



## A Coupled Unified Elastoplastic Model of Soil, Based on Bounding Surface Theory in Saturated and Unsaturated States

R. Ostovari<sup>1</sup>, E. Taheri<sup>1\*</sup>, S. A. Ghoreishian Amiri<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University (TMU), Tehran, Iran

<sup>2</sup>Department of Civil and Environmental Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway

**ABSTRACT:** Soils in nature can variably be in dry, saturated, or unsaturated conditions. In geotechnical projects, all three soil states must be considered, because soil states can be changed by environmental effects. The most elastoplastic models in soil mechanics were developed for saturated conditions. In this paper, a unified model, in a critical state framework is presented for describing the behavior of a large spectrum of soils under monotonic loading in drained and undrained conditions based on bounding surface theory and the nonassociated flow rule. To unify the simulation of both clayey and sandy soils, among phase transformation behavior, in this model, a modified general dilatancy rule is used. In the current model, an effective stress approach is used that can easily consider both saturated and unsaturated states through effective stress parameter dependent on suction value. The proposed model considered the coupling effect of mechanical and water retention behaviors using soil water characteristic curve dependent on void ratio. To improve model accuracy and convergence, an implicit numerical integration scheme is used to implement the model. Using the experimental data available in the literature, numerical model predictions were shown to be in good agreement with the experimental results. The results showed that the proposed model was able to predict the characteristic features of the behavior of a wide range of soils, including smooth transition behavior from elastic to a plastic state, stress softening and hardening, strain dilatancy, and also phase transformation behavior.

### Review History:

Received: Sep. 27, 2021

Revised: Aug. 14, 2022

Accepted: Oct. 01, 2022

Available Online: Oct. 09, 2022

### Keywords:

Unified Model

Saturated and Unsaturated Soils

Bounding Surface

Effective Stress

Hydromechanical Coupling Effect

### 1- Introduction

In soil mechanics, soils are divided into three states dry, saturated, and unsaturated soils. The difference between these conditions is their pore space saturation, if pore space is only filled with air or water, it is dry and saturated states respectively. If pore space is filled with a combination of air and water, the soil state is unsaturated and it is noted that air and water are the most common fluids in soil media. Constitutive models in soil mechanics are mostly developed for saturated soils and as the importance and need for prediction of a larger spectrum of soil behavior have been specified, unsaturated soil mechanics is established. On the other hand, most of the constitutive models can accurately simulate only clayey or sandy soil behavior, and the need for elastoplastic models that can simulate the behaviors of a large spectrum of soils including both clay and sand, in a unified framework is necessary.

### 2- Methodology

In this research, a saturated elastoplastic model extended to an unsaturated state using an effective stress approach. Triaxial stress state for representation of soil effective stress is described using mean effective stress and deviatoric stress

and their conjugated strain components of work input in thermodynamics, including the volumetric strain of soil skeleton and deviatoric strain.

In the current model, bishop's stress [1] is used for effective stress relation that is expressed as Eq. (1):

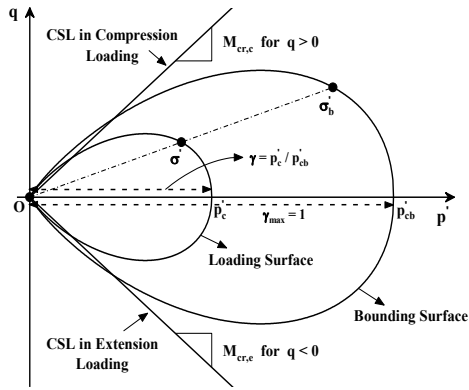
$$\sigma' = \sigma_{net} + \chi s \delta \quad (1)$$

Where  $\sigma_{net}$  is net stress,  $\chi$  is effective stress parameter depends on suction and volumetric strain,  $s$  is matric suction and  $\delta$  is kronecker delta. In this research, effective stress parameter proposed by Khalili and Khabbaz [2] based on shear strength test data for a wide range of soils, is used, this relation is expressed in Eq. (2):

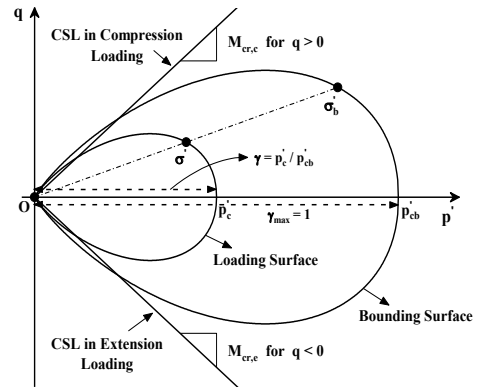
$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{for } s < s_e \\ \left(\frac{s_e}{s}\right)^\Omega & \text{for } s \geq s_e \end{cases} \quad (1)$$

\*Corresponding author's email: e\_taheri@modares.ac.ir





**Fig. 1. Schematic of the bounding, loading surfaces, and mapping rule, with surfaces size ratio**



**Fig. 2. Comparison of model simulation results with experimental data of unsaturated Pearl clay under triaxial compression and wetting loadings**

Where  $s_e$  is corresponding suction value in the transition from saturated to unsaturated state and vice versa and  $\Omega$  is the material parameter with best-fit value of 0.55.

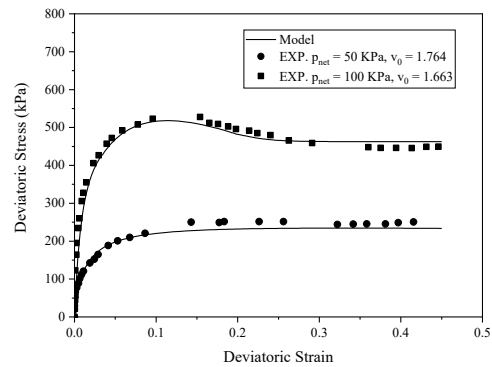
A unified constitutive model for describing a large spectrum of soil behavior in both saturated and unsaturated conditions under monotonic loading is proposed. For this purpose bounding surface plasticity theory, critical state and limiting isotropic compression line concepts, modified dilation rule, and suction hardening rule, were used. Bounding and loading surfaces, current stress point, and its image point on the bounding surface and surface size ratio is shown in Figure 1.

The coupled effect of mechanical and water retention behavior, hydraulic hysteresis, and evolution of soil water characteristic curve (SWCC) dependency on void ratio is considered in a unified framework. An implicit numerical integration scheme is used for the implementation of the constitutive model. Implementation of the implicit integration method in the current model has two stages, elastic state predictor stage, and plastic corrector stage. In this approach, when the stress state moves beyond the bounding surface, it returns to the bounding surface automatically without the need for any improvement technique and correction. By satisfying the equilibrium equation, isotropic and suction hardening, surfaces size ratio evolution rule, effective degree of saturation variation, and consistency condition, the stress state should always lie on the loading surface, therefore loading surface should be consistent with the current stress state. Finally, the simultaneous satisfying of these conditions results in nonlinear system of equations that according to the nonlinearity of the system of equations, the intended system of equations is solved using the Newton-Raphson method.

The validity and efficiency of the proposed model are shown by a comparison of simulation results and experimental data.

### 3- Results and Discussion

To simulate soil behavior in the current model under monotonic mechanical and hydraulic loadings and also drained and undrained conditions, the model needs 12



**Fig. 3 Comparison of model simulation results with experimental data of unsaturated Kurnell sand under drained triaxial compression loading**

parameters in the saturated state and 6 other parameters related to SWCC in the unsaturated state.

To investigate the current model ability and efficiency for simulating saturated and unsaturated soil behavior under monotonic loading in drained and undrained conditions, the results of model simulation for clayey and sandy soils are presented. For verification, many experimental tests on London clay, Guiyang clay, Hostun sand, and Ottawa sand at the saturated state and also on Pearl clay, and Kurnell sand at the unsaturated state, are simulated and compared with experimental data. Two tests of unsaturated clayey and sandy soils are shown here for example.

Model predictions were investigated to simulate unsaturated clay in drained and undrained conditions, using presented experimental data [3, 4] on Pearl clay soil. In Figure 2 model simulation results are shown in comparison with experimental results of triaxial compression and wetting tests.

Model predictions were investigated to simulate unsaturated sand in drained and undrained conditions, using presented experimental data [5] on Kurnell sand soil. In Figure 3 model simulation results are shown in comparison with experimental results of drained triaxial compression tests.

As shown in Figures 2 and 3, the model predicted experimental results accurately and model simulation results had good agreement with experimental results. Stress-strain and water retention behaviors of soil samples predicted by the current model, not only at constant suction but under the wetting path.

#### 4- Conclusions

In this study for unified simulation of elastoplastic behavior of a wide range of soils due to loading and unloading, bounding surface plasticity theory is considered, and also, critical state concept and limiting isotropic compression line are used. Both plastic volumetric strain and matric suction have been introduced as hardening parameters. The coupled effect of flow and deformation fields is considered using effective stress parameter and soil water characteristic curve. Special attention has been paid to the interaction between effective stress and drying and wetting paths in an unsaturated state. In the current model, the considered procedure for predictions of volume change dependency of soil water characteristic curve, there is no need to define a new and additional material parameter, and only the soil water characteristic curve at reference void ratio is needed. By continuous correction and revision of soil water characteristic curve with void ratio increment and identifying a new hydraulic state of the soil, the model can predict the full experienced hydraulic path of

soil during mechanical loading. Model basic abilities and features validated by comparison of simulation results with experimental data. The results showed the accuracy and validity of the proposed model in the simulation of hardening, softening, dilation, and collapse behaviors of both clayey and sandy soils in drained and undrained conditions at mechanical and hydraulic monotonic loadings.

#### References

- [1] A.W. Bishop, The Principle of Effective Stress, Teknisk Ukeblad, 39 (1959) 859-863.
- [2] N. Khalili, M.H. Khabbaz, A unique relationship for  $\chi$  for the determination of the shear strength of unsaturated soils, Géotechnique, 48(5) (1998) 681-687.
- [3] D.a. Sun, D. Sheng, S.W. Sloan, Elastoplastic modelling of hydraulic and stress-strain behaviour of unsaturated soils, Mechanics of Materials, 39(3) (2007) 212-221.
- [4] D.A. Sun, D. Sheng, L. Xiang, S.W. Sloan, Elastoplastic prediction of hydro-mechanical behaviour of unsaturated soils under undrained conditions, Computers and Geotechnics, 35(6) (2008) 845-852.
- [5] A.R. Russell, N. Khalili, A unified bounding surface plasticity model for unsaturated soils, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 30(3) (2006) 181-212.

#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

R. Ostovari, E. Taheri, S. A. Ghoreishian Amiri, A Coupled Unified Elastoplastic Model of Soil, Based on Bounding Surface Theory in Saturated and Unsaturated States, Amirkabir J. Civil Eng., 54(12) (2023) 917-920.

DOI: [10.22060/ceej.2022.20603.7476](https://doi.org/10.22060/ceej.2022.20603.7476)







## الگوی کشسان - خمیری یکپارچه توأمان خاک، بر اساس نظریه سطح پیرامونی در حالت اشباع و نیمه اشباع

رامین استواری<sup>۱</sup>، احسان طاهری<sup>۱\*</sup>، سید علی قریشیان امیری<sup>۲</sup>

۱- دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
۲- دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه علوم و فناوری نروژ، تروندهایم، نروژ.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۷/۰۵  
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۵/۲۳  
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۰۹  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۷/۱۷

### کلمات کلیدی:

الگوی یکپارچه  
خاک اشباع و نیمه اشباع  
سطح پیرامونی  
تنش مؤثر  
اثر توأمان هیدرومکانیکی

**خلاصه:** خاک‌ها در طبیعت به طور متغیر می‌توانند در شرایط خشک، اشباع و نیمه‌اشباع باشند. در پروژه‌های ژئوتکنیکی، به دلیل تغییر حالت خاک تحت اثرات محیطی باید هر سه حالت خاک در نظر گرفته شود. اکثر الگوهای کشسان - خمیری در مکانیک خاک برای شرایط اشباع توسعه داده شده‌اند. در این مقاله، الگوی یکپارچه در چهارچوب حالت بحرانی برای توصیف رفتار طیف وسیعی از خاک‌ها تحت بارگذاری یکنواخت در شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده بر اساس نظریه سطح پیرامونی و قانون جریان ناهمراه ارائه شده است. به منظور شبیه‌سازی یکپارچه هر دو خاک رس و ماسه، از جمله رفتار انتقال حالت، در این الگو از قانون اتساع عمومی اصلاح شده استفاده شده است. در الگوی حاضر از دیدگاه تنش مؤثر استفاده شده که به راحتی هر دو حالت اشباع و نیمه‌اشباع خاک را از طریق فراسنج تنش مؤثر وابسته به مقدار مکش در نظر می‌گیرد. الگوی پیشنهادی اثر توأمان رفتارهای مکانیکی و نگهداشت آب را از طریق منحنی مشخصه خاک - آب وابسته به نسبت پوکی در نظر گرفته است. به منظور بهبود دقت و همگرایی الگو، روش انتگرال‌گیری عددی ضمنی جهت پیاده‌سازی الگو به کار گرفته شده است. با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی موجود در ادبیات موضوع، نشان داده شده که پیش‌بینی‌های عددی الگو تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشته است. نتایج نشان داد که الگوی پیشنهادی قادر به پیش‌بینی ویژگی‌های شاخص رفتاری طیف وسیعی از خاک‌ها، شامل رفتار انتقال هموار از حالت کشسان به خمیری، نرم شوندگی و سخت شوندگی تنش، اتساع کرنش و همچنین رفتار انتقال حالت است.

خاک را در مقایسه با حالت اشباع تغییر می‌دهد.

انتخاب متغیرهای ساختاری پایه نقش مهمی در شبیه‌سازی رفتار خاک‌های نیمه‌اشباع دارد، بر اساس مطالعات انجام شده، برای شبیه‌سازی رفتار خمیری<sup>۳</sup> خاک‌های نیمه‌اشباع چهار دیدگاه مختلف وجود دارد. دیدگاه تنش مؤثر که در آن مکش به عنوان یک متغیر ساختاری مستقل در الگوسازی رفتار در نظر گرفته نمی‌شود [۴-۱]. دیدگاه تنش - مکش که در آن تنش و مکش به عنوان دو متغیر ساختاری مستقل وجود داشته و برای شبیه‌سازی رفتار خاک نیمه‌اشباع استفاده می‌شوند [۹-۵]. دیدگاه تنش - درجه اشباع که در آن درجه اشباع به جای مکش به عنوان یکی از متغیرهای ساختاری در الگو استفاده شده است [۱۳-۱۰]. دیدگاه تنش - ترکیب مکش و درجه اشباع که در آن متغیرهای ساختاری به صورت تنش و یک متغیر وابسته به هر دو عامل مکش و درجه اشباع، می‌باشند [۱۶-۱۴]. یکی از کمبودهای اصلی و اساسی الگوهای ابتدایی (همچون الگوی پایه بارسلونا<sup>۴</sup> [۹])، نبود

### ۱- مقدمه

به منظور الگوسازی ساختاری<sup>۱</sup>، خاک‌ها به دو دسته کلی خاک‌های اشباع و خشک، و خاک‌های نیمه‌اشباع تقسیم می‌شوند. در خاک‌های اشباع و خشک فضای منافذ به ترتیب با سیال آب یا هوا پر شده است، اما در خاک‌های نیمه‌اشباع فضای منافذ با ترکیبی از دو یا تعداد بیشتری سیال که معمولاً آب و هوا می‌باشند پر شده است. در تحلیل و طراحی پروژه‌های مهندسی ژئوتکنیک، هر دو حالت اشباع و نیمه‌اشباع خاک باید در نظر گرفته شود، به دلیل اینکه خاک‌های نیمه‌اشباع متداول‌تر است و می‌تواند با تغییر شرایط آب و هوایی یا شرایط آب زیرزمینی به خاک اشباع تبدیل شوند. در خاک نیمه‌اشباع حالت‌های سیال گاز و مایع وجود دارد، که اختلاف فشار در این حالت‌ها باعث به وجود آمدن مکش<sup>۲</sup> شده که مقاومت و سختی اسکلت

1 Constitutive Modeling

2 Suction

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: e\_taheri@modares.ac.ir



شبهه‌سازی الگو با نتایج داده‌های آزمایشگاهی مقایسه و صحت‌سنجی شده است.

## ۲- معرفی الگوی یکپارچه

در الگوی حاضر، حالت تنش سه محوری برای بیان تنش مؤثر خاک به واسطه تنش مؤثر میانگین  $p' = (\sigma'_a + 2\sigma'_r)/3$  و تنش انحرافی  $q = \sigma'_a - \sigma'_r$  و مؤلفه‌های کرنش مزدوج آن‌ها از لحاظ قانون کار در ترمودینامیک، شامل کرنش حجمی اسکلت خاک  $\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r$  و کرنش تفاضلی  $\varepsilon_q = 2(\varepsilon_a - \varepsilon_r)/3$  توصیف می‌شود و از طریق این روابط به تنش مؤثر محوری  $\sigma'_a$ ، کرنش محوری  $\varepsilon_a$ ، تنش مؤثر شعاعی  $\sigma'_r$  و کرنش شعاعی  $\varepsilon_r$  در حالت تنش سه محوری مرتبط می‌شوند.

در این الگو، رفتار خاک همسانگرد فرض شده است. با رعایت علائم قراردادی مکانیک خاک، تنش‌ها و کرنش‌های فشاری مثبت در نظر گرفته شده است. زوج تنش‌ها و کرنش‌ها به اختصار در فرم برداری به صورت  $\sigma' = [p' \quad q]^T$  و  $\varepsilon = [\varepsilon_v \quad \varepsilon_q]^T$  قابل بیان است. نرخ کرنش کل نیز به دو مؤلفه کشسان و خمیری، همچون رابطه (۱) قابل تفکیک است:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p \quad (1)$$

که در آن علامت  $\dot{\varepsilon}$  بیانگر نرخ مؤلفه مورد نظر، بالانویس  $e$  مؤلفه کشسان و  $p$  مؤلفه خمیری است.

در بخش‌های بعدی فرمول‌بندی الگوی پیشنهادی ذکر شده است.

### ۲-۱- تنش مؤثر

یکی از مهم‌ترین گام‌های پیشرفت و توسعه مکانیک خاک، معرفی مفهوم تنش مؤثر خاک توسط ترزاقی<sup>۱۴</sup> [۲۱] در سال ۱۹۴۳ است. ترزاقی تنش مؤثر را آن بخشی از تنش کل که اثرات قابل توجهی همچون بحث تراکم یا افزایش مقاومت برشی خاک داشته، در نظر گرفته است. ترزاقی برای خاک در حالت اشباع تنش مؤثر را از طریق رابطه (۲) تعریف کرده است:

$$\sigma' = \sigma - u_w \delta \quad (2)$$

که در آن  $\sigma'$  تنش مؤثر،  $\sigma$  تنش کل،  $u_w$  فشار آب منفذی و  $\delta$  دلتا

یک الگو برای توضیح و توصیف تغییرات آب محتوی یا درجه اشباع ناشی از تغییر تنش و یا مکش می‌باشد. شواهد آزمایشگاهی اثبات کرده که رفتار مکانیکی و هیدرولیکی تأثیر متقابل بر هم داشته، بنابراین به قوانین توأمان<sup>۱</sup> هیدرولیک و مکانیک در یک چهارچوب ساختاری به صورت یکپارچه برای پیش‌بینی دقیق پاسخ خاک در برابر بارگذاری‌های خارجی نیاز می‌باشد.

موضوع اندرکنش بین رفتار مکانیکی و هیدرولیکی شاید برای اولین بار توسط ویلر<sup>۲</sup> [۱۷] در سال ۱۹۹۶ و سپس توسط دانگلا<sup>۳</sup> و همکاران [۱۸] در سال ۱۹۹۷ مطرح شد. اولین الگوی کاملی که به رفتار توأمان هیدرومکانیک در خاک‌های نیمه‌اشباع پرداخته است، شاید الگوی واونات<sup>۴</sup> و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۰۰ باشد. این الگو قابلیت پیش‌بینی تغییر برگشت‌ناپذیر درجه اشباع در حین چرخه‌های تر شوندگی<sup>۵</sup> و خشک شوندگی<sup>۶</sup> را داشته است. با اینکه این الگو قابلیت پیش‌بینی رفتار توأمان را دارا می‌باشد اما دارای کمبودهایی نیز می‌باشد که مهم‌ترین کاستی این الگو این موضوع می‌باشد که به صورت کامل اثر متقابل رفتار مکانیک و هیدرولیک بر یکدیگر پیش‌بینی نمی‌شود. سپس ویلر و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۰۳ یک الگوی کشسان - خمیری به صورت رفتار پسماند هیدرولیک<sup>۷</sup> و رفتار مکانیکی توأمان کامل در خاک‌های نیمه‌اشباع ارائه کردند. این الگو در سال‌های بعد توسط محققین مختلف توسعه داده شد.

در این مقاله الگوی خمیری یکپارچه برای طیف وسیعی از خاک‌ها در هر دو حالت اشباع و نیمه‌اشباع تحت بارگذاری یکنواخت ارائه شده است. به این منظور از نظریه سطح پیرامونی<sup>۸</sup>، مفهوم حالت بحرانی<sup>۹</sup>، قانون اتساع<sup>۱۰</sup> عمومی اصلاح شده و قانون سخت شوندگی همسانگرد<sup>۱۱</sup> و در حالت نیمه‌اشباع از دیدگاه تنش مؤثر و قانون سخت شوندگی مکش استفاده شده است. رفتار توأمان هیدرومکانیکی و اثر پسماند هیدرولیکی در خاک نیمه‌اشباع در قالب چارچوب یکپارچه در نظر گرفته شده است. به منظور پیاده‌سازی<sup>۱۲</sup> الگو از روش انتگرال‌گیری ضمنی<sup>۱۳</sup> استفاده شده است. نتایج

- 1 Coupled
- 2 Wheeler
- 3 Dangler
- 4 Vaunat
- 5 Wetting
- 6 Drying
- 7 Hydraulic Hysteresis
- 8 Bounding Surface
- 9 Critical State
- 10 Dilation Rule
- 11 Isotropic
- 12 Implementation
- 13 Implicit



به بعد ماکروسکوپی است. در این مقاله از رابطه ارائه شده توسط خلیلی و خباز [۲۳] که از داده‌های مقاومت برشی برای گستره‌ای از انواع خاک‌ها در سال ۱۹۹۸ به دست آمده، استفاده شده است. خلیلی و خباز یک رابطه یکتا برای فراسنج تنش مؤثر، مطرح کرده‌اند که در رابطه (۶) ذکر شده است:

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{for } s < s_e \\ \left(\frac{s_e}{s}\right)^\Omega & \text{for } s \geq s_e \end{cases} \quad (6)$$

که در آن  $s_e$  میزان مکش مرتبط با انتقال از حالت اشباع به نیمه‌اشباع و برعکس و  $\Omega$  فراسنج خاک که بهترین تطبیق آن میزان ۰/۵۵ است. در رابطه (۶) برای مسیر اصلی خشک شوندگی فراسنج  $s_e$  برابر مقدار ورود هوا<sup>۶</sup>  $s_{ae}$  و برای مسیر اصلی تر شوندگی فراسنج  $s_e$  برابر مقدار خروج هوا<sup>۷</sup>  $s_{ex}$  است. برای مسیرهای بازگشت مکش<sup>۸</sup>، خلیلی و زرگرباشی [۲۴] به واسطه انجام آزمایش‌های دقیق تر شوندگی و خشک شوندگی بر روی نمونه‌های مختلف خاک، نشان دادند که در هنگام مسیر بازگشت مکش از خشک شوندگی به تر شوندگی، فراسنج تنش مؤثر با کاهش مکش تا زمان رسیدن به مسیر اصلی تر شوندگی، کاهش می‌یابد. این فرآیند در رابطه (۷) ذکر شده است:

$$\chi = \begin{cases} \left(\frac{s_{ae}}{s_{rd}}\right)^\Omega \left(\frac{s_{rd}}{s}\right)^\zeta & \text{for } \left(\frac{s_{ex}}{s_{ae}}\right)^{\frac{\Omega}{\Omega-\zeta}} s_{rd} \leq s \leq s_{rd} \\ \left(\frac{s_{ex}}{s_{rw}}\right)^\Omega \left(\frac{s_{rw}}{s}\right)^\zeta & \text{for } s_{rw} \leq s \leq \left(\frac{s_{ae}}{s_{ex}}\right)^{\frac{\Omega}{\Omega-\zeta}} s_{rw} \end{cases} \quad (7)$$

که در آن  $s_{rd}$  نقطه بازگشت مکش در مسیر خشک شوندگی اصلی،  $s_{rw}$  نقطه بازگشت مکش در مسیر تر شوندگی اصلی و  $\zeta$  شیب خط انتقال بین مسیرهای تر شوندگی و خشک شوندگی اصلی در فضای  $\ln s \sim \ln \chi$  است.

### ۲-۳- حالت بحرانی

این حالت در خاک حالتی است که بدون هیچ تغییر اضافی در تنش مؤثر میانگین، تغییر شکل برشی رخ می‌دهد. در این الگو حالت بحرانی توسط

کرونکر<sup>۱</sup> است.

برای خاک در حالت نیمه‌اشباع که در پروژه‌های ژئوتکنیکی کم عمق متداول تر از حالت اشباع می‌باشد، انواع مختلفی از تعاریف تنش مؤثر توسط محققین مختلف ارائه شده که در بین آن‌ها رابطه ارائه شده توسط بیشاپ<sup>۲</sup> [۲۲] در سال ۱۹۵۹ بیشتر مورد توجه قرار گرفته و کاربرد داشته است، که در رابطه (۳) نشان داده شده است:

$$\sigma' = \sigma - u_a \delta + \chi(u_a - u_w) \delta \quad (3)$$

که در آن  $u_a$  فشار هوا منفذی و  $\chi$  فراسنج تنش مؤثر که به مکش و کرنش حجمی وابسته است.

در رابطه (۳) با در نظر گرفتن  $\chi = 1$  حالت اشباع و در واقع رابطه (۲) به دست می‌آید و با در نظر گرفتن  $\chi = 0$  تنش مؤثر برای حالت خشک حاصل می‌شود. همچنین در رابطه (۳) عبارت  $u_a - u_w$  بیانگر مکش بافتی<sup>۳</sup>  $s$  و از طرفی عبارت  $\sigma - u_a \delta$  بیانگر تنش خالص<sup>۴</sup>  $\sigma_{net}$  است، که با جایگذاری این دو عبارت در رابطه (۳)، رابطه (۴) به دست آمده که در اکثر منابع فرم شناخته شده‌تری است:

$$\sigma' = \sigma_{net} + \chi s \delta \quad (4)$$

به دلیل ماهیت غیرخطی روابط ساختاری کشسان - خمیری، این روابط غالباً به صورت نموی<sup>۵</sup> قابل بیان و در رابطه (۵) ذکر شده است:

$$\sigma' = \sigma'_{net} + \mu s \delta + \frac{\partial(\chi s)}{\partial \varepsilon_v} \dot{\varepsilon}_v \delta; \quad \mu = \frac{\partial(\chi s)}{\partial s} \quad (5)$$

که در آن  $\mu$  نرخ فراسنج تنش مؤثر و  $\partial$  بیانگر مشتق جزئی است.

### ۲-۲- فراسنج تنش مؤثر

فراسنج تنش مؤثر  $\chi$  بیان کننده سهم مشارکت عامل مکش در تنش مؤثر و در واقع فراسنجی برای تغییر مقیاس عامل مکش از بعد میکروسکوپی

6 Air Entry Value  
7 Air Expulsion Value  
8 Suction Reversal

1 Kroneker Delta  
2 Bishop  
3 Matric Suction  
4 Net Stress  
5 Incremental

$$D^e = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} \quad (11)$$

در الگوی حاضر ضریب حجمی و ضریب برشی از طریق رابطه (۱۲) قابل محاسبه است:

$$K = \frac{\nu p'}{\kappa}; \quad G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K \quad (12)$$

که در آن  $\nu$  حجم مخصوص،  $\kappa$  ضریب تراکم‌پذیری کشسان (شیب خط باربرداری در فضای  $e \sim \ln p'$ ) و  $\nu$  نسبت پواسون<sup>۴</sup> است.

#### ۲-۵- رفتار خمیری

نظریه کلاسیک خمیری، با در نظر گرفتن ناحیه درون سطح تسلیم<sup>۵</sup> به عنوان ناحیه کشسان کامل، قادر به پیش‌بینی رفتار انتقال هموار از حالت کشسان به خمیری که در رفتار واقعی مواد مشاهده شده، نبوده و تغییر ناگهانی در این الگوها پیش‌بینی شده و از طرفی ناحیه کشسان فرض شده در این الگوها، اغلب در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی بسیار بزرگتر است. برای غلبه بر کاستی‌های الگوهای کلاسیک، در الگوی حاضر از نظریه سطح پیرامونی استفاده شده است. ایده نظریه سطح پیرامونی اولین بار توسط دافالیاس<sup>۶</sup> و پوپوف<sup>۷</sup> [۲۷] و کریگ<sup>۸</sup> [۲۸] در سال ۱۹۷۵ به صورت مستقل برای الگوسازی رفتار چرخه‌ای فلزات پیشنهاد شده است. در این نظریه از همان مراحل اولیه بارگذاری تغییر شکل‌های خمیری ایجاد شده و دو سطح تحت عنوان سطح بارگذاری و سطح پیرامونی معرفی شده است. اندازه سطح پیرامونی از طریق قانون سخت شونده همسانگرد در حالت اشباع و قانون سخت شونده مکش در حالت نیمه‌اشباع قابل کنترل است. تصویر نقطه تنش فعلی بر سطح پیرامونی از طریق قانون نگاشت تعیین شده است. سطح پیرامونی و سطح بارگذاری، نقطه تنش فعلی و تصویر آن به علاوه نسبت اندازه سطوح در شکل ۱ نشان داده شده است.

خطوطی در فضای  $e \sim \ln p'$  (نسبت پوکی - لگاریتم تنش مؤثر میانگین) و  $q \sim p'$  تعریف شده است. معادله خط حالت بحرانی در این دو فضا به صورت رابطه (۸) است:

$$e_{cr} = e_{\Gamma} - \lambda \ln(p'); \quad q = M_{cr} p' \quad (8)$$

که در آن  $e_{cr}$  نسبت پوکی در حالت بحرانی،  $e_{\Gamma}$  نسبت پوکی متناظر با تنش مؤثر میانگین ۱ کیلوپاسکال،  $\lambda$  شیب خط حالت بحرانی در فضای  $e \sim \ln p'$  و  $M_{cr}$  شیب خط حالت بحرانی در فضای  $q \sim p'$  است. همچنین با توجه به تحقیقات انجام گرفته [۲۵]، در الگوهایی که روابط ساختاری آن بر پایه تنش مؤثر در نظر گرفته شده، نشان داده شده که عامل مکش بر موقعیت خط حالت بحرانی در فضای  $e \sim \ln p'$  تأثیر داشته است. لورت<sup>۱</sup> و خلیلی [۲۶]، این رفتار را به سخت شونده مکش نسبت داده‌اند که در واقع یک منطق سخت شونده همسانگرد می‌باشد که کنترل کننده اندازه سطح تسلیم علاوه بر اثر کرنش حجمی خمیری، و در نتیجه موقعیت خط حالت بحرانی، است. بنابراین در الگوی حاضر معادله عمومی خط حالت بحرانی در حالت نیمه‌اشباع به صورت رابطه (۹) در نظر گرفته شده است:

$$e_{cr} = e_{\Gamma}(s) - \lambda(s) \ln(p'); \quad q = M_{cr}(s) p' \quad (9)$$

که در آن  $e_{\Gamma}(s)$ ،  $\lambda(s)$  و  $M_{cr}(s)$  به صورت تابعی از مکش در نظر گرفته شده است.

#### ۲-۴- رفتار کشسان

نرخ کرنش کشسان از طریق رابطه (۱۰) به نرخ تنش مرتبط است:

$$\dot{\epsilon}^e = (D^e)^{-1} \dot{\sigma} \quad (10)$$

که در آن  $D^e$  تانسور صلبیت کشسان ماده است.

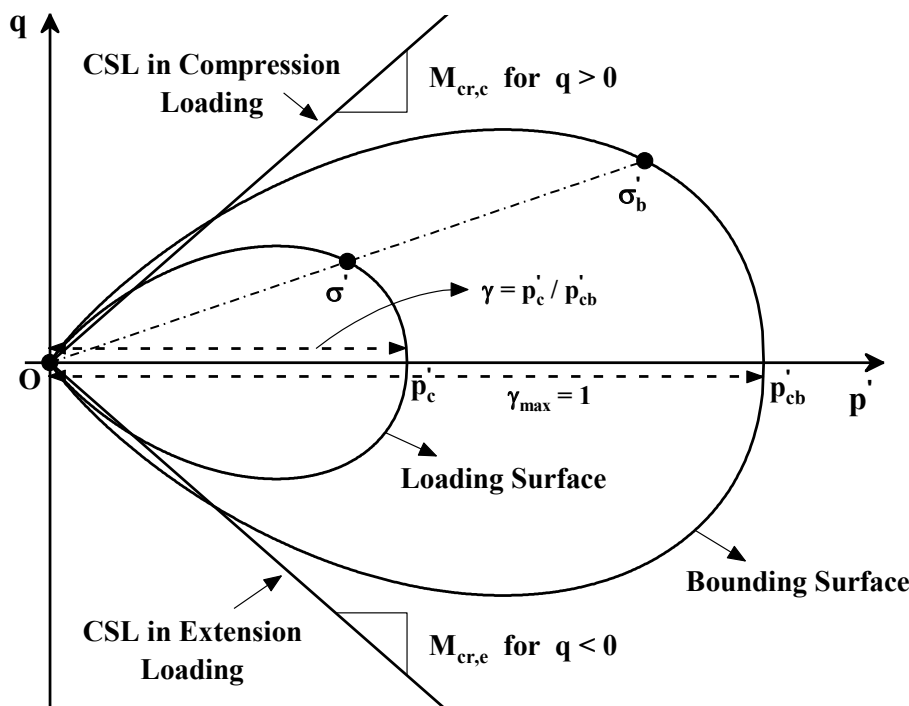
تانسور صلبیت کشسان توسط ضریب حجمی<sup>۲</sup>  $K$  و ضریب برشی<sup>۳</sup>  $G$

از طریق رابطه (۱۱) قابل محاسبه است:

4 Poisson's ratio  
5 Yield Surface  
6 Dafalias  
7 Popov  
8 Krieg

1 Loret  
2 Bulk Modulus  
3 Shear Modulus





شکل ۱. شماتیک سطح پیرامونی، سطح بارگذاری و قانون نکاشت

Fig. 1. Phase velocity dispersion curves for a steel pipe with outer diameter of 220 Schematic of bounding surface, loading surface and mapping rule

## ۲-۵-۱- سطح پیرامونی

در نقطه برخورد سطح بارگذاری و خط حالت بحرانی،  $p'_c$  کنترل کننده اندازه سطح بارگذاری،  $\gamma$  نسبت اندازه سطح بارگذاری به سطح پیرامونی و  $p'_{cb}$  فراسنج سخت شوندگی جهت تعیین اندازه سطح پیرامونی است. همچنین شیب خط حالت بحرانی در فضای  $q \sim p'$  بر اساس زاویه اصطکاک داخلی از طریق رابطه (۱۴) قابل محاسبه است:

$$M_{cr} = \frac{6 \sin \phi}{3\bar{t} - \sin \phi}; \quad \bar{t} = \begin{cases} +1 & \text{if } q \geq 0 \\ -1 & \text{if } q < 0 \end{cases} \quad (14)$$

که در آن  $\phi$  زاویه اصطکاک داخلی و  $\bar{t}$  متغیری اسکالر وابسته به  $q$  و  $\bar{t} = +1$  برای بارگذاری فشاری و  $M_{cr}$  به صورت  $M_{cr,c}$  و  $\bar{t} = -1$  برای بارگذاری کششی و  $M_{cr}$  به صورت  $M_{cr,e}$  است.

## ۲-۵-۲- سطح بارگذاری

فرض شده است که سطح بارگذاری شکلی مشابه سطح پیرامونی با

به منظور توسعه الگوی رفتاری یکپارچه برای بیان رفتار خاک رس و ماسه به صورت همزمان، نیاز به یک رابطه ریاضی منعطف برای سطح پیرامونی جهت ارائه مشخصه‌های مختلف هر دو خاک می‌باشد. در بین روابط موجود، یو<sup>۱</sup> [۲۹] سطح تسلیم تعمیم یافته‌ای، بر اساس فشار پیش تحکیمی برای رس و ماسه به صورت یکپارچه معرفی کرده است. در الگوی حاضر از این رابطه استفاده شده که در رابطه (۱۳) ذکر شده است:

$$F(\sigma'_b) = \left( \frac{q_b}{M_{cr} p'_b} \right)^N + \ln \left( \frac{p'_b}{p'_c} \right) / \ln(R) \quad (13)$$

که در آن  $\sigma'_b(p'_b, q_b)$  تصویر نقطه تنش فعلی روی سطح پیرامونی،  $b$  زیرنویس مربوط به سطح پیرامونی،  $N$  فراسنج ماده و کنترل کننده شکل سطح بارگذاری،  $R$  فراسنج ماده و بیانگر نسبت بین مقادیر  $p'$  و  $p'_c = \gamma p'_{cb}$

توجه به نسبت اندازه سطوح داشته که در رابطه (۱۵) ذکر شده است:

$$\dot{p}'_{cb}(\varepsilon_v^p) = \frac{v p'_{cb}}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p \quad (17)$$

$$F(\sigma') = \left( \frac{q}{M_{cr} p'} \right)^N + \ln \left( \frac{p'}{\gamma p'_{cb}} \right) / \ln(R) \quad (15)$$

### ۲-۵-۵- خط تراکم همسانگرد محدود کننده<sup>۱</sup>

وجود خط تراکم همسانگرد محدود کننده به صورت ذاتی در تعریف سطح پیرامونی و روابط کشسانی است. مشابه خط حالت بحرانی، خط تراکم همسانگرد محدود کننده به عنوان خطی مرجع در فضای  $e \sim \ln p'$  که حالت تنش با افزایش تمامی مسیرهای بارگذاری تراکم همسانگرد به این خط میل کرده و نزدیک می‌شود. خط تراکم همسانگرد محدود کننده، به عنوان خطی موازی خط حالت بحرانی در فضای  $e \sim \ln p'$  که در امتداد خط باربرداری  $\kappa$  به صورت ثابت انتقال یافته، در نظر گرفته شده است. در حالت نیمه‌اشباع فرض شده است که خط تراکم همسانگرد محدود کننده تحت یک انتقال وابسته به مکش  $\beta(s)$  در امتداد خط باربرداری  $\kappa$  در فضای  $e \sim \ln p'$  قرار گرفته که  $\beta(s)$  فراسنجی مثبت و دارای واحد تنش است [۳۰]. فراسنج  $\beta(s)$  زمانی که مقدار مکش کمتر از فراسنج  $s_e$  باشد برابر صفر است. اثر سخت شوندهگی مکش بر رفتار خاک از طریق اثر آن بر موقعیت خط تراکم همسانگرد محدود کننده بیان شده است. در رابطه (۱۸)، معادله خط تراکم همسانگرد محدود کننده در حالت نیمه‌اشباع ذکر شده است:

$$e_{LICL} = e_N(s) - \lambda(s) \ln(p') \quad (18)$$

که در آن  $e_{LICL}$  نسبت پوکی در خط تراکم همسانگرد محدود کننده و  $e_N(s)$  عرض از مبدأ خط تراکم همسانگرد محدود کننده متناظر با تنش مؤثر میانگین ۱ کیلوپاسکال است.

### ۲-۵-۶- قانون سخت شوندهگی مکش

به طور کلی اثر مکش، افزایش تنش مؤثر و سخت کردن رفتار خاک است. به عبارت دیگر علاوه بر سخت شدن حجمی خمیری در خاک اشباع، خاک نیمه‌اشباع ممکن است تحت سخت شوندهگی ناشی از مکش نیز قرار گیرد. قانون سخت شوندهگی مکش در رابطه (۱۹) ذکر شده است:

که در آن  $\sigma'(p', q)$  حالت تنش فعلی که همواره بر سطح بارگذاری واقع بوده است.

همچنین  $\gamma$  نسبت اندازه سطح بارگذاری به سطح پیرامونی، فراسنجی بین صفر و یک بوده که زمانی که برابر صفر باشد به معنی حالت کشسان کامل و زمانی که برابر یک باشد به معنی حالت مرزی است.

### ۲-۵-۳- قانون نگاشت

همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، به منظور تعیین تصویر نقطه تنش فعلی بر روی سطح پیرامونی از شیوه نوینی بر اساس قانون نگاشت استفاده شده است. تشابه سطح پیرامونی و سطح بارگذاری منجر به خواص هندسی از جمله، یکسان بودن بردار یکه عمود در نقطه  $\sigma'$  واقع بر سطح بارگذاری با بردار یکه عمود در نقطه تصویر آن نقطه بر روی سطح پیرامونی، عبور خط مستقیمی که یک نقطه دلخواه بر روی سطح بارگذاری را به نقطه تصویر آن بر روی سطح پیرامونی متصل کرده از مبدأ فضای تنشی، یکسان بودن نسبت طول خط مستقیمی که دو نقطه دلخواه روی سطح بارگذاری یا درون آن را به هم متصل کرده به طول خط مستقیمی که تصویر همان دو نقطه دلخواه روی سطح پیرامونی یا درون آن را به هم متصل کرده که این نسبت منطبق با نسبت اندازه سطوح است، می‌شود.

مشخصه‌های ذکر شده در فوق منجر به رابطه (۱۶) شده است:

$$\gamma = \frac{\sigma'}{\sigma'_b} = \frac{q}{q_b} = \frac{p'}{p'_b} = \frac{p'_c}{p'_{cb}} \quad (16)$$

### ۲-۵-۴- قانون سخت شوندهگی همسانگرد

بر اساس این قانون، سطح پیرامونی می‌تواند با ثابت ماندن شکل و موقعیت آن در فضای تنشی با ایجاد تغییر شکل‌های خمیری، بزرگ و یا کوچک شود. در الگوی حاضر در حالت اشباع تغییرات اندازه سطح پیرامونی در ارتباط خطی با نمو کرنش حجمی خمیری است و از طریق رابطه (۱۷) قابل محاسبه است:

علاوه بر این، زمانی که سطح تنش فعلی روی سطح پیرامونی قرار گرفته باشد، نسبت اندازه سطوح برابر یک شده که در واقع به این معنی است که هر دو سطح یکسان شده و با هم منسب و منقبض می‌شوند. بنابراین بر اساس اصول نظری نقطه تنش فعلی نباید از سطح پیرامونی تجاوز کرده که به این منظور اگر سطح تنش فعلی از سطح پیرامونی عبور کرده باشد، باید به سطح پیرامونی بازگردانده شود. به همین منظور برای برقراری شرایط مذکور، رابطه (۲۱) به عنوان قانون تغییرات نسبت اندازه سطوح در نظر گرفته شده است [۳۲]:

$$\dot{\gamma} = -U \ln \gamma \|\dot{\epsilon}^p\| \quad (21)$$

که در آن  $U$  کنترل کننده انحنای منحنی تنش - کرنش و  $\|\dot{\epsilon}^p\|$  نرم اقلیدسی است.

رابطه (۲۱) قادر به در نظر گرفتن شرایط مذکور در فرآیند بارگذاری بوده و همچنین تضمین می‌کند که سطح تنش فعلی همواره داخل سطح پیرامونی باقی مانده و برخلاف سایر روش‌های موجود نیازی به در نظر گرفتن محاسبات عددی اضافی برای بازگرداندن سطح تنش بر روی سطح پیرامونی نیست. تابع  $U$  در رابطه (۲۱) انحنای منحنی تنش - کرنش را کنترل می‌کند که بر نرخ کرنش‌های خمیری ایجاد شده تأثیر می‌گذارد و از طریق رابطه (۲۲) تعریف شده است:

$$U = u_0 |M_{cr}|^\alpha \quad (22)$$

که در آن  $u_0$  و  $\alpha$  فراسنج‌های ماده است.

در رابطه (۲۲) عبارت  $|M_{cr}|^\alpha$  انحنای منحنی تنش - کرنش (یا به عبارتی نرخ کرنش‌های خمیری) را در فشار و کشش کنترل می‌کند و به طور کلی برای مقادیر کوچکتر فراسنج  $u_0$ ، ماده رفتار نرم‌تری از خود نشان داده در حالی که برای مقادیر بزرگتر آن انحنای منحنی تنش - کرنش بزرگتر و ماده رفتار سخت‌تری از خود نشان می‌دهد.

### ۲-۵-۸- تابع پتانسیل خمیری<sup>۱</sup>

به منظور تعریف تابع پتانسیل خمیری  $Q$ ، نیاز به قانون اتساع بوده که از طریق انتگرال‌گیری از قانون اتساع مورد نظر، این تابع حاصل می‌شود.

$$\dot{p}'_{cb}(\epsilon_v^p, s) = \frac{v(p'_{cb} - \beta(s))}{\lambda^* - \kappa} \dot{\epsilon}_v^p + \left( \frac{\partial \beta(s)}{\partial s} \right) \dot{s} \quad (19)$$

که در آن  $\lambda^*$  شیب خط تراکم همسانگرد محدود کننده اشباع در فضای  $e - \ln p'$  در  $p'_{cb} - \beta(s)$  است. در سمت راست رابطه (۱۹) عبارت  $\frac{\partial \beta(s)}{\partial s} \dot{s}$  اثر غیرتوآمان مکش در فراسنج سخت شونده می‌باشد که در این مقاله تنها اثر توآمان در نظر گرفته شده و این عبارت برابر صفر است. همچنین در رابطه (۱۹) فراسنج  $\lambda^*$  مستقل از  $\beta(s)$  است.

لورت و خلیلی [۳۱] رابطه (۲۰) را برای فراسنج  $\beta(s)$  با فرض مستقیم بودن خطوط حالت بحرانی و تراکم همسانگرد محدود کننده در فضای  $e - \ln p'$  به دست آورده‌اند:

$$\beta(s) = \exp \left( \frac{e_N(s) - e_N(s_i)}{\lambda(s) - \kappa} - \frac{\lambda(s) - \lambda(s_i)}{\lambda(s) - \kappa} \ln(p'_{cbi}) \right) \quad (20)$$

که در آن  $e_N(s)$  عرض از مبدأ خط تراکم همسانگرد محدود کننده در مکش نهایی  $s$ ،  $e_N(s_i)$  عرض از مبدأ خط تراکم همسانگرد محدود کننده در مکش اولیه  $s_i$ ،  $\lambda(s)$  شیب خط تراکم همسانگرد محدود کننده در مکش نهایی،  $\lambda(s_i)$  شیب خط تراکم همسانگرد محدود کننده در مکش اولیه و  $p'_{cbi}$  مقدار اولیه فراسنج سخت شونده است.

در رابطه (۲۰) اگر  $s \leq s_e$  (حالت اشباع)، در نتیجه  $e_N(s) = e_N(s_i = 0)$  و  $\lambda(s) = \lambda(s_i = 0)$  و در واقع از رابطه سخت شونده همسانگرد در حالت اشباع استفاده می‌شود.

### ۲-۵-۷- قانون تغییرات نسبت اندازه سطوح

بر اساس نظریه سطح پیرامونی، کرنش خمیری بر اساس میزان نزدیکی سطح تنش فعلی و تصویر آن بر روی سطح پیرامونی مشخص شده که میزان نزدیکی و فاصله دو سطح، توسط فراسنج  $\gamma$  تعریف شده است. بنابراین، در شروع بارگذاری زمانی که سطح تنش فعلی از سطح پیرامونی دور بوده، نرخ فراسنج نسبت اندازه سطوح  $\dot{\gamma}$ ، باید مقدار بزرگتر و کرنش خمیری مقدار کوچکی داشته و رفتار خاک نزدیک کشسان است. سپس، با ادامه فرآیند بارگذاری سطح تنش فعلی افزایش و در نتیجه باید نرخ کرنش خمیری کاهش یافته و دارای مقدار مثبتی نیز باشد. زمانی که سطح تنش فعلی به نزدیکی سطح پیرامونی رسیده، نرخ کرنش خمیری به سمت صفر میل کرده،

$$Q(q, p', p_0') = \frac{i\bar{q}}{p'} + \frac{d_0(s)\gamma^\theta(s)e^{m(s)\psi(s)}}{1 - \frac{d_0(s)}{M_{cr}(s)}} \left[ 1 - \left( \frac{p_0'}{p'} \right)^{1 - \frac{d_0(s)}{M_{cr}(s)}} \right] \quad (24)$$

که در آن  $p_0'$  تعیین کننده اندازه تابع پتانسیل خمیری در فضای  $q \sim p'$  است.

### ۲-۵-۹- قانون جریان<sup>۲</sup>

قانون جریان به طور کلی به دو صورت مطرح شده است، در قانون جریان همراه<sup>۳</sup> راستای بردار عمود بر تابع سطح تسلیم همسو با راستای بردار کرنش خمیری در نظر گرفته شده، اما در قانون جریان ناهمراه<sup>۴</sup> راستای بردار عمود بر تابع پتانسیل خمیری همسو با راستای بردار کرنش خمیری است. در الگوی حاضر به منظور تعیین نرخ کرنش خمیری از قانون جریان ناهمراه استفاده شده که در رابطه (۲۵) ذکر شده است:

$$\dot{\epsilon}^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma'} \Big/ \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma'} \right\| = d\lambda \mathbf{m}; \quad d\lambda = \left\| \dot{\epsilon}^p \right\| \quad (25)$$

که در آن  $d\lambda$  ضریب خمیری و برابر اندازه نرخ کرنش خمیری،  $\mathbf{m}$  بردار یکه عمود بر تابع پتانسیل خمیری و  $\| \cdot \|$  بیانگر اندازه است.

### ۳- منحنی مشخصه خاک - آب<sup>۵</sup>

منحنی مکش بافتی در برابر آب محتوی حجمی (حجم آب موجود در حجم واحد از خاک) به طور گسترده در علم خاک استفاده شده و به عنوان منحنی مشخصه خاک - آب یا منحنی نگهداشت آب<sup>۶</sup> شناخته شده است. در بیشتر مراجع درجه اشباع یا آب محتوی وزنی اغلب به جای آب محتوی حجمی برای تعریف منحنی مشخصه خاک - آب استفاده شده است. رفتار نگهداشت آب دو ویژگی مهم شامل پسماند هیدرولیکی و وابستگی به

منظور از قانون اتساع، رابطه‌ای بین نرخ کرنش حجمی خمیری و نرخ کرنش تفاضلی خمیری است.

در سال ۲۰۰۰، لی<sup>۱</sup> و دافالیاس [۳۳] رابطه اتساع عمومی را پیشنهاد کردند که بر اساس نسبت تنش (بیان حالت خارجی ماده)، نسبت پوکی (بیان حالت داخلی) و همچنین فراسنج‌های ماده در نظر گرفته است. در این مقاله از رابطه اتساع عمومی ارائه شده توسط لی و دافالیاس استفاده و اصلاحاتی نیز جهت بهبود آن در نظر گرفته شده و در رابطه (۲۳) ذکر شده است:

$$d = \frac{\dot{\epsilon}_v^p}{\dot{\epsilon}_q^p} = \frac{d_0}{M_{cr}} \left( M_{cr} \gamma^\theta \exp(m\psi) - \eta \right) \quad (23)$$

که در آن  $d$  اتساع،  $\eta = q/p'$  نسبت تنش،  $d_0$ ،  $\theta$  و  $m$  فراسنج‌های ماده و  $\psi$  فراسنج حالت که به صورت اختلاف بین نسبت پوکی فعلی  $e$  و نسبت پوکی حالت بحرانی در یک فشار محصور کننده یکسان تعریف شده است.

رابطه (۲۳)، رابطه ارائه شده توسط لی و دافالیاس می‌باشد با این تفاوت که به جای عبارت  $M_{cr} \exp(m\psi)$  از عبارت  $M_{cr} \gamma^\theta \exp(m\psi)$  استفاده شده است. این اصلاح سبب بهبود پیش‌بینی الگو در شبیه‌سازی رفتار زهکشی شده و زهکشی نشده رس و ماسه شده است. همچنین رابطه در نظر گرفته شده وضعیت حالت بحرانی را تأیید کرده و به عبارت دیگر اتساع در حالت بحرانی صفر خواهد بود یعنی  $d = 0$ ؛  $e = e_{cr}$ ؛  $\eta = M_{cr}$ . از جمله ویژگی‌های قانون اتساع ارائه شده می‌توان به، در نظر گرفتن اثر درجه پیش‌تحکیمی خاک‌های رسی به درستی در رفتار اتساع با استفاده از عبارت  $\gamma^\theta$ ، در نظر گرفتن اثر چگالی در رفتار اتساعی خاک‌های ماسه‌ای با استفاده از عبارت  $\exp(m\psi)$  زمانی که  $\theta = 0$ ،  $m \neq 0$  است، اشاره کرد.

برای خاک نیمه‌اشباع، اتساع علاوه بر موارد قبل به عامل مکش نیز وابسته است [۳۴]. در رابطه (۲۳) فراسنج‌های موجود در رابطه اتساع همچون فراسنج‌های رابطه اتساع در حالت اشباع ثابت نبوده و وابسته به مکش است. در الگوی حاضر از تابع پتانسیل خمیری و بردار یکه عمود بر آن جهت تعیین راستای بردار کرنش خمیری استفاده شده است. تابع پتانسیل از طریق انتگرال‌گیری قانون اتساع قابل محاسبه بوده که معادله عمومی آن در رابطه (۲۴) ذکر شده است:

- 2 Flow Rule
- 3 Associated
- 4 Non-Associated
- 5 Soil Water Characteristic Curve
- 6 Water Retention Curve

چگالی، برای خاک‌های نیمه‌اشباع دارد.

$$S_{eff} = \begin{cases} \left( \frac{S_{ae}}{S_{rd}} \right)^{\lambda_p} \left( \frac{S_{rd}}{s} \right)^{\xi} \left( \frac{S_{ex}}{S_{ae}} \right)^{(\lambda_p/\lambda_p - \xi)} & S_{rd} \leq s \leq S_{rd} \\ \left( \frac{S_{ex}}{S_{rw}} \right)^{\lambda_p} \left( \frac{S_{rw}}{s} \right)^{\xi} \left( \frac{S_{ae}}{S_{ex}} \right)^{(\lambda_p/\lambda_p - \xi)} & S_{rw} \leq s \leq \left( \frac{S_{ae}}{S_{ex}} \right)^{(\lambda_p/\lambda_p - \xi)} \end{cases} \quad (28)$$

الگوهایی برای رفتار نگهداشت آب به منظور در نظر گرفتن پسماند هیدرولیک [۳۶ و ۳۵]، وابستگی به چگالی [۳۸ و ۳۷] و هر دو [۳۹ و ۲۰]، در خاک‌های نیمه‌اشباع توسعه داده شده است.

که در آن  $\xi$  شیب منحنی پیمایش<sup>۲</sup> بین منحنی تر شوندگی اصلی و خشک شوندگی اصلی در فضای  $\ln S_{eff} \sim \ln s$  است.

در رابطه (۲۸) شیب منحنی مشخصه خاک - آب در مسیر خشک شوندگی اصلی  $\lambda_{pd}$  و مسیر تر شوندگی اصلی  $\lambda_{pw}$  برابر در نظر گرفته شده است.

در سال ۲۰۱۷، پاشا و همکاران [۴۰] به منظور اصلاح و توسعه منحنی مشخصه خاک - آب و ارزیابی آن با نسبت پوکی خاک و ارائه روابطی برای در نظر گرفتن رفتار پسماند هیدرولیکی خاک نیمه‌اشباع بر اساس مطالعات خلیلی در سال ۲۰۰۸، الگویی ارائه نموده‌اند. به منظور توصیف تغییر درجه اشباع در مکش ثابت ناشی از تغییر نسبت پوکی خاک، رابطه (۲۹) در نظر گرفته شده است:

$$\dot{S}_r = (\mu - S_r) \frac{\dot{e}}{e} \quad (29)$$

ترکیب روابط (۷ و ۶)، (۲۸ و ۲۷) و (۲۹)، منجر به رابطه (۳۰) برای منحنی‌های تکامل یافته<sup>۴</sup> خشک شوندگی اصلی ( $\lambda_p = \lambda_{pd}$ ،  $s_e = s_{ae}$ ) و تر شوندگی اصلی ( $\lambda_p = \lambda_{pw}$ ،  $s_e = s_{ex}$ ) ناشی از نمو بسیار کوچک نسبت پوکی، شده است:

$$S_{eff}^* = S_{eff} + \dot{S}_{eff} = \left( \frac{s_e}{s} \right)^{\lambda_p} + \frac{\left[ (1-\Omega) \left( \frac{s_e}{s} \right)^{\Omega} - (1-S_{res}) \left( \frac{s_e}{s} \right)^{\lambda_p} - S_{res} \right] \dot{e}}{(1-S_{res}) e} \quad (30)$$

منحنی پیمایش تکامل یافته به طریق مشابه قابل محاسبه و در رابطه (۳۱) ذکر شده است:

منحنی مشخصه خاک - آب به شدت وابسته به نسبت پوکی خاک بوده و در نتیجه در اثر تورم و انبساط، انقباض، بارگذاری و باربرداری، تحت تأثیر قرار می‌گیرد [۴۰]. در حالت کلی، تغییر درجه اشباع  $S_r$  ناشی از تغییر مکش و کرنش حجمی به صورت رابطه (۲۶) قابل بیان است:

$$\dot{S}_r = \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{s} + \frac{\partial S_r}{\partial \varepsilon_v} \dot{\varepsilon}_v \quad (26)$$

عبارت اول در طرف راست رابطه (۲۶) بیان کننده وابستگی درجه اشباع به مکش در حجم ثابت، و عبارت دوم تغییر درجه اشباع با کرنش حجمی در مکش ثابت را در نظر می‌گیرد. وابستگی به تغییر حجم منحنی مشخصه خاک - آب مربوط به عبارت دوم می‌باشد.

برای توصیف منحنی مشخصه خاک - آب، روابط ریاضی متعددی با درجات مختلفی از پیچیدگی در پیشینه موضوع موجود است. در این مقاله، به منظور در نظر گرفتن سادگی از رابطه پیشنهاد شده توسط بروکز<sup>۱</sup> و کوری<sup>۲</sup> [۴۱] استفاده شده که در رابطه (۲۷) ذکر شده است:

$$S_{eff} = \begin{cases} 1 & \text{for } s < s_e \\ \left( \frac{s_e}{s} \right)^{\lambda_p} & \text{for } s \geq s_e \end{cases}; \quad S_{eff} = \frac{S_r - S_{res}}{1 - S_{res}} \quad (27)$$

که در آن  $S_{eff}$  درجه اشباع مؤثر،  $\lambda_p$  اندیس توزیع ابعاد منافذ یا شیب منحنی مشخصه خاک - آب در فضای  $\ln s \sim \ln S_{eff}$  و  $S_{res}$  درجه اشباع باقی‌مانده است.

رابطه (۲۸) توسط خلیلی و همکاران [۴۲] به منظور در نظر گرفتن پسماند هیدرولیکی توسعه داده شده است:

3 Scanning Curve  
4 Evolved

1 Brooks  
2 Corey

$$\xi^* = \xi \left[ 1 + \frac{(1-\xi)(\xi-\xi)}{\xi} \left( \frac{s_e}{s_r} \right)^{\Omega-\lambda_p} \frac{\dot{e}}{e} \right] \quad (34)$$

سپس نقطه بازگشت مکش تکامل یافته، از تقاطع رابطه (۳۴) و منحنی‌های تر شوندگی و خشک شوندگی اصلی تکامل یافته به دست آمده که در رابطه (۳۵) ذکر شده است:

$$s_r^* = \left[ \frac{(s_e^*)^{\lambda_p}}{s^{\xi^*} S_{eff}^*} \right]^{1/(\lambda_p - \xi^*)} \quad (35)$$

که در آن  $S_{eff}^*$  درجه اشباع مؤثر در نقطه مورد نظر بر روی منحنی پیمایش محاسبه شده از رابطه (۳۱) است.

از مقایسه مکش در نقطه مورد نظر با مکش محاسبه شده از رابطه (۳۵) در هر گام محاسبات، می‌توان تشخیص داد که حالت هیدرولیک خاک بر روی منحنی پیمایش می‌باشد یا بخاطر تغییر نسبت پوکی، به منحنی اصلی منتقل شده است.

در نهایت، به منظور برقراری این شرط که نقطه انتقال از خشک شوندگی به تر شوندگی و برعکس باید در هر دو فضای  $\ln \chi \sim \ln s$  و  $\ln S_{eff} \sim \ln s$  منطبق باشد، این شرط منجر به برقراری رابطه (۳۶) شده است:

$$\xi^* = \Omega \xi^* \left[ \lambda_{pd}^* + \frac{(\lambda_{pw}^* - \lambda_{pd}^*) \ln \left( \frac{s_{ex}^*}{s_{rw}^*} \right)}{\ln \left( \frac{s_{ex}^*}{s_{rw}^*} \right) + \ln \left( \frac{s_{rd}^*}{s_{ae}^*} \right)} \right]^{-1} \quad (36)$$

#### ۴- پیاده‌سازی الگو به روش انتگرال‌گیری ضمنی

پیاده‌سازی الگوهای رفتار مواد نیازمند روش‌های انتگرال‌گیری عددی است. روش‌های انتگرال‌گیری بر دقت و همگرایی محاسبات تأثیرگذار است. به این منظور، دو دیدگاه صریح<sup>۱</sup> یا اویلر پیشرو<sup>۲</sup> و ضمنی یا اویلر پسرو<sup>۳</sup> برای

$$S_{eff}^* = S_{eff} + \dot{S}_{eff} = \left( \frac{s_e}{s_r} \right)^{\lambda_p} \left( \frac{s_r}{s} \right)^{\xi} + \left[ \frac{(1-\xi) \left( \frac{s_e}{s_r} \right)^{\Omega} \left( \frac{s_r}{s} \right)^{\xi} - (1-S_{res}) \left( \frac{s_e}{s_r} \right)^{\lambda_p} \left( \frac{s_r}{s} \right)^{\xi} - S_{res}}{(1-S_{res})} \right] \frac{\dot{e}}{e} \quad (31)$$

که در آن  $s_r$  نقطه بازگشت مکش روی منحنی‌های تر شوندگی اصلی و خشک شوندگی اصلی می‌باشد، که  $s_r = s_{rd}$  بازگشت مکش از منحنی خشک شوندگی اصلی و  $s_r = s_{rw}$  بازگشت مکش از منحنی تر شوندگی اصلی را در نظر می‌گیرد. ذکر این نکته لازم است که تمامی فراسنج‌های تکامل یافته با بالانویس \* مشخص شده است.

در رابطه (۳۲)، تغییر فراسنج مقدار ورود هوا یا مقدار خروج هوا نسبت به تغییر نسبت پوکی برای نرخ کوچک تغییر نسبت پوکی ذکر شده است:

$$\frac{\dot{s}_e}{s_e} = - \frac{\Omega}{(1-S_{res}) \lambda_{psu}} \frac{\dot{e}}{e} \quad (32)$$

که در آن  $\lambda_{psu}$  اندیس توزیع ابعاد منافذ در نقطه انتقال از حالت اشباع به نیمه‌اشباع است.

در واقعیت تغییر نسبت پوکی ممکن است کوچک نباشد، اما به دلیل ماهیت به شدت غیرخطی الگو، پیش‌بینی‌های الگو باید در نرخ کوچک نسبت پوکی محاسبه شود.

به منظور در نظر گرفتن وابستگی اندیس توزیع ابعاد منافذ به نسبت پوکی، رابطه (۳۳) در نظر گرفته شده است:

$$\lambda_p^* = \lambda_p \left[ 1 - \frac{3 \left[ (1-\Omega) \left( 2^{(1-\Omega/\lambda_p)} - 1 \right) - S_{res} \right] \frac{\dot{e}}{e}}{2(1-S_{res})} \right] \quad (33)$$

شیب منحنی پیمایش تکامل یافته  $\xi^*$ ، نیز باید در صورتی که حالت هیدرولیکی خاک روی منحنی پیمایش قرار گرفته و همچنین تغییر حجم رخ دهد، محاسبه شود. این فراسنج از شیب خط مماس بر رابطه (۳۱) در نقطه مورد نظر به دست می‌آید که در رابطه (۳۴) ذکر شده است:

- 1 Explicit
- 2 Forward Euler
- 3 Backward Euler



$$\sigma^{trial} = \sigma'_n + D_{n+1}^e \dot{\epsilon}_{n+1} \quad (39)$$

که در آن  $\sigma^{trial}$  مشخص کننده حالت تنش کشسان و تنش آزمون است.

سپس، تنش محاسبه شده در رابطه (۳۹) باید در مرحله تصحیح خمیری بر اساس روابط کشسان - خمیری اصلاح گردد.

#### ۴-۲- مرحله تصحیح خمیری

در این مرحله تنش آزمون که در گام پیشین محاسبه شده باید با توجه به قانون جریان، سخت شوندگی همسانگرد یا سخت شوندگی مکش، قانون تغییرات نسبت اندازه سطوح و همچنین تغییرات درجه اشباع مؤثر (متحنی مشخصه خاک - آب) طوری اصلاح گردند که شرط سازگاری را برقرار نمایند. بنابراین، به منظور برقراری شرایط مذکور، برقراری روابط (۴۰) تا (۴۴) در مرحله تصحیح خمیری نیاز است.

#### ۴-۲-۱- رابطه تعادل اندازه حرکت<sup>۱</sup> (رابطه تعادل)

با توجه به شرایط مذکور، حالت تنش باید رابطه تعادل اندازه حرکت (رابطه تعادل بر اساس قانون هوک<sup>۲</sup>) را برقرار نماید، که در رابطه (۴۰) ذکر شده است:

$$\sigma'_{n+1} = \sigma^{trial} - D_{n+1}^e \dot{\epsilon}_{n+1}^p \quad (40)$$

#### ۴-۲-۲- رابطه سخت شوندگی همسانگرد یا سخت شوندگی مکش

اندازه سطح پیرامونی از طریق رابطه (۱۷) در حالت اشباع و رابطه (۱۹) در حالت نیمه اشباع تعیین شده است. بنابراین انتگرال گیری ضمنی این روابط در رابطه (۴۱) ذکر شده است:

$$p'_{cb,n+1} = p'_{cb,n} \exp\left(\frac{v_n}{\lambda - \kappa} \dot{\epsilon}_{v,n+1}^p\right); \quad (41)$$

$$p'_{cb,n+1} = p'_{cb,n} \beta(s) \exp\left(\frac{v_n}{\lambda(s) - \kappa} \dot{\epsilon}_{v,n+1}^p\right)$$

پیاده سازی الگوهای کشسان - خمیری توسعه داده شده است. بر اساس دقت بیشتر، همگرایی بهتر، پایداری و توانایی بیشتر، از روش انتگرال گیری ضمنی به منظور پیاده سازی الگوی خمیری حاضر استفاده شده است. پیاده سازی روش انتگرال گیری ضمنی در الگوی حاضر شامل دو مرحله است، مرحله پیش بینی حالت کشسان و مرحله تصحیح خمیری. در این دیدگاه، زمانی که نقطه تنش از سطح پیرامونی فراتر رفته، به صورت خودکار بر روی سطح پیرامونی بدون نیاز به هیچ تکنیک بهبود و اصلاحی، بازگردانده می شود.

#### ۴-۱- مرحله پیش بینی حالت کشسان

در مرحله پیش بینی حالت کشسان، تنش بر اساس رفتار کشسان در شروع هر گام زمانی متناظر با نرخ کرنش مربوطه قابل محاسبه است. ذکر این نکته حائز اهمیت است که در حالت کشسان، متغیرهای خمیری ثابت و مقدار آن‌ها در گام زمانی فعلی بر اساس مقدار آن‌ها در گام زمانی پیشین، در نظر گرفته شده است. بنابراین، برای تکرار اول ( $i=0$ ) مقادیر فراسنج‌ها در رابطه (۳۷) ذکر شده است:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{n+1}^{(0)} &= \dot{\epsilon}_{n+1}^{e,(0)} + \dot{\epsilon}_{n+1}^{p,(0)}; \\ \dot{\epsilon}_{n+1}^{e,(0)} &= \dot{\epsilon}_{n+1}^{trial}; \\ \dot{\epsilon}_{n+1}^{p,(0)} &= 0; \quad \sigma'_{n+1}^{(0)} = \sigma'_n \quad (37) \\ p'_{cb,n+1} &= p'_{cb,n}; \quad \gamma_{n+1}^{(0)} = \gamma_n; \\ S_{eff,n+1}^{(0)} &= S_{eff,n}; \quad d\lambda_{n+1}^{(0)} = 0 \end{aligned}$$

که در آن  $trial$  مشخص کننده حالت کشسان،  $n+1$  متناظر با گام زمانی فعلی و  $n$  مرتبط به گام زمانی پیشین است.

فراسنج‌های کشسان متناظر با گام زمانی فعلی از طریق رابطه (۳۸) قابل محاسبه است:

$$K_{n+1} = \frac{v_n p'_n}{\kappa}; \quad G_{n+1} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K_{n+1} \quad (38)$$

سپس ماتریس صلبیت کشسان در گام زمانی فعلی بر اساس فراسنج‌های کشسان محاسبه و تنش کشسان از رابطه (۳۹) قابل محاسبه است:

1 Momentum Balance Equation

2 Hoek

#### ۴-۲-۳- قانون تغییرات نسبت اندازه سطوح

نسبت اندازه سطوح باید با توجه به رابطه (۲۱) تغییر کرده، بنابراین با انتگرال گیری ضمنی از این رابطه، رابطه (۴۲) حاصل شده است:

$$\gamma_{n+1} = \gamma_n - U \ln(\gamma_{n+1}) d \lambda_{n+1} \quad (42)$$

#### ۴-۲-۴- رابطه تغییر درجه اشباع مؤثر

در حالت نیمه اشباع تغییر درجه اشباع مؤثر بر اساس رابطه (۳۰) و (۳۱) تعیین شده که با انتگرال گیری ضمنی از آن رابطه (۴۳) برای منحنی های اصلی و پیمایش حاصل شده است:

$$S_{eff, n+1} = S_{eff, n} + \left[ \frac{(1-\Omega) \left( \frac{S_{e, n+1}}{S_{n+1}} \right)^\Omega - (1-S_{res}) \left( \frac{S_{e, n+1}}{S_{n+1}} \right)^{\lambda_{p, n+1}} - S_{res}}{(1-S_{res})} \right] \frac{\dot{e}}{e}$$

$$S_{eff, n+1} = S_{eff, n} + \left[ \frac{(1-\zeta_{n+1}) \left( \frac{S_{e, n+1}}{S_{r, n+1}} \right)^\Omega \left( \frac{S_{r, n+1}}{S_{n+1}} \right)^{\zeta_{n+1}}}{(1-S_{res})} - \frac{\left( \frac{S_{e, n+1}}{S_{r, n+1}} \right)^{\lambda_{p, n+1}} \left( \frac{S_{r, n+1}}{S_{n+1}} \right)^{\zeta_{n+1}} - S_{res}}{(1-S_{res})} \right] \frac{\dot{e}}{e} \quad (43)$$

#### ۴-۲-۵- شرط سازگاری

با برقراری شرایط مذکور، حالت تنش باید همواره بر روی سطح بارگذاری قرار گرفته، در نتیجه رابطه سطح بارگذاری باید با حالت تنش فعلی سازگار باشد که در رابطه (۴۴) ذکر شده است:

$$F(\sigma'_{n+1}) = \left( \frac{q_{n+1}}{M_{cr} p'_{n+1}} \right)^N + \ln \left( \frac{p'_{n+1}}{\gamma_{n+1} p'_{cb, n+1}} \right) / \ln(R) \quad (44)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۱۶)، رابطه (۴۴) رابطه سطح پیرامونی را نتیجه می دهد. بنابراین با به کارگیری و برقرار بودن رابطه (۴۴)، تصویر شدن نقطه تنش بر روی سطح پیرامونی تضمین شده است.

در نهایت، با جایگذاری رابطه (۴۰) در رابطه (۴۴)، و برقراری همزمان روابط (۴۰) تا (۴۴)، دستگاه معادلات غیرخطی با مجهولات  $[\sigma'_{n+1}, p'_{cb, n+1}, \gamma_{n+1}, S_{eff, n+1}, d \lambda_{n+1}]$  تشکیل شده است. با توجه به ماهیت غیرخطی، دستگاه معادله مورد نظر با استفاده از روش نیوتن - رافسون<sup>۲</sup> حل شده است.

#### ۵- تعیین فراسنج های الگو

به منظور شبیه سازی رفتار خاک در الگوی حاضر تحت بارگذاری یکنواخت مکانیکی و هیدرولیکی و همچنین شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده، در حالت اشباع ۱۲ فراسنج و در حالت نیمه اشباع ۶ فراسنج دیگر به آن اضافه شده است. روش تعیین هر یک از این فراسنج ها در ادامه به صورت مختصر توضیح داده شده است.

به منظور تعریف رفتار کشسان در الگوی حاضر از شیب خط باربرداری  $\kappa$  و نسبت پواسون  $\nu$  استفاده شده است. این دو فراسنج توسط آزمایش های سه محوری تعیین می شوند. حالت بحرانی در الگوی حاضر توسط سه فراسنج  $\lambda_{cr}$ ،  $e_{cr}$  و  $M_{cr}$  مشخص شده است. دو فراسنج  $e_{cr}$  و  $\lambda_{cr}$  برای تعیین حالت بحرانی در فضای  $e \sim \ln p'$  در نظر گرفته شده و می توانند از طریق آزمایش تراکم همسانگرد تعیین شوند. فراسنج  $M_{cr}$  به منظور تعیین حالت بحرانی در فضای  $q \sim p'$  و برای حالت بارگذاری فشاری و کششی متفاوت است و می تواند با استفاده از زاویه اصطکاک داخلی و حالت تسلیم خاک تعیین شود. دو فراسنج  $N$  و  $R$  در معادله سطح پیرامونی و سطح بارگذاری استفاده شده که از مسیرهای تنش مؤثر در آزمایش های سه محوری زهکشی نشده قابل تعیین است. فراسنج  $d_0$  کنترل کننده شکل تابع پتانسیل می باشد که با استفاده از آزمایش های سه محوری زهکشی نشده و با توجه به منحنی های کرنش حجمی - کرنش تفاضلی با در نظر گرفتن فرض کرنش کشسان کوچک قابل تعیین است. علاوه بر آن دو فراسنج مثبت  $m$  و  $\theta$  در تابع پتانسیل می باشند که فراسنج  $m$  بر موقعیت نقطه انتقال حالت اثر داشته و می تواند در حالت  $d=0$  تعیین شود، فراسنج  $\theta$  مقادیری بین ۰ تا ۱ داشته و با استفاده از مسیر تنش مؤثر در آزمایش های سه محوری زهکشی نشده قابل تعیین است. فراسنج های  $u_0$  و  $\alpha$  به طور کلی انحنای منحنی

جدول ۱. فراسنج‌های الگو (Model parameters)

Table 1. Model parameters

فراسنج‌ها	رس لندن	رس گوئیانگ	ماسه هاستون	ماسه اتاوا	رس پیارل	ماسه کرنل
$\kappa$	۰/۰۶	۰/۰۵۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۵۵	۰/۰۳	۰/۰۰۶
$\nu$	۰/۲	۰/۲۲	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۳
$M_{cr}$	۱/۰۴	۰/۹۹	۱/۱۳	۱/۲	۱/۱۵	۱/۴۷۵
$\lambda$	۰/۱۳	۰/۱۲	۰/۰۲۵	۰/۰۲۷	۰/۳۹ ، ۰/۱	۰/۰۲۸۴
$e_T$	۱/۴۳	۱/۶۳	۱/۰۱	۱/۳۷	۳/۵ ، ۱/۶۶	۱/۰۳۷۳
$N$	۱/۲	۱/۳	۲	۲/۳	۲	۳
$R$	۲/۵۲	۲/۷۲	۶/۵	۶۶/۳	۱/۶۵	۷/۲
$u_0$	۴۵	۵۰	۱۳	۲۰	۳۲	۱۰
$\alpha$	۰/۱	۰/۱	۱/۱	۰	۱	۰/۸
$m$	۰	۰	۰	۰/۰۱	۰	۰/۰۲
$\theta$	۰/۱۲	۰/۱۱	۰	۰/۱	۰/۰۶	۰
$d_0$	۰/۵	۰/۶۵	۱/۰۵	۰/۸	۱/۳	۱
$s_{ae} (KPa)$	-	-	-	-	۲۵	۶
$s_{ex} (KPa)$	-	-	-	-	۱۵	۴/۵
$S_{res}$	-	-	-	-	۰/۱	۰/۰۸
$\lambda_p$	-	-	-	-	۰/۳۴	۰/۳۷
$\xi$	-	-	-	-	۰/۰۸	۰/۰۶
$\zeta$	-	-	-	-	۰	-۰/۲

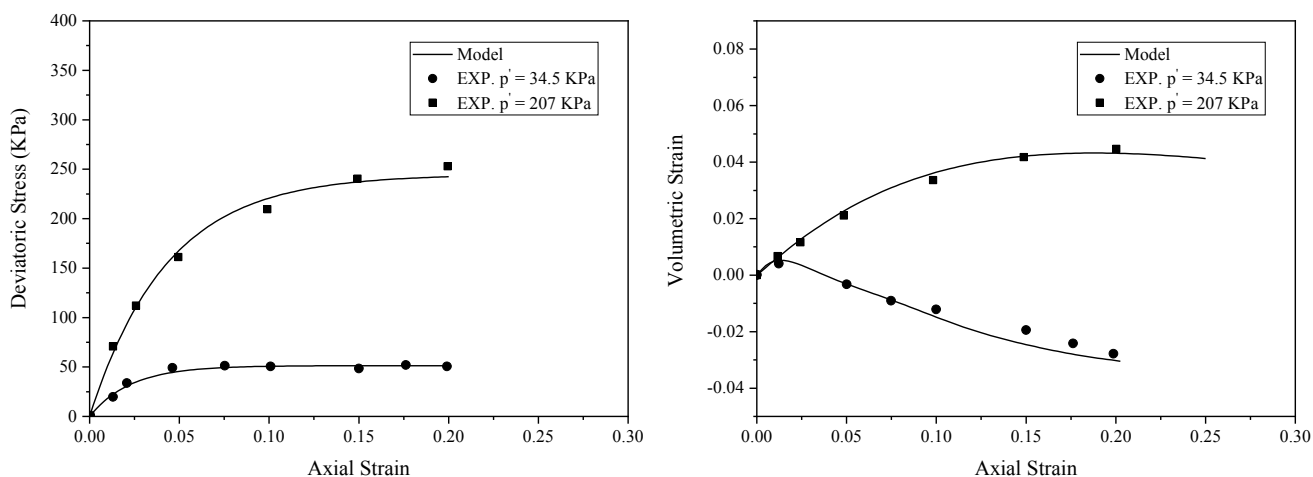
رس لندن<sup>۱</sup> [۴۳]، رس گوئیانگ<sup>۲</sup> [۴۴]، ماسه هاستون<sup>۳</sup> [۴۵]، ماسه اتاوا<sup>۴</sup> [۴۶] در حالت اشباع و رس پیارل<sup>۵</sup> [۴۸] و [۴۷] و ماسه کرنل<sup>۶</sup> [۳۰] در حالت نیمه‌اشباع شبیه‌سازی و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و صحت‌سنجی شده است. فراسنج‌های تعیین شده به منظور شبیه‌سازی در جدول ۱ نشان داده شده است.

تنش - کرنش را کنترل کرده و می‌توانند با استفاده از منحنی تنش - کرنش تعیین شوند. فراسنج‌های  $s_{ae}$ ،  $s_{ex}$ ،  $S_{res}$ ،  $\lambda_p$  با استفاده از منحنی مشخصه خاک - آب و فراسنج‌های  $\xi$  و  $\zeta$  با استفاده از محاسبات برگشتی قابل تعیین است.

### ۶- صحت‌سنجی الگو

به منظور بررسی توانایی و کارایی الگوی حاضر برای شبیه‌سازی رفتار خاک اشباع و نیمه‌اشباع تحت بارگذاری یکنواخت در شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده، نتایج تعدادی شبیه‌سازی بر روی خاک‌های رسی و ماسه‌ای در این بخش آورده شده است. به این منظور خاک‌های مختلفی همچون

- 1 London Clay
- 2 Guiyang Clay
- 3 Hostun Sand
- 4 Ottawa Sand
- 5 Pearl Clay
- 6 Kurnell Sand



شکل ۲. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی رس لندن اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری زهکشی شده

Fig. 2. Comparison of model simulation results with experimental data of saturated London clay under drained triaxial compression loading

نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۳ مشخص است، نتایج شبیه‌سازی الگو با نتایج آزمایشگاهی از تطابق خوبی برخوردار بوده و الگو با دقت قابل قبولی هر دو رفتار برشی و حجمی را در نظر گرفته و پیش‌بینی کرده است. رفتار سخت شونده‌گی و انقباض در ماسه نرم و رفتار نرم شونده‌گی و اتساع در ماسه متراکم به درستی شبیه‌سازی شده است.

#### ۶-۳- آزمایش زهکشی نشده بر روی رس گوئیانگ

کارایی الگوی حاضر به منظور شبیه‌سازی رفتار رس اشباع در شرایط زهکشی نشده با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط ژانگ<sup>۱</sup> و همکارانش [۴۴] بر روی نمونه خاک رس گوئیانگ بررسی شده است. نتایج آزمایش سه محوری زهکشی نشده توسط ژانگ و همکاران گزارش شده است. در شکل ۴ نتایج شبیه‌سازی الگو در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۴ مشخص است، نتایج پیش‌بینی شده توسط الگو دارای مطابقت خوبی با نتایج آزمایشگاهی است و الگو با دقت قابل قبولی رفتار برشی را در نظر گرفته و پیش‌بینی کرده است. همچنین دو مسیر تنش پیش‌بینی شده در تنش مؤثر ۳۴/۵ و ۲۰۷ کیلوپاسکال نشان داده شده است

#### ۶-۱- آزمایش زهکشی شده بر روی رس لندن

کارایی الگوی حاضر به منظور شبیه‌سازی رفتار رس اشباع در شرایط زهکشی شده با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط هنکل<sup>۱</sup> [۴۳] بر روی نمونه خاک رس لندن بررسی شده است. نتایج آزمایش سه محوری زهکشی شده توسط هنکل گزارش شده است. در شکل ۲ نتایج شبیه‌سازی الگو در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده است.

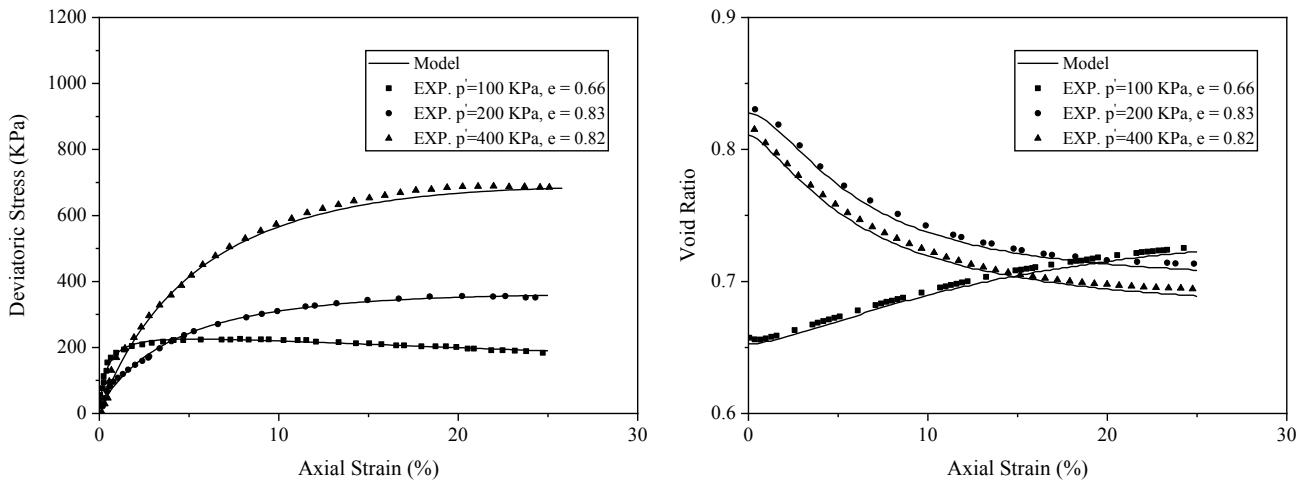
همان‌طور که در شکل ۲ مشخص است، منحنی‌های تنش - کرنش پیش‌بینی شده توسط الگو تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشته است. منحنی رفتار حجمی و رفتار انقباض و انتقال حالت از انقباض به اتساع به درستی شبیه‌سازی و در نظر گرفته شده است.

#### ۶-۲- آزمایش زهکشی شده بر روی ماسه هاستون

کارایی الگوی حاضر به منظور شبیه‌سازی رفتار ماسه اشباع در شرایط زهکشی شده با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط جین<sup>۲</sup> و همکارانش [۴۵] بر روی نمونه خاک ماسه هاستون بررسی شده است. نتایج آزمایش سه محوری زهکشی شده بر روی ماسه نرم و متراکم توسط جین و همکاران گزارش شده است. در شکل ۳ نتایج شبیه‌سازی الگو در مقایسه با

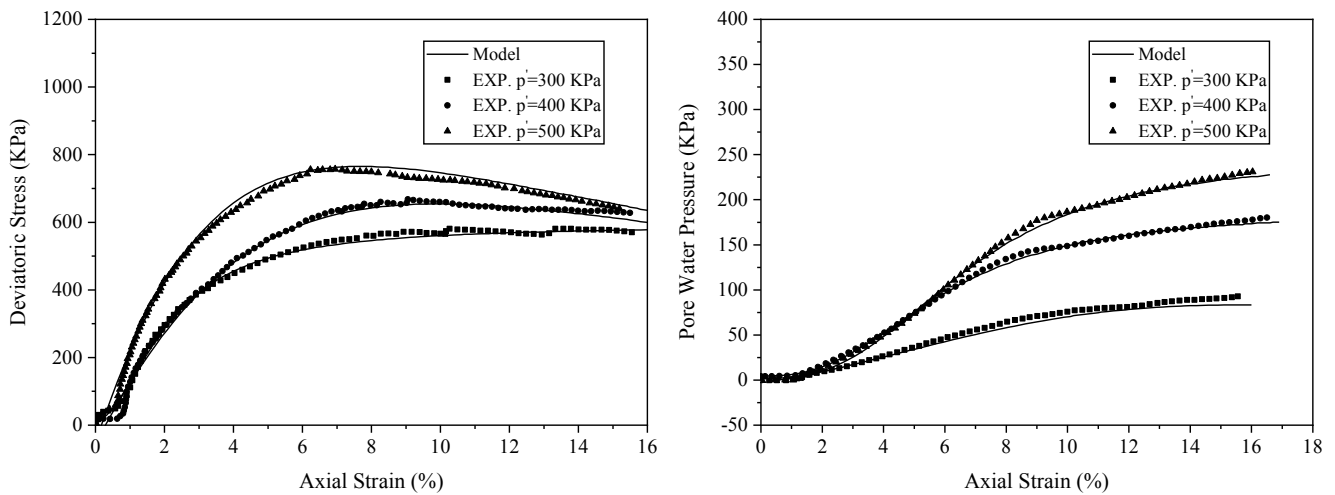
1 Henkel

2 Jin



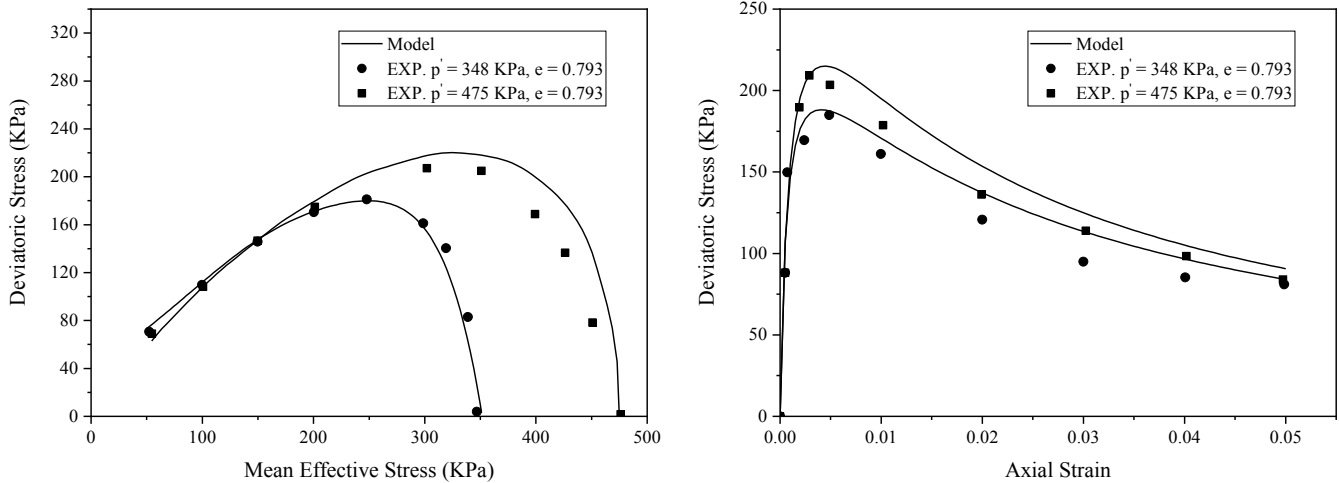
شکل ۳. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی ماسه هاستون اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری زهکشی شده

Fig. 3. Comparison of model simulation results with experimental data of saturated Hostun sand under drained triaxial compression loading



شکل ۴. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی رس لندن اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری زهکشی نشده

Fig. 4. Comparison of model simulation results with experimental data of saturated London clay under undrained triaxial compression loading



شکل ۵. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی ماسه اتاوا اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری زهکشی نشده

Fig. 5. Comparison of model simulation results with experimental data of saturated Ottawa sand under undrained triaxial compression loading

۶-۵- آزمایش زهکشی شده و زهکشی نشده بر روی رس پیارل کارایی الگوی حاضر به منظور شبیه‌سازی رفتار رس نیمه‌اشباع در شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط سان<sup>۲</sup> و همکاران [۴۷ و ۴۸] بر روی نمونه خاک رس پیارل بررسی شده است. نتایج آزمایش مکش کنترل تراکم همسانگرد، تراکم سه محوری و تر شوندگی توسط سان و همکارانش گزارش شده است. در شکل ۶ نتایج شبیه‌سازی الگو در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی زهکشی شده نشان داده شده که مسیر تنش شامل چندین مرحله بوده است، ابتدا تراکم همسانگرد با میزان مکش ثابت ۱۴۷ کیلوپاسکال، سپس تراکم سه محوری با تنش خالص میانگین ثابت ۱۹۶ کیلوپاسکال و مکش ثابت ۱۴۷ کیلوپاسکال، در ادامه تر شوندگی از مکش ۱۴۷ کیلوپاسکال به مکش صفر تحت تنش خالص میانگین ۱۹۶ کیلوپاسکال و نسبت تنش اصلی ۲، و در نهایت تراکم سه محوری تحت تنش خالص میانگین ۱۹۶ کیلوپاسکال و میزان مکش صفر، اعمال شده است.

همان‌طور که در شکل ۶ مشخص است، الگو نتایج آزمایشگاهی را به دقت توصیف و پیش‌بینی کرده و نتایج شبیه‌سازی الگو تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشته است. همچنین الگو قابلیت در نظر گرفتن تغییر درجه اشباع حتی در مکش ثابت را نیز داشته که به دلیل در نظر گرفتن وابستگی منحنی مشخصه خاک - آب به نسبت پوکی و در واقع اثر تغییر شکل بر

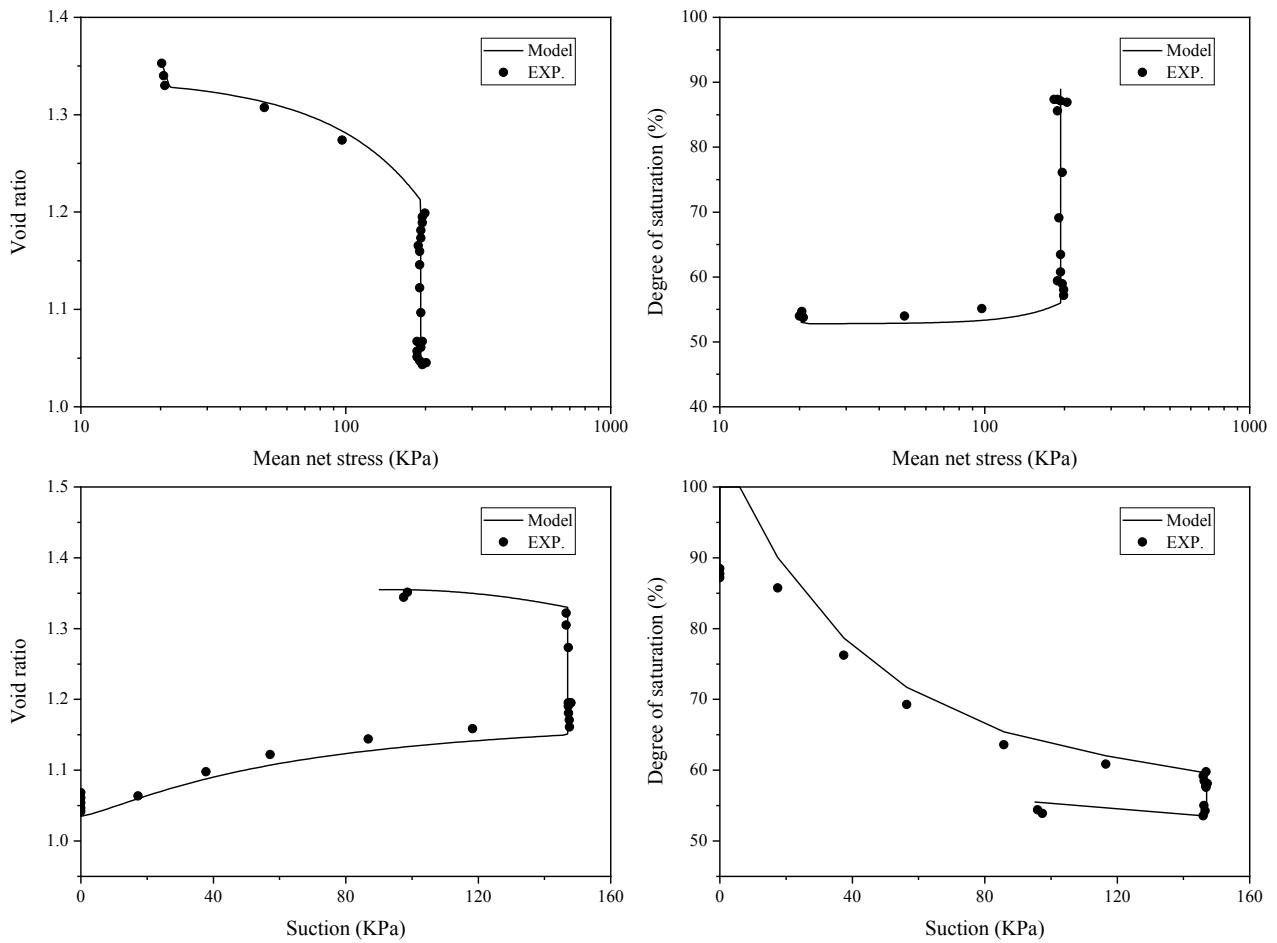
و الگو قادر به پیش‌بینی صحیح رفتار انتقال حالت در نمونه خاک بوده که این موضوع تأیید می‌کند که قانون اتساع اصلاح شده به درستی رفتار خاک رس را شبیه‌سازی کرده است.

#### ۶-۴- آزمایش زهکشی نشده بر روی ماسه اتاوا

کارایی الگوی حاضر به منظور شبیه‌سازی رفتار ماسه اشباع در شرایط زهکشی نشده با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط ساسیتاران<sup>۱</sup> و همکارانش [۴۶] بر روی نمونه خاک ماسه اتاوا بررسی شده است. نتایج آزمایش سه محوری زهکشی نشده بر روی ماسه نرم توسط ساسیتاران و همکاران گزارش شده است. در شکل ۵ نتایج شبیه‌سازی الگو در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۵ مشخص است، الگو با دقت بالا و به خوبی نتایج آزمایشگاهی و رفتار زهکشی نشده را پیش‌بینی کرده است. حداکثر میزان مقاومت خاک با دقت مناسبی توسط الگو پیش‌بینی شده است. به عبارت دیگر ماسه نرم در شرایط زهکشی نشده پیش از رسیدن به حالت بحرانی انقباض یافته و پس از آن با افزایش تنش تفاضلی به خط حالت بحرانی نزدیک شده و می‌توان گفت که با سست شدن ماسه تقریباً رفتار انتقال حالت از بین رفته است، که پیش‌بینی صحیح این رفتار توسط الگو کارایی قانون اتساع اصلاح شده را مورد تأیید قرار می‌دهد.





شکل ۶. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی رس پیارل نیمه‌اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری و تر شوندگی

Fig. 6. Comparison of model simulation results with experimental data of unsaturated Pearl clay under triaxial compression and wetting loadings

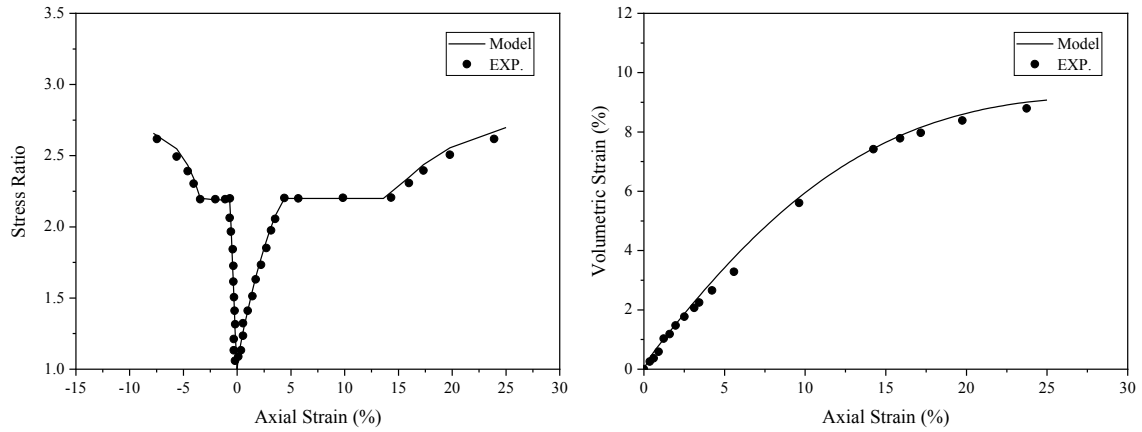
دادن توانایی الگو جهت شبیه‌سازی رفتار فروپاشی<sup>۱</sup> (تراکم و منقبض شدن خاک تحت افزایش درجه اشباع ناشی از کاهش مکش) خاک تحت مسیر تر شوندگی آورده شده است که بیانگر صحت پیش‌بینی الگو با استفاده از قانون سخت شوندگی مکش در نظر گرفته شده، می‌باشد.

در شکل ۸ نتایج آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده آزمایش تراکم همسانگرد تحت شرایط زهکشی نشده نشان داده شده است. در این آزمایش تنش خالص میانگین از مقدار ۲۰ کیلوپاسکال تا ۶۰۰ کیلوپاسکال اعمال شده که فشار آب منفذی در حین بارگذاری اندازه‌گیری و ثبت شده و فشار هوا منفذی ۱۰۰ کیلوپاسکال ثابت در نظر گرفته شده است.

رفتار هیدرولیکی خاک بوده است.

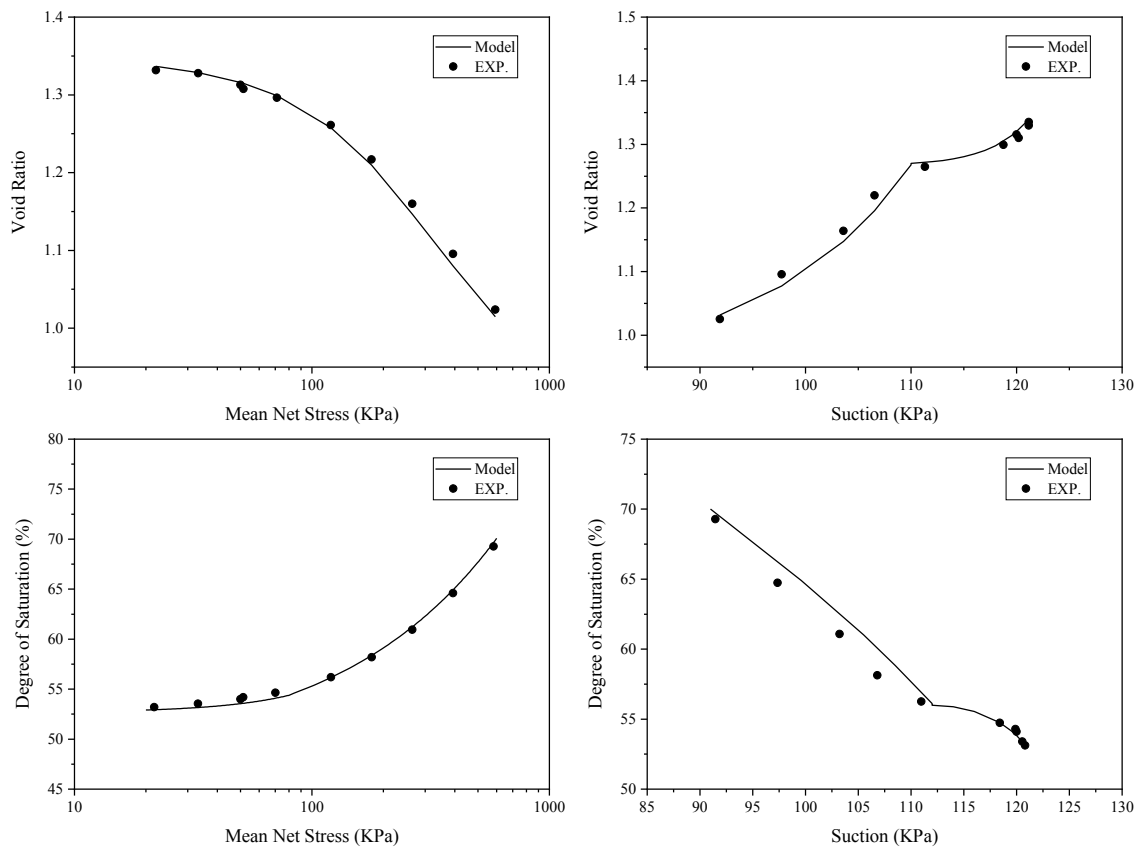
در شکل ۷ مقایسه نتایج شبیه‌سازی شده توسط الگو و نتایج آزمایشگاهی آزمایش تراکم سه محوری مکش کنترل تحت تنش خالص میانگین ثابت ۱۹۶ کیلوپاسکال و مکش ثابت ۱۴۷ کیلوپاسکال و سپس یک مسیر تر شوندگی از مکش ۱۴۷ کیلوپاسکال به مکش صفر در نسبت تنشی در حدود ۲/۲ در حین اعمال برش، نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۷ مشخص است، رفتار تنش - کرنش و نگهداشت آب نمونه خاک نه تنها در مکش ثابت بلکه تحت مسیر تر شوندگی نیز توسط الگوی حاضر به دقت پیش‌بینی شده است. این آزمایش به منظور نشان



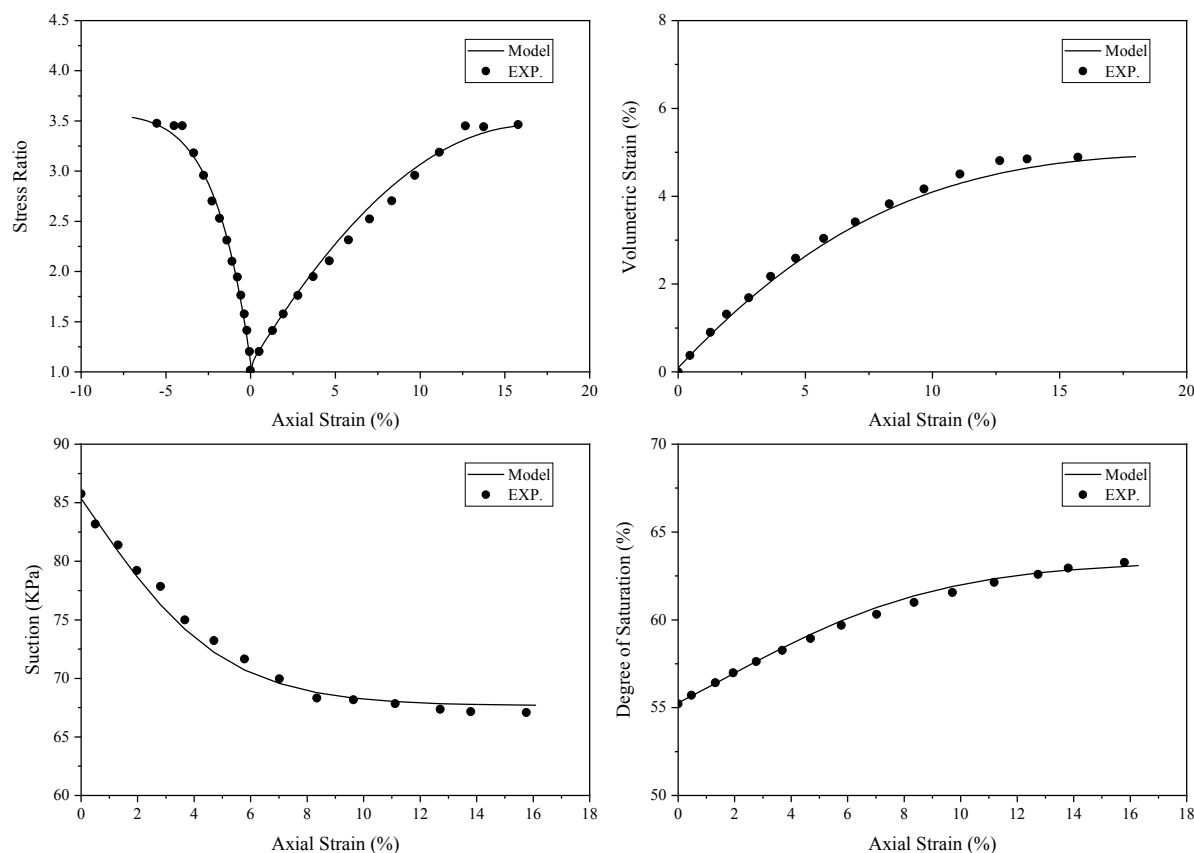
شکل ۷. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی رس پیارل نیمه‌اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری و تر شوندگی

Fig. 7. Comparison of model simulation results with experimental data of unsaturated Pearl clay under triaxial compression and wetting loadings



شکل ۸. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی رس پیارل نیمه‌اشباع تحت بارگذاری تراکم همسانگرد زهکشی نشده

Fig. 8. Comparison of model simulation results with experimental data of unsaturated Pearl clay under undrained isotropic compression loading



شکل ۹. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی رس پیارل نیمه‌اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری زهکشی نشده

Fig. 9. Comparison of model simulation results with experimental data of unsaturated Pearl clay under undrained triaxial compression loading

نتایج نشان دهنده این رفتار بوده که با کاهش مکش در حین اعمال برش در شرایط زهکشی نشده و اعمال تنش خالص میانگین ثابت، درجه اشباع افزایش یافته است. از طرفی مقاومت زهکشی نشده خاک به خوبی و با دقت بالا توسط شبیه‌سازی الگو پیش‌بینی شده و از طرفی بر خلاف خاک اشباع در شرایط زهکشی نشده، تغییر حجم در خاک نیمه‌اشباع در شرایط زهکشی نشده رخ می‌دهد.

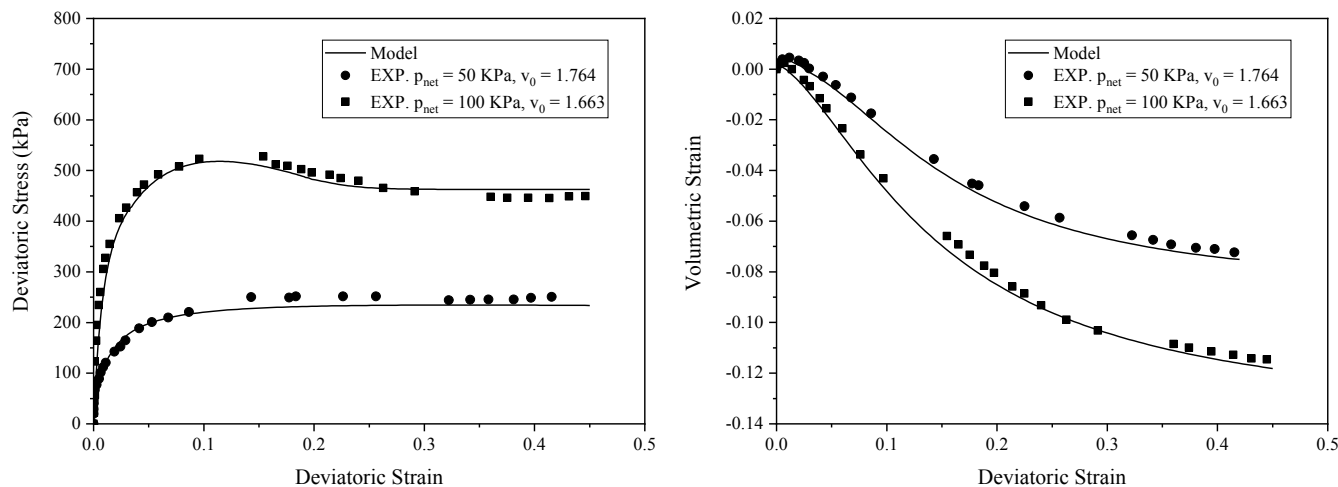
#### ۶-۶- آزمایش زهکشی شده و زهکشی نشده بر روی ماسه کرنل

کارایی الگوی حاضر به منظور شبیه‌سازی رفتار ماسه نیمه‌اشباع در شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی

همان‌طور که در شکل ۸ مشخص است، الگوی پیشنهادی به طور قابل قبولی رفتار مکانیکی و هیدرولیکی خاک رس نیمه‌اشباع تحت شرایط زهکشی نشده را شبیه‌سازی کرده است.

در شکل ۹ مقایسه بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج شبیه‌سازی الگو برای آزمایش تراکم سه محوری زهکشی نشده نشان داده شده است. در این آزمایش در حین بارگذاری تنش خالص میانگین ثابت ۲۰۰ کیلوپاسکال به نمونه خاک اعمال شده است. نسبت پوکی و درجه اشباع اولیه نمونه خاک به ترتیب ۱/۲۳ و ۵۵/۲ درصد و میزان مکش اولیه ۸۵/۴ کیلوپاسکال بوده است.

همان‌طور که در شکل ۹ مشخص است، الگوی پیشنهادی پیش‌بینی صحیحی از رفتار تنش - کرنش و نگهداشت آب نمونه خاک داشته و



شکل ۱۰. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی ماسه کرنل نیمه‌اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری زهکشی شده

Fig. 10. Comparison of model simulation results with experimental data of unsaturated Kurnell sand under drained triaxial compression loading

۴۰۳ کیلوپاسکال و آب محتوی در این آزمایش ثابت نگه داشته شده است. همان‌طور که در شکل ۱۱ مشخص است، الگوی حاضر به درستی و با دقت بالا نتایج آزمایشگاهی و رفتار برشی و حجمی در شرایط زهکشی نشده در مکش اعمالی (۴۰۰ کیلوپاسکال) را پیش‌بینی کرده است.

#### ۷- نتیجه‌گیری

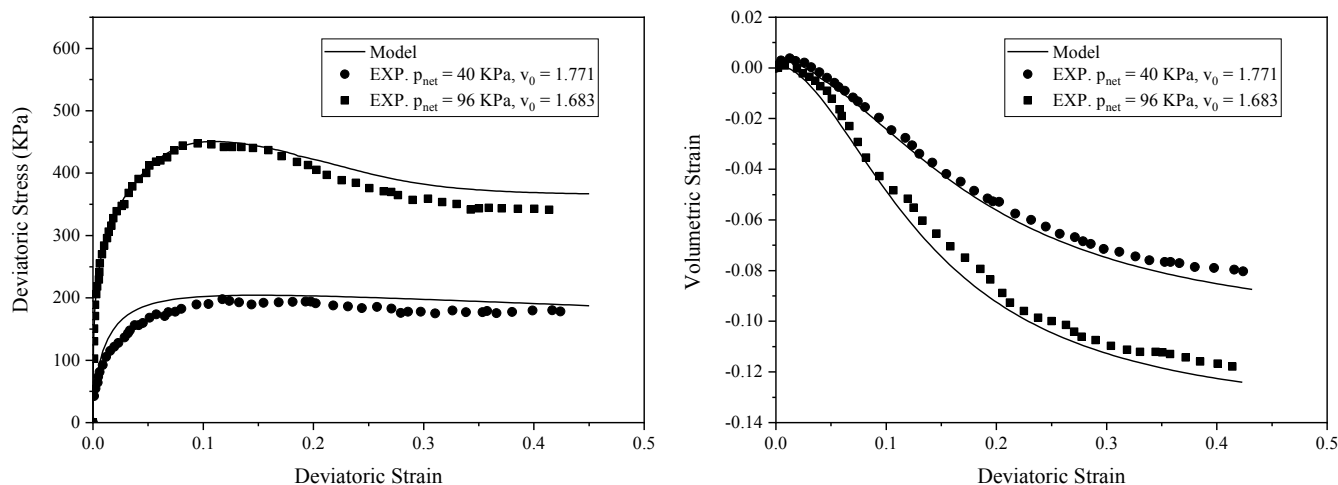
در این مقاله جهت شبیه‌سازی یکپارچه رفتار کشسان - خمیری طیف وسیعی از خاک‌ها ناشی از بارگذاری و باربرداری، نظریه سطح پیرامونی در نظر گرفته شده و همچنین از مفاهیم حالت بحرانی و خط تراکم همسانگرد محدود کننده استفاده شده است. کرنش حجمی خمیری و مکش بافتی هر دو به عنوان فراسنج‌های سخت شونده معرفی شده است. اثر توأمان جریان سیال و میدان‌های تغییر شکل با استفاده از فراسنج تنش مؤثر و منحنی مشخصه خاک - آب در نظر گرفته شده است. از جمله ویژگی‌های کلیدی الگوی یکپارچه پیشنهادی می‌توان به مواردی همچون کاربرد و کارایی الگو در هر دو حالت اشباع و نیمه‌اشباع خاک در چهارچوب یکپارچه، ارائه و توسعه قانون اتساع عمومی برای شبیه‌سازی رفتار اتساع رس و ماسه در قالب رابطه‌ای واحد، توسعه الگو بر اساس مفهوم سطح پیرامونی و شبیه‌سازی رفتار انتقال هموار از حالت کشسان به خمیری، کاهش تعداد فراسنج‌های الگو و

ارائه شده توسط راسل<sup>۱</sup> و خلیلی [۳۰] بر روی نمونه خاک ماسه کرنل بررسی شده است. نتایج آزمایش مکش کنترل تراکم سه محوری توسط راسل و خلیلی گزارش شده است.

در شکل ۱۰ مقایسه بین نتایج پیش‌بینی شده توسط الگو و نتایج آزمایشگاهی برای آزمایش تراکم سه محوری زهکشی شده نشان داده شده است. حجم مخصوص اولیه نمونه خاک اول و دوم به ترتیب ۱/۷۶۴ و ۱/۶۶۳، تنش خالص میانگین اولیه اعمالی به نمونه اول و دوم به ترتیب ۵۰ و ۱۰۰ کیلوپاسکال و مکش در هر دو نمونه ۴۰۰ کیلوپاسکال ثابت نگه داشته شده است.

همان‌طور که در شکل ۱۰ مشخص است، نتایج شبیه‌سازی الگوی حاضر از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. رفتار برشی و حجمی در مکش اعمالی (۴۰۰ کیلوپاسکال) به درستی پیش‌بینی شده است.

در شکل ۱۱ مقایسه بین نتایج پیش‌بینی شده توسط الگو و نتایج آزمایشگاهی برای آزمایش تراکم سه محوری زهکشی نشده نشان داده شده است. حجم مخصوص اولیه نمونه خاک اول و دوم به ترتیب ۱/۷۷۱ و ۱/۶۸۳، تنش خالص میانگین اولیه اعمالی به نمونه اول و دوم به ترتیب ۴۰ و ۹۶ کیلوپاسکال، مکش اعمالی به نمونه اول و دوم به ترتیب ۴۱۰ و



شکل ۱۱. مقایسه نتایج شبیه‌سازی الگو با داده‌های آزمایشگاهی ماسه کرنل نیمه‌اشباع تحت بارگذاری تراکم سه محوری زهکشی نشده

**Fig. 11. Comparison of model simulation results with experimental data of unsaturated Kurnell sand under undrained triaxial compression loading**

به خمیری، نرم شوندگی و سخت شوندگی تنش، اتساع کرنش و همچنین رفتار انتقال حالت است. در پژوهش حاضر، به منظور پیاده‌سازی الگوی رفتاری پیشنهادی از روش ضمنی استفاده شد، نتایج حاصله بیانگر این مطلب است که روش ضمنی به خوبی قرارگیری نقطه تنش بر روی سطح تسلیم را تضمین و مشخص شد این روش دارای دقت و همگرایی بالایی است و به طور قابل قبولی می‌توان از روش ضمنی جهت پیاده‌سازی الگوهای رفتاری استفاده نمود.

### منابع

- [1] C. Zhang, N. Lu, Unified Effective Stress Equation for Soil, *Journal of Engineering Mechanics*, 146(2) (2020) 04019135.
- [2] S.K. Thota, T.D. Cao, F. Vahedifard, E. Ghazanfari, An Effective Stress Model for Unsaturated Soils at Elevated Temperatures, in: *Geo-Congress 2020*, 2020, pp. 358-366.
- [3] P. Lin, L. Tang, P. Ni, Generalized Plastic Mechanics-Based Constitutive Model for Estimation of Dynamic Stresses in Unsaturated Subgrade Soils, *International Journal of Geomechanics*, 20(7) (2020) 04020084.

سهولت پیاده‌سازی آن در کدها و نرم‌افزارهای اجزاء محدود به دلیل استفاده از دیدگاه تنش مؤثر، استفاده از قانون سخت شوندگی مکش در دیدگاه تنش مؤثر به منظور در نظر گرفتن اثر عامل مکش در حالت نیمه‌اشباع، در نظر گرفتن اثر اندرکنش بین رفتار مکانیکی و هیدرولیکی و همچنین اثر پسماند هیدرولیکی از طریق منحنی مشخصه خاک - آب و وابستگی آن به نسبت پوکی بدون معرفی فراسنج جدیدی برای خاک، پیاده‌سازی عددی الگو با استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی ضمنی، اشاره کرد. تمایز شاخص الگوی پیشنهادی، یکپارچه بودن الگو از لحاظ توانایی الگو در پیش‌بینی رفتار طیف وسیعی از خاک‌ها در عین استفاده از کمترین تعداد فراسنج‌ها می‌باشد. ویژگی‌ها و قابلیت‌های اساسی الگو از طریق مقایسه نتایج شبیه‌سازی با تعدادی داده آزمایشگاهی صحت‌سنجی شده است. نتایج حاصله نشان‌دهنده دقت و صحت الگوی پیشنهادی در شبیه‌سازی رفتار هر دو نوع خاک رس و ماسه در هر دو حالت اشباع و نیمه‌اشباع و شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده در مسیرهای تنش مکانیکی و هیدرولیکی یکنواخت بوده است. همچنین نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که الگوی ارائه شده ویژگی‌های رفتاری طیف وسیعی از خاک‌ها از جمله رس و ماسه در چگالی‌ها، نسبت‌های بیش‌تحکیمی و سطوح تنش مختلف، به خوبی پیش‌بینی کرده، که این ویژگی‌ها شامل رفتار انتقال هموار از حالت کشسان

- [15] E.E. ALONSO, N.M. PINYOL, A. GENS, Compacted soil behaviour: initial state, structure and constitutive modelling, *Géotechnique*, 63(6) (2013) 463-478.
- [16] M. Kadivar, K.N. Manahiloh, V.N. Kaliakin, A Bounding Surface Based Constitutive Model for Unsaturated Granular Soils, in: *Geo-Congress 2019*, 2019, pp. 833-843.
- [17] S.J. Wheeler, Inclusion of specific water volume within an elasto-plastic model for unsaturated soil, *Canadian Geotechnical Journal*, 33(1) (1996) 42-57.
- [18] P. Dangla, L. Malinsky, O. Coussy, Plasticity and imbibition-drainage curves for unsaturated soils: a unified approach, in: *Numerical models in geomechanics: NUMOG VI*, 1997, pp. 141-146.
- [19] J. Vaunat, E. Romero, C. Jommi, An elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated soils, in: *Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils*, CRC Press, 2000, pp. 129-146.
- [20] S.J. Wheeler, R.S. Sharma, M.S.R. Buisson, Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils, *Géotechnique*, 53(1) (2003) 41-54.
- [21] K. Terzaghi, *T.S. Mechanics*, J. Wiley, Sons, New York, (1943).
- [22] A.W. Bishop, The Principle of Effective Stress, *Teknisk Ukeblad*, 39 (1959) 859-863.
- [23] N. Khalili, M.H. Khabbaz, A unique relationship for  $\chi$  for the determination of the shear strength of unsaturated soils, *Géotechnique*, 48(5) (1998) 681-687.
- [24] N. KHALILI, S. ZARGARBASHI, Influence of hydraulic hysteresis on effective stress in unsaturated soils, *Géotechnique*, 60(9) (2010) 729-734.
- [25] S.J. Wheeler, V. Sivakumar, An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil, *Géotechnique*, 45(1) (1995) 35-53.
- [26] B. Loret, N. Khalili, A three-phase model for unsaturated soils, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 24 (2000) 893-927.
- [27] Y.F. Dafalias, E.P. Popov, A model of nonlinearly hardening materials for complex loading, *Acta*
- [4] G.M. Rotisciani, A. Desideri, A. Amorosi, Unsaturated structured soils: constitutive modelling and stability analyses, *Acta Geotechnica*, 16(11) (2021) 3355-3380.
- [5] H. Ghasemzadeh, S.A. Ghoreishian Amiri, A hydro-mechanical elastoplastic model for unsaturated soils under isotropic loading conditions, *Computers and Geotechnics*, 51 (2013) 91-100.
- [6] G. Cai, B. Han, M. Li, K. Di, Y. Liu, J. Li, T. Wu, Numerical Implementation of a Hydro-Mechanical Coupling Constitutive Model for Unsaturated Soil Considering the Effect of Micro-Pore Structure, *Applied Sciences*, 11(12) (2021) 5368.
- [7] J. Fang, Y. Feng, Elastoplastic Model and Three-Dimensional Method for Unsaturated Soils, *Shock and Vibration*, 2020 (2020) 8592628.
- [8] E. Gholizadeh, M. Latifi, A coupled hydro-mechanical constitutive model for unsaturated frictional and cohesive soil, *Computers and Geotechnics*, 98 (2018) 69-81.
- [9] E.E. Alonso, A. Gens, A. Josa, A constitutive model for partially saturated soils, *Géotechnique*, 40(3) (1990) 405-430.
- [10] J. Kodikara, New framework for volumetric constitutive behaviour of compacted unsaturated soils, *Canadian Geotechnical Journal*, 49(11) (2012) 1227-1243.
- [11] W. Fuentes, T. Triantafyllidis, Hydro-mechanical hypoplastic models for unsaturated soils under isotropic stress conditions, *Computers and Geotechnics*, 51 (2013) 72-82.
- [12] A. Zhou, D. Sheng, An advanced hydro-mechanical constitutive model for unsaturated soils with different initial densities, *Computers and Geotechnics*, 63 (2015) 46-66.
- [13] J. Li, Z.-Y. Yin, Y.-J. Cui, K. Liu, J.-H. Yin, An elastoplastic model of unsaturated soil with an explicit degree of saturation-dependent CSL, *Engineering Geology*, 260 (2019) 105240.
- [14] D. Gallipoli, A. Gens, R. Sharma, J. Vaunat, An elastoplastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour, *Géotechnique*, 53(1) (2003) 123-135.



- initial void ratios, *Journal of Hydrology*, 542 (2016) 731-743.
- [39] A. TARANTINO, A water retention model for deformable soils, *Géotechnique*, 59(9) (2009) 751-762.
- [40] A.Y. Pasha, A. Khoshghalb, N. Khalili, Hysteretic Model for the Evolution of Water Retention Curve with Void Ratio, *Journal of Engineering Mechanics*, 143(7) (2017) 04017030.
- [41] R. Brooks, T. Corey, HYDRAU uc properties of porous media, *Hydrology Papers*, Colorado State University, 24 (1964) 37.
- [42] N. Khalili, M.A. Habte, S. Zargarbashi, A fully coupled flow deformation model for cyclic analysis of unsaturated soils including hydraulic and mechanical hystereses, *Computers and Geotechnics*, 35(6) (2008) 872-889.
- [43] D.J. Henkel, The Effect of Overconsolidation on the Behaviour of Clays During Shear, *Géotechnique*, 6(4) (1956) 139-150.
- [44] Y. Zhang, S. Zuo, R.Y.M. Li, Y. Mo, G. Yang, M. Zhang, Experimental study on the mechanical properties of Guiyang red clay considering the meso micro damage mechanism and stress path, *Scientific Reports*, 10(1) (2020) 17449.
- [45] Y.-F. Jin, Z.-Y. Yin, S.-L. Shen, P.-Y. Hicher, Investigation into MOGA for identifying parameters of a critical-state-based sand model and parameters correlation by factor analysis, *Acta Geotechnica*, 11(5) (2016) 1131-1145.
- [46] S. Sasitharan, P.K. Robertson, D.C. Segor, N.R. Morgenstern, State-boundary surface for very loose sand and its practical implications, *Canadian Geotechnical Journal*, 31(3) (1994) 321-334.
- [47] D.a. Sun, D. Sheng, S.W. Sloan, Elastoplastic modelling of hydraulic and stress-strain behaviour of unsaturated soils, *Mechanics of Materials*, 39(3) (2007) 212-221.
- [48] D.A. Sun, D. Sheng, L. Xiang, S.W. Sloan, Elastoplastic prediction of hydro-mechanical behaviour of unsaturated soils under undrained conditions, *Computers and Geotechnics*, 35(6) (2008) 845-852.
- Mechanica*, 21(3) (1975) 173-192.
- [28] R.D. Krieg, A Practical Two Surface Plasticity Theory, *Journal of Applied Mechanics*, 42(3) (1975) 641-646.
- [29] H.S. Yu, CASM: a unified state parameter model for clay and sand, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22(8) (1998) 621-653.
- [30] A.R. Russell, N. Khalili, A unified bounding surface plasticity model for unsaturated soils, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(3) (2006) 181-212.
- [31] B. Loret, N. Khalili, An effective stress elastic-plastic model for unsaturated porous media, *Mechanics of Materials*, 34(2) (2002) 97-116.
- [32] K. Hashiguchi, General Description of Elastoplastic Deformation/Sliding Phenomena of Solids in High Accuracy and Numerical Efficiency: Subloading Surface Concept, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 20(4) (2013) 361-417.
- [33] X.S. Li, Y.F. Dafalias, Dilatancy for cohesionless soils, *Géotechnique*, 50(4) (2000) 449-460.
- [34] Y.J. Cui, P. Delage, Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt, *Géotechnique*, 46(2) (1996) 291-311.
- [35] K.K. Muraleetharan, C. Liu, C. Wei, T.C.G. Kibbey, L. Chen, An elastoplastic framework for coupling hydraulic and mechanical behavior of unsaturated soils, *International Journal of Plasticity*, 25(3) (2009) 473-490.
- [36] D.M. Pedroso, D.J. Williams, A novel approach for modelling soil-water characteristic curves with hysteresis, *Computers and Geotechnics*, 37(3) (2010) 374-380.
- [37] W.-H. Zhou, K.-V. Yuen, F. Tan, Estimation of soil-water characteristic curve and relative permeability for granular soils with different initial dry densities, *Engineering Geology*, 179 (2014) 1-9.
- [38] F. Tan, W.-H. Zhou, K.-V. Yuen, Modeling the soil water retention properties of same-textured soils with different

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*R. Ostovari, E. Taheri, S. A. Ghoreishian Amiri, A Coupled Unified Elastoplastic Model of Soil, Based on Bounding Surface Theory in Saturated and Unsaturated States, Amirkabir J. Civil Eng., 54(12) (2023) 4527-4550.*

**DOI:** 10.22060/ceej.2022.20603.7476

