



Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Isfahan, Iran

N. Majidi, H. Tajmir Riahi*, S. M. Zandi

Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Isfahan, Iran

ABSTRACT: Peridynamic theory, with a new formulation in the equations of motion, replaces the partial differential equations with integral equations. Due to this capability, it is possible to model crack initiation in any direction without the need to consider crack-growth criteria. One of the main problems in peridynamic theory is its high computational efforts due to its dynamic nature. If the critical time step of the numerical integration is greater than the loading time step, it will increase the cost of calculations. In this paper, using wavelet transform, peridynamic problems under irregular and random impact loads are analyzed. The aim of this study is to increase the computational speed for these problems. The method presented in this paper is investigated on two material models, namely Prototype brittle material and micro-plastic material. In this regard, structures with linear and nonlinear behavior have been analyzed considering the effects of discontinuities (such as cracks) and without considering the effects of discontinuities. The selected structures include two beams. Each beam is subjected to two types of irregular impact loading. The beams are analyzed once with the main impact (wave) function and once with the approximate impact (waves) functions obtained using wavelet transform. Based on the results of linear and nonlinear analyses of this study, it can be judged that the presented method reduces the computational cost by 87% in peridynamic models with linear behavior. It also brings a 94% reduction in computational costs in peridynamic models with nonlinear behavior.

Review History:

Received: May, 20, 2021
Revised: Dec. 03, 2021
Accepted: Dec. 30, 2021
Available Online: Jan. 09, 2022

Keywords:

Peridynamic
Wavelet transform
Cracking
Crack line
Computational efforts

1- Introduction

Many problems in the mechanics of solids involve discontinuities in the geometry of the body or in the displacement field. Cracking and predicting crack growth is one of the discontinuities that challenge the solution of solids mechanics problems. Issues related to cracking and crack growth are of great importance because the presence of cracks in an object creates special conditions at the tip of the crack that cause infinite stresses. This was first investigated and proven by Griffith [1]. This led to the introduction of the theory of linear elastic fracture mechanics. In this theory, it is necessary to create a prefabricated primary crack in the body. Also, in this theory, crack onset and crack growth are examined separately and separate criteria should be used to determine the direction of the crack. Therefore, this method has many complications in the study of cracks. To overcome these problems, a method called peridynamic has been proposed. In 2000, Silling [2] proposed a method that could accurately analyze cracked structures. The basis of the proposed method is based on displacement and integral equations. Therefore, this method is still stable despite the

discontinuities that occur in the analysis environment. The method proposed in 2005 was further developed by Silling and Askari [3]. In the proposed method, the forces between the particles are at a certain distance from each other. This distance is called the band. In this method, the onset of cracking and its growth and failure in different places are predicted with very good accuracy.

Despite all the attractive features of peridynamic models, they are often computationally more expensive than classical finite element analysis methods. In this paper, for the first time, wavelet transform is used to reduce calculations in peridynamic problems under discrete loads.

2- Verification

In this paper, the compressive strength test of a $15 \times 15 \times 15$ cm³ cubic sample of concrete is used. The concrete strength is 73 MPa. The modulus of elasticity and the Poisson ratio are 36 GPa and 0.3, respectively [4, 5]. The results of peridynamic analysis have been validated with experimental results in reference [4]. The results are also compared with the Popovics model [6].

*Corresponding author's email: tajmir@eng.ui.ac.ir



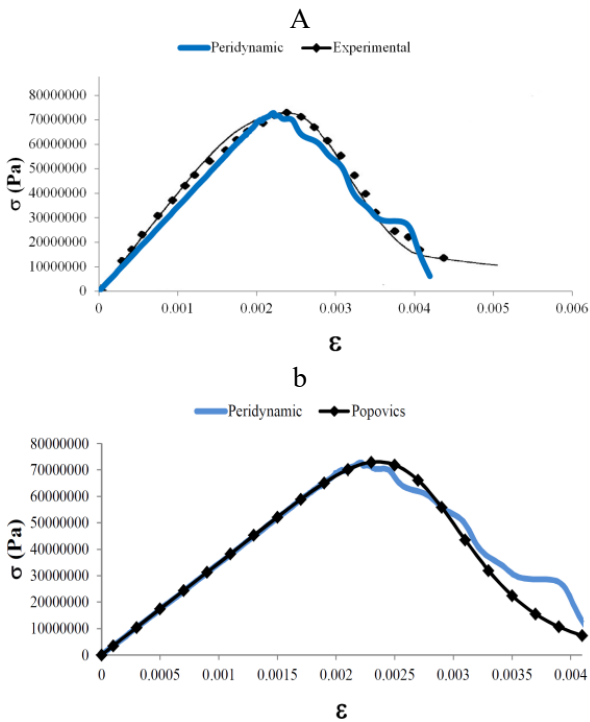


Fig. 1. Validity of a compression test. a) Validation with reference experimental results [4]. b) Validation with Popovics model

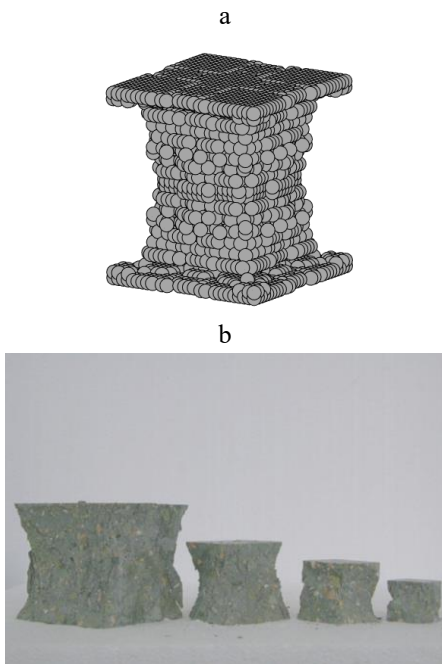


Fig. 2. Comparison of the shape of broken specimens in the laboratory with a specimen obtained from peridynamic theory. a) Obtained sample from peridynamic b) Broken samples in the laboratory [7]

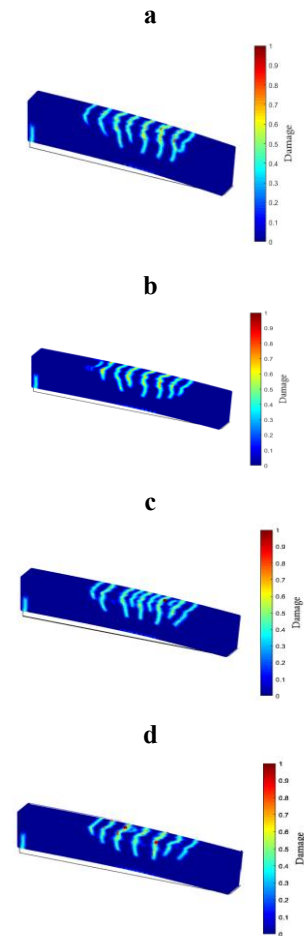


Fig. 3. Crack line and peridynamic particle damage. a and b) Calculations using the main wave and c and d) Calculations using the approximate wave after four steps of approximation for two impact loads

Based on Figure 1, it can be seen that the peridynamic method has a good performance for simulating concrete specimens under pressure.

Also, in this paper, the shape of the broken specimen obtained from peridynamic theory is compared with the shape of the type of broken cubic specimens. In this regard, in Figure 2, the broken cubic samples in the laboratory [7] are compared with the cubic sample obtained from the theory of peridynamic.

3- Wavelet transform in peridynamic

In this section, the effects of reducing the number of discrete wave points on peridynamic analysis results are investigated. For this purpose, the studied structures are subjected to two impact loads.

In this part, a reinforced concrete cantilever beam with longitudinal rebars with a length of 1 meter is selected. Figure 3 shows the contour related to the crack line and the amount of particle damage in the peridynamic method. According to Figure 3, it can be seen that using approximate waves does not cause much error in the crack line.

This means that if the wave after four steps of approximation is used instead of the main wave, the crack line and particle damage are very similar to the case when the main wave is used.

4- Conclusion

It should be noted that due to the generally unpredictable events that occur during the nonlinearity of the structure, different approximate waves with different steps of approximation show errors that are acceptable or not. Based on the results of case studies used in this paper, it can be said that in all structures, the approximate wave at the third step of approximation with a reduction of 87% of the computation time can be a reliable approximate wave.

References

- [1] A.A. Griffith, VI. The phenomena of rupture and flow in solids, Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character, 221(582-593) (1921) 163-198.
- [2] S.A. Silling, Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 48(1) (2000) 175-209.
- [3] S.A. Silling, E. Askari, A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics, Computers & structures, 83(17-18) (2005) 1526-1535.
- [4] L. Hsu, C.-T. Hsu, Complete stress—strain behaviour of high-strength concrete under compression, Magazine of concrete research, 46(169) (1994) 301-312.
- [5] P. Wang, S. Shah, A. Naaman, Stress-strain curves of normal and lightweight concrete in compression, in: Journal Proceedings, 1978, pp. 603-611.
- [6] S. Popovics, A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete, Cement and concrete research, 3(5) (1973) 583-599.
- [7] J. Del Viso, J. Carmona, G. Ruiz, Shape and size effects on the compressive strength of high-strength concrete, Cement and Concrete Research, 38(3) (2008) 386-395.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

N. Majidi, H. Tajmir Riahi, S. M. Zandi, Reducing computational efforts in linear and nonlinear analysis of peridynamic models under impact loads, Amirkabir J. Civil Eng., 54(7) (2022) 551-554.

DOI: 10.22060/ceej.2022.20075.7337





افزایش سرعت محاسبات در تحلیل مدل های پری داینامیک خطی و غیرخطی تحت بارهای ضربه ای

نوراله مجیدی، حسین تاجمیر ریاحی*، سید مهدی زندی

دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۳۰
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۹/۱۲
پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۰۹
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹

کلمات کلیدی:

پری داینامیک
تبدیل موجک
ترک خوردگی
خط ترک
کاهش محاسبات

خلاصه: تئوری پری داینامیک با فرمول بندی جدید در معادلات حرکت، روابط انتگرالی را جایگزین مشتقات مکانی می کند. با توجه به این قابلیت، شروع ترک در هر جهت بدون نیاز به افزودن معیارهای رشد ترک امکان پذیر می شود. یکی از اساسی ترین مشکلات در تئوری پری داینامیک، حجم بالای محاسبات به دلیل ماهیت دینامیکی آن است. برای حل این مشکل، در این مقاله با استفاده از تبدیل موجک، مسائل پری داینامیک تحت بارهای نامنظم یا تصادفی تحلیل شده است. هدف از این کار افزایش سرعت محاسبات به بیش از ۸۰ درصد است. روش ارائه شده در این مقاله بر روی دو مدل ماده یعنی Prototype brittle material و - بررسی شده است. در این راستا به تحلیل سازه ها با رفتار خطی و غیرخطی با در نظر گرفتن اثرات ناپیوستگی (مانند ترک) و بدون در نظر گرفتن اثرات ناپیوستگی پرداخته شده است. سازه های انتخاب شده شامل تیرهای یک سر گیردار و دو سر ساده می شوند. هر تیر تحت دو بار ضربه ای نامنظم قرار می گیرد. تیرهای مورد نظر یک مرتبه با تابع اصلی موج ضربه تحلیل می شوند و یک بار هم با موج های تقریبی به دست آمده از روش موجک تحلیل می شوند. نتایج به دست آمده از نمونه های تحقیق حاضر نشان می دهد که روش موجک در سازه های پری داینامیک با رفتار خطی کاهش هزینه ای ۸۷ درصدی و در سازه های پری داینامیک با رفتار غیرخطی کاهش زمان محاسبات ۹۴ درصدی ایجاد می کند. این در حالی است که خطای این روش

۱- مقدمه

زیادی در بررسی ترک است. برای غلبه بر این معضلات، روشی تحت عنوان پری داینامیک ارائه شده است. در سال ۲۰۰۰ سیلینگ [۲] روشی مطرح کرد که قادر است سازه های دارای ترک را با دقت مناسبی تحلیل کند. اساس روش ارائه شده بر اساس جابجایی و معادلات انتگرالی است. لذا این روش با وجود ناپیوستگی هایی که در محیط تحلیل ایجاد می شود، همچنان پایدار است. روش ارائه شده در سال ۲۰۰۵ توسط سیلینگ و عسگری [۳] به صورت کامل تری توسعه داده شد. در روش ارائه شده نیروهای بین ذرات در فاصله ی معینی از یکدیگر قرار دارند. به این فاصله باند گفته می شود. در این روش شروع ترک و رشد آن و شکست در نقاط مختلف با دقت بسیار مناسبی پیش بینی می شود.

با وجود همه ویژگی های جذاب مدل های پری داینامیک، آن ها اغلب از نظر محاسباتی نسبت به روش های تحلیل کلاسیک اجزا محدود پر هزینه تر هستند [۴]. علاوه بر این به دلیل این که مدل های پری داینامیک به صورت غیرمحللی هستند، برای بررسی دقیق رشد ترک و مسیر ترک نیاز

بسیاری از مسائل مکانیک جامدات شامل ناپیوستگی هایی در هندسه ی جسم یا در میدان جابجایی هستند. ترک و پیش بینی رشد ترک یکی از ناپیوستگی هایی است که در حل مسائل مکانیک جامدات ایجاد چالش می کند. مسائل مربوط به ترک و رشد ترک در مکانیک جامدات از اهمیت بالایی برخوردار است. دلیل اهمیت این موضوع در بررسی مکانیک مواد این است که وجود ترک در یک جسم موجب ایجاد شرایط ویژه ای در نوک ترک می شود که موجب ایجاد تنش های بی نهایت می گردد. این مسئله برای اولین بار توسط گریفت [۱] بررسی و اثبات شد. این موضوع منجر به ارائه ی تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی شد. در این تئوری لازم است در جسم یک ترک اولیه ی پیش ساخته ایجاد شود. همچنین در این تئوری، شروع ترک و رشد ترک به صورت جداگانه بررسی می شود و برای تشخیص جهت ترک نیز باید معیارهایی جداگانه استفاده شود. لذا این روش دارای پیچیدگی های

* نویسنده عهده دار مکاتبات: tajmir@eng.ui.ac.ir



گسسته در بارهای گسسته‌ی وارد بر سازه می‌تواند حجم محاسبات را به میزان قابل توجهی کاهش دهد.

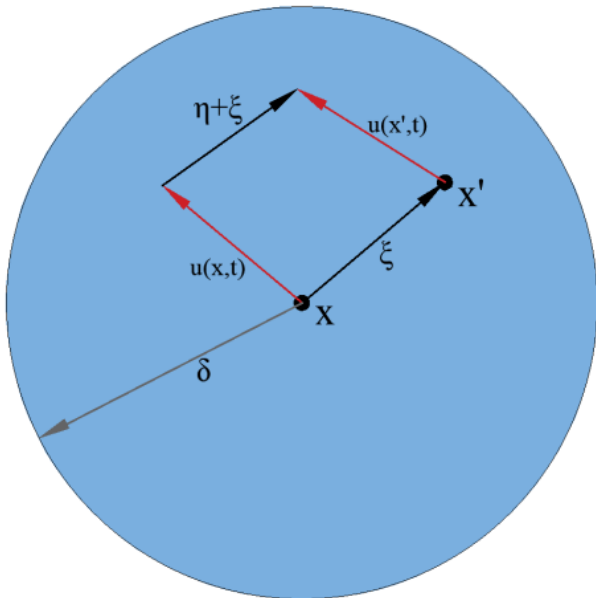
در این مقاله به بررسی عملکرد روش ارائه شده بر روی دو مدل ماده یعنی *Micro-plastic* و *Prototype brittle material* پرداخته می‌شود. بر این اساس ابتدا برنامه‌هایی که در نرم‌افزار *MATLAB* بر اساس روش پری‌دینامیک نوشته شده است با مدل‌های ارائه شده در مقالات مختلف صحت‌سنجی می‌شود. سپس یک تیر با رفتار خطی و دو تیر بتن مسلح با رفتار غیرخطی تحت دو بار ضربه‌ی متفاوت قرار خواهند گرفت. تیرهای مورد نظر یک بار با تابع موج اصلی و یک بار با تابع موج تقریبی به دست آمده از روش موجک تحلیل می‌شوند و میزان کاهش محاسبات و خطای ایجاد شده در نتایج مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- تئوری پری‌دینامیک باندی^۱

در این قسمت به بررسی مختصر تئوری پری‌دینامیک باندی پرداخته می‌شود [۲]. تئوری پری‌دینامیک در واقع روشی مبتنی بر قانون دوم نیوتن است که جایگزینی برای روابط مربوط به مکانیک محیط‌های پیوسته با در نظر گرفتن ناپیوستگی‌هایی مثل ترک خوردگی است. در این روش پاسخ دینامیکی هر ذره با حل معادلات حرکت و در نظر گرفتن نیروهای بین ذره‌ای حاصل می‌شود. در واقع پری‌دینامیک، فرمول‌بندی مجدد معادلات حرکت در مکانیک جامدات با استفاده از معادلات انتگرال مکانی است. پری‌دینامیک باندی روشی غیرمحلّی و متفاوت با روش‌های غیرمحلّی دیگر است. در این روش نقاط مختلف توسط توابع پاسخ با یکدیگر در ارتباط هستند. این روش در واقع نسخه‌ای از دینامیک مولکولی است که به کمک آن یکی از مشکلات مهم در مهندسی که پیش‌بینی خط ترک است برطرف می‌گردد. روابط اولیه‌ی پری‌دینامیک توسط سلینگ در سال ۲۰۰۰ ارائه شد. بر مبنای روابط ارائه شده فرض می‌شود که هر نقطه در فضا ($x \in R$) با نقاط همسایه‌ی خود به واسطه‌ی نیروی بین‌گره‌ای در تعامل است. مطابق شکل ۱ با استفاده از δ ، شعاع همسایگی برای هر نقطه مشخص می‌شود. به عبارت دیگر می‌توان گفت با کاهش شعاع همسایگی اثر نقاط بر روی هم کم می‌شود. مکانیک محیط پیوسته‌ی کلاسیک حالت خاصی از معادلات پری‌دینامیک با شعاع صفر است [۳۲ و ۳۱]. در تئوری پری‌دینامیک تنش و کرنش از نیروهای بین‌گره‌ای وارد بر حجم ذره برای هر نقطه‌ی مادی به دست می‌آیند [۳۳].

به یک گسسته‌سازی بسیار مناسب است [۵-۱۰]. برای کاهش محاسبات مدل‌های پری‌دینامیک مطالعاتی انجام گرفته است. برخی از مطالعات در زمینه‌ی پالایش شبکه‌ی تطبیقی در اجزا است که نیاز به گسسته‌سازی دقیق دارد [۱۲ و ۱۱]. ایده ارائه شده در این تحقیقات فقط برای گوشه‌ها و قطعات ترک خورده کاربرد دارد. همچنین در برخی از تحقیقات انجام شده برای کاهش محاسبات در روش‌های عددی از موازی‌سازی پردازش بین هسته‌های *CPU* استفاده شده است [۱۶-۱۲]. پاره‌ای دیگر از پژوهش‌ها در زمینه‌ی موازی‌سازی پردازش در *CPU* و *GPU* است [۱۸ و ۱۷]. همچنین در صورتی که سازه‌ی مورد نظر تحت ارتعاشات گسسته قرار گیرد، تعداد نقاط گسسته بار موجب افزایش حجم محاسبات در مدل‌های پری‌دینامیک می‌شود.

در این مقاله برای اولین بار از تبدیل موجک برای کاهش محاسبات در مسائل پری‌دینامیک تحت بارهای گسسته استفاده شده است. پیش از این در تحلیل‌های دینامیکی تاریخچه زمانی خطی و غیرخطی از این روش برای کاهش محاسبات استفاده شده است [۱۹-۲۲]. سلاجقه و حیدری از تبدیل موجکی و تبدیل فوریه برای کاهش زمان محاسبات تحلیل تاریخچه زمانی خطی سازه‌ها استفاده نمودند [۲۳]. آن‌ها در پژوهشی دیگر [۲۴] از تبدیل موجک گسسته برای تحلیل دینامیکی خطی سازه‌ها استفاده نمودند و عملکرد مناسب آن را در کاهش زمان محاسبات نشان دادند. حیدری و سلاجقه [۲۵] از شبکه‌ی عصبی موجک برای کاهش حجم محاسبات تحلیل دینامیکی سازه‌ها در مسائل بهینه‌سازی نیز استفاده نمودند. در پژوهشی دیگر حیدری و همکاران [۲۶] از تبدیل موجک گسسته برای کاهش زمان محاسبات تحلیل خطی ساختمان‌های برشی استفاده نمودند. همچنین حیدری و همکاران [۲۷] طیف پاسخ غیرخطی سازه‌ی یک درجه آزادی را بر اساس ضریب شکل‌پذیری (μ) برای تعدادی رکورد زلزله بررسی نمودند. مطالعات آن‌ها نشان داد که فیلتر موجکی تا سه مرحله دارای عملکرد خوبی در کاهش زمان محاسبات است. کاوه و همکاران [۲۸] از تبدیل موجک برای بهینه‌سازی و کاهش محاسبات در تحلیل خطی استفاده کردند. دادخواه و همکاران [۲۲] نیز با استفاده از تبدیل موجک توانستند زمان محاسبات در تحلیل دینامیکی فزاینده را بیش از ۸۷ درصد کاهش دهند. مطالعات گذشته و برخی دیگر از مطالعات نشان می‌دهد تبدیل موجک با کاهش زمان محاسبات و تحمیل خطای کم به نتایج می‌تواند در مسائل دینامیکی مورد استفاده قرار بگیرد [۳۰، ۲۹، ۲۷-۲۲]. با توجه به ماهیت دینامیکی معادلات در مدل‌های پری‌دینامیک پیش‌بینی می‌شود استفاده از تبدیل موجک برای کاهش نقاط



شکل ۲. موقعیت و جابجایی نسبی دو ذره ی همسایه

Fig. 2. Position and relative displacement of two neighboring particles

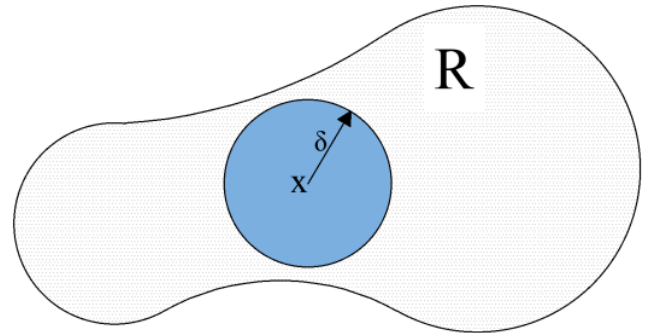
همکاران [۳۴] ارائه شده است، استفاده می‌شود. همچنین برای مصالح دیگر نیز از رابطه ی ۴-ب که توسط سلینگ [۲] ارائه شده است، استفاده می‌شود:

$$s = \frac{(\|\eta + \xi\|)^2 - \|\xi\|^2}{2 \times \|\xi\|^2} \quad \text{(الف)}$$

$$s = \frac{(\|\eta + \xi\|)^2 - \|\xi\|^2}{2 \times \|\xi\|^2} \quad \text{(ب)}$$

(۴)

در رابطه ی ۳، پارامتر C نشان دهنده ی سختی مربوط به هر باند است. مقدار C برای حالت‌های دو بعدی و سه بعدی از رابطه ی ۵-الف به دست می‌آید. در این رابطه پارامترهای t, E و δ به ترتیب نشان دهنده ی ضخامت، مدول یانگ و شعاع همسایگی هستند. باید توجه شود که روش ارائه شده می‌تواند برای موادی استفاده شود که در حالت دو بعدی و سه بعدی دارای حداکثر ضریب پواسون 0.25 و 0.33 باشند. در مقاله ی میرندا و همکاران [۳۴] برای سختی هر باند در مدل‌سازی مصالح بتن مسلح از رابطه ی ۵-ب استفاده شده است. در این مقاله نیز برای مثال‌های مربوط به



شکل ۱. شعاع همسایگی برای هر نقطه

Fig. 1. Neighborhood radius for each point

همان‌طور که گفته شد در تئوری پری‌دینامیک هر ذره با ذرات همسایه ی خود دارای تعامل نیرویی است. مطابق رابطه ی ۱، این نیرو تابعی از زمان و جابجایی است.

$$f = f(x, x', u(x, t), u(x', t), t), \quad x' \in R : \|x' - x\| \leq \delta \quad (۱)$$

در رابطه ی ۱، X و X' نقاط همسایه و u بردار جابجایی نقطه ی مورد نظر است. بر اساس این تئوری شتاب برای یک ذره از رابطه ی ۲ به دست می‌آید:

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_H f(x, x', u(x, t), u(x', t), t) dV' + b(x, t) \quad (۲)$$

در این رابطه، H یک همسایگی برای x، u بردار جابجایی، b میدان چگالی نیروی حجمی و t زمان است. برای به دست آوردن نیروی بین‌گره‌ای در این روش از رابطه ی ۳ استفاده می‌شود:

$$f = \mu(t, \xi) \times c \times s \times \frac{\eta + \xi}{\|\eta + \xi\|} \quad (۳)$$

در این رابطه پارامترهای ξ و η به ترتیب موقعیت نسبی دو ذره و جابجایی نسبی دو ذره را نشان می‌دهند (شکل ۲). در این مقاله برای به دست آوردن کش آمدگی باند برای بتن از رابطه ی ۴-الف که توسط میرندا و

مصالح بتن مسلح از این رابطه استفاده شده است. در رابطه‌ی ۵-ب، پارامتر k بیانگر مدول بالک است.

$$s_0 = \begin{cases} \sqrt{\frac{5G_0}{6E\delta}} & \text{سه بعدی} \\ \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} & \text{تنش مسطح} \\ \sqrt{\frac{5\pi G_0}{12E\delta}} & \text{کرنش مسطح} \end{cases} \quad (۷)$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{10 \times G_0}{\pi \times c \times \delta^4}} \quad \text{ب-}$$

$$c = \begin{cases} \frac{12E}{\pi\delta^4} & \text{سه بعدی} \\ \frac{9E}{\pi t \delta^3} & \text{تنش مسطح} \\ \frac{48E}{5\pi t \delta^3} & \text{کرنش مسطح} \end{cases} \quad (۵)$$

$$c = \frac{18k}{\pi\delta^4} \quad \text{ب-}$$

همچنین برای به دست آوردن میزان آسیب در هر نقطه از سازه رابطه‌ی ۸ استفاده می‌شود [۳۵]. در این رابطه با توجه به نسبت تعداد باندهای شکسته شده به تعداد کل باندهای متصل به ذره می‌توان نتیجه گرفت درصد آسیب نقطه‌ی مورد نظر به چه میزان بوده است. در این رابطه‌ی زیر انتگرال بر روی کل باندهای متصل شده بر روی یک گره عمل می‌کند. مقدار $\phi(x, t)$ عددی بین ۰ و یک است و نشان دهنده‌ی آسیب در هر گره برای گام زمانی مورد نظر است.

$$\phi(x, t) = 1 - \frac{\int_H \mu(t, \xi) dV'}{\int_H dV'} \quad (۸)$$

همچنین در رابطه‌ی ۳ پارامتر μ وابسته به موقعیت و جابجایی نسبی دو ذره است. با توجه به این پارامتر می‌توان گفت پیوند بین دو ذره شکسته شده یا شکسته نشده است و مقدار آن از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید. مطابق رابطه‌ی ۶ برای حالتی که باند شکسته باشد مقدار این پارامتر برابر صفر و برای حالتی که باند نشکسته باشد مقدار این پارامتر ۱ است.

$$\mu(t, \xi) = \begin{cases} 1 & \text{اگر: } s(t', \xi) < s_0, 0 < t' < t \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (۶)$$

در این مقاله برای به دست آوردن جابجایی و سرعت از روشی تحت عنوان Velocity-Verlet استفاده شده است [۳۶]. این روش به صورت گسسته و گام به گام جابجایی و سرعت را به دست می‌آورد. مطابق رابطه‌ی ۹، پارامترهای \dot{u} ، \ddot{u} و u به ترتیب بیانگر شتاب، سرعت و جابجایی هستند که به صورت گام به گام به دست می‌آیند. همچنین پارامتر n شمارنده‌ی این روش است.

$$\dot{u}^{n+1} = \dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}^n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}^{n+1} \quad (۹)$$

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t(\dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}^n)$$

لازم به ذکر است برای بررسی جدا شدن یک باند از ذره پارامتر s_0 تعریف می‌شود. مقدار این پارامتر در مصالح ترد برای حالت‌های دو بعدی و سه بعدی از رابطه‌ی ۷ به دست می‌آید. همچنین این پارامتر برای مصالح بتن مسلح از رابطه‌ی ۷-ب به دست آمده است. همچنین در این رابطه G_0 پارامتری وابسته به خصوصیت ماده است که نشان دهنده‌ی میزان انتشار آزادانه‌ی انرژی در ماده می‌باشد. واحد این پارامتر برحسب انرژی بر واحد سطح است. این پارامتر در مطالعات مکانیک شکست به عنوان خصوصیتی کاربردی شناخته می‌شود.

را فشرده و جزئیات موج را نشان داد و به وسیله‌ی مقیاس زیاد می‌توان موج را باز نمود و موج تقریبات را به دست آورد. در تئوری موجک، مقیاس زیاد متناظر با فرکانس پایین است و اطلاعات کلی موج را نشان می‌دهد و در طول موج ادامه دارد. همچنین مقیاس کم متناظر با فرکانس بالا است و جزئیات موج را نشان می‌دهد و در طول مدت موج ادامه ندارد. در جایی که اطلاعات فرکانس پایین دقیق‌تری مورد نیاز است، تجزیه و تحلیل موجک اجازه‌ی استفاده از فواصل زمانی طولانی را می‌دهد. همچنین زمانی که اطلاعات فرکانس بالا مورد نیاز است، به وسیله‌ی تبدیل موجک می‌توان نواحی کوتاه‌تر را رصد نمود. در تحلیل فوریه (رابطه ۱۲)، یک سیگنال به امواج سینوسی و کسینوسی مختلفی تقسیم می‌شود و به طور مشابه در تحلیل موجک، یک سیگنال به سیگنال‌های مقیاس شده از موجک اصلی مادر تجزیه می‌شود [۳۸]. مطابق رابطه‌ی ۱۲ تحلیل فوریه موج $x(t)$ که در حوزه‌ی زمان است را با انتگرال‌گیری به حوزه‌ی فرکانس می‌برد. در این راستا مشاهده می‌شود که اطلاعات زمانی در طول انتگرال‌گیری از بین می‌رود. در این رابطه f و t به ترتیب نشان دهنده‌ی زمان و فرکانس است.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt, \quad \omega = 2\pi f \quad (12)$$

۳-۱- تبدیل موجک پیوسته

تبدیل موجک پیوسته، مشابه تبدیل فوریه توسط رابطه‌ی ۱۳ بیان می‌شود [۳۹-۴۱]:

$$X_{WT}(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (13)$$

به گونه‌ای که در آن $X_{WT}(\tau, s)$ تابعی از پارامتر تبدیل τ و پارامتر مقیاس s است. موجک مادر نیز توسط پارامتر ψ نشان داده می‌شود و * بیانگر مزدوج مختلط استفاده شده در تبدیل موجک است. در این نوع تبدیل، پارامترهای مقیاس و انتقال به صورت پیوسته تغییر می‌کنند [۴۲]. در حقیقت میزان تغییرات بسیار کوچک است که سبب بالا رفتن حجم محاسبات می‌شود [۳۸].

با توجه به این که رفتار سازه‌های بتن مسلح در این مقاله به صورت غیرخطی مدل‌سازی شده است، لذا از مدل رفتاری **Micro-plastic material** [۳۷] برای در نظر گرفتن اثرات غیرخطی مصالح استفاده شده است. در این حالت نیروی بین گره‌ای از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$f = \begin{cases} c(s - \hat{s}(t)) & \text{اگر: } |s - \hat{s}| < \delta \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (10)$$

و همچنین:

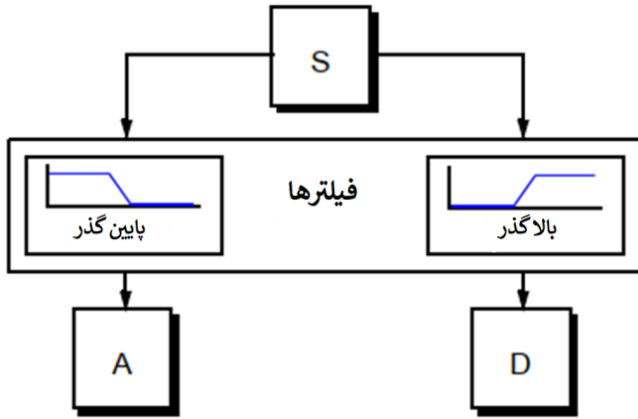
$$\hat{s} = 0, \quad \dot{\hat{s}} = \begin{cases} \dot{s} & \text{اگر: } |s - \hat{s}| < s_Y \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (11)$$

که در رابطه‌ی بالا $\hat{s}(t)$ کش آمدگی پلاستیک و s_Y کش آمدگی بحرانی معادل با تسلیم است. مقدار نیروی تسلیم نیز از رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود. مقدار s_Y سازه‌های بتن مسلح برای بتن و فولاد به ترتیب 0.0053 و 0.01 در نظر گرفته شده است [۳۴]. بر اساس مدل معرفی شده در بالا می‌توان نتیجه گرفت این مدل رفتاری مبتنی بر پری‌داینامیک تنها به یک ثابت C برای تحلیل سازه نیاز دارد. در سازه‌های بتن مسلح برای به دست آوردن C از رابطه‌ی ۵ استفاده شده است. باید به این نکته اشاره کرد که با توجه به مرجع [۳۴] مقدار s_Y برای باندهایی که بین فولاد و بتن وجود دارد، ۳ برابر باندهای بتن در نظر گرفته شده است.

۳-۲ تئوری موجک

تحلیل فوریه، سیگنال‌های ورودی را به سینوس‌ها و کسینوس‌های تشکیل دهنده‌ی فرکانس‌های مختلف تجزیه می‌نماید. برای بسیاری از سیگنال‌ها تحلیل فوریه بسیار مفید است. بزرگ‌ترین نقص تبدیل فوریه، از دست دادن اطلاعات زمانی وقوع هر موج با فرکانس خاص در طول فرآیند تبدیل است. لذا در مواقعی که اطلاعات زمانی مهم است باید از روش‌های دیگری مانند تبدیل موجک استفاده شود. در تبدیل موجک، پارامترهایی به نام مقیاس و انتقال وجود دارند [۳۰]. به وسیله‌ی پارامتر مقیاس می‌توان موج را فشرده و یا باز نمود. در حقیقت به وسیله‌ی مقیاس کم می‌توان موج

۳-۲- تبدیل موجک گسسته



شکل ۳. نمودار تجزیه سیگنال s به سیگنال فرکانس پایین A_۱ و سیگنال فرکانس بالا D_۱ [۳۸]

Fig. 3. Chart of signal decomposition S to low frequency signal A₁ and high frequency signal D₁

با توجه به این که در تبدیل موجک، طول پنجره متناسب با فرکانس موج در فواصل زمانی مختلف تنظیم می‌شود، محققین روشی ارائه کردند که پیاده‌سازی تبدیل موجک را به دو فیلتر با فرکانس بالا با نام اطلاعات جزئی و فرکانس پایین با نام اطلاعات تقریبی ممکن می‌سازد [۴۳ و ۴۴]. در مقیاس‌های بالا (فرکانس‌های پایین)، نرخ نمونه‌برداری از نقاط منحنی زمان را می‌توان مطابق قاعده نایکوئیست کاهش داد و حجم محاسبات را کم نمود. نمونه‌برداری نایکوئیست، حداقل نرخ نمونه‌برداری مجاز از موج پیوسته است که قابل بازسازی است [۲۶]. در این مقاله از تبدیل موجک گسسته و تابع موجک مادر هار استفاده می‌شود. تابع مادر هار یا db_1 از رابطه‌ی ۱۴ به دست می‌آید [۴۵]:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in [0 \ 0.5] \\ -1 & \text{if } x \in [0.5 \ 1] \\ 0 & \text{if } x \notin [0 \ 1] \end{cases} \quad (14)$$

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in [0 \ 1] \\ 0 & \text{if } x \notin [0 \ 1] \end{cases}$$

در هر مرحله موج اصلی به دو موج با تعداد نقاطی برابر با موج اصلی تبدیل می‌شود که باعث افزایش تعداد نقاط موج به دو برابر می‌شود. برای غلبه بر این مشکل از قاعده کاهش نمونه‌برداری Down-Sampling استفاده می‌شود [۴۷]. در کاهش نمونه‌برداری از هر دو نقطه‌ی متوالی یکی حفظ شده و دیگری حذف می‌شود [۴۷]. با این عمل تعداد نقاط سیگنال در هر مرحله فیلتر تقریباً نصف می‌شود. بیش‌ترین انرژی سیگنال در قسمت تقریبات آن است و از نظر شکل، به سیگنال اصلی نیز شبیه‌تر است؛ بنابراین با حذف سیگنال جزئیات، سیگنال تقریبات A_j نیز مجدداً به دو سیگنال A_{j+1} و D_{j+1} تجزیه می‌شود [۴۸ و ۴۲]. در این مقاله، جهت پیاده‌سازی تبدیل موجک از ساختار تجزیه‌ای فیلتر بانک که توسط مالات [۴۳] ارائه شده است، استفاده می‌شود.

در روش مالات سیگنال‌های A_j، D_j توسط روابط زیر محاسبه می‌شوند [۴۳]. در این روابط h_j و g_j ، به ترتیب فیلتر پایین‌گذر و بالا‌گذر را نشان می‌دهند. در رابطه‌ی ۱۵، j و k شمارنده هستند.

$$A_j = \sum_n s(n)g_j^*(n - 2^j k)$$

$$D_j = \sum_n s(n)h_j^*(n - 2^j k)$$

$$g_1(n) = g(n)$$

$$h_1(n) = h(n)$$

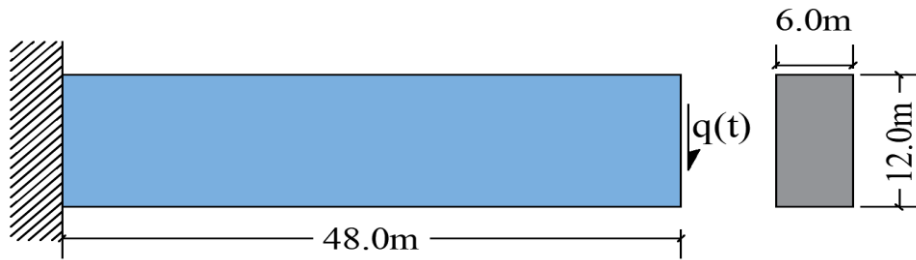
$$g_{j+1}(n) = \sum_k g_j(k)g_1(n - 2k)$$

$$h_{j+1}(n) = \sum_k h_j(k)g_1(n - 2k)$$

(۱۵)

به گونه‌ای که در آن $\psi(t)$ تابع مادر و $\phi(t)$ تابع مقیاس را نشان می‌دهد. بعضی از توابع مادر دارای رابطه‌ی صریح ریاضی بوده و بعضی از آن‌ها عبارت صریح ریاضی ندارند. در حقیقت موجک یک تابع متناوب، حقیقی یا مختلط با میانگین صفر و طول محدود است که فضای آن به صورت $L^2(R)$ نوشته می‌شود. تابع $\psi(t)$ موجک مادر نامیده می‌شود و $L^2(R)$ نشان دهنده فضای هیلبرت قابل اندازه‌گیری از توابع مربعی انتگرال‌پذیر است. تابع $\psi(t)$ در هر دو دامنه‌ی فضا و فرکانس برای ایجاد خانواده‌ای از موجک استفاده می‌شود [۴۶].

در شکل ۳ سیگنال s با تعداد نقاط N با استفاده از تبدیل موجک گسسته به دو فیلتر پایین‌گذر با فرکانس پایین و بالا‌گذر با فرکانس بالا تجزیه می‌شود. فیلتر بالا‌گذر فرکانس‌های پایین را حذف نموده و جزئیات سیگنال را در بر خواهد داشت در حالی که فیلتر پایین‌گذر فرکانس‌های بالا را حذف نموده و تقریبات سیگنال را در بر خواهد داشت. تقریبات با A و جزئیات با D نشان داده می‌شود. در ادامه با استفاده از کاهش نمونه‌برداری از هر دو نقطه متوالی یکی حذف می‌شود. در حقیقت مسئله این است که



شکل ۴. تیر کنسول برای صحت‌سنجی

Fig. 4. Cantilever beam for verification

۴-۲- صحت‌سنجی مدل‌های پری‌دینامیک در مصالح بتنی مسلح و غیرمسلح

همچنین در این مقاله روش ارائه شده بر روی مصالح غیرخطی نیز بررسی شده است. برای مدل‌سازی مصالح غیرخطی از بتن استفاده شده است. در این مقاله مصالح بتنی با استفاده از روش ارائه شده توسط ماسک و سلینگ مدل‌سازی شده است [۳۷]. در این راستا مدل‌سازی انجام شده توسط ۳ پارامتر صحت‌سنجی می‌شود. این سه پارامتر شامل منحنی تنش-کرنش نمونه‌ی بتنی تحت فشار، ترک در تیر دو سر ساده و ترک در تیر کنسولی است. آزمایش نمونه مکعبی بتن در واقع یک ایده‌ی کلی از تمامی مشخصات بتن ارائه می‌دهد. مقاومت فشاری بتن به عوامل مختلفی هم چون نسبت آب به سیمان، مقاومت سیمان، کیفیت مواد بتن، کنترل کیفیت در طول تولید بتن و غیره بستگی دارد. از این رو در مدل‌سازی آن نیاز به در نظر گرفتن پارامترهای مختلفی است. آزمایش مقاومت فشاری بتن بر روی قطعه‌های مکعب شکل یا استوانه‌ای از بتن انجام می‌شود. بسته به اندازه‌ی سنگدانه‌های مورد استفاده در بتن از مکعب‌های $10 \times 10 \times 10$ سانتی‌متر مکعب یا $15 \times 15 \times 15$ سانتی‌متر مکعب استفاده می‌شود. بر اساس مدل‌های رفتاری مرسوم و نتایج به دست آمده از آزمایشگاه، رفتار بتن در اثر تنش فشاری در ابتدا خطی است. هنگامی که تنش اصلی به مقاومت فشاری برسد، با ایجاد ترک‌های پیش‌رونده، رفتار غیرخطی بتن آغاز می‌شود. در این مقاله از آزمایش مقاومت فشاری بتن بر روی یک نمونه‌ی مکعبی 15 سانتی‌متری استفاده شده است. مقاومت بتن مورد نظر 73 مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. ضریب الاستیسیته و ضریب پواسون به ترتیب 36 گیگاپاسکال و 0.3 در نظر گرفته شده است [۴۹ و ۵۰]. نتایج حاصل از تحلیل پری‌دینامیک با نتایج تجربی مرجع [۴۹] صحت‌سنجی شده است. همچنین نتایج به دست آمده با مدل رفتاری ارائه شده توسط پوپوویکس مقایسه شده است [۵۱].

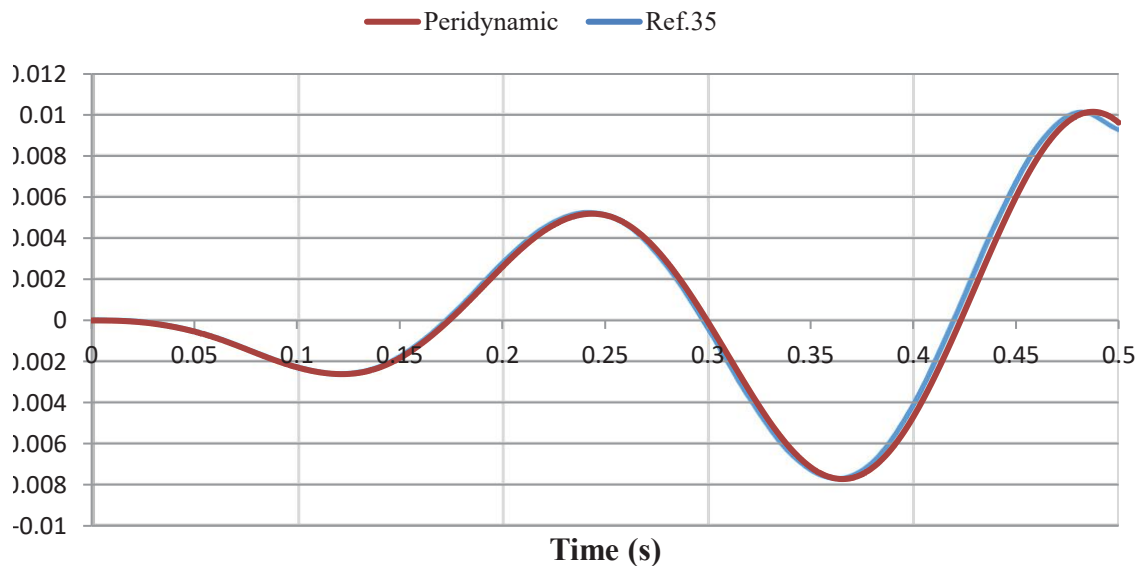
در این مقاله از فیلتر موجک گسسته برای کاهش حجم محاسبات در تئوری پری‌دینامیک استفاده می‌شود. به این منظور امواج گسسته‌ی بار که در ادامه به سازه‌ها وارد می‌شود با استفاده از تبدیل موجک گسسته تا 5 مرحله فیلتر می‌شود.

۴-۳- صحت‌سنجی

۴-۱- صحت‌سنجی مدل‌های پری‌دینامیک خطی

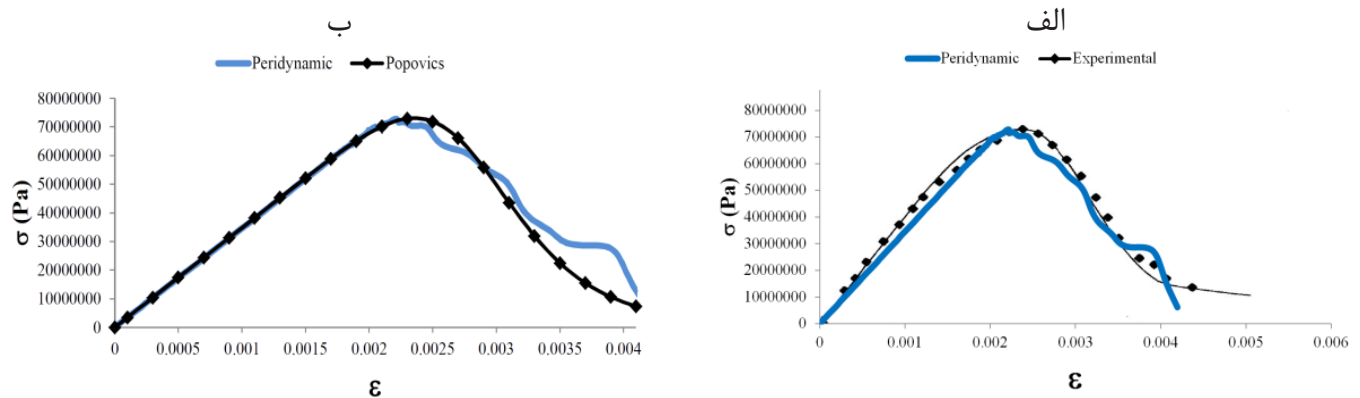
کاهش نقاط بار گسسته موجب ایجاد خطا در محاسبات می‌شود. خطا در محاسبات در مثال‌های این مقاله یک بار با در نظر گرفتن اثر شکستن باندها و یک بار بدون در نظر گرفتن اثر شکستن باندها بررسی می‌شود. برای این منظور ابتدا به تحلیل یک تیر یک سر گیردار که در مقاله‌ی مسیبی و همکاران [۳۵] ارائه شده، پرداخته می‌شود. این تیر دارای رفتار ترد (Prototype brittle material) است. همچنین در این مثال اثر شکستن باندها در نظر گرفته نشده است. در مثال مورد نظر مطابق شکل ۴ تیر کنسولی به طول 48 متر با مقطع مستطیلی به عرض 6 متر و ارتفاع 12 متر تحلیل می‌شود. تیر مورد نظر تحت بار دینامیکی $q(t) = \tau_0 \sin(27t)$ به مدت 0.5 ثانیه قرار می‌گیرد. در این رابطه $\tau_0 = -13.89 \text{ N/m}^2$ است. ضریب پواسون، مدول یانگ و چگالی برای مصالح به ترتیب 0.25 ، 30 MPa و 1 kg/m^3 در نظر گرفته شده است.

روند ارائه شده در بخش ۲ این مقاله برای تحلیل سازه‌ها با استفاده از روش پری‌دینامیک برنامه‌نویسی شده است. در شکل ۵ پاسخ انتهای تیر تحت بار دینامیکی ارائه شده است. مطابق شکل ۵ برنامه نوشته شده با نتایج مرجع [۳۵] دارای تطابق است. دلیل وجود اختلاف بسیار اندک مشخص نبودن شعاع همسایگی و مشخص نبودن دقیق موقعیت گرهی که پاسخ آن در مقاله ارائه شده است،



شکل ۵. صحت‌سنجی نتایج به دست آمده از برنامه نوشته شده با نتایج ارائه شده در مرجع [۳۵]

Fig. 5. Validation of the results obtained from the written code with the results presented in the reference [35]

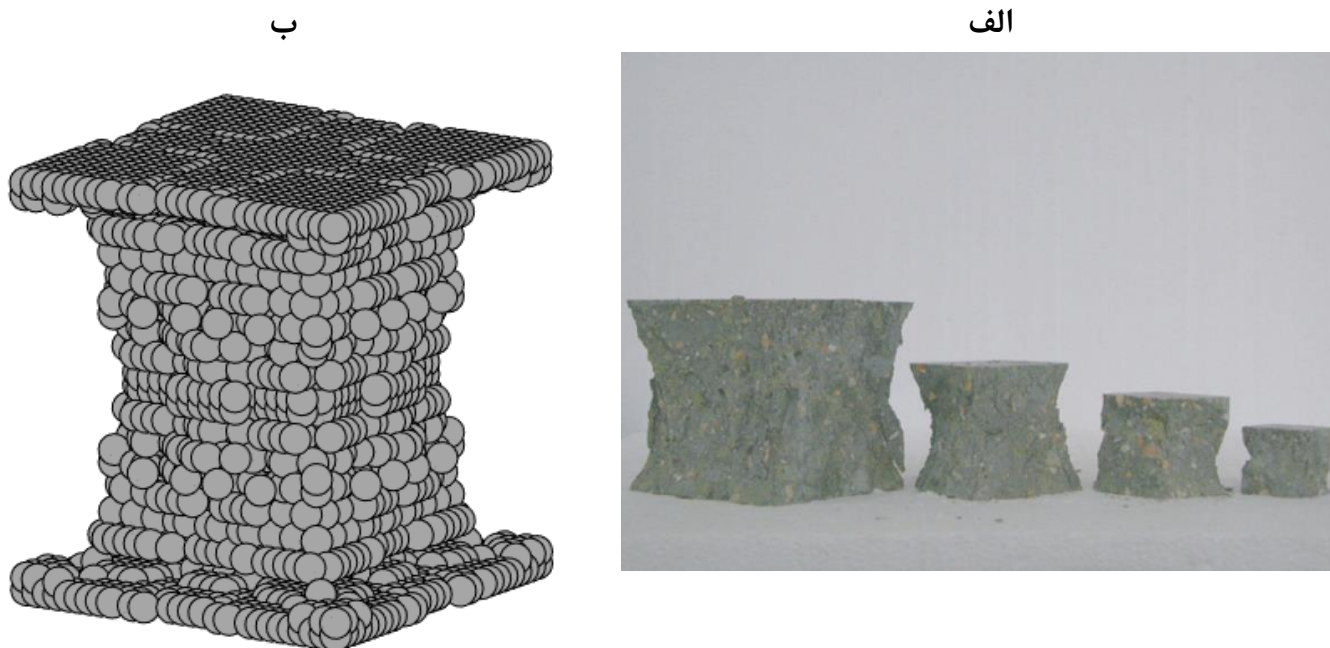


شکل ۶. صحت‌سنجی آزمایش فشاری نمونه. الف) صحت‌سنجی با نتایج تجربی مرجع [۴۹]. ب) صحت‌سنجی با مدل رفتاری پوپویکس

Fig. 6. Validity of compression test of a specimen. A) Validation with reference experimental results [49]. B) Validation with Popovics model

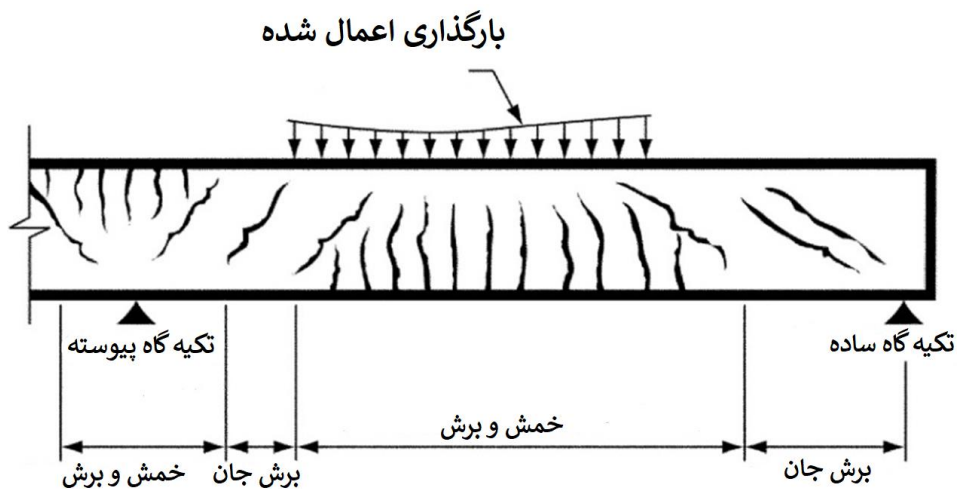
است، پری‌داینامیک دارای دقت مناسبی است. همچنین در این مقاله شکل نمونه‌ی شکسته شده‌ی به دست آمده از تئوری پری‌داینامیک با شکل تیپ نمونه‌های مکعبی شکسته شده مقایسه می‌شود. در این راستا در شکل ۷ نمونه‌های مکعبی شکسته شده در آزمایشگاه [۵۲] با نمونه‌ی مکعبی به دست آمده از تئوری پری‌داینامیک مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تئوری پری‌داینامیک از عملکرد مناسبی برای مدل‌سازی بتن برخوردار است.

بر اساس شکل ۶ می‌توان دریافت که روش پری‌داینامیک برای شبیه‌سازی نمونه‌های بتنی تحت فشار عملکرد مناسبی دارد. می‌توان دریافت که نمودار تنش-کرنش بتن هم با مدل عددی ارائه شده در مرجع [۵۱] دارای تطبیق مناسب است و هم با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده در مرجع [۴۹] دارای همخوانی است. مطابق شکل ۶ در هر دو نمودار قسمت خطی به خوبی پیش‌بینی شده است. همچنین تنش‌نهایی و کرنش متناظر با آن به خوبی نشان داده است. در قسمت نزولی نمودار نیز که نشان دهنده‌ی نرم‌شوندگی



شکل ۷. مقایسه ی شکل نمونه ی شکسته شده در آزمایشگاه با نمونه ی به دست آمده از تئوری پری دینامیک. الف) نمونه ی شکسته شده در آزمایشگاه [۵۲] ب) نمونه ی به دست آمده از پری دینامیک

Fig.7. Comparison of the shape of a broken specimen in the laboratory with a specimen obtained from peridynamic theory. A) Broken sample in the laboratory [52] b) Obtained sample from peridynamic theory

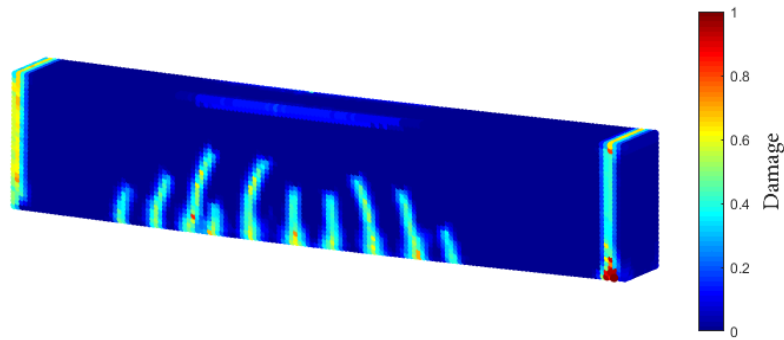


شکل ۸. شکل ترک در تیر با تکیه گاه ساده و سراسری مطابق آیین نامه ACI [۵۳]

Fig. 8. Crack shape in simple and continuous supported beam according to ACI regulations [53]

قابل پیش بینی آن‌ها در ترک خوردگی است. بر اساس آیین نامه ی ACI ۳۱۸-۰۸ شکل ترک های یک تیر دو سر ساده تحت بار گسترده مطابق شکل ۸ است [۵۳].

در این مقاله همان طور که گفته شد هدف، بررسی عملکرد روش ارائه شده بر روی مسائل پری دینامیک غیرخطی نیز هست. در این راستا به بررسی ترک در یک تیر طره و یک تیر دو سر ساده بدون داشتن میلگرد عرضی و میلگردهای فشاری پرداخته می شود. دلیل انتخاب این تیرها رفتار



شکل ۹. شکل ترک در تیر دو سر ساده با استفاده از روش پری دینامیک

Fig. 9. Crack shape in simple supported beam using peridynamic method

شده است. مطابق شکل ۹ می‌توان دریافت که روش پری دینامیک عملکرد مناسبی در پیش‌بینی ترک در تیرهای طره دارد.

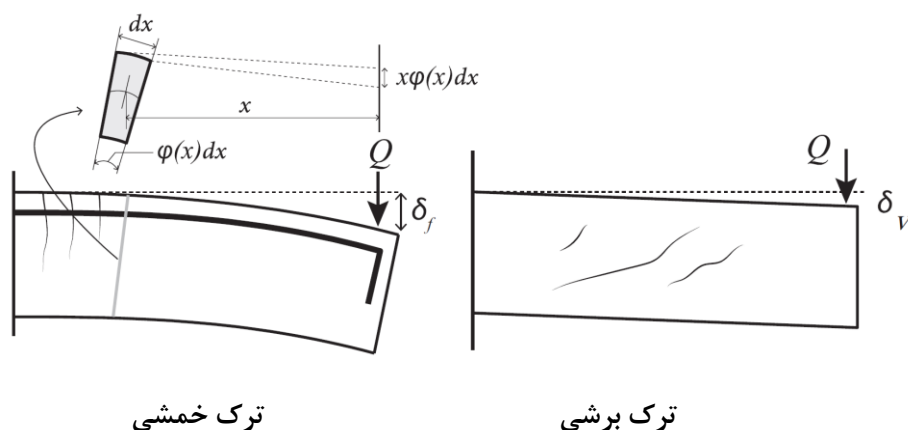
۵- تبدیل موجک در پری دینامیک

در این قسمت به بررسی عملکرد کاهش تعداد نقاط امواج گسسته بر روی تحلیل‌های پری دینامیک پرداخته می‌شود. برای این منظور سازه‌های مورد بررسی تحت دو بار ضربه‌ای قرار می‌گیرند. برای نشان دادن عملکرد تبدیل موجک از موج‌های گسسته‌ی زلزله‌ی سرپل ذهاب و موج گسسته‌ی زلزله‌ی Chichi به عنوان بار ضربه‌ای استفاده شده است (شکل ۱۲). دلیل استفاده از این امواج داشتن محتوای فرکانسی پیچیده و همچنین استفاده‌ی مکرر از آن‌ها در مقالات مختلف است. حیدری و مجیدی [۲۹] در پژوهشی، عملکرد تبدیل موجک گسسته بر روی زلزله‌ی سرپل ذهاب را در تحلیل خطی سازه‌ها به تفصیل بررسی نمودند. همچنین دادخواه و همکاران [۲۲] عملکرد تبدیل موجک برای زلزله‌ی Chichi را در تحلیل دینامیکی غیرخطی سازه‌ها بررسی نمودند. نتایج ارائه شده در این دو پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از تبدیل موجک برای این زلزله‌ها در تحلیل‌های دینامیکی دارای عملکرد خوبی است. لذا در این مقاله با توجه به ماهیت دینامیکی روابط پری دینامیک از این دو موج برای محاسبات استفاده می‌شود. قابل ذکر است که این دو موج به صورت ضربه به سازه‌ها وارد شده‌اند. این ضربه‌ها به سه صورت به سازه وارد شده است. در مدل خطی این ضربه به صورت یک بار گسترده‌ی برشی در انتهای تیر وارد می‌شود. همچنین در تیرهای بتن مسلح این ضربه در حالتی که تیر یک سر گیردار باشد به صورت بار متمرکز و در حالتی که

به دلیل ضعف بتن در مقاومت کششی، اولین آثار ترک در اثر تنش‌های کششی اصلی ایجاد می‌شود. همچنین با دور شدن از وسط تیر، تنش‌های برشی با زاویه‌ای بین ۰ تا ۴۵ درجه موجب ایجاد ترک در تیر دو سر ساده می‌شوند. با نزدیک شدن به تکیه‌گاه ترک‌های برشی جان که ناشی از برش خالص هستند به وجود می‌آیند. برای صحت‌سنجی مدل‌سازی انجام شده در این مقاله یک تیر بتن مسلح به طول سه متر تحت بار گسترده‌ی سطحی $4/8 \text{ MPa}$ قرار داده شده است. شکل ترک‌ها به صورت شکل ۹ می‌شود. مطابق شکل ۹ می‌توان دریافت که روش ارائه شده دارای عملکرد مناسبی در پیش‌بینی ترک سازه‌های بتن مسلح است.

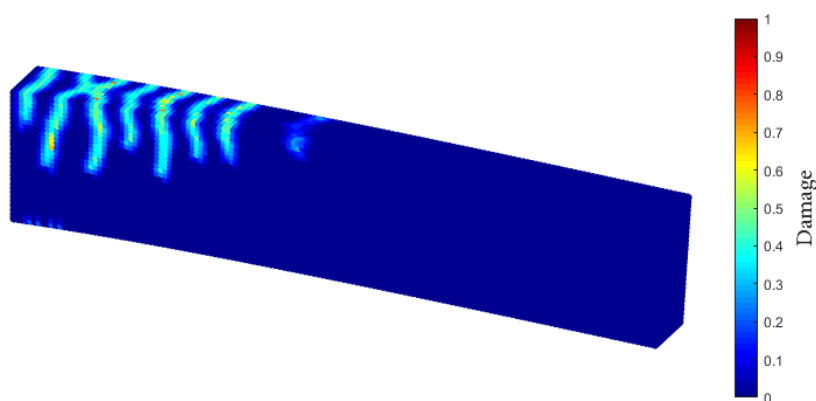
همان‌طور که گفته شد برای بررسی عملکرد روش ارائه شده در این مقاله برای کاهش محاسبات علاوه بر تیر بتنی دو سر ساده به بررسی شکل ترک در یک تیر بتنی طره نیز پرداخته می‌شود. در این راستا شکل ترک به دست آمده از روش پری دینامیک با شکل ترک تیپ ارائه شده در مراجع [۵۵] و [۵۴] مقایسه شده است. مطابق این مراجع ترک در تیر طره تحت بار در انتهای آن، در نزدیکی تکیه‌گاه و در قسمتی که ضعف مقاومت کششی بتن وجود دارد شروع می‌شود. در شکل ۸ شکل ترک تیپ ارائه شده در مرجع [۵۵] نشان داده شده است.

مطابق شکل ۱۰ ترک‌های ایجاد شده در تیر بتنی مسلح تحت بار Q به دو دسته‌ی برشی و خمشی تقسیم می‌شود. با نزدیک شدن به تکیه‌گاه، ترک‌های خمشی ایجاد می‌شود و با دور شدن از تکیه‌گاه ترک‌های برشی ایجاد می‌شود. در شکل ۱۱ نتایج به دست آمده برای ترک‌های یک تیر طره به طول یک متر تحت بار گسترده سطحی $2/4 \text{ MPa}$ در انتهای آن ارائه



شکل ۱۰. شکل ترک تیپ ناشی از برش و خمش برای تیر طره [۵۵]

Fig. 10. Crack shape due to shear and bending for a cantilever beam [55]

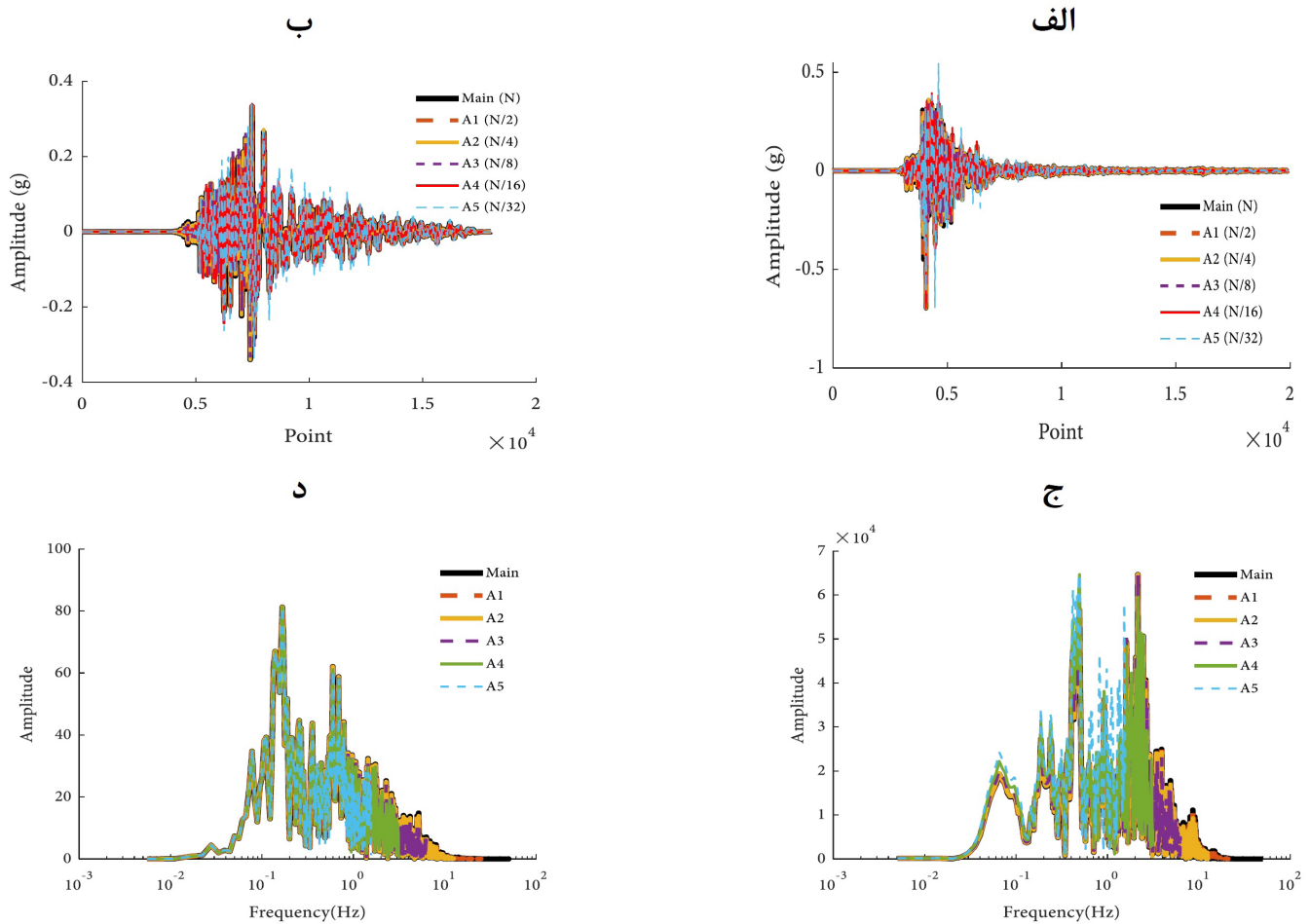


شکل ۱۱. شکل ترک به دست آمده از تحلیل پری داینامیک برای تیر طره

Fig. 11. Crack shape obtained from peridynamic analysis for a cantilever beam

۱۲ موج زلزله‌ی اصلی و موج‌های تقریبی به دست آمده از تبدیل موجک نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود منحنی موج اصلی با موج‌های تقریبی به دست آمده از تبدیل موجک دارای تطبیق مناسبی است. همچنین در شکل ۱۲ محتوای فرکانس موج‌های اصلی و موج‌های تقریبی با استفاده از تبدیل موجک رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، فرکانس‌های غالب موج‌های اصلی با فرکانس‌های غالب موج‌های تقریبی از تطابق خوبی برخوردار هستند.

تیر دو سر ساده است به صورت یک بار قائم در وسط تیر وارد می‌شود. قابل ذکر است که این ضربه‌ها به گونه‌ای وارد شده‌اند که در جسم در زمان کوتاه ایجاد ترک نمایند، لذا در نتایج به دست آمده از پاسخ سازه، شتاب زیادی در سازه ایجاد می‌شود. موج اصلی زلزله‌ی سرپل ذهاب و زلزله‌ی Chichi به ترتیب از ۱۹۸۹۰ و ۱۸۰۰۰ نقطه‌ی گسسته تشکیل شده است. با استفاده از تبدیل موجک این موج‌ها تا پنج مرحله فیلتر می‌شود. به این ترتیب اگر موج اصلی دارای N نقطه‌ی گسسته باشد موج‌های A1 تا A5 به ترتیب دارای تعداد نقاط $N/2$ ، $N/4$ ، $N/8$ ، $N/16$ و $N/32$ هستند. در شکل



شکل ۱۲. موج گسسته ی زلزله ها. الف) موج گسسته ی زلزله ی سرپل ذهاب. ب) موج گسسته ی زلزله ی Chi-Chi. ج) طیف فوریه ی موج گسسته ی زلزله ی سرپل ذهاب. د) طیف فوریه ی موج گسسته ی زلزله ی Chi-Chi.

Fig. 12. Discrete wave of earthquake records. A) Discrete wave of Sarpol-e-Zahab earthquake record. B) Discrete wave of Chi-Chi earthquake record. C) The Fourier spectrum of the discrete wave of Sarpol-e-Zahab earthquake record. D) The Fourier spectrum of the discrete wave of Chi-Chi earthquake record.

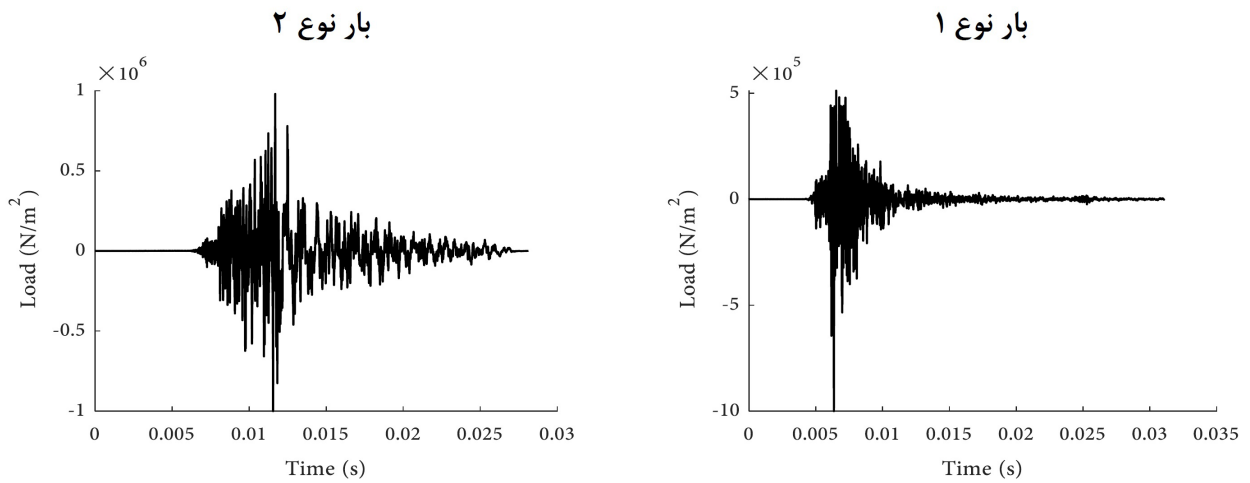
برخوردار است. در شکل ۱۴، Main نشان دهنده ی پاسخ سازه در اثر موج اصلی و A1 تا A5 نشان دهنده ی پاسخ سازه برای موج های تقریبی مرحله ی اول تا پنجم است.

در جدول های ۱ و ۲ سرعت تحلیل سازه برای هر یک از موج ها و پاسخ پیشینه ی سازه برای منحنی جابجایی، سرعت و شتاب ارائه شده است. مطابق این جداول مشاهده می شود که موج A1 نسبت به موج های تقریبی دیگر دارای خطای کمتری است و با کاهش تعداد گام های زمانی، خطای نتایج به تدریج افزایش می یابد. در صورتی که از موج تقریبی A1 به جای موج گسسته ی اصلی استفاده شود، سرعت محاسبات به اندازه ی ۵۰ درصد افزایش می یابد.

۵-۱- مثال عددی اول (خطی و Prototype brittle material)

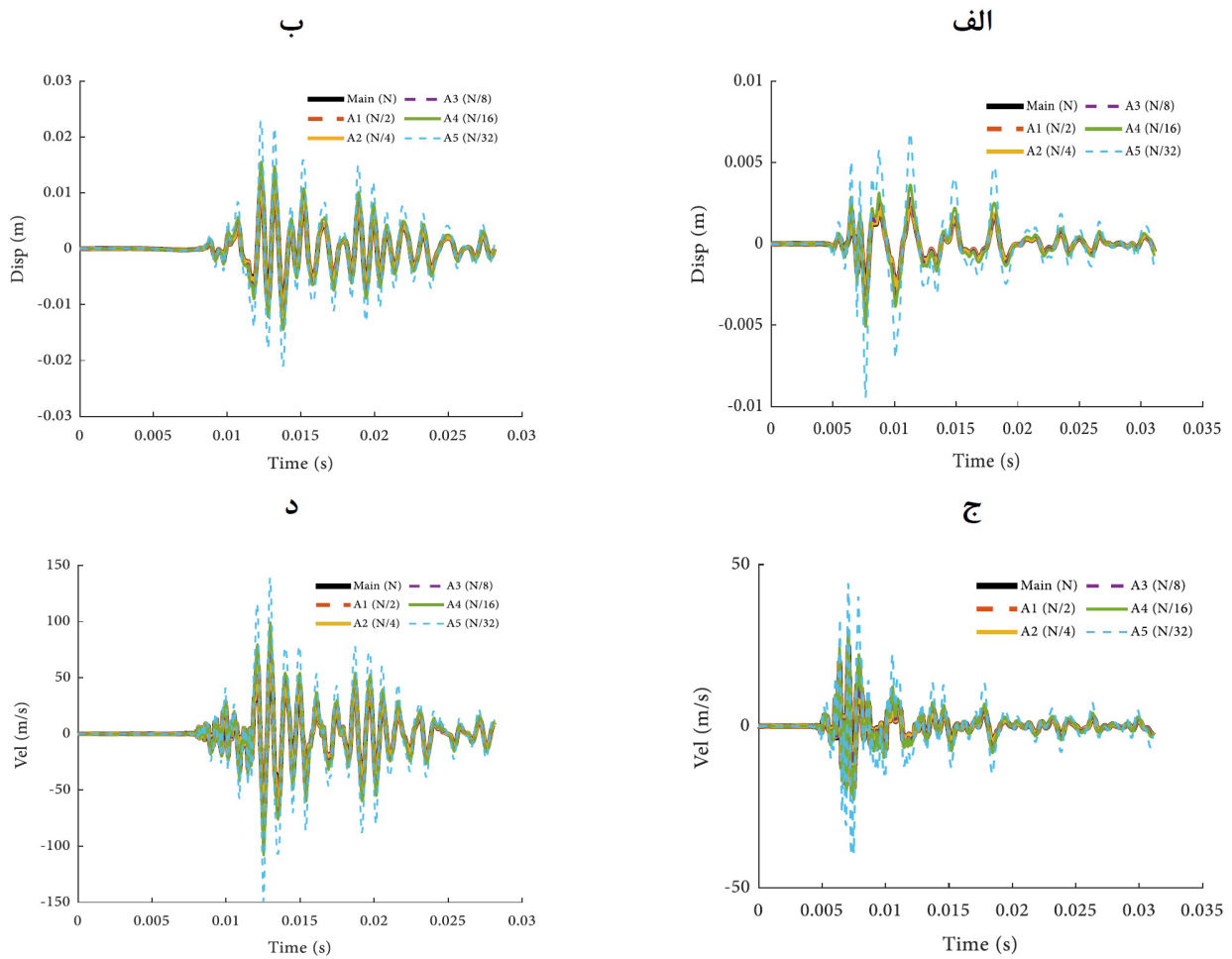
در این قسمت با استفاده از موج اصلی مربوط به زلزله های سرپل ذهاب و Chi-Chi و موج های تقریبی به دست آمده از روش موجک مثال صحت سنجی شده در قسمت ۴ این مقاله حل می گردد. نحوه ی ساخت این بارهای ضربه مبتنی بر نقاط گسسته ی امواج زلزله است. در این راستا موج مربوط به زلزله ی سرپل ذهاب و موج های تقریبی آن به صورت تنشی تابع از زمان با دامنه ی ۱۰۰۰ kN/m² به سازه وارد می شود (شکل ۱۳). بار با فرکانس بسیار بالا در نظر گرفته شده است.

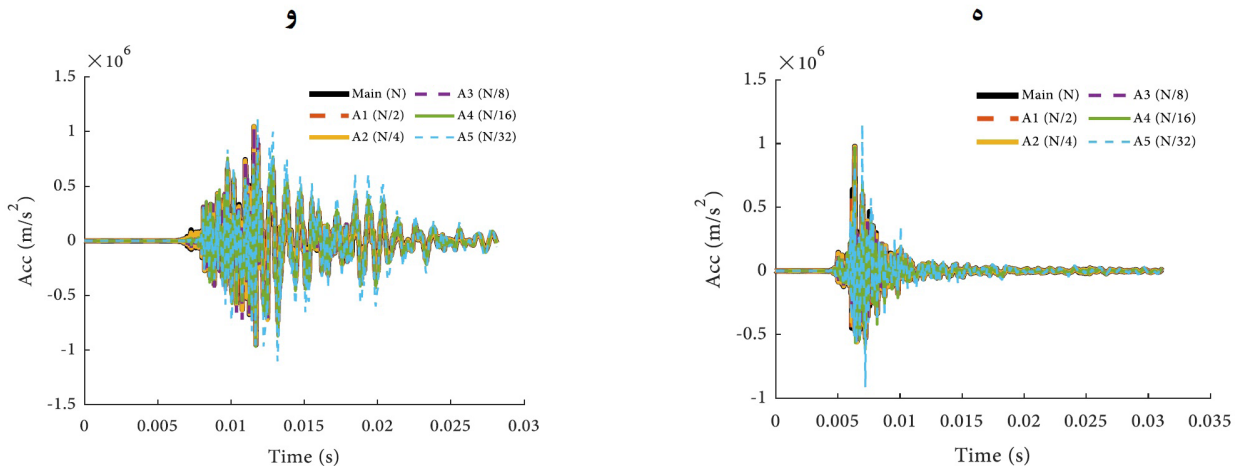
در شکل ۱۴ منحنی پاسخ انتهای تیر نشان داده شده است. بر اساس شکل نشان داده شده می توان دریافت که پاسخ دینامیکی سازه برای موج های تقریبی از تطبیق خوبی با پاسخ دینامیکی سازه برای موج اصلی



شکل ۱۳. منحنی بار ضربه ای گسسته ی وارد شده بر مثال اول

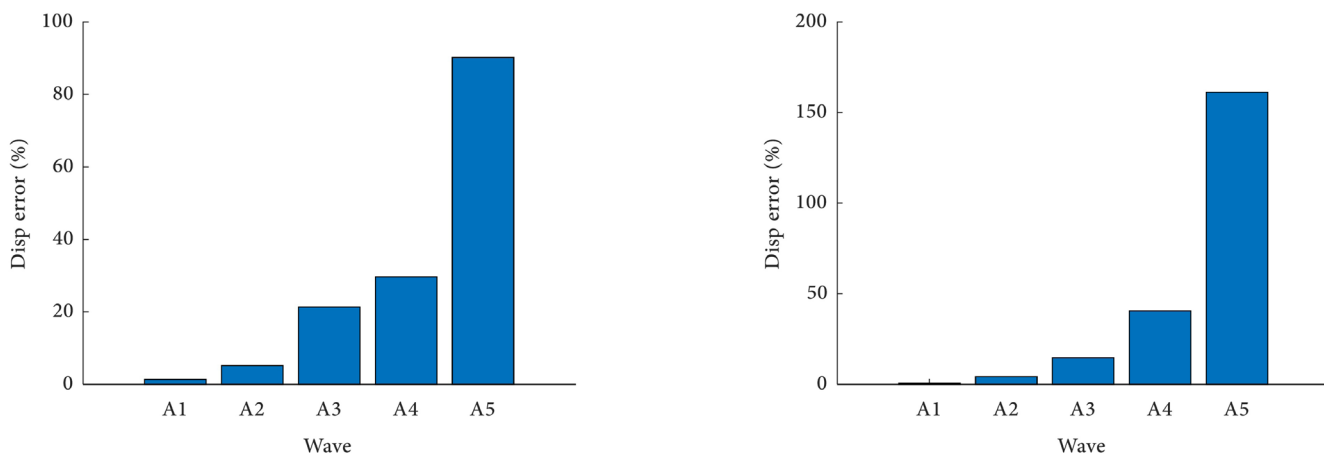
Fig. 13. The discrete impact load curve applied on the first example





شکل ۱۴. پاسخ نقطه ی مرجع (انتهای تیر). الف و ب) منحنی جابجایی ناشی از بار نوع ۱ و ۲. ج و د) منحنی سرعت ناشی از بار نوع ۱ و ۲. ه و و) منحنی شتاب ناشی از بار نوع ۱ و ۲

Fig. 14. Reference point response (end of the beam). a and b) displacement response due to the load type 1 and 2. c and d) velocity response due to the load type 1 and 2. e and f) acceleration response due to the load type 1 and 2



شکل ۱۵. خطای بیشینه ی جابجایی نقطه ی مرجع. الف) خطای منحنی جابجایی ناشی از بار نوع ۱. ب) خطای منحنی جابجایی ناشی از بار نوع ۲

Fig. 15. Maximum reference point displacement error. A) Displacement response error for load type 1. b) Displacement response error for load type 2

از موج A3 به جای موج اصلی در محاسبات استفاده شود سرعت محاسبات به بیش از ۸۵ درصد افزایش می یابد. این در حالی است که استفاده از این موج منجر به ایجاد خطایی نزدیک به ۲۰ درصد در جابجایی و سرعت می شود. خطا برای شتاب کمتر از ۰/۷ درصد است. می توان گفت در صورتی که هدف از تحلیل کنترل شتاب باشد، موج A3 تقریبی مناسب از موج اصلی است. خطای استفاده از موج های تقریبی A4 و A5 برای جابجایی و سرعت زیاد

بر اساس نتایج ارائه شده در جدول ۱ و ۲ می توان دریافت که موج A1 دارای خطایی نزدیک به صفر برای هر سه پاسخ جابجایی، سرعت و شتاب است. در صورتی که از موج A2 استفاده شود زمان تحلیل به یک چهارم زمان تحلیل موج اصلی می رسد. استفاده از موج A2 موجب ایجاد خطایی کمتر از ۵ درصد در شتاب، سرعت و جابجایی می شود. این خطا در مقایسه با افزایش چهار برابری سرعت محاسبات قابل چشم پوشی است. در صورتی که

جدول ۱. مقایسه ی زمان تحلیل و پاسخ جابجایی برای موج اصلی و موج های تقریبی برای بار نوع ۱

Table 1. Comparison of analysis time and displacement response for the main wave and approximate waves for load type 1

بیشینه شتاب نقطه‌ی مرجع (m/s^2) $\times 10^5$	بیشینه سرعت نقطه مرجع (m/s)	بیشینه جابجایی نقطه مرجع (m)	زمان تحلیل به ثانیه	تعداد نقاط	موج مورد نظر
۹/۷۷	۲۴/۶۴	۰/۰۰۳۶	۶۳۲/۶۰	۱۹۸۹۰	زلزله‌ی اصلی
۹/۷۷	۲۴/۶۹	۰/۰۰۳۶	۳۱۶/۹۹	۹۹۴۵	فیلتر ۱
۹/۷۶	۲۵/۳۲	۰/۰۰۳۸	۱۵۲/۸۴	۴۹۷۳	فیلتر ۲
۹/۷۴	۲۷/۰۴	۰/۰۰۴۲	۷۸/۵۰	۲۴۸۷	فیلتر ۳
۹/۶۸	۲۹/۸۷	۰/۰۰۵۱	۳۷/۹۶	۱۲۴۴	فیلتر ۴
۱۱/۵۰	۴۴/۲۰	۰/۰۰۹۵	۱۹/۶۸	۶۲۲	فیلتر ۵

جدول ۲. مقایسه ی زمان تحلیل و پاسخ جابجایی برای موج اصلی و موج های تقریبی برای بار نوع دو

Table 2. Comparison of analysis time and displacement response for the main wave and approximate waves for load type 2

بیشینه شتاب نقطه‌ی مرجع (m/s^2) $\times 10^6$	بیشینه سرعت نقطه مرجع (m/s)	بیشینه جابجایی نقطه مرجع (m)	زمان تحلیل به ثانیه	تعداد نقاط	موج مورد نظر
۱/۰۴	۸۵/۱۰	۰/۰۱۲۰	۵۹۴	۱۸۰۰۰	زلزله‌ی اصلی
۱/۰۴	۸۶/۱۹	۰/۰۱۲۲	۲۷۴	۹۰۰۰	فیلتر ۱
۱/۰۴	۸۹/۱۳	۰/۰۱۲۶	۱۳۹	۴۵۰۰	فیلتر ۲
۱/۰۳	۱۰۲/۱۲	۰/۰۱۴۶	۹۶	۲۲۵۰	فیلتر ۳
۹/۶۷	۱۰۸/۱۴	۰/۰۱۵۶	۳۸	۱۱۲۵	فیلتر ۴
۱/۱۲	۱۴۹/۱۷	۰/۰۲۲۸	۱۹	۵۶۳	فیلتر ۵

۵-۲- مثال عددی دوم (Micro-plastic material)

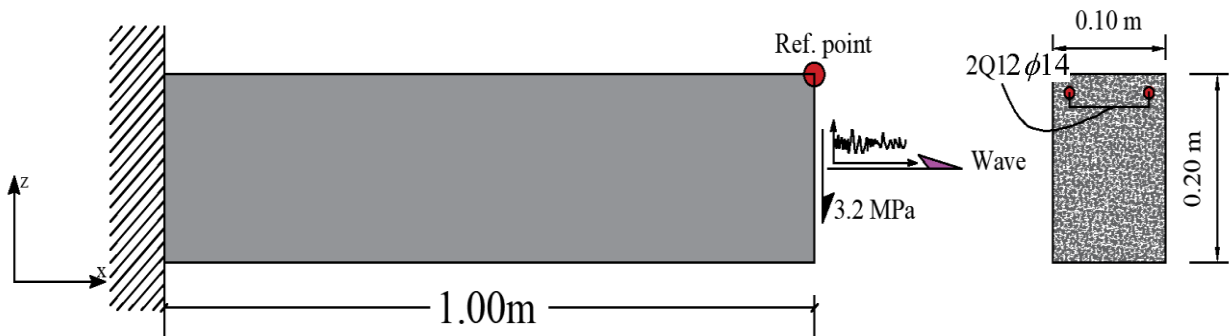
در این قسمت یک تیر طره‌ی بتنی مسلح به ۲ میلگرد طولی به طول ۱ متر انتخاب می‌شود. مقطع و هندسه‌ی این تیر در شکل ۱۶ نشان داده شده است. ضریب الاستیسیته‌ی بتن و فولاد به ترتیب ۲۲ GPa و ۲۰۰ GPa و در نظر گرفته شده است. ضریب پواسون برای بتن و فولاد به ترتیب ۰/۲ و ۰/۳ در نظر گرفته شده است. تیر مورد نظر تحت یک تنش نامنظم محوری در انتهای تیر (شکل ۱۶) و یک تنش برشی یکنواخت $3 \times 10^6 \text{ N/m}^2$

است. ولی استفاده از موج A4 به جای موج اصلی برای شتاب خطایی کمتر از ۸ درصد را ایجاد می‌کند. لذا با تحلیل این سازه می‌توان نتیجه گرفت که تبدیل موجک تا مرحله‌ی دوم برای جابجایی، سرعت و شتاب دارای خطایی قابل چشم‌پوشی است. ولی برای مراحل سوم و چهارم فیلتر موجکی ایجاد خطا در جابجایی می‌کند. پاسخ شتاب ذرات پری‌دینامیک تا مرحله‌ی چهارم فیلتر دارای خطای قابل چشم‌پوشی هستند. در شکل زیر نمودار میله‌ای برای خطای پاسخ جابجایی انتهای تیر ارائه شده است.

جدول ۳. مشخصات سازه ی بتن مسلح

Table 3. Specifications of the reinforced concrete structure

مصالح	$E (N / m^2)$	ν	$K (N / m^2)$	s_y	$c (N / m^6)$	$\rho (kg / m^3)$
فولاد	200×10^9	۰/۳	$166/6 \times 10^9$	۰/۰۱	$9/82 \times 10^{17}$	۷۸۰۰
بتن	22×10^9	۰/۲	$12/22 \times 10^9$	۰/۰۰۰۵۳	$0/72 \times 10^{17}$	۲۴۰۰



شکل ۱۶. سازه ی تیر کنسولی

Fig. 16. Cantilever beam example

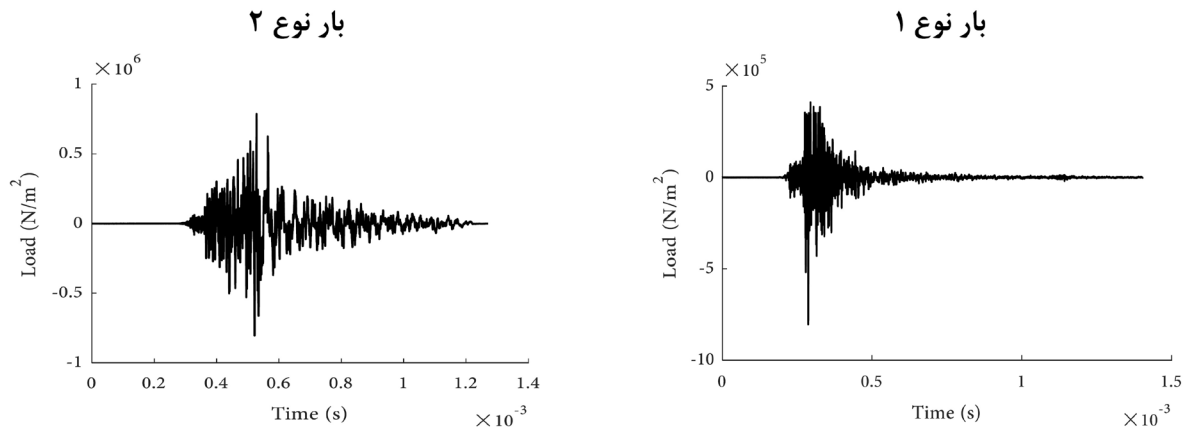
افزایش می‌یابد. به طور کلی بر اساس نتایجی که در جداول ۳ و ۴ ارائه شده است، می‌توان گفت که عملکرد موج‌های تقریبی در به دست آوردن پاسخ جابجایی، سرعت و شتاب سازه مطلوب می‌باشد.

بر اساس نتایج ارائه شده در جداول ۴ و ۵ می‌توان دریافت که خطای موج A4 برای جابجایی در جهت X و Z و سرعت در جهت X برای هر دو نوع بارگذاری کمتر از ۶ درصد است. خطای موج‌های تقریبی برای سرعت در جهت X برای بارگذاری نوع ۲ نزدیک به صفر است. استفاده از موج A4 موجب می‌شود که زمان محاسبات برای بار نوع ۱ از ۸۰۹۵ ثانیه به ۵۰۵ ثانیه تقلیل یابد. همچنین استفاده از این موج برای بار نوع ۲ موجب می‌شود زمان محاسبات از ۷۲۹۶ ثانیه به ۴۵۴ ثانیه برسد. موج‌های تقریبی در به دست آوردن پاسخ شتاب سازه در جهت Z از عملکرد مناسبی برخوردار نیستند. بر اساس محاسبات انجام شده مشاهده می‌شود که خطای محاسبات سرعت و شتاب همه‌ی موج‌های تقریبی در جهت Z بیشتر است؛ اما خطای محاسبات جابجایی موج‌های تقریبی در جهت Z کمتر است. به طور کلی می‌توان گفت

قرار گرفته است. موج نشان داده شده در شکل ۱۷ در مدت ۱۴۰۰ میکروثانیه و ۱۳۰۰ میکروثانیه برای بار نوع ۱ و ۲ به سازه وارد می‌شود. مشخصات مصالح در جدول زیر ارائه شده است.

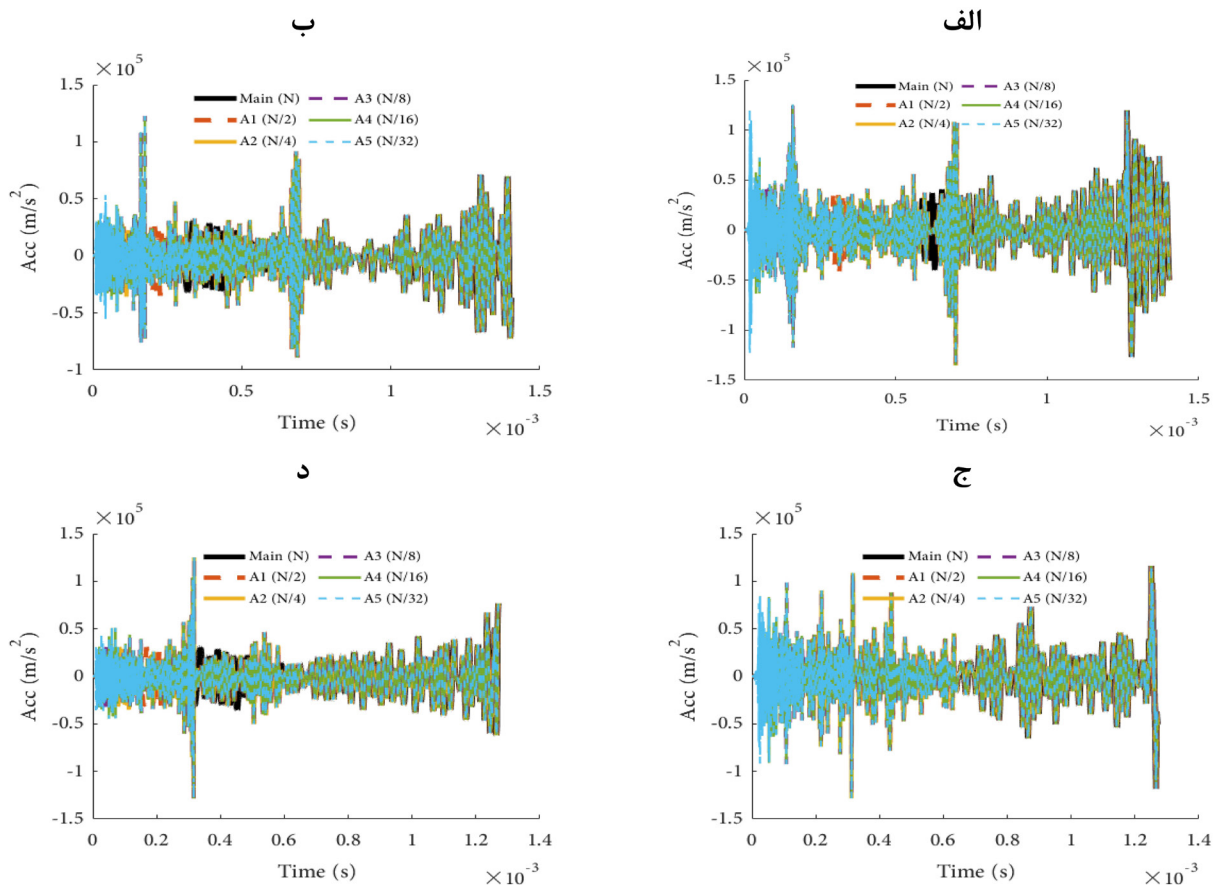
در ادامه پاسخ شتاب گره‌ی مرجع برای موج اصلی و موج‌های تقریبی در دو جهت X و Z مقایسه شده است. مطابق شکل‌های زیر می‌توان دریافت که منحنی تقریبیات به دست آمده از روش موجک تا مرحله‌ی چهارم دارای عملکرد تقریبی خوبی است. همچنین می‌توان دریافت که خطای پاسخ به دست آمده از موج تقریبیات در جهت Z کمتر است.

در جدول‌های زیر پاسخ بیشینه جابجایی، سرعت و شتاب برای موج اصلی و موج تقریبیات ارائه شده است. همچنین سرعت تحلیل سازه برای حالتی که از موج اصلی استفاده شود و حالتی که از موج تقریبی استفاده شود، نشان داده شده است. مطابق این جداول مشاهده می‌شود که موج A4 دارای خطایی قابل چشم‌پوشی است. در صورتی که از موج تقریبی A4 به جای موج گسسته‌ی اصلی استفاده شود، سرعت محاسبات به اندازه‌ی ۹۳ درصد



شکل ۱۷. بار ضربه ای گسسته ی وارد شده بر سازه

Fig. 17. Discrete impact load applied on the structure



شکل ۱۸. مقایسه ی منحنی پاسخ شتاب برای نقطه ی مرجع بار نوع ۱ و ۲. الف) پاسخ شتاب بار نوع ۱ در جهت X. ب) پاسخ شتاب بار نوع ۱ در جهت Z. ج) پاسخ شتاب بار نوع ۲ در جهت X. د) پاسخ شتاب بار نوع ۲ در جهت Z.

Fig. 18. Comparison of the acceleration response curve of the reference point for load type 1 and 2. a) The acceleration response for load type 1 in the x direction. B) The acceleration response for load type 1 in the z direction. C) The acceleration response for load type 2 in the x direction. D) The acceleration response for load type 2 in the z direction.

جدول ۴. جابجایی، سرعت و شتاب بیشینه در جهت X و Z برای بار نوع ۱

Table 4. Maximum displacement, velocity and acceleration in the x and z directions for load type 1

موج مورد نظر	تعداد نقاط	زمان تحلیل به ثانیه	بیشینه جابجایی نقطه مرجع $(m) \times 10^{-5}$		بیشینه سرعت نقطه مرجع (m/s)		بیشینه شتاب نقطه مرجع $(m/s^2) \times 10^5$	
			Z	X	Z	X	Z	X
زلزله‌ی اصلی	۱۹۸۹۰	۸۰۹۵	۲/۵۷	۴۴/۶۳	۰/۷۱	۱/۳۵	۱/۲۶	۰/۷۲
فیلتر ۱	۹۹۴۵	۴۰۳۹	۲/۵۷	۴۵/۶۴	۰/۷۱	۱/۳۷	۱/۳۵	۰/۹۱
فیلتر ۲	۴۹۷۳	۲۰۲۴	۲/۵۷	۴۶/۰۵	۰/۷۱	۱/۳۷	۱/۳۵	۰/۹۱
فیلتر ۳	۲۴۸۷	۱۰۱۱	۲/۷۲	۴۶/۰۵	۰/۷۳	۱/۴۳	۱/۳۵	۱/۲۲
فیلتر ۴	۱۲۴۴	۵۰۵	۲/۷۲	۴۶/۰۵	۰/۷۳	۱/۴۳	۱/۳۵	۱/۲۲
فیلتر ۵	۶۲۲	۲۵۲	۲/۷۲	۴۶/۰۵	۰/۷۳	۱/۴۳	۱/۳۵	۱/۲۲

جدول ۵. جابجایی، سرعت و شتاب بیشینه در جهت X و Z برای بار نوع ۲

Table 5. Maximum displacement, velocity and acceleration in the x and z directions for load type 2

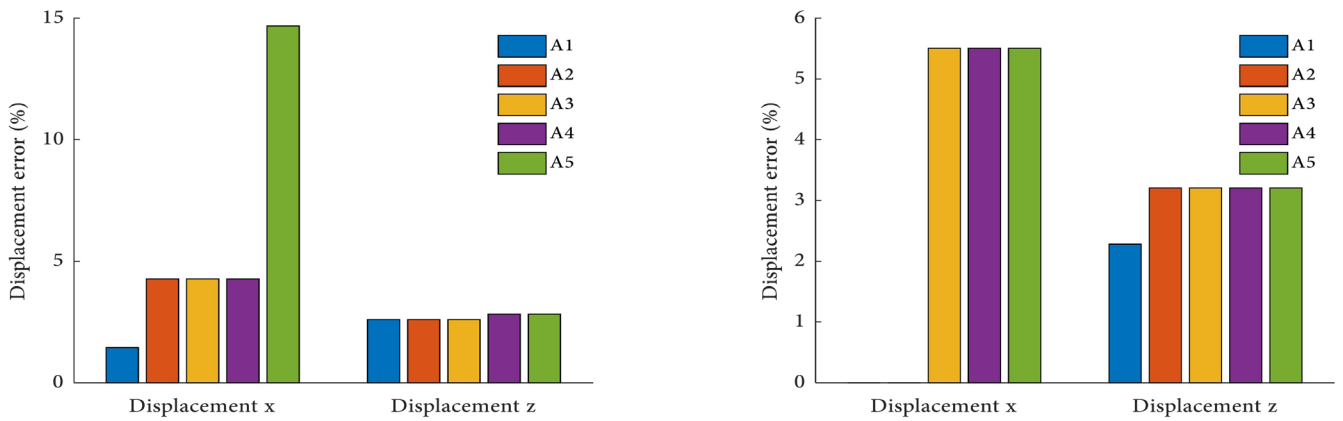
موج مورد نظر	تعداد نقاط	زمان تحلیل به ثانیه	بیشینه جابجایی نقطه مرجع $(m) \times 10^{-5}$		بیشینه سرعت نقطه مرجع (m/s)		بیشینه شتاب نقطه مرجع $(m/s^2) \times 10^5$	
			Z	X	Z	X	Z	X
زلزله‌ی اصلی	۱۸۰۰۰	۷۲۹۶	۱/۷۵	۲۹/۸۳	۰/۷۳	۱/۲۴	۱/۱۸	۰/۷۶
فیلتر ۱	۹۰۰۰	۳۸۱۱	۱/۷۷	۳۰/۶۱	۰/۷۳	۱/۲۴	۱/۱۸	۰/۷۶
فیلتر ۲	۴۵۰۰	۱۹۰۰	۱/۸۲	۳۰/۶۱	۰/۷۳	۱/۵۰	۱/۲۸	۱/۲۸
فیلتر ۳	۲۲۵۰	۹۰۹	۱/۸۲	۳۰/۶۱	۰/۷۳	۱/۵۰	۱/۲۸	۱/۲۸
فیلتر ۴	۱۱۲۵	۴۵۴	۱/۸۲	۳۰/۶۸	۰/۷۳	۱/۵۰	۱/۲۸	۱/۲۸
فیلتر ۵	۵۶۳	۲۲۷	۲/۰۰	۳۰/۶۸	۰/۷۳	۱/۵۰	۱/۲۸	۱/۲۸

۵-۳- مثال عددی سوم

در این قسمت یک تیر دو سر ساده‌ی بتنی مسلح به ۲ میلگرد طولی به طول ۳ متر انتخاب می‌شود. مقطع و هندسه‌ی این تیر در شکل ۲۱ نشان داده شده است. ضریب الاستیسیته‌ی بتن و فولاد به ترتیب ۲۲ GPa و ۲۰۰ GPa در نظر گرفته شده است. مشخصات مصالح مطابق با جدول ۳ است. ضریب پواسون برای بتن و فولاد به ترتیب ۰/۲ و ۰/۳ در نظر گرفته شده است. تیر مورد نظر تحت یک تنش نامنظم برشی در وسط تیر (شکل ۲۱) و یک تنش برشی یکنواخت $4/6 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ قرار گرفته است. بار نامنظم ناشی از ضربه در وسط تیر به صورت تنشی به عرض شعاع همسایگی وارد می‌شود. موج‌های نشان داده شده در شکل ۲۲ بار نوع ۱ و بار نوع ۲ استفاده شده در این مثال هستند. بار نوع ۱ در مدت ۳۲۰۰ میکروثانیه

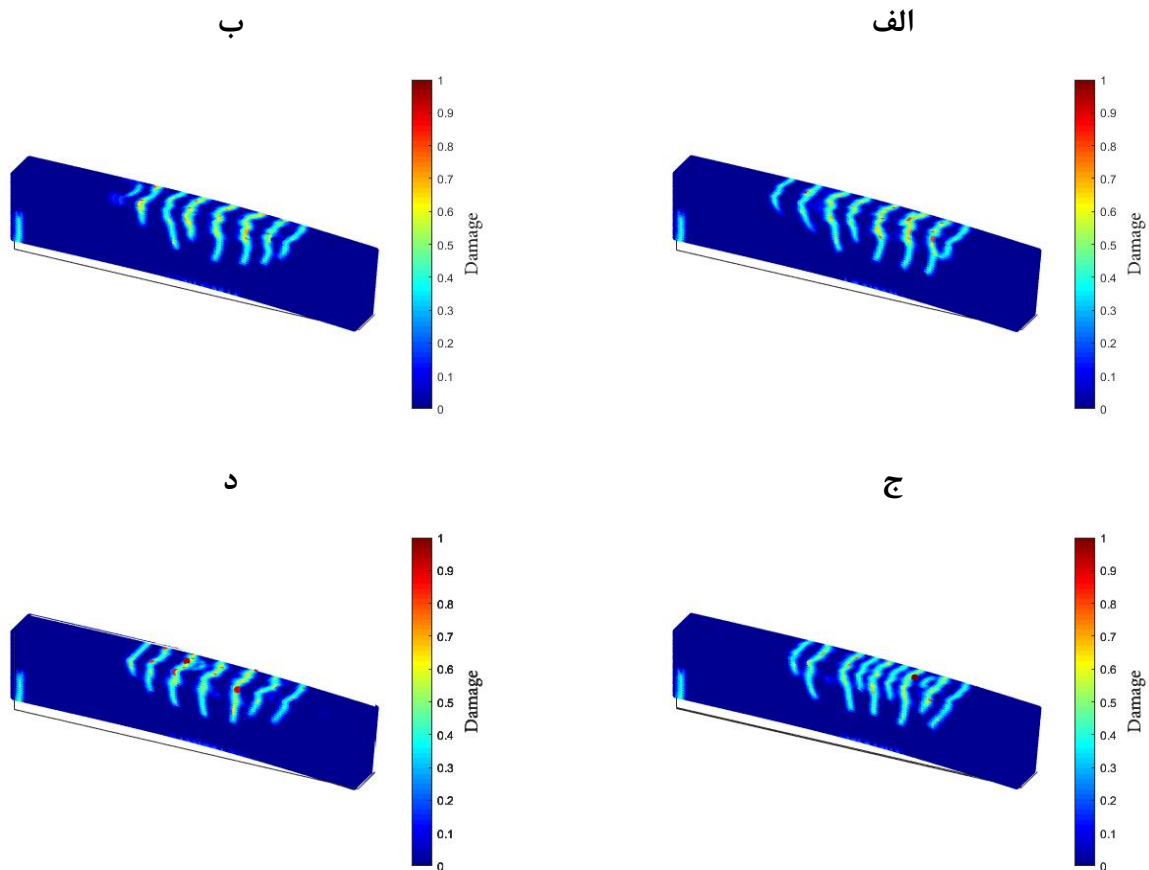
که عملکرد روش موجک در بارگذاری نوع یک بهتر بوده است. این بدان معنا است که روش ارائه شده به میزان زیادی به محتوای فرکانسی موج ارائه شده بستگی دارد. در شکل ۱۹ نمودار میله‌ای برای خطای پاسخ جابجایی انتهای تیر ارائه شده است.

با توجه به این که در این مثال اثر شکستن باندها وارد محاسبات تحلیلی شده است لذا در ادامه کانتور مربوط به خط ترک و میزان آسیب ذرات در روش پری‌دینامیک ارائه شده است. مطابق شکل ۲۰ می‌توان دریافت که استفاده از موج‌های تقریبی خطای زیادی در خط ترک ایجاد نمی‌کند. این بدان معنا است که در صورتی که از موج A4 به جای موج اصلی استفاده شود، خط ترک و آسیب ذرات بسیار مشابه حالتی است که از موج اصلی استفاده شود.



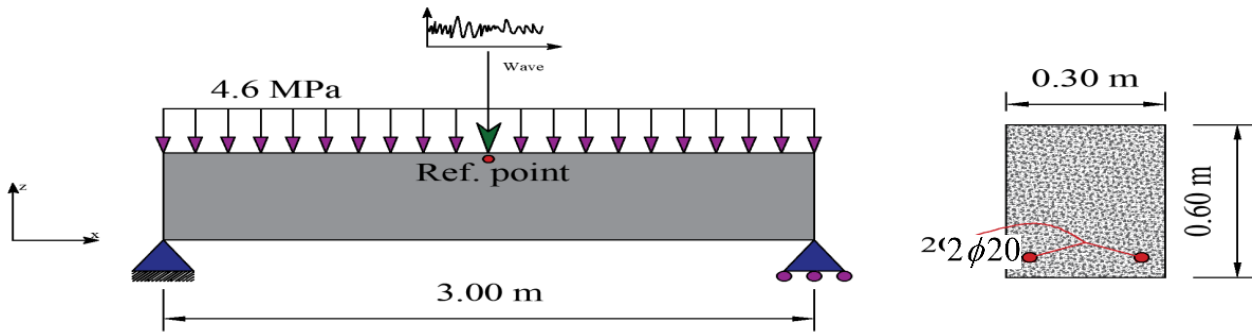
شکل ۱۹. خطای بیشینه جابجایی نقطه ی مرجع. الف) خطای منحنی جابجایی ناشی از بار نوع ۱. ب) در شکل زیر نمودار میله ای برای خطای پاسخ جابجایی انتهای تیر ارائه شده است.

Fig. 19. Maximum reference point displacement error. a) Displacement curve due to load type 1. b) Displacement curve due to load type 2.



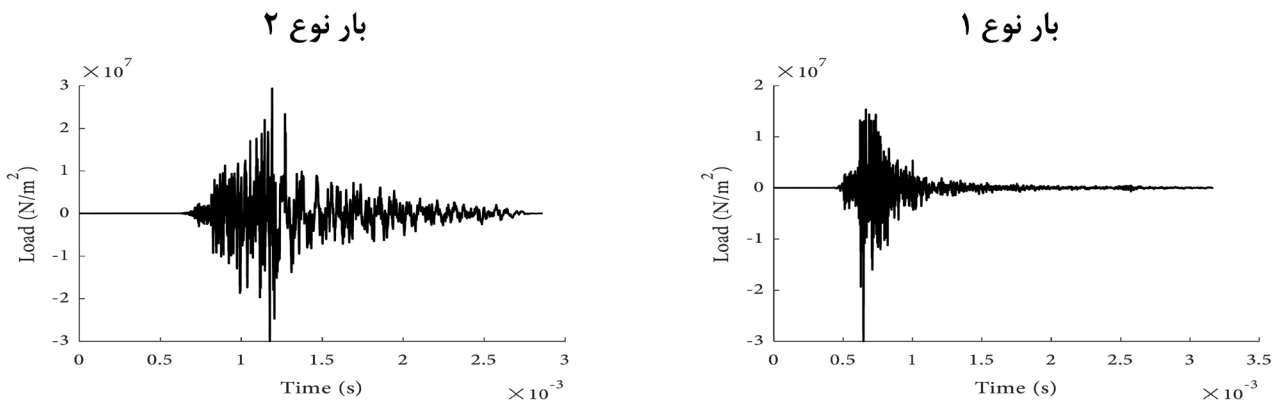
شکل ۲۰. خط ترک و آسیب ذرات پری دینامیک. الف و ب) محاسبات با استفاده از موج اصلی بار نوع ۱ و ۲. ج و د) محاسبات با استفاده از موج تقریبی A4 بار نوع ۱ و ۲

Fig. 20. Crack line and peridynamics particle damage. a and b) Results obtained using the main wave of load type 1 and 2. c and d) Results obtained using the approximate wave A4 of load type 1 and 2



شکل ۲۱. سازه ی تیر دو سر ساده

Fig. 21. Simple supported beam structure



شکل ۲۲. بار ضربه ای گسسته ی وارد شده بر سازه

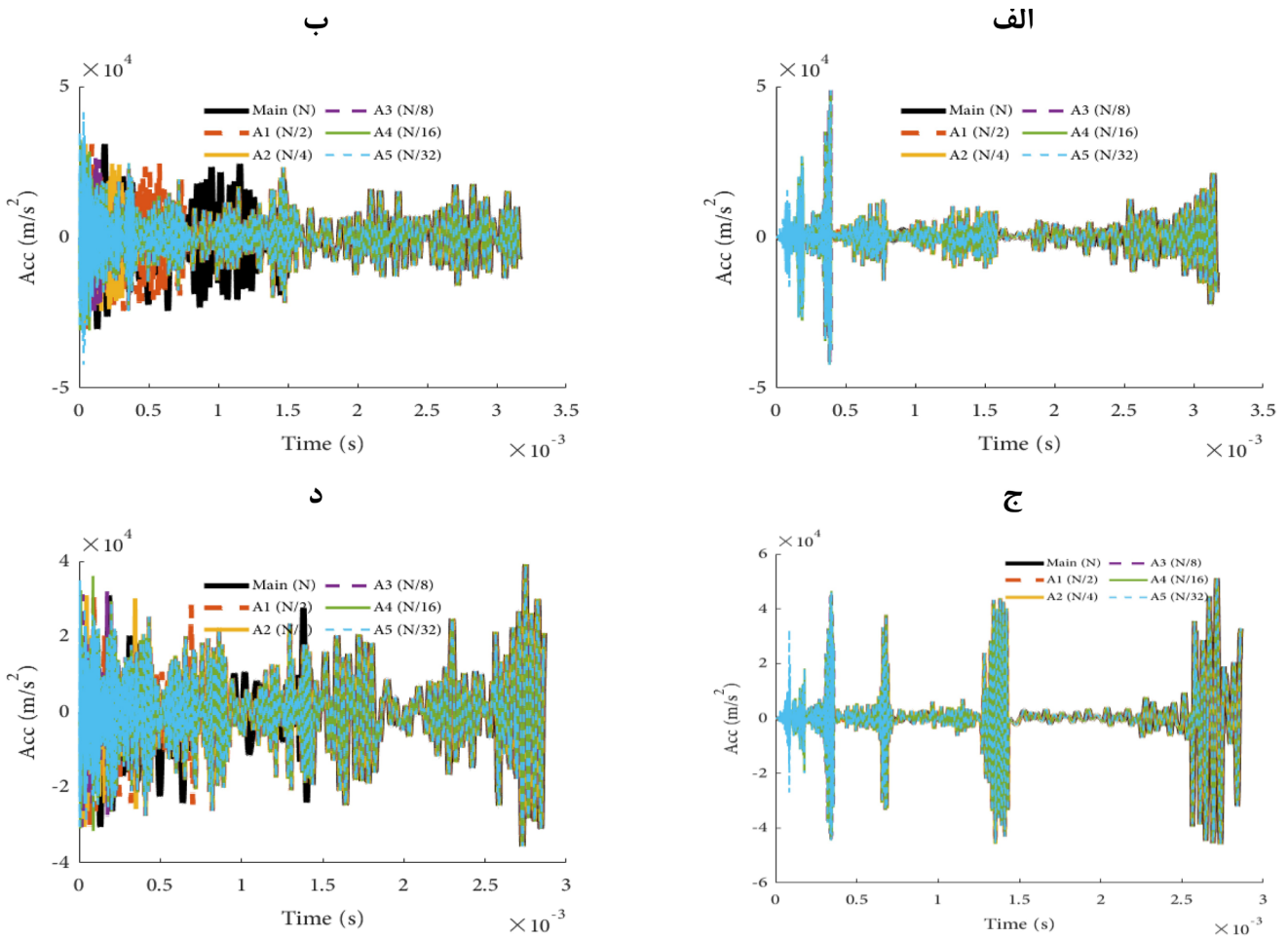
22. Discrete impact load applied on the structure

و بار نوع ۲ در مدت ۲۹۰۰ میکروثانیه به تیر دو سر ساده وارد می‌شود. در ادامه پاسخ شتاب برای موج اصلی و موج‌های تقریبی در دو جهت X و Z مقایسه شده است. مطابق شکل‌های زیر می‌توان دریافت که منحنی تقریبات به دست آمده از روش موجک تا مرحله‌ی چهارم دارای عملکرد تقریبی خوبی است. همچنین می‌توان دریافت که خطای پاسخ به دست آمده از موج تقریبات در جهت Z کمتر است.

در جدول زیر پاسخ بیشینه جابجایی، سرعت و شتاب برای موج اصلی و موج تقریبات ارائه شده است. همچنین سرعت تحلیل سازه برای حالتی که از موج اصلی استفاده شود و حالتی که از موج تقریبی استفاده شود، نشان داده شده است. مطابق این جدول مشاهده می‌شود که همه‌ی موج‌های تقریبی دارای عملکرد مناسبی هستند. خطا در همه‌ی موج‌های تقریبی چیزی حدود ۳ الی ۱۰ درصد است. در این مثال نیز موج A4 با کاهش زمان محاسبات ۹۳ درصدی خطایی قابل چشم‌پوشی در محاسبات وارد می‌کند. مطابق نتایج ارائه شده در جدول ۶ و ۷ می‌توان دریافت که روش ارائه شده در این مثال از عملکرد فوق‌العاده مناسبی برخوردار است. به طوری که روش ارائه شده برای بار نوع ۲ بسیار دقیق عمل می‌کند. خطای پاسخ شتاب نقطه‌ی مرجع سازه برای موج A5 در هر دو جهت X و Z نزدیک به صفر است. همچنین موج‌های تقریبی برای به دست آوردن پاسخ سرعت و جابجایی نیز خطایی کمتر از ۷ درصد دارند. استفاده از موج A5 در بارگذاری نوع ۲ زمان محاسبات را از ۷۵۶۴ به ۲۲۸ ثانیه می‌رساند؛ که این کاهش محاسبات بسیار چشم‌گیر است. در بار نوع ۱ نیز پاسخ جابجایی برای موج‌های تقریبی در هر دو جهت X و Z دارای خطایی کمتر از ۳/۵ درصد

در ادامه پاسخ شتاب برای موج اصلی و موج‌های تقریبی در دو جهت X و Z مقایسه شده است. مطابق شکل‌های زیر می‌توان دریافت که منحنی تقریبات به دست آمده از روش موجک تا مرحله‌ی چهارم دارای عملکرد تقریبی خوبی است. همچنین می‌توان دریافت که خطای پاسخ به دست آمده از موج تقریبات در جهت Z کمتر است.

در جدول زیر پاسخ بیشینه جابجایی، سرعت و شتاب برای موج اصلی و موج تقریبات ارائه شده است. همچنین سرعت تحلیل سازه برای حالتی که از موج اصلی استفاده شود و حالتی که از موج تقریبی استفاده شود، نشان داده شده است. مطابق این جدول مشاهده می‌شود که همه‌ی موج‌های تقریبی دارای عملکرد مناسبی هستند. خطا در همه‌ی موج‌های تقریبی چیزی حدود



شکل ۲۳. مقایسه ی منحنی پاسخ شتاب برای نقطه ی مرجع بار نوع ۱ و ۲. الف) پاسخ شتاب بار نوع ۱ در جهت x. ب) پاسخ شتاب بار نوع ۱ در جهت z. ه) پاسخ شتاب بار نوع ۲ در جهت x. و) پاسخ شتاب بار نوع ۲ در جهت z.

Fig. 23. Comparison of the acceleration response curve of the reference point for load type 1 and 2. a) The acceleration response for load type 1 in the x direction. B) The acceleration response for load type 1 in the z direction. C) The acceleration response for load type 2 in the x direction. D) The acceleration response for load type 2 in the z direction.

جدول ۶. جابجایی، سرعت و شتاب بیشینه در جهت x و z برای بار نوع ۱

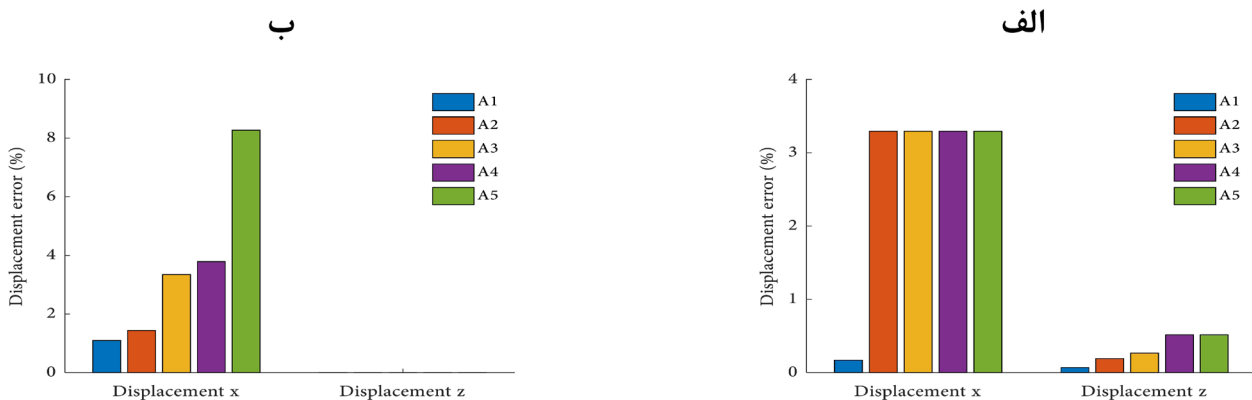
Table 6. Maximum displacement, velocity and acceleration in the x and z directions for load type 1

موج مورد نظر	تعداد نقاط	زمان تحلیل به ثانیه	بیشینه جابجایی نقطه مرجع $(m) \times 10^{-3}$		بیشینه سرعت نقطه مرجع (m/s)		بیشینه شتاب نقطه ی $(m/s^2) \times 10^4$ مرجع	
			Z	X	Z	X	Z	X
زلزله ی اصلی	۱۹۸۹۰	۹۳۳۴	۱/۱۲	۵/۵۰	۰/۷۳	۲/۲۴	۲/۲۱	۳/۰۹
فیلتر ۱	۹۹۴۵	۴۷۲۵	۱/۱۲	۵/۵۰	۰/۷۳	۲/۲۶	۲/۲۱	۳/۰۹
فیلتر ۲	۴۹۷۳	۲۳۶۱	۱/۱۶	۵/۵۱	۰/۸۰	۲/۲۶	۲/۲۱	۳/۰۹
فیلتر ۳	۲۴۸۷	۱۱۶۶	۱/۱۶	۵/۵۱	۰/۸۸	۲/۲۶	۴/۸۸	۳/۱۲
فیلتر ۴	۱۲۴۴	۵۸۳	۱/۱۶	۵/۵۲	۰/۸۸	۲/۳۱	۴/۸۸	۳/۲۳
فیلتر ۵	۶۲۲	۲۹۳	۱/۱۶	۵/۵۲	۰/۸۸	۲/۳۶	۴/۸۸	۴/۲۲

جدول ۷. جابجایی، سرعت و شتاب بیشینه در جهت x و z برای بار نوع ۲

Table 7. Maximum displacement, velocity and acceleration in the x and z directions for load type 2

موج مورد نظر	تعداد نقاط	زمان تحلیل به ثانیه	بیشینه جابجایی نقطه مرجع $(m) \times 10^{-4}$		بیشینه سرعت نقطه مرجع (m/s)		بیشینه شتاب نقطه مرجع $(m/s^2) \times 10^4$	
			Z	X	Z	X	Z	X
			Z	X	Z	X	Z	X
زلزله‌ی اصلی	۱۸۰۰۰	۷۵۶۴	۸/۸۸	۴۹/۹۵	۰/۹۰	۲/۲۶	۵/۱۲	۳/۹۲
فیلتر ۱	۹۰۰۰	۳۷۱۳	۸/۸۹	۴۹/۹۵	۰/۹۰	۲/۳۰	۵/۱۲	۳/۹۲
فیلتر ۲	۴۵۰۰	۱۸۳۰	۹/۰۱	۴۹/۹۵	۰/۹۰	۲/۳۰	۵/۱۲	۳/۹۲
فیلتر ۳	۲۲۵۰	۹۲۴	۹/۱۸	۴۹/۹۵	۰/۹۴	۲/۳۱	۵/۱۲	۳/۹۲
فیلتر ۴	۱۱۲۵	۴۶۴	۹/۲۲	۴۹/۹۵	۰/۹۴	۲/۳۲	۵/۱۲	۳/۹۲
فیلتر ۵	۵۶۳	۲۲۸	۹/۶۲	۴۹/۹۵	۰/۹۶	۲/۳۲	۵/۱۲	۳/۹۲



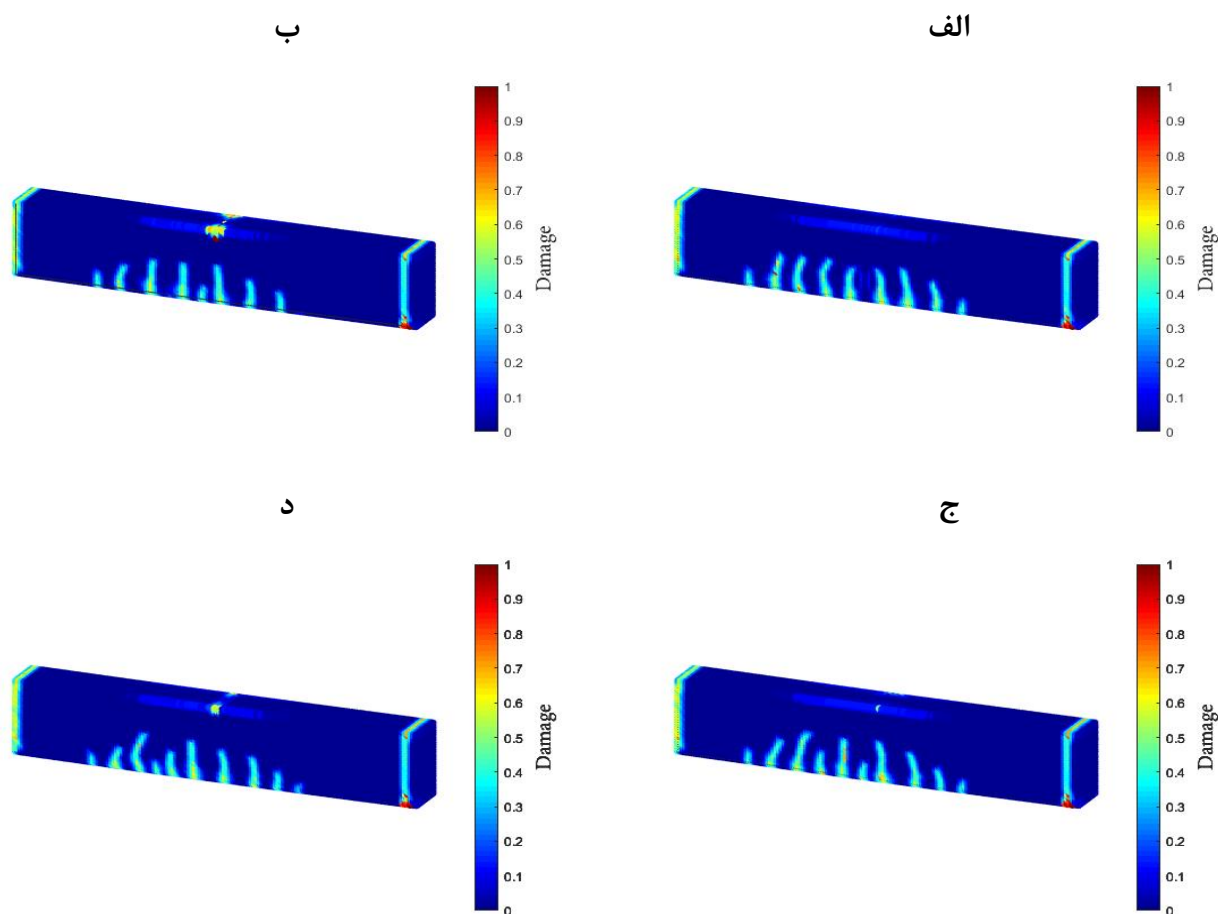
شکل ۲۴. خطای بیشینه جابجایی نقطه ی مرجع. الف و ب) خطای منحنی جابجایی ناشی از بار نوع ۱ ب) در شکل زیر نمودار میله ای برای خطای پاسخ جابجایی انتهای تیر ارائه شده است.

Fig. 24. Maximum reference point displacement error. a) Displacement curve due to load type 1. b) Displacement curve due to load type 2.

در محاسبات استفاده کرد. در شکل زیر نمودار میله‌ای برای خطای پاسخ جابجایی انتهای تیر ارائه شده است.

در این مثال نیز اثر شکستن باندها وارد محاسبات تحلیلی شده است لذا در ادامه کانتور مربوط به خط ترک و میزان آسیب ذرات در روش پری‌داینامیک ارائه شده است. مطابق شکل ۲۵ می‌توان دریافت که استفاده از موج‌های تقریبی خطایی در خط ترک ایجاد نمی‌کند. این بدان معناست که در صورتی که از موج A4 به جای موج اصلی استفاده شود، خط ترک و آسیب ذرات بسیار مشابه حالتی است که از موج اصلی استفاده شود. خط ترک به دست آمده از موج A4 در بارگذاری نوع ۲ از خطای کمتری برخوردار است.

هستند. همچنین خطای محاسبات برای پاسخ سرعت سازه در جهت Z کمتر از ۵ درصد است. شتاب سازه برای موج تقریبی A1 در بارگذاری نوع ۱ از عملکرد خوبی برخوردار است. به طور کلی می‌توان گفت در این مثال برای بار نوع ۲ می‌توان از موج A5 به جای موج اصلی استفاده کرد. استفاده از این موج در بار نوع ۲ خطای قابل توجهی وارد محاسبات نمی‌کند. این در حالی است که استفاده از این موج سرعت محاسبات را ۳۲ برابر افزایش می‌دهد. استفاده از تبدیل موجک برای بار نوع ۱ نیز تا مرحله‌ی پنجم فیلتر خوب عمل می‌کند. به این صورت که اگر هدف از تحلیل به دست آوردن پاسخ جابجایی سازه باشد می‌توان از موج A5 بدون وارد شدن خطای زیاد



شکل ۲۵. خط ترک و آسیب ذرات پری‌دینامیک. الف و ب) محاسبات با استفاده از موج اصلی بار نوع ۱ و ۲. ج و د) محاسبات با استفاده از موج تقریبی A4 بار نوع ۱ و ۲

Fig. 25. Crack line and peridynamics particle damage. a and b) Results obtained using the main wave of load type 1 and 2. c and d) Results obtained using the approximate wave A4 of load type 1 and 2

۶- نتیجه‌گیری

اثرات ترک تحلیل شدند. نتایج به دست آمده از تحلیل‌ها به شرح زیر است:

- بر اساس نتایج به دست آمده از صحت‌سنجی مربوط به تحلیل سازه‌های بتنی می‌توان دریافت روش پری‌دینامیک عملکرد خوبی در پیش‌بینی پاسخ سازه‌های بتنی دارد.
- با استفاده از تحلیل خطی و بدون در نظر گرفتن اثرات ترک می‌توان دریافت روش موجک می‌تواند زمان محاسبات را با خطایی کمتر از ۶ درصد تا ۷۵ درصد و با خطایی نزدیک به ۲۰ درصد تا ۸۷ درصد کاهش دهد.
- با استفاده از تحلیل غیرخطی و با در نظر گرفتن اثرات ترک می‌توان دریافت روش موجک می‌تواند زمان محاسبات را با خطایی کمتر از ۵ درصد تا ۸۷ درصد و با خطایی نزدیک به ۶ درصد تا ۹۴ درصد کاهش دهد.

در این مقاله برای اولین بار به بررسی تبدیل موجک برای کاهش زمان محاسبات در تحلیل‌های پری‌دینامیک پرداخته شد. در این راستا ابتدا نشان داده شد که روش پری‌دینامیک در پیش‌بینی پاسخ سازه‌های بتنی مسلح و غیرمسلح از عملکرد و دقت بسیار خوبی برخوردار است. سپس سازه‌های مورد نظر که شامل تیرهای یک سر گیردار و تیرهای دو سر ساده می‌شدند تحت بارهای ضربی گسسته قرار گرفتند. بارهای انتخاب شده شامل محتوای فرکانسی پیچیده‌ای بودند و در مقالات گذشته از این موج‌ها برای تحلیل سازه‌ها استفاده شده بود. در این راستا موج‌های مورد نظر توسط تبدیل موجک تا ۵ مرحله فیلتر شدند. در مرحله‌ی بعد سازه‌های مورد نظر به صورت خطی و غیرخطی با در نظر گرفتن اثرات پیوستگی هندسی و با در نظر گرفتن

- Peridynamics for bending of beams and plates with transverse shear deformation, *International Journal of Solids and Structures*, 69 (2015) 152-168.
- [6] D. Huang, G. Lu, P. Qiao, An improved peridynamic approach for quasi-static elastic deformation and brittle fracture analysis, *International Journal of Mechanical Sciences*, 94 (2015) 111-122.
- [7] E. Madenci, K. Colavito, N. Phan, Peridynamics for unguided crack growth prediction under mixed-mode loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 167 (2016) 34-44.
- [8] P. Seleson, D.J. Littlewood, Convergence studies in meshfree peridynamic simulations, *Computers & Mathematics with Applications*, 71(11) (2016) 2432-2448.
- [9] V.P. Nguyen, T. Rabczuk, S. Bordas, M. Dufloy, Meshless methods: a review and computer implementation aspects, *Mathematics and computers in simulation*, 79(3) (2008) 763-813.
- [10] T. Rabczuk, T. Belytschko, Cracking particles: a simplified meshfree method for arbitrary evolving cracks, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(13) (2004) 2316-2343.
- [11] F. Bobaru, Y.D. Ha, Adaptive refinement and multiscale modeling in 2D peridynamics, (2011).
- [12] D. Dipasquale, M. Zaccariotto, U. Galvanetto, Crack propagation with adaptive grid refinement in 2D peridynamics, *International Journal of Fracture*, 190(1-2) (2014) 1-22.
- [13] J. Lee, S.E. Oh, J.-W. Hong, Parallel programming of a peridynamics code coupled with finite element method, *International Journal of Fracture*, 203(1-2) (2017) 99-114.
- [14] F. Mossaiby, R. Rossi, P. Davdand, S. Idelsohn, OpenCL-based implementation of an unstructured edge-based finite element convection-diffusion solver on graphics hardware, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 89(13) (2012) 1635-1651.
- [15] B. Kilic, E. Madenci, Prediction of crack paths in a quenched glass plate by using peridynamic theory, • نتایج به دست آمده از شکل ترک در تیر یک سر گیردار و دو سر ساده‌ی بتنی نشان دهنده‌ی عملکرد مطلوب روش موجک در مسائل غیرخطی است.
- به طور کلی از تحلیل‌های خطی و غیرخطی می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از موج‌های A1 تا A5 به ترتیب زمان محاسبات را تا حدود ۵۰، ۷۵، ۸۷، ۹۴ و ۹۷ درصد کاهش می‌دهد.
- می‌توان گفت که روش ارائه شده با داشتن خطایی محدود دارای عملکردی مناسب در کاهش زمان محاسبات در مسائل پری‌دینامیک است. باید به این نکته توجه کرد که با توجه به اتفاقات عموماً غیرقابل پیش‌بینی که در طول غیرخطی شدن سازه رخ می‌دهد، لذا برای برخی سازه‌ها فیلتر مرحله ۳، برای برخی فیلتر مرحله ۴ و برای برخی فیلتر مرحله ۵ آخرین موج تقریبی دقیق محسوب می‌شود. اما می‌توان گفت در همه‌ی سازه‌ها موج تقریبی مرحله‌ی سوم با کاهش ۸۷ درصدی زمان محاسبات می‌تواند موج تقریبی قابل اطمینانی باشد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان این مقاله بر خود لازم می‌دانند مراتب تشکر و قدردانی خود را از آقای دکتر فرشید مسیبی که در شکل‌گیری و پیشبرد این پژوهش نقش داشته‌اند، بیان کنند.

منابع

- [1] A.A. Griffith, VI. The phenomena of rupture and flow in solids, *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, 221(582-593) (1921) 163-198.
- [2] S.A. Silling, Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(1) (2000) 175-209.
- [3] S.A. Silling, E. Askari, A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics, *Computers & structures*, 83(17-18) (2005) 1526-1535.
- [4] B. Kilic, A. Agwai, E. Madenci, Peridynamic theory for progressive damage prediction in center-cracked composite laminates, *Composite Structures*, 90(2) (2009) 141-151.
- [5] C. Diyaroglu, E. Oterkus, S. Oterkus, E. Madenci,

- ASIAN JOURNAL OF CIVIL ENGINEERING, 7 (2006).
- [26] A. Heidari, J. Raeisi, S. Pahlavan Sadegh, Dynamic analysis of shear building structure using wavelet transform, *Journal of Numerical Methods in Civil Engineering*, 2(4) (2018) 20-26.
- [27] A. Heidari, S. Pahlavan sadegh, J. Raeisi, Investigating the Effect of Soil Type on Non-linear Response Spectrum Using Wavelet Theory, *International Journal of Civil Engineering*, 17(12) (2019) 1909-1918.
- [28] A. Kaveh, A. Aghakouchak, P. Zakian, Reduced record method for efficient time history dynamic analysis and optimal design, *Earthquake and Structures*, 35 (2015) 637-661.
- [29] A. Heidari, N. Majidi, Earthquake Mapping Acceleration Analysis Using Wavelet Method, *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, (2019).
- [30] R. Kamgar, N. Majidi, A. Heidari, Continuous Wavelet and Fourier Transform Methods for the Evaluation of the Properties of Critical Excitation, *Amirkabir Journal of Civil & Environmental Engineering (In Persian)*, (2019).
- [31] O. Weckner, R. Abeyaratne, The effect of long-range forces on the dynamics of a bar, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(3) (2005) 705-728.
- [32] S.A. Silling, M. Zimmermann, R. Abeyaratne, Deformation of a peridynamic bar, *Journal of Elasticity*, 73(1-3) (2003) 173-190.
- [33] R.B. Lehoucq, S.A. Silling, Force flux and the peridynamic stress tensor, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(4) (2008) 1566-1577.
- [34] H.D. Miranda, J. Orr, C. Williams, Fast interaction functions for bond-based peridynamics, *European Journal of Computational Mechanics*, 27(3) (2018) 247-276.
- [35] F. Mossaiby, A. Shojaei, M. Zaccariotto, U. Galvanetto, OpenCL implementation of a high performance 3D Peridynamic model on graphics accelerators, *Computers & Mathematics with Applications*, 74(8) (2017) 1856-1870.
- [36] L. Wu, D. Huang, Y. Xu, L. Wang, A rate-dependent International journal of fracture, 156(2) (2009) 165-177.
- [16] B. Kilic, E. Madenci, Structural stability and failure analysis using peridynamic theory, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 44(8) (2009) 845-854.
- [17] P. Diehl, M.A. Schweitzer, Efficient neighbor search for particle methods on GPUs, in: *Meshfree Methods for Partial Differential Equations VII*, Springer, 2015, pp. 81-95.
- [18] Q. Le, W. Chan, J. Schwartz, A two-dimensional ordinary, state-based peridynamic model for linearly elastic solids, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 98(8) (2014) 547-561.
- [19] R. Kamgar, R. Tavakoli, P. Rahgozar, R. Jankowski, Application of discrete wavelet transform in seismic nonlinear analysis of soil-structure interaction problems, *Earthquake Spectra*, (2021) 8755293020988027.
- [20] R. Kamgar, N. Majidi, A. Heidari, Wavelet-based Decomposition of Ground Acceleration for Efficient Calculation of Seismic Response in Elastoplastic Structures, *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, (2020).
- [21] R. Kamgar, M. Dadkhah, H. Naderpour, Seismic response evaluation of structures using discrete wavelet transform through linear analysis, in: *Structures*, Elsevier, 2021, pp. 863-882.
- [22] M. Dadkhah, R. Kamgar, H. Heidarzadeh, Reducing the Cost of Calculations for Incremental Dynamic Analysis of Building Structures Using the Discrete Wavelet Transform, *Journal of Earthquake Engineering*, (2020) 1-26.
- [23] E. Salajegheh, A. Heidari, Dynamic analysis of structures against earthquake by combined wavelet transform and fast Fourier transform, *Asian Journal of Civil Engineering*, (2002).
- [24] E. Salajegheh, A. Heidari, Time history dynamic analysis of structures using filter banks and wavelet transforms, *Computers & structures*, 83(1) (2005) 53-68.
- [25] A. Heidari, E. Salajegheh, Time history analysis of structures for earthquake loading by wavelet networks,

- CRC Press, 2016.
- [46] R. Polikar, The Wavelet Tutorial, in, 1996.
- [47] S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, Elsevier, USA, 2008.
- [48] A. Heidari, E. Salajegheh, Approximate dynamic analysis of structures for earthquake loading using FWT, International Journal of Engineering, 20(1) (2007).
- [49] L. Hsu, C.-T. Hsu, Complete stress—strain behaviour of high-strength concrete under compression, Magazine of concrete research, 46(169) (1994) 301-312.
- [50] P. Wang, S. Shah, A. Naaman, Stress-strain curves of normal and lightweight concrete in compression, in: Journal Proceedings, 1978, pp. 603-611.
- [51] S. Popovics, A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete, Cement and concrete research, 3(5) (1973) 583-599.
- [52] J. Del Viso, J. Carmona, G. Ruiz, Shape and size effects on the compressive strength of high-strength concrete, Cement and Concrete Research, 38(3) (2008) 386-395.
- [53] A. Committee, I.O.f. Standardization, Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary, in, American Concrete Institute, 2008.
- [54] Z. Yang, J. Chen, Finite element modelling of multiple cohesive discrete crack propagation in reinforced concrete beams, Engineering Fracture Mechanics, 72(14) (2005) 2280-2297.
- [55] M.M. Raouffard, M. Nishiyama, Fire response of exterior reinforced concrete beam-column subassemblages, Fire Safety Journal, 91 (2017) 498-505.
- dynamic damage model in peridynamics for concrete under impact loading, International Journal of Damage Mechanics, 29(7) (2020) 1035-1058.
- [37] R.W. Macek, S.A. Silling, Peridynamics via finite element analysis, Finite Elements in Analysis and Design, 43(15) (2007) 1169-1178.
- [38] M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J. Poggi, Wavelet Toolbox: Computation, Visualization, Programming User's Guide, Ver, 1.
- [39] S. Addison Paul, The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance, Institute of Physics Publishing, 2002.
- [40] R. Polikar, The Wavelet Tutorial-[http://users. rowan. edu/□ polikar, WAVELETS/WTpart1. html](http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTpart1.html), (1999).
- [41] M. Schneiders, v.d. Molengraft, M. Steinbuch, Wavelets in control engineering, Technische Universiteit Eindhoven, 2001.
- [42] O. Rioul, P. Duhamel, Fast algorithms for discrete and continuous wavelet transforms, IEEE Transactions on Information Theory, 38(2) (1992) 569-586.
- [43] S.G. Mallat, A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation, IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, (7) (1989) 674-693.
- [44] G. Strang, T. Nguyen, Wavelets and Filter Banks, 2 nd ed., SIAM, 1996.
- [45] P.S. Addison, The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance, 2 nd ed.,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

N. Majidi, H. Tajmir Riahi, S. M. Zandi, Reducing computational efforts in linear and non-linear analysis of peridynamic models under impact loads, Amirkabir J. Civil Eng., 54(7) (2022) 2713-2738.

DOI: 10.22060/ceej.2022.20075.7337

