

Resistive Load Effect on Chaotic Dynamic of a Nonlinear Piezoelectric Energy Harvester with Elastic Stoppers

Reza Ebrahimi^{1*}, Mahdi Ghasemi-Varnamkhasti²

¹ Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran.

² Department of Mechanical Engineering of Biosystem, Shahrekord University, Shahrekord, Iran.

ABSTRACT: Recently, converting ambient vibrational energy into useful electric energy through energy harvesters has been attracted worldwide attention due to its application in realizing self-powered operation of wireless sensors. Piezoelectric energy harvesters are usually equipped with elastic stoppers to prevent damage to the piezoelectric layer when the oscillating structure is attacked by sudden overloads. However, elastic stoppers cause nonlinear piecewise forces, which can lead to irregular voltage response of the system. So, in this paper, the resistive load is used as the control parameter to increase range of periodic voltage and avoid the appearance of irregular response of a bi-directional piezoelectric vibration energy harvester with the elastic stoppers. The governing electromechanical equations are extracted and solved by the Runge–Kutta method. The nonlinear dynamic response is analyzed using bifurcation plot, phase plane, power spectrum plot and Poincaré map. In order to validate simulation results, experiments have been carried out. Various nonlinear behaviors such as multi periodic and chaotic responses are observed, which are affected by the resistive load. Also, the results show that a higher value of resistive load can lead to a wider range of periodic responses of the system. The results of this study can provide a methodology to optimize system parameters according to vibration conditions of different environments.

Review History:

Received: Apr.25, 2025

Revised: May, 25, 2025

Accepted: Jun. 01, 2025

Available Online: Jun. 02, 2025

Keywords:

Piezoelectric

Bi-directional Energy Harvesting

Vibrational Test

Chaos

Elastic Stoppers

1- Introduction

With development of battery-free electronic devices and wireless sensor networks (WSNs), harvesting energy from external sources present in the environment has seen an increasing interest during recent years [1-3]. Vibration energy is very often present in nature and abundant. Electrostatic, electromagnetic and piezoelectric are common mechanisms for converting ambient vibration energy into electrical energy [4].

Vibration piezoelectric energy harvesters are usually equipped with elastic stoppers, to prevent damage of the piezoelectric elements when the harvester is attacked by shock forces. Utilizing elastic stoppers introduces the nonlinearity due to the piecewise contact force, which can lead to irregular voltage response of the system. The complexity of the voltage responses is the major challenge in designing the rectifier circuits. Therefore, some studies focus on the nonlinear vibration energy harvesters. Stanton et al. [5] studied nonlinear behavior of a bistable piezoelectric generator. They indicated that suitable distance between two magnets can be obtained by considering the magnet spacing as bifurcation parameter. Friswell et al. [6] modelled a nonlinear piezoelectric inverted beam with tip mass. They found that the effective operating frequency bandwidth can be extended, when the beam is near buckling.

Despite the availability of researches that concentrate

on the nonlinear vibration energy harvesters, bifurcation behavior and routes to chaos in a bi-directional vibration-based piezoelectric energy harvester equipped with nonlinear elastic stoppers has not been reported in the literature yet. Therefore, in this study the effects of excitation frequency and resistive load on the chaotic behavior of the vibration-based piezoelectric energy harvester are investigated.

2- Mathematical modelling

As shown in Fig. 1, two uniform beams with length L , width b , thickness h_b , Young's modulus E_b and mass per unit

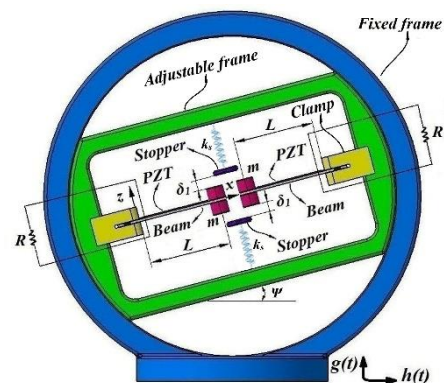


Fig. 1. Schematic of the bi-directional tunable piezoelectric energy harvesting system with elastic stoppers.

*Corresponding author's email: rebrahimi@yu.ac.ir

length m_b are studied. The x -axis is along the undeflected axis of the beam and $w(x,t)$ is the transverse deflection of the beam relative to its base (along the z -axis). A piezoelectric layer is extended on the top surface of each beam. Each piezoelectric layer has mass per unit length m_p , thickness h_p and Young's modulus E_p . The boundary conditions of the beams are considered as clamped at one end and free at the other end. A lumped mass m is attached to each beam at $x=L$. In order to protect the piezoelectric layers during an overload situation, two stoppers are included in the harvester design. The equilibrium gap at each stopper is δ_l . The collision between the stopper and the lumped mass is modeled using a contact spring with stiffness k_s . The angular position of the adjustable frame is characterized by the angle θ with respect to the horizontal direction. The harvester is subject to excitations due to base motion. The translational motions of the base along the vertical and horizontal directions are described by the $g(t)$ and $h(t)$, respectively. Equivalent circuit model for each piezoelectric layer comprises a current source in series with a load resistance R .

The electromechanical equations can be attained by applying the Lagrange's equation:

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) + \chi v(t) = F(t) - M_0\ddot{Z}(t) - C_0\dot{Z}(t) \quad (1)$$

$$C_p\dot{v}(t) + \frac{v(t)}{R} - \chi\dot{q}(t) = 0 \quad (2)$$

Where

$$M = (m_b + m_p) \int_0^L \varphi^2(x) dx + m \cdot \varphi^2(L) \quad (3)$$

$$M_0 = (m_b + m_p) \int_0^L \varphi(x) dx + m \cdot \varphi(L) \quad (4)$$

$$C = c \int_0^L \varphi^2(x) dx \quad (5)$$

$$C_0 = c \int_0^L \varphi(x) dx \quad (6)$$

$$K = (E_b I_b + E_p I_p) \int_0^L (\varphi''(x))^2 dx \quad (7)$$

$$\chi = \vartheta \varphi'(L) \quad (8)$$

$$Z(t) = g(t) \cos \psi - h(t) \sin \psi \quad (9)$$

Table 1. The physical parameters of the bi-directional tunable piezoelectric energy harvester.

Parameter	Value
Inclination angle, θ (Rad)	$\pi/6$
Length of the beam, L (mm)	67.5
Load resistance, R (k Ω)	340
Lumped mass, m (gr)	5
Mass density of the beam, ρ_b (kg/m ³)	7165
Mass density of the PZT, ρ_p (kg/m ³)	7800
Piezoelectric constant, e_{31} (C/m ²)	-12.54
Piezoelectric permittivity, ϵ_{33}^s (nF/m)	15.93
Stopper stiffness, k_s (N/m)	100
Thickness of the beam, h_b (mm)	1
Thickness of the PZT, h_p (mm)	0.4
Width of the beam, b (mm)	20
Young's modulus of the beam, E_b (GPa)	100
Young's modulus of the PZT, E_p (GPa)	66

$$F(t) = \begin{cases} 0 & w(L,t) \leq \delta_l \\ k_s (w(L,t) - \delta_l) & w(L,t) > \delta_l \end{cases} \quad (10)$$

3- Results and discussion

In this section, the numerical simulations in MATLAB software package are performed to evaluate the influence of resistive load and excitation frequency on the nonlinear dynamic behavior of the harvester. The parameter values used in the analysis are presented in Table 1.

The bifurcation diagrams in Fig. 2 exhibit the effect of the excitation frequency on the responses of the harvester for different values of $R=100$ k Ω , $R=340$ k Ω and $R=500$ k Ω . Comparing the bifurcation diagrams indicates that a change in the resistive load can significantly alter the nonlinear responses of the harvester. So, the resistive load can be used as a tuning parameter. Also, by increasing the resistive load, wider range of periodic responses can be obtained.

4- Experiment

The entire experimental platform is illustrated in Fig. 3.

To verify the validity of the simulation model, the simulated and measured powers versus resistive load are calculated and graphically illustrated in Fig. 4.

5- Conclusion

To predict the role of the resistive load in the nonlinear dynamic behavior of a piezoelectric vibration energy harvester with elastic stoppers, an electromechanical model is developed and experimentally validated in this study. It is found that, by increasing the resistive load, wider range of periodic responses can be obtained. Also, the harvester with

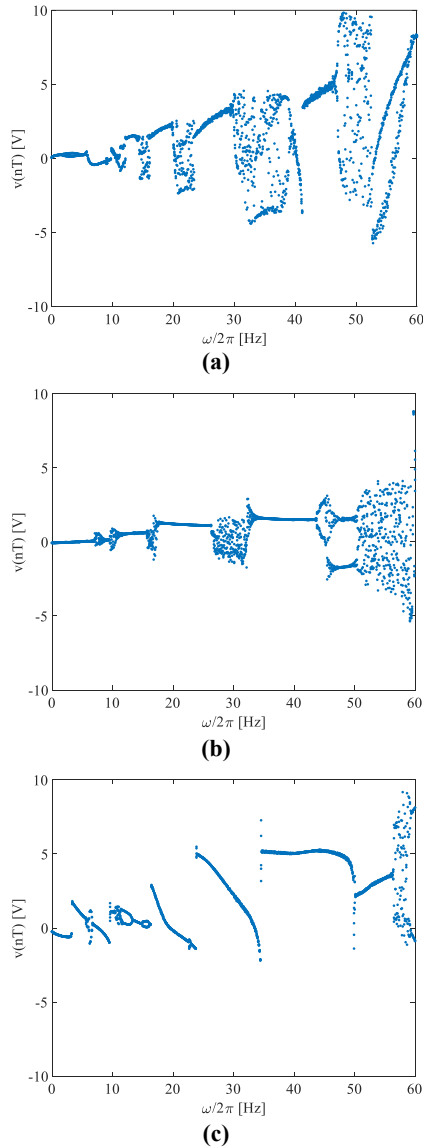


Fig. 2. Bifurcation diagrams of $v(nT)$ versus excitation frequency ω at (a) $R=100\text{ k}\Omega$ (b) $R=340\text{ k}\Omega$ (c) $R=500\text{ k}\Omega$.

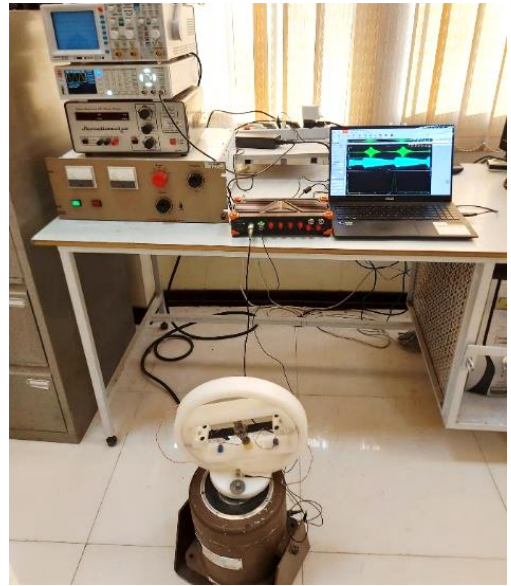


Fig. 3. Equipment used in the experiment.

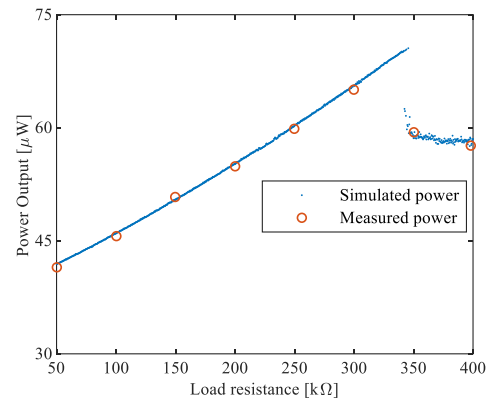


Fig. 4. Simulated and measured powers versus resistive load at $\Omega/2\pi=44.0\text{ Hz}$.

resistive load $R=100\text{ k}\Omega$ passes through a chaotic situation and settles itself in a periodic steady state regime at high excitation frequencies.

References

- [1] E. Kabir, P. Kumar, S. Kumar, A. A. Adelodun, K. H. Kim, Solar energy: Potential and future prospects, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 82(1) (2018) 894-900.
- [2] J. M. McCarthy, S. Watkins, A. Deivasigamani, S. J. John, Fluttering energy harvesters in the wind: A review, *Journal of Sound and Vibration*, 361 (2016) 355-377.
- [3] C. Wei, X. Jing, A comprehensive review on vibration energy harvesting: Modelling and realization, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 74 (2017) 1-18.
- [4] N. Sezer, M. Koç, A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting, *Nano Energy*, 80 (2021) 105567.
- [5] S. C. Stanton, C. C. McGehee, B. P. Mann, Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: Investigation of a bistable piezoelectric inertial generator, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 239(10) (2010) 640-653.
- [6] M. I. Friswell, S. F. Ali, O. Bilgen, S. Adhikari, A. W. Lees, A. G. Litak, Non-linear piezoelectric vibration energy harvesting from a vertical cantilever beam with tip mass, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 23(13) (2012) 1505-1521.



تأثیر بار مقاومتی روی دینامیک آشوبناک یک برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک غیرخطی با متوقف‌کننده‌های الاستیک

رضا ابراهیمی^{۱*}، مهدی قاسمی ورنامخواستی^۲

۱- گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران.

۲- گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۴/۰۲/۰۵

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۳/۰۴

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۳/۱۲

کلمات کلیدی:

پیزوالکتریک

برداشت‌کننده انرژی دوجبهته

تست ارتعاشی

آشوب

متوقف‌کننده‌های الاستیک

خلاصه: اخیراً، تبدیل انرژی ارتعاشات محیط به انرژی الکتریکی مفید توسط برداشت‌کننده‌ها، توجه زیادی را به خود جلب کرده است که ناشی از کاربرد آن در خودتوان نمودن حسگرهای بدون سیم است. برداشت‌کننده‌های انرژی پیزوالکتریک معمولاً با متوقف‌کننده‌های الاستیک مجهز می‌شوند تا هنگامی که سازه در حال ارتعاش، در معرض بیش‌بارهای ناگهانی قرار می‌گیرد، از آسیب به لایه پیزوالکتریک جلوگیری نمایند. هرچند، متوقف‌کننده‌های الاستیک نیروهای تکه‌ای غیرخطی را ایجاد می‌کنند که منجر به پاسخ ولتاژ نامنظم سیستم می‌شوند. بنابراین در این مقاله، بار مقاومتی به عنوان پارامتر کنترلی برای افزایش محدوده پاسخ ولتاژ پریودیک و اجتناب از وقوع پاسخ نامنظم یک برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی پیزوالکتریک دو جبهه با متوقف‌کننده‌های الاستیک، استفاده شده است. معادلات الکترومکانیکال حاکم استخراج گردیده و با روش رانج - کوتا حل شده‌اند. پاسخ دینامیک غیرخطی با استفاده از نمودار دوشاخگی، صفحه فاز، نمودار طیف توان و نقشه پوانکاره تحلیل شده است. برای اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی، آزمایش‌هایی نیز انجام شده است. رفتارهای غیرخطی متنوعی از جمله پاسخ‌های چندپریودیک و آشوبناک مشاهده شده است که تحت تأثیر بار مقاومتی قرار دارند. همچنین نتایج نشان داد که مقادیر بالاتر بار مقاومتی می‌تواند منجر به محدوده گسترده‌تری از پاسخ‌های پریودیک سیستم شود. نتایج این مطالعه می‌تواند راهکارهایی را برای بهینه‌سازی پارامترهای سیستم مطابق با شرایط ارتعاشی محیط‌های مختلف ارائه نماید.

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، تمایل به ساخت دستگاه‌های الکترونیکی قابل حمل بدون باتری و همچنین شبکه حسگرهای بدون سیم^۱ (WSNs) باعث شده است که تحقیقات بسیاری روی روش‌های برداشت انرژی از منابع انرژی تجدیدپذیر محیط متمرکز شوند. محیط اطراف دارای منابع انرژی زیادی از جمله انرژی خورشید [۱]، باد [۲]، گرما [۳]، امواج رادیویی [۴]، ارتعاشات [۵] و ... است. از میان منابع انرژی که به آنها اشاره شد، تمرکز این مقاله بر برداشت انرژی از ارتعاشات محیط است.

روش‌های برداشت انرژی از ارتعاشات، عمدتاً مبتنی بر سه روش الکترومغناطیس، الکترواستاتیک و پیزوالکتریک می‌باشند. برداشت‌کننده‌های انرژی الکترومغناطیس، بر اساس قانون القای الکترومغناطیس فارادی کار می‌کنند. مطابق با این قانون، زمانی که چگالی شار مغناطیسی درون

1. Wireless Sensor Networks

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: rebrahimi@yu.ac.ir



فرکانس ۱۲/۵ هرتز دارد.

فان و همکاران [۱۷] یک برداشت‌کننده دوجته را با قابلیت تبادل انرژی بین دو تیر پیزوالکتریک ارائه نمودند. نتایج نشان داد که این تبادل انرژی بین دو تیر که ناشی از کوپلینگ مغناطیسی است، تغییر شکل تیرها را در یک محدوده ایمن نگه داشته و از آسیب رسیدن به آنها جلوگیری می‌کند. همچنین به خاطر خاصیت غیرخطی به وجود آمده، فرکانس رزونانس با کاهش سطح تحریک، کاهش می‌یابد.

ساتو و ایگازاشی [۱۸] ارتعاشات آشوبناک یک برداشت‌کننده انرژی الکترومغناطیس را مطالعه نمودند. در این سیستم از یک هسته مغناطیسی برای ایجاد نیروی غیرخطی استفاده شده است. نتایج حاکی از وجود یک پیک فرکانسی باندپهن در محدوده ۲۰ تا ۵۰ هرتز می‌باشند. همچنین ناهای لب‌پایان وقوع آشوب را در محدوده ۶۰ تا ۶۵ هرتز تأیید می‌کند.

حلیم و همکاران در مطالعه دیگری [۱۹] یک برداشت‌کننده انرژی پهن‌بند مبتنی بر پیزوسرامیک را معرفی کرده‌اند که از ضربه مکانیکی برای برداشت انرژی از ارتعاشات با فرکانس پایین استفاده می‌کند. طرح ارائه شده، در بازه گسترده‌ای از ارتعاشات تصادفی فرکانس پایین عمل می‌کند. این دستگاه شامل یک تیر انعطاف‌پذیر پلیمری است که در هنگام ارتعاش با متوقف‌کننده پایه، در تعامل است و از طریق ضربه‌های غیرخطی، پهنای باند فرکانس را افزایش می‌دهد. استفاده از پلیمر باعث کاهش فرکانس تشدید، افزایش محدوده جابجایی، و تقویت بزرگ‌نمایی دینامیکی می‌شود. برداشت‌کننده انرژی پیشنهادی توانسته است توان تولیدی را به ۴۴۹ میکرووات در فرکانس ۱۷ هرتز برساند.

هی و همکاران [۲۰] یک برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک مبتنی بر ضربه با جرم غلتان ارائه کرده‌اند. این دستگاه شامل دو تیر پیزوالکتریک یک‌سر گیردار است که به‌صورت متقارن در دو انتهای باز یک کانال هدایت‌کننده قرار گرفته‌اند. یک ساچمه فولادی چرخان در داخل کانال به‌عنوان جرم متحرک عمل می‌کند. این ساچمه هنگام تحریک پایه در جهت موازی با کانال، آزادانه می‌چرخد و به تیرها ضربه می‌زند. این ضربات باعث ایجاد ارتعاشات در تیرها و تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی از طریق لایه‌های پیزوالکتریک می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که تحت تحریک پایه با شتاب 1.0g، حداکثر توان خروجی ۵۱۱ میکرووات در فرکانس ۱۸/۴ هرتز قابل دستیابی می‌باشد.

ژائو و یانگ [۲۱] یک برداشت‌کننده انرژی پهن‌بند پیزوالکتریک را که مجهز به یک متوقف‌کننده مکانیکی است، معرفی نمودند. این دستگاه

به منظور افزایش کرنش ایجاد شده در تیر، نسبت به یک ورودی معلوم، در انتهای آزاد آن، یک جرم متصل است [۱۰ و ۱۱].

برداشت‌کننده‌های انرژی پیزوالکتریک معمولاً با متوقف‌کننده‌های الاستیک مجهز می‌شوند تا هنگامی که سازه در حال ارتعاش، در معرض بیش‌بازهای ناگهانی قرار می‌گیرد، از آسیب به پیزوالکتریک جلوگیری نمایند. هرچند، به کارگیری متوقف‌کننده‌های الاستیک باعث تولید نیروهای غیرخطی تکه‌ای می‌شوند. اعمال نیروهای غیرخطی ناشی از برخورد یا ضربه به متوقف‌کننده‌های الاستیک، پاسخ ولتاژ نامنظم سیستم را به ازای برخی از پارامترها به دنبال خواهد داشت که مهمترین چالش در طراحی مدار یک‌سوساز^۱ برداشت‌کننده محسوب می‌شود. لذا مطالعه دینامیک غیرخطی برداشت‌کننده‌های انرژی ارتعاشی از اهمیت خاصی برخوردار است.

استانتون و همکاران [۱۲] رفتار آشوبناک یک برداشت‌کننده انرژی دوپایداره را که متشکل از آهنرباهای دائمی و یک تیر پیزوالکتریک است، بررسی کردند. پس از مدل‌سازی سیستم، با استفاده از نمودارهای دوشاخگی و انتخاب فاصله دو آهنربا به عنوان پارامتر کنترلی در آن نمودارها، فاصله مطلوب و مناسب بین دو آهنربا تعیین گردید.

فریزول و همکاران [۱۳] یک تیر پیزوالکتریک را به شکل پاندول معکوس مدل‌سازی نمودند. نتایج آنها نشان داد هنگامی که تیر نزدیک حالت کم‌انرژی قرار گیرد، پهنای باند فرکانسی سیستم به طور مؤثری می‌تواند افزایش یابد. تحلیل رفتار دوشاخگی همین سیستم نیز به ازای پارامترهای جرم انتهایی مختلف، در مطالعه دیگری توسط لیتاک و همکاران [۱۴] انجام شد.

اوزون و کورت [۱۵] اثر یک میدان مغناطیسی پریودیک که منجر به تولید یک نیروی غیرخطی است را روی پاسخ یک برداشت‌کننده پاندولی شکل پیزوالکتریک، مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان دهنده یک پدیده غیرخطی نرم‌شوندگی^۲ در پاسخ ولتاژ خروجی بود.

حلیم و همکاران [۱۶] به تحلیل یک سیستم برداشت انرژی پیزوالکتریک ضربه-ارتعاشی پرداخته‌اند. این دستگاه برای محیط‌های با ارتعاشات فرکانس پایین مرتبط با حرکت انسان طراحی شده است. مدل طراحی شده به این گونه می‌باشد که در اثر ضربه‌های دوره‌ای فرکانس پایین، تیر محرک، دو تیر پیزوالکتریک را به ارتعاش درمی‌آورد و فرکانس‌های تشدید بالاتری تولید می‌کند که موجب افزایش توان خروجی می‌شود. نمونه اولیه این دستگاه در مقایسه میکرو ساخته شد که قابلیت تولید توان ۱۲۹/۱۵ میکرووات را در

1. Rectifier circuit
2. Softening behavior

می‌تواند به طور همزمان از ارتعاشات پایه و جریان‌های بادی انرژی برداشت کند. مدل پیشنهادی شامل یک بدنه D شکل است که به یک تیر پیزوالکتریک متصل شده است و در پایین آن یک متوقف‌کننده مکانیکی قرار دارد. نتایج نشان داد که به ازای سرعت باد ۵/۵ متر بر ثانیه، تحریک پایه با شتاب $0.5g$ و فاصله ۱۹/۵ میلی‌متری بین متوقف‌کننده و بدنه D شکل، توان خروجی بین ۳ میلی‌وات در فرکانس ۱۷/۳ هرتز تا ۳/۸ میلی‌وات در فرکانس ۱۹/۱ هرتز قابل دستیابی است.

هو و همکاران [۲۲] یک چیدمان جدیدی را از متوقف‌کننده‌های مکانیکی در یک ژنراتور پیزوالکتریک دو درجه آزادی استفاده کردند. این متوقف‌کننده‌ها، به عنوان ایجادکننده نیروهای غیرخطی در معادلات سیستم به کار گرفته شده‌اند. حل تحلیلی سیستم با روش میانگین‌گیری به دست آمد. نتایج نشان داد که دامنه پاسخ ولتاژ می‌تواند با کاهش فاصله متوقف‌کننده افزایش یابد. همچنین یک افزایش $232/1\%$ و $289/8\%$ در پهنای باند سیستم نسبت به مدل خطی یک و دو درجه آزادی مشاهده گردید.

ژانگ و کین [۲۳] یک برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک با فرکانس قابل تنظیم و مجهز به یک مکانیزم ضربه‌ای را طراحی و مورد بررسی قرار دادند. در این دستگاه، ضربه به کمک یک ریسمان، به تیر پیزوالکتریک وارد می‌شود. با توجه به نتایج به دست آمده، این دستگاه می‌تواند برای محیط‌هایی با فرکانس پایین مورد استفاده قرار گیرد.

وی و همکاران [۲۴] و همچنین لی و همکاران [۲۵] از یک مکانیزم جدید با ساختاری شبیه X (قیچی شکل)، در طراحی یک برداشت‌کننده انرژی با قابلیت تنظیم فرکانس استفاده نمودند. نتایج حاکی از آن بود که با تنظیم برخی پارامترهای پیکربندی سازه مذکور، به راحتی می‌توان انرژی را از محیط‌های ارتعاشی با فرکانس‌های پایین استحصال نمود.

تؤدورو و همکاران [۲۶] یک مبدل انرژی ضربه‌ای پیزوالکتریک جدید را معرفی کردند. این سیستم شامل یک تیر یکسرگیردار با جرم کروی در انتهای آزاد آن است که در حین ارتعاش با غشاهای^۱ الاستیک ساکن برخورد می‌کند. لایه‌های پیزوالکتریک تعبیه‌شده در دو طرف تیر و غشاها، انرژی مکانیکی را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کنند. نتایج نشان می‌دهد که این سیستم برای محیط‌های ارتعاشی فرکانس پایین مناسب است. ضمن اینکه استفاده از غشاهای الاستیک و لایه‌های پیزوالکتریک می‌تواند بازدهی تولید انرژی را به‌طور قابل توجهی افزایش دهد.

کائو و همکاران [۲۷] یک سیستم برداشت‌کننده انرژی ضربه-ارتعاشی

را بر اساس یک تیر پیزوالکتریک با لایه‌های جداشونده طراحی کرده‌اند. این کار با هدف افزایش خروجی ولتاژ و پهنای باند فرکانسی انجام شده است. شبیه‌سازی‌های عددی و نتایج تجربی نشان می‌دهند که دو پیک ولتاژ، هم در ناحیه تشدید اول و هم در ناحیه تشدید دوم یافت می‌شوند. پیک ولتاژ و پهنای باند فرکانسی دستگاه برداشت‌کننده ضربه-ارتعاشی طراحی شده بزرگ‌تر از برداشت‌کننده معمولی می‌باشد. همچنین حداکثر توان برداشت‌کننده جدید، در ناحیه تشدید اول برابر با 0.605 میکرووات است که $12/6$ برابر بیشتر از برداشت‌کننده معمولی با توان 0.048 میکرووات تحت شتاب یکسان پایه می‌باشد.

چن و همکاران [۲۸] یک برداشت‌کننده انرژی هیبریدی دو درجه آزادی مبتنی بر ترکیب پیزوالکتریک و تریبولکتریک^۲ معرفی کرده‌اند. این سیستم شامل یک نوسانگر آونگی، تیر پیزوالکتریک و قسمت تریبولکتریک می‌باشد. نتایج نشان داد که این سیستم می‌تواند نوسانات با دامنه بزرگ را در یک پهنای باند وسیع و فرکانس‌های پایین ایجاد کند. حداکثر توان خروجی زیرسیستم پیزوالکتریک 0.93 میلی‌وات و زیرسیستم تریبولکتریک 0.053 میلی‌وات در فرکانس تحریک ۴ هرتز و دامنه تحریک ۱۵ میلی‌متر می‌باشد این مقادیر به ترتیب ۲۳ و ۳۸ برابر بزرگتر از برداشت‌کننده مشابهی هستند که در آن حرکت آونگ در نظر گرفته نشده است.

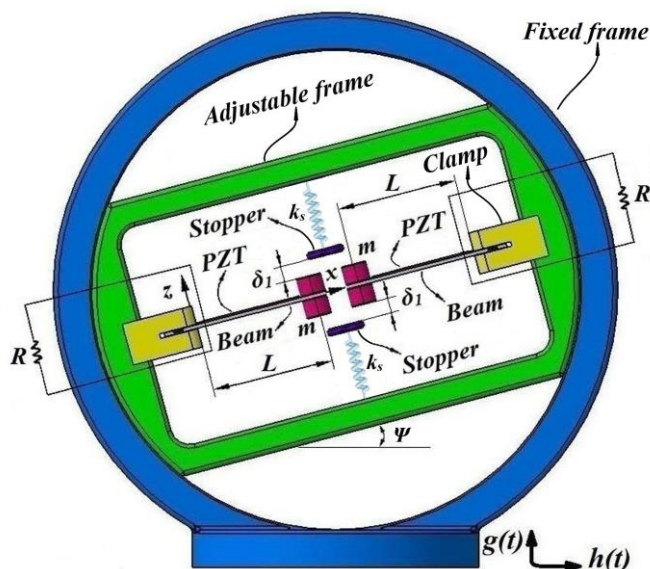
کائو و همکاران [۲۹] در مطالعه دیگری یک دستگاه برداشت انرژی پیزوالکتریک ضربه-ارتعاشی را به شکل چنگال^۳ طراحی نمودند. در این طرح از یک آونگ با طول قابل تنظیم برای تولید ضربه استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که سیستم قادر است توان 0.6 میلی‌وات و $6/4$ میلی‌وات را به ترتیب در فرکانس‌های ۵ هرتز و ۳۴ هرتز، تحت دامنه تحریک $0.5g$ تولید کند.

همان‌طور که مرور تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد، مدل‌های غیرخطی ارائه شده برای برداشت‌کننده‌های انرژی ارتعاشی، بیشتر با هدف تحلیل پاسخ فرکانسی، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین با وجود عوامل غیرخطی در این سیستم‌ها و احتمال وقوع رفتارهای غیرخطی نامنظم (پاسخ‌های زیرهارمونیک، پرش^۴، دوشاخگی و آشوبناک) در آنها، تأثیر پارامترهای فیزیکی مختلف بر وقوع این رفتارهای غیرخطی، در مطالعات بسیار کمی ارائه شده است. از این رو در مطالعه حاضر، مدل جدیدی از برداشت‌کننده انرژی دو جهته پیزوالکتریک با متوقف‌کننده‌های الاستیک

2. Triboelectric

3. Tuning fork

4. Jump



شکل ۱. مدل دستگاه برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک دوجهته با متوقف کننده های الاستیک

Fig. 1. Model of the bi-directional tunable piezoelectric energy harvesting device with elastic stoppers.

برای محافظت از لایه های پیزوالکتریک در شرایط بیشباری، دو متوقف کننده الاستیک در طراحی برداشت کننده در نظر گرفته شده است. در حالت تعادل، فاصله بین جرم متمرکز و متوقف کننده ها با δ_l نشان داده می شود. برخورد بین متوقف کننده و جرم متمرکز، مانند برخورد به یک فنر خطی با سختی k_s مدل می گردد. از اتلاف انرژی در متوقف کننده الاستیک، حین برخورد صرف نظر شده است. موقعیت زاویه ای قاب قابل تنظیم^۲، با زاویه ψ نسبت به افق مشخص می شود. برداشت کننده در معرض تحریک ناشی از حرکت پایه (قاب ثابت^۳) قرار دارد. حرکت انتقالی پایه در جهات قائم و افقی به ترتیب با $g(t)$ و $h(t)$ توصیف می شود.

انرژی جنبشی کلی سیستم Π_k جمع انرژی جنبشی جرم متمرکز، تیر و لایه پیزوالکتریسته است که عبارت است از:

$$\Pi_k = \frac{m_b + m_p}{2} \times \int_0^L \left(\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + \dot{g}(t) \cos \psi - \dot{h}(t) \sin \psi \right)^2 \right) dx + \frac{m}{2} \left(\left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial t} + \dot{g}(t) \cos \psi - \dot{h}(t) \sin \psi \right)^2 \right) \quad (1)$$

ارائه گردیده است. سپس اثر فرکانس تحریک و بار مقاومتی روی پاسخ دینامیک غیرخطی سیستم، توسط نمودارهای دوشاخگی، طیف توان، مقاطع پوانکاره و صفحه فاز بررسی شده است. در نهایت نتایج تئوری با نتایج تست حاصل از نصب برداشت کننده طراحی و ساخته شده بر روی یک لرزاننده، مقایسه شده است.

۲- پیکربندی دستگاه و مدل سازی تئوری

شکل ۱، مدل غیرخطی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک دوجهته جدیدی که در این مطالعه ارائه شده است را همراه با متوقف کننده های الاستیک، به طور شماتیک نشان می دهد. سیستم از دو تیر فلزی یکنواخت به طول L ، ضخامت h_b ، پهنای b ، جرم بر واحد طول m_b و مدول الاستیسیته E_b تشکیل شده است. محور x در امتداد طولی تیرها در نظر گرفته می شود و جابجایی عرضی تیر نسبت به پایه، با پارامتر $w(x,t)$ نشان داده می شود (در امتداد محور z). یک لایه پیزوالکتریک روی کل سطح بالایی هر تیر قرار گرفته است. لایه پیزوالکتریک دارای ضخامت h_p ، پهنای b ، جرم بر واحد طول m_p و مدول الاستیسیته E_p می باشد. لایه پیزوالکتریک، به مقاومت بار R متصل شده است. شرایط مرزی تیرها، به صورت یک سر گیردار – یک سر آزاد در نظر گرفته شده اند که به وسیله تکیه گاه ها^۱ ایجاد شده است. یک جرم متمرکز m به انتهای هر تیر ($x=L$) متصل گردیده است.

2. Adjustable frame
3. Fixed frame

1. Clamp

$$\begin{aligned}\Pi_p &= \frac{1}{2} \int_{v_b} \sigma_b \varepsilon_x dv_b + \frac{1}{2} \int_{v_p} (\sigma_p \varepsilon_x - D_3 E_z) dv_p \\ &= \frac{E_b I_b + E_p I_p}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \\ &\quad + g v(t) \int_0^L \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} dx - \frac{1}{2} C_p v^2(t)\end{aligned}\quad (7)$$

که v_p و v_b به ترتیب نشان‌دهنده حجم تیر اصلی و حجم لایه پیزوالکتریسته هستند. ضرایب I_p ، I_b و θ و C_p نیز به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

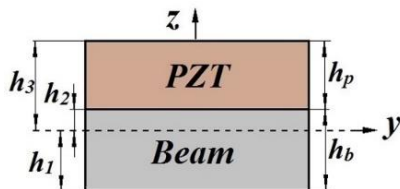
$$I_b = \frac{b(h_2^3 + h_1^3)}{3} \quad (8)$$

$$I_p = \frac{b(h_3^3 - h_2^3)}{3} \quad (9)$$

$$g = -\frac{e_{31} b (h_3^2 - h_2^2)}{2 h_p} \quad (10)$$

$$C_p = \frac{\varepsilon_{33}^s b L}{h_p} \quad (11)$$

همان طور که در مقطع عرضی تیر اصلی و لایه پیزوالکتریک نشان داده شده در شکل ۲ مشخص گردیده است، پارامتر h_1 فاصله بین سطح خنثی و سطح زیرین تیر اصلی است. پارامتر h_2 فاصله بین سطح خنثی و سطح بالایی تیر را نشان می‌دهد. پارامتر h_3 نیز معرف فاصله بین سطح خنثی تا سطح بالایی لایه پیزوالکتریک است.



شکل ۲. مقطع عرضی تیر و لایه پیزوالکتریک

Fig. 2. Cross section of the beam and piezoelectric layer.

که بالانویس نقطه، معرف مشتق نسبت به زمان t است. بر اساس تئوری تیر اوپلر-برنولی کرنش محوری ε_x و تنش متناظر σ_b در تیر می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (2)$$

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_x \quad (3)$$

براساس روابط بنیادین تئوری پیزوالکتریسته، معادلات الکترومکانیکال اولیه عبارت‌اند از [۳۰]:

$$\sigma_p = E_p \varepsilon_x - e_{31} E_z \quad (4)$$

$$D_3 = e_{31} \varepsilon_x + \varepsilon_{33}^s E_z \quad (5)$$

در معادلات بالا σ_p تنش در ماده پیزوالکتریک، e_{31} ثابت پیزوالکتریک^۱، E_z میدان الکتریکی، D_3 جابجایی الکتریکی^۲ و ε_{33}^s نشان‌دهنده گذردهی الکتریکی^۳ در کرنش ثابت می‌باشند. میدان الکتریکی یکنواخت ایجاد شده در لایه پیزوالکتریک برابر است با [۳۱]:

$$E_z = -\frac{v(t)}{h_p} \quad (6)$$

که $v(t)$ نشان‌دهنده ولتاژ ایجاد شده در لایه پیزوالکتریک است. انرژی پتانسیل Π_p ذخیره شده در سیستم، ناشی از اثرات مکانیکی و الکتریکی است که عبارت است از:

1. Piezoelectric constant
2. Electric displacement
3. Permittivity

که در معادله بالا، $\beta=0.5969\pi$ با جایگذاری معادله (۱۸) در معادلات (۱)، (۷) و (۱۶)، عبارت‌های مربوط به انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و انرژی اتلافی گسسته‌سازی می‌شوند. معادلات لاگرانژ برای یک سیستم الکترومکانیکال به صورت زیر بیان می‌شوند [۳۵، ۱۲]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \Pi_k}{\partial \dot{q}}\right) - \left(\frac{\partial \Pi_k}{\partial q}\right) + \left(\frac{\partial \Pi_p}{\partial \dot{q}}\right) + \left(\frac{\partial \Pi_d}{\partial \dot{q}}\right) = F(t) \quad (۱۹)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \Pi_k}{\partial \dot{v}}\right) - \left(\frac{\partial \Pi_k}{\partial v}\right) + \left(\frac{\partial \Pi_p}{\partial \dot{v}}\right) + \left(\frac{\partial \Pi_d}{\partial \dot{v}}\right) = Q(t) \quad (۲۰)$$

در معادلات بالا $F(t)$ نیروی تعمیم یافته و $Q(t)$ شارژ الکتریکی تولید شده در لایه پیزوالکتریک می‌باشد. نیروی تعمیم یافته اعمال شده به برداشت‌کننده پیزوالکتریک، ناشی از برخورد بین جرم متمرکز و متوقف‌کننده الاستیک است. بنابراین:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & w(L, t) \leq \delta_1 \\ k_s (w(L, t) - \delta_1) & w(L, t) > \delta_1 \end{cases} \quad (۲۱)$$

از طرفی با اعمال قانون اهم و همچنین قانون ولتاژ کریشهف^۱ روی مدار پیزوالکتریک متصل به مقاومت بار R خواهیم داشت [۳۵]:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{v(t)}{R} \quad (۲۲)$$

بنابراین معادلات غیرخطی الکترومکانیکال حاکم بر سیستم، با به کارگیری معادلات لاگرانژ، به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) + \chi v(t) = F(t) - M_0\ddot{Z}(t) - C_0\dot{Z}(t) \quad (۲۳)$$

$$C_p \dot{v}(t) + \frac{v(t)}{R} - \chi \dot{q}(t) = 0 \quad (۲۴)$$

با توجه به روابط حاکم بر تیرهای چند جنسی (مرکب) [۳۲]، کلیه پارامترهای h_1 ، h_2 و h_3 برحسب ضخامت تیر اصلی h_b ، ضخامت لایه پیزوالکتریک h_p و n به صورت زیر قابل محاسبه هستند:

$$n = \frac{E_b}{E_p} \quad (۱۲)$$

$$h_1 = \frac{h_p^2 + 2h_b h_p + n h_b^2}{2(h_p + n h_b)} \quad (۱۳)$$

$$h_2 = h_b - h_1 \quad (۱۴)$$

$$h_3 = (h_b + h_p) - h_1 \quad (۱۵)$$

انرژی اتلافی Π_d در برداشت‌کننده پیزوالکتریک ناشی از میرایی هوا با ثابت میرایی c ، عبارت است از:

$$\Pi_d = \frac{c}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \dot{g}(t) \cos \psi - \dot{h}(t) \sin \psi \right)^2 + \left(\dot{g}(t) \sin \psi + \dot{h}(t) \cos \psi \right)^2 \right] dx \quad (۱۶)$$

از طرفی، تغییر شکل خمشی $w(x, t)$ تیر اصلی می‌تواند به صورت زیر تخمین زده شود:

$$w(x, t) = \varphi(x).q(t) \quad (۱۷)$$

در رابطه بالا، $q(t)$ مختصات تعمیم یافته است. اولین تابع ویژه $\varphi(x)$ نیز برای شرایط مرزی یکسر گیردار-یکسر آزاد، به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۴، ۳۳]:

$$\varphi(x) = (\cosh(\beta x) - \cos(\beta x)) + \left(\frac{\sin(\beta) - \sinh(\beta)}{\cosh(\beta) + \cos(\beta)} \right) (\sinh(\beta x) - \sin(\beta x)) \quad (۱۸)$$

که M, M_0, C, C_0, K, χ و $Z(t)$ عبارت‌اند از:

$$M = (m_b + m_p) \int_0^L \varphi^2(x) dx + m \cdot \varphi^2(L) \quad (25)$$

$$M_0 = (m_b + m_p) \int_0^L \varphi(x) dx + m \cdot \varphi(L) \quad (26)$$

$$C = c \int_0^L \varphi^2(x) dx \quad (27)$$

$$C_0 = c \int_0^L \varphi(x) dx \quad (28)$$

$$K = (E_b I_b + E_p I_p) \int_0^L (\varphi''(x))^2 dx \quad (29)$$

$$\chi = \mathcal{G}\varphi'(L) \quad (30)$$

$$Z(t) = g(t) \cos \psi - h(t) \sin \psi \quad (31)$$

که علامت پرایم (') مشتق نسبت به متغیر x را نشان می‌دهد. فرض می‌شود که پایه برداشت‌کننده در معرض تحریک هارمونیک مطابق معادلات زیر قرار گیرد:

$$g(t) = A_1 \sin(\omega t) \quad (32)$$

$$h(t) = A_2 \sin(\omega t) \quad (33)$$

که ω نشان‌دهنده فرکانس تحریک و A_i بیانگر دامنه‌های جابجایی پایه هستند. توان تلف شده در مقاومت R عبارت است از:

$$P = \frac{v^2(t)}{R} \quad (34)$$

۳- شبیه‌سازی نتایج و بحث

در این قسمت شبیه‌سازی‌هایی در نرم‌افزار متلب^۱ انجام شده است تا اثر بار مقاومتی و فرکانس تحریک روی رفتار دینامیک غیرخطی برداشت‌کننده انرژی، مورد ارزیابی قرار گیرد. روش رانج - کوتا برای حل عددی معادلات الکترومکانیکال، به کار گرفته شده است. مقادیر عددی پارامترهای فیزیکی به کار رفته برای مدل‌سازی سیستم، در جدول ۱ ارائه گردیده است. تحلیل رفتار غیرخطی سیستم نیز با استفاده از ابزارهایی مانند صفحه فاز، طیف توان، مقاطع پوانکاره و نمودارهای دوشاخگی انجام شده است.

صفحه فاز فقط مشخص می‌کند که پاسخ سیستم پریودیک یا غیرپریودیک است و نمی‌تواند اطلاعات کافی را برای شروع حرکت نامنظم فراهم کنند. نمودار طیف توان از تبدیل فوریه گسسته متغیر خروجی به دست می‌آید. این نمودار از یک سری خطوط قائم تشکیل می‌شود و این خطوط مبین این موضوع هستند که سیگنال مورد نظر را می‌توان به صورت مجموعه‌ای گسسته از توابع هارمونیک نشان داد. طیف توان رفتار نامنظم، از خطوط طیف در برخی فرکانس‌های نامتناسب با یکدیگر تشکیل شده است [۳۶].

مقطع پوانکاره یک صفحه‌ای در فضای فاز می‌باشد که نمودار فازی ایجاد شده از حل معادلات حاکم بر حرکت سیستم را قطع می‌کند. برای پاسخ‌های پریودیک، مقطع پوانکاره تنها یک نقطه است. چنانچه پاسخ، نامنظم باشد، مقطع پوانکاره یک منحنی بسته از نقاط منفصل را ایجاد می‌کند یا از تعدادی نقاط به صورت توده‌ای و بدون نظم خاصی تشکیل می‌شود. [۳۷].

از نمودارهای دوشاخگی برای شناسایی مسیر ورود به حرکت نامنظم استفاده می‌شود. در نمودار دوشاخگی، دامنه پاسخ دائمی یک سیستم غیرخطی به صورت تابعی از پارامتر غیرخطی ترسیم می‌شود. برای یک پاسخ پریودیک، هنگام تغییر پارامتر کنترلی، در هر گام فقط یک نقطه روی منحنی دیده می‌شود. اگر پاسخ به صورت زیرهارمونیک با دوره تناوب n باشد، در هر گام مشخص، n نقطه مجزاء روی منحنی دیده خواهد شد. در نهایت اگر حرکت شبه‌پریودیک یا آشوبناک باشد، ستونی از نقاط روی منحنی مشاهده می‌شود. در این حالت با مراجعه به مقاطع پوانکاره می‌توان حرکت شبه‌پریودیک را از حرکت آشوبناک تشخیص داد [۳۸].

شکل ۳ نمودارهای دوشاخه‌ای پاسخ ولتاژ برداشت‌کننده پیزوالکتریک را با تغییر فرکانس تحریک ω ، به ازای بارهای مقاومتی $R=100 \text{ k}\Omega$

جدول ۱. مقادیر پارامترهای فیزیکی دستگاه برداشت‌کننده پیزوالکتریک دو جهته با متوقف‌کننده‌های الاستیک [۳۱]

Table 1. The physical parameters of the bi-directional tunable piezoelectric energy harvester with elastic stoppers [31].

ردیف	پارامتر	نماد	مقدار
۱	دامنه تحریک قائم	A_I	0.1 g
۲	پهنای تیر اصلی (و تیر پیزوالکتریک)	b	20 mm
۳	ثابت پیزوالکتریک	e_{31}	-12.54 C/m ²
۴	مدول الاستیسیته تیر	E_b	100 GPa
۵	مدول الاستیسیته پیزوالکتریک	E_p	66 GPa
۶	ضخامت تیر	h_b	1 mm
۷	ضخامت پیزوالکتریک	h_p	0.4 mm
۸	سختی متوقف‌کننده‌های الاستیک	k_s	100 N/m
۹	جرم متمرکز	m	5 gr
۱۰	فاصله بین جرم متمرکز و متوقف‌کننده‌ها	δ_I	0.4 mm
۱۱	گذردهی پیزوالکتریک در کرنش ثابت	ε_{33}^S	15.93 nF/m
۱۲	زاویه مونتاژ	ψ	$\pi/6$ Rad
۱۳	چگالی جرمی تیر	ρ_b	7165 Kg/m ³
۱۴	چگالی جرمی پیزوالکتریسته	ρ_p	7800 Kg/m ³

فرکانسی $\omega/2\pi=[7.0 \sim 8.9]$ Hz و $\omega/2\pi=[9.6 \sim 11.4]$ Hz، به ازای بار مقاومتی $R=500$ k Ω (شکل ۳-ج)، پاسخ ولتاژ سیستم در محدوده $\omega/2\pi=[0 \sim 5.4]$ Hz پریودیک می‌باشد. یک پدیده پرش نیز در $\omega/2\pi=3.2$ Hz مشاهده می‌شود. در محدوده فرکانسی $\omega/2\pi=[5.5 \sim 6.9]$ Hz، رفتار سیستم نامنظم شده و مجدداً در $\omega/2\pi=[7.0 \sim 9.4]$ Hz به حالت منظم بر می‌گردد. در فرکانس $\omega/2\pi=9.5$ Hz پاسخ سیستم به یک رفتار نامنظم دیگری پرش می‌کند. این رفتار نامنظم در محدوده $\omega/2\pi=[11.7 \sim 13.3]$ Hz به یک رفتار زیرهارمونیک با پریود 2T تبدیل می‌شود. در محدوده فرکانسی $\omega/2\pi=[13.4 \sim 14.8]$ Hz مجدداً پاسخ سیستم به حالت پریودیک برمی‌گردد و در $\omega/2\pi=[14.9 \sim 16.3]$ Hz به رفتار زیرهارمونیک دیگری با پریود 2T تبدیل می‌شود. این رفتار زیرهارمونیک از طریق یک پرش در $\omega/2\pi=16.4$ Hz به رفتار پریودیک تبدیل شده و تا $\omega/2\pi=56.3$ Hz ادامه می‌یابد. اگرچه پرش‌هایی در

$R=340$ k Ω و $R=500$ k Ω نشان می‌دهد. به ازای بار مقاومتی $R=100$ k Ω (شکل ۳-الف)، پاسخ ولتاژ پریودیک (منظم) در محدوده‌های فرکانسی $\omega/2\pi=[0.0 \sim 1.6]$ Hz و $\omega/2\pi=[5.2 \sim 9.6]$ Hz، $\omega/2\pi=[12.3 \sim 14.2]$ Hz و $\omega/2\pi=[16.4 \sim 19.6]$ Hz، $\omega/2\pi=[23.6 \sim 29.4]$ Hz و $\omega/2\pi=[39.6 \sim 46.3]$ Hz، $\omega/2\pi=[58.8 \sim 60]$ Hz قابل دستیابی است. لازم به ذکر است که در $\omega/2\pi=41.3$ Hz پاسخ پریودیک سیستم به وسیله یک پرش، به پاسخ پریودیک دیگری تبدیل می‌شود. در محدوده‌های $\omega/2\pi=[9.7 \sim 12.2]$ Hz، $\omega/2\pi=[14.3 \sim 16.3]$ Hz و $\omega/2\pi=[19.7 \sim 23.5]$ Hz، $\omega/2\pi=[29.5 \sim 38.3]$ Hz و $\omega/2\pi=[46.4 \sim 52.7]$ Hz نمودار دوشاخگی نشان‌دهنده پاسخ ولتاژ نامنظم سیستم است. همچنین محدوده‌های $\omega/2\pi=[1.7 \sim 5.1]$ Hz و $\omega/2\pi=[38.4 \sim 39.5]$ Hz و $\omega/2\pi=[52.8 \sim 58.7]$ Hz پاسخ پریودیک سیستم وارد یک رفتار زیرهارمونیک با پریود 2T می‌شود. به ازای بار مقاومتی $R=340$ k Ω (شکل ۳-ب)، پاسخ ولتاژ پریودیک (منظم) در محدوده‌های فرکانسی $\omega/2\pi=[0.0 \sim 6.9]$ Hz و $\omega/2\pi=[9.0 \sim 9.5]$ Hz، $\omega/2\pi=[11.5 \sim 15.6]$ Hz و $\omega/2\pi=[17.5 \sim 26.4]$ Hz و $\omega/2\pi=[33.7 \sim 43.5]$ Hz قابل دستیابی است. در محدوده‌های

می‌شود. نهایتاً پاسخ سیستم در $\omega/2\pi=[56.4 \sim 60]$ Hz مجدداً به حالت نامنظم برمی‌گردد.

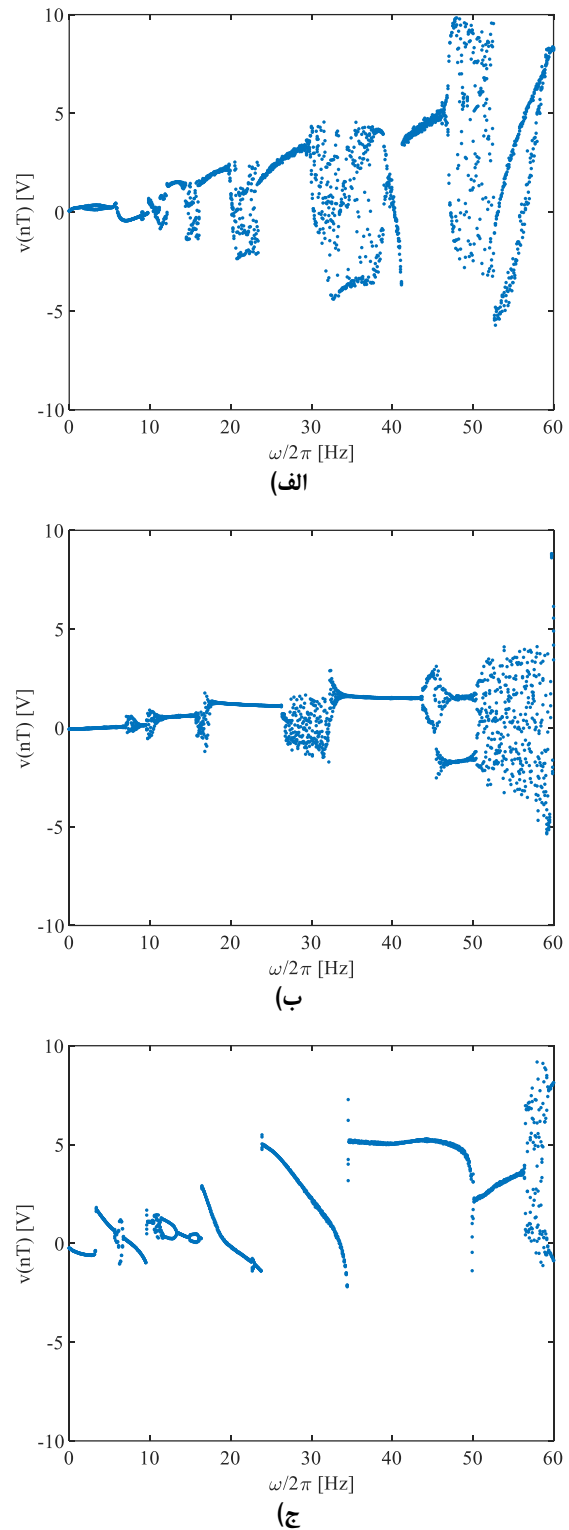
مقایسه نتایج به دست آمده از نمودارهای دوشاخگی شکل ۳، نشان می‌دهد که با افزایش بار مقاومتی برداشت‌کننده انرژی، گستره وسیعتری از حرکات منظم (پریودیک) برای آن قابل دستیابی است. همچنین در بار مقاومتی $R=100$ k Ω ، سیستم دارای یک قابلیت خودکنترلی برای بازگشت به رفتار منظم، در فرکانس‌های بالا است. در شکل ۴ نیز نمودارهای دوشاخگی پاسخ جابجایی برداشت‌کننده انرژی مورد نظر نسبت به فرکانس تحریک ω ، به ازای بارهای مقاومتی $R=100$ k Ω ، $R=340$ k Ω و $R=500$ k Ω نشان داده شده است.

مقایسه نمودارهای شکل ۳ با شکل ۴ نیز نشان می‌دهد که پاسخ جابجایی سیستم نیز از لحاظ نوع رفتار (منظم یا نامنظم بودن)، مانند پاسخ ولتاژ سیستم می‌باشد.

از دیگر روش‌های شناسایی نیز برای بررسی و تأیید دقیق‌تر رفتار دینامیکی سیستم استفاده گردیده است. شکل‌های ۵، ۶ و ۷ به ترتیب مسیرهای صفحه فاز، طیف توان و نقشه‌های پوانکاره پاسخ جابجایی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک را در $R=100$ k Ω ، $\omega/2\pi=21$ Hz و $R=100$ k Ω ، $\omega/2\pi=50$ Hz و $R=340$ k Ω ، $\omega/2\pi=48$ Hz و $R=340$ k Ω ، $\omega/2\pi=55$ Hz نشان می‌دهند.

نشانه‌های پاسخ آشوبناک سیستم در این شکل‌ها از روی مسیرهای متعدد منحنی‌های صفحه فاز (شکل‌های ۵-الف، ۵-ب و ۵-د)، گستره وسیع فرکانس‌ها در نمودار طیف توان (شکل‌های ۶-الف، ۶-ب و ۶-د) و ساختار فراکتالی نقش بسته در نقشه‌های پوانکاره (شکل‌های ۷-الف، ۷-ب و ۷-د)، به خوبی قابل تشخیص است. همچنین دو حلقه مجزا در صفحه فاز (شکل ۵-ج) و دو نقطه مجزا در نقشه پوانکاره (شکل ۶-ج) حاکی از رفتار زیرهارمونیک با پریود 2T است.

برای اطمینان کامل از وقوع آشوب در $R=100$ k Ω ، $\omega/2\pi=11$ Hz، $R=100$ k Ω ، $\omega/2\pi=21$ Hz، $R=100$ k Ω ، $\omega/2\pi=15$ Hz، $R=340$ k Ω ، $\omega/2\pi=16$ Hz، $R=100$ k Ω ، $\omega/2\pi=34$ Hz، $R=500$ k Ω ، $R=340$ k Ω ، $\omega/2\pi=55$ Hz، $R=340$ k Ω ، $\omega/2\pi=30$ Hz و $\omega/2\pi=10.5$ Hz از ماکزیمم نمای لیپانوف نیز استفاده شده است. با توجه به شکل ۸، مثبت بودن ماکزیمم نمای لیپانوف، وجود پدیده آشوب را تأیید می‌کند.



شکل ۳. رفتار دوشاخگی پاسخ ولتاژ برداشت‌کننده پیزوالکتریک با متوقف‌کننده‌های الاستیک نسبت به فرکانس تحریک ω به ازای بارهای مقاومتی (الف) $R=100$ k Ω (ب) $R=340$ k Ω (ج) $R=500$ k Ω

Fig. 3. Bifurcation behavior of the voltage response of the piezoelectric harvester with elastic stoppers versus excitation frequency ω at (a) $R=100$ k Ω (b) $R=340$ k Ω (c) $R=500$ k Ω .

۴- تست آزمایشگاهی

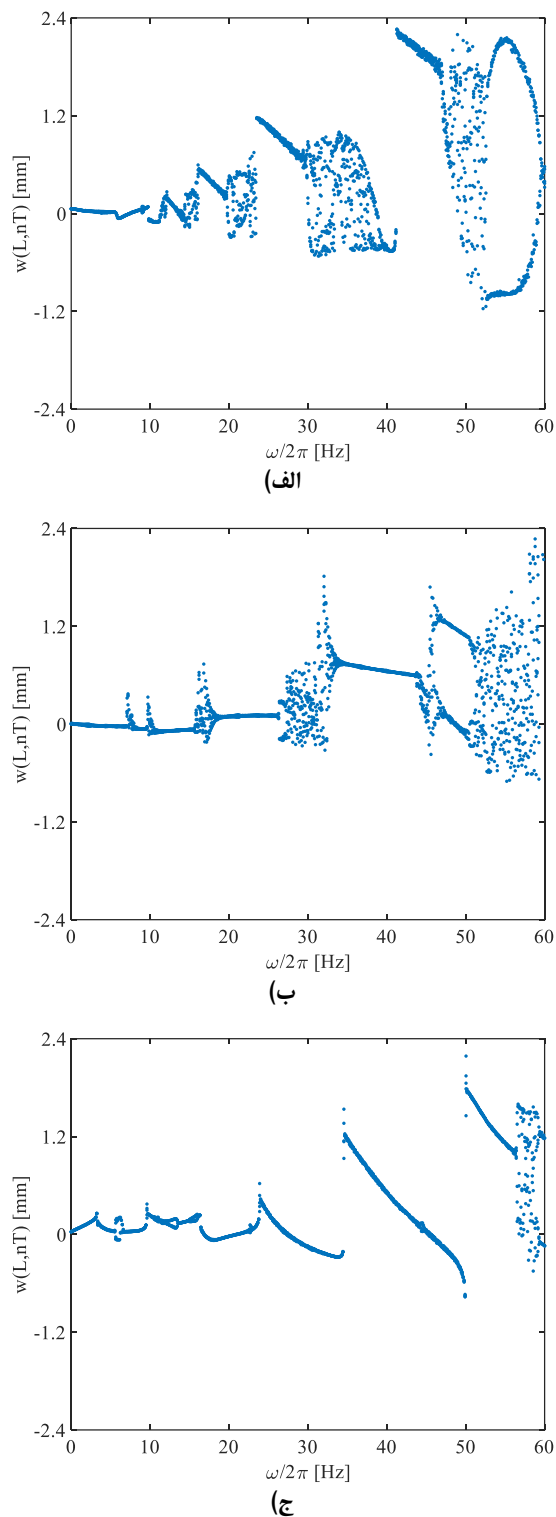
در این قسمت، ابتدا فرایند ساخت نمونه دستگاه برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک دوجته مجهز به متوقف‌کننده‌های الاستیک ارائه می‌گردد. سپس تجهیزات استفاده شده برای تست آزمایشگاهی دستگاه و اعتبارسنجی، معرفی می‌شوند.

۴-۱- فرایند ساخت

همان‌طور که در شکل ۹ نشان داده شده است، یک نمونه اولیه برای تست عملکرد دستگاه برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک دوجته مجهز به متوقف‌کننده‌های الاستیک، ساخته شده است. قاب ثابت (پایه)، قاب قابل تنظیم و تکیه‌گاه‌ها از ماده تفلون و به وسیله فرایند ماشینکاری ساخته شده‌اند. هر لایه پیزوالکتریک به وسیله چسب روی سطح بالایی هر تیر چسبانده شده است. دو پیچ M6 برای مونتاژ هر تیر داخل هر تکیه‌گاه به کار رفته است. سپس تکیه‌گاه‌ها با چهار پیچ M6 روی قاب قابل تنظیم نصب شده‌اند. جرم‌های متمرکز روی سمت آزاد تیرها، چسب شده‌اند. موقعیت مجموعه قاب قابل تنظیم، پس از نصب روی پایه، به وسیله دو پیچ، ثابت می‌گردد. متوقف‌کننده‌های الاستیک، از دو فنر فشاری مارپیچ دوسر تخت، ساخته شده‌اند. فاصله بین متوقف‌کننده‌ها و جرم متمرکز، به وسیله تیغه فیلر اندازه‌گیری و تنظیم می‌گردد. یک پتانسیومتر^۱ به عنوان بار مقاومتی قابل تغییر، از طریق بردبرد^۲ به هر لایه پیزوالکتریک وصل شده است.

۴-۲- تجهیزات تست و اعتبارسنجی

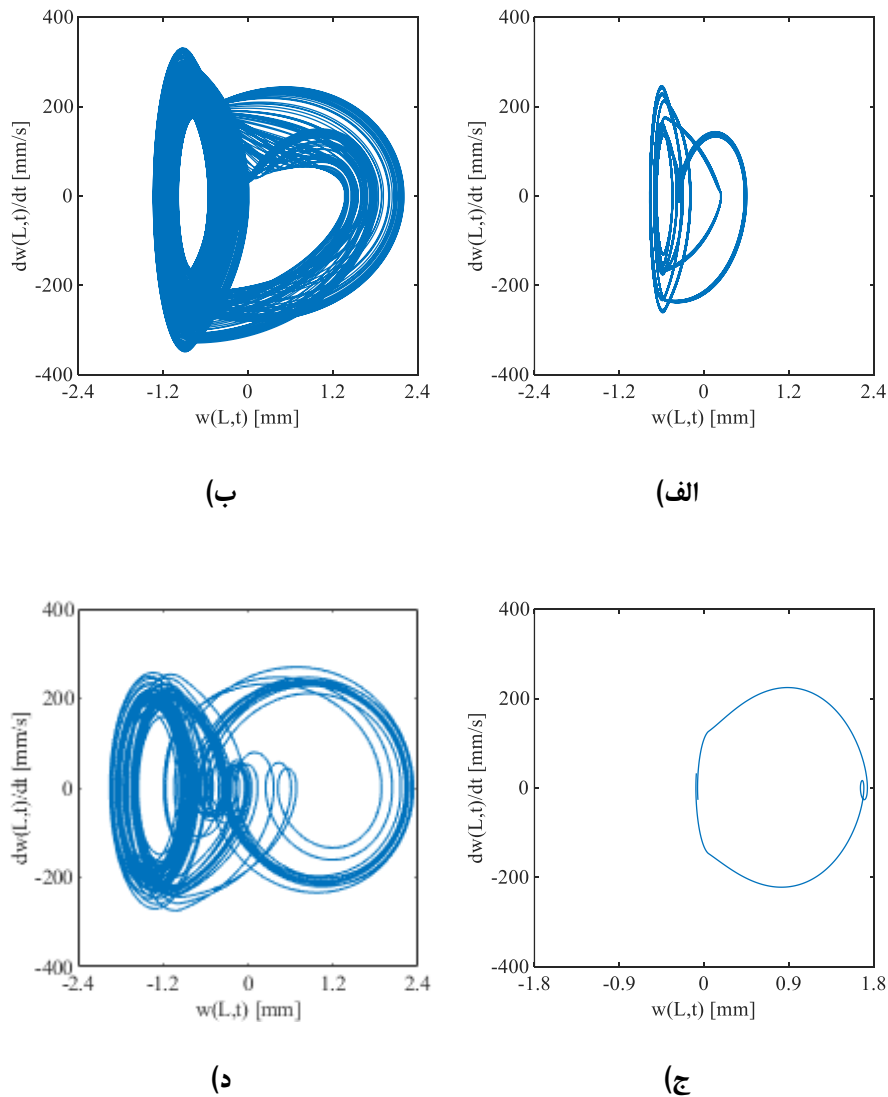
تجهیزات مورد استفاده در آزمایش عملکرد برداشت‌کننده انرژی، در شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند. تست ارتعاشی با اعمال یک حرکت هارمونیک مشخص (دامنه و فرکانس معلوم) به پایه دستگاه برداشت‌کننده انرژی شروع می‌شود. این حرکت مشخص، به وسیله یک لرزاننده الکترومغناطیس ایجاد می‌شود. دستگاه لرزاننده نیز با یک سیگنال هارمونیک تأمین توان می‌گردد. سیگنال مورد نظر، با دستگاه سیگنال‌ژنراتور^۳ ایجاد و توسط آمپلی‌فایر^۴ تقویت می‌گردد. دستگاه سیگنال‌ژنراتور همچنین می‌تواند برای تنظیم دامنه و فرکانس حرکت لرزاننده نیز استفاده شود. مقاومت هر پتانسیومتر توسط یک مولتی‌متر دیجیتال اندازه‌گیری و تنظیم می‌گردد. ولتاژ اعمال شده به



شکل ۴. رفتار دوشاخگی پاسخ جابجایی برداشت‌کننده پیزوالکتریک با متوقف‌کننده‌های الاستیک نسبت به فرکانس تحریک ω به ازای بارهای مقاومتی الف) $R=100 \text{ k}\Omega$ ب) $R=340 \text{ k}\Omega$ ج) $R=500 \text{ k}\Omega$

Fig. 4. Bifurcation behavior of the displacement response of the piezoelectric harvester with elastic stoppers versus excitation frequency ω at (a) $R=100 \text{ k}\Omega$ (b) $R=340 \text{ k}\Omega$ (c) $R=500 \text{ k}\Omega$.

1. Potentiometer
2. Breadboard
3. Signal generator
4. Power amplifier



شکل ۵. مسیرهای فاز پاسخ جابجایی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک با متوقف‌کننده‌های الاستیک به ازای (الف) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=21 \text{ Hz}$ (ب) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=50 \text{ Hz}$ (ج) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=48 \text{ Hz}$ (د) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=55 \text{ Hz}$.

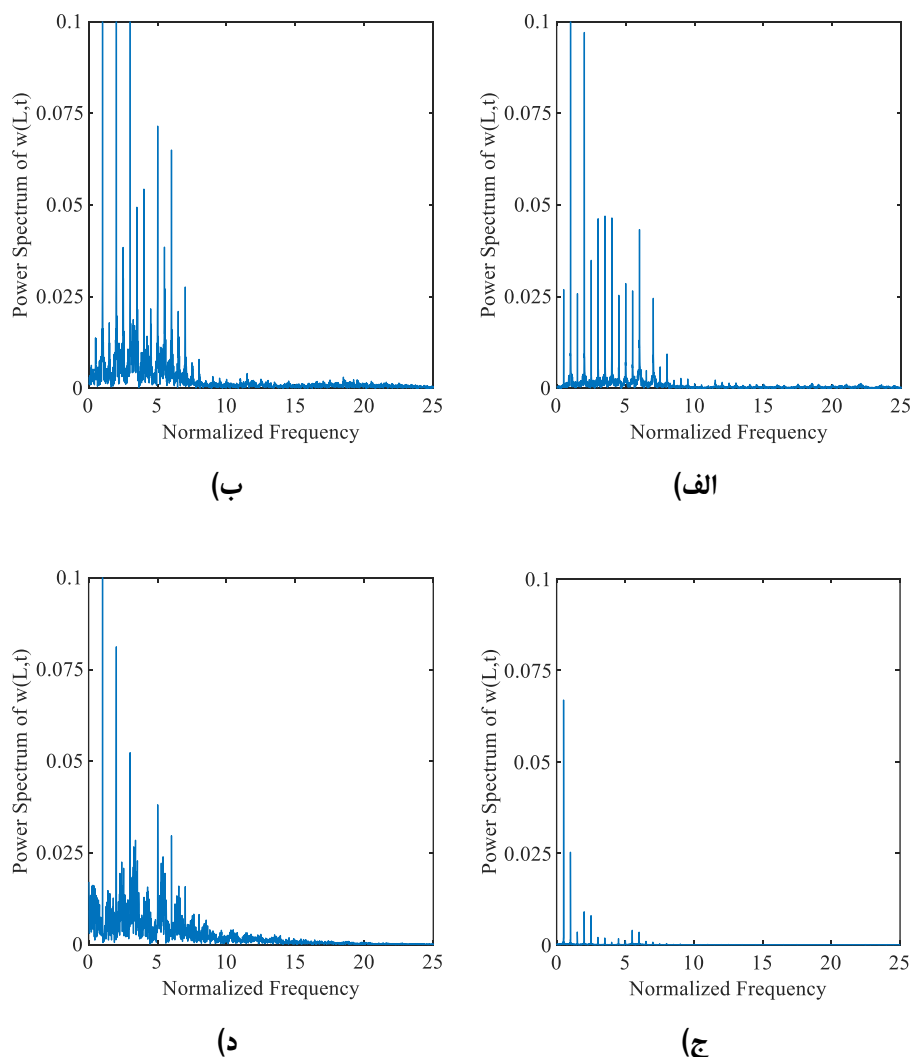
Fig. 5. Phase plane trajectories of the displacement response of the piezoelectric harvester with elastic stoppers at (a) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=21 \text{ Hz}$ (b) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=50 \text{ Hz}$ (c) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=48 \text{ Hz}$ (d) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=55 \text{ Hz}$.

۴۴ هرتز، اندازه‌گیری و ضبط گردیده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، هنگامی که هر لایه پیزوالکتریک به بار مقاومتی بهینه ۳۴۰ کیلو اهم وصل شود، بیشترین توان ۷۳ میکرووات از هر لایه پیزوالکتریک قابل استحصال است. ضمن اینکه تطابق خوبی نیز بین نتایج شبیه‌سازی و آزمایش، مشاهده می‌گردد. مقادیر توان خروجی شبیه‌سازی شده، توان خروجی اندازه‌گیری شده و خطا، در جدول ۲ ارائه گردیده است. تاریخچه زمانی ولتاژ خروجی شبیه‌سازی شده و اندازه‌گیری شده، تحت فرکانس تحریک ۵۰ هرتز و بار

پتانسیومتر به کمک دستگاه دیتالاگر^۱، ذخیره می‌گردد. در نهایت، توان خروجی هر مقاومت، به کمک رابطه (۳۴) محاسبه می‌گردد.

برای اعتبارسنجی مدل، توان خروجی اندازه‌گیری شده و توان خروجی شبیه‌سازی شده، محاسبه و در شکل ۱۱ نشان داده شده‌اند. در طول تست، دامنه ثابت $g/0.1$ ، به پایه برداشت‌کننده انرژی اعمال شده است. سپس بار مقاومتی تغییر داده شده و ولتاژ متناظر با آن تحت فرکانس تحریک

1. Data logger



شکل ۶. طیف توان پاسخ جابجایی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک با متوقف کننده های الاستیک به ازای (الف) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=21 \text{ Hz}$ (ب) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=50 \text{ Hz}$ (ج) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=48 \text{ Hz}$ (د) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=55 \text{ Hz}$.

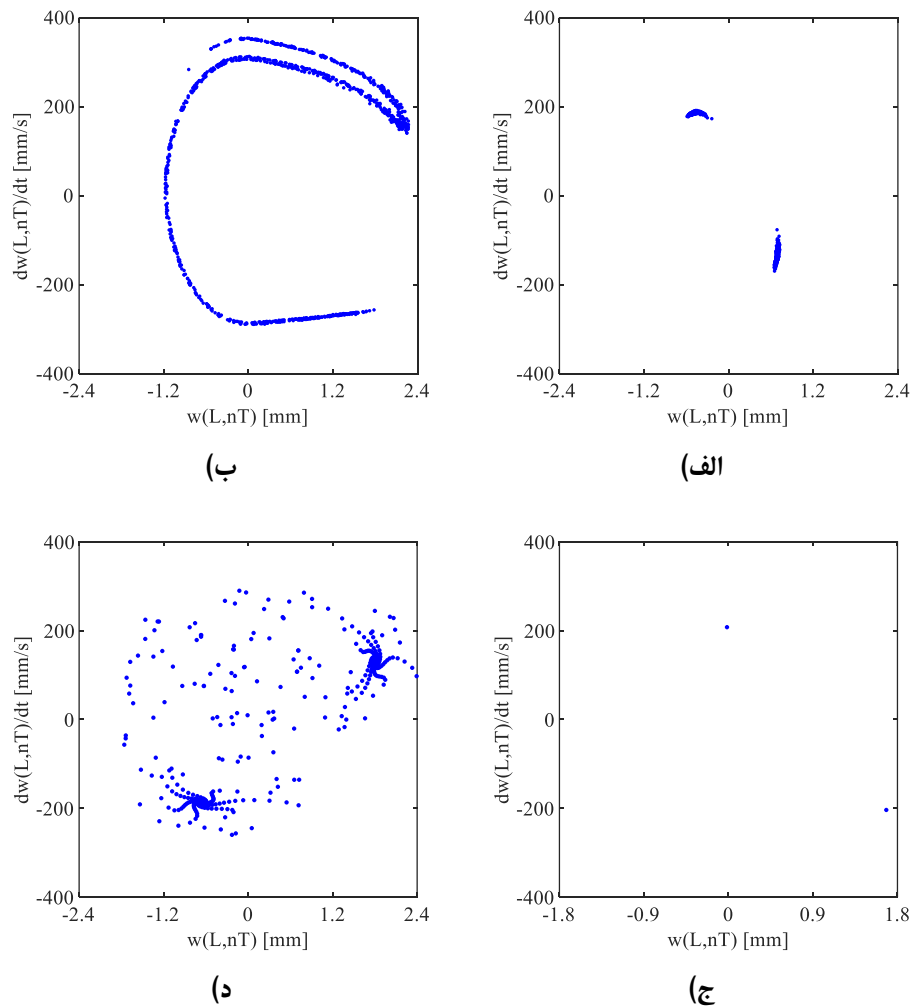
Fig. 6. Power spectrum of the displacement response of the piezoelectric harvester with elastic stoppers at (a) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=21 \text{ Hz}$ (b) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=50 \text{ Hz}$ (c) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=48 \text{ Hz}$ (d) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=55 \text{ Hz}$.

نقشه های پوانکاره و صفحه فاز، آشکار گردید. نتایج نشان داد که با کاهش بار مقاومتی، احتمال وقوع پاسخ نامنظم سیستم بیشتر است. همچنین در بار مقاومتی $R=100 \text{ k}\Omega$ و فرکانس های بالا، یک قابلیت خودکنترلی برای بازگشت به پاسخ پریودیک (منظم) در سیستم دیده شد. به کمک نتایج ارائه شده در این مطالعه، می توان بار مقاومتی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را طوری تنظیم نمود که از پاسخ نامنظم آن جلوگیری گردد. نتیجتاً با تسهیل کردن فرایند طراحی مدارهای یکسوکننده برای این برداشت کننده ها، عملکرد آنها بهبود یابد.

مقاومتی ۱۰۰ کیلو اهم نیز در شکل ۱۲ ارائه گردیده است.

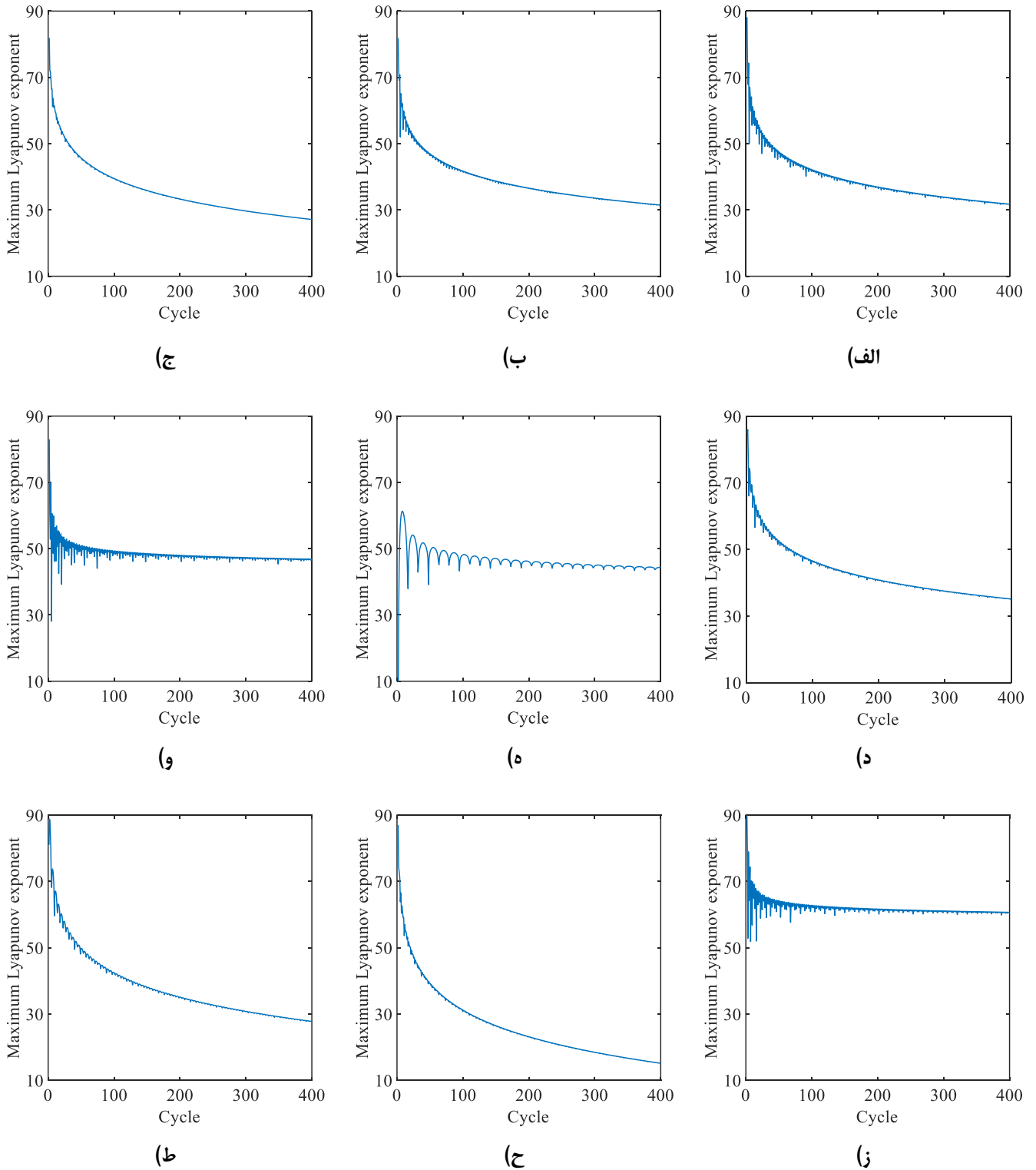
۵- نتیجه گیری

در این مطالعه، برای بررسی اثر بار مقاومتی روی رفتار دینامیک غیرخطی یک برداشت کننده انرژی ارتعاشی پیزوالکتریک مجهز به متوقف کننده های الاستیک، یک مدل الکترومکانیکال ارائه شد. سپس یک نمونه آزمایشگاهی برای اعتبارسنجی مدل، طراحی و ساخته شد. پدیده های غیرخطی متنوعی به کمک نمودار دوشاخگی، طیف توان،



شکل ۷. نقشه‌های پوانکاره پاسخ جابجایی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک با متوقف‌کننده‌های الاستیک به ازای الف) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=21 \text{ Hz}$ ب) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=50 \text{ Hz}$ ج) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=48 \text{ Hz}$ د) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=55 \text{ Hz}$.

Fig. 7. Poincaré map of the displacement response of the piezoelectric harvester with elastic stoppers at (a) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=21 \text{ Hz}$ (b) $R=100 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=50 \text{ Hz}$ (c) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=48 \text{ Hz}$ (d) $R=340 \text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=55 \text{ Hz}$.

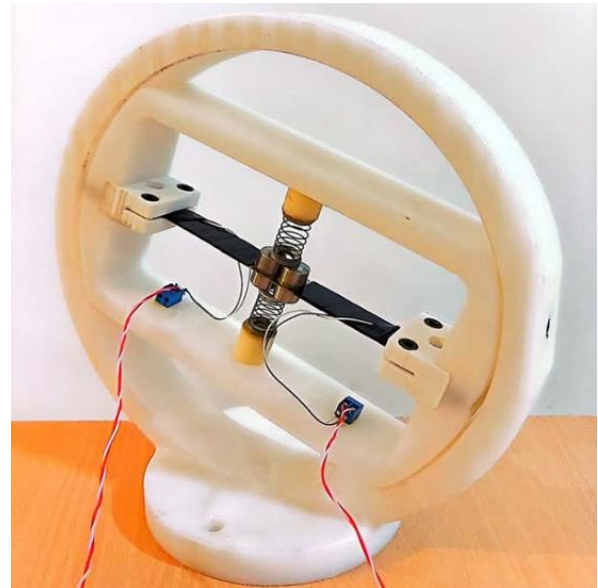


شکل ۸. ماکزیمم نمای لیاپانوف سیستم به ازای مقادیر (الف) $R=100\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=11\text{ Hz}$ (ب) $R=100\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=15\text{ Hz}$ (ج) $R=100\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=21\text{ Hz}$ (د) $R=100\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=34\text{ Hz}$ (ه) $R=340\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=16\text{ Hz}$ (و) $R=340\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=30\text{ Hz}$ (ز) $R=340\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=55\text{ Hz}$ (ح) $R=500\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=10.5\text{ Hz}$ (ط) $R=500\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=58\text{ Hz}$ (ی) $R=500\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=58\text{ Hz}$.

Fig. 8. Maximum Lyapunov exponent of the system at (a) $R=100\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=11\text{ Hz}$ (b) $R=100\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=15\text{ Hz}$ (c) $R=100\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=21\text{ Hz}$ (d) $R=100\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=34\text{ Hz}$ (e) $R=340\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=16\text{ Hz}$ (f) $R=340\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=30\text{ Hz}$ (g) $R=340\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=55\text{ Hz}$ (h) $R=500\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=10.5\text{ Hz}$ (i) $R=500\text{ k}\Omega$, $\omega/2\pi=58\text{ Hz}$.

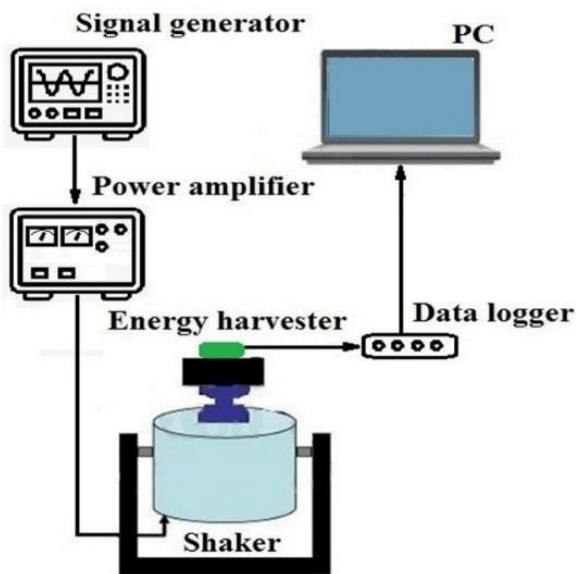


(الف)



شکل ۹. نمونه ساخته شده دستگاه برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک دوجبهته مجهز به متوقف کننده های الاستیک

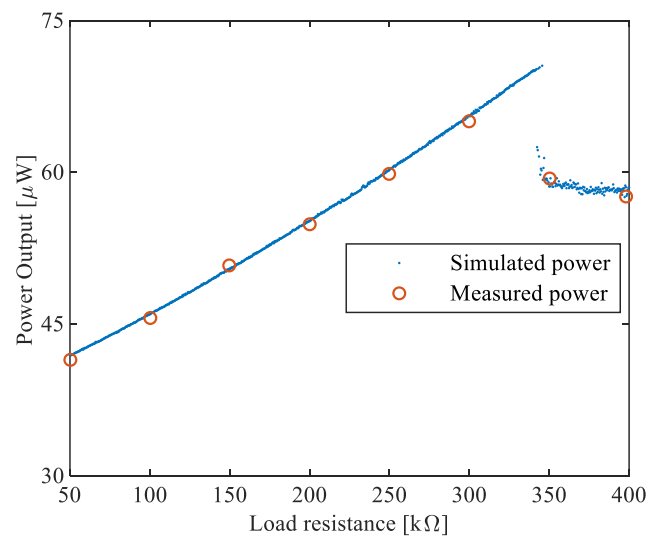
Fig. 9. Prototype of the bi-directional piezoelectric energy harvesting device equipped with elastic stoppers.



(ب)

شکل ۱۰. الف) تجهیزات مورد استفاده در آزمایش (ب) شماتیک چیدمان آزمایش

Fig. 10. (a) Equipment used in the experiment (b) Schematic of the experimental arrangement.



شکل ۱۱. توان خروجی شبیه سازی شده و اندازه گیری شده بر حسب بار مقاومتی در برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک به ازای $\Omega/2\pi=44.0$ Hz.

Fig. 11. Simulated and measured powers generated in the piezoelectric harvester versus resistive load at $\Omega/2\pi=44.0$ Hz.

جدول ۲. مقادیر توان خروجی شبیه‌سازی شده، توان خروجی اندازه‌گیری شده و خطا به ازای $\Omega/2\pi=44.0$ Hz

Table 2. Simulated powers, measured powers and errors at $\Omega/2\pi=44.0$ Hz.

ردیف	مقاومت ($k\Omega$)	توان خروجی شبیه‌سازی شده (μW)	توان خروجی اندازه‌گیری شده (μW)	خطا (%)
۱	۵۰	۴۱/۷۹	۴۰/۹۲	۲/۰
۲	۱۰۰	۴۵/۹۱	۴۵/۴۷	۰/۱
۳	۱۵۰	۵۰/۲۵	۵۰/۶۹	۱/۹
۴	۲۰۰	۵۴/۸۰	۵۴/۳۷	۰/۸
۵	۲۵۰	۶۰/۲۳	۵۹/۸۰	۰/۷
۶	۳۰۰	۶۵/۳۴	۶۴/۷۹	۰/۹
۷	۳۵۰	۵۸/۸۷	۵۹/۰۸	۰/۴
۸	۴۰۰	۵۷/۷۴	۵۷/۳۰	۰/۸

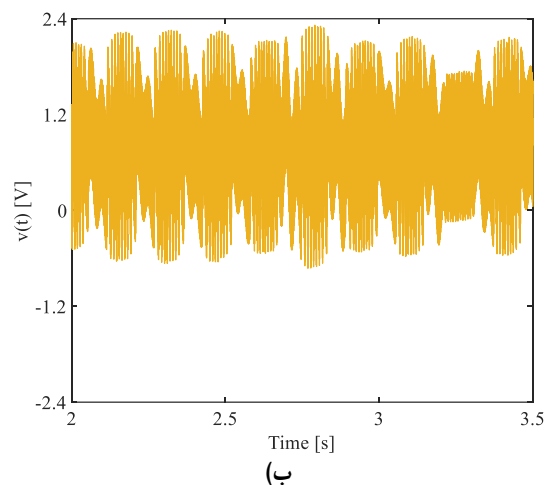
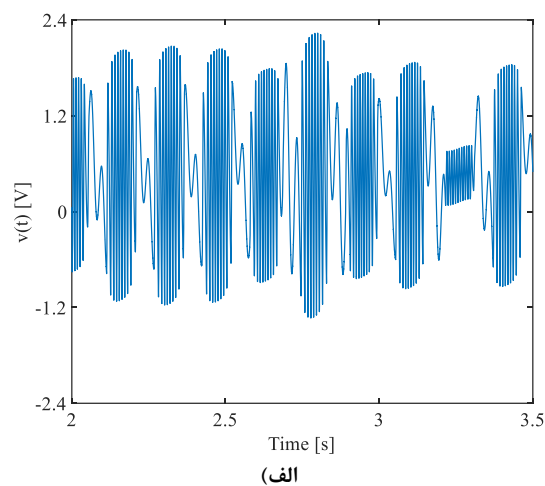
۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

A_1	دامنه تحریک قائم (m/s^2)
A_2	دامنه تحریک افقی (m/s^2)
b	پهنای تیر اصلی و تیر پیزوالکتریک (mm)
e_{31}	ثابت پیزوالکتریک (C/m^2)
E_b	مدول الاستیسیته تیر (GPa)
E_p	مدول الاستیسیته پیزوالکتریک (GPa)
g	ثابت گرانش (m/s^2)
h_b	ضخامت تیر (mm)
h_p	ضخامت لایه پیزوالکتریک (mm)
k_s	سختی متوقف‌کننده‌های الاستیک (N/m)
L	طول تیر و لایه پیزوالکتریک (mm)
m	جرم متمرکز (g)

علائم یونانی

δ_1	فاصله بین جرم متمرکز و متوقف‌کننده‌ها (mm)
ε_{33}^s	گذردهی پیزوالکتریک در کرنش ثابت (nF/m)
θ	زاویه مونتاژ (Rad)
ρ_b	چگالی جرمی تیر (kg/m^3)
ρ_p	چگالی جرمی پیزوالکتریسته (kg/m^3)



شکل ۱۲. تاریخچه زمانی ولتاژ خروجی (الف) شبیه‌سازی شده (ب) اندازه‌گیری شده تحت فرکانس تحریک $\omega/2\pi=50$ Hz و بار مقاومتی $R=100$ k Ω

Fig. 12. Time history of output voltage at $R=100$ k Ω , $\omega/2\pi=50$ Hz (a) Simulation (b) Experiment.

- Energy, 80 (2021) 105567.
- [12] S. C. Stanton, C. C. McGehee, B. P. Mann, Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: Investigation of a bistable piezoelectric inertial generator, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 239(10) (2010) 640-653.
- [13] M. I. Friswell, S. F. Ali, O. Bilgen, S. Adhikari, A. W. Lees, A. G. Litak, Non-linear piezoelectric vibration energy harvesting from a vertical cantilever beam with tip mass, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 23(13) (2012) 1505-1521.
- [14] G. Litak, M. I. Friswell, S. Adhikari, Regular and chaotic vibration in a piezoelectric energy harvester, *Meccanica*, 51 (2016) 1017-1025.
- [15] Y. Uzun, E. Kurt, The effect of periodic magnetic force on a piezoelectric energy harvester, *Sensors and Actuators A: Physical*, 192 (2013) 58-68.
- [16] M. A. Halim, S. Khym, J. Y. Park, Impact based frequency increased piezoelectric vibration energy harvester for human motion related environments, 8th Annual IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems, (2013) 949-952.
- [17] K. Q. Fan, F. B. Chao, J. G. Zhang, W. D. Wang, X. H. Che, Design and experimental verification of a bi-directional nonlinear piezoelectric energy harvester, *Energy conversion and management*, 86 (2014) 561-567.
- [18] T. Sato, H. Igarashi, A chaotic vibration energy harvester using magnetic materia, *Smart materials and structures*, 24 (2015) 025033.
- [19] M. A. Halim, J. Y Park, Piezoceramic based wideband energy harvester using impact-enhanced dynamic magnifier for low frequency vibration, *Ceramics International*, 41 (2015) S702-S707.
- [20] X. He, K. S. Teh, S. Li, L. Dong, S. Jiang, Modeling and experimental verification of an impact-based piezoelectric vibration energy harvester with a rolling proof mass, *Sensors and Actuators A: Physical*, 259 (2017) 171-179.
- [21] L. Zhao, Y. Yang, An impact-based broadband aeroelastic energy harvester for concurrent wind and base vibration
- [1] E. Kabir, P. Kumar, S. Kumar, A. A. Adelodun, K. H. Kim, Solar energy: Potential and future prospects, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 82(1) (2018) 894-900.
- [2] J. M. McCarthy, S. Watkins, A. Deivasigamani, S. J. John, Fluttering energy harvesters in the wind: A review, *Journal of Sound and Vibration*, 361 (2016) 355-377.
- [3] W. H. Chen, Y. X. Lin, X. D. Wang, Y. L. Lin, A comprehensive analysis of the performance of thermoelectric generators with constant and variable properties, *Applied Energy*, 241 (2019) 11-24.
- [4] M. Piñuela, P. D. Mitcheson, S. Lucyszyn, Ambient RF energy harvesting in urban and semi-urban environments, *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 61(7) (2013) 2715-2726.
- [5] C. Wei, X. Jing, A comprehensive review on vibration energy harvesting: Modelling and realization, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 74 (2017) 1-18.
- [6] D. A. Wang, K. H. Chang, Electromagnetic energy harvesting from flow induced vibration, *Microelectronics Journal*, 41 (2010) 356-364.
- [7] R. Ebrahimi, S. Ziaei-Rad, Design, modelling and experimental verification of a tunable electromagnetic generator for multi-directional vibration energy harvesting, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 46(3) (2024) 117.
- [8] F. U. Khan, M. U. Qadir, State-of-the-art in vibration-based electrostatic energy harvesting, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 26 (2016) 103001.
- [9] R. T. Aljadiri, L. Y. Taha, P. Ivey, Electrostatic energy harvesting systems: A better understanding of their sustainability, *Journal of Clean Energy Technologies*, 5(5) (2017) 409-416.
- [10] C. A. Howells, Piezoelectric energy harvesting, *Energy Conversion and Management*, Vol. 50, No. 7, (2009) 1847-1850.
- [11] N. Sezer, M. Koç, A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting, *Nano*

- mechanism, *Energy*, 304 (2024) 132143.
- [29] D. X. Cao, C. H. Zhan, X. Y. Guo, M. H. Yao, An Impact-Driven Enhanced Tuning Fork for Low-Frequency Ambient Vibration Energy Harvesting: Modeling, Simulation, and Experiment, *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 12 (2024) 5073-5088.
- [30] A. Erturk, D. J. Inman, *Piezoelectric energy harvesting*, Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.
- [31] A. Erturk, D. J. Inman, A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters, *Journal of Vibration and Acoustic*, 130 (2008) 041002.
- [32] S. Timoshenko, D. H. Young, *Elements of Strength of Materials*, New York: Van Nostrand Reinhold, 1968.
- [33] L. Meirovitch, *Principles and techniques of vibrations*, New Jersey: Prentice-Hall, 1997.
- [34] N. G. Elvin, A. A. Elvin, The flutter response of a piezoelectrically damped cantilever pipe, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 20(16) (2009) 2017-2026.
- [35] A. Erturk, *Electromechanical modeling of piezoelectric energy harvesters*, Phd Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, 2009.
- [36] G. M. Jenkins, D. G. Watt, *Spectral analysis and its applications*, Michigan: Holden-Day, 1969.
- [37] F. C. Moon, *Chaotic vibration, an introduction for applied scientists and engineers*, New Jersey: John Wiley, 2004.
- [38] Y. Chen, *Bifurcation and chaos in engineering*, Springer, 1998.
- energy harvesting, *Applied Energy*, 212 (2018) 233-243.
- [22] G. Hu, L. Tang, R. Das, P. Marzocca, A two-degree-of-freedom piezoelectric energy harvester with stoppers for achieving enhanced performance, *International Journal of Mechanical Sciences*, 149 (2018) 500-507.
- [23] J. Zhang, L. Qin, A tunable frequency up-conversion wideband piezoelectric vibration energy harvester for low-frequency variable environment using a novel impact-and rope-driven hybrid mechanism, *Applied Energy*, 240 (2019) 26-34.
- [24] C. Wei, K. Zhang, C. Hu, Y. Wang, H. Taghavifar, X. Jing, A tunable nonlinear vibrational energy harvesting system with scissor-like structure, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 125 (2019) 202-214.
- [25] M. Li, X. Jing, Novel tunable broadband piezoelectric harvesters for ultralow-frequency bridge vibration energy harvesting, *Applied Energy*, 255 (2019) 113829.
- [26] T. Todorov, S. Valchev, F. Moll, N. Nikolov, R. Nikolov, Combined Piezoelectric vibroimpact energy harvester with improved performance, 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency, (2019) 650-655.
- [27] D. X. Cao, W. Xia, X. Y. Guo, S. K. Lai, Modeling and experiment of vibro-impact vibration energy harvester based on a partial interlayer-separated piezoelectric beam, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 32(8) (2021) 817-831.
- [28] W. Chen, J. Mo, J. Zhao, H. Ouyang, A two-degree-of-freedom pendulum-based piezoelectric-triboelectric hybrid energy harvester with vibro-impact and bistable

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

R. Ebrahimia , M. Ghasemi-Varnamkhashti, *Resistive Load Effect on Chaotic Dynamic of a Nonlinear Piezoelectric Energy Harvester with Elastic Stoppers*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 57(2) (2025) 125-146.

DOI: [10.22060/mej.2025.24100.7840](https://doi.org/10.22060/mej.2025.24100.7840)



