



Implementation of an Elastoplastic–Viscoplastic Constitutive Model of Soil in ABAQUS Code and Its Validation on Laboratory Paths

M.H. Bathayian, M. Malaki*

Faculty of Civil Engineering of Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

ABSTRACT: Many attempts have been made to model the mechanical behavior of soil materials. The assumption that predicting soil plastic behavior in some engineering problems doesn't present a significant relation with construction time has led to the neglect of the time effect in many constitutive models in geotechnical engineering. However, damage due to settlement or instability of excavations and many other such problems are caused by the time-dependent plasticity behavior of soil. Also, in some phenomena such as explosions, earthquakes, or consolidation, the issue of time is inherently raised. Therefore, it is important to install a time-dependent constitutive model in finite element codes that can properly predict the time-dependent behavior of structures in geotechnical engineering. In this study, an elastoplastic-viscoplastic constitutive model via UMAT subroutine was implemented in the ABAQUS finite element code. By considering the nonlinear elastoplastic-viscoplastic behavior with mixed (kinematic and isotropic) hardening mechanisms, this model removes most of the limitations of the constitutive models already installed in the ABAQUS code. The results of validation under laboratory paths such as creep, relaxation and rate effect indicate the high capacity and capability of the model in predicting the time-dependent behavior of soil

Review History:

Received: Jul. 09, 2021

Revised: Aug. 24, 2021

Accepted: Aug. 25, 2021

Available Online: Sep. 16, 2021

Keywords:

Constitutive models

Elastoplastic–Viscoplastic

ABAQUS

Soil viscosity

Kinematic hardening

1- Introduction

In a large number of geotechnical problems, the strain rate effect on the behavior of soil materials is significant. Several researches have been done so far to investigate the strain rate effect on the mechanical properties of soil materials [1, 2]. One of the most important issues is the increase in strength and stiffness modulus due to the increase in strain rate [3]. Moreover, as the initial strain rate increases, the creep or the stress relaxation leads to more crushed soil particles [4]. Studies show that volumetric strains during the creep are both dilatancy and contractancy while the axial strain is always in the same direction with the applied stress [5]. This topic can be considered to define the direction of viscoplastic strains in constitutive models.

Along with doing experimental studies on the time-dependent behavior of soils, some new constitutive models have been developed and presented in order to describe these aspects of soils behavior. One of the recommended methods for modeling the time-dependent behavior of materials is the Perynza theory of overstress [6]. Many elasto-viscoplastic constitutive models have been developed to model the time-dependent behavior of material based on this theory [7-10].

In the constitutive models based on Perzyna overstress, it is possible to exceed the stress point in the stress space by the yield surface, which contradicts the principles

of thermodynamics. On the other hand, the principle of compatibility is not satisfied [11, 12]. In addition, the instantaneous behavior in soils is predominantly elastoplastic rather than elastic. Thus, the development of time-dependent modeling of soil has been inevitable. The elastoplastic-viscoplastic model based on boundary surface theory developed by Dafalias and Kaliakin [11] is important progress in comparison with elasto-viscoplastic models. In the other model, a viscoplastic mechanism based on a new concept called viscous kinematic hardening has been added to the CJS elastoplastic model. Base model CJS was presented firstly by Cambou and Jafari [12] for granular soils. This model was then developed to better describe the behavior of soils [13, 14]. The elastoplastic-viscoplastic version of this model [15] has some advantages, including considering the instantaneous elastoplastic behavior, plastic rupture, and modeling the second stage of creep. In addition, this model is able to explain the behavior of the time function during the cyclic loading path due to its kinematic hardening mechanism.

For this purpose, in the present study, the elastoplastic-viscoplastic model of CJS was implemented in the ABAQUS code via VUMAT subroutine and validated under laboratory paths.

*Corresponding author's email: Maleki @basu.ac.ir



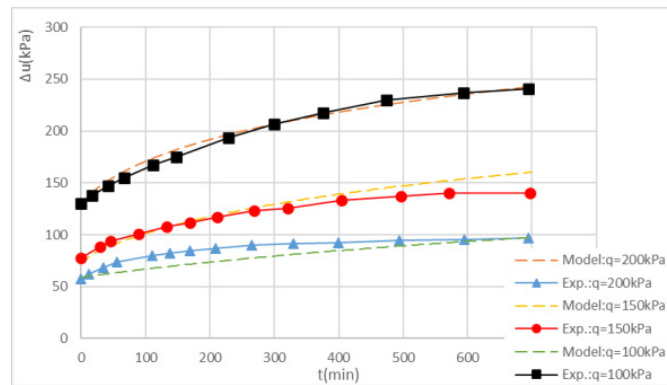


Fig. 1. Excess of pore water pressure in undrained creep tests.

2- Methodology

The basic CJS model is an elastoplastic model and, besides the nonlinear elastic mechanism, includes two plastic mechanisms; isotropic and deviatoric. The yield surface in the first mechanism is perpendicular to the hydrostatic axis in the stress space and an isotropic hardening rule pilots its evolution. For the second mechanism, the yield surface has asymmetric in the deviatoric plane and piloted by a mixed (isotropic and kinematic) hardening rule. For added viscoplastic part, similar to the elastoplastic part, there are two mechanisms; deviatoric and isotropic. The intensity of viscoplastic strain rate depends on the distance between the plastic yield surface and the viscous surface (delayed surface). The evolution of the viscous surface is done based on the concept of viscous kinematic hardening. The movement of the viscous surface is always toward the plastic yield surface and when these two surfaces reach each other, viscoplastic evolution will be stopped. The secondary stage of creep is modeled by defining a limiting surface called the secondary creep surface. Because of the interesting options of the model in describing the time-depending behavior of soils, it was implemented in the ABAQUS code via VUMAT subroutine in the present work. After implementation, for elaborating viscoplastic mechanism response, a modification was applied to the direction of viscoplastic strain rate.

3- Results and Discussion

In order to validate the model, results from the experiments on the clay soil sampled from the depth of 5 to 8 m of a clay core of an earth dam were used [16].

According to the results of undrained axisymmetric triaxial tests with measuring pore water pressure under monotonic loading paths and considering confining pressure of 400 kPa, the effective internal friction angle and the effective cohesion are $\phi=27^\circ$ and $c=0$, respectively. Then various time-dependent tests such as creep and stress relaxation were performed under monotonic and periodic loading conditions [16].

In order to determine the parameters of the model, results of axisymmetric triaxial tests with the strain rate of 1%

were used. Based on the obtained values of parameters and without change in them, different tests including creep, stress relaxation in monotonic and non-monotonic paths, were simulated and compared with the results of experimentation. An example of model validation is presented in Figure 1. This is related to the undrained creep test with different applied constant deviatoric stress and generation of excess pore water pressure during the time. As seen from this Figure, the results of the simulation are in agreement with those of experimentation.

4- Conclusion

An elastoplastic-viscoplastic model was implemented successfully through the UMAT subroutine in ABAQUS/Explicit code. This model presented a new solution to resolve the existing limitations in many elasto-viscoplastic models based on Perynza overstress with introducing a viscous hardening mechanism with the kinematic nature. By installing this model, many time-dependent problems in geotechnical engineering can be modeled in the ABAQUS code. The results of model validation on laboratory paths indicate a very good capacity of the model in describing the time-depending behavior of soils.

References

- [1] A. Casagrande, W. Shannon, Strength of soils under dynamic loads, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 114(1) (1949) 755-772.
- [2] H. Seed, R. Lundgren, Investigation of the effect of transient loadings on the strength and deformation characteristics of saturated sands, *Proceedings of the ASTM*, *Proceedings of the ASTM(54)* (1954) 1288-1306.
- [3] W. Heierli, Inelastic wave propagation in soil columns, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 88(6) (1962) 33-63.
- [4] A. Chegenizadeh, M. Keramatikerman, H. Nikraz, Effect of loading strain rate on creep and stress-relaxation characteristics of sandy silt, *Results in Engineering*, 7

- (2020) 100143.
- [5] K.-H. Park, C.-K. Chung, Y.-H. Jung, State-dependent volume change during creep in engineered silty sand, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 145(6) (2019) 04019020.
- [6] P. Perzyna, Fundamental problems in viscoplasticity, in: *Advances in applied mechanics*, Elsevier, 1966, pp. 243-377.
- [7] Y. Dafalias, A novel bounding surface constitutive law for the monotonic and cyclic hardening response of metals, in: *Structural mechanics in reactor technology*. Vol. L, 1981.
- [8] H. Ghiabi, A. Selvadurai, Time-dependent mechanical behavior of a granular medium used in laboratory investigations, *International Journal of Geomechanics*, 9(1) (2009) 1-8.
- [9] Y.-P. Yao, L.-M. Kong, A.-N. Zhou, J.-H. Yin, Time-dependent unified hardening model: three-dimensional elastoviscoplastic constitutive model for clays, *Journal of Engineering Mechanics*, 141(6) (2015) 04014162.
- [10] M.N. Islam, C. Gnanendran, Elastic-viscoplastic model for clays: Development, validation, and application, *Journal of Engineering Mechanics*, 143(10) (2017) 04017121.
- [11] Y. V.N. Kaliakin, Y.F. Dafalias, Theoretical aspects of the elastoplastic-viscoplastic bounding surface model for cohesive soils, *Soils and foundations*, 30(3) (1990) 11-24.
- [12] B. Cambou, K. Jafari, K. Elamrani, An elastoplastic model for granular material using three yielding mechanism. numerical models in geomechanics. NUMOG III. Proceedings of the 3RD International Symposium Held at Niagara Falls, Canada,
- [13] M. Maleki, B. Cambou, P. Dubujet, Development in modeling cyclic loading of sands based on kinematic hardening, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 33(14) (2009) 1641-1658.
- [14] M. Maleki, P. Dubujet, B. Cambou, Modélisation hiérarchisée du comportement des sols, *Revue Française de génie civil*, 4(7-8) (2000) 895-928.
- [15] M. Maleki, B. Cambou, A cyclic elastoplastic-viscoplastic constitutive model for soils, *Geomechanics and Geoengineering: an International Journal*, 4(3) (2009) 209-220.
- [16] P. Hicher, Experimental study of viscoplastic mechanisms in clay under complex loading, *geotechnique*, 66(8) (2016) 661-669.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

M.H. Bathayian, M. Malaki, *Implementation of an Elastoplastic–Viscoplastic Constitutive Model of Soil in ABAQUS Code and Its Validation on Laboratory Paths*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 54(5) (2022) 403-406.

DOI: 10.22060/ceej.2021.20253.7382





نصب یک مدل رفتاری الاستوپلاستیک - ویسکوپلاستیک خاک در کد ABAQUS و اعتبارسنجی آن بر اساس نتایج آزمایشگاهی

سید محمد هاشم بظهائیان، محمد ملکی*

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران .

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۱۸

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۶/۰۲

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۰۳

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۶/۲۵

کلمات کلیدی:

مدل های رفتاری

الاستوپلاستیک - ویسکوپلاستیک

کد اجزا محدود ABAQUS،

ویسکوزیته در خاک، سخت شوندگی

سینماتیک

خلاصه: تاکنون تلاش های زیادی برای مدل سازی رفتار مکانیکی مصالح خاکی انجام شده است. فرض آن که پیش بینی رفتار خمیری خاک در برخی از مسائل مهندسی ارتباط زیادی با زمان ساخت ندارد باعث مغفول ماندن بعد زمان در بسیاری از مدل های رفتاری در ژئوتکنیک شده است. این در حالی است که خرابی های ناشی از نشست و یا ناپایداری گودبرداری ها و بسیاری مسائل دیگر از این دست به دلیل رفتار خمیری تابع زمان در خاک ها ایجاد می شود. همچنین در برخی پدیده ها همانند انفجار، زلزله و یا تحکیم مسئله زمان به شکل ذاتی مطرح است. از این رو نصب مدل رفتاری تابع زمان در کدهای اجزا محدود که بتواند رفتار تابع زمان سازه ها در مهندسی ژئوتکنیک را به طور مناسبی پیش بینی نماید دارای اهمیت زیادی است. در این پژوهش یک مدل رفتاری الاستوپلاستیک - ویسکوپلاستیک از طریق سابروتین UMAT در کد اجزا محدود ABAQUS نصب شده است. این مدل با در نظر گرفتن رفتار غیر خطی الاستوپلاستیک - ویسکوپلاستیک از طریق مکانیزم - های سخت شوندگی سینماتیک و همسان بخش عمده ای از محدودیت های مدل های رفتاری که تاکنون در کد ABAQUS نصب شده اند را مرتفع می سازد. نتایج حاصل از اعتبارسنجی تحت مسیرهای آزمایشگاهی مانند خزش، آسایش تنش و اثر نرخ حاکی از ظرفیت و قابلیت بالای مدل در پیش بینی رفتار تابع زمان خاک ها است.

۱- مقدمه

حجمی در هنگام خزش هم به صورت اتساعی و هم به صورت انقباضی خواهد بود در حالی که کرنش محوری همواره هم راستا با جهت تنش اعمالی است [۷]. این موضوع در تعریف جهت کرنش های ویسکوپلاستیک می تواند مورد توجه قرار گیرد. همچنین تحقیقات زیاد دیگری در ارتباط با توضیح و تفسیر پدیده های خزش و آسایش تنش در خاک انجام شده است. در این مطالعات از جنبه های بسیار مختلفی نتایج آزمایشگاهی و پدیده های وابسته به زمان در خاک مورد بررسی قرار گرفته است [۹ و ۸].

همزمان با بررسی آزمایشگاهی رفتار تابع زمان خاک توسعه و ارائه مدل های رفتاری جدید جهت پیش بینی این جنبه از رفتار این مصالح انجام پذیرفته است. یکی از روش های پیشنهادی در مدل سازی رفتار تابع زمان مصالح تئوری اضافه تنش پرزینا^۱ است [۱۰]. مدل های رفتاری زیادی تحت عنوان مدل های الاستو-ویسکوپلاستیک تا کنون بر مبنای این تئوری توسعه داده شده است تا بتوانند رفتار تابع زمان مصالح خاکی را مدل سازی نمایند [۱۱-۱۴]. یکی از مهم ترین نکات در این دسته از مدل های رفتاری امکان

در بسیاری از مسائل مهندسی ژئوتکنیک اثر نرخ کرنش بارگذاری بر رفتار تابع زمان مصالح خاکی موثر است. تاکنون تحقیقات بسیاری برای بررسی اثر نرخ کرنش بر مقاومت و یا دیگر ویژگی های مصالح خاکی انجام شده است [۲ و ۱]. در بین این جنبه های رفتاری یکی از مهم ترین آن ها افزایش مقاومت و مدول الاستیسیته همسو با افزایش نرخ کرنش می باشد [۳]. تحقیقات نشان داده است که با اعمال شرایط خزش و یا آسایش تنش رفتار خاک نسبت به حالتی که تحت این شرایط قرار نگرفته باشد متراکم تر شده و رفتار تابع زمان آن محدودتر می شود [۴]. همچنین با افزایش نرخ کرنش اولیه بارگذاری، خزش یا آسایش تنش منجر به خرد شدن بیشتر دانه های خاک در نمونه ها شده است [۵]. نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که با افزایش سطح تنش در آزمایش خزش نرخ کرنش حجمی اولیه در مصالح خاکی نیز افزایش می یابد و به عبارت دیگر نمونه خاک با سرعت بیشتری وارد مرحله خزشی می شود [۶]. همچنین مطالعات نشان داده که کرنش

1 Perzyna overstress

* نویسنده عهده دار مکاتبات: Maleki@basu.ac.ir



پیشی گرفتن نقطه تنش در فضای تنش‌ها از سطح تسلیم وجود دارد که این موضوع با اصول ترمودینامیک در تناقض است. یعنی شرط سازگاری رعایت نمی‌شود. به عبارت دیگر گسیختگی پلاستیک مصالح قابل توصیف نیست. از طرفی رفتار تحت بار سریع الاستوپلاستیک است تا الاستیک.

بر این اساس محققین تلاش‌هایی در جهت ارائه مدل‌هایی سازگار با اصول ترمودینامیک کرده‌اند. در این میان استفاده از مفهوم سطح مرزی^۱ یکی از توسعه‌های انجام شده در جهت پیش بینی رفتار تابع زمان خاک‌ها می‌باشد که توسط دافالیاس و کالیاکین [۱۶ و ۱۵] ارائه گردیده است. یکی از پرکاربردترین روش‌های رفع مشکل اضافه تنش در ارضا شرایط سازگاری تعریف یک پارامتر وابسته به موقعیت تنش است. این بدان معناست که نقطه وضعیت تنش برای مدل‌سازی سطح تسلیم اهمیت پیدا می‌کند و معنای فیزیکی خاصی ندارد تا منجر به نقض شرایط سازگاری شود [۱۸ و ۱۷]. همچنین بر همین مبنا مقالاتی ارائه شده است که قادر است خزش مرحله سوم را که منجر به خرابی مصالح می‌شود مدل‌سازی نماید [۲۰ و ۱۹]. همچنین تاکنون تلاش‌های فراوانی برای توسعه مدل‌های سطح مرزی در جهت بهبود نتایج تابع زمان مدل در خاک‌های مختلف انجام پذیرفته است که از جمله آن‌ها می‌توان به توسعه یک مدل ویسکوپلاستیک بر مبنای مفهوم سطح مرزی با یک سطح تسلیم دوکی شکل و وابستگی سطح تسلیم به نرخ بارگذاری در خاک رسی اشاره کرد [۲۱]. همچنین توسعه یک مدل دیگر با استفاده از مفهوم سطح مرزی برای مدل‌سازی خاک ماسه‌ای تحت نرخ کرنش‌های بالا انجام شده است [۲۲]. یکی از توسعه‌های انجام شده در مدل‌های سطح مرزی تعریف سطح تاریخچه بارگذاری جهت مدل‌سازی رفتار تابع زمان رس‌های بیش تحکیم یافته می‌باشد [۲۳]. همچنین با استفاده از مفهوم سطح تاریخچه بارگذاری و روش مدل‌سازی منظری و دافالیاس [۲۴] در خاک‌های ماسه‌ای، رفتار تابع زمان این خاک‌ها تحت بارگذاری‌های متناوب پیچیده و پدیده روانگرایی در شرایط زهکشی نشده در این خاک‌ها مدل‌سازی شده است [۲۵]. همچنین از دیگر جنبه‌های توسعه مدل‌های سطح مرزی اصلاح این مدل‌ها جهت مدل‌سازی رفتار ناهمسان در خاک‌ها است [۲۶]. در اعتباربخشی برخی از پژوهش‌های انجام شده در مدل‌های سطح مرزی از کد اجزاء محدود ABAQUS برای نصب و اعتباربخشی مدل رفتاری استفاده شده است [۲۷].

یکی از مدل‌های رفتاری الاستوپلاستیک - ویسکوپلاستیک که روشی جدید برای مدل‌سازی رفتار تابع زمان در خاک‌ها ارائه داده است مدلی بر

1 Bounding surface

پایه مدل رفتاری CJS است [۲۸]. در این مدل نیز همانند بسیاری از مدل‌های ویسکوز قسمت تابع زمان مدل به بخش پایه مدل CJS اضافه شده است. از این رو در این پژوهش مدل CJS جهت نصب در کد اجزاء محدود ABAQUS مورد توجه قرار گرفته است. در این مدل رفتاری افزودن یک مکانیزم ویسکوپلاستیک باعث ساخت مجدد مدل اولیه به صورت وابسته به زمان شده و با اصلاح مدول سخت شوندهگی در مدل و افزودن پارامتر ویسکوز به آن جنبه‌های رفتاری تابع زمان در مدل گنجانده شده است. همچنین تعریف یک سطح ویسکوز در فضای تنش‌ها با سخت شوندهگی سینماتیک در این مدل منجر به بی‌نیازی از تئوری کلاسیک اضافه تنش پزینا شده است. وجود یک سطح ویسکوز به صورت جداگانه از سطح تسلیم امکان مدل‌سازی خرابی مصالح در بارگذاری‌های شبه استاتیکی با زمان بارگذاری بسیار کوتاه را در این مدل فراهم نموده است. بنابراین در این مدل در بارگذاری‌های سریع نیز امکان تولید کرنش‌های پلاستیک وجود دارد. همچنین روابط کرنش حجمی ویسکوپلاستیک به نحوی که مدل‌سازی هر دو حالت کرنش انقباضی یا انبساطی در آن امکان پذیر باشد در مدل گنجانده شده است در حالی که کرنش‌های خزشی همواره هم جهت با بار اعمالی می‌باشند.

۲- تشریح مدل

شکل اولیه CJS به صورت الاستوپلاستیک اول بار توسط کامبو^۲ و جعفری ارائه شده است [۲۹]. در ادامه توسعه این مدل برای در نظر گرفتن جنبه‌های دیگر رفتار خاک‌ها به خصوص رفتار تحت بارگذاری‌های سیکلی و رفتار تابع زمان توسط ملکی و همکاران [۳۱ و ۳۰] صورت گرفته است. نسخه تابع زمان مدل با اضافه کردن یک مکانیزم ویسکوپلاستیک به مدل الاستوپلاستیک پایه حاصل شده است [۲۸]. در مکانیزم ویسکوپلاستیک یک سطح ویسکوز در نظر گرفته شده که حرکتش بر مبنای یک قانون سخت شوندهگی ویسکوز سینماتیک کنترل می‌شود. سطح ویسکوز همواره به سمت سطح تسلیم در مکانیزم الاستوپلاستیک حرکت می‌کند و فاصله بین این دو سطح مبنای شدت کرنش ویسکوپلاستیک است. هر چه فاصله دو سطح بیشتر باشد شدت کرنش ویسکوپلاستیک بیشتر است و وقتی دو سطح به هم برسند نرخ کرنش ویسکوپلاستیک صفر خواهد شد. با حفظ مکانیزم الاستوپلاستیک هم گسیختگی پلاستیک مدل شده و هم در بارگذاری سریع و لحظه‌ای جواب مدل الاستیک و پلاستیک خواهد بود. از طرفی با توجه به

2 Cambou

$$G = G_0^e \left(\frac{I_1}{3p_a} \right)^n \quad (4)$$

که در آن K_0^e و G_0^e و n پارامترهای مدل بوده و p_a فشار مینا معادل با ۱۰۰ کیلو پاسکال است.

۲-۱-۲- قسمت پلاستیک همسان

سطح تسلیم مدل در مکانیسم پلاستیک همسان به صورت یک صفحه عمود بر محور هیدرو استاتیک تعریف می‌شود که از رابطه زیر تبعیت می‌نماید.

$$f^i(I_1, Q) = \frac{I_1}{3} - Q = 0 \quad (5)$$

تغییر در موقعیت سطح تسلیم از طریق قانون سخت شوندهگی به شکل زیر می‌باشد.

$$\dot{Q} = K_p \dot{q} = K_0^p \left(\frac{Q}{p_a} \right)^n \dot{q} \quad (6)$$

که در آن با توجه به در نظرگیری قانون جریان متحد تغییر در q به صورت زیر است.

$$\dot{q} = -\lambda^i \frac{\partial f^i}{\partial Q} = \lambda^i = \dot{\varepsilon}_v^{pi} \quad (7)$$

K_0^p تنها پارامتر این مکانیسم تحت عنوان مدول حجمی پلاستیک است.

۲-۱-۳- قسمت پلاستیک انحرافی

سطح تسلیم پلاستیک در مکانیسم انحرافی به صورت رابطه (۸) تعریف می‌شود.

طبیعت سخت شوندهگی در هر دو مکانیسم که از نوع سینماتیک است رفتار تابع زمان طی بارگذاری‌های سیکلی هم قابل توصیف خواهد بود.

جزء کرنش کل ایجاد شده در مدل به صورت رابطه زیر می‌باشد که شامل سه قسمت اصلی الاستیک، پلاستیک و ویسکوپلاستیک است.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \quad (1)$$

۲-۱- قسمت الاستوپلاستیک (مدل پایه)

قسمت الاستوپلاستیک مدل دارای یک مکانیسم الاستیک غیرخطی و دو مکانیسم پلاستیک همسان و انحرافی است. الاستیک غیر خطی مدل تابعی از تنش محصور کننده است که با افزایش تنش مدول‌های الاستیک نیز افزایش می‌یابد. در مکانیسم پلاستیک همسان سطح تسلیم یک صفحه عمود بر محور هیدروستاتیک است که توسط یک سخت شوندهگی همسان حرکت می‌کند، در حالی که در مکانیسم پلاستیک انحرافی سطح تسلیم شکل نامتقارن و قابل تغییر متناسب با رفتار خاک‌های مختلف است. این سطح حرکتش توسط یک قانون سخت شوندهگی ترکیبی همسان و سینماتیک کنترل می‌شود. مکانیسم پلاستیک مجزا و قانون جریان مستقل هستند. قانون جریان در مکانیسم پلاستیک همسان متحد و در مکانیسم انحرافی به صورت غیرمتحد می‌باشد.

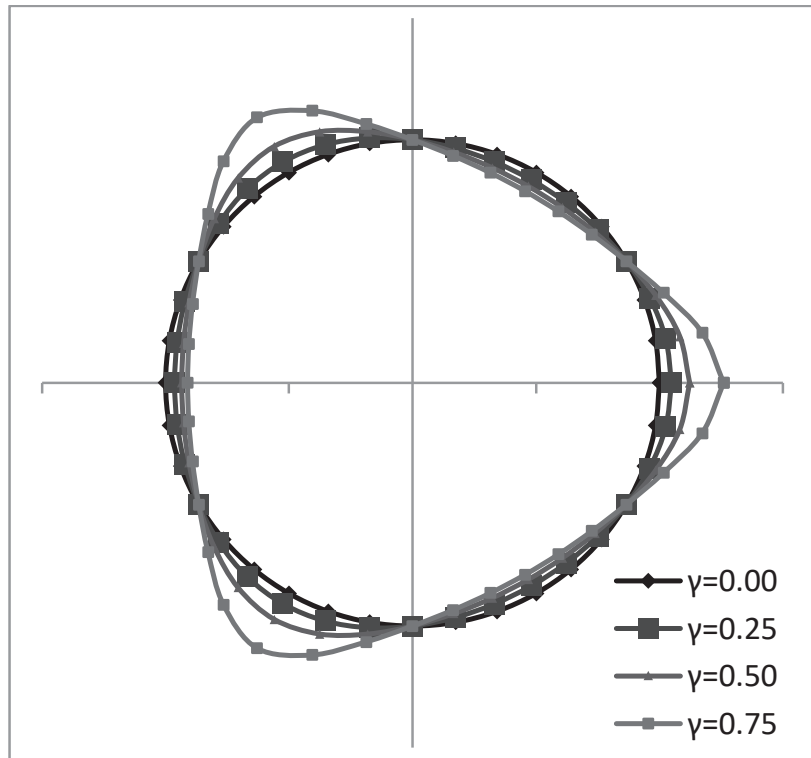
۲-۱-۱- قسمت الاستیک

جزء کرنش الاستیک در مدل در حالت کلی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G} + \frac{\dot{I}_{ij}}{9K} \delta_{ij} \quad (2)$$

که در آن $\dot{I}_1 = \dot{\sigma}_{kk}$ و $\dot{s}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} \delta_{ij}$ همچنین مدول بالک (K) و مدول برشی (G) به منظور غیرخطی کردن رفتار غیر الاستیک از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$K = K_0^e \left(\frac{I_1}{3p_a} \right)^n \quad (3)$$



شکل ۱. اثر پارامتر γ بر شکل سطح تسلیم مدل

Fig. 1. Effect of parameter γ on yield surface

که در آن R_m و A دو پارامتر ثابت در مدل هستند و Γ متغیر داخلی متحد با R است که بر اساس قانون ترمودینامیک به صورت زیر تعریف شده است.

$$R = \frac{AR_m r}{Ar + R_m} \quad (10)$$

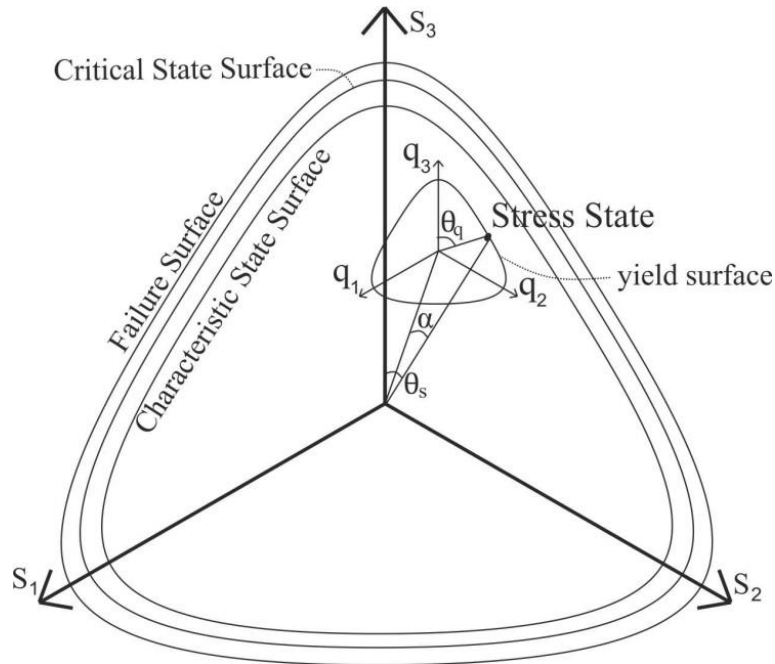
در این رابطه λ^d ضریب خمیری در قانون جریان مکانیزم انحرافی است و همچنین $\chi = \left(\frac{I_1}{3p_a}\right)^{-1.2}$ است. از طرفی قانون سخت شوندگی سینماتیک حاکم بر مدل که منجر به حرکت مرکز سطح تسلیم مدل می‌باشد به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{X}_{ij} = \frac{\lambda^d}{b} I_1 (Q_{ij} - \varphi X_{ij}) \chi \quad (11)$$

$$\dot{q} = -\lambda^i \frac{\partial f^i}{\partial Q} = \lambda^i = \dot{\varepsilon}_v^{pi} \quad (8)$$

که در آن $h(\theta_q) = (1 - \gamma \cos 3\theta_q)^{1/6}$ و $q_{II} = \sqrt{q_{ij} q_{ij}}$ ، $q_{ij} = S_{ij} - I_1 X_{ij}$ در این روابط X_{ij} تانسور مرکز سطح تسلیم پلاستیک انحرافی در فضای تنش‌هاست. همچنین θ_q زاویه لود در مختصات q_i می‌باشد. پارامتر γ شکل سطح تسلیم را بین یک دایره و یک سه ضلعی با گوشه‌های منحنی شکل تغییر می‌دهد که می‌تواند بسته به نوع خاک و وضعیت زهکشی تغییر نماید (شکل ۱). پارامتر سخت شوندگی همسان R که شعاع متوسط سطح تسلیم را مشخص می‌نماید به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$f^d(\sigma_{ij}, X_{kl}) = q_{II} h(\theta_q) - RI_1 = 0 \quad (9)$$



شکل ۲. نحوه محاسبه سطوح تسلیم، مشخصه، بحرانی و گسیختگی در مدل

Fig.2. Yield, characteristic state, critical state and failure surfaces in deviatoric stress plane

در این رابطه p_{cr0} و C دو پارامتر ثابت مدل هستند که p_{cr0} نشانگر تنش متوسط حال بحرانی در حالت اولیه و C معکوس شیب خط حالت بحرانی در پلان $\varepsilon_v^p - p$ می‌باشد. همچنین کرنش حجمی پلاستیک است. با توجه به تعریف حالت خرابی در مدل سطح تسلیم گسیختگی و نیز سطح تسلیم بحرانی در مدل به صورت روابط (۱۴ و ۱۵) تعریف خواهند شد.

$$f^r(\sigma_{ij}, X_{kl}) = S_{II} h(\theta_s) - R_r I_1 = 0 \quad (14)$$

$$f^{cr}(\sigma_{ij}, X_{kl}) = S_{II} h(\theta_s) - R_{cr} I_1 = 0 \quad (15)$$

از طرفی پارامتر φ در حالت حدی خرابی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\varphi = \varphi_0 h(\theta_s) Q_{II} \quad (16)$$

پارامتر b برابر با $b = b_m (1 + 9\alpha_m)$ است که تعیین کننده میزان انحنای نمودار تنش-کرنش است. φ یک تابع عددی است که بزرگی آن تابع پارامترهای گسیختگی در مصالح است. همچنین نرمال بر سطح تسلیم انحرافی مدل در محل برخورد تنش با سطح تسلیم انحرافی است. b_m یک پارامتر ثابت مدل بوده و $\alpha_m = \left(\frac{R_{me}}{R_{cr}}\right)^{-1.2}$ می‌باشد که در آن $R_{me} = \frac{S_{II} h(\theta_s)}{I_1}$ و نیز $h(\theta_s) = (1 - \gamma \cos 3\theta_s)^{1/6}$ و θ_s زاویه لود در فضای تنش‌های انحرافی (S_i) می‌باشد. در این مدل وضعیت تنش گسیختگی در خاک نسبت به خط حالت بحرانی به شکل زیر تعریف شده است.

$$R_r = R_{cr} + \mu \ln\left(\frac{3p_{cr}}{I_1}\right) \quad (12)$$

که در آن R_{cr} و μ دو پارامتر مدل هستند و p_{cr} تنش محصور کننده در حالت بحرانی است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$p_{cr} = p_{cr0} \exp(c \varepsilon_v^p) \quad (13)$$

$$\varepsilon_{ij}^{dp} \delta_{ij} - \beta \left(\frac{S_{II}}{S_{II}^c} - 1 \right) \frac{\text{sign}(S_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{dp})}{S_{II}} = \varepsilon_{ij}^{dp} n_{ij} = 0 \quad (21)$$

که در رابطه اخیر n_{ij} تانسور مماس بر سطح پتانسیل پلاستیک است و با توجه به رابطه (۲۱) به دست می‌آید.

$$n_{ij} = \frac{\beta' \frac{S_{ij}}{S_{II}} - \delta_{ij}}{\sqrt{\beta'^2 + 3}} \quad (22)$$

که $\beta' = \beta \left(\frac{S_{II}}{S_{II}^c} - 1 \right) \text{sign}(S_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{dp})$ و تابع Sign تابع علامت است که در صورت مثبت بودن مقادیر آن برابر با ۱ و در صورت منفی بودن برابر -۱ است. بنابراین گرادینان تابع پتانسیل پلاستیک به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} - \left(\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} n_{kl} \right) n_{ij} \quad (23)$$

۲-۳- مکانیزم ویسکوپلاستیک

مکانیزم ویسکوپلاستیک مدل همانند بدنه اصلی مدل شامل دو بخش انحرافی و همسان است. مکانیزم سخت شوندهگی سینماتیک حاکم بر بخش انحرافی مدل در بخش ویسکوپلاستیک وابسته به متغیر d_{ij} می‌باشد که در واقع تانسور بیان کننده فاصله بین وضعیت تنش و نقطه مرکز سطح ویسکوز است.

$$d_{ij} = X_{ij} - X_{ij}^v \quad (24)$$

چنانچه در شکل ۳ مشخص شده است این فاصله می‌تواند از رابطه زیر نیز محاسبه شود.

$$d_{ij} = \frac{S_{ij}}{I_1} - X_{ij}^v \quad (25)$$

که در آن $Q_{II} = \sqrt{Q_{ij} Q_{ij}}$ می‌باشد. همچنین پارامتر φ_0 با توجه به شکل ۲ و نحوه قرارگیری موقعیت مرکز سطح تسلیم و موقعیت تنش به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد.

$$\varphi_0 = \frac{\cos(\alpha)}{R_r - \frac{h(\theta_s)}{h(\theta_q)} R_m \cos(\theta_s - \theta_q)} \quad (17)$$

۲-۲- قانون جریان

قانون جریان در مکانیزم انحرافی در مدل به صورت غیرمتحد تعریف شده است. در این حالت جزء کرنش پلاستیک انحرافی با رابطه (۱۸) به دست می‌آید.

$$\varepsilon_{ij}^{dp} = \lambda^d \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (18)$$

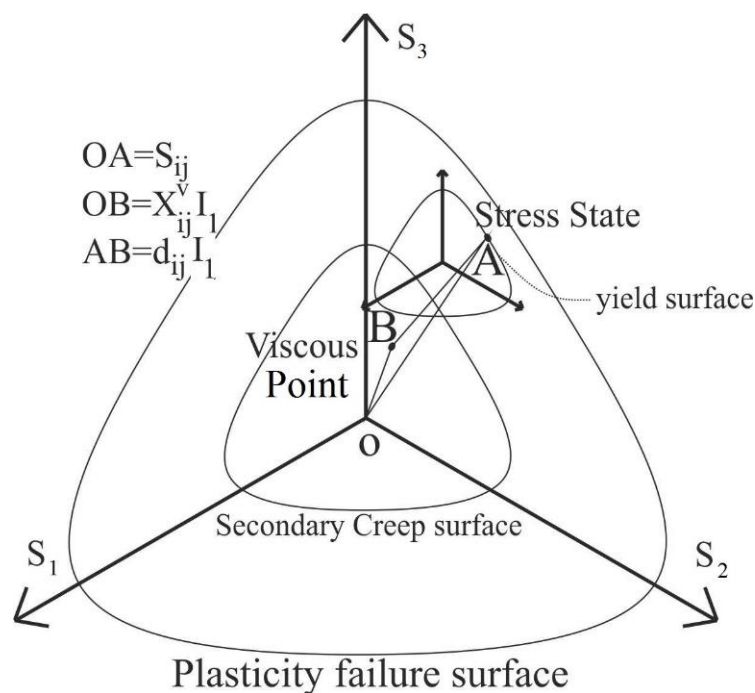
برای تعریف سطح تسلیم غیر متحد G بر اساس رفتار تغییر حجم برشی خاک‌ها از رابطه زیر استفاده شده است.

$$\varepsilon_v^{dp} = \beta \left(\frac{S_{II}}{S_{II}^c} - 1 \right) \frac{|S_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{dp}|}{S_{II}} \quad (19)$$

که در آن β یک پارامتر ثابت در مدل است که همواره عددی کمتر یا مساوی صفر می‌باشد. همچنین S_{II}^c به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود که نشانگر سطح مشخصه است که با عبور تنش از سطح تسلیم مشخصه کرنش حجمی وضعیت اتساعی پیدا می‌کند.

$$S_{II}^c = \frac{R_c I_1}{h(\theta_s)} \quad (20)$$

که در آن R_c یکی از پارامترهای مدل است و معمولاً برابر با R_{cr} می‌باشد. بنابراین با توجه به رابطه (۱۸) خواهیم داشت.



شکل ۳. سطوح خرابی و خزش ثانویه در فضای تنش ها

Fig. 3. Failure and secondary creep surfaces in deviatoric stress plane

که در آن ω یک پارامتر مدل است که همواره عددی بزرگتر و یا مساوی با یک می‌باشد. همچنین $X_{ij}^v = \sqrt{X_{ij}^v X_{ij}^v}$ و $X_{II \text{ lim}} = \frac{1}{\omega h(\theta_s)}$ است. با توجه به رابطه (۱۴) و با توجه به مرحله خرابی مصالح می‌توان این رابطه را به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$L = \frac{R_r - R_m}{\omega h(\theta_s)} - X_{II}^v \quad (28)$$

در این رابطه تابع L مبین یک سطح تحت عنوان سطح خزش ثانویه است. وقتی نقطه ویسکوز به این سطح برسد جزء سخت شونده ویسکوز صفر شده و منحنی تغییرات کرنش ویسکوپلاستیک به شکل خط با شیب ثابت در خواهد آمد.

همانطور که در شکل ۳ نیز نمایش داده شده است می‌توان رابطه سطح خزش ثانویه را به صورت زیر بیان کرد.

$$f^s(\sigma_{ij}, X_{kl}) = S_{II} h(\theta_s) - R_s I_1 = 0 \quad (29)$$

که در آن X_{ij}^v موقعیت نقطه ویسکوز است نسبت به مرکز مختصات S_1 است. در نسخه حاضر مدل به جای سطح ویسکوز صرفاً مرکز آن تحت عنوان نقطه ویسکوز استفاده می‌شود. جزء تغییرات نقطه ویسکوز در مدل با طبیعت سینماتیک از رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود.

$$\dot{X}_{ij}^v = \rho \psi L I_1 \chi d_{ij} \quad (26)$$

که در آن ρ یک پارامتر ثابت در مدل است که شدت تغییر شکل‌های ویسکوز را کنترل می‌کند و ψ در حقیقت بیانگر مدول سخت شونده در مکانیزم ویسکوز است که با رابطه $\psi = d_{II}^2$ بیان شده است. همچنین تابع L جهت مدل‌سازی خزش مرحله دوم به مدل اضافه شده است. این تابع با کاهش فاصله d_{ij} در مدل منجر به تغییر انحنای سخت شونده از سهمی به خطی می‌شود و به این طریق خزش مرحله دوم در مدل را مدل‌سازی می‌نماید. این تابع به صورت رابطه (۲۷) تعریف شده است.

$$L = \frac{X_{II \text{ lim}}}{\omega} - X_{II}^v \quad (27)$$

که در آن η_v یکی از پارامترهای مدل است و $(c_v \varepsilon_v^{vi})$ $p_c = p_{c0} \exp$ که c_v یک پارامتر دیگر در مدل می‌باشد.

در نهایت نرخ کرنش ویسکوپلاستیک به صورت رابطه زیر در مدل اعمال شده است.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^v = \dot{\varepsilon}_{ij}^{vd} + \frac{\dot{\varepsilon}_{vol}}{3} \delta_{ij} \quad (34)$$

با این رابطه تمامی روابط جهت محاسبه کرنش الاستیک، پلاستیک و ویسکوپلاستیک در مدل ارائه شده است.

۳- الگوریتم محاسبه مدل UMAT

در برنامه نوشته شده جهت بیان روابط مدل در کد اجزا محدود ABAQUS/Standard از سابروتین UMAT استفاده شده است. برای این منظور بر اساس پیش فرض‌های برنامه (UMAT) کد نویسی به صورت کرنش کنترل نوشته شده است اما ماتریس DDSDDDE برای تعریف رابطه بین جزء تنش به جزء کرنش در برنامه گنجانده شده است. کد اجزا محدود ABAQUS/Standard پس از ارتباط با برنامه نوشته شده در ساختار UMAT و پس از اعمال مش‌بندی با استفاده از سعی و خطا در همگرایی نتایج به روش implicit در مکانیک محیط‌های پیوسته مسئله را حل می‌نماید. در گام اول با توجه به اعمال جز کرنش در مدل تنش در حالت الاستیک به صورت روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta \sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \Delta \varepsilon_{kk}^e + 2\mu \Delta \varepsilon_{ij}^e \quad (35)$$

$$\lambda = K - \frac{2G}{3}, 2\mu = 2G \quad (36)$$

$$K = K_0^e \left(\frac{\sigma_{kk}}{3p_a} \right)^n, G = G_0^e \left(\frac{\sigma_{kk}}{3p_a} \right)^n \quad (37)$$

از طرفی کرنش‌های ویسکوپلاستیک انحرافی با رابطه (۳۰) محاسبه می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \eta \psi n_{ij}^v \quad (30)$$

که در آن η یک پارامتر ثابت مدل می‌باشد و همچنین بردار جهت کرنش‌های ویسکوپلاستیک به صورت بردار n_{ij}^v تعریف شده است. همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود اگر این مقدار از رابطه $n_{ij}^v = \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}}$ محاسبه شود در برخی از مسائل ممکن است نتایج کرنش ویسکوز هم جهت با موقعیت تنش در فضای تنش‌های S_1 نباشد. بنابراین این بردار به صورت رابطه (۳۱) تعریف شده است. در این حالت نتایج مدل با رفتار فیزیکی مصالح انطباق دارد و همواره نقطه ویسکوز در مدل به دنبال نقطه تنش در فضای تنش‌ها در حال حرکت خواهد بود.

$$n_{ij}^v = \frac{d_{ij}}{d_{II}} \quad (31)$$

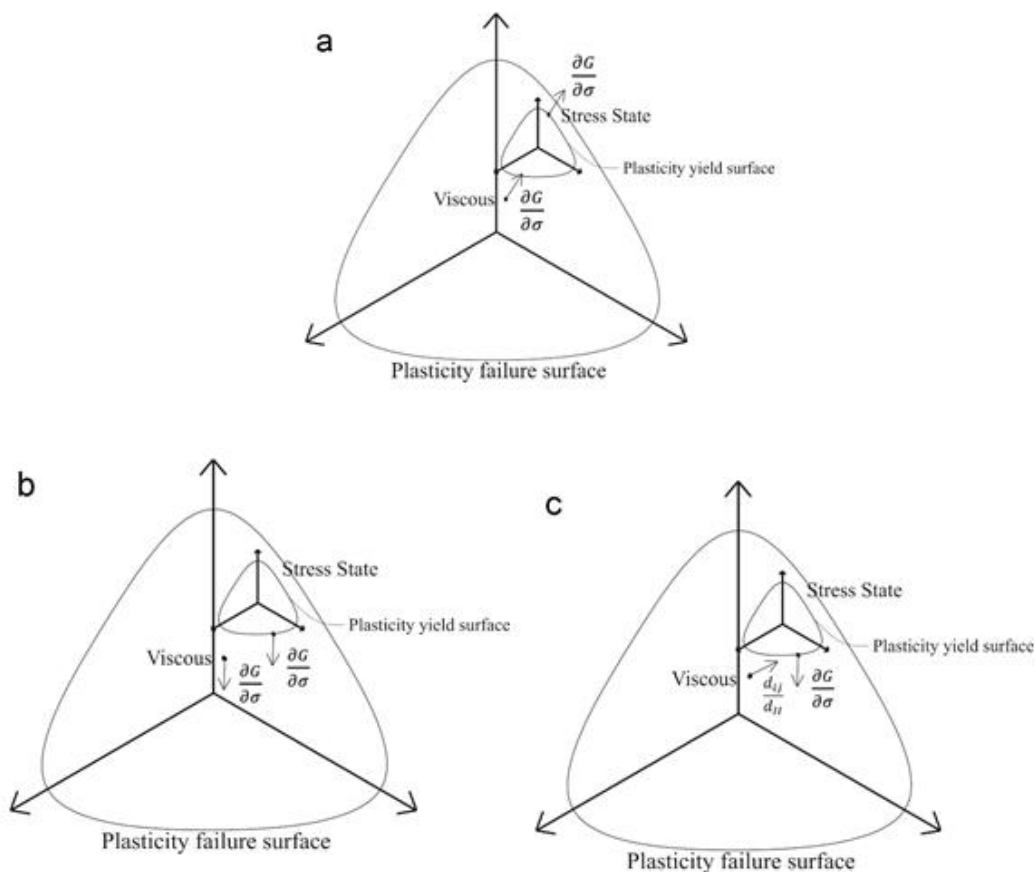
اما با توجه به اینکه کرنش حجمی ویسکوزپلاستیک می‌تواند هم به صورت انقباضی و هم انبساطی باشد [۷]. نرخ کرنش حجمی به صورت زیر تعریف شده است.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} + \dot{\varepsilon}_v^{vp} \delta_{ij} \quad (32)$$

که در آن $\dot{\varepsilon}_v^{vp} = \eta \psi \frac{\partial G^v}{\partial \sigma_{kk}}$ جهت سهولت $G^v = G$ در نظر گرفته شده است. مقدار پارامتر β با پارامتر β^v متفاوت است اما در مدل حاضر به دلیل اثر کم این پارامتر در نتایج نهایی و کاهش پارامترهای مدل این دو پارامتر برابر فرض شده است ($\beta = \beta^v$).

مکانیزم همسان کرنش‌های ویسکوپلاستیک در مدل به صورت رابطه زیر تعریف شده است.

$$\varepsilon_v^{vi} = \eta_v \left(\frac{I_1}{3p_c} - 1 \right)^2 \quad (33)$$



شکل ۴. جهت کرنش ویسکوپلاستیک در فضای تنش ها: شکل (a) در بیشتر موارد هم جهت بودن هر دو کرنش پلاستیک و ویسکوپلاستیک فرض مناسبی است. شکل (b) اما در برخی موارد این موضوع باعث ایجاد خطا در نتایج مدل می شود. شکل (c) بهترین حالت زمانی است که جهت کرنش ویسکوپلاستیک همواره به سمت موقعیت تنش باشد.

Fig. 4. The direction of viscoplastic strain in the deviatoric stress plane: (a) In most cases, both of plastic and viscoplastic strains have the same direction. (b) But in some cases this causes an error in the model results. (c) The best case is that direction of viscoplastic strain is always towards the stress position

$$q_{II} = S_{II} - I_1 X_{II}, h(\theta_q) = (1 - \gamma \cos 3\theta_q)^{1/6},$$

$$\cos 3\theta_q = \frac{\sqrt{54}q_{III}}{q_{II}^2}, q_{III} = \det(q_{ij}) \quad (39)$$

سپس ماتریس DDSDE با توجه به رابطه بین جزء تنش و کرنش

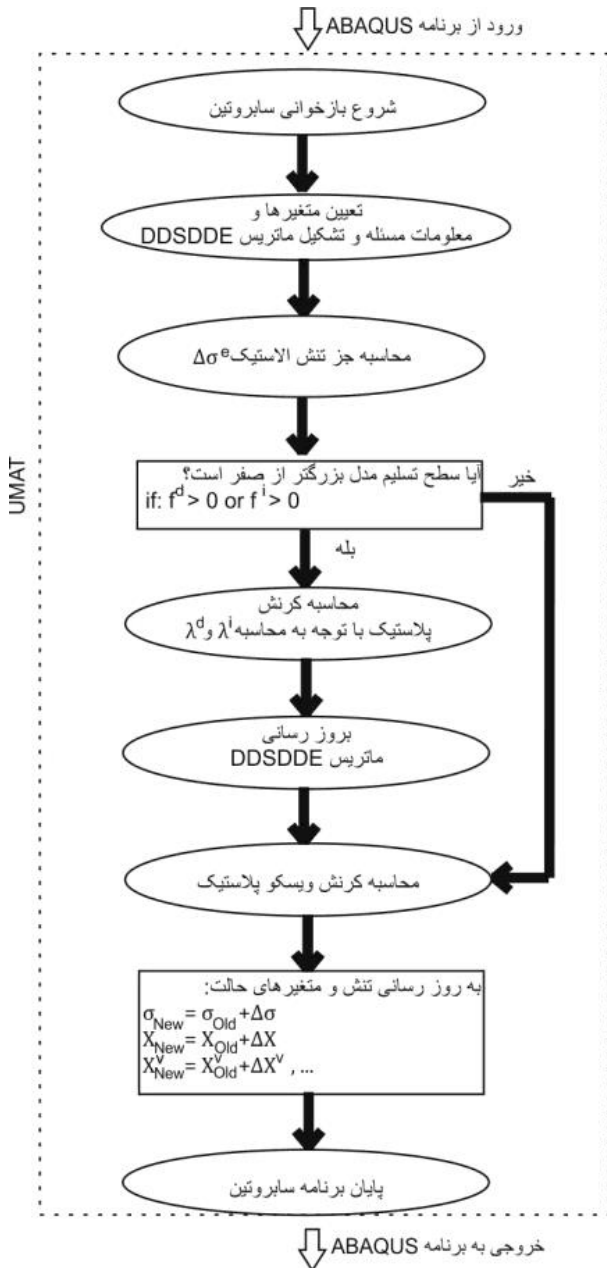
به صورت رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\Delta \sigma_{ij}^{n+1} = \left[D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqkl}^e}{-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnpq}^e} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{pq}} \right] \Delta \varepsilon_{kl}^{n+1} \quad (40)$$

مقادیر به دست آمده به عنوان گام اولیه در پیش بینی تنش در سایر روابط مدل استفاده می شود. سپس دیگر پارامترهای مورد نیاز مدل مانند S_{ij} ، S_{II} ، S_{III} ، q_{II} ، q_{III} ، $h(\theta_s)$ و $h(\theta_q)$ محاسبه می شوند. با داشتن پارامترهای تنش سطح تسلیم مدل محاسبه و بررسی می شود تا تسلیم یا عدم تسلیم مصالح مشخص گردد. برای این منظور رابطه زیر می بایست محاسبه شود.

$$f^d(\sigma_{ij}, X_{kl}) = q_{II} h(\theta_q) - R_m I_1 = 0 \quad (38)$$

که در آن داریم:



شکل ۵. فلوجارت کار کرد سابروتین UMAT در کد ABAQUS

Fig. 5. UMAT subroutine Flowchart in ABAQUS code

۴- شناسایی پارامترهای مدل

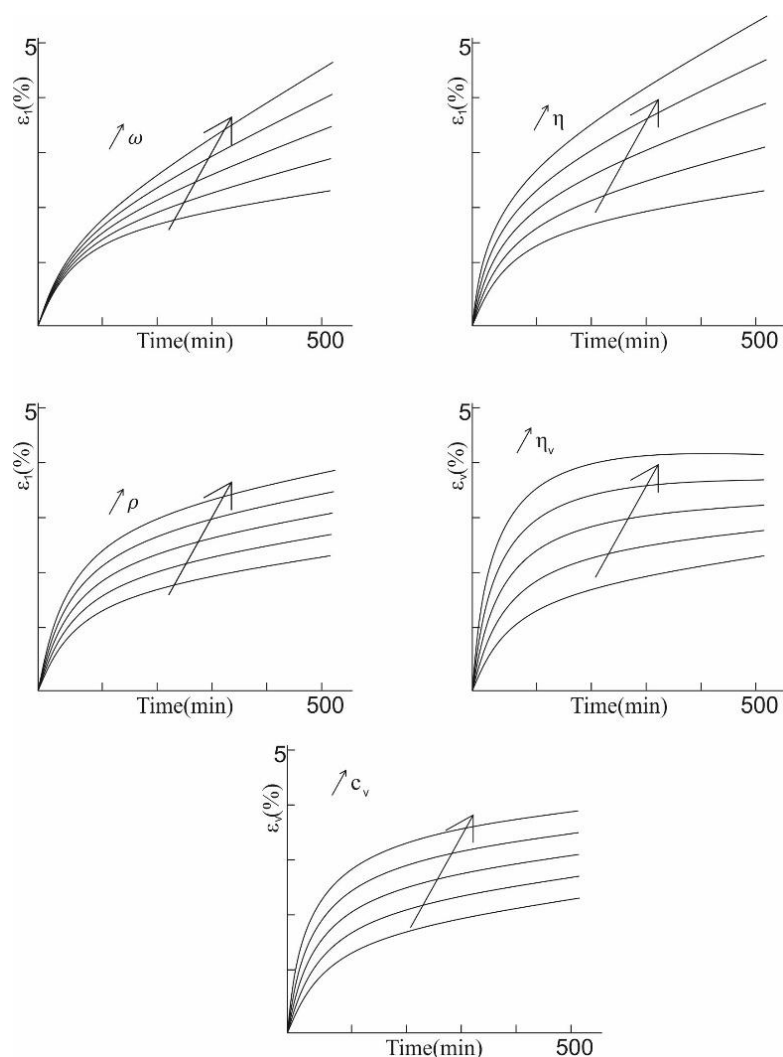
مدل در مجموع شامل ۱۸ پارامتر است که از آن جمله ۱۳ پارامتر مربوط به مدل الاستوپلاستیک پایه است و ۵ مورد باقی مانده پارامترهایی هستند که بخش ویسکوپلاستیک مدل را تشکیل می‌دهند. نحوه محاسبه پارامترهای الاستوپلاستیک مدل در [۲۸] تشریح شده است که به همین دلیل در این قسمت اشاره‌ای به آن نمی‌شود.

که در آن D_{ijkl}^e همان ماتریس الاستیک است که با توجه به روابط ۳۷ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$D_{ijkl}^e = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (41)$$

اگر سطح تسلیم $f^d(\sigma_{ij}, X_{kl})$ بزرگ‌تر از صفر باشد به معنی فعال شدن مکانیزم پلاستیک است و در غیر این صورت با به روزرسانی تنش و متغیرهای حالت (SDVs) در مدل محاسبات به پایان می‌رسد. اما در صورت فعال شدن مکانیزم پلاستیک ابتدا ضریب λ در مدل محاسبه خواهد شد. با توجه به این ضریب رابطه بین جزء تنش و کرنش در مدل محاسبه شده و متغیرها (تنش و یا کرنش) در مسئله مورد نظر توسط برنامه محاسبه می‌شود [۳۲].

با داشتن جزء تغییرات زمان پارامترهای d_{ij} و d_{II} محاسبه شده و در ادامه کرنش ویسکوپلاستیک که تابع تغییرات زمان می‌باشد به صورت $\Delta \varepsilon_{ij}^{vp} = \eta \nu \frac{d_{ij}}{d_{II}} \Delta t$ محاسبه می‌شود. در رابطه اخیر جزء زمان در ابتدای گام بارگذاری بر اساس مقدار اولیه در برنامه اعمال می‌شود و گام اول در مدل محاسبه می‌شود. سپس با توجه به همگرایی یا واگرایی نتایج برنامه در این گام در گام بعدی ابتدا بر اساس حداکثر گام زمانی پیشنهادی کاربر روند حل را به صورت پیشرو آغاز می‌نماید. در صورت عدم همگرایی نتایج گام زمانی را کاهش می‌دهد و این روند را تارسیدن به حداقل گام زمانی که در حدود ۰/۰۰۱ کل زمان آزمایش فرض شده است ادامه می‌دهد [۲۴]. در نهایت تعداد گام‌های حل مسئله نیز در هر بازه زمانی نباید به بیش از مقدار تعیین شده به عنوان حداکثر تعداد گام‌ها بیشتر شود که این تعداد به پیشنهاد خود برنامه در مسائل ساده ۱۰۰ در نظر گرفته شده است. در آخر متغیرهای حالت در مدل به روزرسانی می‌شوند. همین روش محاسبه در مورد سطح تسلیم همسان در مدل نیز صدق می‌کند. این روند به صورت فلوجارت^۱ در شکل ۵ نمایش داده شده است.



شکل ۶. بررسی اثر پارامترهای ویسکوپلاستیک مدل بر جواب مدل در حالت زهکشی شده

6. Viscoplastic parameters effect on the response of the model in the drained triaxial creep test simulation

پارامترهای ویسکوپلاستیک مدل شامل ω , ρ , η , c_v , η_v می‌باشند که اثر هر یک در مدل در ادامه تشریح شده است. پارامتر ω در حقیقت شعاع سطح خزش ثانویه را تنظیم می‌کند که بعد از عبور تنش از این سطح رفتار کرنش - زمان مدل به صورت خطی خواهد بود. در صورتی که $\omega=1$ باشد هیچ خزش ثانویه‌ای در مدل اتفاق نخواهد افتاد اما با افزایش این پارامتر شیب نمودار کرنش - زمان نیز افزایش یافته و نمودار خزش از شکل سهمی به خطی تغییر شکل می‌دهد. پارامتر ρ شیب منحنی خزش را افزایش می‌دهد زیرا با افزایش آن نرخ حرکت نقطه ویسکوزیته نیز افزایش می‌یابد و بنابراین در یک زمان ثابت کرنش ویسکوپلاستیک بیشتری تولید می‌نماید.

پارامتر دیگر پارامتر η است که عملکرد مشابه با پارامتر ρ دارد، با این تفاوت که با افزایش آن مستقیماً نرخ تولید کرنش ویسکوپلاستیک افزایش می‌یابد. دو پارامتر دیگر یعنی η_v و c_v در حقیقت بیشتر بر کرنش حجمی ویسکوپلاستیک موثر هستند که از این بین افزایش c_v موجب افزایش مقادیر کرنش حجمی به صورت پله‌ای می‌شود در حالی که η_v چندان باعث افزایش مقدار کرنش حجمی نهایی مدل نمی‌شود بلکه شیب رسیدن نمودار را به حالت نهایی افزایش می‌دهد. برای تشریح بهتر این ۵ پارامتر مدل، شکل ۶ با توجه به پارامترهای اعتباربخشی مدل در جدول ۱ در ۵ گام متوالی در حالت زهکشی شده محاسبه و ترسیم شده است.

جدول ۱. پارامترهای مدل جهت استفاده در اعتباربخشی های انجام شده

Table 1. Model parameters for use in validations

پارامترهای مدل	مقادیر استفاده شده در تحلیل ها
$A(kPa^{-1})$	۱/۶۵
$K^c_0 (MPa)$	۶۷/۰۰
$G_0 (MPa)$	۴۰/۰۰
R_c	۰/۲۳۵
R_m	۰/۰۴۰
β	-۰/۱۱۵
γ	۰/۷۲
μ	۰/۰۲۵
c	۲۵
$b_m (kPa)$	۸/۱۰
$P_{c0} (kPa)$	۳۰۰
ω	۱
$\eta (1/min)$	۰/۰۰۳
ρ	۰/۰۲۵
$K^p_0(MPa)$	۸/۲۰
c_v	۲۵
$\eta_v (1/min)$	۰/۰۰۰۱

۵- اعتبار سنجی مدل

اعتباربخشی مدل بر روی نتایج به دست آمده از آزمایش های انجام شده بر روی خاک رس نمونه گیری شده از عمق ۵ تا ۸ متری هسته رسی یک سد خاکی انجام پذیرفته است [۳۳].

این خاک رسی بر اساس نتایج آزمایش های حدود اتربرگ دارای حد روانی ۰.۵۴٪ و حد خمیری ۰.۲۷٪ می باشد. همچنین درصد ذرات کوچک تر از $2 \mu m$ تنها ۰.۳۸٪ است. میزان رطوبت نمونه ها در حدود ۰.۱۹٪ تا ۰.۲۴٪ بوده و درجه اشباع آن ها بیش از ۰.۹۵٪ می باشد. نتایج آزمایش های تک محوری نشان می دهند که شیب تورم و تحکیم نمونه به ترتیب برابر با ۰/۰۹-۰/۰۴- $C_s = C_c = 0.35$ می باشد [۳۳].

در این نمونه ها با توجه به آزمایش های سه محوری تقارن محوری و نیز در شرایط زهکشی نشده با اندازه گیری فشار آب حفره ای در مسیرهای بارگذاری یک طرفه زاویه اصطکاک داخلی موثر و چسبندگی موثر به ترتیب $\phi^c = 0^\circ$, $c^c = 0$ می باشد [۳۳].

تمامی نمونه های آزمایشگاهی و نیز مدل های ساخته شده در برنامه جهت اعتباربخشی مدل در ابعاد $H=D=7 \text{ cm}$ ساخته شده اند که در آن H و D به ترتیب ارتفاع و قطر نمونه استوانه ای می باشند. همچنین پارامتر n در قسمت الاستیک مدل بر اساس آزمایش هایی که در دامنه کرنش های کوچک انجام شده است برابر با $n=0.6$ به دست آمده است. بیشتر آزمایش های انجام شده بر روی نمونه ها با درصد رطوبت ۰.۲۵٪ که در حدود رطوبت اشباع خاک است انجام شده است. تمامی آزمایش ها در شرایط زهکشی نشده و نیز تحت تنش محصور کننده ۴۰۰ کیلوپاسکال انجام شده است.

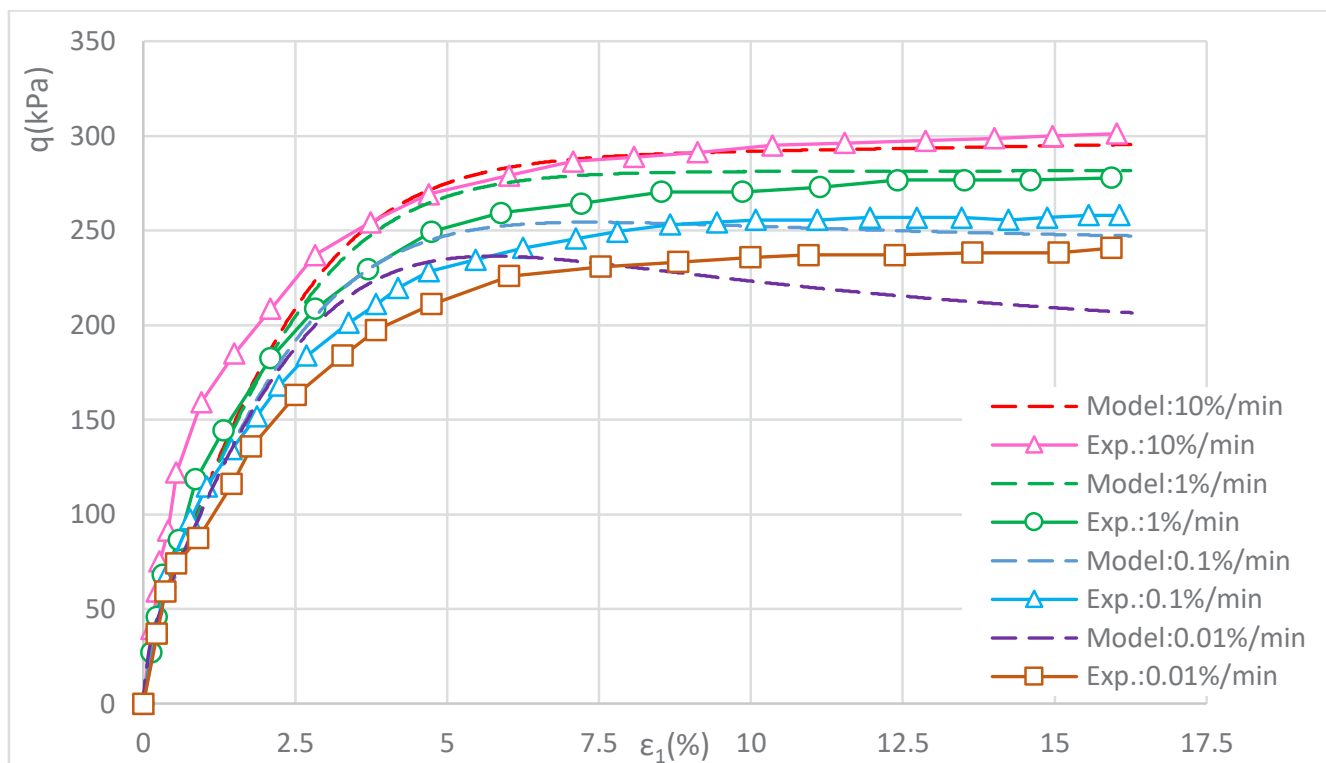
نمونه ها در حدود دانسیته اولیه خود در محل متراکم شده و تلاش شده است شرایط مختلفی از لحاظ خزش و آسایش تنش در آزمایش های انجام شده بررسی شود. در این آزمایش ها نرخ بارگذاری، فشار آب حفره ای، خزش و آسایش تنش در تنش های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در انتها نیز دو آزمایش بارگذاری و باربرداری برای نشان دادن توانایی های مدل در مسیرهای مختلف و پیچیده اعتباربخشی شده است.

در جدول ۱ پارامترهای مدل به تفکیک مشخص شده است. برای تعیین این پارامترها از نتایج آزمایش های سه محوری تقارن محوری با نرخ کرنش ۱٪ استفاده شده است. تمامی شبیه سازی ها جهت شامل آزمایش های نرخ کرنش، خزش و آسایش تنش و مسیرهای بارگذاری و باربرداری با این پارامترها به دست آمده است.

۵-۱ اثر نرخ کرنش

در این آزمایش های نمونه ها در چهار نرخ کرنش متفاوت ۱۰، ۱، ۰/۱ و $0.1\%/min$ آزمایش شده اند. در این آزمایش ها همراه با کاهش نرخ بارگذاری مقاومت نهایی نمونه نیز کاهش یافته است (شکل ۷). این ویژگی مصالح به درستی توسط مدل با افزایش کرنش خمیری در مسیر رسیدن به مقاومت نهایی شبیه سازی شده است.

به بیان دیگر کرنش نهایی با افزایش زمان بارگذاری در مقادیر عددی تنش کمتری به وقوع می پیوندد. همچنین با کاهش تنش در یک کرنش مشخص کاهش انحنای منحنی نیز در مدل کاملاً نمایان است. این موضوع نشان می دهد که پارامترهای الاستیک مدل و همچنین پارامتر b که انحنای



شکل ۷. نتایج شبیه‌سازی رفتار خاک رس متراکم شده در نرخ کرنش‌های اعمال شده متفاوت در شرایط زهکشی نشده

Fig. 7. Undrained stress-strain results for compacted clay at different strain rates.

در تمامی آزمایش‌های زمان خزش ۷۰۰ دقیقه فرض شده است و در این زمان تنش انحرافی ثابت می‌باشد. قسمت اولیه کرنش خزشی نتایج مدل در هر سه نمونه تطابق نسبتاً خوبی با آزمایش‌ها دارد اما در ادامه نتایج مدل از نتایج آزمایش فاصله گرفته است اما در نهایت با پایان مرحله خزش تفاوتی کمتر از ۱٪ بین نتایج حاصل از مدل و نتایج آزمایش‌ها مشاهده می‌شود.

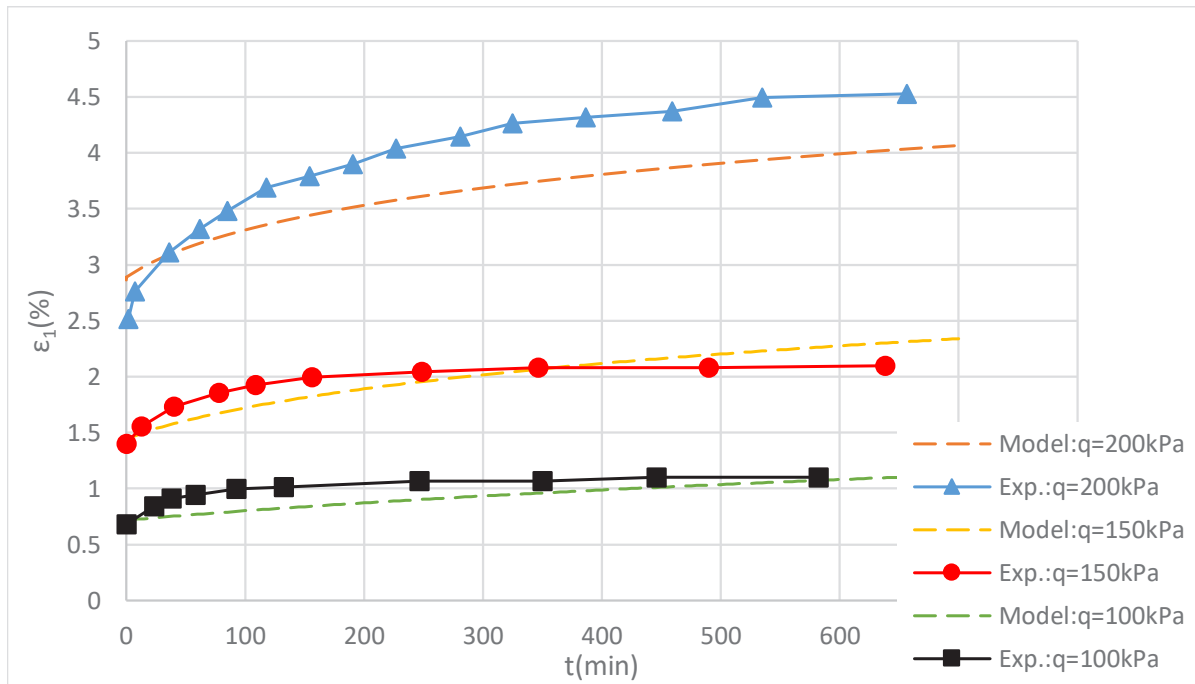
۵-۳- فشار آب حفره‌ای

نتایج حاصل از فشار آب حفره‌ای در آزمایش‌های خزشی با نتایج حاصل از محاسبات مقایسه شده است (شکل ۹). این نتایج نشانگر این است که انطباق خوبی بین نقطه شروع نمودار فشار آب حفره‌ای با نتایج مدل‌سازی وجود دارد و مدل به شکلی مناسب محدوده تغییرات فشار آب حفره‌ای را مدل‌سازی کرده است همچنین با گذشت زمان زیاد روند کاهش تغییرات فشار آب حفره‌ای به درستی مدل شده است.

منحنی تنش - کرنش را نشان می‌دهد به درستی مدل‌سازی شده‌اند. مدل توانسته است در اکثر موارد به شکلی مناسب رفتار خاک را در نرخ کرنش‌های مختلف پیش‌بینی نماید. تنها در نرخ کرنش ۰.۱%/min کمی تفاوت بین نتایج آزمایشگاهی و مدل قابل مشاهده است.

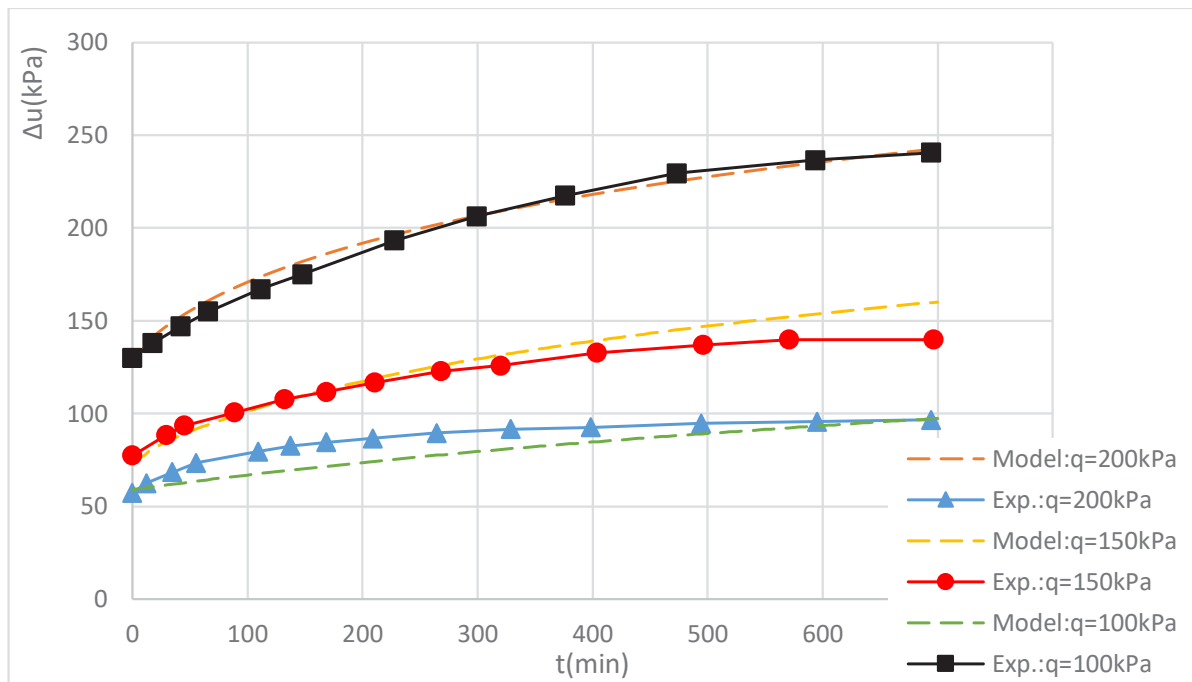
۵-۲- خزش

برای بررسی رفتار خزشی مصالح رسی از سه نمونه استفاده شده است. در هر یک از نمونه‌ها از یک تنش انحرافی استفاده شده است اما تمامی نمونه‌ها در این آزمایش تحت تاثیر تنش محصور کننده ۴۰۰ کیلوپاسکال می‌باشند (شکل ۸). این تنش‌های انحرافی کمتر از مقاومت نهایی نمونه‌ها می‌باشد. همچنین سرعت بارگذاری اولیه نمونه به شکلی انتخاب شده است که بهترین انطباق را با نقطه شروع کرنش‌های خزشی داشته باشد.



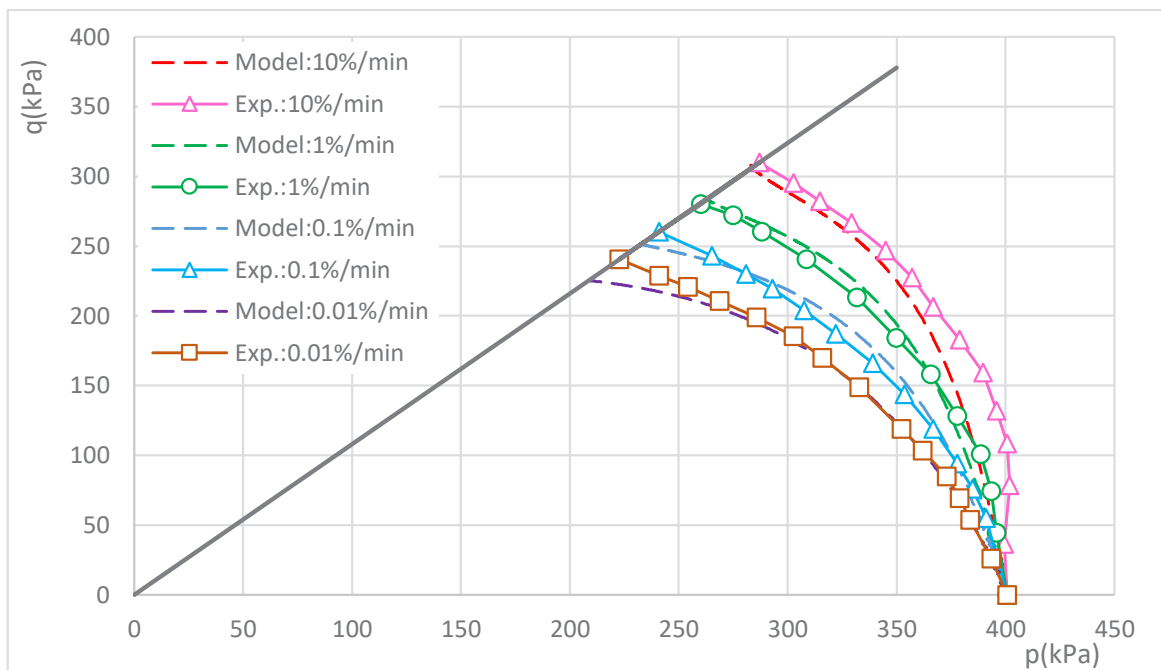
شکل ۸. شبیه‌سازی آزمایش خزشی زهکشی نشده (تغییر شکل محوری بر حسب زمان) خاک رس متراکم شده

Fig. 8. Model validation results based on undrained creep tests carried out on compacted clay.



شکل ۹. تغییرات فشار آب حفره ای در آزمایش خزشی زهکشی نشده خاک رس متراکم شده

Fig. 9. Model validation results: excess pore pressure during undrained creep tests carried out on compacted clay



شکل ۱۰. مسیر تنش موثر آزمایش های سه محوری زهکشی نشده بر روی خاک رس متراکم شده در نرخ کرنش های متفاوت

Fig. 10. Effective stress path at different strain rates

شده است. مدل سازی انجام شده نشانگر آن است که نتایج تغییرات تنش در طی زمان انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. لازم به ذکر است تمامی نمونه ها در این آزمایش تحت تاثیر تنش محصور کننده ۴۰۰ کیلوپاسکال می باشند و سرعت بارگذاری اولیه نمونه به شکلی انتخاب شده است که بهترین انطباق را با نقطه شروع تنش در آزمایش های داشته باشد.

در آزمایش های آسایش تنش همچنان که اشاره گردید نتایج مدل سازی تطبیق مناسبی را با آزمایش های دارند و نیز مدل محدوده تغییرات تنش را به شکل مناسبی مدل سازی کرده است. در این آزمایش های شکل انحنای نمودار نیز تطابق بهتری با آزمایش های دارد و در زمان آزمایش که در حدود ۴۵۰ دقیقه است تقریباً به حد نهایی خود میل کرده است.

با توجه به اینکه سخت شوندگی مدل به صورت ترکیبی تعریف شده است بنابراین با افزایش درصد کرنش اولیه دامنه الاستیک مدل نیز افزایش می یابد و همچنین با توجه به تغییرات کم تنش در آزمایش آسایش تنش می توان پیش بینی کرد که تمامی یا اکثر کرنش های پلاستیک در این آزمایش در دامنه الاستیک مدل و تنها ناشی از وجود مکانیزم ویسکوز در مدل است. این موضوع همچنین با فیزیک مصالح در آسایش تنش مطابقت دارد.

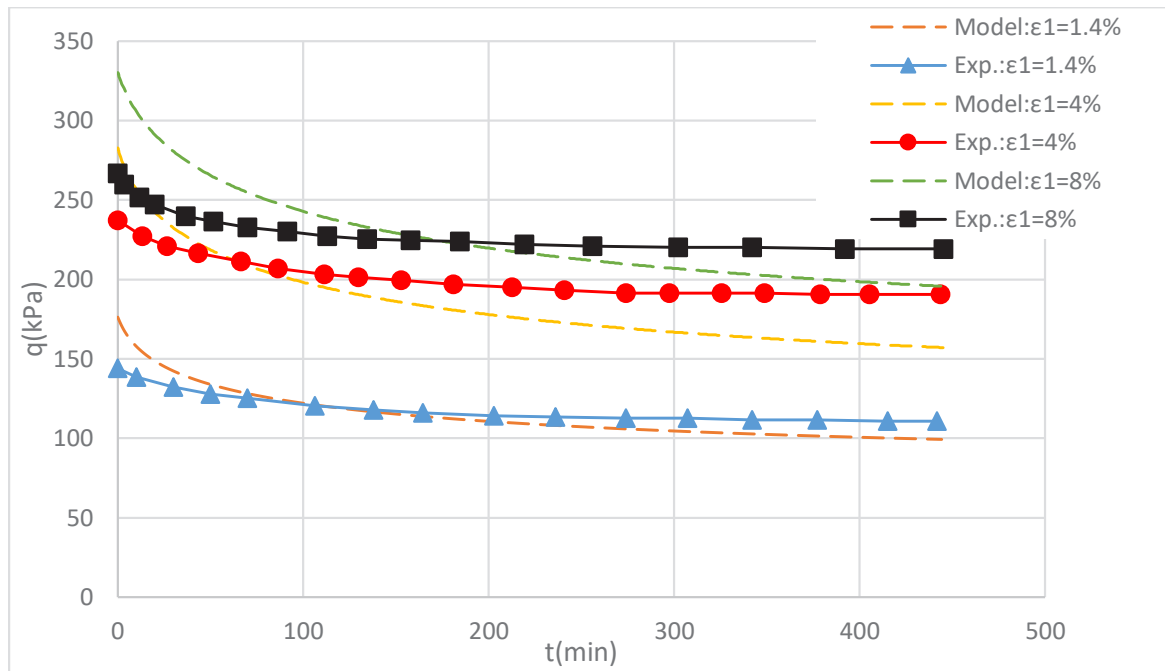
۵-۴- مسیر تنش موثر

مسیر تنش موثر در پلان $p - q$ برای نرخ کرنش های مختلف در شکل ۱۰ نشان داده شده است. این نتایج همچنین نشانگر آن است که در آزمایش های مربوط به نرخ کرنش های مختلف بارگذاری در شکل ۷ فشار آب حفره ای چه اثری بر مقاومت برشی زهکشی نشده داشته است.

همانطور که در شکل ۱۰ ملاحظه می شود فشار آب حفره ای در مدل در مرحله بارگذاری بر خلاف مرحله خزش کمتر از نتایج آزمایشگاهی بوده است. اگر چه این تفاوت باعث شده است که انحنای نمودارهای مسیر تنش اختلاف کمی با نتایج آزمایشگاهی داشته باشد اما مدل توانسته است نقطه پایانی بارگذاری را بر روی خط حالت بحرانی به طور مناسب مدل سازی نماید. همانگونه که از شکل پیداست انطباق خوبی بین نتایج شبیه سازی و آزمایشگاهی حاصل شده است.

۵-۵- آسایش تنش

در شکل ۱۱ رفتار آسایش تنش نمونه های خاکی در سه تراز کرنش مختلف ۱/۴٪، ۰.۴٪ و ۰.۸٪ شبیه سازی و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. در این مقادیر با ثابت نگه داشتن کرنش تغییرات تنش موثر اندازه گیری



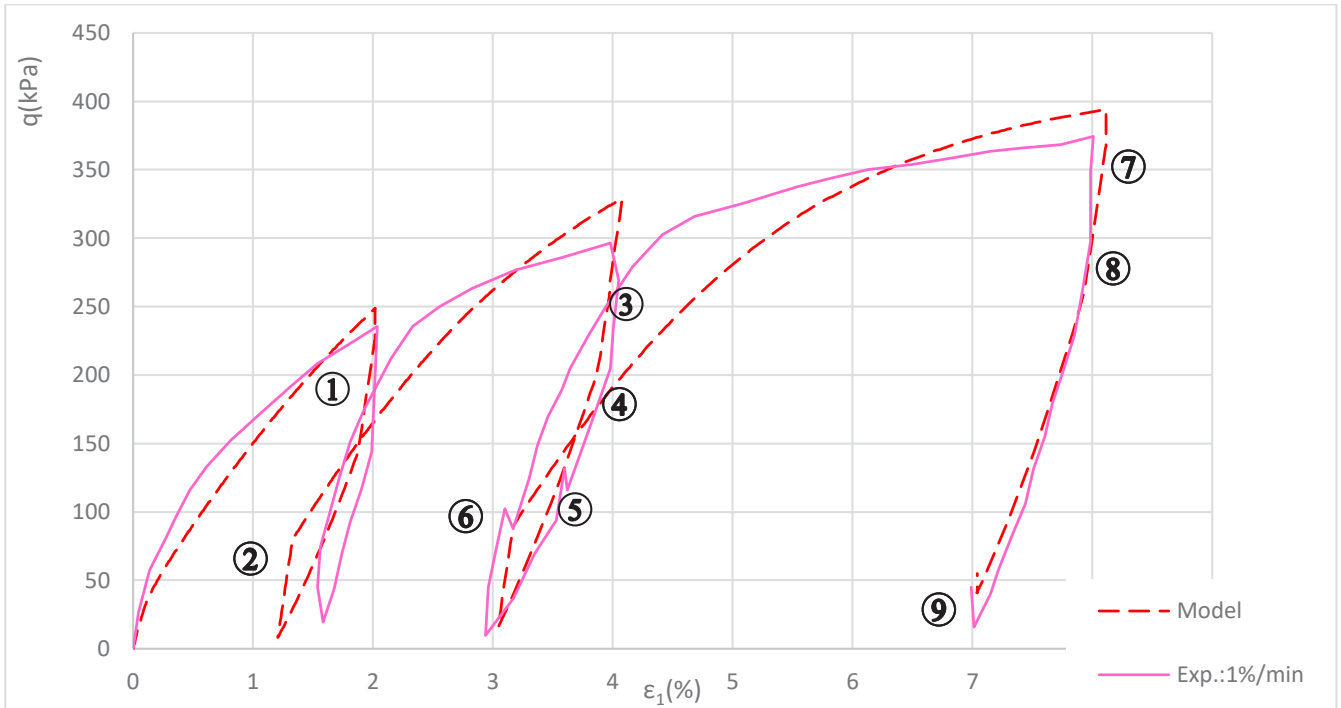
شکل ۱۱. نتایج مدل‌سازی آسایش تنش خاک رس متراکم شده در شرایط زهکشی نشده

Fig. 11. Model validation results: undrained stress relaxation tests

به افزایش تنش شده است که این موضوع به خوبی مدل‌سازی شده است. در واقع در این قسمت به واسطه کاهش ناگهانی تنش مقدار رابطه ۲۴ منفی شده و نقطه ویسکوز با حرکت به سمت نقطه تنش در فضای تنش‌ها منجر به افزایش تنش در مرحله آسایش تنش شده است که این موضوع با رفتار مصالح خاکی منطبق است.

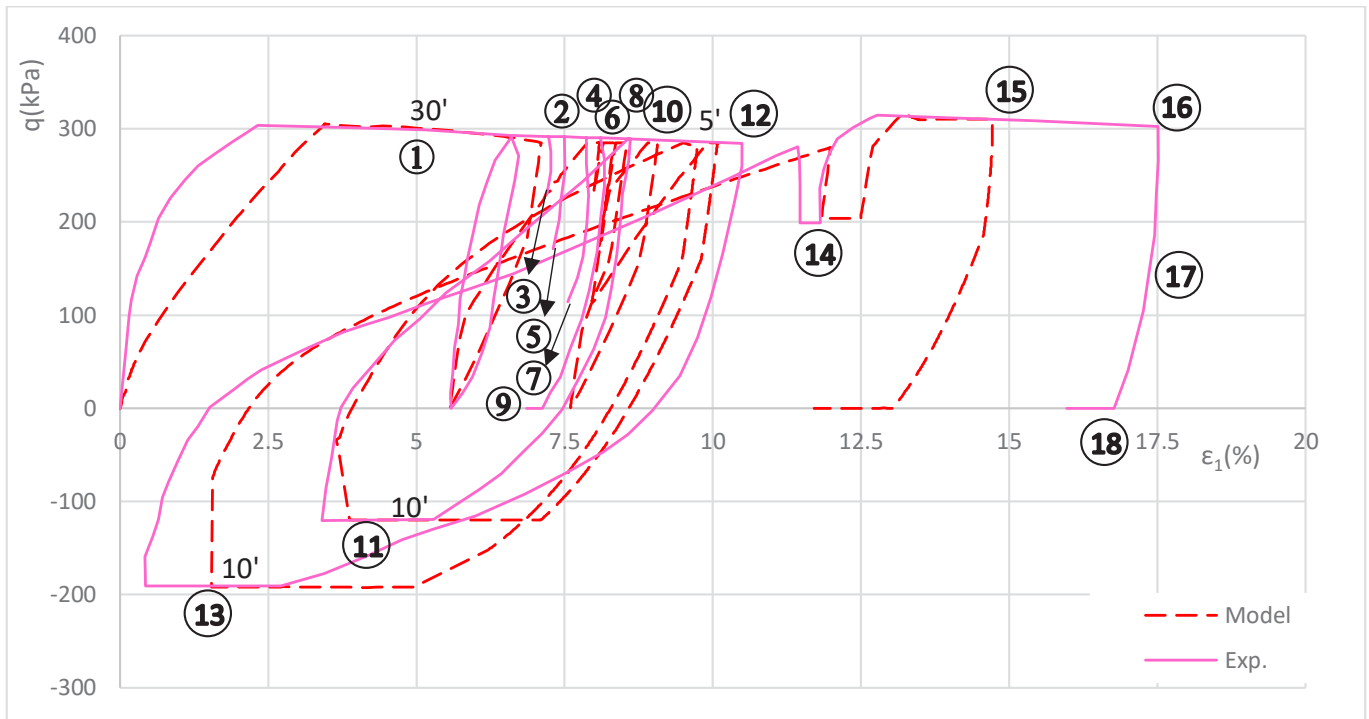
در شکل ۱۳ نتایج شبیه‌سازی آزمایش خزش طی مسیرهای مختلف بارگذاری، باربرداری و بارگذاری مجدد نشان داده شده است. در ابتدای بارگذاری میزان کرنش در مدل بسیار بیشتر از نمونه آزمایشگاهی است اما باید توجه داشت که نمونه خاک ساخته شده در این آزمایش در کمتر از ۲/۵٪ کرنش به تنش ۳۰۵ کیلوپاسکال دست یافته است. این در حالیست که نمونه‌های قبلی مثلاً در نرخ کرنش حداکثر در این درصد کرنش ۲۴۰ کیلوپاسکال تنش رسیده‌اند که این موضوع اختلاف ایجاد شده را به شکلی توضیح می‌دهد. بعد از بارگذاری اولیه در مرحله ۱ به مدت ۳۰ دقیقه تنش به آرامی به ۲۸۵ کیلوپاسکال کاهش داده شده که رفتار خزشی مدل در این قسمت با نمونه آزمایشگاهی منطبق است. سپس در مراحل ۲ تا ۱۰ چهار مرحله باربرداری و بارگذاری انجام شده و بین هر یک از این باربرداری و بارگذاری‌ها ۴ دقیقه نمونه در تنش ۲۸۵ کیلوپاسکال ثابت نگهداری شده است.

۵-۶- بررسی خزش و آسایش تنش در مسیرهای بارگذاری و باربرداری بر اساس پارامترهای به دست آمده برای نمونه خاک مورد آزمایش دو آزمایش آسایش تنش و خزش در مسیرهای پیچیده بارگذاری و باربرداری مورد ارزیابی قرار گرفتند. در نمونه اول (شکل ۱۲) آزمایش به صورت آسایش تنش بوده است و در هر مرحله که بر روی نمودار مشخص شده است در یک کرنش مشخص با ثابت ماندن کرنش تنش کاهش پیدا کرده است. در قسمت ابتدایی نمودار رفتار مدل انطباق مناسبی با نمونه داشته است، اما در مرحله ۱ آزمایش میزان کاهش تنش در زمان آسایش تنش که ۱۸ دقیقه بوده است کمتر از نمونه آزمایشگاهی است اما در ادامه و به ویژه در مرحله ۲ که زمان آن ۲۰ دقیقه بوده است انطباق بهتری را با رفتار خاک از خود نشان داده است. پس از آن در مراحل ۳، ۴ و ۵ مشابه آنچه در رفتار خود خاک نیز اتفاق افتاده است، یعنی اثر رفتار تابع زمان بسیار ناچیز بوده است که البته این اثر در مرحله ۳ مشهودتر است. در مرحله ۶ به صورت بسیار محدودی مدل نیز مانند نمونه خاک یک برگشت به سمت تنش‌های کمتر داشته که سپس با بارگذاری کرنشی مجدد به مراحل ۷ و ۸ برده شده است. در این مراحل مدل نیز همانند نمونه مورد آزمایش دچار افت تنش شده است که با کاهش بیشتر تنش در مرحله ۹ و ثابت ماندن آن این بار آسایش تنش منجر



شکل ۱۲. نتایج مقایسه جواب مدل در بارگذاری آسایش تنش روی خاک رس متراکم شده با مسیرهای متنوع بارگذاری و باربرداری

Fig. 2. Compression between the simulation and experimental results of undrained stress relaxation test in loading, unloading and reloading



شکل ۱۳. اعتبارسنجی مدل بر اساس نتایج آزمایش خزش زهکشی نشده روی خاک رس متراکم شده طی مسیرهای بارگذاری و باربرداری

Fig. 13. Compression between the simulation and experimental results of undrained creep test in loading, unloading and reloading.

آزمایش سه محوری در کد ABAQUS این مدل در شرایط مختلف خزش، آسایش تنش، نرخ بارگذاری، مسیر تنش و بارگذاری و باربرداری در دو حالت خزشی و آسایش تنش اعتباربخشی شده است. نتایج حاصل نشان دهنده آن است که این مدل توانایی مدل‌سازی رفتار تنش و کرنش خاک را در دامنه‌های مختلف زمانی دارد. با اصلاح جهت کرنش ویسکوپلاستیک در مدل نتایج مدل در حالت آسایش تنش مناسب‌تر شده است. بر اساس اعتباربخشی‌هایی که انجام شده است توانایی مدل در مدل‌سازی شرایط مختلف خزش و آسایش تنش و همچنین شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده طی مسیرهای مختلف تنش و کرنش مشخص شده است.

منابع

- [1] A. Casagrande, W. Shannon, Strength of soils under dynamic loads, Transactions of the american society of civil engineers, 114(1) (1949) 755-772.
- [2] H. Seed, R. Lundgren, Investigation of the effect of transient loadings on the strength and deformation characteristics of saturated sands, Proceedings of the ASTM, Proceedings of the ASTM(54) (1954) 1288-1306.
- [3] W. Heierli, Inelastic wave propagation in soil columns, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 88(6) (1962) 33-63.
- [4] F. Tatsuoka, F. Santucci de Magistris, K. Hayano, Y. Momoya, J. Koseki, Some new aspects of time effects on the stress-strain behaviour of stiff geomaterials, The Geotechnics of Hard Soils-Soft Rocks, 2 (2000) 1285-1371.
- [5] A. Chegenizadeh, M. Keramatikerman, H. Nikraz, Effect of loading strain rate on creep and stress-relaxation characteristics of sandy silt, Results in Engineering, 7 (2020) 100143.
- [6] M. Bagheri, M. Rezaia, M.M. Nezhad, An Experimental study of the initial volumetric strain rate effect on the creep behaviour of reconstituted clays, in: IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, IOP Publishing, 2015, pp. 012034.
- [7] K.-H. Park, C.-K. Chung, Y.-H. Jung, State-dependent volume change during creep in engineered silty
- کرنش‌های ایجاد شده بین این مراحل توسط مدل مشابه نمونه آزمایشگاهی در حدود ۱/۰٪ می‌باشد. سپس در یک باربرداری تنش در نمونه به ۱۲۰- کیلوپاسکال کاهش یافته و مدت ۱۰ دقیقه در همین تنش ثابت مانده است و سپس بارگذاری مجدد تا تنش ۲۸۰ کیلوپاسکال روی نمونه انجام شده و مدت ۵ دقیقه در این تنش ثابت بوده تا یک بار دیگر مرحله ۱۳ مشابه دو گام قبلی اما این بار در تنش ۱۹۲- کیلوپاسکال انجام پذیرفته است. در هر دو مرحله ۱۱ و ۱۳ زمان ثابت ماندن تنش ۱۰ دقیقه بوده و همانطور که ملاحظه می‌شود نتایج مدل کرنش‌های خزشی بیشتری را نسبت به نمونه خاک نشان داده است اگر چه انحنای شیب باربرداری بعد از مرحله ۱۲ کمی کمتر از نمونه خاک واقعی است اما رفتار خزشی مرحله ۱۱ این موضوع را تا حدی جبران کرده و نتایج نهایی کرنش انطباق مناسبی داشته است. بعد از هر مرحله باربرداری مرحله بارگذاری به آرامی و با سرعتی که کرنش‌هایی متناسب با نتایج آزمایشگاهی داشته باشد انجام شده و سپس در یک باربرداری سریع و ورود به مرحله ۱۴ تنش به مدت ۴۰ دقیقه در تنش ۲۰۴ کیلوپاسکال ثابت نگه داشته شده است. در مرحله ۱۴ مدل به دلیل کاهش ناگهانی تنش با وجود گذر زمان ۴۰ دقیقه‌ای کرنش خزشی کمی را از خود نشان داده که علت آن می‌تواند کاهش فاصله بین نقطه تنش و نقطه ویسکوز در فضای تنش‌ها باشد. این موضوع ناشی از بارگذاری آرام در مرحله قبل و باربرداری سریع قبل از مرحله ۱۴ می‌باشد. بعد از این مرحله، مراحل ۱۵ و ۱۶ کرنش‌های خزشی مدل از نمونه آزمایشگاهی کمتر بوده است اما باید توجه داشت که در مجموع این دو مرحله ۲۵ دقیقه بوده و سپس در مرحله ۱۷ تنش به صفر کاهش پیدا کرده است و در مرحله ۱۸ مدل نیز مشابه نمونه آزمایشگاهی شروع به تولید کرنش‌های ویسکوز در جهت منفی نموده است. این موضوع همچنین در مرحله نهایی آزمایش آسایش تنش نیز اتفاق افتاده است.

۶- نتیجه‌گیری

یک مدل الاستوپلاستیک - ویسکوپلاستیک با کمک سابروتین UMAT در کد ABAQUS/Explicit با موفقیت نصب شده است. این مدل با ارائه یک مکانیزم سخت شونده ویسکوز با طبیعت سینماتیکی راه حلی جدید برای مرتفع کردن محدودیت‌های موجود در بسیاری از مدل‌های الاستو - ویسکوپلاستیک مبتنی بر اضافه تنش پوزینا ارائه کرده است. با نصب این مدل بسیاری از مسائل تابع زمان در مهندسی ژئوتکنیک در کد ABAQUS قابل مدل‌سازی خواهد بود. با مدل‌سازی شرایط

- clay considering nonlinear kinematic hardening rules and structural degradation, *International Journal of Geomechanics*, 15(5) (2015) A4014005.
- [19] J. Jiang, H.I. Ling, V.N. Kaliakin, On a damage law for creep rupture of clays with accumulated inelastic deviatoric strain as a damage measure, *Mechanics Research Communications*, 83 (2017) 22-26.
- [20] B. Shahbodagh, T.N. Mac, G.A. Esgandani, N. Khalili, A bounding surface viscoplasticity model for time-dependent behavior of soils including primary and tertiary creep, *International Journal of Geomechanics*, 20(9) (2020) 04020143.
- [21] T. Mac, B. Shahbodaghkhan, N. Khalili, A constitutive model for time-dependent behavior of clay, *International Journal of Geological and Environmental Engineering*, 8(6) (2014) 596-601.
- [22] W. Higgins, T. Chakraborty, D. Basu, A high strain-rate constitutive model for sand and its application in finite-element analysis of tunnels subjected to blast, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(15) (2013) 2590-2610.
- [23] J. Maranha, C. Pereira, A. Vieira, A viscoplastic subloading soil model for rate-dependent cyclic anisotropic structured behaviour, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 40(11) (2016) 1531-1555.
- [24] Y.F. Dafalias, M.T. Manzari, Simple plasticity sand model accounting for fabric change effects, *Journal of Engineering mechanics*, 130(6) (2004) 622-634.
- [25] F. Askarinejad, A.M. Halabian, S.H. Hashemalhosseini, New Viscoplastic Bounding Surface Subloading Model for Time-Dependent Behavior of Sands, *International Journal of Geomechanics*, 21(4) (2021) 04021034.
- [26] J. Jiang, H.I. Ling, V.N. Kaliakin, X. Zeng, C. Hung, Evaluation of an anisotropic elastoplastic-viscoplastic bounding surface model for clays, *Acta Geotechnica*, 12(2) (2017) 335-348.
- [27] K. Liu, S. Chen, G. Voyiadjis, Integration of anisotropic modified Cam Clay model in finite element analysis: Formulation, validation, and application, *Computers and sand*, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 145(6) (2019) 04019020.
- [8] A. Augustesen, M. Liingaard, P.V. Lade, Evaluation of time-dependent behavior of soils, *International Journal of Geomechanics*, 4(3) (2004) 137-156.
- [9] Ł. Kaczmarek, P. Dobak, Contemporary overview of soil creep phenomenon, *Contemporary Trends in Geoscience*, 6 (2017).
- [10] P. Perzyna, *Fundamental problems in viscoplasticity*, in: *Advances in applied mechanics*, Elsevier, 1966, pp. 243-377.
- [11] Y. Dafalias, A novel bounding surface constitutive law for the monotonic and cyclic hardening response of metals, in: *Structural mechanics in reactor technology*. Vol. L, 1981.
- [12] H. Ghiabi, A. Selvadurai, Time-dependent mechanical behavior of a granular medium used in laboratory investigations, *International Journal of Geomechanics*, 9(1) (2009) 1-8.
- [13] Y.-P. Yao, L.-M. Kong, A.-N. Zhou, J.-H. Yin, Time-dependent unified hardening model: three-dimensional elastoviscoplastic constitutive model for clays, *Journal of Engineering Mechanics*, 141(6) (2015) 04014162.
- [14] M.N. Islam, C. Gnanendran, Elastic-viscoplastic model for clays: Development, validation, and application, *Journal of Engineering Mechanics*, 143(10) (2017) 04017121.
- [15] V.N. Kaliakin, Y.F. Dafalias, Theoretical aspects of the elastoplastic-viscoplastic bounding surface model for cohesive soils, *Soils and foundations*, 30(3) (1990) 11-24.
- [16] V.N. Kaliakin, Y.F. Dafalias, Verification of the elastoplastic-viscoplastic bounding surface model for cohesive soils, *Soils and Foundations*, 30(3) (1990) 25-36.
- [17] Y. Dafalias, E. Popov, A model of nonlinearly hardening materials for complex loading, *Acta mechanica*, 21(3) (1975) 173-192.
- [18] S. Kimoto, B. Shahbodagh Khan, M. Mirjalili, F. Oka, Cyclic elastoviscoplastic constitutive model for

- [30] M. Maleki, P. Dubujet, B. Cambou, Modélisation hiérarchisée du comportement des sols, *Revue Française de génie civil*, 4(7-8) (2000) 895-928.
- [31] M. Maleki, B. Cambou, P. Dubujet, Development in modeling cyclic loading of sands based on kinematic hardening, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 33(14) (2009) 1641-1658.
- [32] D. Systemes, *Abaqus user subroutines reference guide*, (2013).
- [33] P. Hicher, Experimental study of viscoplastic mechanisms in clay under complex loading, *geotechnique*, 66(8) (2016) 661-669.
- Geotechnics, 116 (2019) 103198.
- [28] M. Maleki, B. Cambou, A cyclic elastoplastic-viscoplastic constitutive model for soils, *Geomechanics and Geoengineering: an International Journal*, 4(3) (2009) 209-220.
- [29] B. Cambou, K. Jafari, K. Elamrani, An elastoplastic model for granular material using three yielding mechanism. numerical models in geomechanics. NUMOG III. Proceedings of the 3RD International Symposium Held at Niagara Falls, Canada, 8-11 May 1989, Publication of: Elsevier Applied Science Publishers Limited, (1989) 149-167.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M.H. Bathayian, M. Malaki, Implementation of an Elastoplastic-Viscoplastic Constitutive Model of Soil in ABAQUS Code and Its Validation on Laboratory Paths, Amirkabir J. Civil Eng., 54(5) (2022) 2031-2050.

DOI: [10.22060/ceej.2021.20253.7382](https://doi.org/10.22060/ceej.2021.20253.7382)

