



## Evaluation of the effect of shape of granular materials on uniaxial compressibility behavior by analytical and experimental methods

V. Gorbanpoor, M. Emami Tabrizi\*, H. Afshin

Civil Engineering faculty, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

**ABSTRACT:** Granular materials used today in many engineering projects, such as rockfill dams and railways, have a wide variety of shapes. This shape variation ranges from very sharp to perfectly rounded. The shape of the aggregates affects the mechanical properties of the grain, including fracture strength and internal friction angle. As a result, the mechanical behavior of the mass of granular materials depends on the shape of the grains. In order to investigate the effect of this property, different types of grains in the shapes of spheres, cylinders, cubes and pyramids, which include a wide range of shapes of natural aggregates, were made artificially in size range of 1.5 to 2.0 cm. Small-scale uniaxial compressibility tests were performed on each of the grain shapes under the same conditions including initial porosity ratio and maximum stress and after each experiment, the stress-strain behavior and the amount of breakage were obtained using the Hardin breakage factor. Then, the results were evaluated using an analytical model proposed by McDowell et al. based on the law of conservation of energy. This model has 7 parameters that depend on the initial conditions of the grains, material, shape, size and fracture strength of the grains. Comparison and evaluation of the results indicates the ability of the analytical model to predict the compressibility behavior of pyramidal grains. As the grains become angular, the compressibility and breakage of the materials increase. Also, with increasing the fracture surface energy of the material, the effect of shape on compressibility decreases.

### Review History:

Received: Mar. 18, 2021

Revised: Sep. 13, 2021

Accepted: Nov. 01, 2021

Available Online: Nov. 14, 2021

### Keywords:

Uniaxial compressibility

Shape effect

Weibull theory

Fractal theory

Grains

### 1- Introduction

Grain shape is an important factor affecting the mechanical behavior of granular materials used in rockfill dams, railway ballast and wherever these materials are subjected to high stresses. Generally, granular materials are categorized into two total shapes, angular and rounded. Angular materials are obtained through the blasting of quarries while rounded materials are obtained through river beds. This physical property influences mechanical characteristics such as compressibility, fracture strength, distribution of contact forces and friction between the grains [1, 2].

Previous laboratory researches mainly focused on comparing the behavior of granular materials with different shapes of rounded and angular [3, 4]. Whereas the shape of the grains was not applied as an independent parameter in the constitutive equations of the grains and its effect was not evaluated parametrically.

In this research, the model proposed by McDowell et al. [5] is used to evaluate the uniaxial compressibility behavior of granular materials in different shapes. To ensure the applicability of this model, uniaxial compression tests are performed on artificial granular materials that are made in

four different shapes of sphere, cylinder, cube and pyramid but with the same volume. After evaluating the laboratory results with the above-mentioned analytical model and performing similar experiments on natural materials scaled with artificial granules, the compressibility behavior of granular materials is evaluated.

### 2- Methodology

#### 2- 1- Analytical equation

In order to investigate the mechanical behavior of the granular materials mathematically, a constitutive equation needs to be used. Different forms of equations in terms of energy, fracture mechanic and critical state were proposed so far [6]. Each of these relations has its own advantages and disadvantages. But there is an important point that these relations did not take into account the grain shapes as an independent parameter. For this purpose, to apply the effect of shape on the behavior of granular materials, the model proposed by McDowell et al. (1996) is used [5]:

\*Corresponding author's email: m.emami@sut.ac.ir



$$q \delta \varepsilon_q^p + p' \delta \varepsilon_v^p = Mp' \delta \varepsilon_q^p + \frac{\Gamma ds}{V_s (1+e_0)} \quad (1)$$

$q$  is the deviatoric stress,  $P'$  is the isotropic stress,  $\delta \varepsilon_q^p$  and  $\delta \varepsilon_v^p$  are the increments of shear plastic and volumetric plastic strains, respectively.  $\Gamma$  is the fracture surface energy of the material,  $V_s$  is the total volume of the grains,  $ds$  is the change in the side surface of the grains due to fracture and  $M$  is a parameter dependent on the friction of the material. Using the statistical theory of grain strength, proposed by Weibull (1939) [7] and fractal theory [8], the final form of the uniaxial compressibility equation of the granular materials will be as follows [5]:

$$\delta e^p = \beta \left[ \ln \frac{1}{1-P_s} \right]^{0.5*(1-D)} \frac{\Gamma}{(1-\mu)d_0} \dots \quad (2)$$

$$(2-D)m\sigma_0^{0.5*m(1-D)} \sigma^{((0.5*m(D-1))-1)} \frac{d\sigma}{\sigma}$$

$\delta e^p$  is the increment of void ratio,  $D$  is the fractal dimension,  $m$  is the Weibull modulus,  $\mu$  is the coefficient dependent on friction,  $\sigma_0$  is the characteristic strength and  $P_s$  is the survival probability of the materials and  $\beta$  is the shape factor. The behavior of the model depends on the value of  $0.5*m(D-2)-1$  which is named as convexity coefficient. Experimental results indicate that the convexity coefficient should be greater than zero.

2- 2- Experimental tests

Reactive powder concrete (RPC) can be considered as a suitable alternative material for modeling high-strength rock aggregates. Figure 1 shows the shape of the RPC grains.

Granite grains in the same size range as RPC grains (small scale) were prepared, either. It should be noted that to characterize the shape of the grains, the sphericity factor ( $S$ ) defined by Cho et al. (2006) was used [1]. Loadings were performed in three forces of 4, 8 and 16 ton in a cylindrical mold with a diameter of 22.5 cm and height of 9 cm. The initial void ratio was 0.80 and constant at all tests. The values of force and displacement were recorded by a data logger and grading tests were performed after each test to measure the Hardin breakage factor [9].

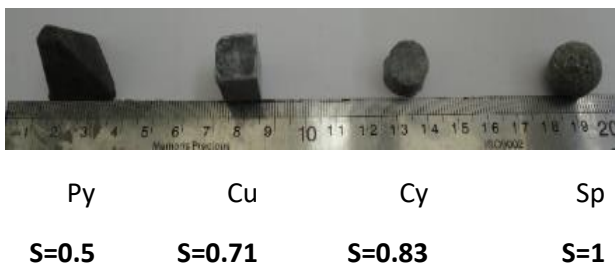


Fig. 1. The shape of grains made of RPC

3- Results and Discussion

The results of compressibility tests on RPC and granite grains are indicated in Figure 2.

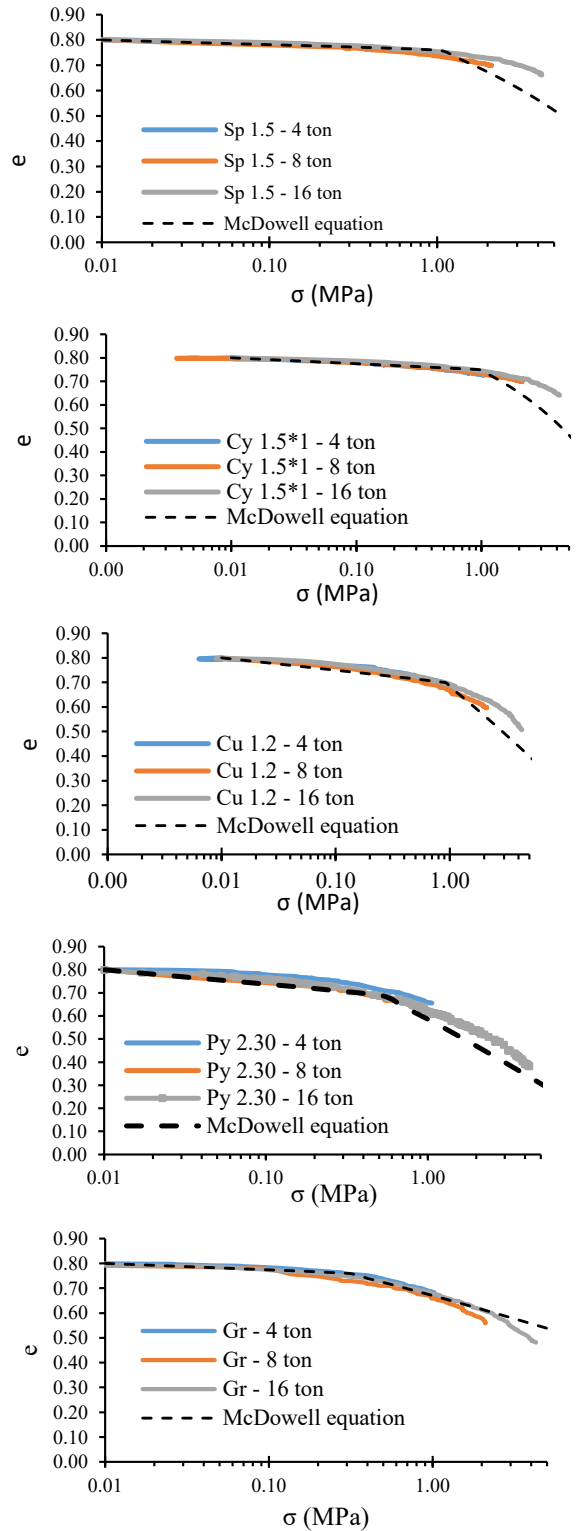


Fig. 2. Comparison of results of experimental tests and analytical model in the size range of 1 to 2.5 cm

**Table 1. Breakage values and energy applied to RPC and granite grains**

	Stress (MPa)	Sp	Cy	Cu	Py	Gr
1.1	B <sub>H</sub>	1.6%	1.6%	1.7%	2.4%	1.7%
	E(KJ/m <sup>3</sup> )	24.6	28.0	47.3	76.3	94.7
2.1	B <sub>H</sub>	4.1%	2.6%	4.9%	6.8%	3.9%
	E(KJ/m <sup>3</sup> )	79.7	72.1	155.1	247.6	216.3
4.2	B <sub>H</sub>	5.8%	7.6%	9.4%	16.3%	7.6%
	E(KJ/m <sup>3</sup> )	272.2	322.3	543.5	784.6	500.0

It is important to note that in both RPC and granite specimens, the diagrams obtained from the analytical relationships were in very good agreement with the laboratory results ( $R^2=0.98$ ). Granite grains are closer to pyramidal RPC grains in terms of sphericity index, but due to their high fracture strength, their compressibility decreases compared to the pyramids and tends towards the compressibility of the cubes.

Table 1 shows the breakage factors and the applied energy density for all experiments.

It is observed that with decreasing the sphericity index, the amount of applied energy and breakage that occurred in RPC aggregates has increased. The amount of this increase in breakage is higher for pyramidal grains than for other grains.

#### 4- Conclusion

With decreasing sphericity, the amount of breakage and compressibility of materials has increased.

With increasing the fracture surface energy, the effect of shape on compressibility decreases.

McDowell analytical equation only considers the uniaxial compressibility behavior of pyramidal grains ( $d_{max}=2.5\text{cm}$ ) with acceptable accuracy. However, for other grains with high sphericity, the development of a 3D model is necessary to predict the behavior of these grains.

#### References

- [1] G.-C. Cho, J. Dodds, J.C. Santamarina, Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands, *J. Geotech. Geoenviron.*, 132(5) (2006) 591-602.
- [2] Y. Wang, S. Shao, Z. Wang, Effect of particle breakage and shape on the mechanical behaviors of granular materials, *Adv. Civil Eng.*, 2019 (2019) 7248427.
- [3] A. Gupta, Triaxial behaviour of rockfill materials, *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 14 (2009).
- [4] X. Wu, Y. Cai, S. Xu, Y. Zhuang, Q. Wang, Z. Wang, Effects of size and shape on the crushing strength of coral sand particles under diametral compression test, *B. Eng. Geol. Environ.*, 80(2) (2021) 1829-1839.
- [5] G.R. McDowell, M.D. Bolton, D. Robertson, The fractal crushing of granular materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 44(12) (1996) 2079-2101.
- [6] M.-P. Luong, M. Emami, Characterization of mechanical damage in granite, *Fracture and Structural Integrity*, 8(27) (2014) 38-42.
- [7] W. Weibull, A statistical theory of the strength of materials, *Generalstabens litografiska anstalts förlag*, Stockholm, 1939.
- [8] I. Einav, Breakage mechanics—Part I: Theory, *J. Mech. Phys. Solids*, 55(6) (2007) 1274-1297.
- [9] B.O. Hardin, Crushing of soil particles, *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(10) (1985) 1177-1192.

#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

V. Gorbanpoor, M. Emami Tabrizi, H. Afshin, Evaluation of the effect of shape of granular materials on uniaxial compressibility behavior by analytical and experimental methods, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 54(6) (2022) 441-444.

DOI: 10.22060/ceej.2021.19765.7255







## ارزیابی تأثیر شکل مصالح دانه‌ای بر رفتار تراکم‌پذیری تک محوری به روش تحلیلی و آزمایشگاهی

وحید قربانپور، مهرداد امامی تبریزی\*، حسن افشین

دانشکده مهندسی عمران و مرکز تحقیقات زلزله دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۲۸  
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۶/۲۲  
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۱۰  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۸/۲۳

### کلمات کلیدی:

تراکم‌پذیری تک محوری  
تأثیر شکل  
تئوری ویبول  
تئوری فرکتال  
مصالح دانه‌ای

**خلاصه:** مصالح دانه‌ای که امروزه در بسیاری از پروژه‌های مهندسی همچون سدهای سنگریزه‌ای و خطوط راه‌آهن مورد استفاده قرار می‌گیرند، دارای تنوع بسیاری در شکل می‌باشند. این تنوع شکلی در محدوده بسیار تیز گوشه تا کاملاً گرد گوشه قرار می‌گیرد. شکل مصالح دانه‌ای بر روی خواص مکانیکی دانه از جمله مقاومت شکست و زاویه اصطکاک داخلی تأثیر می‌گذارد. در نتیجه رفتار مکانیکی توده مصالح دانه‌ای وابسته به شکل دانه‌ها می‌باشد. به منظور بررسی تأثیر این خصوصیت، انواع مختلفی از دانه‌ها در شکل‌های کره، استوانه، مکعب و هرم که در برگیرنده طیف وسیعی از شکل مصالح دانه‌ای طبیعی می‌باشند، به صورت مصنوعی، در محدوده اندازه ۱ الی ۲/۵ سانتی‌متر ساخته شدند. آزمایش‌های تراکم‌پذیری تک محوری کوچک-مقیاس بر روی هر یک از شکل‌های مصالح دانه‌ای در شرایط یکسان شامل نسبت تخلخل اولیه و تنش حداکثر انجام گرفت و بعد از هر آزمایش، رفتار تنش-کرنش و مقدار شکست مصالح با استفاده از فاکتور شکست هاردین به دست آمدند. سپس نتایج حاصله، با استفاده از مدل تحلیلی مک‌داول و همکاران که بر مبنای اصل پایستگی انرژی می‌باشد، ارزیابی گردید. این مدل دارای ۷ پارامتر می‌باشد که به نسبت تخلخل اولیه دانه‌ها، جنس، شکل، اندازه و مقاومت دانه‌ها در برابر شکست بستگی دارند. ارزیابی و مقایسه نتایج، حاکی از قابلیت این مدل تحلیلی در پیش‌بینی رفتار تراکم‌پذیری مصالح دانه‌ای همرمی شکل می‌باشد. به طوری که با تیز گوشه‌تر شدن مصالح، تراکم‌پذیری و شکست مصالح افزایش می‌یابند. همچنین با افزایش انرژی سطحی شکست مصالح، تأثیر شکل در تراکم‌پذیری دچار کاهش می‌گردد.

### ۱- مقدمه

بررسی تأثیر شکل مصالح دانه‌ای صورت گرفته است. گوپتا [۲] با انجام آزمایش‌های سه محوری بر روی دو نوع مصالح گرد گوشه رودخانه‌ای و تیز گوشه انفجاری استفاده شده در ساخت دو سد در هندوستان، رفتار تنش-کرنش-تغییر حجم آن‌ها را بررسی و با یکدیگر مقایسه نمود. او اظهار داشت تیز گوشگی می‌تواند رفتار تغییر حجم مصالح را به شدت تحت تأثیر قرار دهد. لی [۶] تأثیر شکل و توزیع اندازه دانه را بر مقاومت برشی مصالح با انجام آزمایش‌های برش مستقیم، بدون در نظر گرفتن تأثیر شکل بر شکست دانه‌ها، بررسی و دو رابطه برای تعیین زاویه اصطکاک با مقدار و ضریب شکل بخش درشت دانه مصالح ارائه نمود. وو [۳] و همکاران [۱۰] تأثیر شکل را بر روی مقاومت خرد شدگی ماسه مرجانی تحت آزمایش‌های فشاری قطری با استفاده از تئوری ویبول بررسی نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش مدور شدن دانه، میزان مقاومت افزایش می‌یابد.

امروزه به طور وسیعی از مصالح دانه‌ای در پروژه‌های مهندسی همچون سدهای سنگریزه‌ای، خطوط راه‌آهن و موج‌شکن‌ها استفاده می‌شود [۱]. این مصالح عموماً دارای ابعاد بزرگ‌تر از ماسه بوده و از بستر رودخانه یا از منابع قرضه آتش‌کاری شده به دست می‌آیند. مهم‌ترین تفاوتی که میان این دو نوع مصالح دانه‌ای وجود دارد، در شکل آن‌ها می‌باشد. مصالح حاصل از انفجار غالباً به صورت تیز گوشه بوده در حالی که مصالح رودخانه‌ای به دلیل فرسایش رخ داده در گذر زمان، حالت گرد گوشه را دارا می‌باشند [۲]. اهمیت این مسئله از آنجا ناشی می‌شود که شکل مصالح دانه‌ای یک پارامتر بسیار مهم در تعیین رفتار مکانیکی و هیدرولیکی مصالح می‌باشد. این خصوصیت بر روی مقاومت شکست، عملکرد اصطکاک بین دانه‌ها، تراکم‌پذیری، نحوه توزیع تنش‌های تماسی و نفوذپذیری تأثیر می‌گذارد [۹-۳].

تحقیقات متنوعی به صورت آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی برای

- 1 Gupta
- 2 Li
- 3 Wu

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.emami@sut.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



ارزیابی رفتار تراکم‌پذیری تک محوری مصالح دانه‌ای در شکل‌های مختلف از مدل ارائه شده توسط مک‌داول و همکاران [۱۶] استفاده می‌گردد. برای اطمینان از کارکرد این مدل، آزمایش‌های فشاری تک محوری بر روی مصالح دانه‌ای مصنوعی که در چهار شکل مختلف کره، استوانه، مکعب و هرم ولی دارای حجم یکسان ساخته شده‌اند، انجام می‌گیرند. بعد از ارزیابی نتایج آزمایشگاهی با مدل تحلیلی فوق‌الذکر و انجام آزمایش‌های مشابه بر روی مصالح طبیعی مقیاس شده با دانه‌های مصنوعی، به ارزیابی رفتار تراکم‌پذیری مصالح دانه‌ای پرداخته می‌شود.

## ۲- مدل تحلیلی

تاکنون مدل‌های رفتاری متنوعی در زمینه بررسی رفتار مکانیکی مصالح دانه‌ای ارائه گردیده‌اند که عمدتاً بر مبنای تئوری وضعیت بحرانی و مکانیک شکست می‌باشند [۱۷-۲۴]. در اکثر این مدل‌ها تأثیر شکست لحاظ شده است لیکن تأثیر شکل دانه‌ها به عنوان یک پارامتر مستقل در این مدل‌ها اعمال نگردیده است. به همین منظور برای اعمال اثر شکل در بررسی رفتار مصالح دانه‌ای، از مدل ارائه شده توسط مک‌داول و همکاران [۱۶] استفاده می‌گردد:

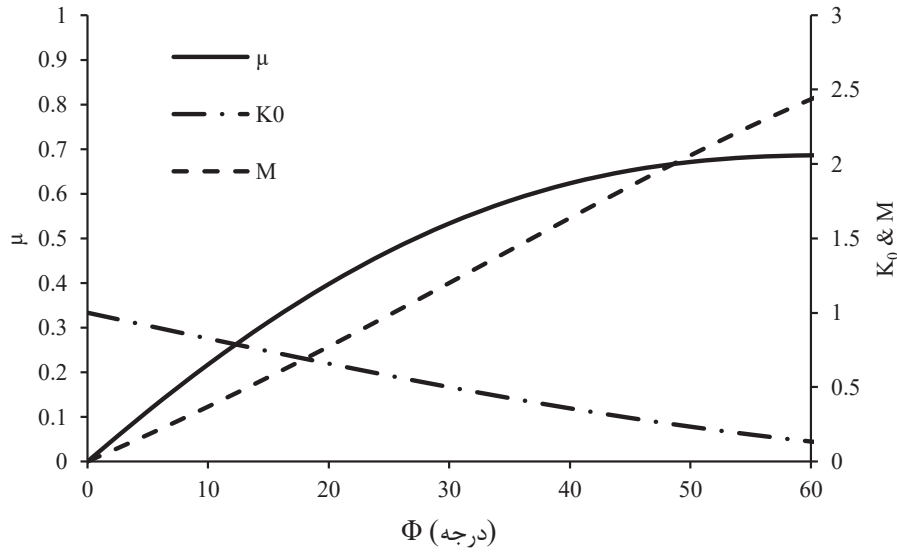
$$q \delta \varepsilon_q^p + p' \delta \varepsilon_v^p = Mp' \delta \varepsilon_q^p + \frac{\Gamma ds}{V_s (1 + e_0)} \quad (1)$$

در رابطه فوق،  $q$  تنش انحرافی،  $p'$  تنش ایزوتروپیک،  $\delta \varepsilon_q^p$  و  $\delta \varepsilon_v^p$  نمو تغییرات کرنش برشی و کرنش حجمی پلاستیک می‌باشند. منظور از واژه پلاستیک، شروع پدیده ترک خوردگی در دانه‌ها می‌باشد که فرایندی برگشت‌ناپذیر است. چرا که در ابتدای بارگذاری، ممکن است تغییر شکل‌های بسیار جزئی در اثر لغزش و دوران دانه‌ها به وجود آیند که عمدتاً رفتار خطی را از خود نشان می‌دهند. بعد از رسیدن به یک حد از میزان تنش، شکست دانه‌ها شروع می‌گردد و تغییر شکل‌های قابل توجه در مصالح مشاهده می‌شود. معادله فوق برای وضعیت بعد از شروع شکست می‌باشد.  $\Gamma$  انرژی سطحی شکست،  $e_0$  نسبت تخلخل اولیه مصالح،  $V_s$  حجم مصالح،  $ds$  تغییرات سطحی ایجاد شده در مصالح ناشی از شکست و  $M$  پارامتر وابسته به اصطکاک مصالح می‌باشد. سمت چپ معادله فوق، نشان دهنده میزان انرژی اعمالی به مصالح و سمت راست بیانگر میزان انرژی اتلافی می‌باشد. جمله اول در سمت راست معادله، انرژی اتلافی اصطکاکی ناشی از لغزش و

به دلیل برخی قابلیت‌هایی که روش‌های عددی در تحلیل و بررسی رفتار میکرومکانیک و ماکرومکانیک مصالح دانه‌ای دارا می‌باشند، از جمله امکان مدل‌سازی شکل‌های مختلف دانه‌ها، ترسیم منحنی دانه‌بندی و تعیین شکل دانه‌های شکسته شده در هر گام بارگذاری، تحلیل پارامتریک متغیرها و پارامترهای ورودی، تعیین نیروهای تماسی و صرفه‌جویی در زمان، محققین بسیاری با استفاده از مدل‌سازی‌های عددی تأثیر شکل را بررسی نموده‌اند [۱۲ و ۱۱]. میرقاسمی و همکاران [۱۳] با استفاده از روش اجزاء منفصل، رفتار مکانیکی مجموعه دانه‌های چندضلعی شکل را مدل‌سازی و نتایج را با یکدیگر مقایسه کردند. آن‌ها اظهار داشتند تیز گوشگی دانه‌ها می‌تواند به مقدار زیادی مقاومت برشی و تراکم‌پذیری دانه‌ها را تحت تأثیر قرار دهد. لو و مک‌داول [۱۴] نیز با استفاده از روش اجزاء منفصل، مصالح بالاست مورد استفاده در زیر تراورس راه‌آهن را به صورت اجزای کروی و غیرکروی مدل‌سازی کرده و رفتار تغییر شکلی آن‌ها را بررسی و مقایسه نمودند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که شکل مصالح می‌تواند بر توزیع و محل تمرکز تنش و نیز جابجایی و دوران دانه‌ها تأثیر گذارد. عابدی و میرقاسمی [۱۵] بارگذاری دو محوری بر روی شکل‌های مختلف دانه‌ها را مدل‌سازی نمودند. نتایج نشان داد که تیز گوشگی دانه‌ها می‌تواند به طور وسیعی رفتار مصالح دانه‌ای را تحت تأثیر قرار دهد. وانگ<sup>۱</sup> و همکاران [۵] از طریق مدل‌سازی عددی آزمایش‌های سه محوری، تأثیر شکل بر تغییر زنجیره‌های نیرو و وضعیت تماسی دانه‌ها را حین گسیختگی مصالح بررسی نمودند. همچنین ژانگ<sup>۲</sup> و همکاران [۳] تأثیر شکل بر رفتار شکست مصالح ماسه‌ای را از طریق مدل‌سازی آزمایش‌های سه محوری بررسی نمودند. آن‌ها دو شکل کروی و غیرکروی ماسه را مدل‌سازی نموده و بر اساس مقایسه رفتار تنش-کرنش، زاویه اصطکاک حداکثر و تنش انحرافی حداکثر، یک رابطه هیپرپولیک بین شکست و انرژی اعمالی به دانه‌ها را پیشنهاد کردند.

در تحقیقاتی که تاکنون صورت گرفته است، بررسی تأثیر شکل بر رفتار مکانیکی توده دانه‌ها در کارهای آزمایشگاهی، عموماً معطوف به مقایسه نتایج بین دانه‌های تیز گوشه و گرد گوشه بوده است. از طرفی، با توجه به توزیع شکل‌های مختلف در توده مصالح دانه‌ای طبیعی، بررسی تأثیر این خصوصیت مصالح از طریق آزمایش بر روی مصالح دانه‌ای در شکل‌های مختلف و تحلیل نتایج با یک مدل رفتاری که قابلیت اعمال پارامتر شکل دانه‌ها را داشته باشد، از اهمیت بالایی برخوردار است. در این تحقیق برای

- 1 Lu & McDowell
- 2 Wang
- 3 Zhang



شکل ۱. تغییرات پارامتر  $\mu$ ،  $K_0$  و  $M$  بر حسب زاویه اصطکاک داخلی

Fig. 1. Changes of the parameter  $\mu$ ,  $K_0$  and  $M$  in terms of internal friction angle

می‌آید:

$$\delta e^p = \beta \left[ \ln \frac{1}{1-P_s} \right]^{0.5(1-D)} \frac{\Gamma}{(1-\mu)d_0} (2-D)m\sigma_0^{0.5\alpha m(1-D)} \sigma^{(0.5\alpha m(D-1)-1)} \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (۳)$$

در رابطه فوق،  $P_s$  احتمال بقای دانه،  $d_0$  میانگین اندازه دانه‌ها در بازه مورد نظر و  $\sigma_0$  تنش مشخصه دانه‌ها (تنشی که به ازای آن احتمال بقای دانه ۳۷٪ می‌شود) می‌باشند.  $m$  مدول ویبول بوده که نشان دهنده پراکندگی مقاومت دانه‌ها بر حسب اندازه است. هر چقدر مقدار  $m$  بزرگ‌تر باشد، پراکندگی مقاومت دانه‌ها در برابر اندازه کمتر می‌گردد و بالعکس.  $D$  بعد فرکتال و  $\beta$  ضریب شکل می‌باشد.

ضریب  $c = 0.5 \times m(D-1) - 1$  را می‌توان به عنوان ضریب تحدب تعریف نمود. چرا که رفتار منحنی رابطه (۳)، بستگی به مقدار  $c$  خواهد داشت. بدین صورت که اگر  $c=0$ ، رابطه خطی به دست می‌آید که این مشابه رابطه‌ای است که در کتب مرجع مکانیک خاک ذکر گردیده است. اگر  $c>0$ ، آن‌گاه تحدب منحنی رو به بالا خواهد بود و همان رفتاری را نشان خواهد داد که در آزمایشات مختلف فشاری تک محوری مشاهده گردیده است [۳۳-۳۵]. در حالت  $c<0$  تحدب منحنی رو به پایین خواهد بود که با نتایج آزمایشگاهی مطابقت ندارد. بنابراین می‌توان چنین جمع‌بندی نمود که همواره  $c \geq 0$  می‌باشد (شکل ۲).

دوران دانه‌ها را در برمی‌گیرد. جمله دوم در سمت راست معادله، انرژی اتلافی ناشی از شکست دانه‌ها را نشان می‌دهد. در مکانیزم بارگذاری فشاری تک محوری با محصور شدگی جانبی و با اعمال شرط عدم حرکت دیواره‌ها و [۲۵]  $\sigma_r = K_0 \sigma_a$ ، نهایتاً رابطه ذیل به دست می‌آید:

$$\sigma_a \delta e_a^p = \frac{\Gamma ds}{V_s (1-\mu)} \quad (۲)$$

که در آن  $\mu = \frac{2}{9} M(1+2K_0)$  ضریبی وابسته به اصطکاک مصالح می‌باشد.  $K_0$  برابر با  $1 - \sin(\phi)$  در نظر گرفته می‌شود [۲۶].  $\phi$  زاویه اصطکاک داخلی مصالح بوده و  $M = 6 \sin(\phi) / (3 - \sin(\phi))$  [۲۵] می‌باشد. لازم به ذکر است پارامتر  $\mu$  نشان دهنده نسبت انرژی اتلافی اصطکاک به کل انرژی اعمالی به دانه‌ها می‌باشد. تغییرات پارامتر  $\mu$ ،  $M$  و  $K_0$  در برابر زاویه اصطکاک داخلی به صورت شکل ۱ درمی‌آید:

همانطور که ملاحظه می‌گردد، با افزایش مقدار زاویه اصطکاک داخلی، مقدار  $\mu$  نیز افزایش می‌یابد، لیکن در مقادیر زاویه اصطکاک داخلی بزرگ‌تر از ۶۰ درجه، پارامتر  $\mu$  در مقدار  $0.68$  تقریباً ثابت می‌ماند.

با اعمال شرایط مربوط به آزمایش تک محوری با محصور شدگی جانبی و همچنین استفاده از تئوری‌های فرکتال [۳۱-۳۷] و ویبول [۳۲]، فرم کلی معادله تراکم‌پذیری تک محوری مک‌داول و همکاران [۱۶] به شکل زیر در

هم نکنند. در مقابل هر چقدر کرویت دانه‌ها کاهش یابد و نقاط تمرکز تنش در دانه ایجاد شود، مقاومت شکست به شدت تحت تأثیر آن‌ها قرار خواهد گرفت. بنابراین مقدار  $m$  با کرویت دانه‌ها رابطه مستقیم خواهد داشت.

- تنش مشخصه به مقدار مقاومت دانه‌ها در برابر شکست بستگی دارد. مسلماً چون دانه‌های کروی شکل به دلیل عدم وجود نقاط تمرکز تنش، مقدار مقاومت بیشتری را از خود نشان می‌دهند، می‌توان گفت که با کرویت دانه‌ها رابطه مستقیم خواهد داشت.

- پارامتر  $\mu$  به زاویه اصطکاک داخلی مصالح بستگی دارد. چون مصالح کروی شکل، به دلیل سطح تماس کمتر نسبت به هم، دارای زاویه اصطکاک داخلی کمتری خواهند بود [۳۸]، لذا مقدار  $\mu$  با افزایش کرویت دانه‌ها کاهش خواهد یافت.

- پارامتر  $D$  از روی شیب منحنی دانه‌بندی مصالح در مقیاس تمام لگاریتمی به دست می‌آید [۳۱]. بنابراین، چون با افزایش کرویت دانه‌ها، مقدار شکست مصالح کاهش و نتیجتاً منحنی دانه‌بندی شیب تندتری خواهد داشت، لذا مقدار  $D$  کاهش می‌یابد.

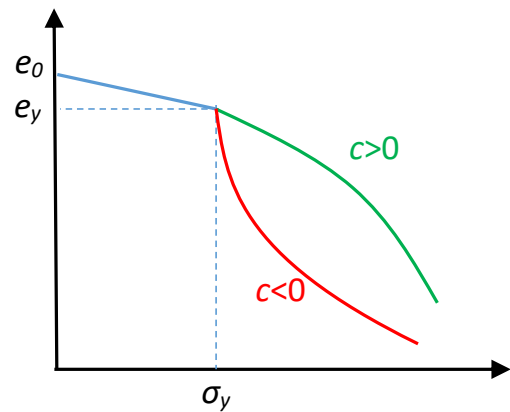
- پارامتر  $\beta$  را می‌توان به صورت نسبت ضریب شکل سطحی به ضریب شکل حجمی دانه در نظر گرفت.

### ۳- آزمایش‌ها

بعد از حصول رابطه تحلیلی تراکم‌پذیری مصالح دانه‌ای، در این مرحله برای ارزیابی مدل و بررسی جامع تأثیر شکل دانه‌ها، بایستی مصالح دانه‌ای طبیعی در شکل‌های مختلف تهیه و مورد آزمایش قرار گیرند. از طرفی چون یافتن مصالح دانه‌ای طبیعی در شکل‌های مختلف ولی در اندازه‌های یکسان عملاً غیرممکن می‌باشد، لذا در این تحقیق از یک ماده جایگزین به نام بتن پودری واکنش‌پذیر برای ساخت دانه‌های مصنوعی استفاده گردید. سپس به منظور امکان‌سنجی استفاده از مدل تحلیلی در مصالح دانه‌ای طبیعی، آزمایش‌های مشابهی نیز بر روی مصالح گرانیته، در همان مقیاس اندازه مصالح دانه‌ای مصنوعی صورت گرفت. در ادامه به تفصیل هر یک از مراحل کار توضیح داده خواهد شد.

#### ۳-۱- بتن پودری واکنش‌پذیر

بتن پودری واکنش‌پذیر<sup>۱</sup> به دلیل مقاومت زیاد، عمل‌آوری سریع (تقریباً ۱۰ روزه در مقایسه با ۲۸ روزه در بتن معمولی)، استفاده از مصالح با ابعاد



شکل ۲. تأثیر ضریب تحدب بر رفتار مدل مک داوول و همکاران

Fig. 2. The effect of convexity coefficient on the behavior of McDowell et al. equation

بر اساس آنچه که در خصوص ضریب تحدب بیان گردید ( $c \geq 0$ )، می‌توان چنین جمع‌بندی نمود که:

$$D \geq 2 / m + 1 \quad (4)$$

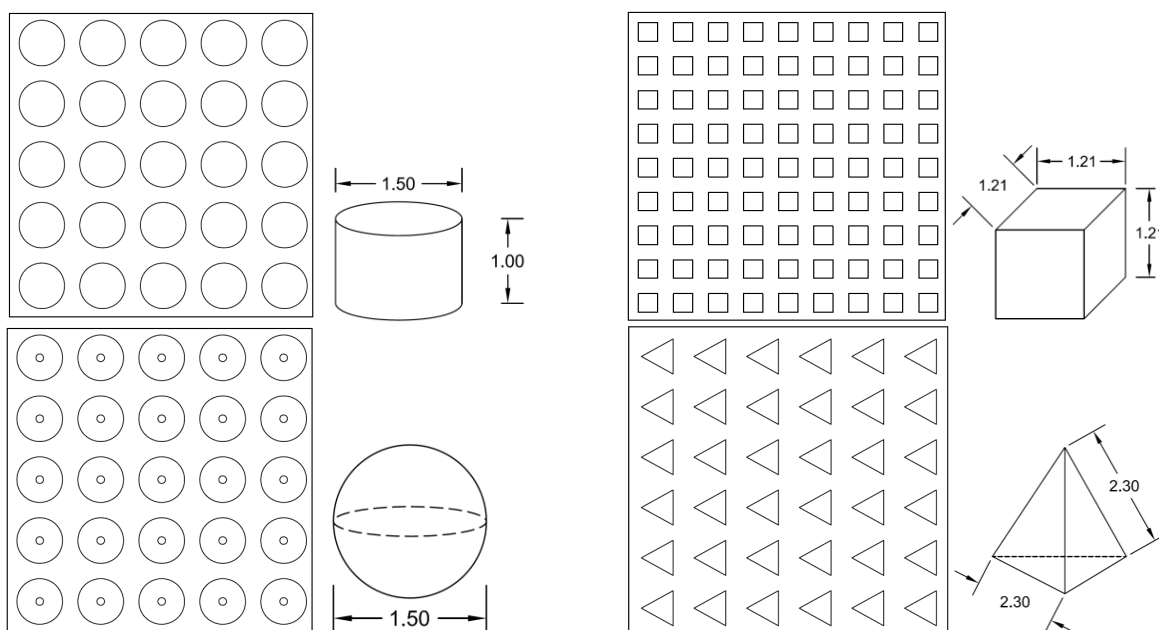
ذکر این نکته ضروری است که روابط ارائه شده، برای حالتی است که رفتار مصالح وارد مرحله شکست شده است. یعنی دانه‌ها از مرحله جابجایی و دوران اولیه عبور کرده‌اند و شکست مصالح آغاز شده است.

#### ۲-۱- پارامترهای مؤثر بر شکل دانه

به طور کلی، شکل سنگدانه‌ها از تیز گوشه تا گرد گوشگی کامل را در بر می‌گیرد [۳۶]. سنگدانه‌های گرد گوشه دارای شکل شبیه به کره بوده و با افزایش تیز گوشگی، از کرویت آن‌ها کاسته می‌شود. از آنجایی که هدف این تحقیق بررسی تأثیر شکل بر رفتار مکانیکی مصالح دانه‌ای می‌باشد، ضروری است تا پارامترهای مؤثر بر شکل دانه در رابطه تراکم‌پذیری مصالح مشخص گردند. به طور کلی، پارامترهای  $m$ ،  $D$ ،  $\mu$ ،  $\sigma_0$  و  $\beta$  وابسته به شکل دانه‌ها می‌باشند:

- با افزایش کرویت دانه‌ها مقدار  $m$  افزایش می‌یابد [۳۷، ۳۳ و ۱۱]. همانطور که می‌دانیم، هر چقدر مقاومت شکست دانه‌ها در اندازه‌های مختلف نزدیک به هم باشند، مقدار  $m$  افزایش خواهد یافت و بالعکس. بنابراین کاملاً مورد انتظار است که در دانه‌های کروی شکل به دلیل یکسان بودن وضعیت توزیع تنش در هر نقطه از بارگذاری، مقادیر مقاومت شکست خیلی تفاوت با





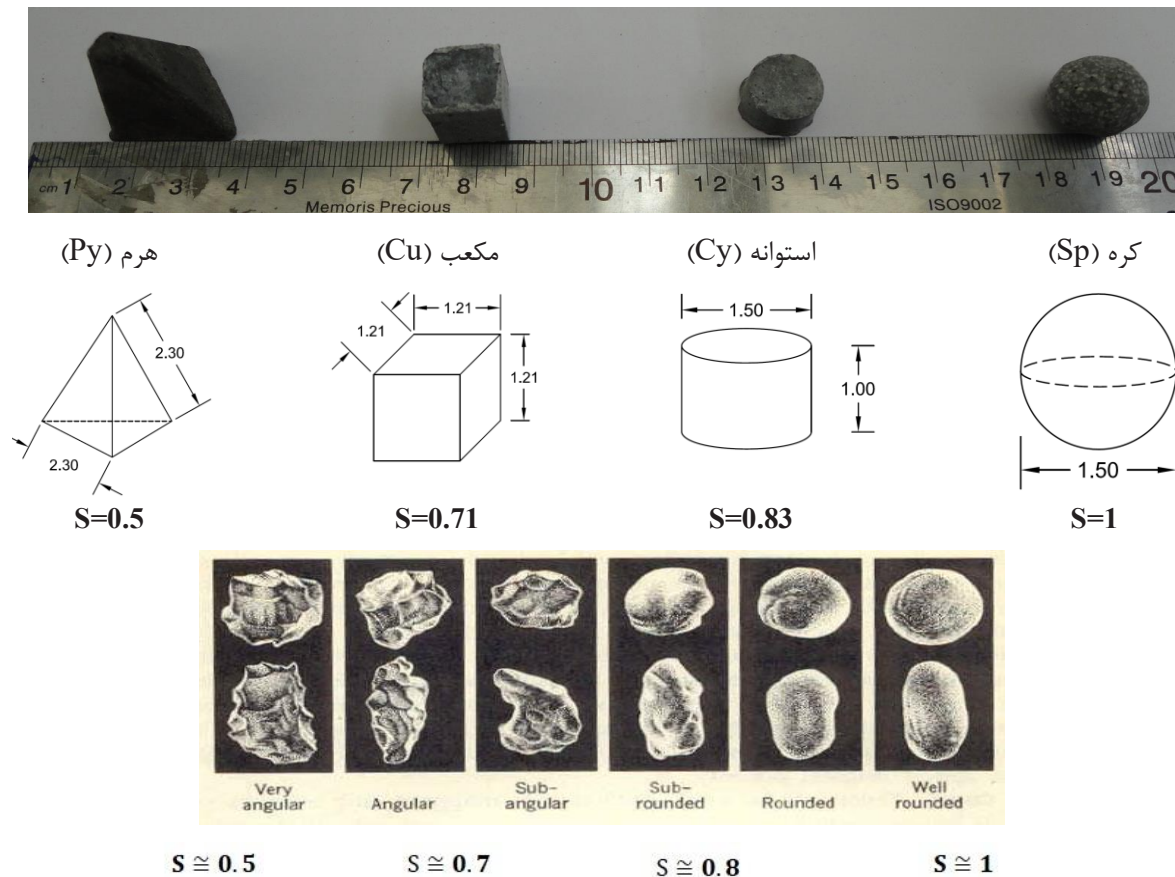
شکل ۳. قالب‌های ساخت دانه‌های مصنوعی

Fig.3. Molds for making artificial grains

عملیات تزریق بتن صورت گرفت.

به منظور ارزیابی رفتار مکانیکی دانه‌های مصنوعی بتنی، نمونه‌های استاندارد بتنی به قطر ۵ سانتی‌متر و ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر نیز ساخته شده و به همراه نمونه‌های گرانیتی استخراج شده از یکی از منابع قرضه منطقه رحمانلو-عجب‌شیر در ۹۰ کیلومتری شهر تبریز، انواع آزمایش‌های فیزیکی و مکانیکی برای یافتن پارامترهای مورد نیاز بر روی آن‌ها مطابق استانداردهای مربوطه انجام گرفت. به طوری که مقاومت فشاری استاندارد [۳۹] برای نمونه گرانیتی برابر با ۱۶۷ MPa و برای نمونه بتنی ۷۰ MPa، مقاومت کششی برزیلی [۴۰] برای نمونه گرانیتی ۸ MPa و برای نمونه بتنی ۴/۶ و مدول الاستیسیته  $E_{50}$  [۳۹] برای نمونه گرانیتی برابر با ۸۵ GPa و برای نمونه بتنی ۵۲ GPa به دست آمدند. ضمناً وزن واحد حجم گرانیت و بتن به ترتیب برابر با  $2832 \text{ kg/m}^3$  و  $2421 \text{ kg/m}^3$  محاسبه شدند. از نظر تغییر شکل‌پذیری با توجه به طبقه‌بندی ارائه شده در مرجع [۴۱]، مصالح بتن و گرانیت در رده مصالح با نسبت مدول تغییر شکل‌پذیری زیاد قرار می‌گیرند. از طرفی با توجه به نزدیکی سایر مقادیر اندازه‌گیری شده همچون سرعت موج طولی [۴۲] که به ترتیب برای گرانیت و بتن  $3850 \text{ m/s}$  و  $3519 \text{ m/s}$  و شاخص شکنندگی [۴۳] برابر با  $0.87$  و  $0.91$  برای بتن می‌باشند، رفتار مشابهی از آن‌ها انتظار می‌رود.

ریز (قطر بزرگ‌ترین ذره آن در حدود  $0.6$  میلی‌متر می‌باشد که امکان ساخت آن در قالب‌های کوچک را فراهم می‌کند)، وزن مخصوص بین ۲۲۰۰ و ۲۸۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و رفتار ترد آن می‌تواند به عنوان جایگزین مناسبی برای مدل‌سازی مصالح دانه‌ای سنگی با مقاومت زیاد مطرح گردد. مواد تشکیل دهنده آن شامل سیمان با عیار  $850 \text{ Kg/m}^3$ ، ماسه سیلیسی با عیار  $935 \text{ Kg/m}^3$ ، پودر سیلیس با عیار  $180 \text{ Kg/m}^3$ ، میکروسیلیس با عیار  $213 \text{ Kg/m}^3$ ، فوق روان کننده با وزن ۴۷ کیلوگرم و ۱۹۷ لیتر آب در واحد حجم بتن می‌باشند. بر این اساس، نمونه‌های استاندارد RPC مطابق طرح اختلاط مشخص ساخته شدند. بدین صورت که ابتدا مصالح تشکیل دهنده به جز آب و فوق روان کننده، برای حجم ۱۰ لیتر در هر مرحله بتن‌ریزی، وزن شده و به صورت خشک درون مخلوط‌کن به مدت ۶ دقیقه مخلوط شدند. سپس آب و فوق روان کننده در دو مرحله اضافه شدند به طوری که هر مرحله به مدت سه دقیقه اختلاط صورت گرفت. سپس بتن آماده درون قالب‌های از پیش تهیه شده ریخته و پس از ۴۸ ساعت نمونه‌ها از قالب جدا شده و جهت عمل‌آوری به مدت ۷ روز درون آب با دمای ۸۰ درجه سانتی‌گراد قرار گرفتند. لازم به ذکر است قالب‌های تفلونی طراحی و به طور دقیق به وسیله دستگاه CNC، تراشکاری و ماشین‌کاری شده بودند (شکل ۳). ضمناً برای ساخت نمونه‌های کروی، دو قالب نیم‌کره به صورت دقیق بر روی هم قرار گرفتند و از طریق نیم‌کره بالایی و سوراخ تعبیه شده،



شکل ۴. شکل و ابعاد دانه‌های ساخته شده به وسیله RPC [۴۵]

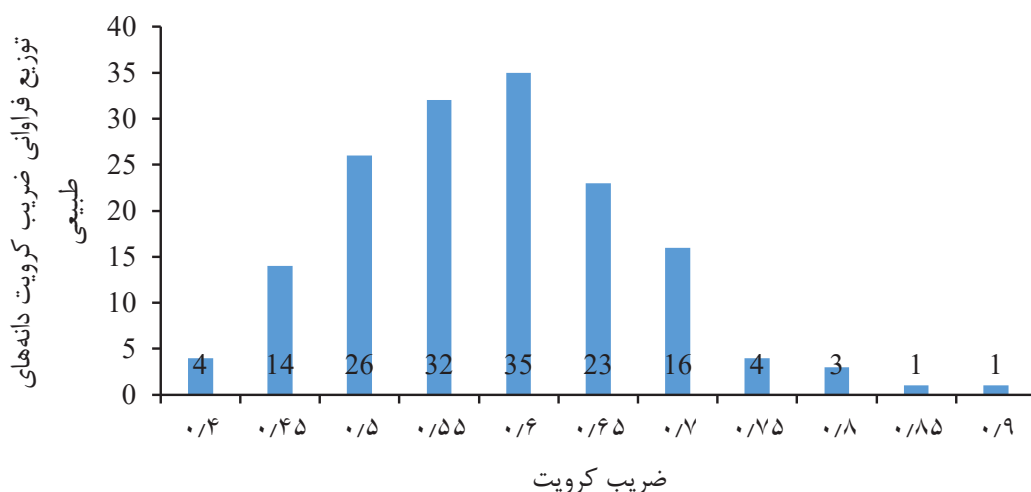
Fig. 4. Shape and dimensions of grains made of RPC

۳-۲- شکل و اندازه دانه  
 شکل سنگدانه‌ها می‌تواند در قالب پارامترهای مختلف مشخص گردد. در بین پارامترهایی که در تعیین شکل مصالح همچون فرم، تیزگوشگی و بافت سطحی به کار می‌روند، پارامتر فرم مصالح در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد که در بردارنده ویژگی‌های کرویت<sup>۱</sup>، کشیدگی<sup>۲</sup> و تخت بودن<sup>۳</sup> می‌باشد [۴۴]. در این تحقیق شکل مصالح به نحوی انتخاب شده است که تنها پارامتر کرویت به عنوان متغیر شکل مطرح گردد. بدین صورت که سایر پارامترهای فرم همچون درازی و تخت بودن برای کلیه مصالح یکسان باشند. ضریب کرویت (S) طبق تعریف به صورت نسبت شعاع بزرگ‌ترین دایره محاط بر سنگدانه به شعاع کوچک‌ترین دایره محیطی تعریف می‌گردد [۸]. بر این اساس، مصالح دانه‌ای مصنوعی بتنی در چهار شکل کرویت

۴). بدین صورت که مقدار S که برای دانه کرویت مساوی یک می‌باشد، به صورت تدریجی برای دانه‌های دیگر کاهش می‌یابد. لذا شکل دانه‌ها به نحوی انتخاب شدند که حتی‌الامکان نماینده طیف وسیعی از مصالح دانه‌ای موجود در طبیعت باشند.

از طرفی به منظور تعیین ضریب کرویت مصالح گرانیته و بررسی پراکندگی آن‌ها، تعداد ۱۵۹ عدد سنگدانه گرانیته در محدوده ابعاد ۱۴ الی ۶۳ میلی‌متر، به صورت تصادفی انتخاب و ابعاد آن‌ها در سه جهت متعامد توسط کولیس اندازه‌گیری و فراوانی آن‌ها در بازه‌های مختلف محاسبه گردید که در شکل ۵ نشان داده شده است. ملاحظه می‌گردد که تغییرات ضریب کرویت مصالح دانه‌ای طبیعی از یک توزیع نرمال تبعیت می‌کند. ضمناً مقدار میانگین ضریب کرویت برای مصالح گرانیته به مقدار ۰/۵۶ با انحراف معیار ۰/۰۹ به دست آمده است.

۱ Sphericity  
 2 Elongation  
 3 Flatness



شکل ۵. منحنی توزیع نرمال استاندارد ضریب کرویت برای مصالح گرانیتی

Fig. 5. Standard normal distribution curve of spherical coefficient for granite materials

تخلخل ۰/۸ در داخل قالب‌ها ریخته و با میز لرزان متراکم می‌شوند. لازم به ذکر است با توجه به اینکه حجم دانه‌های بتنی کاملاً مشخص می‌باشد، لذا بر اساس نسبت تخلخل مورد نظر، می‌توان تعداد لازم را به صورت دقیق محاسبه نمود و در داخل محفظه بارگذاری قرار داد. اما در مورد دانه‌های طبیعی، بر اساس چگالی دانه‌ها و محاسبه وزن کل توده، دانه‌ها به تراکم مورد نظر مشابه دانه‌های بتنی، رسانده می‌شوند. در شکل ۶ تصویر دانه‌ها در داخل قالب بارگذاری نشان داده شده است.

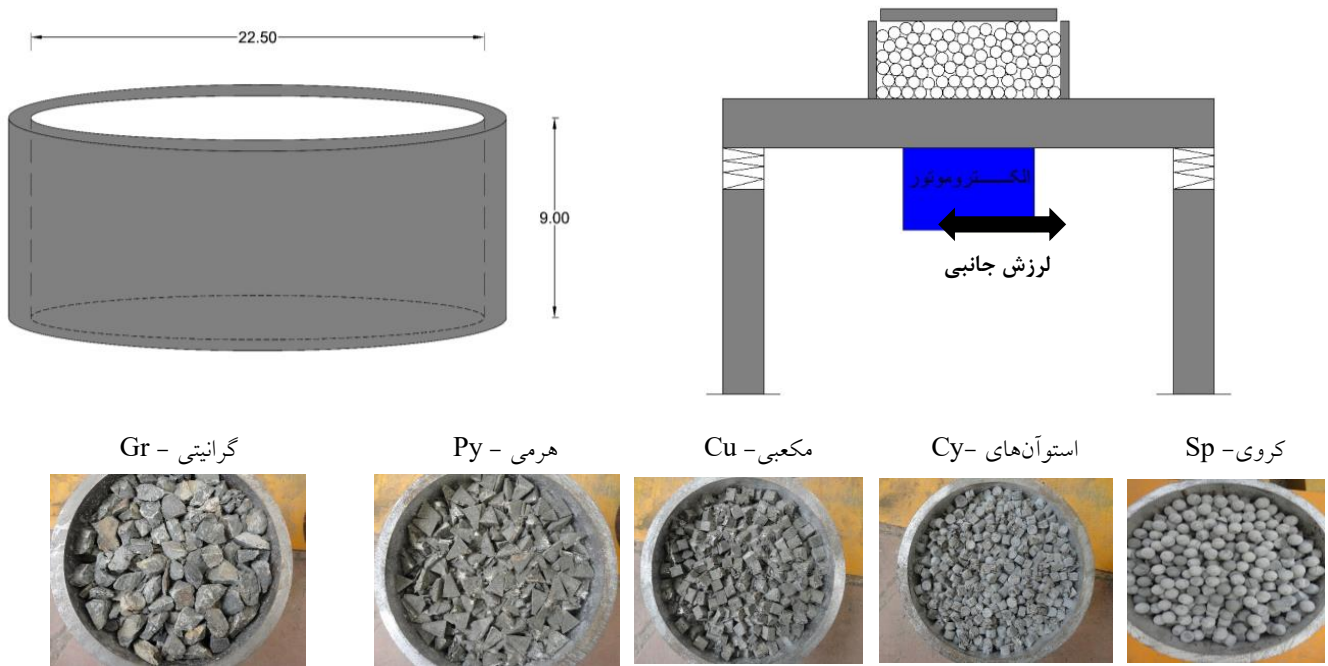
برای محفظه استوان‌های سه سطح نیرویی ۴، ۸ و ۱۶ تن با سرعت ۰/۱ میلی‌متر بر دقیقه اعمال گردید. به منظور ثبت مقادیر نیرو و جابجایی از نیروسنج و جابجایی‌سنج استفاده گردید که مقادیر لحظه‌ای آن‌ها توسط دیتالاگر ثبت شدند. لازم به ذکر است به دلیل امکان دوران صفحه بالایی در اثر شکست و جابجایی دانه‌ها، یک قطعه مفصلی طراحی و ساخته شد که در بین نیروسنج و استوانه بارگذاری قرار گرفت. ضمناً به منظور جذب نیروی افقی ناشی از دوران صفحه بارگذاری، تکیه‌گاه‌های افقی از طرفین تعبیه گردید که امکان حرکت افقی سیستم اعمال نیرو را سلب می‌کردند (شکل ۷). بعد از هر آزمایش، دانه‌بندی مصالح به منظور تعیین فاکتور شکست صورت گرفت و تغییرات نسبت تخلخل در برابر تنش قائم نیز ترسیم گردید.

همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده است، اندازه دانه‌های بتنی بین ۱ الی ۲/۵ سانتی‌متر می‌باشند که در محدوده مصالح درشت‌دانه قرار می‌گیرند [۴۶]. مصالح گرانیتی نیز (Gr) در همان محدوده اندازه آماده شدند تا امکان مقایسه با دانه‌های مصنوعی بتنی فراهم گردد.

### ۳-۳- آزمایش‌ها

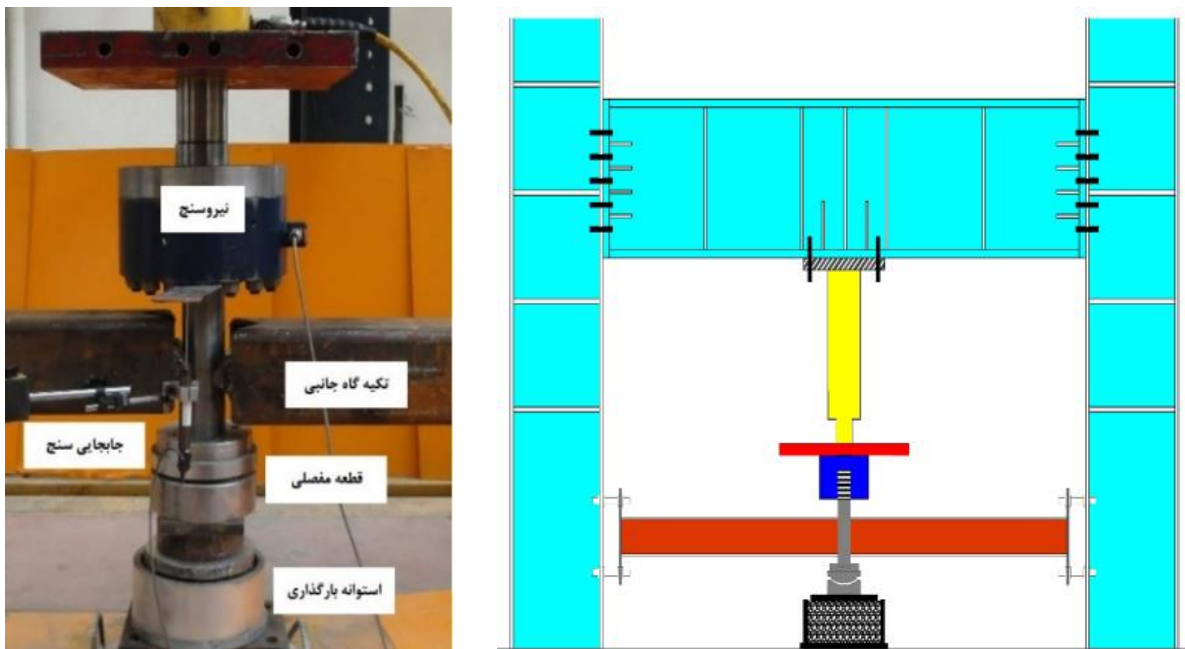
به منظور از بین بردن اثرات گوشه و نیز اعمال یکنواخت بار جانبی، از قالب‌های استوان‌های برای انجام آزمایش‌ها استفاده گردید. همچنین به منظور اعمال بارگذاری قائم یکنواخت بر روی کلیه مصالح دانه‌ای، بار فشاری بر کل سطح مقطع استوانه اعمال می‌گردد. با رعایت حداقل نسبت کوچک‌ترین بعد قالب به بزرگ‌ترین بعد دانه برابر با ۶ [۴۷]، تأثیر دیواره‌های محفظه آزمایش به حداقل خود می‌رسد. به طوری که در این حالت خواص مکانیکی مورد اندازه‌گیری به ابعاد قالب بستگی نخواهند داشت. بر این اساس، از قالب استوان‌های با قطر ۲۲/۵ و ارتفاع ۹ سانتی‌متر استفاده گردید (شکل ۶).

همچنین به منظور کاهش اثر اصطکاک بین دیواره قالب و دانه‌ها، نسبت قطر به ارتفاع قالب‌ها طبق استاندارد ASTM D2435 برابر ۲/۵ رعایت شده است [۴۸]. دانه‌های مصنوعی بتنی و گرانیتی تا رسیدن به نسبت



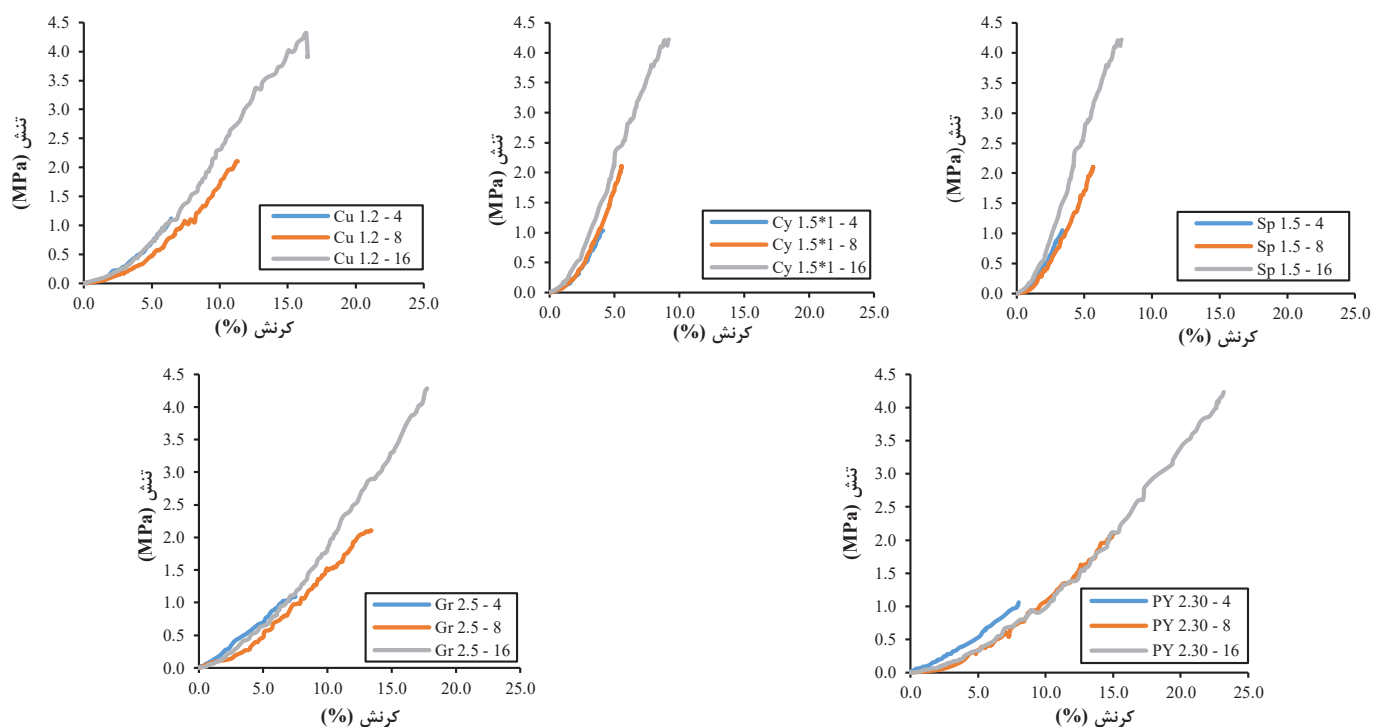
شکل ۶. قالب استوانه‌های مورد آزمایش، میز لرزان به همراه تصاویر دانه‌های بتنی ساخته شده در چهار شکل مختلف به همراه دانه‌های گرانیتی

Fig. 6. Tested cylindrical mold, vibrating table with images of granite and concrete grains made in four different shapes



شکل ۷. دستگاه بارگذاری

Fig. 7. Loading set-up



شکل ۸. نمودارهای تنش-کرنش مصالح دانه‌ای بتنی و گرانیت

Fig. 8. Stress-strain diagrams of concrete and granite aggregates

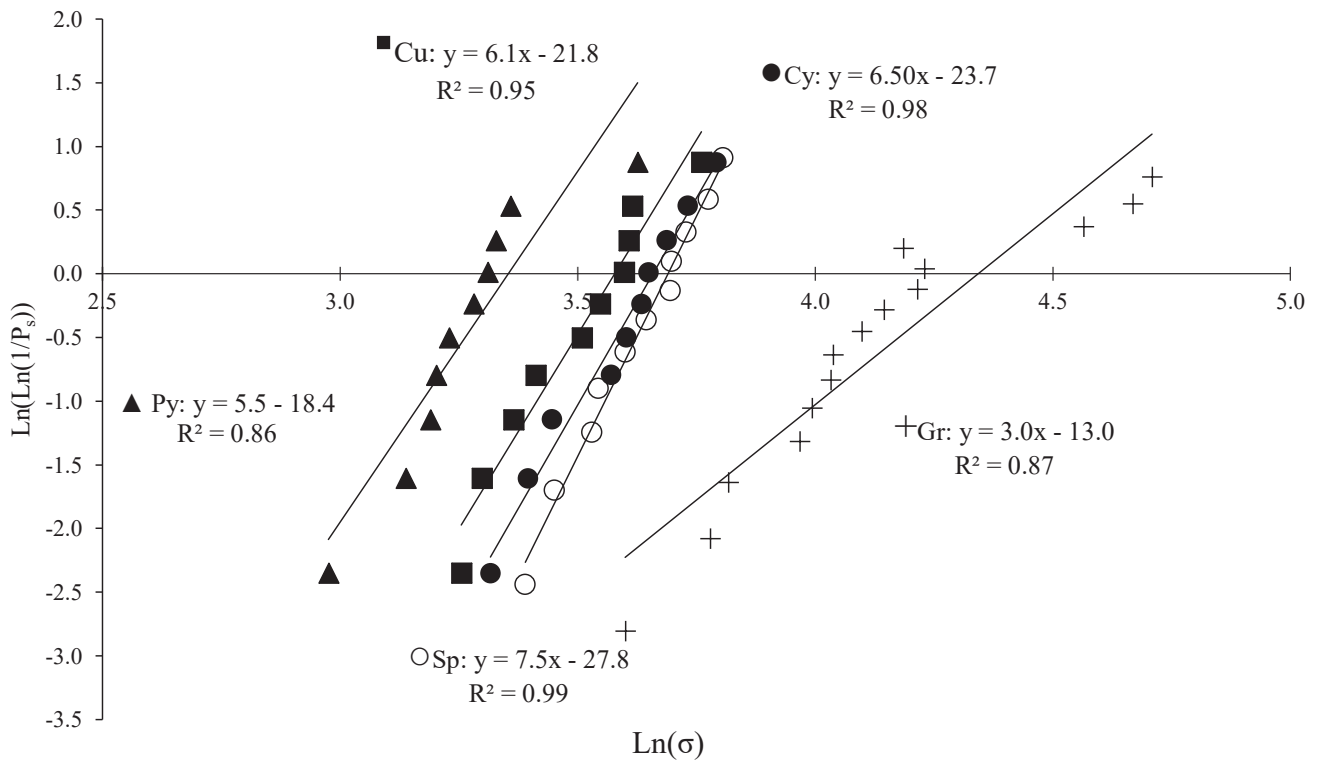
#### ۴- نتایج

##### ۴-۱ رفتار تنش-کرنش

در شکل ۸ نتایج نمودارهای تنش-کرنش مصالح دانه‌ای مصنوعی بتنی و گرانیتی در سه سطح بارگذاری مشابه نشان داده شده‌اند. شرایط اولیه آزمایش‌ها از جمله نسبت تخلخل در همه آزمایش‌ها یکسان است. مشاهده می‌شود که با کاهش ضریب کرویت دانه‌ها، مقدار کرنش کلی دانه‌ها به تدریج افزایش می‌یابد. به طوری که کرنش حداکثر از ۰٫۷۵٪ در مصالح کروی به ۲۳٫۱٪ در مصالح هرمی افزایش یافته است که نشان دهنده تأثیر زیاد شکل بر رفتار مصالح دانه‌ای می‌باشد. از طرفی، در تمامی آزمایش‌ها، رفتار سخت شونده‌گی قابل مشاهده است. زیرا به دلیل جابجایی و وقوع شکست در مصالح و عدم امکان جابجایی دیواره‌های محفظه بارگذاری، سختی توده دانه‌ها به تدریج افزایش می‌یابد. در نمونه‌های گرانیتی با کرنش حداکثر ۱۷٫۷٪ نیز به طور مشابه رفتار سخت شونده‌گی مجموعه دانه‌ها به وضوح دیده می‌شود.

##### ۴-۲ تراکم‌پذیری مصالح دانه‌ای

به منظور تحلیل نتایج آزمایشگاهی و انطباق رفتار تراکم‌پذیری مشاهده شده با روابط تحلیلی، مقادیر پارامترهای مورد نیاز بایستی از قبل تعیین گردند. در جدول ۱ کلیه پارامترهای لازم برای تحلیل نتایج نمونه‌های مصنوعی بتنی و گرانیت آورده شده‌اند. مقادیر تنش تسلیم ( $\sigma_y$ ) همانطور که قبلاً بیان گردید، از روی نتایج آزمایشگاهی مربوطه تعیین می‌شوند. پارامترهای  $m$  و  $\sigma_0$  از روی نتایج آزمایش‌های شکست تک‌دانه و بر اساس تحلیل ویبول و پارامتر  $\Gamma$  بر اساس آزمایش‌های دیسک برزیلی نمونه‌های ترک‌دار و با اعمال فشار محصور شدگی محاسبه گردیده‌اند. همچنین مقدار بعد فرکتال  $D$  بر اساس رابطه (۴) و زاویه اصطکاک داخلی مصالح نیز بر اساس مرجع [۵۰] در آزمایشگاه تعیین گردیده است (شکل ۱۰).  
بر اساس شکل ۹ مشاهده می‌شود که با افزایش کرویت دانه‌ها، مقدار  $m$  برابر با شیب خط برازش شده، افزایش یافته است که مؤید نتایج قبلی می‌باشد. از طرفی بر اساس نتایج جدول ۱، با کاهش کرویت دانه‌ها مقدار تنش مشخصه به دلیل ایجاد نقاط تمرکز تنش کاهش می‌یابد.



شکل ۹. نمودارهای ویبول برای هر یک از مصالح دانه‌ای کروی (Sp)، استوان‌های (Cy)، مکعبی (Cu)، هرمی (Py) و گرانیتی (Gr)

Fig. 9. Weibull diagrams for each of the aggregates of spherical (Sp), cylindrical (Cy), cubic (Cu), pyramidal (Py) and granite (Gr) grains



شکل ۱۰. تعیین زاویه اصطکاک داخلی دانه‌های بتنی بر اساس استاندارد ASTM-C1444

Fig. 10. Determination of internal friction angle of concrete aggregates according to ASTM C1444

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مورد استفاده RPC و گرانیت در رابطه تحلیلی تراکم‌پذیری

Table 1. Values of the parameters used by RPC and granite in the analytical relation of compressibility

شکل دانه	واحد	Sp	Cy	Cu	Py	Gr
$\sigma_y$	kg/cm <sup>2</sup>	۱/۰۰	۰/۹۵	۰/۹۰	۰/۵۰	۰/۲۰
$\beta$	-	۶	۵/۴	۶	۱۱	۱۰
$\mu$	-	۰/۵۳	۰/۵۷	۰/۵۹	۰/۶۰	۰/۶۲
$m$	-	۷/۵	۶/۵	۶/۱	۵/۵	۳
$\sigma_0$	kg/cm <sup>2</sup>	۷/۵۰	۶/۵۰	۶/۱	۵/۰	۱۲/۸
$D$	-	۱/۳۵	۱/۴۰	۱/۳۵	۱/۳۷	۱/۶۸
$d_0$	mm	۱۴/۵	۱۳/۵	۱۱	۴۵	۱۹
$F$	N/m	۱۸/۵	۱۸/۵	۱۸/۵	۱۸/۵	۴۸

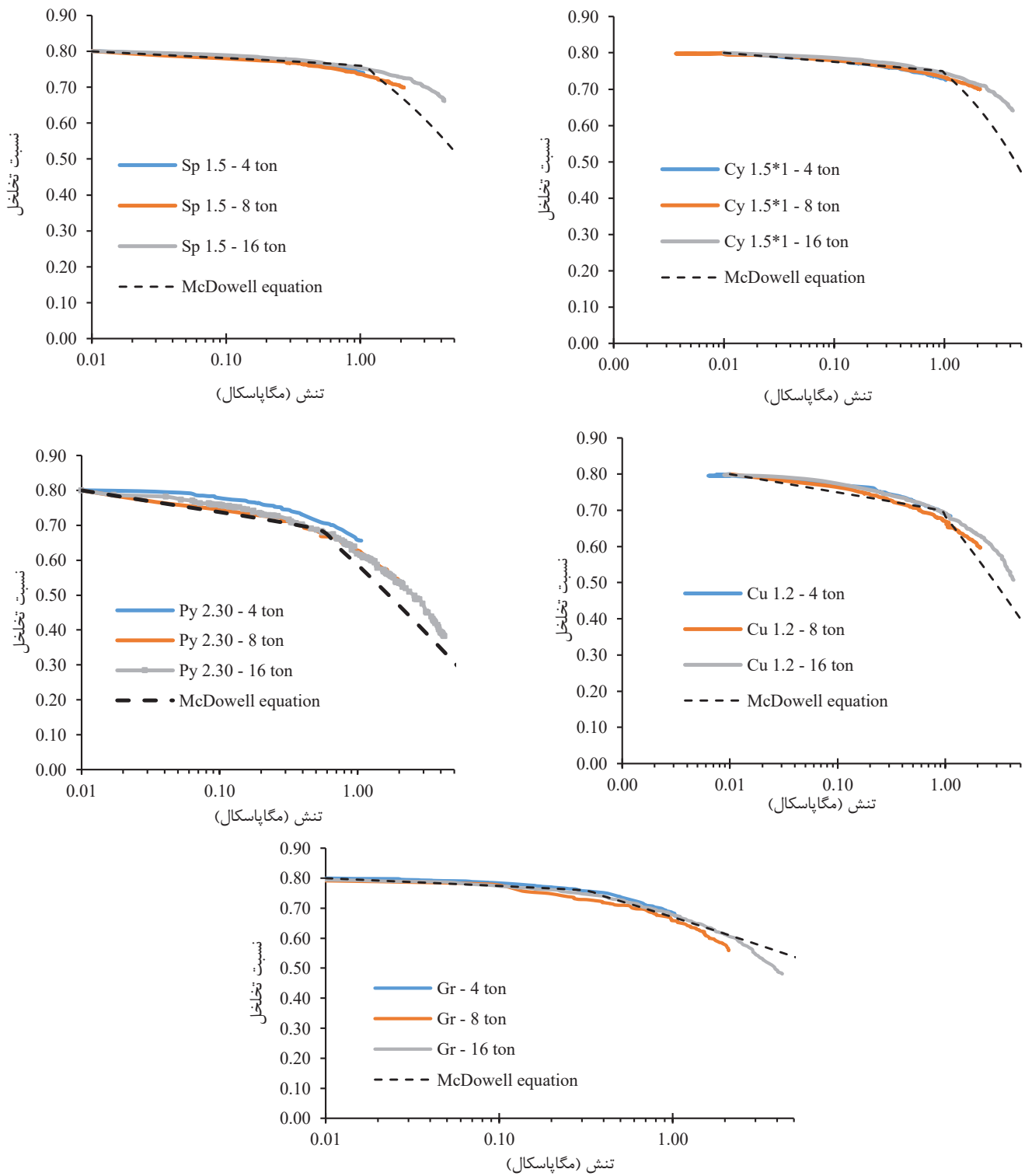
می‌گردد. در بررسی رفتار تراکم‌پذیری دانه‌های گرانیت نیز مشاهده می‌شود که مشابه دانه‌های مصنوعی بتنی، ابتدا تغییر مکان‌های خطی رخ داده و سپس تراکم‌پذیری بعد از تنش تسلیم بیشتر می‌گردد. نکته قابل توجه این است که ضریب کرویت دانه‌های گرانیتی نزدیک به دانه‌های بتنی هرمی شکل بوده ولی تراکم‌پذیری دانه‌های گرانیت کمتر از دانه‌های هرمی شکل می‌باشد. علت آن به بیشتر بودن انرژی سطحی شکست در مصالح گرانیت مربوط می‌شود که وقوع شکست کمتر در آن مصالح را به دنبال دارد. به عبارتی دیگر، می‌توان گفت که با افزایش انرژی سطحی شکست در مصالح، تأثیر شکل بر رفتار تراکم‌پذیری مصالح کاهش می‌یابد.

ملاحظه می‌گردد که نمودارهای به دست آمده از رابطه تحلیلی مک‌داول و همکاران، نمی‌تواند رفتار تراکم‌پذیری دانه‌ها در همه شکل‌ها را به خوبی پیش‌بینی نماید. این موضوع در شکل‌های با ضریب کرویت بیشتر (کروی و استوان‌های) بیشتر نمایان می‌گردد. با توجه به اینکه این مدل در حالت دو بعدی و با فرض دانه‌های مثلثی استخراج و سپس صحت‌سنجی شده است، لذا عملاً نمی‌تواند رفتار تراکم‌پذیری همه شکل‌های دانه‌ها را پوشش دهد.

۴-۳- شکست مصالح دانه‌ای

بعد از انجام هر آزمایش بر روی مصالح دانه‌ای مصنوعی بتنی و گرانیتی، آزمایش دانه‌بندی برای تعیین فاکتور شکست مصالح انجام گردید. تاکنون فاکتورهای شکست مختلفی پیشنهاد شده است [۵۳-۵۱ و ۳۰] که از میان آن‌ها، فاکتور شکست هاردین انتخاب می‌گردد. این فاکتور بر اساس منحنی

شکل ۱۱ نتایج آزمایشگاهی تراکم‌پذیری مصالح دانه‌ای بتنی مصنوعی و گرانیتی را در همه سطوح تنش اعمالی به تفکیک برای هر یک از شکل‌ها نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که تمامی نمونه‌های مصنوعی بتنی، تغییر مکان‌های خطی را در ابتدای بارگذاری تجربه می‌کنند. بیشترین جابجایی رخ داده در این مرحله برای دانه‌های هرمی شکل، سپس دانه‌های مکعبی و استوان‌های شکل و کمترین جابجایی برای دانه‌های کروی شکل می‌باشد. علت این مسئله به شکل دانه‌ها مربوط می‌شود. به طوری که دانه‌های هرمی شکل، بهتر از بقیه دانه‌ها می‌توانند در اثر دوران و لغزش، فضاهای خالی اولیه را پر کرده و متراکم گردند. از طرفی، در تنش‌های کمتر نسبت به بقیه دانه‌ها، به تنش تسلیم رسیده و فرایند شکست در آن‌ها آغاز می‌گردد. مشاهده می‌شود که میزان تراکم‌پذیری رخ داده بعد از تنش تسلیم نیز برای دانه‌های هرمی شکل بیشتر از بقیه دانه‌ها است. علت آن به وقوع شکست بیشتر در دانه‌های هرمی شکل مربوط می‌شود. دانه‌های کروی شکل، در مقایسه با سایر دانه‌ها، کمترین امکان برای پر کردن فضاهای خالی را دارا می‌باشند. از طرفی، به دلیل عدم وجود نقاط تیز گوشه، تمرکز تنش فقط در نقاط تماس دانه‌ها به وجود می‌آید و همین علت، باعث وقوع کمتر شکست در این دانه‌ها می‌گردد. روند فوق‌الذکر، در خصوص دانه‌های استوان‌های و مکعبی نیز تکرار می‌شود. یعنی دانه‌های مکعبی دارای تراکم‌پذیری بیشتر از دانه‌های استوان‌های می‌باشند. از طرفی، رفتار این دانه‌ها مابین دانه‌های کروی و هرمی قرار دارد. به طور کلی هر چقدر کرویت دانه‌ها کمتر شود، تمرکز تنش بیشتری در نقاط گوشه دانه‌ها اتفاق افتاده و منجر به شکست بیشتر نمونه‌ها



شکل ۱۱. مقایسه رفتار تراکم پذیری مصالح دانه‌ای RPC هم اندازه با شکل‌های مختلف

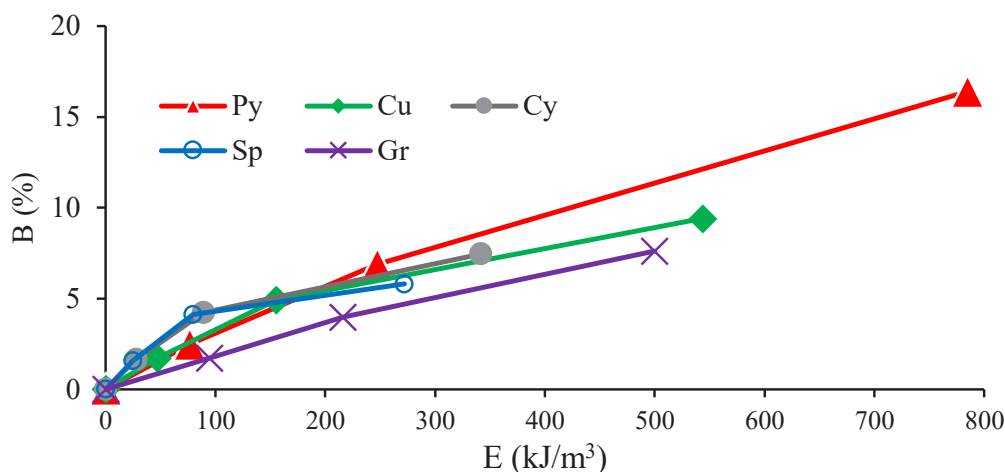
Fig. 11. Comparison of compressibility behavior of RPC grains of same sizes with different shapes



جدول ۲. مقادیر شکست رخ داده و انرژی اعمالی به دانه‌های بتنی و گرانیتی

Table 2. Breakage values and energy applied to concrete and granite grains

تنش (MPa)		Sp	Cy	Cu	Py	Gr
۱٫۱	B <sub>H</sub>	٪ ۱٫۵۸	٪ ۱٫۶۴	٪ ۱٫۷۱	٪ ۲٫۴۷	٪ ۱٫۷۳
	E (kJ/m <sup>3</sup> )	۲۴٫۶	۲۸٫۰	۴۷٫۳	۷۶٫۳	۹۴٫۷
۲٫۱	B <sub>H</sub>	٪ ۴٫۱۰	٪ ۲٫۶۵	٪ ۴٫۹۳	٪ ۶٫۸۸	٪ ۳٫۹۹
	E (kJ/m <sup>3</sup> )	۷۹٫۷	۷۲٫۱	۱۵۵٫۱	۲۴۷٫۶	۲۱۶٫۳
۴٫۲	B <sub>H</sub>	٪ ۵٫۸۱	٪ ۷٫۶۴	٪ ۹٫۴۱	٪ ۱۶٫۳۹	٪ ۷٫۶۲
	E (kJ/m <sup>3</sup> )	۲۷۲٫۲	۳۲۲٫۳	۵۴۳٫۵	۷۸۴٫۶	۵۰۱



شکل ۱۲. نمودارهای تغییرات فاکتور شکست بر حسب انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح

Fig. 12. Diagrams of breakage factor changes in terms of applied energy per unit volume of materials

شکل و ۳٫۷ برابری در دانه‌های کروی شکل مشاهده می‌گردد. برای دانه‌های گرانیت نیز افزایش ۴٫۴ برابری فاکتور شکست به دست آمده است. فاکتور شکست مصالح گرانیت کمتر از فاکتور شکست مصالح مکعبی در سطح تنش ۴٫۲ مگاپاسکال به دست آمده است که مؤید نتیجه‌گیری بخش ۴-۱ و ۴-۲ می‌باشد. از طرفی، مصالح هرمی به دلیل داشتن کوچک‌ترین ضریب کرویت، بیشترین مقادیر فاکتور شکست را در بین همه دانه‌ها تجربه کرده‌اند. در شکل ۱۲ نمودارهای تغییرات فاکتور شکست بر حسب مقدار انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح نشان داده شده است. مشاهده می‌گردد نمودار مصالح گرانیتی در پایین نمودارهای مصالح مصنوعی بتنی قرار گرفته است. همانطور که قبلاً بحث گردید، مقدار بالای انرژی سطحی شکست

دانه‌بندی دانه‌ها، قبل و بعد از شکست و حد الک ۲۰۰ به دست می‌آید. در جدول ۲ مقادیر فاکتور شکست و انرژی اعمالی در واحد حجم برای کلیه آزمایش‌ها نشان داده شده‌اند. لازم به ذکر است مقدار انرژی اعمالی به دانه‌ها را می‌توان از طریق سطح زیرمنحنی تنش-کرنش به دست آورد. ملاحظه می‌گردد که با کاهش ضریب کرویت دانه‌ها، مقدار انرژی اعمالی و شکست رخ داده در مصالح دانه‌ای مصنوعی بتنی افزایش یافته است. مقدار این افزایش شکست برای دانه‌های هرمی شکل بیشتر از بقیه دانه‌ها است. به طوری که در سطح تنش ۴٫۲ مگاپاسکال نسبت به سطح تنش ۱٫۱ مگاپاسکال، افزایش ۶٫۶ برابری فاکتور شکست در دانه‌های هرمی شکل، ۵٫۵ برابری در دانه‌های مکعبی شکل، ۴٫۶ برابری در دانه‌های استوانه‌های

هرمی، بهتر از دانه‌های کروی می‌توانند فضاهای خالی بین دانه‌های را پر کرده و باعث تغییر شکل کل توده شوند.

- مصالح دانه‌ای گرانیته با ضریب کروییت نزدیک به مصالح مصنوعی هرمی، به دلیل انرژی سطحی شکست بالاتر، تراکم‌پذیری کمتری را نشان می‌دهند. به طوری که با افزایش انرژی سطحی شکست دانه که به جنس مصالح بستگی دارد، تأثیر شکل در تراکم‌پذیری مصالح دانه‌ای کاهش می‌یابد.

- بر اساس مدل تحلیلی مک‌داول و همکاران که بر مبنای دانه‌های مثلثی و در حالت دو بعدی ارائه شده است، می‌توان رفتار تراکم‌پذیری دانه‌های هرمی شکل را به خوبی ارزیابی نمود. اما برای دانه‌های با ضریب کروییت بالا، توسعه مدلی با لحاظ حالت سه بعدی، می‌تواند به پیش‌بینی رفتار مصالح در شکل‌های مختلف کمک نماید.

## ۶- فهرست علائم

### علائم انگلیسی

$B_H$	فاکتور شکست هاردین
$c$	ضریب تحدب
$D$	بعد فرکتال
$d_0$	میانگین اندازه دانه‌ها، mm
$e$	نسبت تخلخل
$E$	انرژی اعمالی در واحد حجم، $\text{KJ/m}^3$
$E_{50}$	مدول الاستیسیته، GPa
$K_0$	ضریب تنش افقی ناشی از تنش قائم
$M$	ضریب وابسته به اصطکاک دانه‌ها
$m$	مدول ویبول
$P_s$	احتمال عدم شکست دانه
$P'$	تنش ایزوتروپیک، MPa
$q$	تنش انحرافی، MPa
$S$	ضریب کروییت دانه‌ها
$V_s$	مجموع حجم دانه‌ها، $\text{cm}^3$

### علائم یونانی

$\beta$	ضریب شکل دانه
$\Gamma$	انرژی سطحی شکست دانه، $\text{J/m}^2$
$\delta \varepsilon_q^P$	نمو تغییرات کرنش برشی
$\delta \varepsilon_v^P$	نمو تغییرات کرنش حجمی
$\delta e^P$	نمو تغییرات نسبت تخلخل دانه‌ها ناشی از شکست
$\mu$	ضریب وابسته به اصطکاک دانه‌ها
$\sigma$	تنش قائم، MPa
$\sigma_y$	تنش نظیر نقطه دارای بیشترین خمیدگی در منحنی $\sigma$ - $\log e$ ، $\text{Kg/cm}^2$
$\sigma_0$	تنش مشخصه ویبول، $\text{Kg/cm}^2$
$\phi$	زاویه اصطکاک داخلی دانه‌ها

برای دانه‌های گرانیته سبب می‌شود که تأثیر شکل کاهش یافته و عامل تعیین کننده محسوب نشود. ولی در دانه‌های مصنوعی بتنی، با افزایش تدریجی تنش، تأثیر شکل نمایان تر می‌گردد. به طوری که نمودار دانه‌های هرمی از نمودارهای دیگر فاصله گرفته و به سمت بالا کشیده می‌شود. در مورد شکل‌های دیگر نیز به ترتیب افزایش ضریب کروییت، نمودار به سمت پایین تمایل پیدا می‌کند.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، تأثیر شکل بر روی رفتار مکانیکی مصالح دانه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. به طوری که دانه‌های مصنوعی بتنی در چهار شکل کروی، استوان‌های، مکعبی و هرمی که دارای حجم برابر می‌باشند، از جنس بتن پودری واکنش‌پذیر ساخته شده و در شرایط اولیه ثابت، تحت آزمایش تراکم‌پذیری تک محوری قرار گرفتند. لازم به ذکر است این نوع بتن با توجه به خصوصیات فیزیکی و مکانیکی خود می‌تواند در ساخت نمونه‌های دانه‌ای مصنوعی در شکل‌های دلخواه و اندازه‌های کوچک ۱ الی ۲/۵ سانتی‌متر مورد استفاده قرار گیرد. برای ارزیابی و تحلیل نتایج نیز از مدل تحلیلی ارائه شده توسط مک‌داول و همکاران که بر مبنای اصل پایستگی انرژی می‌باشد، استفاده گردید. بعد از ارزیابی رابطه تحلیلی با نتایج نمونه‌های دانه‌ای مصنوعی، مصالح دانه‌ای طبیعی از جنس گرانیته نیز در همان شرایط مشابه به لحاظ اندازه، نسبت تخلخل اولیه و سطح بارگذاری، تحت آزمایش‌های فشاری تک محوری محدود شده، قرار گرفتند. به طور کلی نتایج به دست آمده را می‌توان به صورت ذیل جمع‌بندی نمود:

- در اثر کاهش ضریب کروییت مصالح دانه‌ای و ایجاد نقاط تیز گوشه، کاهش بعد فرکتال  $D$  و افزایش مدول ویبول، مقدار شکست و به تبع آن تراکم‌پذیری مصالح دانه‌ای افزایش می‌یابد.

- با کاهش کروییت دانه‌ها، به دلیل ایجاد نقاط تیز گوشه و به تبع آن افزایش احتمال شکست گوشه‌های دانه، مقدار تنش مشخصه کاهش می‌یابد.

- دانه‌های هرمی شکل، به علت داشتن ضریب کروییت کمتر، بیشترین مقادیر فاکتور شکست را در مقایسه با دانه‌های کروی، استوان‌های و مکعبی دارا هستند.

- مقدار کرنش حداکثر به ازای یک سطح ثابت تنش، در دانه‌های هرمی بیش از ۳ برابر کرنش حداکثر در دانه‌های کروی به دست آمد. علت آن، اولاً به وقوع شکست بیشتر در دانه‌های هرمی برمی‌گردد. ثانیاً دانه‌های

- [10] X. Wu, Y. Cai, S. Xu, Y. Zhuang, Q. Wang, Z. Wang, Effects of size and shape on the crushing strength of coral sand particles under diametral compression test, *B. Eng. Geol. Environ.*, 80(2) (2021) 1829-1839.
- [11] T. Zhang, C. Zhang, J. Zou, B. Wang, F. Song, W. Yang, DEM exploration of the effect of particle shape on particle breakage in granular assemblies, *Comput. Geotech.*, 122 (2020) 103542.
- [12] M.B. Cil, C. Sohn, G. Buscarnera, DEM Modeling of Grain Size Effect in Brittle Granular Soils, *Journal of Engineering Mechanics*, 146(3) (2020) 04019138.
- [13] A.A. Mirghasemi, L. Rothenburg, E.L. Matyas, Influence of particle shape on engineering properties of assemblies of two-dimensional polygon-shaped particles, *Géotechnique*, 52(3) (2002) 209-217.
- [14] M. Lu, G.R. McDowell, The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method, *Granul. Matter*, 9(1) (2007) 69.
- [15] S. Abedi, A.A. Mirghasemi, Particle shape consideration in numerical simulation of assemblies of irregularly shaped particles, *Particuology*, 9(4) (2011) 387-397.
- [16] G.R. McDowell, M.D. Bolton, D. Robertson, The fractal crushing of granular materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 44(12) (1996) 2079-2101.
- [17] Y. Xiao, Y. Sun, H. Liu, F. Yin, Critical state behaviors of a coarse granular soil under generalized stress conditions, *Granul. Matter*, 18(2) (2016) 17.
- [18] Y. Xiao, Y. Sun, K.F. Hanif, A particle-breakage critical state model for rockfill material, *Sci. China Tech. Sci.*, 58(7) (2015) 1125-1136.
- [1] W. Zhou, L. Yang, G. Ma, X. Chang, Z. Lai, K. Xu, DEM analysis of the size effects on the behavior of crushable granular materials, *Granul. Matter*, 18(3) (2016) 64.
- [2] A. Gupta, Triaxial behaviour of rockfill materials, *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 14 (2009).
- [3] X. Zhang, B.A. Baudet, T. Yao, The influence of particle shape and mineralogy on the particle strength, breakage and compressibility, *International Journal of Geo-Engineering*, 11(1) (2020) 1-10.
- [4] P.V. Lade, J.A. Yamamuro, P.A. Bopp, Significance of particle crushing in granular materials, *Journal of Geotechnical Engineering*, 122(4) (1996) 309-316.
- [5] Y. Wang, S. Shao, Z. Wang, Effect of particle breakage and shape on the mechanical behaviors of granular materials, *Adv. Civil Eng.*, 2019 (2019) 7248427.
- [6] Y. Li, Effects of particle shape and size distribution on the shear strength behavior of composite soils, *B. Eng. Geol. Environ.*, 72(3) (2013) 371-381.
- [7] K. Miura, K. Maeda, M. Furukawa, S. Toki, Mechanical characteristics of sands with different primary properties, *Soils Found.*, 38(4) (1998) 159-172.
- [8] G.-C. Cho, J. Dodds, J.C. Santamarina, Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands, *J. Geotech. Geoenviron.*, 132(5) (2006) 591-602.
- [9] N. Altuhafi Fatin, R. Coop Matthew, N. Georgiannou Vasiliki, Effect of particle shape on the mechanical behavior of natural sands, *J. Geotech. Geoenviron.*, 142(12) (2016) 04016071.

- 1926.
- [29] G.R. McDowell, M.D. Bolton, On the micromechanics of crushable aggregates, *Géotechnique*, 48(5) (1998) 667-679.
- [30] I. Einav, Breakage mechanics—Part I: Theory, *J. Mech. Phys. Solids*, 55(6) (2007) 1274-1297.
- [31] M.R. Coop, K.K. Sorensen, T. Bodas Freitas, G. Georgoutsos, Particle breakage during shearing of a carbonate sand, *Géotechnique*, 54(3) (2004) 157-163.
- [32] W. Weibull, A statistical theory of the strength of materials, *Generalstabens litografiska anstalts förlag*, Stockholm, 1939.
- [33] Y. Nakata, Y. Kato, M. Hyodo, A.F.L. Hyde, H. Murata, One-dimensional compression behaviour of uniformly graded sand related to single particle crushing strength, *Soils Found.*, 41(2) (2001) 39-51.
- [34] G. Mesri, B. Vardhanabhuti, Compression of granular materials, *Can. Geotech. J.*, 46(4) (2009) 369-392.
- [35] G.R. McDowell, On the yielding and plastic compression of sand, *Soils Found.*, 42(1) (2002) 139-145.
- [36] R.D. Holtz, W.D. Kovacs, *An Introduction To Geotechnical Engineering*, Prentice-Hall, New Jersey, 1981.
- [37] A. Sharma, D. Penumadu, Role of particle shape in determining tensile strength and energy release in diametrical compression of natural silica grains, *Soils Found.*, 60(5) (2020) 1299-1311.
- [38] N. Stark, A.E. Hay, R. Cheel, C.B. Lake, The impact of particle shape on the angle of internal friction and the implications for sediment dynamics at a steep, mixed sand-gravel beach, *Earth Surf. Dynam.*, 2(2) (2014) 469-480.
- [39] ASTM-D7012-14e1, Standard Test Methods for
- [19] M. Liu, Y. Gao, H. Liu, An elastoplastic constitutive model for rockfills incorporating energy dissipation of nonlinear friction and particle breakage, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 38(9) (2014) 935-960.
- [20] A. Daouadji, P.-Y. Hicher, An enhanced constitutive model for crushable granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34(6) (2010) 555-580.
- [21] D. Muir Wood, K. Maeda, Changing grading of soil: Effect on critical states, *Acta Geotech.*, 3 (2008) 3-14.
- [22] C.S. Chang, P.Y. Hicher, An elasto-plastic model for granular materials with microstructural consideration, *Int. J. Solids Struct.*, 42(14) (2005) 4258-4277.
- [23] W. Salim, B. Indraratna, A new elastoplastic constitutive model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage, *Can. Geotech. J.*, 41(4) (2004) 657-671.
- [24] M.-P. Luong, M. Emami, Characterization of mechanical damage in granite, *Fracture and Structural Integrity*, 8(27) (2014) 38-42.
- [25] J. Atkinson, *The Mechanics of Soils and Foundations* (2nd ed.), CRC Press, 2007.
- [26] J. Jaky, Pressure in silos, in: *2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1948, pp. 103–107.
- [27] J. Zhang, B. Zhang, Fractal pattern of particle crushing of granular geomaterials during one-dimensional compression, *Adv. Civil Eng.*, (2018) 2153971.
- [28] D.L. Turcotte, Fractals and fragmentation, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 91(B2) (1986) 1921-

- identification of soils, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2017.
- [47] B. Indraratna, D. Ionescu, H.D. Christie, Shear behavior of railway ballast based on large-scale triaxial tests, J. Geotech. Geoenviron., 124(5) (1998) 439-449.
- [48] ASTM-D2435, Standard test methods for one-dimensional consolidation properties of soils using incremental loading, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2020.
- [49] C. Sammis, G. King, R. Biegel, The kinematics of gouge deformation, Pure Appl. Geophys., 125(5) (1987) 777-812.
- [50] ASTM-C1444-00, Standard Test Method for Measuring the Angle of Repose of Free-Flowing Mold Powders, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2000.
- [51] K.L. Lee, I. Farhoomand, Compressibility and crushing of granular soil In anisotropic triaxial compression, Can. Geotech. J., 4(1) (1967) 68-86.
- [52] R. Marsal, Large scale testing of rockfill materials Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 93(2) (1967) 27-43.
- [53] B.O. Hardin, Crushing of soil particles, Journal of Geotechnical Engineering, 111(10) (1985) 1177-1192.
- Compressive Strength and Elastic Moduli of Intact Rock Core Specimens under Varying States of Stress and Temperatures, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2014.
- [40] ASTM-D3967-16, Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Intact Rock Core Specimens, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2016.
- [41] Z.T. Bieniawski, Engineering Rock Mass Classifications: A Complete Manual for Engineers and Geologists in Mining, Civil, and Petroleum Engineering, Wiley, 1989.
- [42] ASTM-D2845-08, Standard Test Method for Laboratory Determination of Pulse Velocities and Ultrasonic Elastic Constants of Rock, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008.
- [43] V. Hucka, B. Das, Brittleness determination of rocks by different methods, Int. J. Rock Mech. Min., 11(10) (1974) 389-392.
- [44] P.J. Barrett, The shape of rock particles, a critical review, Sedimentology, 27(3) (1980) 291-303.
- [45] M.C. Powers, A new roundness scale for sedimentary particles, Journal of Sedimentary Research, 23(2) (1953) 117-119.
- [46] ASTM-D2488, Standard practice for description and

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

V. Gorbanpoor, M. Emami Tabrizi, H. Afshin, Evaluation of the effect of shape of granular materials on uniaxial compressibility behavior by analytical and experimental methods, Amirkabir J. Civil Eng., 54(6) (2022) 2201-2218.

DOI: 10.22060/ceej.2021.19765.7255



