

Determination of Elastic Modulus Using Spherical Ball Indentation, Brinell Test Results

Sajad Rasaee*

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kermanshah University of Technology, Kermanshah, Iran.

ABSTRACT: The stress-strain behavior of materials is traditionally characterized using uniaxial tensile or compression tests. However, these conventional methods are often impractical when dealing with small material volumes or when localized mechanical property evaluation is required. As a non-destructive, simple, and widely applicable alternative, the spherical indentation hardness test presents a promising approach for estimating mechanical properties such as the elastic modulus. In this study, a methodology based on the Brinell hardness testing principle is introduced to estimate the elastic modulus of materials. The obtained results are validated against data derived from standard uniaxial tensile tests. The findings reveal that the estimated elastic modulus values are significantly influenced by the applied indentation load, with optimal accuracy achieved at a specific load level. Deviations from this optimal load, whether higher or lower, result in diminished estimation accuracy, primarily due to variations in material pile-up or sink-in phenomena surrounding the indentation zone. These effects alter the penetration depth measurement and, consequently, the calculated mechanical properties. The proposed method demonstrated an estimation error of less than 5% for the elastic modulus. Moreover, the optimal indentation load is found to be material-dependent and should be determined prior to application. Overall, the results confirm that this method provides a reliable, non-destructive means of estimating the elastic modulus, particularly in situations where material availability is constrained or localized evaluation is required under in-service conditions.

Review History:

Received: Apr. 20, 2025
Revised: May, 31, 2025
Accepted: Jul. 12, 2025
Available Online: Jul. 17, 2025

Keywords:

Hardness Testing
Elastic Modulus
Mechanical Properties
Penetration Test
Penetration Load
Meyer Parameter

1- Introduction

Accurate determination of the elastic modulus is essential in engineering and materials science, yet conventional tensile testing methods are inherently destructive and often unsuitable for in-service components or materials with complex geometries and heterogeneous structures. As a non-destructive alternative, hardness testing, particularly through indentation methods, has gained attention. While most previous studies have focused on elastic modulus estimation using Berkovich indenters, limited research has explored spherical indenters employed in Brinell hardness testing, despite their simplicity, availability, and widespread industrial use. The ability to locally measure the elastic modulus in materials with diverse microstructures, thin films, or welded joints underscores the necessity of such non-destructive techniques. This study investigates the feasibility of determining elastic modulus through the penetration behavior of a hardened spherical steel ball using a combined theoretical-experimental approach.

2- Methodology

In this study, the elastic modulus of metallic specimens was determined and compared using two approaches:

uniaxial tensile testing and spherical indentation testing based on Brinell hardness. Tensile specimens were prepared according to ASTM E8, and indentation tests were performed in compliance with ASTM E10.

The multiple partial loading and unloading penetration test described by Field and Swain was used in this study [1] and allows the elastic component to be estimated directly at each stage. The results of the tests are load-depth penetration plots and are shown in Figure 1, where repeated loading-unloading was performed, and the elastic unloading stiffness was calculated from a linear fit of the data in the upper third of the unloading curve according to the Dorner and Nix method [2].

The radius of the contact circle is traditionally determined by measuring the location of the indentation, assuming that no recovery occurs in this direction during unloading. The diameter of the contact circle can also be estimated from the measurement of the indentation penetration depth, provided that the indentation shape is sufficiently accurate and that the Piling-up or Sinking-in is properly accounted for (Figure 2). Norbury and Samuel measured the diameter of the contact circle and its height based on the recovered indentations and

*Corresponding author's email: rasaee@kut.ac.ir

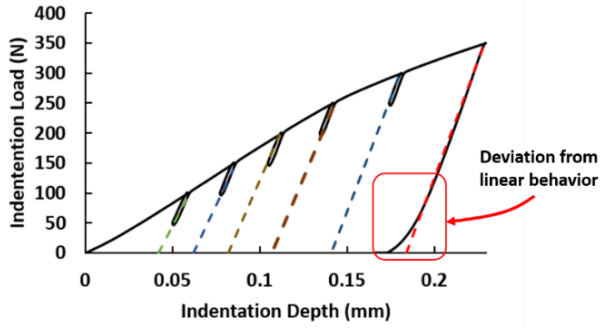


Fig. 1. Measured load-penetration depth diagram and linear fit of the initial part of the load-discharge diagram.

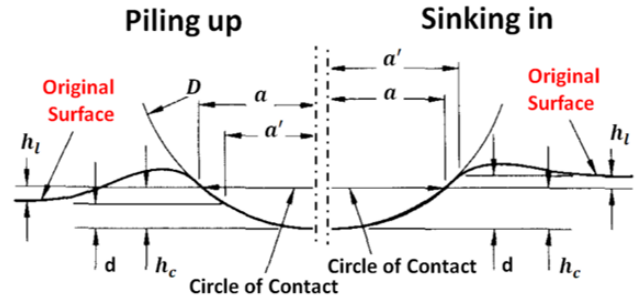


Fig. 2. Schematic of the geometry of the depression around the penetrator.

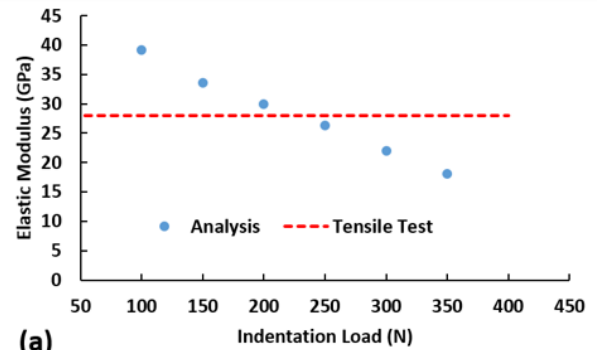
calculated the penetration depth, h_c , below the contact circle [3] and found that the penetration depth below the original surface varies as a^2 and the ratio h_l/h_c is constant and a property of the material.

During the test, the load and penetration depth are measured continuously. Without appropriate corrections, only the radius of the contact circle at the initial surface can be measured, and if c can be determined, the relationship between this value and the radius of the contact circle is expressed by $a = ca'$. Performing the test in several stages, with repeated loading and unloading, makes it possible to measure a' and calculate c at each stage. The value of the parameter c is calculated based on the linear regression of $\log(P) - \log(a')$ and the calculation of the Meyer parameter; then the radius of the actual contact circle at each stage is calculated using $a = ca'$ and the penetration depth under the contact circle is calculated using $h_c = c^2 h_b$ or $h_c = R - \sqrt{R^2 - a^2}$.

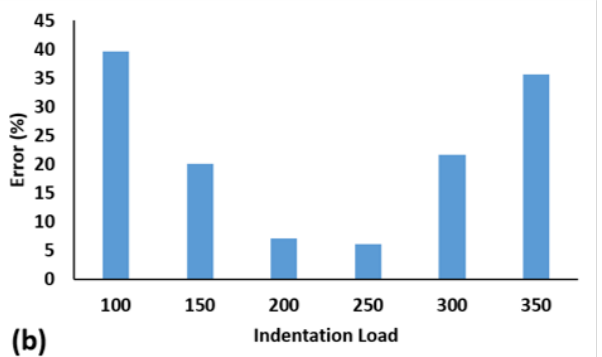
3- Results and discussion

The results of calculating the elastic modulus at each stage (at each separate penetration load) are shown in Figure 3a, and the error of the calculated value is given in Figure 3b. It can be seen that the calculated modulus value is completely dependent on the penetration load. At low penetration loads, the contribution of elastic deformation is significant, and at high loads, the amount of deformation around the depressed area increases, and the amount of piling-up or sinking-in due to surface distortion by the displaced materials increases significantly. Therefore, determining the elastic modulus with appropriate accuracy by this method requires the correct selection of the penetration load and must be optimized in advance based on the type of samples. The error values show that by selecting the appropriate penetration load, this method was able to calculate the elastic modulus value with the desired accuracy, about 5%, while selecting the inappropriate penetration load reduced the accuracy of the calculations by about 40% error and practically rendered the method useless.

In Figure 4a, the instantaneous penetration values h_c calculated by the relations extracted in this study are



(a)



(b)

Fig. 3. a) Comparison of the calculated values of the elastic modulus based on the analysis with the value measured in the tensile test: a) Error diagram of the calculated values

compared with the measured values h_{max} , during the test. It is observed that the h_c values are always greater than h_{max} , which indicates the formation of Piling-up around the penetration area, and in Figure 4b, the deformation area around the penetration area for a load of 300N is shown, which completely shows the Piling-up of the material around the penetration area and confirms the calculations. Also, with increasing penetration load, the difference between

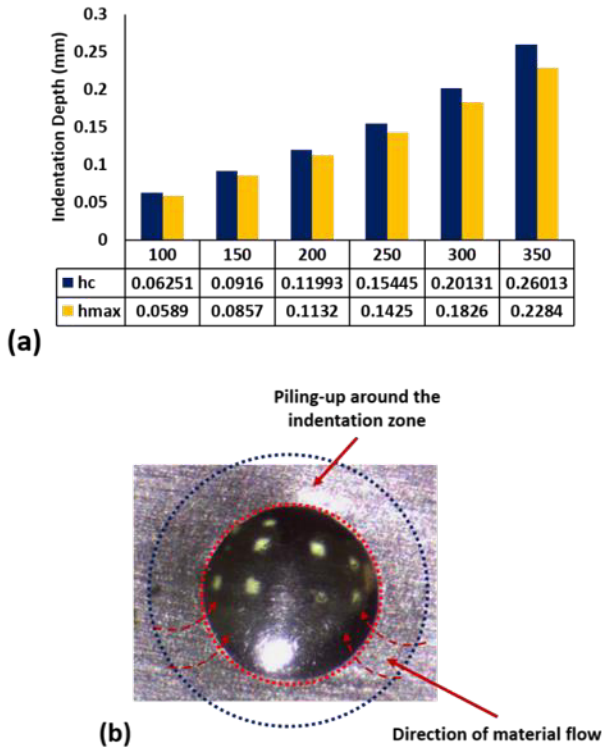


Fig. 4. a) Comparison of calculated instantaneous penetration values based on analysis with the value measured during the penetration test, b) Image of deformation created around the penetration area.

the calculated and measured values increased (Figure 4a), indicating that the material piled up more with increasing penetration load and its severity, which is a logical trend and was also observed when observing the surface of the samples around the penetration zone.

4- Conclusion

The key results obtained, in summary, are:

Based on the presented method, the elastic modulus was measured for the test samples and compared with the value obtained from the standard tensile test, and based on that, the effectiveness of the presented method was confirmed by meeting the requirements.

The accuracy of the proposed method depends significantly on the magnitude of the penetration load; in soft materials, the amount of material Piling-up around the penetration zone is strongly affected by the penetration load, and therefore it seems that for these materials the accuracy of calculations will be more sensitive to the magnitude of the penetration load, and for hard materials the accuracy of measuring the penetration depth is greatly reduced at low loads.

It is essential that this method is optimized for the material being used and the appropriate penetration load value is determined before use.

References

- [1] J.S. Field, M.V. Swain, Determining the mechanical properties of small volumes of material from submicrometer spherical indentations, *Journal of Materials Research*, 10(1) (1995) 101-112.
- [2] M.F. Doerner, W.D. Nix, A method for interpreting the data from depth-sensing indentation instruments, *Journal of Materials Research*, 1(4) (1986) 601-609.
- [3] A. Norbury, T. Samuel, The recovery and sinking-in or piling-up of material in the Brinell test, and the effects of these factors on the correlation of the Brinell with certain other hardness tests, *J. Iron Steel Inst*, 117 (1928) 673-687.



تعیین مدول الاستیک با استفاده از نتایج آزمون نفوذ ساچمه کروی، برینل

سجاد رسائی*

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه صنعتی کرمانشاه، کرمانشاه، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۳۱
بازنگری: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰
پذیرش: ۱۴۰۴/۰۴/۲۱
ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۴/۲۶

کلمات کلیدی:

سختی سنجی
مدول الاستیک
خواص مکانیکی
آزمون نفوذ
نیروی نفوذ
پارامتر میر

خلاصه: رفتار تنش-کرنش مواد معمولاً در آزمون کشش یا فشار تک محوری بررسی می‌شود. با این حال، این روش‌ها به طور کلی برای مقادیر کوچک مواد و یا به‌طور موضعی قابل استفاده نیستند. آزمون سختی‌سنجی با استفاده از نفوذکننده کروی، پتانسیل پر کردن این شکاف را با امکان تخمین دقیق خواص مکانیکی را دارد. در این مقاله تکنیکی مبتنی بر اصول آزمون سختی‌سنجی برینل، برای تخمین مقدار مدول الاستیک ارائه شده است. مدول الاستیک نمونه مورد آزمایش با استفاده از تکنیک ارائه‌شده محاسبه و سپس نتایج به‌دست آمده با استفاده از نتایج آزمون کشش ساده صحت‌سنجی شده‌اند. بر اساس نتایج، مقادیر تخمین زده‌شده تابع نیروی نفوذ هستند و برای نیروی مشخصی بهترین دقت حاصل می‌شود و مقادیر کمتر و بیشتر نیرو باعث کاهش قابل توجه دقت خواهد شد؛ نیروی نفوذ با تأثیر بر مقدار برآمدن یا فرورفتن مواد در اطراف ناحیه نفوذ دقت عمق نفوذ اندازه‌گیری شده را تحت تأثیر قرار می‌دهد و بر دقت مقادیر تخمین زده شده تأثیر می‌گذارد. در این پژوهش مقدار مدول الاستیک با خطای کمتر از ۵ درصد محاسبه شده است. مقدار مناسب نیروی نفوذ تابع جنس است و باید پیش از استفاده از این تکنیک تعیین شود. نتایج تایید می‌کنند که این روش می‌تواند با دقت مناسب برای تخمین مقدار مدول الاستیک قطعات و تجهیزات، بویژه برای مواد محدود و یا خواص موضعی، حین بهره‌برداری و طی یک آزمون غیرمخرب استفاده شود.

۱- مقدمه

اندازه‌گیری مدول الاستیک مواد، به‌ویژه در مهندسی و علوم مواد، اهمیت فراوانی دارد. روش مرسوم برای اندازه‌گیری این پارامتر از خواص مکانیکی آزمون کشش ساده است که مستلزم نمونه‌برداری و انجام آزمون است، که از جمله آزمایش‌های مخرب است؛ بنابراین پیشنهاد روش جایگزین و غیرمخرب، کی طی آن قطعه آسیب نبیند و همچنین به‌توان حین بهره‌برداری از تجهیزات نیز از آن برای تعیین خواص مکانیکی استفاده کرد، کاملاً ارزشمند است. یکی از روش‌های رایج جایگزین برای تعیین این خاصیت مکانیکی استفاده از نتایج آزمون سختی‌سنجی است. آزمون سختی‌سنجی برینل، به‌واسطه ساده بودن و دقت نسبی بالای خود، یکی از آزمون‌های پرکاربرد در تعیین خواص مکانیکی است. این روش بر اساس فشار وارد بر یک ساچمه فولادی یا کاربیدی به سطح نمونه و اندازه‌گیری قطر فرورفتگی ایجاد شده، انجام می‌شود. از آنجا که حین این آزمایش آماده سازی قطعه فقط شامل پولیش سطح است و پس از آن نیز فرورفتگی بسیار

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: rasaee@kut.ac.ir

کوچکی در سطح ایجاد می‌شود که در کارایی قطعه خللی ایجاد نمی‌کند، این روش در دسته روش‌های غیرمخرب دسته‌بندی می‌شود. فرورفتگی با یک گوی فولادی، توسط برینل معرفی شد تا وسیله‌ای برای تعیین کمی خواص مکانیکی مختلف آهن و فولاد فراهم کند، و در آن زمان به دلیل توانایی آن در بررسی تعدادی از خواص مواد از طریق یک آزمایش ساده، توجه قابل توجهی را برانگیخت. این توانایی ناشی از رفتار سخت شدن کرنش مواد الاستیک-پلاستیک و رابطه ساده‌ای است که بین کرنش و هندسه نفوذ کننده کروی وجود دارد. با توجه به سهولت استفاده و تحلیل منحنی‌های تنش-کرنش در کشش یا فشار تک محوری، استفاده از داده‌های آزمون نفوذ ساچمه کروی برای این منظور تا حد زیادی نادیده گرفته شده است و استفاده از آن محدود به آزمایش سختی‌سنجی است. آزمون سختی‌سنجی برینل عاری از مشکل نیست که از جمله آن‌ها وابستگی عدد سختی به شرایط آزمایش و اندازه نفوذکننده‌ها است که البته در مهندسی دقیق غیرقابل قبول است؛ همچنین تغییر شکل فرورونده نیز کاربرد آن را به مواد نرم محدود می‌کند. آزمایش‌های ویکرز، نوپ و راکول که از اهرام یا مخروط‌های



دشوار یا گاهی غیرممکن است.

دو خاصیت مکانیکی که اغلب با استفاده از تکنیک‌های نفوذ اندازه‌گیری می‌شوند، مدول الاستیک و سختی هستند. در روش رایج، داده‌ها از یک چرخه کامل بارگذاری و باربرداری به‌دست می‌آیند. اولین آزمایش‌هایی که در آن از داده‌های بار-عمق نفوذ برای اندازه‌گیری خواص مکانیکی استفاده شده، توسط تابور انجام شد [۱]، که در آن آزمایش نفوذ ابزار کروی سخت در سطح تعدادی از فلزات مورد مطالعه قرار گرفته‌است. مطالعه مشابهی متعاقباً توسط استیل‌ول و تابور برای بررسی رفتار مواد با استفاده از نفوذکننده مخروطی انجام شده‌است؛ همچنین ایشان روشی را برای تعیین خواص مکانیکی با استفاده از بازیابی تغییر شکل الاستیک نفوذ پیشنهاد کردند [۶]. بولیچف و همکاران سطح تماس را از طریق قسمت باربرداری منحنی بار-عمق نفوذ اندازه‌گیری کردند، که پایه و اساس پژوهش‌های بعدی درباره سختی‌سنجی و آزمون نفوذ را ایجاد کرد [۷]. تالجات و همکاران کرنش در ناحیه پلاستیک فرورفتگی را مورد مطالعه قرار دادند و روابطی را به‌دست آوردند که نقش اساسی در تحقیقات بعدی در مورد آزمون نفوذ، برای مشخص کردن تنش و کرنش را داشت [۸]. داس و همکاران رابطه ساختاری و خواص استحکام دو فولاد با استحکام بالا و کم آلیاژ را تحت پیش کرنش‌های مختلف با استفاده از روش نفوذ با استفاده از نفوذکننده کروی را مورد مطالعه قرار دادند [۹]. ژو و همکاران از نانو فروبری برای مطالعه رابطه تنش-کرنش لایه نازک فلزی استفاده و خصوصیات مکانیکی مواد فلزی مختلف را توصیف کردند [۱۰]. پامنائیل و همکاران خواص مکانیکی ناحیه جوش داده‌شده را با استفاده از آزمون فروبری و فرورنده کروی مورد مطالعه قرار دادند [۱۱]؛ هی-ژو و همکاران خواص مکانیکی فولاد زنگ نزن آستنیتی 316L را با استفاده از تحلیل معکوس داده‌های نیرو-عمق نفوذ یک فرورنده کروی و مدل‌سازی این فرآیند در محیط نرم‌افزار آباکوس، در نقاط محلی مختلف که تحت تاثیر حرارت و تغییر شکل بوده‌اند را تعیین کردند [۱۲]. تای‌هوآن و همکاران معادلات سازگاری فولاد ساختمانی را که شامل الگوی تسلیم و معادلات جدیدی برای تعیین استحکام تسلیم و توان کرنش‌سخت شدن بود را از نتایج آزمون فروبری تعیین کردند [۱۳]. تالجات و همکاران بر اساس تجزیه و تحلیل فرآیند نفوذ فرورنده کروی به روش المان محدود، روی موادی با مدول الاستیک مختلف توانستند یک رابطه تحلیل ساده بین مدول الاستیک و بخش باربرداری نمودار بار-جابجایی در آزمون فروبری به‌دست‌آورند [۸]. میسامی‌آبه و همکاران یک روش نیمه مخرب برای تخمین خواص مکانیکی، از جمله کرنش پلاستیک مواد با استفاده از آزمون فروبری پیشنهاد دادند و

الماس کوچک استفاده می‌کنند، برای جلوگیری از این مشکلات معرفی و به استانداردهای صنعتی تبدیل شده و بویژه در بارهای بسیار کم برای اندازه‌گیری سختی اسمی لایه‌های نازک یا حجم‌های کم مواد استفاده شده‌اند. اخیراً، تجهیزات میکرومکانیکی با استفاده از فرورونده‌های برکوییچ توسعه یافته‌اند که سختی اسمی و مدول حجم‌های موضعی یا لایه‌های نازک را دقیق‌تر بررسی می‌کنند.

ارائه مدل تحلیلی که تماس بین دو جسم الاستیک را توصیف می‌کند، و برای مطالعه فرآیند نفوذ یک فرورونده حین آزمون سختی‌سنجی نیز استفاده دارد، اولین بار توسط هرترز در حدود سال ۱۸۹۰ توسعه یافت و به دلیل سادگی، هنوز اغلب برای محاسبات مختلف مانند محاسبه مدول الاستیک اجسام در تماس استفاده می‌شوند. تابور در مطالعات خود، کاربردهای ارزشمند بسیاری از فرآیند نفوذ را برای کاوش خواص مکانیکی مختلف مواد ارائه کرد [۱]؛ مبنای تحلیل در روش ایشان نمودار نیروی نفوذ بر حسب عمق نفوذ و سطح به‌جا مانده پس از نفوذ بود. روابط تحلیلی مهم برای نیرو-عمق نفوذ توسط اسندون به‌دست آمده که می‌تواند برای محاسبه مدول الاستیک نیز استفاده شود [۲]؛ معادلات اسندون با فرض نفوذ یک فرورونده صلب در یک جسم نیمه بی‌نهایت الاستیک توسعه یافتند، با این فرض که باربرداری یک فرآیند الاستیک است. همچنین با اندازه‌گیری دقیق عمق بازیابی الاستیک، می‌توان از معادلات فار و اولیور برای مرتبط کردن مدول الاستیک به شیب منحنی باربرداری و اصلاح روابط اسندون نیز استفاده کرد [۳، ۴]. فرانسیس مجموعه‌ای مستقل از معادلات را برای محاسبه مدول الاستیک از داده‌های نفوذ ارائه کرد [۵]. معادلات او بر عمق بازیابی‌شده تکیه می‌کنند و تغییر شکل فرورونده را به‌حساب می‌آورند. بسیاری از معادلات منتشر شده را می‌توان برای فرورونده‌های با هندسه‌های مختلف (پانچ مسطح، انواع ویکرز، برینل و برکوییچ) استفاده کرد. تاکنون پژوهش‌های عمدتاً تجربی بسیاری بر مبنای فرورونده برکوییچ برای اندازه‌گیری مدول الاستیک ارائه شده‌اند، اما مطالعات انجام شده که در آن‌ها از فرورونده کروی، بر مبنای سختی‌سنجی برینل، برای اندازه‌گیری استفاده شده‌است اندک هستند درحالی‌که این نوع فرورونده‌ها کاملاً در دسترس، ساده و پرجاربرد (برای نمونه در اندازه‌گیری سختی به روش برینل) هستند. دلیل اهمیت انجام مطالعات در زمینه اندازه‌گیری مدول الاستیک با روش نفوذ، اهمیت داده‌های مدول الاستیک ریزساختارهای مختلف، لایه‌های نازک و مواد با خواص ناهمگن و متفاوت در قسمت‌های مختلف مانند قطعات جوشکاری شده و اندازه‌گیری موضعی مقدار مدول الاستیک بویژه درجایی است که انجام اندازه‌گیری‌های معمولی

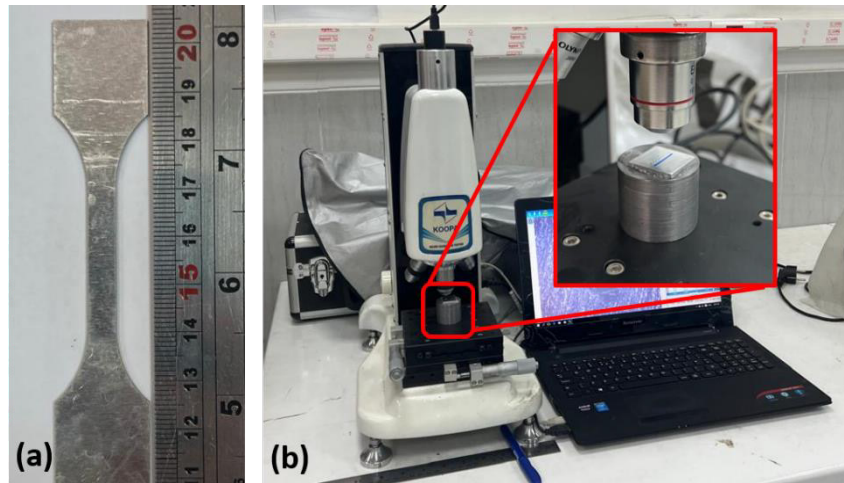
نفوذ ساچمه کروی با توجه به تغییر شکل در اطراف محل نفوذ بررسی شده و روش‌های موجود برای تجزیه و تحلیل داده‌ها و معادلات ارائه شده برای تحلیل نتایج آزمون نفوذ مورد بحث قرار گرفته است. سپس بر اساس داده‌های نیرو-عمق نفوذ شیب ابتدای نمودار باربرداری و مقادیر عمق نفوذ باقیمانده و نهایی برای محاسبه مدول الاستیک محاسبه شده‌اند و بر اساس آن‌ها مدول الاستیک تخمین زده شده و مقادیر محاسبه شده تئوری با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده از آزمون کشش صحت‌سنجی شده است.

۲- تحلیل تجربی

در مطالعه تجربی مقدار مدول الاستیک نمونه‌های آزمایش از دو روش آزمون کشش و تحلیل به روش ارائه شده در این پژوهش، محاسبه و باهم مقایسه شده‌اند. نمونه‌های کشش و آزمون نفوذ از ورق به ضخامت ۳ میلی‌متر با استفاده از دستگاه وایرکات بریده شده‌اند. در ساخت و انجام آزمون‌های کشش^۱ و همچنین آزمون سختی سنجی^۲ الزامات استانداردها رعایت شده است. نمونه‌های نفوذ ورق‌های مربع شکل با ابعاد ۲۰×۲۰ میلی‌متر بوده‌اند که سطح آن‌ها پیش از انجام آزمایش ابتدا سنباده زده شده و سپس با پودر آلومینا پولیش شده است. برای جلوگیری از جابجایی نمونه‌ها حین آزمایش، نمونه‌ها روی یک استوانه کوچک فولادی سخت‌کاری شده با استفاده از چسب اپوکسی ثابت شده‌اند. از آنجا که ناهمگنی مواد می‌تواند بر نتایج تاثیرگذار باشد نمونه‌های کشش در راس‌های مختلف تهیه و آزمایش شده‌اند و همگن و همراستا بودن خواص بررسی و به تایید رسیده است. برای انجام آزمون کشش از دستگاه کشش شرکت سنتام با سرعت بارگذاری ۱ میلی‌متر بر دقیقه استفاده شده و آزمون فروبری با استفاده از دستگاه آزمون سختی‌سنجی شرکت کوپا انجام گرفته است. برای بررسی تکرارپذیری داده‌های حاصل از آزمون، هر آزمایش سه بار در شرایط یکسان تکرار شد. نتایج تحلیل آماری شامل انحراف معیار پایین و تغییرات بسیار ناچیز بین تکرارها بوده و بر این اساس می‌توان گفت داده‌ها از تکرارپذیری مناسبی برخوردارند. همچنین آزمون تحلیل واریانس اختلاف معناداری بین تکرارها نشان نداد. تصویر نمونه کشش آماده شده و مجموعه تجهیزات آزمایش نفوذ به ترتیب در شکل ۱-الف و ۱-ب و همچنین نتایج آزمون کشش نیز در شکل ۲ نشان داده شده و در جدول ۱ خواص مکانیکی اندازه‌گیری شده خلاصه شده است.

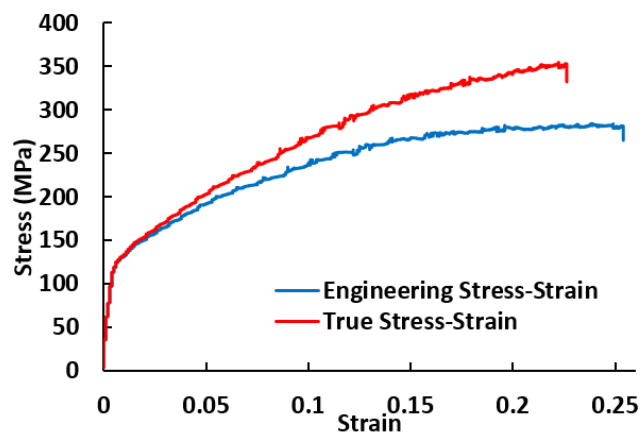
کرنش پلاستیک را با استفاده از منحنی‌های تنش-کرنش واقعی به دست آمده از آزمون فروبری، تقریب زدند [۱۴]. جئونگ‌هون و همکاران روابط تنش-کرنش واقعی فولادها را با توان‌های سخت‌کاری مختلف از آزمون فروبری با استفاده از نفوذکننده کروی به دست آوردند [۱۵]؛ ایشان ضمن فرض چهار رابطه مختلف برای کرنش در زیر فرورونده، تغییر شکل در اطراف فرورونده را نیز دقیق‌تر در نظر گرفتند. همه این تحقیقات تایید کردند که می‌توان خواص مواد را با آزمون فروبری به دست آورد. همچنین پژوهش‌های زیادی بر استفاده از این روش در اندازه‌گیری تنش‌های پسماند متمرکز بوده است. سوریا و همکاران در یک مطالعه تجربی و با اندازه‌گیری تنش‌های پسماند و سختی سطحی نمونه‌های ماشینکاری شده از جنس آلومینیوم ۲۰۲۴ رابطه‌ای بین پارامترهای برش، سختی و تنش پسماند استخراج کرد و از این روابط برای تعیین عمر مفید استفاده کردند [۱۶]. پنگ و همکاران سعی کردند با استفاده از تحلیل‌های نظری، تجربی و المان محدود تنش‌های پسماند غیرهم‌محور در نمونه‌هایی از جنس آلیاژهای ۷۰۷۵ و ۲۰۲۴ آلومینیوم را محاسبه کنند [۱۷، ۱۱]. سلمانی و محمودی با استفاده از طیف گسترده‌ای از شبیه‌سازی‌ها بر روی گروهی از آلیاژهای آلومینیوم تنش‌های پسماند هم‌محور و دومحوره را با تحلیل منحنی‌های بار-عمق نفوذ که از نتایج تجربی به دست آمده بودند، تخمین زدند و سپس با استفاده از شبکه‌های عصبی مدلی به این منظور ارائه دادند [۱۸]. براتی و محرمی خواص مکانیکی فولادهای آستنیتی حاوی تنش پسماند دومحوری را با استفاده از تکنیک آزمون نفوذ تخمین زدند و به تاثیر تنش‌های پسماند بر دقت خواص مکانیکی اندازه‌گیری شده با استفاده از آزمون نفوذ پرداختند [۱۹]. یائو و همکاران روش جدیدی را برای تعیین تنش پسماند در سطوح ماشینکاری شده از طریق اندازه‌گیری‌های میکروسختی پیشنهاد کردند؛ روش ایشان مبتنی بر تکرار مدل المان محدود آزمون نفوذ برای قطعات در معرض تنش‌های پسماند مختلف و برازش داده‌های آزمایش تجربی، بود [۲۰]. عمده تحقیقات ارائه شده تا کنون بر استفاده همزمان از آزمون و شبیه‌سازی المان محدود تمرکز داشته‌اند و سعی کرده‌اند که در محدوده آزمایشگاهی امکان استفاده از آزمون نفوذ برای تعیین خواص مکانیکی و یا تنش‌های پسماند را مطالعه کنند. ارائه راهکاری عملی و با دقت که فقط با استفاده از داده‌های آزمون نفوذ (بار-عمق نفوذ) به‌توان از آن در کاربردهای صنعتی استفاده کرد ضروری و بسیار با ارزش خواهد بود. در این پژوهش، نفوذ یک ساچمه کروی فولادی سخت‌کاری شده با استفاده از روش تحلیل تئوری-تجربی، و با هدف بررسی امکان استفاده از این روش برای تعیین مدول الاستیک مطالعه شده است. ابتدا مبانی نظری

1.. ASTM E8
2. ASTM E10



شکل ۱. نمونه‌های آزمایش آماده شده: (الف) نمونه کشش، (ب) نمونه فروری.

Fig. 1. Prepared test specimens: a) tensile test specimen, b) indentation specimen.



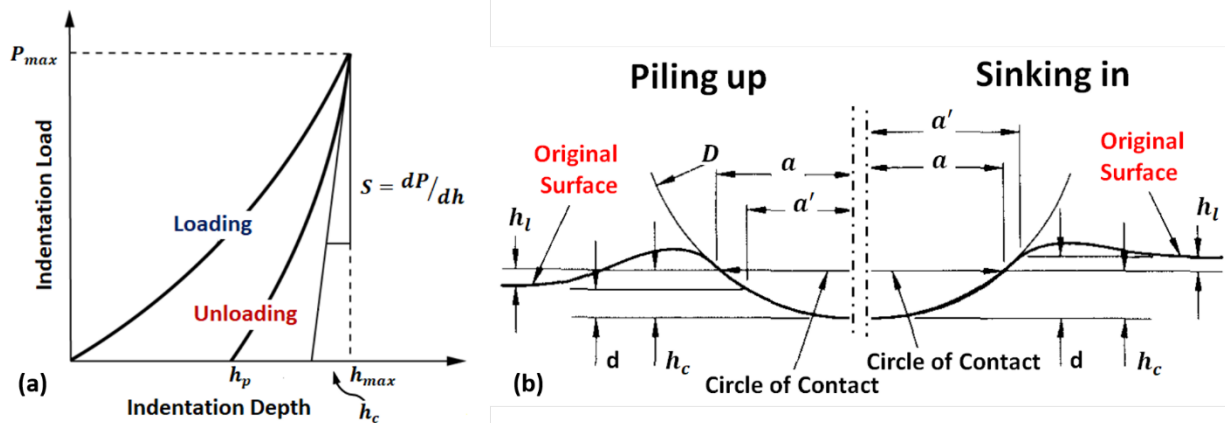
شکل ۲. نتایج آزمون کشش، نمودارهای تنش-کرنش حقیقی و مهندسی ماده استفاده شده.

Fig. 2. Tensile test results, true and engineering stress-strain diagrams, of the material used.

جدول ۱. نتایج آزمون کشش، خواص مکانیکی اندازه‌گیری شده

Table 1. Tensile test results

تنش تسلیم (MPa)	مدول الاستیک (GPa)	نسبت پواسون	استحکام نهایی (MPa)
۱۱۴	۲۷/۹	۰/۳	۲۸۱



شکل ۳. الف) نمودار شماتیک بارگذاری و باربرداری حین فرآیند، ب) شماتیک هندسه نفوذکننده در اطراف نفوذکننده.

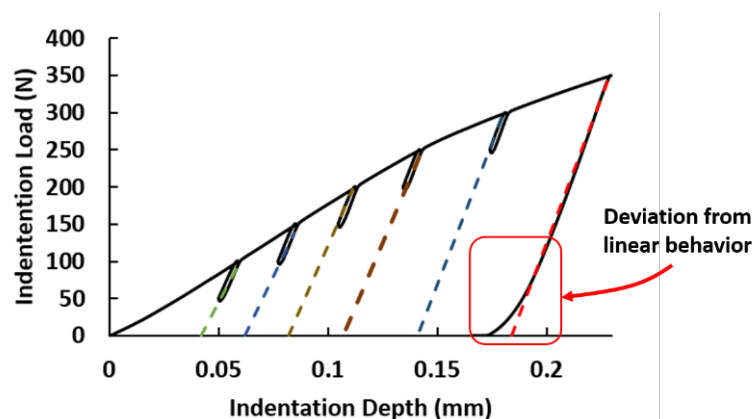
Fig. 3. a) Schematic diagram of loading and unloading during the process, b) Schematic of the geometry of indentation

$$s = \frac{dP}{dh} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} E_r \sqrt{A} \quad (1)$$

کل تغییر شکل الاستیک و پلاستیک است که در باربرداری، تغییر شکل الاستیک به طور کامل بازیابی می‌شود، شیب اولیه منحنی باربرداری ($s = dP/dh$)، سختی الاستیک نفوذ است و عمق نهایی h_p بر اساس تغییر شکل پلاستیک ماده عبارت از عمق نفوذ به‌جا مانده است. با اندازه‌گیری سختی باربرداری و با فرض مساوی بودن سطح تماس واقعی با مقدار اثر به‌جامانده روی سطح، که به‌وسیله میکروسکوب اندازه‌گیری می‌شود، مدول کاهش یافته محاسبه می‌شود. علاوه بر این، برخی از عمق نفوذها بر اساس مورفولوژی فرورفتگی (شکل ۳-ب) تعریف می‌شوند مانند عمق تماس یا عمق نفوذ واقعی h_c ، که عمق تماس واقعی بین نمونه و نفوذکننده است.

آزمون نفوذ با باربرداری جزئی چندانکه که توسط فیلد و سوین شرح داده شده در این مطالعه استفاده شده است [۲۱] و اجازه می‌دهد تا جزء الاستیک به طور مستقیم در هر مرحله تخمین زده شود. داده‌های به‌دست‌آمده از آزمایش به صورت نمودارهای بار در مقابل عمق نفوذ نمایش داده می‌شوند. سرعت بارگذاری اندک و برابر با ۰/۱ متربر دقیقه بوده است. رابطه بار-عمق نفوذ معمولاً به متغیرهای مواد مانند اندازه دانه، جهت دانه، توزیع رسوبات، تنوع و توزیع نابجایی، و متغیرهای محیطی مانند دما و ارتعاش نسبت داده می‌شود و تغییر در هریک از این عوامل باعث تغییرات چشمگیر خواهد شد.

استفاده از نمودار نیرو-عمق نفوذ به عنوان یک ابزار آزمایشی برای اندازه‌گیری مدول الاستیک در اوایل دهه ۱۹۷۰ با مطالعات بولیچف، آلتین، شروشوف و همکاران آغاز شد [۷]. حین آزمایش بار به صورت تدریجی افزایش می‌یابد و عمق نفوذ در هر مرحله اندازه‌گیری می‌شود. افزایش بار باعث افزایش متناظر تغییر شکل الاستیک-پلاستیک می‌شود. تصویر شماتیک منحنی بار-عمق نفوذ، در شکل ۳-الف نشان داده شده است. بخش بارگذاری نمودار کاملاً غیرخطی است و تا عمق نفوذ بیشینه و رسیدن به بیشترین عمق نفوذ ادامه دارد؛ سپس با کاهش نیرو قسمت باربرداری آغاز می‌شود و تا حذف کامل بار ادامه می‌یابد درحالی‌که نفوذ به طور کامل حذف نخواهد شد و بخشی از تغییر شکل و فرورفتگی ایجاد شده به طور ماندگار در قطعه باقی خواهد ماند. جداسازی این داده‌ها به اجزای الاستیک و پلاستیک برای استخراج اطلاعات مربوط به خواص مواد اساسی است. روش مطالعه در این مقاله به این صورت بوده است که جزء الاستیک بر اساس اندازه‌گیری‌های مرحله باربرداری کامل به‌دست می‌آید. اجزای الاستیک و پلاستیک فقط در حداکثر عمق نفوذ قابل تفکیک هستند و تخمین جزء الاستیک در مراحل میانی تنها با فرض قانون تناسب امکان‌پذیر است. حداکثر عمق نفوذ، فرورفتگی در حداکثر بار است. شیب نمودار نیرو-عمق نفوذ در ابتدای بخش باربرداری، که سختی الاستیک باربرداری نامیده می‌شود، مطابق رابطه زیر به مدول الاستیک کاهش یافته و سطح اثر به‌جا مانده روی سطح، مرتبط می‌شود:



شکل ۴. نمودار بار-عمق نفوذ اندازه‌گیری شده و برازش خطی بخش اولیه نمودار باربرداری.

Fig. 4. load-penetration depth diagram and linear fit of the initial part of the unloading diagram.

۳- تحلیل تئوری

اساس آزمایش پیشنهاد شده توسط برینل، فشردن یک ساچمه کروی فولادی سخت با قطر به سطح قطعه مورد آزمایشی با نیروی برای ایجاد یک فرورفتگی دائم با قطر $2a$ در سطح و عمق نفوذ در زیر سطح اولیه تماس است، به طوری که نسبت D/d در محدوده $0/1$ الی $0/3$ باشد. دایره‌ای که تماس بین قطعه و نفوذکننده (محیط جدایش) را مشخص می‌کند معمولاً در سطح اولیه نیست، بلکه ممکن است در بالا یا پایین آن باشد. این برآمدن^۱ یا فرورفتن^۲ در اثر اعوجاج سطح توسط مواد جابجا شده به دلیل فرورفتگی ایجاد، و توسط توان کارسختی ماده کنترل می‌شود. هندسه یک فرورفتگی بارگذاری شده با دایره تماس بالا و زیر سطح اصلی در شکل-۳ نشان داده شده است. شعاع دایره تماس به طور سنتی با اندازه‌گیری محل اثر به‌جا مانده فرورفتگی، و با این فرض که هیچ بازیابی در این جهت در هنگام باربرداری صورت نمی‌گیرد تعیین می‌شود. همچنین قطر دایره تماس را می‌توان از اندازه‌گیری عمق نفوذ فرورفتگی نیز تخمین زد، مشروط بر اینکه شکل فرورفتگی به اندازه کافی دقیق باشد و برآمده و یا فرورفته شدن سطح در آن به درستی در نظر گرفته شود.

فرانسیس استدلال کرد که نفوذ فرورونده کروی در مواد الاستیک-پلاستیک در سه مرحله انجام می‌شود [۵]. در مرحله اول، تغییر شکل کاملاً الاستیک است و از قانون هرتر پیروی می‌کند. سپس یک هسته پلاستیک در نقطه‌ای زیر مرکز منطقه تماس، و در عمقی که به ویژگی‌های کرنش سختی

که می‌توانند صحت و دقت نتایج را با چالش مواجه کنند. به همین دلیل گروه‌های داده‌های مشابه با تکرار آزمایش‌ها آماده و سپس میانگین‌گیری می‌شوند تا نتایج به‌دست آمده به‌طور کلی نشان‌دهنده مواد باشند؛ شکل ۴ داده‌های میانگین‌گیری شده از ۳ بار تکرار آزمایش را نشان می‌دهد. همچنین برای بالا بردن دقت محاسبات و افزایش داده‌ها و همچنین با هدف مطالعه تاثیر مقدار بار نفوذ در دقت نتایج به‌دست آمده، آزمون با چندین بار مختلف انجام شده‌است. همچنین آزمون‌های انجام شده، همانطور که در شکل ۴ نمایش داده‌شده به‌صورت بارگذاری-باربرداری‌های مکرر انجام شده‌اند.

در بررسی نتایج مشاهده می‌شود که عمده تغییرشکل در مرحله نفوذ و بارگذاری به صورت پلاستیک است و تنها بخش کوچکی در باربرداری بازیابی می‌شود. به همین دلیل می‌توان با دقت قابل قبولی باربرداری را به طور کامل فرآیندی الاستیک فرض کرد که روند تقریباً خطی باربرداری نیز گواهی بر این ادعا است، البته این نمودار به طور کامل خطی نیست و همانطور که در شکل ۴ نشان داده‌شده در انتهای روند باربرداری نمودار رفتاری کاملاً غیر خطی دارد. صحت فرض رفتار خطی کامل در باربرداری دقت نتایج را با تردید روبرو خواهد کرد اما بر اساس مشاهدات اولیه حداقل برای یک سوم اول منحنی باربرداری رفتار تقریباً خطی مشاهده می‌شود و اگرچه این رفتار کاملاً خطی نیست اما با دقت قابل قبولی می‌توان این رفتار با منحنی خطی تقریب زد که مقدار ضریب همگرایی در حدود ۱ نیز بر دقت مناسب این تقریب صحت می‌گذارد. به عنوان یک راه‌کار عملی دورنر و نیکس پیشنهاد کردند که سختی الاستیک باربرداری را می‌توان از برازش خطی داده‌های یک سوم بالای منحنی باربرداری محاسبه کرد [۲۲].

1. Piling-up
2. Sinking-in

داد و رابطه‌ای برای توصیف این روابط به شکل زیر ارائه داد [۲۴] که تناسب بهتری به داده‌های نوربوری و ساموئل دارد:

$$c^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{(2n+1)}{2n} \right]^{(2n-1)} - 1 \quad (۴)$$

هیل، استورکرز و زدونک با استفاده از چهارچوب ساختاری ارائه شده توسط هیل و با استفاده از نظریه الاستیسیته غیرخطی، نسبت را برای تمام مراحل فرآیند نفوذ تعیین و نتایج خود را با روش‌های اجزاء محدود صحت‌سنجی کردند [۲۵]؛ رابطه ارائه شده توسط ایشان به صورت زیر بود که تطابق بهتری با داده‌های نوربوری و ساموئل در مقایسه با رابطه متیوز داشت.

$$c^2 = \frac{5(2n-1)}{2(4n+1)} \quad (۵)$$

۴- نتایج و تشریح روند تحلیل انجام شده

عدد سختی برینل به عنوان فشار متوسط بر روی ناحیه تماس تعریف می‌شود، و ناحیه تماس به عنوان سطح منحنی کروی فرورفتگی تحت بار که توسط دایره محصور کننده تماس مشخص شده است، تعریف می‌شود. اما بعداً فشار متوسط، محاسبه شده براساس ناحیه پیش‌بینی شده در اسناد علمی ترجیح داده شد زیرا با مفهوم تنش شعاعی محاسبه شده بر اساس تعادل مطابقت دارد، که در این رابطه a شعاع دایره تماس است. شعاع دایره تماس به طور سنتی با اندازه‌گیری محل اثر به‌جا مانده فرورفتگی، و با این فرض که هیچ بازیابی در این جهت در هنگام باربرداری صورت نمی‌گیرد تعیین می‌شود. همچنین قطر دایره تماس را می‌توان از اندازه‌گیری عمق نفوذ فرورفتگی نیز تخمین زد، مشروط بر اینکه شکل فرورفتگی به اندازه کافی دقیق باشد و برآمده شدن و یا فرورفته سطح در آن به درستی در نظر گرفته شود.

میر شرایط مختلف فرورفتگی نفوذکننده کروی را بررسی کرده و نتیجه گرفت که افزایش فشار متوسط با رابطه‌ی توانی به صورت زیر با نسبت a/D مرتبط است [۲۶]:

$$P_m = k_1 \left(a/D \right)^n \quad (۶)$$

ماده بستگی دارد، تشکیل می‌شود و در نهایت جریان پلاستیک کامل برقرار می‌شود. جانسون داده‌های نفوذ را از منابع مختلف گردآوری کرده و نشان داد که در طول انتقال از تغییر شکل الاستیک به جریان پلاستیک کامل، را می‌توان به عنوان یک تابع لگاریتمی از کرنش بدون بعد، نشان داد که در آن P_m فشار متوسط روی ناحیه تماس، σ_y تنش جریان ماده تغییرشکل نیافته و E_r مدول الاستیک کاهش یافته است و با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\frac{1}{E_r} = \frac{(1-\nu_m^2)}{E_m} + \frac{(1-\nu_i^2)}{E_i} \quad (۲)$$

که در این رابطه و ν_m به ترتیب مدول الاستیک و نسبت پواسون برای نمونه، و ν_i مقادیر مشابه برای نفوذکننده هستند.

در طول توسعه جریان پلاستیک کامل، تغییر شکل در سطح توسط سازوکارهای الاستیک کنترل می‌شود و جریان پلاستیک زیرسطحی با تغییر شکل الاستیک مواد احاطه کننده در اطراف منطقه تغییرشکل یافته، محدود می‌شود. سطح نمونه خارج از محیط فرورفتگی توسط مواد جابجا شده بالا می‌آید، اما موقعیت حداکثر برآمدگی متفاوت است و برای مواد انعطاف‌پذیر دورتر است. مواد همچنین ممکن است در خارج از محیط فرورفتگی به سمت پایین کشیده شوند و دایره تماس ممکن است در بالا یا زیر سطح اصلی قرار گیرد. نوربوری و ساموئل قطر دایره تماس و ارتفاع آن را بر اساس فرورفتگی‌های بازیابی شده اندازه‌گیری و بر آن اساس عمق نفوذ، h_c در زیر دایره تماس را محاسبه کردند [۲۳] و دریافتند که عمق نفوذ در زیر سطح اصلی برحسب a^2 متفاوت است و نسبت h_l/h_c ثابت و از خواص ماده است (شکل-۳ ب). بر این اساس نامتغیرها عبارتند از:

$$c^2 = a^2/Dd = h_c/d = 1 + h_l/d \quad (۳)$$

که h_c عمق نفوذ در زیر دایره تماس و h_l جابجایی دایره تماس نسبت به سطح اصلی است. با توجه به موارد فوق، می‌توان فهمید که در $c^2 = 1$ دایره تماس هم‌تراز سطح اصلی نمونه قرار خواهد گرفت، که مرز بین فرورفته یا برآمده شدن سطح را مشخص می‌کند.

متیوز حل تماس الاستیک هرترز را به مواد ویسکوالاستیک غیرخطی، از جمله برای موادی که کرنش سختی آن‌ها بر اساس مدل میر است، توسعه

که بر اساس این رابطه برای ماده‌ای که کرنش‌سختی آن از رابطه توانی پیروی می‌کند، P_m تقریباً با $2/8$ برابر تنش سیلان ماده در کرنش است. حین آزمایش، اندازه‌گیری نیرو و عمق نفوذ به‌طور پیوسته انجام می‌شود. اندازه‌گیری عمق نفوذ نسبت به سطح اولیه انجام می‌شود و تغییر مداوم مینا را که ناشی از برآمده و یا فرورفته شدن سطح به دلیل تغییر شکل و جابجایی مواد است را شامل نمی‌شود. بدون انجام اصلاحات مناسب تنها می‌توان a' را که شعاع دایره تماس در سطح اولیه است اندازه‌گیری کرد، اگرچه رابطه بین این مقدار با شعاع دایره تماس به سادگی با رابطه بیان می‌شود و اگر به‌توان را تعیین کرد، تصحیح آن امکان‌پذیر است. انجام آزمایش به‌صورت چند مرحله‌ای، با بارگذاری و بار برداری‌های جرئی مکرر، امکان اندازه‌گیری و محاسبه c را در هر مرحله میسر می‌کند.

با جایگذاری در رابطه (۹) و بازنویسی آن و سپس لگاریتم گرفتن از طرفین آن می‌توان پارامتر c را محاسبه کرد:

$$\log(P) = \log\left(\pi k_1 c^{2+1/n} / D^{1/n}\right) + \left(2 + 1/n\right) \log(a') \quad (10)$$

با رگرسیون خطی $\log(P)$ روی شاخص میر، $2+1/n$ ، شیب این خط خواهد بود و مقدار c^2 را می‌توان با استفاده از آن و رابطه (۶) به‌دست آورد که در شکل ۵ نتایج آن نشان داده شده است.

رابطه بین P و عمق نفوذ الاستیک h_e ، در آزمایش روی برخی مواد با

که و ثابت‌های خواص ماده هستند. بعداً اونیل نشان داد که بخش قابل توجهی از منحنی‌های تنش-کرنش پلاستیک واقعی، که از آزمون کشش ساده به دست می‌آیند، اغلب می‌تواند با یک قانون توان ساده به شکل زیر برازش شوند [۲۷]:

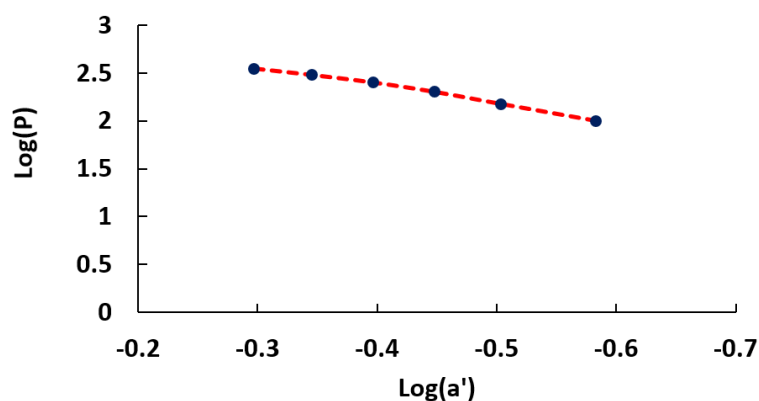
$$\tau = k_2 \lambda^{1/n} \quad (7)$$

که در این رابطه τ تانسور تنش کوشی و λ کرنش پلاستیک است. با ترکیب معادلات (۶) و (۷) نسبت k_1/k_2 بدست می‌آید و تابور بر اساس تعداد زیادی مشاهدات به این نتیجه رسید این نسبت با رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$k_1/k_2 = \alpha \beta^{1/n} \quad (8)$$

که در این رابطه α و ثابت‌هایی هستند که به ترتیب برای فلزات معمول برابر با $2/8$ و $0/4$ هستند [۲۱]. در نهایت با ترکیب همه عبارات فوق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_m = \alpha k_1 \left(\beta a / D \right)^{1/n} \quad (9)$$



شکل ۵. نمودار $\log(P) - \log(a')$ برای نمونه آزمایش شده.

Fig. 5. linear fitting result of $\log(P) - \log(a')$.

عمق نفوذ در زیر دایره تماس نسبت به سطح اولیه، h_b را می‌توان با اندازه‌گیری مقدار نفوذ کل h_m و از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$h_b = h_m - h_i \quad (۱۵)$$

شعاع a' نیز بر اساس مقدار h_b و شعاع فرورونده کروی، با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$a' = \sqrt{(2Rh_b - h_b^2)} \quad (۱۶)$$

از آنجا که هیچ اطلاعاتی در دسترس نیست که شعاع دایره تماس واقعی را بتوان بر آن اساس محاسبه کرد، بنابراین باید از بهترین تخمین موجود برای آن استفاده شود. همچنین مقدار E^* نیز از رابطه زیر تخمین زده می‌شود:

$$E^* = 0.75 \frac{P_{\max}}{ah_e} \quad (۱۷)$$

در صورت استفاده از a' به عنوان تخمینی برای a ، خطای ایجاد شده در تخمین E^* متناسب با مقدار مجهول c است. مقدار پارامتر بر اساس رگرسیون خطی $\log(P)$ روی $\log(a')$ و محاسبه پارامتر میر، محاسبه می‌شود؛ سپس شعاع دایره تماس واقعی در هر مرحله با استفاده از $a = ca'$ و عمق نفوذ در زیر دایره تماس با استفاده از $h_c = c^2 h_b$ و با رابطه $h_c = R - \sqrt{R^2 - a^2}$ محاسبه می‌شود. همچنین مقادیر مدول الاستیک کاهش یافته، E^* در هر مرحله با استفاده از معادله (۱۶) تعیین می‌شود، و یا می‌توان مقدار آن را در هر مرحله با استفاده از ضریب تصحیح c اصلاح کرد.

نتایج محاسبه مدول الاستیک در هر مرحله (در هر بار نفوذ مجزا) در شکل ۶-الف نشان داده و در شکل ۶-ب خطای مقدار محاسبه شده آورده شده است. مشاهد می‌شود که مقدار مدول محاسبه شده کاملاً تابع نیروی نفوذ است. در نیروهای نفوذ اندک سهم تغییر شکل الاستیک چشمگیر است و در نیروهای زیاد مقدار تغییر شکل در اطراف منطقه فرورفته افزایش یافته و مقدار برآمدن یا فرورفتن در اثر اعوجاج سطح توسط مواد جابجا شده به طور

رفتار الاستوپلاستیک، در ابتدا خطی است که منطقی بودن این فرض را تأیید می‌کند که مقدار الاستیک نفوذ دایره تماس زیر سطح اصلی را می‌توان با برون یابی خطی شیب اولیه منحنی باربرداری به دست آورد. سختی الاستیک به عنوان مماس بر منحنی باربرداری در قسمت اولیه آن فرض شده و به عنوان گرادیان یک برازش خطی روی قسمت ابتدایی منحنی باربرداری محاسبه می‌شود. تعیین مولفه الاستیک عمق نفوذ فرورونده کروی دقیق تر است، و جانسون رابطه‌ای برای عمق نفوذ یک فرورونده کروی در محیط نیم صفحه الاستیک را به صورت زیر ارائه داده است [۲۸]:

$$h_e = 0.825 \left(\frac{P}{E^*} \right)^{2/3} \kappa^{-1/3} \quad (۱۱)$$

که در آن انحناى سطوح تماس است. با بیان سختی الاستیک به عنوان تابعی از مساحت دایره تماس، می‌توان نشان داد:

$$\frac{dP}{dh_e} = 2E' \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (۱۲)$$

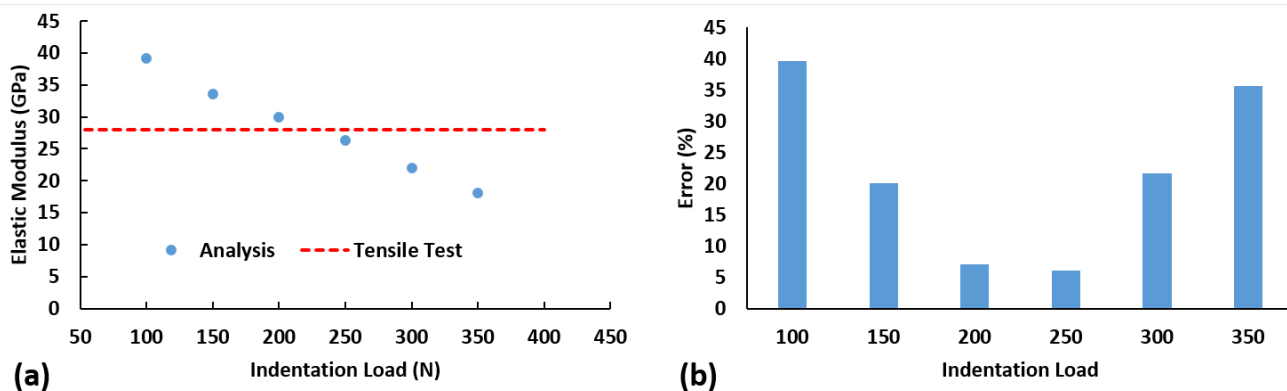
که در این رابط $E' = E / (1 - \nu^2)$ است و $\frac{dP}{dh_e}$ شیب مماس بر منحنی باربرداری در بار بیشینه است.

همانطور که در شکل ۳-ب نشان داده شده است، نفوذ الاستیک یک پانچ صلب کروی در یک نیم صفحه، به دویخش بالا و پایین محیط تماس تقسیم می‌شود که تقسیم بندی به هندسه نفوذکننده بستگی دارد. اولیور و فار نشان دادند که عمق نفوذ الاستیک در زیر دایره تماس پس از باربرداری با رابطه زیر به دست می‌آید [۳]:

$$h_l = q P_{\max} \left(\frac{dh_e}{dP} \right) \quad (۱۳)$$

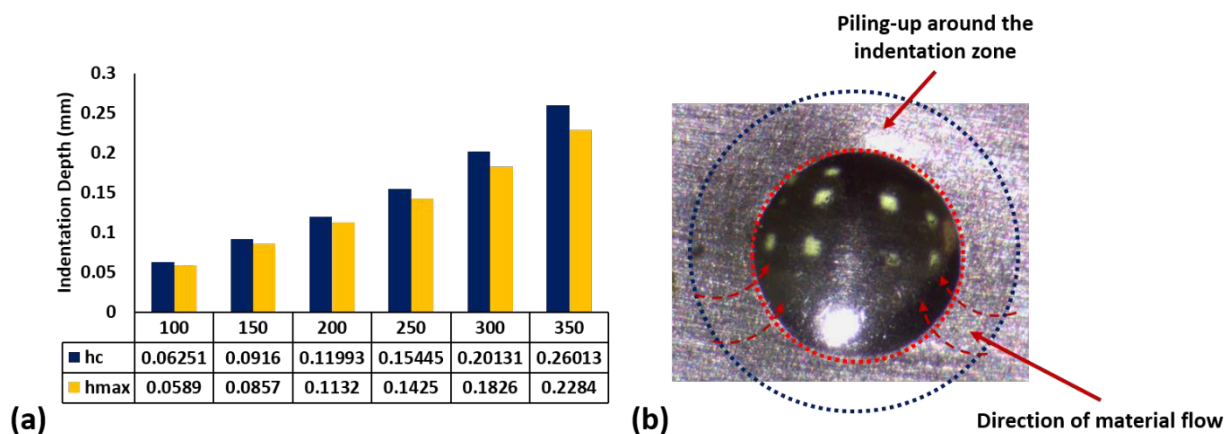
که q یک ثابت است. نفوذ یک فرورونده کروی صلب در نیم صفحه الاستیک به طور مساوی به بالا و پایین دایره تماس تقسیم می‌شود و در نتیجه عمق نفوذ الاستیک در زیر دایره تماس را می‌توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد و بنابراین برای فرورونده کروی $q = 0.75$ است.

$$h_l = 0.75 P_{\max} \left(\frac{dh_e}{dP} \right) \quad (۱۴)$$



شکل ۶. الف) مقایسه مقادیر محاسبه شده مدول الاستیک بر اساس تحلیل با مقدار اندازه‌گیری شده در آزمون کشش؛ الف) نمودار خطای مقادیر محاسبه شده.

Fig. 6. a) Comparison of the calculated values of the elastic modulus based on the analysis with the value measured in the tensile test; A) Error chart of the calculated values.



شکل ۷. الف) مقایسه مقادیر محاسبه شده نفوذ لحظه‌ای بر اساس تحلیل با مقدار اندازه‌گیری شده حین آزمون نفوذ، ب) تصویر تغییر شکل ایجاد شده در اطراف ناحیه نفوذ.

Fig. 7. a) Comparison of the calculated instantaneous penetration values based on the analysis with the value measured during the penetration test, b) the deformation around the indentation.

شده در این پژوهش محاسبه شده‌اند با مقادیر اندازه‌گیری شده حین آزمون مقایسه شده‌است. مشاهده می‌شود که مقادیر h_c همواره بیشتر از h_{max} هستند که نشان دهنده ایجاد برآمدگی در اطراف ناحیه نفوذ است و در شکل ۷-ب ناحیه تغییر شکل در اطراف منطقه نفوذ برای نیروی $\bar{A}$ نیوتن نمایش داده شده که کاملاً ناحیه برآمده مواد در اطراف ناحیه نفوذ را نشان داده و محاسبات را تایید می‌کند.

همچنین با افزایش نیروی نفوذ تفاضل مقادیر محاسبه شده و اندازه گیری شده (h_c و h_{max}) افزایش یافته‌است (شکل ۷-الف) که نشان

چشمگیری افزایش می‌یابد. بنابراین تعیین با دقت مناسب مدول الاستیک با این روش نیازمند انتخاب درست نیروی نفوذ است و بر اساس جنس نمونه‌ها باید از پیش بهینه شود. مقادیر خطل نشان می‌دهند که با انتخاب نیروی نفوذ مناسب این روش قادر بوده‌است که با دقت مطلوب، در حدود ۵٪، مقدار مدول الاستیک را محاسبه کند و این درحالی‌است که انتخاب نیروی نفوذ نامناسب دقت محاسبات را تا حدود ۴۰٪ خطا کاهش داده و عملاً روش را بلااستفاده می‌کند.

در شکل ۷-الف مقادیر نفوذ لحظه‌ای h_c که توسط روابط استخراج

منابع

- [1] D. Tabor, A simple theory of static and dynamic hardness, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 192(1029) (1948) 247-274.
- [2] I.N. Sneddon, Boussinesq's problem for a rigid cone, in: Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Cambridge University Press, 1948, pp. 492-507.
- [3] W.C. Oliver, G.M. Pharr, An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments, Journal of Materials Research, 7(6) (1992) 1564-1583.
- [4] G. Pharr, W.C. Oliver, F.J.J.o.m.r. Brotzen, On the generality of the relationship among contact stiffness, contact area, and elastic modulus during indentation, 7 (1992) 613-617.
- [5] H.A. Francis, Phenomenological Analysis of Plastic Spherical Indentation, Journal of Engineering Materials and Technology, 98(3) (1976) 272-281.
- [6] N.A. Stilwell, D. Tabor, Elastic Recovery of Conical Indentations, Proceedings of the Physical Society, 78(2) (1961) 169.
- [7] S. Bulychev, V. Alekhin, M. Shorshorov, A. Ternovskii, G. Shnyrev, Determining Young's modulus from the indenter penetration diagram, Ind. Lab., 41(9) (1975) 1409-1412.
- [8] B. Taljat, T. Zacharia, F.M. Haggag, Analysis of ball-indentation load-depth data: Part I. Determining elastic modulus, Journal of Materials Research, 12(4) (1997) 965-974.
- [9] G. Das, S. Ghosh, S. Sahay, V. Ranganath, K. Vaze, Influence of pre-straining on mechanical properties of HSLA steel by using ball indentation technique, International Journal of Materials Research, 95(12) (2022) 1120-1127.
- [10] B. Zou, Z. Wei, K. Guan, Fatigue toughness valuation

دهنده برآمدن بیشتر مواد با افزایش بارنفوذ و شدتتر شدن فرآیند برآمدن است که این روندی منطقی است که در مشاهده سطح نمونه‌ها در اطراف منطقه نفوذ نیز مشاهده شد.

۵- جمع‌بندی

در این پژوهش روشی برای به‌دست آوردن مدول الاستیک مواد براساس آزمون غیرمخرب، در دسترس و ساده سختی‌سنجی برینل ارائه شده‌است. روش ارائه شده در مورد حجم‌های بسیار کم مواد و برای تعیین خواص موضعی می‌تواند کارآمد باشد. تعیین خواص مکانیکی قطعات در حین بهره‌برداری می‌تواند اطلاعات ارزشمندی در مورد روند تغییر این خواص و میزان آسیب ایجادشده در آن‌ها فراهم کند. بر این اساس، ارزیابی عمر باقی‌مانده، ظرفیت تحمل بار و امکان ادامه‌ی فرآیند بهره‌برداری امکان‌پذیر خواهد بود. بر اساس روش ارائه‌شده مدول الاستیک برای نمونه‌های آزمایش اندازه‌گیری و با مقداری که از آزمون استاندارد کشش به‌دست آمده مقایسه شد. شیب منحنی بار-عمق‌نفوذ در ابتدای مرحله باربرداری به عنوان پارامتری تعیین کننده برای اندازه‌گیری خواص استفاده شده‌است. عمق‌نفوذ اندازه‌گیری شده و سپس با اصلاح آن عمق‌نفوذ واقعی محاسبه شده‌است. مقایسه مقادیر اندازه‌گیری و محاسبه شده عمق‌نفوذ، برآمدن مواد در اطراف منطقه نفوذ را نشان می‌دهند که مشاهدات تجربی نیز این مورد را تایید کردند. همچنین با افزایش بارنفوذ مقدار برآمدن مواد شدت می‌یابد، همچنین مقدار برآمدن یا فرورفتن مواد پارامتری است که به جنس مواد و مقدار نیروی نفوذ وابسته است. دقت روش ارائه شده به طور چشمگیری به مقدار نیروی نفوذ وابسته است؛ در مواد نرم مقدار برآمدن مواد در اطراف ناحیه نفوذ به شدت متاثر از نیروی نفوذ است و بنابراین به نظر می‌رسد برای این مواد دقت محاسبات به مقدار نیروی نفوذ حساس‌تر خواهد بود، و برای مواد سخت نیز از دقت اندازه‌گیری عمق‌نفوذ در نیروهای کم بسیار کاسته می‌شود، بنابراین مطالعه تاثیر عمق نفوذ بر دقت نتایج می‌تواند موضوع مناسبی برای پژوهش‌های آینده باشد. ضروری است این روش قبل از کاربرد، برای جنس مورد استفاده بهینه و مقدار نیروی نفوذ مناسب برای آن تعیین شود. این تکنیک علی‌رغم همه محدودیت‌ها در صورت استفاده از نیروی‌نفوذ مناسب روشی کاملاً کارآمد است و می‌تواند با دقت قابل قبول مقدار مدول الاستیک را با دقت مناسب، بویژه به‌طور موضعی و در نقاط حساس و با روشی غیرمخرب محاسبه کند.

- on an aluminum plate, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 55(7-8) (2020) 246-257.
- [19] F. Barati, R. Moharrami, Accurate Estimating of Mechanical Properties of Austenitic Stainless Steels with Residual Stresses Using Indentation Technique, *AUT Journal of Mechanical Engineering*, 6(4) (2022) 511-524.
- [20] G. Yao, Z. Liu, H.J.A.S. Ma, A novel method for predicting residual stress in GH4169 machined surfaces through micro-hardness measurement, 13(24) (2023) 13257.
- [21] J.S. Field, M.V. Swain, Determining the mechanical properties of small volumes of material from submicrometer spherical indentations, *Journal of Materials Research*, 10(1) (1995) 101-112.
- [22] M.F. Doerner, W.D. Nix, A method for interpreting the data from depth-sensing indentation instruments, *Journal of Materials Research*, 1(4) (1986) 601-609.
- [23] A. Norbury, T. Samuel, The recovery and sinking-in or piling-up of material in the Brinell test, and the effects of these factors on the correlation of the Brinell with certain other hardness tests, *J. Iron Steel Inst*, 117 (1928) 673-687.
- [24] J.R. Matthews, Indentation hardness and hot pressing, *Acta Metallurgica*, 28(3) (1980) 311-318.
- [25] R. Hill, On a class of constitutive relations for nonlinear infinitesimal elasticity, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 35(5) (1987) 565-576.
- [26] E. Meyer, Z.J.Z.D.V.D.I. Ver, Contribution to the knowledge of hardness and hardness testing, 52 (1908) 740-835.
- [27] H.J.P.o.t.I.o.M.E. O'Neill, The significance of tensile and other mechanical test properties of metals, 151(1) (1944) 116-146.
- [28] K.L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
- of seel by continuous ball indentation test, *Journal of Materials Science and Engineering*, 34(4) (2016) 577-580.
- [11] R. Pamnani, V. Karthik, T. Jayakumar, M. Vasudevan, T. Sakthivel, Evaluation of mechanical properties across micro alloyed HSLA steel weld joints using Automated Ball Indentation, *Materials Science and Engineering: A*, 651 (2016) 214-223.
- [12] H. Xue, J. He, J. Zhang, Y. Xue, Approach for Obtaining Material Mechanical Properties in Local Region of Structure Based on Accurate Analysis of Micro-indentation Test, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 34(1) (2021) 130.
- [13] T.-H. Pham, J.J. Kim, S.-E. Kim, Estimating constitutive equation of structural steel using indentation, *International Journal of Mechanical Sciences*, 90 (2015) 151-161.
- [14] M. Miyabe, M. Iyota, S. Okano, M. Mochizuki, Semi-destructive Method for Evaluation of Local Mechanical Properties in the Notch-Tip Region using an Indentation Technique, *Quarterly Journal of the Japan Welding Society*, 31(4) (2013) 114s-118s.
- [15] J.-H. Ahn, D. Kwon, Derivation of plastic stress-strain relationship from ball indentations: Examination of strain definition and pileup effect, *Journal of Materials Research*, 16(11) (2001) 3170-3178.
- [16] S. Suresh, A.E. Giannakopoulos, A new method for estimating residual stresses by instrumented sharp indentation, *Acta Materialia*, 46(16) (1998) 5755-5767.
- [17] H. Peng, Y. Xia, Z. Zhou, Y. Jiang, Q. Yu, Residual stress evaluation by spherical indentation: Analysis of the asymmetry of load-depth curves, *International Journal of Solids and Structures*, 249 (2022) 111772.
- [18] S.S. Ghanbari, A.-H. Mahmoudi, Application of a portable indentation rig with Rockwell indenter to determine mechanical properties and residual stresses

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Rasaei, Determination of Elastic Modulus Using Spherical Ball Indentation, Brinell Test Results, Amirkabir J. Mech Eng., 57(3) (2025) 267-282.

DOI: [10.22060/mej.2025.24089.7838](https://doi.org/10.22060/mej.2025.24089.7838)

