

Modeling and Analysis of Aeroelastic Instabilities in a Flexible Full Aircraft Using Quasi-Coordinate Formulation and Minimum State Aerodynamic Model

Salman Shafaghat¹, Mohammad Ali Noorian² 

¹ Faculty of Aerospace Engineering, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

² Faculty of Aerospace Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

ABSTRACT: The present study aims to develop an analytical model of a fully flexible aircraft capable of capturing the influence of flight dynamic modes on aeroelastic instabilities. The proposed formulation is based on the quasi-coordinate framework, wherein the aircraft is modeled as a multi-component flexible structure comprising the fuselage, wings, and tails. The aerodynamic forces acting on the wings and tails are modeled using the minimum state method. The model identifies various types of aeroelastic instabilities, including short-period and roll body-freedom flutter, as well as symmetric and antisymmetric wing flutter. The results indicate that only antisymmetric wing flutter and roll-mode body-freedom flutter are significantly influenced by roll moment of inertia, such that increasing the roll inertia raises the flutter velocity in both phenomena. Conversely, pitch moment of inertia and plunging mass predominantly affect symmetric wing flutter and short-period body-freedom flutter. Specifically, an increase in pitch inertia reduces the symmetric wing flutter velocity but increases the short-period body-freedom flutter velocity. Additionally, increasing the plunging mass elevates the flutter velocity for both symmetric wing and short-period body-freedom modes.

Review History:

Received: Mar. 01, 2025

Revised: May, 06, 2025

Accepted: Jul. 07, 2025

Available Online: Jul. 25, 2025

Keywords:

Flexible Aircraft

Quasi-Coordinate Formulation

Minimum State Variable Method

Wing Flutter

Body Freedom Flutter

Effects of Flight Dynamic Modes

1- Introduction

Accurate prediction of the aeroelastic behavior of fully flexible aircraft using low-order models is critical in conceptual design, evaluation of novel configurations, and multidisciplinary design optimization (MDO). With the increasing use of high-aspect-ratio wings, lightweight structures, and composite materials, the distinction between rigid-body and elastic dynamics is becoming increasingly blurred, requiring more comprehensive aeroelastic models beyond the classical cantilever beam assumptions. Aero-servo-elastic modeling commonly incorporates rigid-body motions, structural deformations, and unsteady aerodynamics. Three main modeling strategies are prevalent:

(1) Simplified analytical models, where aircraft components such as the fuselage, wings, and tails are modeled as continuous structural elements, such as beams or plates, and their interactions are established through kinetic energy formulations, [1 & 2].

(2) Finite-element-based structural models coupled with aerodynamic meshes, offering higher fidelity but at significant computational cost [3 to 5]; and

(3) The method utilizes the output of the aircraft structural modal analysis performed by finite element software. These results are incorporated into the aeroelastic equations of the aircraft as representations of the structural mode shapes, [1 & 6].

In early design phases, low-order models are often preferred for their efficiency in control synthesis, stability analysis, and rapid design iterations. However, they must still capture key coupling effects between flight dynamics and structural flexibility.

In this study, the governing aeroelastic equations are derived using the quasi-coordinate formulation introduced by Meirovitch [8, 9], with the distinction that the unsteady aerodynamic forces acting on the wing and tail are modeled using the Minimum-State Method (MSM). The MSM provides a state-space representation of unsteady aerodynamics while minimizing the number of state variables through an optimization algorithm. This makes the aerodynamic model well-suited for integration with multi-input multi-output (MIMO) control systems, such as those in modern aircraft, which are naturally formulated in state-space.

This study investigates two major aeroelastic phenomena in aircraft wing flutter and the BFF¹ simultaneously. A new type of instability, termed roll-mode flutter, is identified and analyzed for the first time. The results from the full aircraft model are compared with those obtained from simplified representations, such as a cantilevered wing and a two-dimensional flight dynamics model. Additionally, the effects of aircraft inertial parameters on both flutter mechanisms are systematically evaluated."

1. Body Freedom Flutter

*Corresponding author's email: noorian@kntu.ac.ir

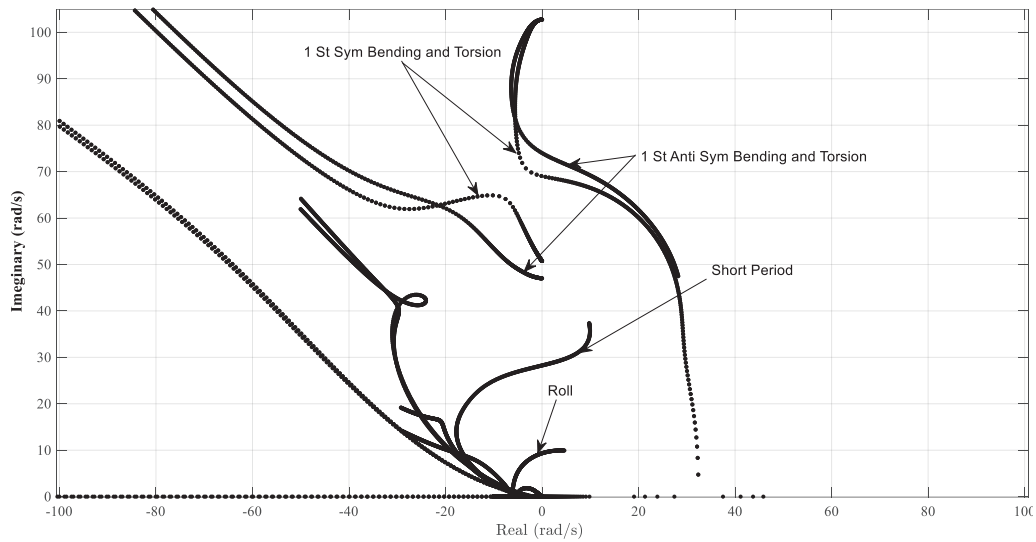


Fig. 1. Imaginary vs. Real Parts of Eigenvalues as a Function of Flight Speed.

2- The Developed Aeroelastic Equations

In this study, a fully flexible aircraft is modeled as a multi-component system consisting of the fuselage, wings, and horizontal and vertical tail surfaces. The equations of motion are derived using a quasi-coordinate framework, which offers notable advantages in flexible multibody dynamics. Structural modeling is based on Euler-Bernoulli beam theory, neglecting axial deformations and in-plane bending for wings and tails. Aerodynamic forces are calculated via strip theory, assuming linear behavior to enable eigenvalue-based solution approaches. Multiple coordinate systems, including a ground-fixed frame, a body-fixed frame, and local frames for each component, are employed to describe the motion. Each elastic component's displacement is decomposed into rigid-body motion, elastic deformation at the attachment point, and local deformation within its coordinate frame. Based on the previously described modeling framework and employed coordinate systems, the velocity vector at any point of the aircraft components can be expressed as a combination of rigid-body and elastic velocity components. The total kinetic energy is expressed as the sum of the rigid-body motion of the fuselage and the elastic deformations of the components. The strain energy stored in the flexible components of the aircraft can be expressed based on elastic deformations, and the virtual work of the external forces acting on the aircraft can be formulated. To derive the governing aeroelastic equations of the aircraft, the extended Lagrangian formulation proposed by Meirovitch [8,9] is employed.

3- Results

This section presents and analyzes the flutter-related results for the complete aircraft model, incorporating flight dynamics effects. Finally, the influence of various modes, including roll, pitch, and plunge on the aeroelastic behavior

Table 1. Comparison of Flutter Results for Flexible Wing and Fully Flexible Aircraft

Model	Sym-Flutter	Anti sym-Flutter	BFF (Short Period Mode)	BFF (Roll Mode)
wing	141.3	-	-	-
Aircraft with planar Flight	134.7	141.15	218.7	-
Fully Flexible Aircraft	131.15	141.45	229	262

of the aircraft is examined. Figure 5 illustrates the real and imaginary parts of the eigenvalues obtained from the flutter analysis at various flight speeds. This plot enables the tracking of mode evolution in the complex plane. Symmetric and antisymmetric short-period modes, along with the elastic bending and torsion modes of the wings, can be clearly identified. This graphical representation provides valuable insight into mode coupling near the onset of flutter instability and enhances understanding of the formation mechanisms of both symmetric and antisymmetric flutter modes. (Fig.1)

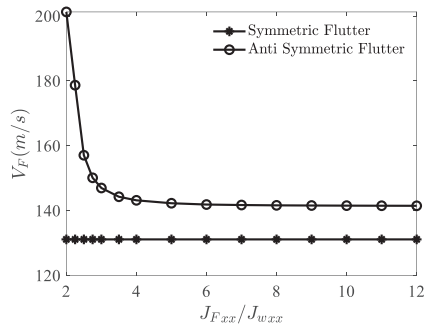
Table 1 presents a comparison of flutter speeds for three different models: (1) a cantilever wing model, (2) a full-aircraft model with planar flight dynamics (as in [28]), and (3) a full-aircraft model incorporating spatial flight dynamics. The results reveal significant differences in flutter speeds

between the simplified models and the comprehensive full-aircraft model. For instance, the planar flight dynamics model is unable to capture roll-mode flutter.

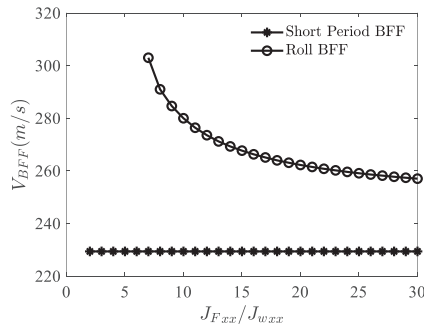
3- 1- Investigation of the Effect of Aircraft Flight Dynamics Modes on Its Aeroelastic Behavior

This section examines the influence of various flight dynamics modes, namely roll, pitch, and plunge, on aeroelastic instability phenomena. The primary focus is on how these modes affect the BFF, symmetric, and antisymmetric wing flutter. The analyses aim to identify the role of coupling between flight dynamics and aeroelastic modes in the onset and variation of aeroelastic instabilities.

3- 1- 1- Effect of the Roll Mode on the Aeroelastic Instabilities of the Aircraft



(a) Variations in Wing Flutter Speed



(b) Variations in BFF Speed

Fig. 2. Variations of Flutter Speed vs $\frac{J_{Fxx}}{J_{Wxx}}$

References

- [1] L. Meirovitch, and I. Tuzcu, Integrated Approach to Flight Dynamics and Aeroservoelasticity of Whole Flexible Aircraft-Part I: System Modeling, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, (2002) 4747.
- [2] I. Tuzcu, and N. Nhan, Unsteady aeroelasticity of generic transport model.” AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, (2011) 6319.
- [3] S. Haghighat, Multidisciplinary design optimization of a highly flexible aeroservoelastic wing, University of Toronto (Canada), (2012).
- [4] R. Palacios, J. Murua and R. Cook, Structural and aerodynamic models in nonlinear flight dynamics of very flexible aircraft, AIAA Journal, 48(11) (2010) 2648-2659.
- [5] M. Wuestenhagen, et al., Aeroservoelastic modeling and analysis of a highly flexible flutter demonstrator. In 2018 Atmospheric Flight Mechanics Atmospheric conference, (2018), 3150.
- [6] D. K. Schmidt, et al. , Modeling, design, and flight testing of three flutter controllers for a flying-wing drone,” Journal of Aircraft, 57(4) (2020) 615-634.



مدلسازی و تحلیل ناپایداری‌های آیروالاستیک در هواپیمای کامل انعطاف‌پذیر با استفاده از فرمول‌بندی شبه‌مختصات و مدل آیرودینامیکی حداقل متغیر حالت

سلمان شفت^۱، محمدعلی نوریان^{۲*} 

۱- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه مالک اشتر، تهران، ایران.

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۳/۱۲/۱۱

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۲/۱۶

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۴/۱۶

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۵/۰۳

کلمات کلیدی:

هواپیمای انعطاف‌پذیر

فرمول‌بندی شبه مختصات

روش حداقل متغیر حالت

فلاتر بال

فلاتر جسم آزاد

اثر مودهای دینامیک پرواز

خلاصه: هدف در کار حاضر ارائه‌ی یک مدل تحلیلی از هواپیمای انعطاف‌پذیر کامل می‌باشد که بتواند اثر مودهای دینامیک پرواز را در ناپایداری‌های آیروالاستیک مورد بررسی قرار دهد. مدل پیشنهادی بر پایه‌ی دستگاه شبه‌مختصات استخراج شده و در آن، هواپیما به عنوان یک سازه‌ی چندجزئی انعطاف‌پذیر شامل بدنه، بال‌ها و دم‌ها مدل می‌شود. نیروهای آیرودینامیکی وارد بر بال و دم با استفاده از روش حداقل متغیر حالت مدل‌سازی می‌شوند. این مدل انواع ناپایداری‌های آیروالاستیکی نظیر فلاتر جسم آزاد، مود تناوب کوتاه و مود رول، فلاتر متقارن و پادمقارن بال را شناسایی می‌کند. نتایج حاصل از تحلیل‌ها نشان می‌دهد که تنها فلاترهای پادمقارن بال و مود رول تحت تأثیر ممان اینرسی رول قرار دارند؛ به‌طوری‌که با افزایش ممان اینرسی رول، سرعت فلاتر در هر دو پدیده افزایش می‌یابد. از سوی دیگر ممان اینرسی پیچ و جرم در مود پلانچ بر فلاتر متقارن بال و فلاتر جسم آزاد مود تناوب مؤثر هستند. افزایش ممان اینرسی مود پیچ منجر به کاهش سرعت فلاتر بال متقارن و در مقابل، افزایش سرعت فلاتر جسم آزاد مود تناوب کوتاه می‌شود. همچنین، افزایش جرم در مود پلانچ باعث افزایش سرعت فلاتر در هر دو پدیده فلاتر بال متقارن و فلاتر جسم آزاد مود تناوب کوتاه می‌گردد.

۱- مقدمه

پیش‌بینی رفتار آیروالاستیک هواپیمای کامل و نامقید با استفاده از مدل‌های تحلیلی ساده‌شده، از اهمیت ویژه‌ای در تحقیقات حوزه هوافضا برخوردار است. توسعه‌ی چنین مدل‌هایی می‌تواند در طراحی مفهومی هواپیما، ارزیابی پیکربندی‌های جدید و بهینه‌سازی چندرشته‌ای بسیار مؤثر باشد. با پیشرفت فناوری‌های مواد و افزایش نسبت منطری بال‌ها به همراه کاهش وزن سازه‌ای هواپیماها، به‌ویژه با استفاده گسترده از مواد کامپوزیتی، فاصله‌ی بین فرکانس مودهای الاستیک و مودهای صلب هواپیما کاهش یافته است. این همگرایی اهمیت توسعه‌ی مدل‌های جامع‌تر از هواپیمای انعطاف‌پذیر را، به جای استفاده از مدل‌های ساده شده‌ای چون بال یک‌سرگردار، دو چندان کرده است.

در مدل‌سازی هواپیما برای تحلیل آیروسروالاستیسیته، معمولاً دو نوع جابجایی برای اجزای سازه در نظر گرفته می‌شود: حرکت دینامیکی جسم

صلب و تغییر شکل دینامیکی سازه‌ی الاستیک. به منظور لحاظ همزمان این دو نوع جابجایی و در نظر گرفتن جفت‌شدگی بین آن‌ها، سه رویکرد اصلی در پژوهش‌های پیشین توسعه یافته است.

رویکرد اول در مدلسازی آیروالاستیکی هواپیمای انعطاف‌پذیر را می‌توان در دو دسته کلی طبقه‌بندی کرد. در روش نخست، اجزای هواپیما نظیر بدنه، بال‌ها و سطوح کنترلی به‌صورت اعضای پیوسته مانند تیر یا ورق مدل می‌شوند و با بهره‌گیری از روابط انرژی جنبشی، اندرکنش میان این اجزا برقرار می‌گردد. در برخی مطالعات، تنها بال‌ها به‌عنوان اعضای انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده و سایر اجزا صلب فرض شده‌اند [۱-۶]، در حالی که در تحقیقات دقیق‌تر، تمامی اجزای هواپیما به‌صورت انعطاف‌پذیر مدل شده‌اند و سیستم به‌عنوان یک سازه چندجسمی منعطف در معرض نیروهای آیرودینامیکی تحلیل می‌شود [۷-۱۳].

راقوان و پتیل [۱]، اثر تغییر شکل‌های استاتیکی ناشی از آیروالاستیسیته بر دینامیک پرواز هواپیماهای نسبت منطری بالا بررسی کرده و نشان دادند

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: noorian@kntu.ac.ir



دادند که تمامی جنبه‌های دینامیک پروازی، سازه‌ای و آیرودینامیکی را شامل می‌شود. مدل‌سازی دقیق این تعاملات بر رفتار هواپیما از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این تحقیق بر اهمیت در نظر گرفتن نیروهای مختلف و تعاملات پیچیده برای طراحی سیستم‌های کنترل مناسب برای هواپیماهای انعطاف‌پذیر تأکید دارد.

مطالعات [۹] و [۱۰] یک روش مدل‌سازی یکپارچه برای تحلیل دینامیک پرواز هواپیماهای انعطاف‌پذیر توسعه داده شده است که به‌طور همزمان اثرات نیروهای اینرسی، آیروالاستیسیته و نیروهای پیشران را در نظر می‌گیرد. این مدل‌سازی با استفاده از مدل تیر-شفت معادل برای بال‌های تحت پیچش و متمایل انجام شده و شامل حرکات خمشی طولی، خمشی عرضی و پیچشی بال است. اندرکنش میان نیروهای اینرسی و تغییر شکل‌های سازه‌ای برای بررسی پایداری آیروالاستیک لحاظ شده و معادلات حاکم در قالب فضای حالت برای سیستم‌های شش درجه آزادی فرمول‌بندی شده‌اند. علاوه بر توسعه مدل تئوریک، در مرجع [۱۰] یک مدل عددی برای یک هواپیمای ترابری عمومی ایجاد شده و تحلیل مقدار ویژه برای محاسبه فرکانس‌های آیروالاستیک و دمپینگ‌های آیرودینامیکی به منظور ساخت مدل دینامیک پرواز یکپارچه انجام گرفته است.

توزکو [۱۱]، یک مدل آیروالاستیسیته با استفاده از تئوری آیرودینامیکی ناپایا برای هواپیمای مفهومی^۲ ناسا توسعه داده شد. در این مدل سازه هواپیما به‌صورت یک سامانه چندجزئی انعطاف‌پذیر مدل‌سازی شده و نیروهای آیرودینامیکی ناپایا برای بال و به‌صورت شبه‌پایا در سایر سطوح اعمال شده‌اند. معادلات دینامیکی با استفاده از روش لاگرانژ و گالرکین استخراج و به معادلات دیفرانسیل معمول تبدیل شدند.

ستوده و همکاران [۱۲]، یک ابزار محاسباتی مبتنی بر معادلات تیر هندسی-دقیق برای تحلیل آیروالاستیسیته غیرخطی هواپیماهای با مداومت پروازی بالا^۳ توسعه داده شد و دقت آن از طریق مقایسه با داده‌های تجربی و نتایج نرم‌افزارهای معتبر مورد ارزیابی قرار گرفت. در پژوهشی دیگر [۱۳]، اثر موقعیت موتور و زاویه پسگرایی بال بر ویژگی‌های فلاتر یک پرنده بال-بدنه شبیه^۴ با استفاده از تحلیل آیروالاستیک غیرخطی بررسی شده و علاوه بر اعتبارسنجی نتایج، وجود مود ناپایداری با فرکانس پایین موسوم به فلاتر جسم آزاد شناسایی گردیده است.

روش دوم برای مدل‌سازی هواپیمای کامل، بهره‌گیری از روش اجزای

که تحلیل دینامیکی مبتنی بر پیکره‌بندی تغییرشکل‌یافته دقت بالاتری نسبت به مدل‌های با بال صلب دارد.

شفقت و همکاران [۲]، با استفاده از مدل آیروسروالاستیک و طراحی کنترلر مرتبه دوم خطی^۱ مبتنی بر فیلتر کالمن، پدیده فلاتر جسم آزاد در یک هواپیمای دارای بال انعطاف‌پذیر تحلیل و کنترل شده و تأثیر کنترل حلقه بسته در افزایش سرعت وقوع این ناپایداری مورد بررسی قرار گرفته است.

مسرور و همکاران [۳] در پژوهشی، با هدف بررسی تأثیر انعطاف‌پذیری سازه بر رفتار آیروالاستیک و مشتقات آیرودینامیکی هواپیماهای بدون سرنشین، مدلی سریع و تحلیلی مبتنی بر تیر الاستیک و آیرودینامیک پنل توسعه دادند. نتایج آنها نشان داد که انعطاف‌پذیری می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر افزایش مشتقات عرضی داشته باشد.

برهانپناه [۴]، با هدف تحلیل دقیق اثرات انعطاف‌پذیری سازه بر پاسخ‌های دینامیکی هواپیمای پهن‌پیکر، مدلی ترکیبی از درجات آزادی صلب و انعطاف‌پذیر توسعه داد. نتایج نشان داد که تحریک‌های خارجی مانند تندباد می‌توانند مودهای الاستیک بیشتری را فعال کرده و بر پایداری و کنترل‌پذیری هواپیما تأثیر بگذارند.

شفقت [۵] به تحلیل پدیده فلاتر جسم آزاد در هواپیماهای با بال‌های انعطاف‌پذیر و نسبت منظری بالا پرداخت. در این تحقیق مدلی توسعه‌یافته از ترکیب دینامیک پرواز صفحه‌ای و تیر انعطاف‌پذیر غیرخطی اویلر-برنولی برای سازه و مدل آیرودینامیکی تابع واگنر همراه با مدل استال استاتیکی برای تحلیل رفتار غیرخطی بال و هواپیما در شرایط بروز فلاتر جسم آزاد و فلاتر بال استفاده شد و تحلیل حساسیت و نوسانات دوره‌ای پس از ناپایداری مورد بررسی قرار گرفت.

توزکو و ناهان [۶] به بررسی رفتار دینامیکی غیرخطی پس از وقوع فلاتر در یک هواپیمای دارای بال با نسبت منظری بالا پرداختند. مدل هواپیمای ارائه‌شده شامل بالی انعطاف‌پذیر بود که در آن توزیع نیروهای آیرودینامیکی با بهره‌گیری از روش شبکه گردابه‌ای مدل شده بود و اثرات غیرخطی ناشی از تغییرشکل‌های بزرگ سازه بال در مدل لحاظ گردید.

میروویچ و توزکو [۷] به تحلیل یکپارچه دینامیک پرواز و آیروسروالاستیسیته در هواپیماهای انعطاف‌پذیر پرداختند. مدل‌سازی سیستم در تحقیق آنها به‌طور ویژه در بهبود روش‌های شبیه‌سازی و تحلیل تعاملات پیچیده سازه و جریان آیرودینامیکی به کار می‌رود. در ادامه آنها [۸] یک فرمولاسیون ریاضی یکپارچه برای تحلیل پرواز هواپیماهای انعطاف‌پذیر ارائه

2. the Generic Transport Model
3. High-Altitude Long-Endurance
4. Horten IV

1. Linear Quadratic Regulator

محدود است که در آن از المان‌های یک‌بعدی یا دوبعدی و به‌صورت خطی یا غیرخطی برای مدل‌سازی سازه استفاده می‌شود [۱۴-۱۶]. در این رویکرد، شبکه اجزای محدود سازه‌ای با شبکه‌های آیرودینامیکی سطوح برآزا کوپل می‌گردد و در نتیجه، معادلات آیروالاستیک کل هواپیما حاصل می‌شود.

حقیقت [۱۴]، یک چارچوب بهینه‌سازی چندرشته‌ای که طراحی سیستم کنترل را به طور هم زمان با طراحی آیروالاستیسته برای هواپیماهای بال‌های بسیار انعطاف‌پذیر یکپارچه می‌کند، توسعه داد. او در مدل‌سازی سازه از روش المان محدود با استفاده از المانهای تیر استفاده کرد و با استفاده از سیستم فعال کاهش بار و کنترل پیش‌بین مدل، بهبود قابل‌توجهی در عملکرد هواپیما و افزایش عمر خستگی سازه در مواجهه با اغتشاشات ایجاد کرد.

پلاسیوز و همکاران [۱۵]، عملکرد مدل‌های مختلف اجزای محدود برای تحلیل آیروالاستیسته هواپیمای کامل مورد بررسی قرار دادند. این مدل‌ها شامل روش‌های مبتنی بر تغییرمکان، کرنش، و مدل‌های ذاتی^۱ برای بال‌های با نسبت منطری بالا بودند. نتایج مقایسه آنها نشان داد که مدل‌های ذاتی، ضمن حفظ دقت، از نظر سرعت محاسباتی برتری قابل‌توجهی نسبت به سایر روش‌ها دارند.

ویستانگن و همکاران [۱۶]، مدل آیروسروالاستیسته یک هواپیمای بسیار انعطاف‌پذیر را ارائه دادند، که در آن از روش اجزای محدود برای مدل‌سازی دینامیک سازه و از روش تئوری دابلت-لتیس^۲ برای مدل‌سازی نیروهای آیرودینامیک ناپایا استفاده کردند. آنها با انجام تحلیل حساسیت جرمی، تأثیر موقعیت عملگرها بر مشخصات فلاتر را بررسی و مکان بهینه آنها برای بیشینه‌سازی کارایی کنترل جهت به تأخیر انداختن فلاتر تعیین کردند.

سومین روش استفاده از خروجیهای حاصل از تحلیل مودال سازه هواپیما توسط نرم‌افزارهای اجزای محدود می‌باشد. این نتایج در معادلات آیروالاستیسته هواپیما به عنوان شکل مودهای سازه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند، [۱۷-۲۱].

سالاتاری و همکاران [۱۷]، معادلات کاملاً کوپل‌شده دینامیک سازه‌ای و صلب هواپیمای انعطاف‌پذیر با استفاده از فرم ضعیف معادلات کوشی استخراج شده‌اند و با مدل‌سازی آیرودینامیک ناپایا به روش دابلت-لتیس، یک مدل خطی شده در فضای حالت را توسعه دادند. این مدل می‌توانست رفتار

1. intrinsic (first-order) geometrically-nonlinear composite beams
2. Doublet Lattice

آیروالاستیک و دینامیک پرواز را به‌صورت یکپارچه بررسی کند.

سو و همکاران [۱۸]، پایداری و پاسخ آیروالاستیک هواپیمای بال-بدنه با بال‌های بسیار انعطاف‌پذیر، با استفاده از مدلی با مرتبه پایین بررسی کردند که کوپل کامل بین دینامیک پرواز و رفتار غیرخطی سازه‌ای را شامل می‌شد. نتایج حاصل از این مدل برای تحلیل فلاتر در حالت‌های مقید در حرکت صلب به کار رفته و تفاوت‌های آن با نتایج تونل باد مورد بررسی قرار گرفته است.

اسمیت و همکاران [۱۹]، یک مدل دینامیکی خطی با مرتبه پایین برای تحلیل دینامیک طولی پرواز یک پهپاد انعطاف‌پذیر از نوع بال-بدنه توسعه دادند که به‌طور کامل درجات آزادی صلب و انعطاف‌پذیر را کوپل می‌کند. نتایج این مدل، شامل شرایط فلاتر و پاسخ‌های گذرا، تطابق خوبی با داده‌های پرواز و تحلیل‌های مرتبه‌بالا مانند نستر^۳ نشان داده‌اند.

اسمیت [۲۰] در ادامه، قوانین کنترلی یکپارچه‌ای برای افزایش پایداری و سرکوب فعال فلاتر در یک پهپاد تحقیقاتی انعطاف‌پذیر از نوع بال-بدنه توسعه داد. این قوانین کنترلی با در نظر گرفتن اندرکنش مودهای صلب و انعطاف‌پذیر، به‌طور هم‌زمان پایداری حرکتی و سرکوب فلاتر را فراهم کرده و پایداری مودهای آیروالاستیک را بهبود بخشیدند.

اسمیت در تحقیقی دیگر [۲۱]، سه روش کنترلی متفاوت برای سرکوب پدیده فلاتر در یک پهپاد بال-بدنه انعطاف‌پذیر طراحی، مدل‌سازی و در پرواز آزمایش کرد. نتایج نشان داد که هر سه کنترل کننده ضمن افزایش میرایی مود فلاتر، مرز ایمنی فلاتر را گسترش داده و عملکرد پایداری مناسبی در شرایط طراحی از خود نشان داده‌اند.

مدل‌سازی هواپیماهای انعطاف‌پذیر از منظر انتخاب دستگاه مختصات نیز قابل بررسی است. به طور کلی، دو چارچوب مختصاتی رایج در این زمینه مورد استفاده قرار می‌گیرد: دستگاه محورهای اصلی و دستگاه شبه‌مختصات. میروویچ و توزکو [۷، ۸] که دستگاه شبه‌مختصات را برای فرمول‌بندی دینامیک کلی هواپیما پیشنهاد کرده‌اند، در مقاله‌ای دیگر [۲۲] اشاره کردند که هرچند دستگاه محورهای اصلی برای جداسازی معادلات اینرسی در سامانه‌های چندجزئی نامقید مؤثر است، اما در سامانه‌هایی نظیر هواپیما، موشک و هلیکوپتر، حضور نیروهای آیرودینامیکی باعث جفت‌شدگی بیشتر و پیچیدگی در معادلات می‌شود. افزون بر این، ساده‌سازی‌های لازم در این روش می‌تواند به بروز خطاهای مدل‌سازی منجر شود.

گران و همکاران [۲۳، ۲۴] با هدف بررسی تفاوت میان این دو چارچوب،

از فرمولبندی شبه مختصات، که توسط میروویچ [۷ و ۸] ارائه شده، به دست آمده است، البته با این تفاوت که نیروهای آیرودینامیک روی بال و دم با استفاده روش حداقل متغیرهای حالت^۲ مدل شده‌اند. این روش آیرودینامیک ناپایا را در فضای حالت ارائه می‌دهد که در ضمن متغیرهای حالت به کار رفته در آن با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی حداقل تعداد را دارا می‌باشند. استفاده از این مدل آیرودینامیک سیستم را مناسب برای استفاده در سیستم‌های کنترلی چند ورودی-چند خروجی مانند هواپیما که در فضای حالت قابلیت فرمول‌بندی دارد، می‌کند.

در این تحقیق، دو پدیده‌ی مهم آیرولاستیک در هواپیماها شامل فلاتر بال و فلاتر جسم آزاد به‌صورت هم‌زمان مورد بررسی قرار می‌گیرد و برای نخستین بار، نوعی ناپایداری جدید تحت عنوان فلاتر مود رول شناسایی و تحلیل شده‌است. نتایج حاصل از مدل هواپیمای کامل با مدل‌های ساده‌تر بال یک سرگردار و دینامیک پرواز صفحه‌ای مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۲- معادلات آیرولاستیک توسعه‌یافته

در این تحقیق، هواپیمای انعطاف‌پذیر کامل به عنوان یک سامانه چندجزئی متشکل از بدنه، بال‌ها، و سطوح دم افقی و عمودی مدل‌سازی شده است. با توجه به مزایای دستگاه شبه‌مختصات که در بخش مقدمه نیز به آن اشاره شد، استخراج معادلات حرکت بر اساس این دستگاه مختصات انجام گرفته است. قبل از شروع فرآیند استخراج معادلات حرکت، فرضیات حاکم بر مدل‌سازی به‌صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

در مدل‌سازی سازه‌ای، از تغییرشکل‌های طولی برای تمامی اجزا صرف‌نظر شده و همچنین خمش داخل صفحه برای بال‌ها و دم‌ها در نظر گرفته نشده است. در بخش آیرودینامیک، از تئوری نواری استفاده شده است که با توجه به نسبت منطقی بالای بال و دم افقی در مدل مورد بررسی، از دقت مناسبی برخوردار می‌باشد. همچنین، به‌منظور امکان‌پذیر بودن حل مسئله به روش مقدار ویژه، کلیه روابط سازه‌ای و آیرودینامیکی در ناحیه خطی فرض شده‌اند. برای توصیف حرکت هواپیمای کامل، مجموعه‌ای از دستگاه‌های مختصات به کار گرفته شده‌اند که شامل دستگاه مختصات مرجع (X, Y, Z) ثابت بر روی زمین، دستگاه مختصات بدنه، (x_f, y_f, z_f) ، (واقع در مرکز جرم و روی بدنه تغییرشکل نیافته) و دستگاه‌های مختصات محلی برای هر یک از اجزای هواپیما می‌باشند. بدنه هواپیما در مرکز جرم به دو بخش جلویی و عقبی تقسیم شده و به‌ترتیب دارای دستگاه‌های مختصات

از هر دو روش در مدل‌سازی یک هواپیمای مشابه بهره گرفتند. نتایج حاصل از هر دو روش از نظر دقت تفاوت چشم‌گیری نداشتند، اما این پژوهشگران خاطر نشان کردند که اگرچه معادلات حاصل از روش محورهای اصلی از نظر ساختار ساده‌تر هستند، ولی برای محاسبه حرکت در نقاط خاص روی بدنه نیاز به حل معادلات سینماتیکی اضافی وجود دارد.

همچنین، این روش مستلزم در اختیار داشتن مودهای کلی سازه است که نیازمند تحلیل مودال اضافی توسط نرم‌افزار خواهد بود، در حالی که در روش شبه‌مختصات، تنها شکل مودهای اجزای منفرد مورد نیاز است.

در نهایت، اسمیت [۲۵] در سال ۲۰۱۵ با انتشار مقاله‌ای به دفاع از روش محورهای اصلی پرداخت و برخی از نقدهای مطرح‌شده توسط میروویچ را مورد چالش قرار داد.

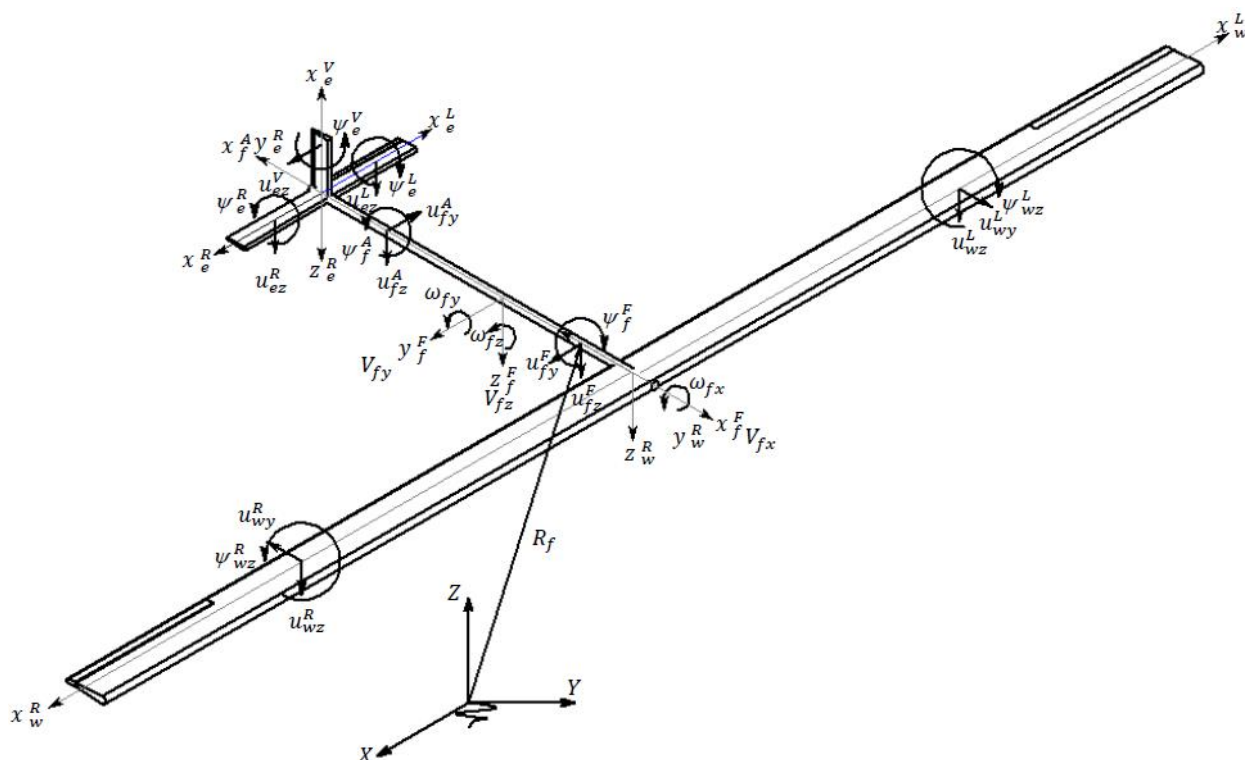
اکنون سه روش مدل‌سازی معرفی شده مورد مقایسه قرار گرفته و مزایا و معایب هر یک بررسی می‌شود. روش اول، که عمدتاً مبتنی بر درنظر گرفتن اجزای هواپیما به صورت تیر یا ورق منفرد است، برای پیکربندی‌های پیچیده‌ای که بال و بدنه دارای ساختارهای هندسی و جنس متنوع هستند، مدل جرم متمرکز ساده‌ای ارائه می‌دهد. این سادگی منجر به کاهش دقت مدل نسبت به روش‌های دوم و سوم می‌شود، اما در مرحله طراحی مفهومی هواپیما، که زمان انجام تصمیم‌گیری‌های چندرشته‌ای می‌باشد و اغلب با یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه همراه می‌شود، از کارآمدی بالایی برخوردار است. علاوه بر این، مرتبه پایین ماتریس‌های حالت در این روش باعث سهولت در طراحی سیستم‌های کنترل در فضای حالت می‌شود که در مسائل مرتبط با کنترل فعال فلاتر یک مزیت مهم تلقی می‌گردد؛ زیرا سامانه‌های کنترل با مرتبه پایین‌تر، از نظر پیاده‌سازی و پایداری عملکرد بهتری دارند.

در مقابل، روش‌های دوم و سوم قابلیت ارائه نتایج دقیق‌تری را دارند. با این حال، روش دوم نیازمند تحلیل مودال سازه‌ای است که معمولاً با بهره‌گیری از نرم‌افزارهای اجزای محدود انجام می‌شود و این موضوع فرآیند بهینه‌سازی طراحی را زمان‌بر و پیچیده می‌کند. همچنین روش سوم، که بر پایه مدل‌سازی اجزای محدود با استفاده از تعداد زیادی المان استوار است، برای رسیدن به همگرایی نتایج نیازمند مش‌بندی با تفکیک بالا است که منجر به افزایش چشم‌گیر ابعاد ماتریس‌های حالت و به‌تبع آن افزایش هزینه محاسباتی می‌شود.

در کار حاضر دو پدیده آیرولاستیک شایع در هواپیما شامل فلاتر بال و فلاتر جسم آزاد^۱ مورد بررسی قرار گرفته‌است. معادلات با استفاده

2. minimum state method

1. Body Freedom Flutter



شکل ۱. مدل هواپیمای کامل انعطاف پذیر

Fig. 1. Fully flexible aircraft model

می‌توان با ترکیب سرعت‌های صلب و الاستیک بیان کرد:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{V}}_f(\mathbf{r}_f, t) &= \mathbf{V}_f(t) + [\tilde{\mathbf{r}}_f + \tilde{\mathbf{u}}_f(\mathbf{r}_f, t)]^T \\ &\cdot [\boldsymbol{\omega}_f(t) + \mathbf{a}_f(\mathbf{r}_f, t)] + \mathbf{v}_f(\mathbf{r}_f, t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{V}}_i(\mathbf{r}_i, t) &= \mathbf{C}_i \mathbf{V}_f(r_{fi}, t) \\ &+ \tilde{\mathbf{r}}_i^T \mathbf{C}_i [\boldsymbol{\Omega}_f(r_{fi}, t) + \mathbf{a}_f(r_{fi}, t)] \\ &+ [\tilde{\mathbf{r}}_i + \tilde{\mathbf{u}}_i(r_i, t)]^T [\boldsymbol{\omega}_f(t) + \mathbf{a}_i(\mathbf{r}_i, t)] \\ &+ \mathbf{v}_i(\mathbf{r}_i, t), \quad i = w, e \end{aligned} \quad (2)$$

جاییکه

$$\boldsymbol{\Omega}_{fi} = \left[0 \quad \frac{\partial \dot{u}_{fi}}{\partial x_f} \quad \frac{\partial \dot{v}_{fi}}{\partial x_f} \right]^T \bigg|_{r_{fi}}, \quad i = w, e \quad (3)$$

محلی (x_f^A, y_f^A, z_f^A) و (x_f^F, y_f^F, z_f^F) مربوط به خود هستند. همچنین برای بال‌های راست (x_w^R, y_w^R, z_w^R) و چپ (x_w^L, y_w^L, z_w^L) ، دم‌های افقی راست (x_e^R, y_e^R, z_e^R) و چپ (x_e^L, y_e^L, z_e^L) و دم عمودی (x_e^V, y_e^V, z_e^V) ، دستگاه‌های مختصات مجزا تعریف شده است. در مدل‌سازی سازه‌ای، بخش‌های جلویی و عقبی بدنه به صورت تیر اوایلر-برنولی با درجات آزادی خمش خارج از صفحه در راستای z و خمش داخل صفحه در راستای y و شفت تحت پیچش حول محور x مدل شده‌اند. برای بال‌ها و دم‌ها، از مدل تیر اوایلر-برنولی برای خمش خارج صفحه در راستای z و شفت تحت پیچش حول محور x استفاده شده است. جابجایی هر نقطه دلخواه از یک جزء الاستیک در این سامانه نامقید شامل سه مؤلفه اصلی است. نخست، جابجایی صلب کل هواپیما نسبت به دستگاه مرجع زمین؛ دوم، جابجایی الاستیک محل اتصال آن جزء به بدنه نسبت به دستگاه مختصات بدنه؛ و سوم، جابجایی الاستیک خود نقطه مورد نظر در دستگاه مختصات محلی آن جزء.

با توجه به توضیحات پیشین در خصوص ساختار مدل‌سازی و دستگاه‌های مختصات به کار رفته، بردار سرعت در هر نقطه از اجزای مختلف هواپیما را

در نهایت، کار مجازی نیروهای وارده بر هواپیما به صورت زیر نوشته می شود:

$$\delta W = \sum_i \int_{D_i} \mathbf{f}_i^T \delta \mathbf{R}_i dD_i, \quad i = f, w, e \quad (6)$$

که در آن $\mathbf{f}_i$ نیروهای آیرودینامیکی وارد بر مولفه i ام و $\delta \mathbf{R}_i$ بردار جابجایی مجازی یک نقطه فرضی بر روی مولفه i ام هستند.

۲-۱- جداسازی متغیرها با استفاده از روش گلرکین

در این بخش، معادلات حرکت به گونه ای بازنویسی می شوند که تنها وابستگی آن ها به متغیرهای تابع زمان باقی بماند. به این منظور از روش گلرکین^۱ برای جداسازی متغیرها استفاده می شود. در این روش، با ضرب معادلات در توابع آزمون مناسب و انجام انتگرال گیری در بعد مکانی، وابستگی مکانی از معادلات حذف شده و معادلات صرفاً در قالب متغیرهای تابع زمان بیان می شوند.

برای این منظور، از رویکرد پیشنهادی میروویچ [۷] بهره گرفته شده است. در این رویکرد، شکل مودهای ارتعاشی مورد استفاده برای اجزای مختلف سازه (نظیر بدنه، بال و دم) بر اساس توابع شکل مود تیر یا شفت یک سرگیردار انتخاب می شود. این انتخاب باعث سهولت در پیاده سازی عددی و نیز تطابق بهتر با شرایط مرزی فیزیکی سازه هواپیما می گردد.

برای متغیرهای جابجایی الاستیک هر جزء می توان نوشت:

$$\begin{aligned} u_f(x_f, t) &= \Phi_{uf}(x_f) \mathbf{q}_{uf}(t) \\ \psi_f(x_f, t) &= \Phi_{\psi f}(x_f) \mathbf{q}_{\psi f}(t) \\ u_i(x_i, t) &= \Phi_{ui}(x_i) \mathbf{q}_{ui}(t), \quad i = w, e \\ \psi_i(x_i, t) &= \Phi_{\psi i}(x_i) \mathbf{q}_{\psi i}(t), \quad i = w, e \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن شکل مودهای خمش و پیچش به کار رفته برای اجزای مختلف، به ترتیب، به صورت زیر در نظر گرفته شده اند:

بردارهای سرعت انتقالی و دورانی بدنه به ترتیب با نمادهای $\mathbf{V}$ و $\dot{\mathbf{u}}$ نسبت به دستگاه مختصات مرجع سنجیده می شوند. برای توصیف رفتار اجزای الاستیک، سرعت های ناشی از خمش و پیچش این اجزا به ترتیب با $\mathbf{v}$ و $\dot{\mathbf{a}}$ نمایش داده می شوند. بردار r_{fi} موقعیت نقطه اتصال بال یا دم به بدنه را در دستگاه مختصات بدنه مشخص می سازد، در حالی که بردار r موقعیت یک نقطه دلخواه بر روی هر جزء الاستیک را در دستگاه مختصات محلی آن جزء بیان می کند. جابجایی خمشی ناشی از تغییر شکل الاستیک نیز با نماد u مشخص می شود. نهایتاً، ماتریس کسینوس های هادی C ، رابطه بین دستگاه مختصات محلی اجزا و دستگاه مختصات بدنه را برقرار می سازد و نقش کلیدی در تبدیل بردارها بین این دو دستگاه ایفا می کند.

با تعریف سرعت های هر یک از اجزای هواپیما، انرژی جنبشی کل سیستم قابل بیان به صورت تجمع انرژی جنبشی مربوط به حرکت صلب بدنه و تغییر شکل های الاستیک اجزا است. بنابراین، معادله انرژی جنبشی کل هواپیما به صورت زیر نوشته می شود:

$$T = \frac{1}{2} \int m_f \bar{\mathbf{V}}_f^T \bar{\mathbf{V}}_f dl_f + \frac{1}{2} \int m_w \bar{\mathbf{V}}_w^T \bar{\mathbf{V}}_w dl_w + \frac{1}{2} \int m_e \bar{\mathbf{V}}_e^T \bar{\mathbf{V}}_e dl_e \quad (4)$$

که در آن m_f ، m_w و m_e به ترتیب جرم های واحد طول بدنه، بال و دم هواپیما هستند.

از سوی دیگر، انرژی پتانسیل ذخیره شده ناشی از تغییر شکل های الاستیک در اجزای انعطاف پذیر هواپیما به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \int \left[EI_{fx} \left(\frac{\partial^2 u_{fx}}{\partial x_f^2} \right)^2 + EI_{fy} \left(\frac{\partial^2 u_{fy}}{\partial x_f^2} \right)^2 + GJ_{fx} \left(\frac{\partial^2 \psi_{fx}}{\partial x_f^2} \right)^2 \right] dD_f \\ &+ \frac{1}{2} \int \left[EI_{wy} \left(\frac{\partial^2 u_{wy}}{\partial x_w^2} \right)^2 + GJ_{wx} \left(\frac{\partial^2 \psi_{wx}}{\partial x_w^2} \right)^2 \right] dD_w \\ &+ \frac{1}{2} \int \left[EI_{ey} \left(\frac{\partial^2 u_{ey}}{\partial x_e^2} \right)^2 + GJ_{ez} \left(\frac{\partial^2 \psi_{ez}}{\partial x_e^2} \right)^2 \right] dD_e \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن EI_{zi} ، EI_{yi} و GJ_{xi} به ترتیب نشان دهنده صلبیت خمشی خارج از صفحه، صلبیت خمشی داخل صفحه و صلبیت پیچشی برای جزء i ام از سازه هواپیما می باشند و ψ جابجایی پیچشی ناشی از تغییر شکل الاستیک می باشد.

سفتی $\mathbf{K}$ به ترتیب از روابط انرژی و معادلات لاگرانژ به دست آمده‌اند. فرم کامل این ماتریس‌ها و جزئیات نحوه تشکیل آن‌ها در مراجع [۷] و [۸] ارائه شده است.

۲-۲- آیرودینامیک با حداقل متغیر حالت

در این مطالعه، نیروهای آیرودینامیکی وارد بر بال و دم با استفاده از تئوری آیرودینامیک ناپایا مدل‌سازی شده‌اند. برای بال‌هایی با نسبت منطری بالا، تئوری تئودورسن به عنوان یکی از مدل‌های متداول به کار می‌رود. این تئوری شامل معادلاتی است که به ترم فرکانس کاسته ($k = b\omega/U$) وابسته‌اند؛ وابستگی مذکور فرمول‌بندی معادلات در فضای حالت را برای کاربردهای کنترلی با چالش‌هایی مواجه می‌سازد. به منظور رفع این مسئله، معمولاً از تقریب‌های گویا برای بازنویسی عبارات آیرودینامیکی استفاده می‌شود. روش‌های متداول در این زمینه شامل تقریب پد، تقریب راجرز و روش حداقل متغیر حالت هستند. کارپل با بهره‌گیری از یک روند بهینه‌سازی، روش حداقل متغیر حالت را توسعه داد تا مرتبه سیستم فضای حالت را تا حد امکان کاهش دهد. در این روش، از یک مدل گویا شامل تعداد محدودی متغیر حالت به منظور تقریب مؤثر ترم‌های وابسته به فرکانس کاسته استفاده شده و مدل نهایی برای نمایش در فضای حالت، که در طراحی سیستم‌های کنترل چند ورودی-چند خروجی ضروری است، آماده‌سازی می‌شود. مزیت اصلی این روش، کاهش ابعاد مدل در عین حفظ دقت در بازنمایی پاسخ آیرودینامیکی است که به بهبود عملکرد و کارایی سیستم کنترل منجر می‌شود. تشریح کامل روش حداقل متغیر حالت در [۲۶] قابل دسترس می‌باشد.

در پژوهش حاضر، به دلیل مزایای فوق، از روش حداقل متغیر حالت برای مدل‌سازی نیروهای آیرودینامیکی ناشی از تغییر شکل الاستیک در درجات آزادی پیچشی و خمشی بال و دم استفاده شده است.

۲-۳- تحلیل فلاتر با استفاده از روش مقدار ویژه

از آنجایی که در این پژوهش معادلات آیروالاستیکی با بهره‌گیری از روش حداقل متغیر حالت برای مدل‌سازی آیرودینامیکی ناپایا به طور کامل در فضای حالت فرموله شده‌اند، مسأله فلاتر به صورت طبیعی و ساده به یک مسأله مقدار ویژه تقلیل می‌یابد. به این منظور، پاسخ سیستم به صورت تابع نمایشی زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}}e^{pt}$$

$$\Phi_{u_i}(x_i) = (\cos\beta_n x_i - \cosh\beta_n x_i)$$

$$-\frac{\cos\beta_n L_i + \cosh\beta_n L_i}{\sin\beta_n L_i + \sinh\beta_n L_i} (\sin\beta_n x_i - \sinh\beta_n x_i)$$

$$i = f, w, e. \quad \beta_1 L_i = 1.8751, \beta_2 L_i = 4.6941, \dots$$

$$\Phi_{\psi_i}(x_i) = \sin \frac{(2n+1)\pi x_i}{2L_i}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

که در آن L_i طول هر جز می‌باشد:

با اعمال روش گلرکین و جایگذاری شکل مودهای فوق در روابط انرژی جنبشی، پتانسیل و کار مجازی نیروها، معادلات حرکت به صورت یک سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی شامل درجات آزادی اندک و تنها تابع زمان به دست می‌آیند. این معادلات اساس تحلیل آیروالاستیکی مدل هواپیما را در مراحل بعدی تشکیل می‌دهند.

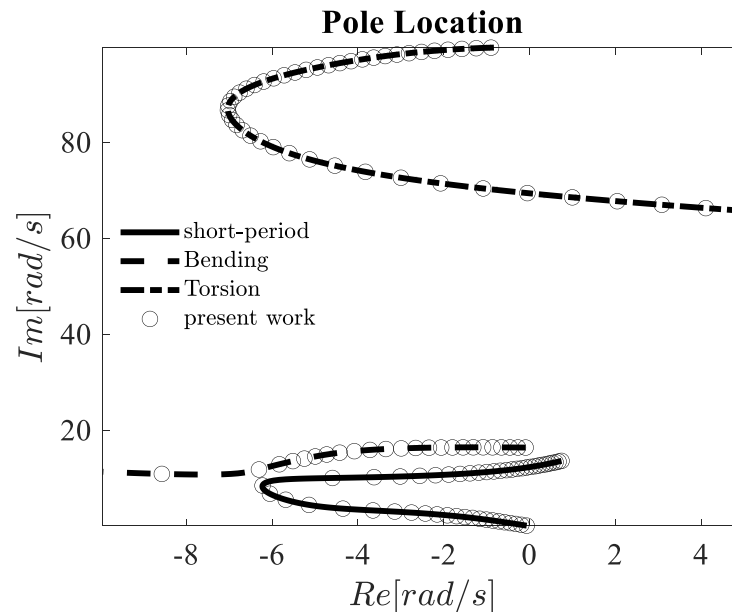
برای استخراج معادلات حاکم بر رفتار آیروالاستیکی هواپیما، از قالب معادلات لاگرانژ توسعه‌یافته بهره گرفته شده است که توسط میروویچ [۷، ۸] معرفی گردید. این چارچوب تحلیلی امکان در نظر گرفتن هم‌زمان درجات آزادی دینامیک پرواز و آیروالاستیک را فراهم می‌سازد. معادلات کلی حرکت در این روش به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{V}_f} \right) + \tilde{\omega}_f \frac{\partial L}{\partial \mathbf{V}_f} - C_f \frac{\partial L}{\partial \mathbf{R}_f} &= \mathbf{F} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \omega_f} \right) + \tilde{V}_f \frac{\partial L}{\partial \omega_f} + \tilde{\omega}_f \frac{\partial L}{\partial \omega_f} - (E_f^T)^{-1} \frac{\partial L}{\partial \theta_f} &= \mathbf{M} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \hat{L}_i}{\partial \mathbf{V}_i} \right) - \frac{\partial \hat{L}_i}{\partial \mathbf{u}_i} + L_{ui} \mathbf{u}_i &= \hat{\mathbf{U}}_i \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \hat{L}_i}{\partial \mathbf{a}_i} \right) - \frac{\partial \hat{L}_i}{\partial \mathbf{u}_i} + L_{ui} \psi_i &= \hat{\Psi}_i \end{aligned} \quad (8)$$

در نتیجه معادلات آیروالاستیک در فرمت ماتریسی زیر قابل ارائه است:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (9)$$

که در آن بردار شامل درجات آزادی تعمیم‌یافته سیستم (شامل دینامیک بدنه و مودهای ارتعاشی) است و ماتریس‌های جرم $\mathbf{M}$ ، دمپینگ $\mathbf{C}$ و



شکل ۲. مقایسه نتایج فلاتر بال و فلاتر جسم آزاد با [۲۷]

Fig. 2. Comparison of wing flutter and body freedom flutter results with [28]

۳-۱- اعتبارسنجی

برای اعتبارسنجی مدل ارائه شده در این پژوهش، از نتایج مرجع [۲۷] استفاده شده است. در این مرجع، تحلیل هر دو پدیده فلاتر جسم آزاد و فلاتر بال برای یک هواپیما با فرض دینامیک پرواز صفحه‌ای و بدنه و دم صلب ارائه گردیده است؛ شرایطی که تطابق بالایی با مفروضات مدل حاضر دارد و آن را به گزینه‌ای مناسب برای صحت‌سنجی تبدیل می‌کند. در فرآیند اعتبارسنجی، سه دسته از معادلات شامل معادلات آیروداستیک بال، معادلات دینامیک پرواز، و روابط جفت‌شدگی میان این دو مجموعه، مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است که کلیه مشخصات مدل مورد استفاده در مرجع [۲۷] به صورت کامل و شفاف در خود مقاله ارائه شده و مبنای تنظیم مدل شبیه‌سازی در کار حاضر قرار گرفته است.

در شکل ۲، نمودارهای بخش‌های حقیقی و موهومی مودهای خمش و پیچش الاستیک بال، به همراه مود تناوب کوتاه، برای طیفی از سرعت‌های پروازی رسم شده‌اند. در این نمودارها، جفت‌شدگی مودهای تناوب کوتاه و خمش بال که منجر به وقوع پدیده فلاتر جسم آزاد می‌شود، و همچنین جفت‌شدگی مودهای خمش و پیچش بال که منجر به ناپایداری فلاتر بال می‌گردد، به وضوح قابل مشاهده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج

با جایگذاری این فرض در معادله حرکت آیروداستیک، معادله مشخصه‌ی مقدار ویژه به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$|Mp^2 + Cp + K| = 0 \quad (10)$$

حل این معادله برای مقادیر مختلف عدد ماخ و پارامترهای طراحی، امکان پیش‌بینی سرعت فلاتر و بررسی ناپایداری‌های دینامیکی سیستم را فراهم می‌سازد.

۳- نتایج

در این بخش، در گام نخست نتایج حاصل از مدل‌سازی توسعه‌یافته با استفاده از یک مرجع معتبر مورد اعتبارسنجی قرار می‌گیرند تا دقت مدل تأیید شود. در ادامه، نمودارهای مربوط به پدیده فلاتر در هواپیمای کامل با در نظر گرفتن دینامیک پرواز فضایی ارائه شده و تحلیل می‌گردند. در نهایت، به بررسی و تحلیل نقش مودهای مختلف شامل مود رول، پیچ و پلانج در رفتار آیروداستیک هواپیمای مورد مطالعه پرداخته می‌شود.

در تحلیل آیروالاستیک گنجانده شود.

شایان ذکر است که تأثیر انعطاف‌پذیری بدنه بر رفتار آیروالاستیک هواپیما می‌تواند قابل توجه باشد، موضوعی که در پژوهش مستقلی توسط نویسندگان همین مقاله مورد بررسی قرار گرفته و در مرجع [۲۸] منتشر شده است.

مورد دوم تفاوت مدل حاضر با مدل [۲۷] در لحاظ کردن دینامیک کامل فضایی پرواز است. برای تحقق این هدف، لازم است ممان‌های اینرسی مربوط به حرکت‌های رول و سمت برای کل هواپیما تعریف گردند. در این مطالعه، توزیع جرم اجزای مختلف هواپیما شامل بدنه، بال و دم مطابق با مدل ارائه‌شده در مرجع [۲۷] فرض شده است. به‌منظور بررسی تأثیر ممان اینرسی رول بر پایداری آیروالاستیک، ضریبی تحت عنوان $\frac{J_{F_{xx}}}{J_{w_{xx}}}$ تعریف شده که در آن، $J_{F_{xx}}$ نمایانگر ممان اینرسی رول مفروض برای بدنه و $J_{w_{xx}}$ بیانگر ممان اینرسی ناشی از توزیع جرم بال‌ها می‌باشد. در این بخش، این ضریب به صورت $\frac{J_{F_{xx}}}{J_{w_{xx}}} = 20$ تعریف شده است.

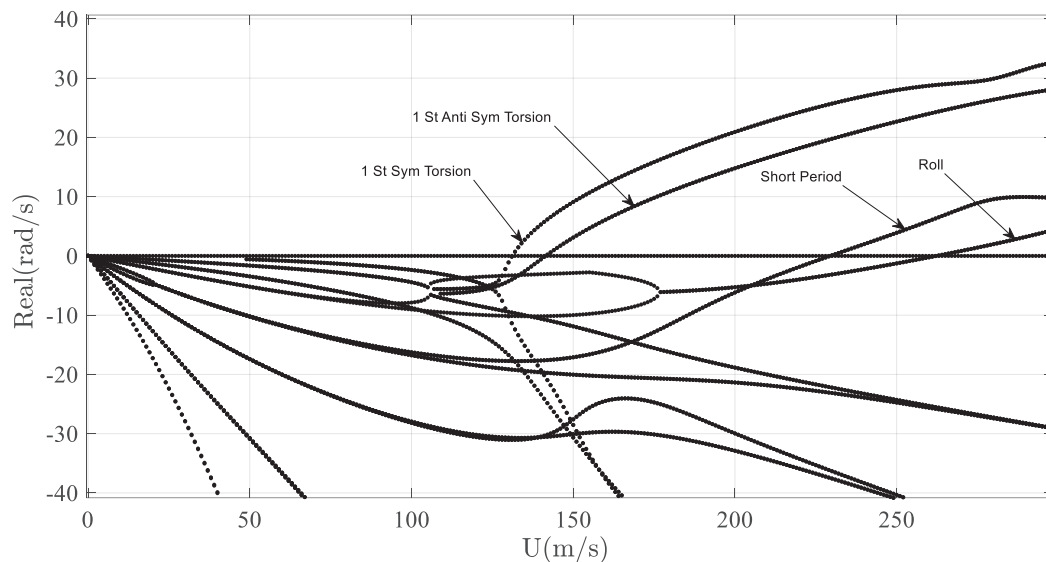
در ادامه، گراف‌های کلاسیک فلاتر شامل نمودارهای میرایی-سرعت و فرکانس-سرعت که از حل مسئله فلاتر هواپیمای انعطاف‌پذیر کامل حاصل شده‌اند، به‌ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ ارائه شده‌اند. این نتایج مربوط به حالتی هستند که در صلبیت خمشی بال، EI_w ، معادل مقدار متناظر آن در مدل

حاصل از مدل ارائه‌شده در این پژوهش تطابق کاملی با داده‌های منتشرشده در مرجع [۲۷] دارند و این تطابق، دقت و صحت مدل‌سازی انجام‌شده را به‌خوبی تأیید می‌کند.

۳-۲- گراف‌های فلاتر مدل هواپیمای کامل و مقایسه با مدل‌های ساده‌تر

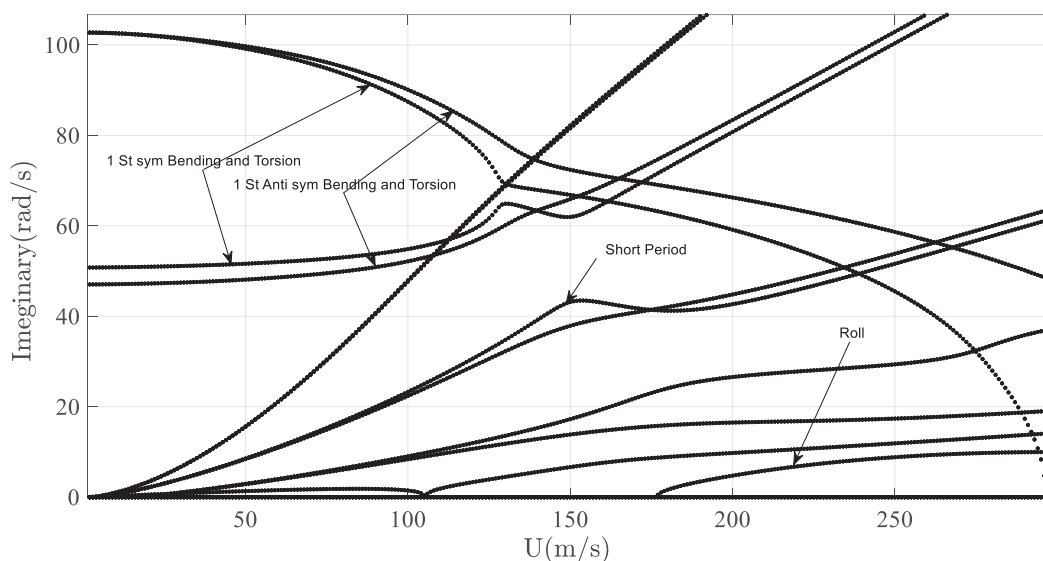
در این بخش، گراف‌های فلاتر استخراج‌شده از مدل هواپیمای کامل ارائه شده و با نتایج مدل‌های ساده‌تر مقایسه می‌گردند. به‌منظور انجام این تحلیل، یک مورد مطالعاتی مشابه با مدل ارائه شده در مرجع [۲۷] انتخاب شده است. با این حال، مدل حاضر از دو منظر اساسی با مدل مذکور تفاوت دارد.

اولین تفاوت آن است که در مدل حاضر، برخلاف مدل مرجع، بدنه و دم هواپیما به‌صورت انعطاف‌پذیر مدل شده‌اند. با این وجود، برای حصول مقایسه‌ای منصفانه و هم‌راستا با شرایط مرجع، مقادیر صلبیت خمشی و پیچشی بدنه به‌گونه‌ای تنظیم شده‌اند که ۱۰۰ برابر صلبیت متناظر در بال در نظر گرفته شده‌اند. این انتخاب به‌منزله‌ی شبیه‌سازی تقریباً بدنه صلب بوده و اختلاف ناشی از انعطاف‌پذیری آن را به حداقل می‌رساند. در مقابل، صلبیت خمشی و پیچشی دم‌ها در این مدل معادل ۰/۱ برابر صلبیت متناظر در بال در نظر گرفته شده‌اند، تا تأثیر انعطاف‌پذیری دم‌ها به‌صورت دقیق‌تری



شکل ۳. نمودار میرایی-سرعت هواپیمای انعطاف‌پذیر کامل با $\frac{J_{F_{xx}}}{J_{w_{xx}}} = 20$

Fig. 3. Damping-Velocity Diagram of the Fully Flexible Aircraft for $\frac{J_{F_{xx}}}{J_{w_{xx}}} = 20$



شکل ۴. نمودار فرکانس-سرعت هواپیمای انعطاف‌پذیر کامل. $\frac{J_{F_{xx}}}{J_{w_{xx}}} = 20$

Fig. 4. Frequency-velocity diagram of the fully flexible aircraft for $\frac{J_{F_{xx}}}{J_{w_{xx}}} = 20$

هواپیما (چپ و راست) با دامنه‌ای یکسان و در یک جهت نوسان می‌کنند. در مقابل، در مدهای پادمتقارن، دامنه خمش در دو بال همچنان برابر است، اما نوسان‌ها در جهت مخالف یکدیگر رخ می‌دهد. این تفاوت رفتار مودال به‌روشنی در شکل ۶ نمایش داده شده است و نقش مهمی در تحلیل و تفکیک پدیده‌های آیروالاستیک ایفا می‌کند.

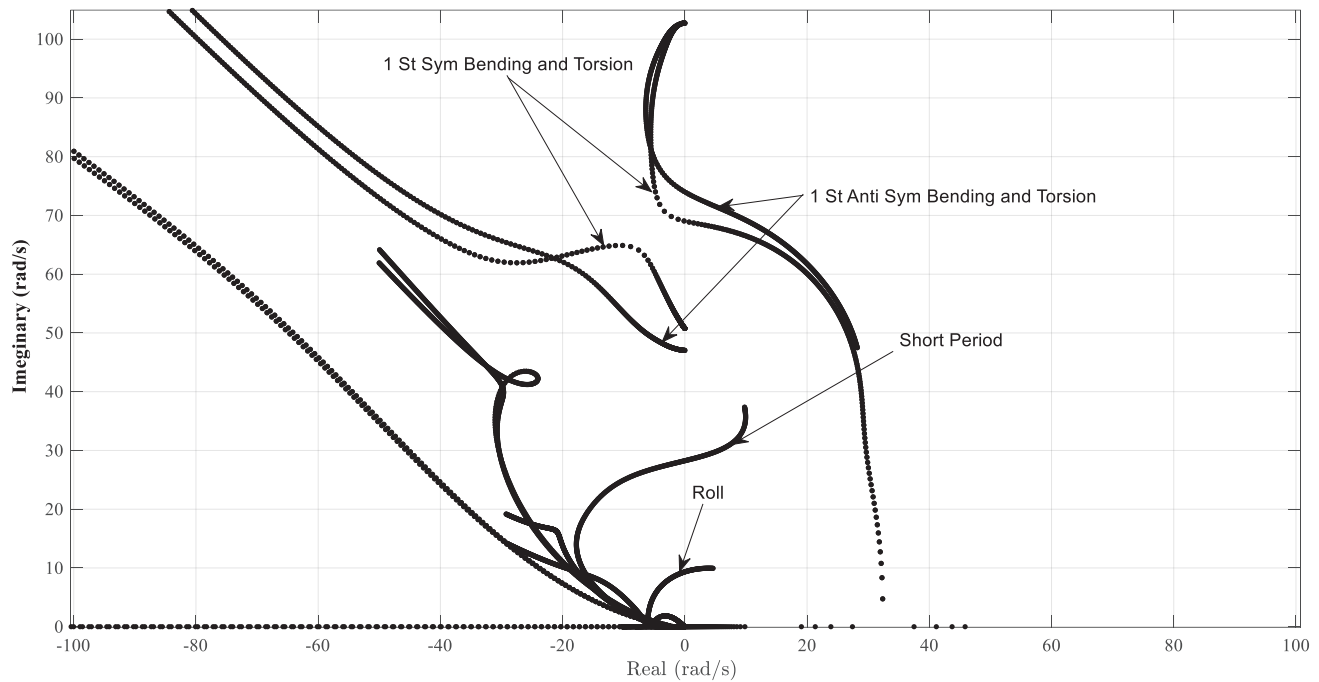
در جدول ۱، مقایسه‌ای بین سرعت فلاتر سه مدل مختلف شامل: (۱) مدل بال یک‌سر گیردار، (۲) مدل هواپیمای کامل با دینامیک پرواز صفحه‌ای (مطابق مرجع [۲۷])، و (۳) مدل هواپیمای کامل با دینامیک پرواز فضایی ارائه شده است.

نتایج این مقایسه نشان‌دهنده تفاوت‌های قابل توجهی در مقادیر سرعت فلاتر بین مدل‌های ساده‌شده و مدل جامع هواپیمای کامل است. برای مثال مدل دینامیک پرواز صفحه‌ای قادر به شناسایی فلاتر مود رول نیست یا قادر به شناسایی اثرگذاری این مود در رفتار آیروالاستیک هواپیما نیست. این موضوعات بر اهمیت به‌کارگیری مدل‌سازی دقیق و جامع هواپیمای کامل در تحلیل‌های آیروالاستیک هواپیما، به‌ویژه در مراحل طراحی مفهومی و بهینه‌سازی چندرشته‌ای تأکید دارد. در ادامه، اثر مدهای مختلف دینامیک پرواز و نحوه جفت‌شدگی آن‌ها با مدهای آیروالاستیکی بال در تعیین پاسخ آیروالاستیکی کلی هواپیما با جزئیات بیشتری مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

بال گولند در مرجع [۲۷] در نظر گرفته شده است. همچنین، ممان اینرسی مود پیچ هواپیما دو برابر مقدار متناظر در مرجع فوق فرض شده است. در این گراف‌ها، فلاترهای متقارن و پادمتقارن بال که از جفت‌شدگی مدهای خمش و پیچش متقارن و نامتقارن بال بوجود می‌آید و نیز دو نوع ناپایداری فلاتر جسم آزاد یعنی فلاتر ناشی از جفت‌شدگی مود تناوب کوتاه با خمش متقارن و همچنین فلاتر ناشی از جفت‌شدگی مود رول با مود پادمتقارن بال‌ها قابل مشاهده است. پدیده دوم، یعنی فلاتر جسم آزاد مود رول، از نوآوری‌های این تحقیق محسوب می‌شود و برای نخستین بار در این کار شناسایی و تحلیل شده است.

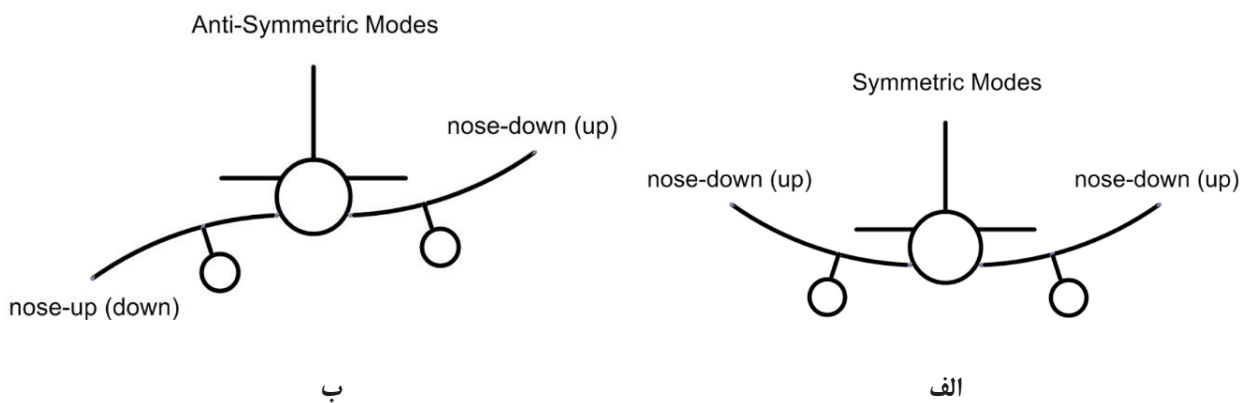
در شکل ۵، بخش‌های حقیقی و موهومی مقادیر ویژه حاصل از تحلیل فلاتر در سرعت‌های مختلف پروازی نسبت به یکدیگر ترسیم شده‌اند. این نمودار امکان مشاهده روند حرکت مودها در صفحه مختلط را فراهم می‌سازد. در این شکل، مدهای متقارن و پادمتقارن تناوب کوتاه هواپیما، به‌همراه مدهای خمش و پیچش الاستیک بال‌ها قابل شناسایی هستند. این ارائه گرافیکی دید روشنی از جفت‌شدگی مودها در آستانه ناپایداری فلاتر فراهم می‌آورد و درک بهتری از نحوه شکل‌گیری فلاترهای متقارن، پادمتقارن فراهم می‌سازد.

لازم به ذکر است که در مدهای متقارن، برای مثال مود خمش، دو بال



شکل ۵. نمودار بخش موهومی بر حسب بخش حقیقی مقادیر ویژه به عنوان تابعی از سرعت

Fig. 5. Imaginary vs. real part of eigenvalues as a function of air velocity



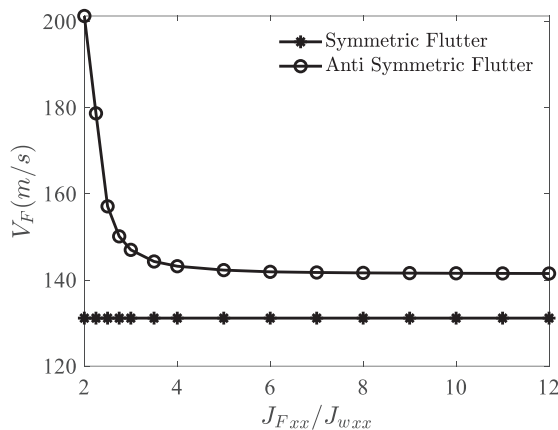
شکل ۶. الف- مود متقارن خمشی اول بال هواپیما، ب-مود پاد متقارن خمشی اول بال هواپیما

Fig. 6. a) Symmetric First Bending Mode of the Wing, (b) Antisymmetric First Bending Mode of the Wing

جدول ۱. مقایسه نتایج فلاتر هواپیمای با بال انعطاف‌پذیر و انعطاف‌پذیر کامل

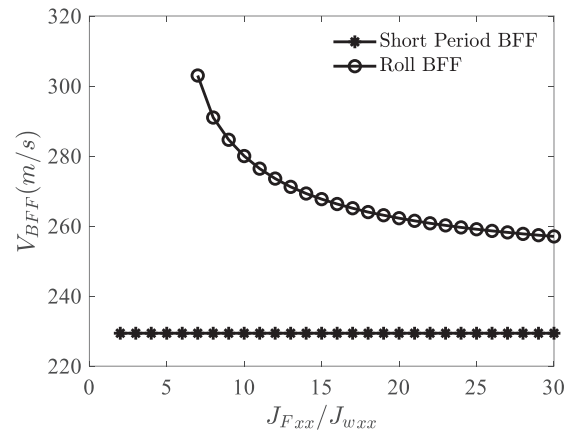
Table 1. Comparison of flutter results for different models

مدل	فلاتر متقارن بال	فلاتر پادمتقارن بال	فلاتر جسم آزاد مود تناوب کوتاه	فلاتر جسم آزاد مود رول
سرعت فلاتر بال یکسرگیردار	۱۴۱/۳	-	-	-
سرعت فلاتر مدل هواپیمای با دینامیک پرواز صفحه‌ای	۱۳۴/۷	۱۴۱/۱۵	۲۱۸/۷	-
سرعت فلاتر هواپیمای انعطاف‌پذیر کامل با $\frac{J_{Fxx}}{J_{wxx}} = ۲$.	۱۳۱/۱۵	۱۴۱/۴۵	۲۲۹	۲۶۲



ب- تغییرات سرعت فلاتر جسم آزاد

(b) Variation of Body Freedom Flutter Speed



الف- تغییرات سرعت فلاتر بال

(a) Variation of Wing Flutter velocity

شکل ۷. تغییرات سرعت ناپایداری با افزایش پارامتر $\frac{J_{Fxx}}{J_{wxx}}$

Fig. 7. Variation of Instability Speed with Increasing Parameter $\frac{J_{Fxx}}{J_{wxx}}$

۳-۳-۱ اثر مود رول بر ناپایداری‌های آیرودلاستیک هواپیما
در این بخش، اثر مود رول هواپیما بر ناپایداری‌های آیرودلاستیکی، شامل فلاترهای متقارن و پادمتقارن بال و همچنین فلاتر جسم آزاد مودهای تناوب کوتاه و رول، مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور تحلیل این تأثیر، تغییرات سرعت‌های فلاتر نسبت به ممان اینرسی رول هواپیما مطالعه شده است. نتایج این بررسی در شکل ۷ ارائه شده‌اند؛ به‌طوری‌که در شکل ۷-الف، سرعت‌های فلاتر متقارن و پادمتقارن بال و در شکل ۷-ب، سرعت‌های فلاتر جسم آزاد مربوط به مودهای تناوب کوتاه و رول به‌صورت تابعی از

۳-۳-۲ بررسی اثر مودهای دینامیک پرواز هواپیما در رفتار آیرودلاستیک آن
در این بخش، تأثیر مودهای مختلف دینامیک پرواز از جمله رول، پیچ و پلانج بر پدیده‌های ناپایداری آیرودلاستیکی مورد بررسی قرار می‌گیرد. تمرکز اصلی بر نحوه تأثیر این مودها بر پدیده‌های فلاتر جسم آزاد، فلاتر متقارن و پادمتقارن بال‌هاست. تحلیل‌ها با هدف شناسایی نقش جفت‌شدگی این مودها با مودهای آیرودلاستیک هواپیما در شکل‌گیری و تغییر رفتار ناپایداری‌های آیرودلاستیکی انجام شده است.

پارامتر بی بعد $\frac{J_{F_{xx}}}{J}$ نمایش داده شده‌اند.

با توجه به نتایج ارائه شده در شکل ۷، نکات زیر در خصوص اثر مود رول بر رفتار آیروالاستیکی هواپیما قابل استخراج است:

۱- تأثیر مود رول محدود به ناپایداری‌های خاص: مود رول تنها بر فلاتر پادمتقارن بال و فلاتر جسم آزاد مربوط به مود رول تأثیرگذار است. این موضوع بدین دلیل است که مود رول، از نظر فاز و رفتار دینامیکی، بیشترین هم‌راستایی را با مود پادمتقارن خمش و پیچش بال دارد؛ در نتیجه، با این مودها جفت شده و در پدیده فلاتر پادمتقارن مشارکت می‌کند. از سوی دیگر، از آنجا که ممان اینرسی رول پارامتر جرمی اصلی در این مود محسوب می‌شود، تغییر آن مستقیماً بر ناپایداری فلاتر جسم آزاد مود رول اثرگذار است.

۲- رفتار غیر یکنواخت با افزایش ممان اینرسی: افزایش ممان اینرسی رول موجب کاهش سرعت فلاتر پادمتقارن در مدل حاضر شده است. این نتیجه برخلاف یافته‌های داول [۲۹] است که در آن افزایش اینرسی رول موجب افزایش سرعت فلاتر پادمتقارن شده بود. علت این تفاوت به نحوه موقعیت‌یابی سرعت فلاتر پادمتقارن نسبت به فلاتر متقارن باز می‌گردد؛ به‌طوری‌که در مدل حاضر، سرعت فلاتر پادمتقارن بالاتر از فلاتر متقارن است، در حالی که در [۲۹] این ترتیب برعکس است. با این وجود، هر دو مطالعه نشان می‌دهند که با افزایش ممان اینرسی رول، دو سرعت فلاتر متقارن و پادمتقارن به یکدیگر نزدیک می‌شوند. از این رو، می‌توان نتیجه گرفت که جهت اثر اینرسی رول بر سرعت فلاتر پادمتقارن به موقعیت نسبی آن نسبت به فلاتر متقارن وابسته است.

۳- تحلیل فلاتر جسم آزاد مود رول: با توجه به نمودار سرعت فلاتر جسم آزاد مربوط به مود رول، که ناشی از جفت‌شدگی بین مود خمش پادمتقارن بال و مود رول با مودهای آیروالاستیکی بال است، مشاهده می‌شود که این ناپایداری در مقادیر کمتر از ۷ برای نسبت بی بعد $\frac{J_{F_{xx}}}{J}$ رخ نمی‌دهد. در مقادیر بالاتر، رفتار این ناپایداری مشابه با فلاتر پادمتقارن بال بوده و با افزایش ممان اینرسی رول، سرعت فلاتر کاهش می‌یابد. با این حال، نرخ کاهش سرعت در این حالت نسبت به فلاتر بال کمتر است، که بیانگر حساسیت کمتر فلاتر جسم آزاد مود رول به تغییرات ممان اینرسی رول در مقایسه با فلاتر بال است.

۳-۳-۲- اثر مود پیچ بر ناپایداری‌های آیروالاستیک هواپیما

در این بخش، تأثیر مود پیچ بر رفتار آیروالاستیک هواپیما مورد بررسی قرار می‌گیرد. تمرکز اصلی بر چگونگی تغییر سرعت ناپایداری‌های مختلف آیروالاستیکی در پاسخ به تغییرات ممان اینرسی مربوط به مود پیچ است. به‌منظور تحلیل این اثر، نمودار تغییرات سرعت ناپایداری‌ها نسبت به ممان اینرسی پیچ در شکل ۸ ارائه شده است.

اهم نتایج حاصل بترتیب زیر می‌باشد:

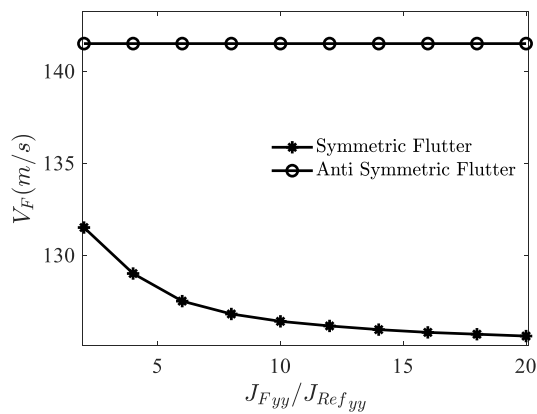
۱- عدم تأثیر مود پیچ بر فلاتر پادمتقارن: برخلاف مود رول، مود پیچ تأثیری بر ناپایداری‌های پادمتقارن ندارد. این موضوع منطقی است، چراکه مود پیچ با مودهای پادمتقارن نظیر خمش و پیچش بال هم‌فاز نبوده و بنابراین جفت‌شدگی میان آن‌ها رخ نمی‌دهد.

۲- کاهش سرعت فلاتر بال با افزایش ممان اینرسی پیچ: مطابق شکل ۸-الف، با افزایش ممان اینرسی پیچ، سرعت فلاتر بال کاهش می‌یابد. علت این رفتار آن است که کاهش ممان اینرسی، موجب افزایش فرکانس مود تناوب کوتاه شده و این فرکانس به فرکانس مود خمش بال نزدیک‌تر می‌شود. در نتیجه، جفت‌شدگی بین این دو مود تقویت شده و این موضوع باعث تضعیف جفت‌شدگی خمش و پیچش بال و در نهایت افزایش سرعت فلاتر می‌گردد.

۳- افزایش سرعت فلاتر جسم آزاد با افزایش ممان اینرسی پیچ: در شکل ۸-ب مشاهده می‌شود که با افزایش ممان اینرسی پیچ، سرعت فلاتر جسم آزاد افزایش می‌یابد. این پدیده ناشی از کاهش فرکانس مود تناوب کوتاه و افزایش فاصله آن با فرکانس خمش بال است که در نهایت منجر به کاهش میزان جفت‌شدگی بین مودهای مربوطه و افزایش سرعت فلاتر می‌شود. این نتیجه با یافته‌های مطالعات پیشین از جمله مرجع [۲۳] نیز همخوانی دارد.

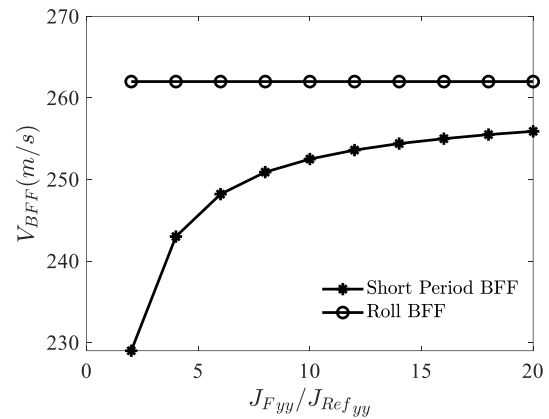
۳-۳-۳- اثر مود پلانچ بر ناپایداری‌های آیروالاستیک هواپیما

در این بخش، تأثیر جرم بدنه و به‌طور مشخص اینرسی مؤثر در مود پلانچ (حرکت عمودی مرکز جرم بدنه) بر ناپایداری‌های آیروالاستیک هواپیما بررسی شده است. در این تحلیل، تغییرات سرعت فلاتر در ازای تغییر در جرم پلانچ در شکل ۹ نمایش داده شده‌اند.



ب- تغییرات سرعت فلاتر جسم آزاد

(b) Variation of Body Freedom Flutter velocity

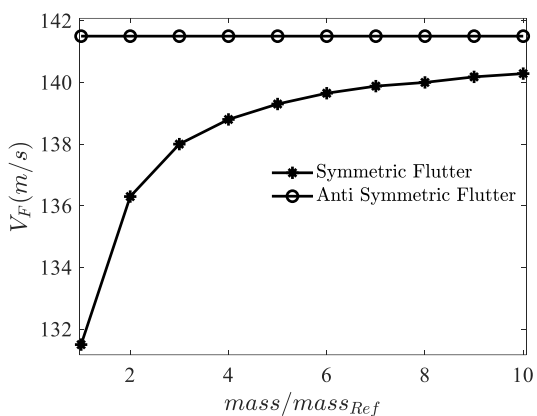


الف- تغییرات سرعت فلاتر بال

(a) Variation of Wing Flutter velocity

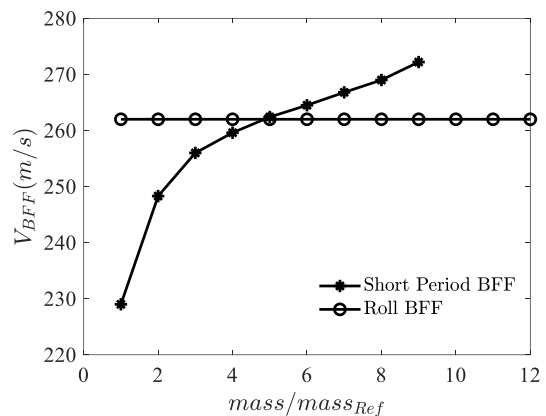
شکل ۸. تغییرات سرعت ناپایداری با افزایش پارامتر $\frac{J_{Fyy}}{J_{Refyy}}$

Fig. 8. Variation of Instability velocity with Increasing Parameter $\frac{J_{Fyy}}{J_{Refyy}}$



ب- تغییرات سرعت فلاتر جسم آزاد

(b) Variation of Body Freedom Flutter velocity



الف- تغییرات سرعت فلاتر بال

(a) Variation of Wing Flutter velocity

شکل ۹. تغییرات سرعت ناپایداری با افزایش جرم بدنه.

Fig. 9. Variation of Instability velocity with Increasing fuselage mass.

تأثیرگذار است: فلاتر پادمتقارن بال و فلاتر جسم آزاد ناشی از مود رول. با افزایش ممان اینرسی رول، سرعت بحرانی فلاتر در هر دو پدیده افزایش می‌یابد.

۲- تأثیر مود پیچ و پلانج: هر دو مود پیچ و پلانج بر ناپایداری‌های متقارن تأثیرگذار هستند. به‌طور خاص، افزایش ممان اینرسی مود پیچ باعث کاهش سرعت فلاتر بال متقارن و افزایش سرعت فلاتر جسم آزاد ناشی از مود تناوب کوتاه می‌شود. همچنین، افزایش جرم بدنه (مود پلانج) منجر به افزایش سرعت هر دو پدیده‌ی فلاتر بال و فلاتر جسم آزاد ناشی از مود تناوب کوتاه می‌گردد.

نتایج حاصل از تحلیل‌ها و شبیه‌سازی‌های انجام‌شده نشان می‌دهد که مدل توسعه‌یافته حاضر، چارچوبی جامع و دقیق برای بررسی پدیده‌های آیرودلاستیک در هواپیمای کامل فراهم می‌آورد. این مدل توانایی شناسایی و پیش‌بینی انواع ناپایداری‌های دینامیکی و آیرودلاستیک، از جمله فلاتر بال متقارن و پادمتقارن و ناپایداری‌های جسم آزاد را داراست. بهره‌گیری از این مدل در مراحل طراحی مفهومی و بهینه‌سازی چندموضوعی در حوزه‌های سازه، آیرودینامیک و دینامیک پرواز می‌تواند نقش بسزایی در افزایش دقت پیش‌بینی رفتار دینامیکی و بهبود ایمنی و عملکرد هواپیما ایفا کند.

منابع

- [1] B Raghavan, M. J. Patil, Flight dynamics of high aspect-ratio flying wings: effect of large trim deformation, Journal of Aircraft, 46(5) (2009) 1808-1812.
- [2] S. Shafaghat, M. Noorian, and S. Irani, Body Freedom Flutter Suppression Using LQR Controller, Journal of Vibration and Sound 13(25) (2024) 50-64 (in Persian).
- [3] M. Borhanpanah, R. D. Firouz-Abadi, Developing an Aero-Elastic Model of a Full Aircraft to Study the Effect of Flexibility on its Flight Dynamics Derivatives, Modares Mechanical Engineering, 19(10) (2019) 2511-2521 (in Persian).
- [4] J. masrou, S. h. sadati, M. Shahravi, Gust Response Analysis of Flexible Aircraft, 52(1) (2020) 97-108 (in Persian).
- [5] S. Shafaghat, M Noorian and S Irani, Nonlinear body-freedom flutter analysis in aircraft with the flexible wing, (2022) 191-204 (in Persian).

با توجه به گراف‌های بدست آمده در شکل ۹ نتایج زیر حاصل می‌گردد:

۱- تأثیر جرم بدنه فقط بر ناپایداری‌های متقارن: مطابق با رفتار مشاهده شده در مود پیچ، تنها ناپایداری‌های متقارن، شامل فلاتر بال و فلاتر جسم آزاد مود تناوب کوتاه، از تغییرات جرم بدنه (مود پلانج) تأثیر می‌پذیرند. ناپایداری‌های پادمتقارن مانند فلاتر پادمتقارن بال و مود رول تحت تأثیر تغییرات جرم قرار نمی‌گیرند.

۲- رفتار غیرمنتظره فلاتر بال در برابر افزایش جرم: انتظار می‌رفت با افزایش جرم بدنه و کاهش جفت‌شدگی مود خمش با مود تناوب کوتاه، سرعت فلاتر بال کاهش یابد. با این حال، نتایج گراف‌ها نشان می‌دهد که سرعت فلاتر بال متقارن افزایش می‌یابد. این پدیده را می‌توان ناشی از جفت‌شدگی مود پلانج بدنه با مود پیچش بال دانست که در این حالت، اثر آن بر رفتار فلاتر غالب شده و باعث تقویت پایداری می‌شود.

۳- افزایش سرعت فلاتر جسم آزاد با جرم بیشتر: فلاتر جسم آزاد مود تناوب کوتاه با افزایش جرم بدنه، افزایش می‌یابد. این رفتار مشابه اثر افزایش ممان اینرسی مود پیچ است و ناشی از کاهش فرکانس مود تناوب کوتاه و کاهش جفت‌شدگی آن با مود خمش بال می‌باشد.

۴- وقوع زودتر فلاتر جسم آزاد مود رول در برخی شرایط جرمی: طبق نمودار شکل ۹-ب، در برخی مقادیر مشخص جرم بدنه، فلاتر جسم آزاد مود رول می‌تواند در سرعتی پایین‌تر از فلاتر جسم آزاد مود تناوب کوتاه رخ دهد. این نکته بر اهمیت بررسی و لحاظ فلاتر جسم آزاد مود رول در طراحی و تحلیل پیکربندی‌های جدید هواپیما تأکید دارد.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با بهره‌گیری از دستگاه شبه‌مختصات، معادلات آیرودلاستیک توسعه‌یافته برای یک مدل کامل هواپیمای انعطاف‌پذیر استخراج گردید. گراف‌های مربوط به فلاتر ارائه شدند که بر اساس آن‌ها، پدیده‌های فلاتر بال متقارن و پادمتقارن، فلاتر جسم آزاد ناشی از مود تناوب کوتاه، و همچنین فلاتر ناشی از مود رول شناسایی شدند. لازم به ذکر است که فلاتر جسم آزاد ناشی از مود تناوب کوتاه رول، برای نخستین بار در این تحقیق معرفی و تحلیل شده است.

در ادامه، اثر موده‌های مختلف دینامیکی پرواز شامل موده‌های رول، پیچ، و پلانج بر رفتار آیرودلاستیک هواپیما مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج کلیدی زیر حاصل گردید:

۱- تأثیر مود رول: نتایج نشان داد که مود رول تنها بر دو ناپایداری

- [16] M. Wuestenhagen, T. Kier, YM. Meddaikar, M. Pusch, D. Ossmann, A. Hermanutz, Aeroservoelastic modeling and analysis of a highly flexible flutter demonstrator. In 2018 atmospheric flight mechanics conference, (2018) 3150.
- [17] F. Saltari, C. Riso, G. Matteis, D. Mastroddi, Finite-element-based modeling for flight dynamics and aeroelasticity of flexible aircraft, *Journal of Aircraft* 54(6) (2017) 2350-2366.
- [18] W. Su, CE. Cesnik, Nonlinear aeroelasticity of a very flexible blended-wing-body aircraft, *Journal of Aircraft*, 47(5) (2010) 1539-1553.
- [19] D. K. Schmidt, Z. Wei, and K. Rakesh, Flight-dynamics and flutter modeling and analyses of a flexible flying-wing drone-invited, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, (2016) 1748.
- [20] D. K. Schmidt, Stability augmentation and active flutter suppression of a flexible flying-wing drone, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 39(3) (2016) 409-422.
- [21] D. K. Schmidt, B. P. Danowsky, A. Kotikalpudi, J. Theis, Ch. D. Regan, P. J. Seiler, R. K. Kapania, Modeling, design, and flight testing of three flutter controllers for a flying-wing drone, *Journal of Aircraft*, 57(4) (2020) 615-634.
- [22] L. Meirovitch, Leonard, I. Tuzcu, The lure of the mean axes, (2007) 497-504.
- [23] H. Abbasi, P. Grant, N. Li, Real-time simulation of flexible aircraft: a comparison of two methods, In AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, (2012) 6024.
- [24] N. Li, P. Grant, H. Abbasi, A comparison of the fixed-axes and the mean-axes modeling methods for flexible aircraft simulation In AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, (2010), 7605.
- [25] D. K. Schmidt, Discussion: The Lure of the Mean Axes, (Meirovitch, L., and Tuzcu, I., ASME J. Appl. Mech., 74 (3), *Journal of Applied Mechanics*, 82(12) (2015) 497–504.
- [26] M. Karpel, Design for active and passive flutter
- [6] I. Tuzcu, and T.N. Nhan, Modelling Dynamics of Highly Flexible Aircraft Using a Geometrically Nonlinear Structural Model, AIAA SCITECH 2025 Forum, (2025) 1020.
- [7] L. Meirovitch, and I. Tuzcu, Integrated Approach to Flight Dynamics and Aeroservoelasticity of Whole Flexible Aircraft-Part I: System Modeling, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, (2002) 4747.
- [8] L. Meirovitch and I. Tuzcu, Integrated Approach to Flight Dynamics and Aeroservoelasticity of Whole Flexible Aircraft-Part I: System Modeling, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, (2002) 4747.
- [9] N. Nhan, Integrated flight dynamic modeling of flexible aircraft with inertial force-propulsion-aeroelastic coupling, 46th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit, (2008) 194.
- [10] N. Nhan, and I. Tuzcu, Flight dynamics of flexible aircraft with aeroelastic and inertial force interactions.” AIAA atmospheric flight mechanics conference, 208 (2009) 109375.
- [11] I. Tuzcu, and N. Nhan, Unsteady aeroelasticity of generic transport model, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, (2011) 6319.
- [12] Z. Sotoudeh, D. H. Hodges, and Chong-Seok Chang, Validation studies for aeroelastic trim and stability of highly flexible aircraft, *Journal of Aircraft* 47(4) (2010) 1240-1247.
- [13] P. Mardanpour, D. H. Hodges, R. Neuhart, and N. Graybeal, Engine placement effect on nonlinear trim and stability of flying wing aircraft, *Journal of Aircraft* 50(6) (2013) 1716-1725.
- [14] S. Haghighat, Multidisciplinary design optimization of a highly flexible aeroservoelastic wing, University of Toronto (Canada), (2012).
- [15] R. Palacios, J. Murua and R. Cook, Structural and aerodynamic models in nonlinear flight dynamics of very flexible aircraft, *AIAA journal*, 48(11) (2010) 2648-2659.

- aeroelastic analysis of a HALE aircraft with flexible components, *Aerospace Science and Technology* 127 (2022) 107663.
- [29] D. Tang, E. H. Dowell, Effects of a free-to-roll fuselage on wing flutter: theory and experiment, *AIAA journal* 52(12) (2014) 2625-2632.
- suppression and gust alleviation, Stanford University, (1980).
- [27] A. Iannelli, A. Marcos, M. Lowenberg, Study of flexible aircraft body freedom flutter with robustness tools, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 41(5) (2018) 1083-1094.
- [28] S. Shafaghat, M. A. Noorian, S. Irani, Nonlinear

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Rasaee, Determination of Elastic Modulus Using Spherical Ball Indentation, Brinell Test Results, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 57(3) (2025) 283-302.

DOI: [10.22060/mej.2025.23959.7828](https://doi.org/10.22060/mej.2025.23959.7828)

