Kikuchi, T. Nishimura, C.J. Black, Coupling behavior of shear deformation and end rotation of elastomeric seismic isolation bearings, Earthquake engineering & structural dynamics, 46(4) (2017) 677-694.

برشی افزایش می‌یابد. مدل مکانیکی در تخمین مقدار این نیرو در مقایسه با نتایج مدل‌های دیگر دقت مناسبی دارد. نتایج نشان می‌دهد که سختی چرخشی تحت کرنش برشی ثابت با افزایش فشار، افزایش می‌یابد و تحت فشار ثابت با افزایش کرنش برشی سختی چرخشی کاهش می‌یابد. این مدل مکانیکی تغییرات سختی چرخشی را در مقایسه با مدل آزمایشگاهی با دقت خوبی نشان می‌دهد.

## منابع

- [1] I.G. Buckle, J.M. Kelly, Properties of slender elastomeric isolation bearings during shake table studies of a large-scale model bridge deck, Special Publication, 94 (1986) 247-270.
- [2] I.G. Buckle, H. Liu, Stability of elastomeric seismic isolation systems, in: Proc. of Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Control, 1993, Applied Technology Council, 1993.
- [3] J. Sanchez, A. Masroor, G. Mosqueda, K. Ryan, Static and dynamic stability of elastomeric bearings for seismic protection of structures, Journal of structural engineering, 139(7) (2012) 1149-1159.
- [4] P. Hakimian, T. Taghikhany, Master Thesis, Verification of High Damping Rubber Bearing Assembled in Iran with Finite Element Simulation, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran, (2017) .
- [5] A.P. Crowder, T.C. Becker, NDM-518: Effects of Non-Traditional Isolator Placement For Seismic Retrofit, (2016).
- [6] A. Karbakhsh Ravari, I. Bin Othman, Z. Binti Ibrahim, K. Ab-Malek, P- $\Delta$  and end rotation effects on the influence of mechanical properties of elastomeric isolation bearings, Journal of Structural Engineering, 138(6) (2012) 669-675.
- [7] Z. Xu, X. Zhu, C. Deng, End Rotation Effects of Horizontal Mechanical Properties of Rubber Bearings,

### چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*T. Taghikhany, V. Garoosi, Numerical study on the end rotation effect of elastomeric bearings on their mechanical behavior in flexible bridges, Amirkabir J. Civil Eng., 54(1) (2022) 75-94.*

DOI: 10.22060/ceej.2021.18061.6752



