



Optimum Walking Design for Biped Robots Based on the Improved Inverted Pendulum Model

Abbas Azimi, Mostafa Nazari *, S. M. Varedi-Koulaei

Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

ABSTRACT: The Spring-Loaded Inverted Pendulum (SLIP) model limits the controllability and mobility of biped robots in walking due to its omission of the ankle joint. This paper proposes a new walking pattern, titled “Optimized Step Design for Biped Robots Based on an Improved Inverted Pendulum Model,” known as the Variable Spring-Loaded Inverted Pendulum with Finite-sized Foot (VSLIP-FF) model. Inspired by human walking characteristics, an adaptive strategy for leg extension and contraction is proposed for step planning, effectively emulating the role of the ankle joint. Finally, we examine the position and velocity of the robot’s center of mass with the VSLIP-FF model during walking on surfaces with varying friction. This stability and adaptability are crucial for the practical use of biped robots on diverse terrains. Simulation results for the model in the stated conditions show that it maintained stability on both flat and inclined surfaces with an 8% slope, exhibiting human-like behavior and achieving longer strides in a shorter time compared to the SLIP model. Friction conditions for the model on flat surfaces were also evaluated; based on this model’s parameters, if the friction coefficient is greater than or equal to 0.047, the friction between the robot’s foot contact surface and the ground is static. Otherwise, it is classified as kinetic (sliding) friction.

Review History:

Received: Mar. 01, 2025
Revised: Jun. 22, 2025
Accepted: Jul. 07, 2025
Available Online: Aug. 23, 2025

Keywords:

Spring-Loaded Inverted Pendulum (SLIP)
Ankle
Flat and Inclined Surfaces
Friction
Particle Swarm Optimization

1- Introduction

The Linear Inverted Pendulum Model (LIPM) and the Spring-Loaded Inverted Pendulum (SLIP). While LIPM offers simplicity and has been useful for control strategies like ZMP and Capture Point, it falls short in handling realistic ground interactions and dynamic events. SLIP models provide more natural interaction with the terrain but traditionally lack foot and ankle dynamics. To address these limitations, an advanced SLIP model is introduced that includes a finite-sized foot and an actuated ankle joint, enabling improved stability, adaptability, and control. Inspired by human walking, the model uses adaptive stiffness, ankle torque control, and a finite state machine to manage gait phases. A Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm optimizes trajectories for the center of mass and feet. This enhanced model better handles impact forces and terrain variability, offering human-like, stable, and flexible bipedal locomotion.

2- Mathematical modeling

During walking, the stance leg and the swing leg of the model are denoted $i \in [A, B]$. Here, k_i represents the equivalent stiffness of the legs, and l_i denotes their actual length. The contact angle θ refers to the angle between the swing leg and the ground, which determines both the

touchdown position of the swing foot x_{TD} and the step length l_{STEP}

2- 1- Single Support Control Mode (SS1 and SS2)

In the single support phase, the horizontal and vertical coordinates of the stance foot are denoted by x_0, y_0 while the position of the center of mass (CoM) is represented as x_c, y_c . The **initial single support control** in state SS1 is defined by the following equations[1]:

$$m\ddot{p}_c = mg + \sum k_i (l_0 - \|l_i\|) \hat{l}_i + \sum \tau_i / \|l_i\| \quad (1)$$

$$\tau_{As} = - \left(k_{p1} (\|l_A\| - l_d) - k_{d1} \dot{l}_A \right) \quad (2)$$

Here, k_{p1} and k_{d1} are the proportional and derivative gains of the PD controller, respectively. The parameter l_d denotes the minimum reachable leg length, which adapts according to the desired step length. $\dot{l}_A$ is the rate of change

*Corresponding author’s email: nazari_mostafa@shahroodut.ac.ir



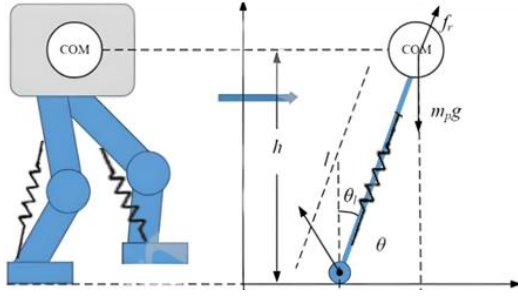


Fig. 1. Single Support Mode (SS1 and SS2)

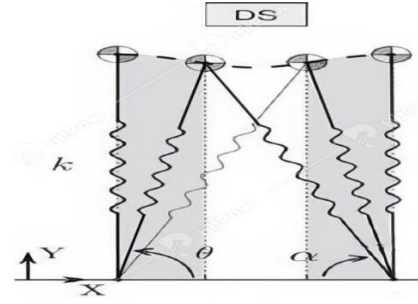


Fig. 2. The double support

in leg length, and τ_{As} is the torque applied at the ankle joint of leg A during the single support phase. The positive direction for ankle torque is defined clockwise.

The secondary single support control for state SS2 is described as follows:

$$m\ddot{p}_c = mg + k_B (l_0 - \|l_B\|) \hat{l}_B + \frac{\tau_{Bs}}{\|l_B\|} \quad (3)$$

$$\tau_{Bs} = \left(k_{p2} (l_d - \|l_B\|) + k_{d2} \dot{l}_B \right) \quad (4)$$

In this case, τ_{Bs} is the ankle torque is applied to leg B during the single support state. The PD control gains k_{p2} and k_{d2} are set equal to k_{p1} and k_{d1} respectively, for simplification purposes[1]. All other parameters are defined analogously. The net ground reaction force applied to the center of mass by the spring component of the leg is given by:

$$F_g = k_i (l_0 - \|l_i\|) \quad (5)$$

2- 2- Double Support (DS) Control Mode

In the double support phase, as illustrated in Figure 2, both feet are in contact with the ground and act as support bases. The spring force must be distributed in such a way that its effects are accounted for in both legs. In this phase, the horizontal and vertical positions of the primary and secondary feet are denoted as x_0, y_0 and x_1, y_1 respectively[1]. The horizontal and vertical position of the center of mass is represented by x_c, y_c . The double support control is applied in the DS phase and is divided into two stages based on the following condition:

If the condition

$$k_B (l_0 - \|l_B\|) < \alpha mg \quad (6)$$

holds, where the parameter α is used to scale the gravitational force mg , it defines a **threshold condition** for determining when force application transitions. In essence, α plays a key role in the **timing of weight transfer** between the robot's legs. In this study, $\alpha=0.3$ is selected to ensure smooth and stable walking. During this stage, **bipedal locomotion** transitions naturally after ground contact and gradually transfers the center of mass to foot B, as governed by the following dynamic equation:

$$m\ddot{p}_c = mg + k_A (l_0 - \|l_A\|) \hat{l}_A + k_B (l_0 - \|l_B\|) \hat{l}_B \quad (7)$$

If the condition

$$k_B (l_0 - \|l_B\|) \geq \alpha mg \quad (8)$$

is satisfied, then the dynamics follow:

$$m\ddot{p}_c = mg + k_A (l_0 - l_A) \hat{l}_A + k_B (l_0 - l_B) \hat{l}_B + \frac{\tau_{Bd}}{l_B} \quad (9)$$

$$\tau_{Bd} = k_{p3} (l_0 - \|l_A\|) + k_{d3} \dot{l}_A \quad (10)$$

Here, τ_{Bd} represents the ankle torque of leg B in the double support phase. All other related parameters are defined analogously[1]. In this stage, leg B assumes the support role, and the torque begins to act on ankle B, providing the mechanical force necessary to extend leg A back to its rest length.

3- Research Findings

In the variable-stiffness loaded inverted pendulum model with a finite-sized foot, important findings were obtained concerning the center of mass (CoM) dynamics,

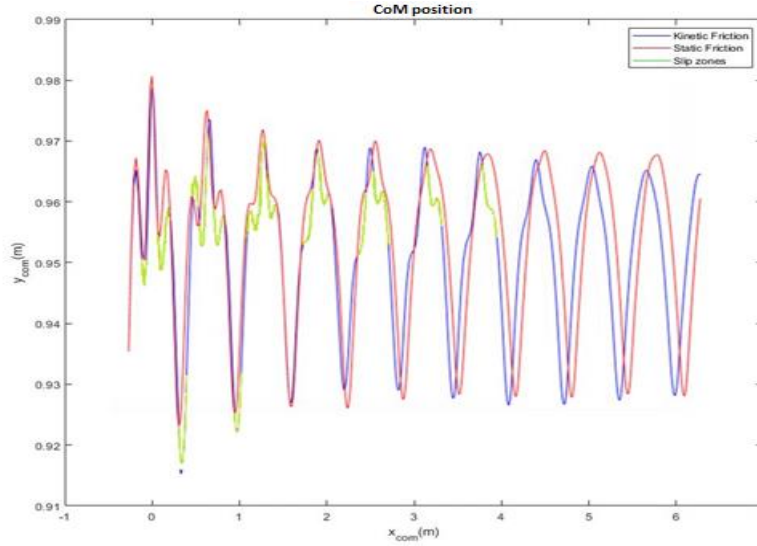


Fig. 3. Bipedal Robot Locomotion under Static and Sliding Friction Conditions

including its position, velocity, and trajectory, as well as the forces transmitted from the feet to the CoM during a complete gait cycle on both flat and inclined surfaces. These results offer crucial insights into the stability and behavior of bipedal locomotion throughout the single- and double-support phases[2]. A key focus of the study was identifying the boundary between static and sliding friction regions, as this distinction significantly influences the robot's stability and control. The transition between these friction regimes was determined using the friction coefficient and relevant governing equations. If the coefficient of friction satisfies the following condition:

$$0.047 \leq \mu \quad (11)$$

Then:

$$f_t \leq \mu f_z \quad (12)$$

As a result, slipping will not occur, and only static friction will be present at the contact interface between the foot and the ground.

However, if the coefficient of friction is as follows:

$$0.047 > \mu \quad (13)$$

Then:

$$f_t > \mu f_z \quad (14)$$

Consequently, slipping will occur, and only sliding (kinetic) friction will exist at the foot-ground interface.

Also in Figure 1, the study compares the effects of static and sliding friction on the trajectory of the center of mass (CoM) in a variable-stiffness inverted pendulum model with a finite-sized foot over ten walking steps. When the friction coefficient is high ($\mu = 0.9$), static friction prevails, preventing slippage and allowing stable, efficient walking characterized by longer strides and higher velocity (red curve). In contrast, when the friction coefficient is low ($\mu = 0.047$), the robot experiences sliding friction, leading to slippage, shorter steps, and reduced control (blue curve). Green regions in the trajectory graph highlight moments of slipping, where friction is insufficient, causing deviations from normal gait and instability. Despite this, the model demonstrates strong adaptability, with control mechanisms that respond to slippage by restoring balance and maintaining forward progression, showcasing its robustness across varying surface conditions.

References

- [1] XIE, Sicheng, et al. "Compliant bipedal walking based on variable spring-loaded inverted pendulum model with finite-sized foot". In: 2021 6th IEEE International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM). IEEE. p. 667-672, 2021.
- [2] Ridgewell, Cameron P., et al. "Online estimation of friction constraints for multi-contact whole body control. In: 2017 IEEE-RAS 17th International Conference on Humanoid Robotics (Humanoids)", IEEE, p.p. 347-352, 2017.



طراحی بهینه قدم زدن ربات دوپا براساس مدل بهبودیافته پاندول معکوس

عباس عظیمی، مصطفی نظری^{*}، سید مجتبی واردی کولایی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۳/۱۲/۱۱

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۴/۰۱

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۴/۱۶

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱

کلمات کلیدی:

پاندول معکوس با فتر

مچ پا

سطوح مسطح - شیب دار

اصطکاک

بهینه سازی ازدحام ذرات

خلاصه: مدل پاندول معکوس با فتر به دلیل ساده سازی هایی مانند نادیده گرفتن نقش حیاتی مچ پا، منجر به کاهش دقت در کنترل و کاهش توانایی در بازتولید حرکات طبیعی در راه رفتن ربات های دوپا می شود. در همین راستا، این مقاله یک مدل جدید برای بهبود الگوریتم راه رفتن ربات های دوپا معرفی می کند که با عنوان "طراحی بهینه قدم زدن ربات دوپا بر اساس مدل بهبودیافته پاندول معکوس" شناخته می شود. در این مدل، از یک پاندول معکوس با فتر متغیر و پای دارای طول محدود استفاده شده است. ویژگی مهم این مدل، شبیه سازی بهتر دینامیک واقعی راه رفتن روی سطوح مختلف مانند زمین های مسطح و شیب دار است که در آن اثر اصطکاک در هر دو حالت ایستایی و لغزشی لحاظ شده است. برای مدل سازی حرکت، از الگوریتم ماشین حالت محدود به منظور مدیریت صحیح انتقال بین فازهای تک پا و دوپا بهره گرفته شده است. نتایج شبیه سازی ها نشان می دهد که این مدل می تواند تعادل خود را روی سطح شیب دار با شیب ۰/۸ نیز حفظ کرده و رفتاری مشابه راه رفتن انسان از خود نشان دهد. همچنین این مدل قادر است گام های بلندتری را در زمان کمتری نسبت به مدل پایه طی کند. در تحلیل اصطکاک، مشخص شد اگر ضریب اصطکاک بین پا و زمین برابر یا بیشتر از ۰/۴۷ باشد، اصطکاک ایستایی خواهد بود؛ در غیر این صورت، اصطکاک از نوع لغزشی است.

۱- مقدمه

شبیه سازی ربات های دوپا به مدت چندین دهه، به دلیل چالش های ذاتی و کاربردهای بالقوه در زمینه های مختلف مانند مراقبت های بهداشتی، مأموریت های نجات و کمک های شخصی کانون توجه تحقیقات علم رباتیک بوده است. در میان روش های متعددی که برای مدل سازی و کنترل ربات های دوپا توسعه یافته اند، مدل های بر مبنای پاندول معکوس، به ویژه مدل پاندول معکوس خطی^۱ و مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فتر^۲، به عنوان چارچوبی برجسته و موثر شناخته شده اند.

مدل پاندول معکوس خطی، دینامیک ربات دوپا را با فرض تمرکز مرکز جرم^۳ که در طول یک مسیر از پیش تعیین شده حرکت می کند، ساده سازی می کند و انعطاف پذیری پاها و حالت دو تکیه گاهی^۴ را نادیده می گیرد. این

مدل در توسعه استراتژی های کنترلی مانند کنترل پیش بین نقطه لحظه صفر^۵ و روش های مبتنی بر قابلیت نقطه مهار^۶، که به طور قابل توجهی پایداری و تعادل ربات های دوپا را پیش برده اند، نقش اساسی داشته است. با این حال، محدودیت های مدل پاندول معکوس خطی، مانند عدم وجود انعطاف پذیری و ناتوانی در مدیریت ضربه ها و اتلاف انرژی به طور موثر، محققان را به سمت بررسی مدل های پیچیده تر و واقعی تر سوق داده است.

در مقابل، مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فتر، انعطاف پذیری پاها را با مدل سازی پاها به عنوان فنرهای بدون جرم در نظر می گیرد و نمایشی دقیق تر از تعامل دینامیکی بین ربات و زمین ارائه می دهد. مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فتر به طور طبیعی فاز دو تکیه گاهی را شامل می شود و می تواند الگوهای راه رفتن مشابه انسان را شبیه سازی کند، که آن را برای پیش بینی و تولید گام هایی که به راه رفتن انسانی نزدیک هستند، مناسب می سازد. با این وجود، مدل های سنتی پاندول معکوس بارگذاری شده

1. Linear Inverted Pendulum Model (LIPM)
2. Spring-Loaded Inverted Pendulum (SLIP)
3. Center of Mass (CoM)
4. Double Support Phase

5. Zero Moment Point (ZMP)
6. Capture Point (CP)

^{*} نویسنده عهده دار مکاتبات: nazari_mostafa@shahroodut.ac.ir



با فنر اغلب نقش مچ پاها و پاها را نادیده می‌گیرند که برای بهبود قابلیت حرکت و کنترل ربات‌های دوپا بسیار مهم هستند.

مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به دلیل نادیده گرفتن پا با مچ پا، ضعیف عمل می‌کند، که قابلیت حرکت و کنترل ربات در راه رفتن دوپا را محدود می‌کند. پیشرفت‌های اخیر به منظور رفع این محدودیت‌ها با ادغام درجات آزادی اضافی و اجزاء مانند مچ پاها و پاهای با اندازه محدود در چارچوب مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر صورت گرفته است. این پژوهش الگوی جدید راه رفتن ربات دوپا براساس مدل بهبودیافته پاندول معکوس به نام مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر با پای دارای اندازه محدود^۱ را برای افزایش قابلیت تطبیق پذیری، پایداری و تعادل در ربات‌های دوپا را در حالت راه رفتن، با در نظر گرفتن اصطکاک بر روی سطوح مسطح و شیب دار را بررسی می‌کند. این مدل‌های پیشرفته بهبود پایداری، انطباق پذیری با زمین‌های ناهموار و عملکرد کلی بهتر راه رفتن را نشان داده‌اند. علاوه بر این، معرفی استراتژی‌های تطبیقی برای کنترل سفتی پا و گشتاور مچ پا، فرآیندهای برنامه ریزی و اجرای گام را بیشتر اصلاح کرده و امکان راه رفتن انعطاف پذیرتر و کارآمدتر را فراهم آورده است.

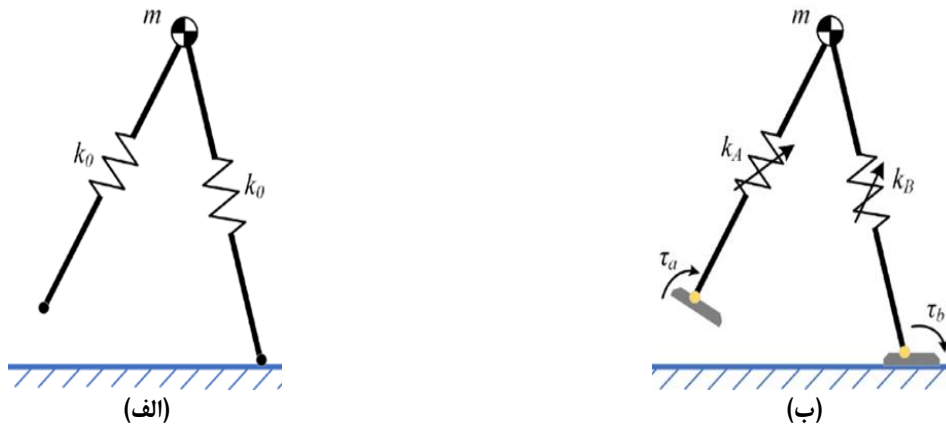
با افزودن پا با اندازه محدود و یک مفصل مچ پا با یک درجه آزادی برای هر پا و قابل تنظیم کردن سفتی پا، مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر با پای دارای اندازه محدود می‌تواند برای تحقق راه رفتن دوپای تطبیق پذیر در محیط‌های پیچیده استفاده شود. با الهام از ویژگی‌های راه رفتن انسان، یک استراتژی تطبیقی برای کشش و انقباض پاها برای برنامه ریزی گام پیشنهاد می‌شود تا نقش مفصل مچ پا را ایفا کند. سپس یک الگوی گام مبتنی بر ماشین حالت محدود^۲ شامل استراتژی‌های گام الهام گرفته از زیست‌شناسی، که گام چرخه‌ای تک را به گام کل مرحله‌ای گسترش می‌دهد، ایجاد می‌شود. برای اطمینان از پایداری راه رفتن، نقطه نشانگر چرخش پا^۳ به عنوان معیار پایداری برای جلوگیری از افتادن ربات استفاده می‌شود. این تحقیقات می‌تواند به توسعه استراتژی‌های کنترل تطبیقی کمک کند که به ربات‌ها امکان می‌دهد بدون مشکل بین انواع مختلف سطوح جابجا شوند، و دامنه عملیاتی و کارایی آن‌ها را افزایش دهد. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای تولید مسیرهای مرکز جرم و پاهای مورد نظر در یک چرخه کامل راه رفتن به کار می‌رود.

ربات‌های انسان‌نما و دوپا به دلیل تطبیق پذیری بالا با محیط‌های پیچیده در سال‌های اخیر توجه بیشتری را به خود جلب کرده‌اند. برنامه ریزی و کنترل حرکت ربات‌های دوپا یکی از موضوعات جالب توجه است. به دلیل پیچیدگی و غیرخطی بودن سیستم ربات، استفاده از مدل‌های ساده رویکرد مؤثری برای ساده‌تر کردن مسئله است. با این حال، کنترل حرکت ربات دوپا به دلیل دینامیک غیرخطی پیچیده، همچنان کاری چالش برانگیز باقی مانده است [۱].

الگوی پاندول معکوس خطی به عنوان یک مدل ساده و معمولی در برنامه ریزی حرکت ربات‌های دوپا شناخته می‌شود. اما این مدل به جوانب مهمی از حرکت انسانی توجه نمی‌کند. در حین راه رفتن انسان، فازی به نام فاز دو تکیه‌گاهی وجود دارد که هر دو پا بر روی زمین قرار دارند [۲] و همچنین هنگامی که پای تاب‌خورنده ربات بر روی زمین قرار می‌گیرد، اثر ضربه‌ای که از آن ناشی می‌شود باید در نظر گرفته شود تا از افتادن ربات جلوگیری شود [۳]. انسان‌ها توانایی تطبیق طبیعی پاهای خود را دارند تا این اثرات را کاهش دهند. این فاز و تطبیق پذیری به تعادل بدن کمک می‌کنند و نقش اساسی در پایداری حرکت دوپای انسانی دارند. بسیاری از استراتژی‌های کنترلی بر اساس این مدل پیشنهاد شده‌اند، همانند کنترل پیش‌بین نقطه لحظه صفر [۴] و کنترل مبتنی بر قابلیت نقطه مهار می‌باشد [۵]. اما با این حال، مدل پاندول معکوس خطی، این فاز و تطبیق پذیری را در نظر نمی‌گیرد و فقط بر روی فاز تک تکیه‌گاهی تمرکز دارد که تقلید دقیق از حرکت انسانی را محدود می‌کند. این مسائل باعث محدودیت‌ها و نقصانی در پایداری و انعطاف پذیری حرکت ربات‌های دوپا می‌شود [۶].

کنترل مبتنی بر نقطه مهار یکی از روش‌های پیشرفته در کنترل ربات‌های دوپا است که برای دستیابی به پایداری و توانایی بازگشت به وضعیت متعادل پس از مواجهه با اختلالات یا نیروی خارجی استفاده می‌شود. این روش بر اساس مفهومی به نام «نقطه مهار» استوار است. نقطه مهار به نقطه‌ای در فضا گفته می‌شود که اگر ربات بتواند پای خود را در آن نقطه قرار دهد، قادر به توقف کامل بدون سقوط خواهد بود. به عبارت دیگر، نقطه مهار مکانی است که ربات می‌تواند با قرار دادن پای خود در آنجا، تعادل خود را حفظ کند یا به حالت پایدار برگردد. مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر یک مدل ساده و کارآمد برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی راه رفتن دوپا در ربات‌ها است. این مدل شامل یک جسم نقطه‌ای (مثلاً مرکز جرم) و دو پا (یا پایه) فنی بدون جرم است. در مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر، پاها به عنوان فنرهای بدون جرم مدل شده‌اند که می‌توانند انعطاف پذیری لازم

1. Variable Spring Loaded Inverted Pendulum-Finite-sized Foot (VSLIP-FF)
2. Finite State Machine (FSM)
3. Foot-Rotation Indicator (FRI)



شکل ۱. الف) مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر؛ ب) مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود.

Fig. 1. (a) Inverted pendulum model with spring loading (b) Inverted pendulum model with a variable spring and a leg of limited length.

و همکاران^۵ [۱۲] مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر را با اضافه کردن پای تاب‌خورنده^۶ غیرفعال گسترش دادند که دینامیک پای تاب‌خورنده را بدون نیاز به روش‌های اضافی برای برنامه‌ریزی مسیر در نظر می‌گیرد. با این حال، بیشتر مدل‌های پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به علت نادیده گرفتن پا با مچ پا، زیرفعال هستند که برای عملکرد راه‌رفتن ربات محدودیت ایجاد می‌کند. همچنین، فرایند راه‌رفتن تنها به شرایط اولیه و پارامترهای فیزیکی مدل‌ها وابسته است. در رباتیک، سیستم زیر فعال به سیستمی مکانیکی اطلاق می‌شود که تعداد محرک‌های کمتری نسبت به درجه‌های آزادی خود دارد. این به این معناست که ربات نمی‌تواند هر مفصل یا موقعیت را به طور مستقیم کنترل کند، بلکه باید از دینامیک کلی خود برای دستیابی به راه‌رفتن پایدار استفاده کند [۱۲].

مچ پا نقش حیاتی در پشتیبانی، پیش‌راندن و حفظ تعادل هنگام ایستادن و راه‌رفتن انسان‌ها دارد. عضلات کف پای مچ پا نقش مهمی در تأمین کار مکانیکی مثبت برای پیشروی بدن به جلو ایفا می‌کنند [۱۳]. علاوه بر این، عضلات کف پای مچ پا، پشتیبانی عمودی برای حفظ وزن بدن را فراهم می‌کنند [۱۴]. همچنین استراتژی مچ پا یک روش مهم برای حفظ تعادل، زمانی است که ربات دوپا تحت تأثیر ضربه قرار می‌گیرد [۱۵]. به دلیل این مزایا، با توجه به شکل (۱) یک مدل بهبود یافته به نام مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود با در نظر گرفتن اصطکاک در این مقاله ارائه شده است.

را برای جذب شوک‌ها و تطبیق به شرایط مختلف زمین فراهم کنند [۷]. در مقایسه با مدل پاندول معکوس خطی، مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به طور طبیعی شامل انعطاف‌پذیری پاها و دوره پشتیبانی دو تکیه‌گاهی در زمان راه‌رفتن می‌باشد. بنابراین، این الگو می‌تواند برای پیش‌بینی و تولید رفتارهایی که شباهت‌هایی به راه‌رفتن انسانی از قبیل الگوهای نیروی واکنش زمین و مسیر مرکز جرم دارند، استفاده شود [۸]. استفاده از مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به محققان این امکان را می‌دهد که الگوریتم‌های کنترلی پیشرفته‌تری را برای بهبود پایداری و عملکرد راه‌رفتن در ربات‌های دوپا ارائه دهند. به علاوه، این مدل به دلیل سادگی و قابلیت تعمیم بالا، در تحقیقات مختلف برای مطالعه و شبیه‌سازی رفتارهای مختلف ربات‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ویسر و همکاران^۱ [۹] و [۱۰] یک الگو جدید به نام مدل پاندول معکوس با فنر متغیر^۲ ارائه دادند که این مدل با اضافه کردن انعطاف‌پذیری به پاها، قابلیت تولید حرکات مختلف و غلبه بر اختلالات را فراهم می‌کند. شاربافی و همکاران^۳ [۱۱] به منظور وارد کردن بدنه بالایی در راه‌رفتن دوپا، از مدل دو پا پاندول معکوس با فنر بارگذاری شده-تنه^۴ استفاده کردند. با این مدل، بخش بالایی بدن نیز به فرایند راه‌رفتن دوپا اضافه شده است تا پایداری و مقاومت بیشتری به ربات‌ها در محیط‌های پیچیده بخشیده شود. پلیت

1. Visser et. al
2. Variable Spring Loaded Inverted Pendulum (VSLIP)
3. Sharbafi et. al
4. Bipedal Trunk-SLIP (BT-SLIP)

5. Plate et. al
6. Swing leg

محدود (نه نقطه‌ای)، فنر با سفتی متغیر^۲، گشتاور میچ پا^۳ و حالت‌های مختلف پشتیبانی (Flight, DS, SS). مزیت این مدل عبارت است از افزایش دقت شبیه‌سازی و شباهت بیشتر به راه‌رفتن طبیعی انسان در شرایط عادی و سطوح شیب‌دار.

مدل پیشنهادی دارای ساختار هیبریدی است که فازهای مختلف حرکت (تکیه‌گاه جلو، عقب، دوپا، و پرواز) را با معادلات دینامیکی مجزا و نگاشت گسسته مدیریت می‌کند. مزیت این مدل عبارت است از توانایی کنترل پایدار و دقیق سیستم در طی مراحل متوالی راه‌رفتن، که در مدل‌های کلاسیک یکپارچه در نظر گرفته نمی‌شود. به جای صرفاً تحلیل کیفی، پایداری حرکت از طریق نگاشت پوآنکاره و بهینه‌سازی حالت انجام شده است. مزیت این مدل عبارت است از امکان تحلیل و طراحی دقیق برای پایداری حرکت چرخه‌ای در حضور اختلالات.

بر خلاف مدل‌های مرسوم که از اصطکاک صرف‌نظر می‌کنند، این مقاله ضریب اصطکاک بحرانی را به‌دقت تعیین کرده و عملکرد مدل را در شرایط مختلف اصطکاکی تحلیل می‌کند. مزیت این مدل عبارت است از افزایش اعتمادپذیری مدل در کاربردهای واقعی مانند سطوح ناهموار یا لغزنده. به جای انتخاب دستی گین‌ها، از الگوریتم هوشمند ازدحام ذرات برای یافتن مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی استفاده شده است. مزیت این مدل عبارت است از افزایش پایداری و کارایی سیستم و تطبیق بهتر با اهداف کنترل حرکت و حفظ انرژی. بر اساس شبیه‌سازی‌ها، مدل VSLIP-FF توانسته بدون لغزش و با حفظ پایداری روی سطوح با شیب $\pm 8\%$ راه برود، در حالی که مدل‌های مرجع این توانایی را ندارند.

با استفاده از نقطه FRI به عنوان یک معیار پایداری و استراتژی برنامه‌ریزی گام الهام گرفته از زیست‌شناسی، این مدل می‌تواند طول گام‌ها را به طور موثر افزایش دهد و راه‌رفتن تطبیقی برای ربات دوپا را بر روی زمین‌های ناهموار ممکن سازد. خلاصه نوآوری‌های مقاله در جدول ۱ ارائه شده است.

۲- مدل‌سازی ریاضی

مدل VSLIP-FF شامل یک جرم نقطه‌ای و دو پای توده‌ای بدون جرم با سفتی متغیر است. هر پا دارای یک مفصل میچ با یک درجه آزادی و یک پای با اندازه محدود بدون جرم است. مدل راه‌رفتن ربات دوپا در شکل (۲) نشان داده شده است.

در مقایسه با مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر، انتهای پای مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر با اندازه پای محدود، با یک مفصل میچ پا با یک درجه آزادی و یک پای با اندازه محدود به جای پای نقطه‌ای گسترش یافته است، که به طور قابل توجهی قابلیت حرکت و کنترل ربات را بهبود می‌بخشد. علاوه بر این، مدل حاضر می‌تواند انعطاف‌پذیری پا را مطابق با محیط‌های مختلف تنظیم کند، که این امکان را فراهم می‌آورد تا کنترل دقیق طول قدم‌های مختلف تحقق یابد. این مدل می‌تواند به عنوان یک الگوی پایه برای برنامه‌ریزی و کنترل گام‌های ربات دوپا استفاده شود. سفتی متغیر به مدل اجازه می‌دهد که بهتر با تغییرات دینامیکی در طول گام برداشتن هماهنگ شود. در راه رفتن واقعی انسان، سفتی پاها در طول فازهای مختلف گام تغییر می‌کند — در فاز تماس اولیه پا با زمین، بدن به جذب شوک نیاز دارد (پس فنر نرم‌تر عمل می‌کند)، و در فاز فشار نهایی^۱، نیاز به تولید نیروی بیشتر و برگشت انرژی ذخیره شده است (پس فنر سخت‌تر می‌شود).

۱-۱- نوآوری‌های کلیدی:

با افزودن پا با اندازه محدود و یک مفصل میچ پا با یک درجه آزادی برای هر پا و قابلیت تنظیم کردن سفتی پا، مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود می‌تواند برای تحقق راه‌رفتن انعطاف‌پذیر در محیط‌های پیچیده استفاده شود. با الهام از ویژگی‌های راه‌رفتن انسان، یک استراتژی تطبیقی برای کشش و انقباض پا برای برنامه‌ریزی گام پیشنهاد شده است تا نقش مفصل میچ پا را ایفا کند. سپس به مفصل میچ پا گشتاور را اضافه خواهیم کرد تا نوسانات وارده به سیستم که حاصل از اغتشاشات محیطی می‌باشد را دفع کند و برای نزدیک‌تر شدن مدل به راه‌رفتن انسان در این مدل، با وجود فنر، میچ پا و پای اندازه محدود و همچنین افزودن قابلیت تنظیم سفتی پا و اعمال‌کردن اصطکاک، پایداری و قابلیت حرکت ربات دوپا را در دو سطح شیب دار و بدون شیب‌دار بهبود داده‌ایم. از سمت دیگر به بررسی مقادیر تاثیر گذار بر سرعت و نحوه راه‌رفتن صحیح مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود بر روی سطوح با شیب و جنس مختلف خواهیم پرداخت. مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود پیشنهادی، ویژگی‌های بیولوژیکی واقعی انسان را با دقت بیشتری نسبت به مدل‌های SLIP یا LIPM مدل‌سازی می‌کند، از جمله پای دارای طول

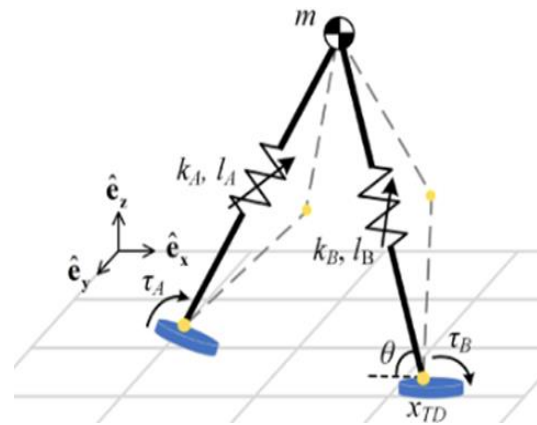
2. Variable Stiffness Spring
3. Ankle Torque

1. push-off

جدول ۱. خلاصه نوآوری‌های ارائه شده در مقاله.

Table 1. Summary of the innovations presented in the paper.

محدودیت مولفه‌ها				حالت کنترل چرخش کف پای تاب‌دهنده	
چرخش اولیه (SS1)		چرخش ثانویه (SS2)			
لحظه پایان	لحظه شروع	لحظه پایان	لحظه شروع	موقعیت	سرعت
$(x_{TDi+1}, 0)$	$(x_{TDi}, 0.2l_0)$	$(x_{TDi+1}, 0.2l_0)$	$(x_{TDi}, 0)$	$(x_{TDi}, 0)$	$(0, 0)$
$(0, 0)$	$(\dot{x}_C, 0)$	$(\dot{x}_C, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$
$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$



شکل ۲. مدل آونگ معکوس با فنر متغیر با پای محدود [۲].

Fig. 2. Inverted pendulum model with a variable spring and a constrained leg[2].

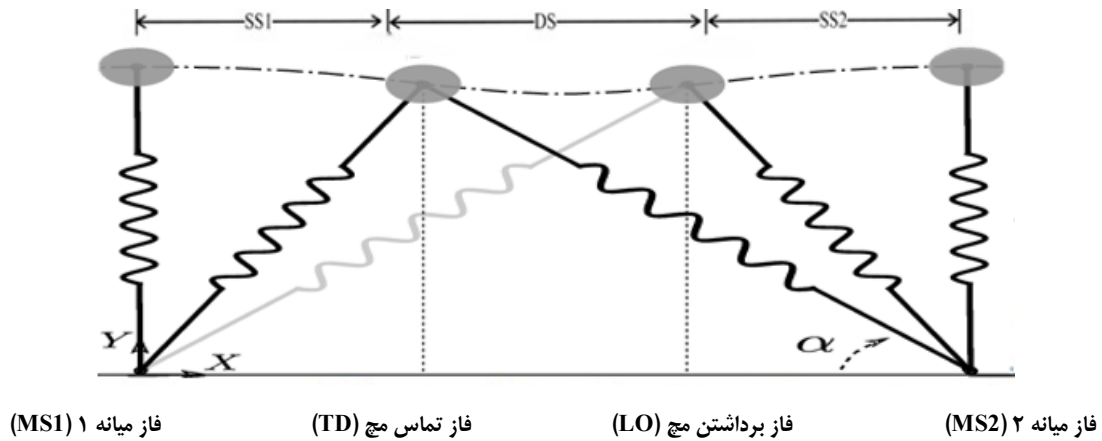
در این بخش به توصیف موقعیت جرم نقطه‌ای $\mathbf{p}_c = [x_c, y_c, z_c]^T$ ، بردار گرانش $\mathbf{g}$ ، طول استراحت پاها $\mathbf{l}_0$ ، بردار یکه در طول پا $\hat{\mathbf{l}}_i$ و گشتاور اعمال شده بر مفصل مچ هر پا τ_i ، پرداخته می‌شود [۲]. با توجه به اینکه راه رفتن با مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، دو مرحله تک تکیه‌گاهی^۱ (SS1 و SS2) و دو تکیه‌گاهی^۲ (DS) را طی می‌کند، همه عبارات در رابطه (۱) در هر مرحله وجود ندارند و هر پا در هر مرحله یک حالت کنترلی خاص دارد. بدین ترتیب، از ماشین حالت محدود^۳ (FSM) برای تحقق کنترل پاها در مراحل مختلف راه رفتن، استفاده می‌شود [۲]. FSM به ربات اجازه می‌دهد تا به طور خودکار بین حالات مختلف سوئیچ کند و کنترل پاها را در هر مرحله به درستی مدیریت کند. حالت‌های مختلف FSM شامل حالت تک تکیه‌گاهی با پای A (SS1)، حالت دو تکیه‌گاهی (DS) و حالت تک تکیه‌گاهی با پای B (SS2) هستند. هر حالت دارای مجموعه‌ای از قوانین کنترلی و ورودی‌های دریافت شده از حسگرها است که به ربات کمک می‌کند تا تعادل خود را حفظ کند و به درستی گام بردارد. راه رفتن با مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود شامل دو مرحله است:

- مرحله تک تکیه‌گاهی (SS1 و SS2): در این مرحله تنها یک پا با زمین در تماس است و نقش پشتیبانی ربات را بر عهده دارد. پای دیگر در حال نوسان است و برای گام بعدی آماده می‌شود. در مرحله SS1، پای A در تماس با زمین است و پای B در حال نوسان است و در مرحله SS2،

در طول راه رفتن، پای ایستاده و پای نوسانی مدل با $i \in [A, B]$ توصیف می‌شوند. k_i نشان‌دهنده سفتی معادل پاها و l_i طول واقعی پاها است. زاویه تماس θ ، زاویه تماس بین پای نوسانی و زمین است که موقعیت تماس پای نوسانی x_{TD} و طول گام l_{STEP} را تعیین می‌کند. در کل چرخه گام‌برداری، دینامیک مرکز جرم به شرح زیر توصیف می‌شود:

$$m\ddot{\mathbf{p}}_c = m\mathbf{g} + \sum k_i (l_0 - \|l_i\|) \hat{l}_i + \sum \tau_i / \|l_i\| \quad (۱)$$

1. Single Support (SS) Phase
2. Double Support (DS) Phase
3. Finite State Machine



شکل ۳. روش برنامه‌ریزی گام‌برداری بر اساس سیستم حالت محدود [۲].

Fig. 3. Step planning method based on the constrained-state system [2].

مرحله تک تکیه‌گاهی اولیه^۳ یا مرحله تک تکیه‌گاهی ثانویه^۴ بستگی به جهت حرکت گام منتقل شود. این وضعیت یک نقطه کلیدی در کنترل و برنامه‌ریزی گام‌برداری ربات است، زیرا نشان‌دهنده گذار بین مراحل مختلف راه‌رفتن است که در آن ارتفاع مرکز جرم، z_c سرعت مرکز جرم در راستای عمودی حرکت، x_c موقعیت مرکز جرم در راستای افقی، z_{c0} ارتفاع اولیه مرکز جرم و x_{TDi} موقعیت گام i ام از پای تکیه‌گاهی در جهت x است.

در حالت SS1، کنترل‌کننده پای A در حالت کنترل گام اولیه تکیه‌گاهی است، در حالی که کنترل‌کننده پای B در حالت کنترل نوسان اولیه است. هنگامی که پای B با زمین تماس پیدا می‌کند^۵، مدل وارد حالت دو تکیه‌گاهی می‌شود که به صورت زیر قابل توصیف است:

$$E_{TD} = \{(p_c, \dot{p}_c) | \dot{z}_c \leq 0, z_c \leq z_{c0}, \|l_B\| = l_0\} \quad (۳)$$

که در آن l_B طول پای B و l_0 طول استراحت پا در حالت دو تکیه‌گاهی می‌باشند.

در حالت دو تکیه‌گاهی، هر دو پا تحت کنترل حالت دو تکیه‌گاهی قرار

پای B در تماس با زمین است و پای A در حال نوسان است.

• مرحله دو تکیه‌گاهی (DS): در این مرحله، هر دو پا با زمین در تماس هستند و ربات از ثبات بیشتری برخوردار است. این مرحله برای انتقال وزن بین پاها و آماده‌سازی برای گام بعدی بسیار مهم است. مرحله دو تکیه‌گاهی از زمانی که پای نوسان به زمین برخورد می‌کند (پای B) شروع می‌شود و تا زمانی که پای پشتیبانی اولیه (پای A) از زمین جدا می‌شود، ادامه دارد.

۲-۱- برنامه‌ریزی راه‌رفتن مبتنی بر سیستم حالت محدود

در این پژوهش طبق شکل (۳) برای ساده‌سازی مدل و محاسبات، تنها به برنامه‌ریزی گام ربات در صفحه ساجیتال^۱ پرداخته می‌شود. بنابراین، توصیف سیستم حالت محدود راه‌رفتن را با رویداد حالت میانی^۲ شروع خواهد شد که به صورت زیر قابل توصیف است:

$$E_{MS} = \{(p_c, \dot{p}_c) | \dot{z}_c = 0, z_c = z_{c0}, x_c = x_{TDi}\} \quad (۲)$$

حالت میانی به وضعیتی اشاره دارد که مرکز جرم ربات به طور دقیق بالای پای پشتیبانی قرار دارد. از این نقطه، سیستم حالت می‌تواند به

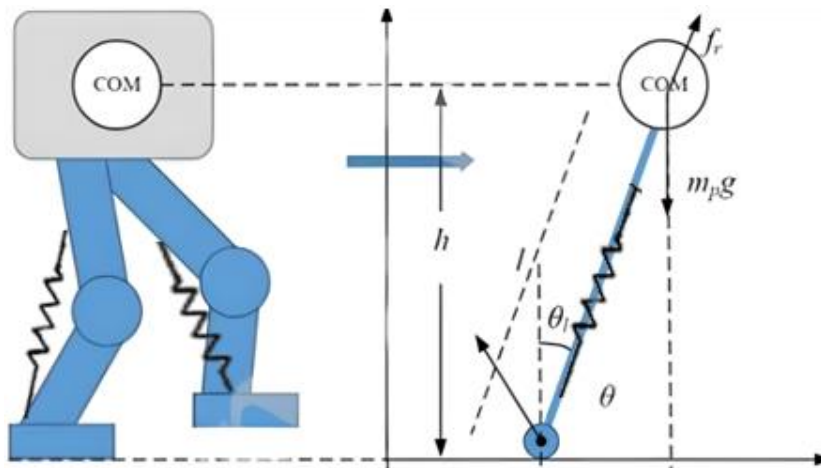
3. SS1

4. SS2

5. Touches down the ground (TD)

1. Sagittal plane

2. Mid-Stance (MS)



شکل ۴. حالت تک تکیه‌گاهی (SS1 و SS2).

Fig. 4. Single-support phase (SS1 and SS2).

دارند تا زمانی که پای A از زمین جدا شود^۱. این رویداد به صورت مشابه تعریف می‌شود:

$$E_{LO} = \{(p_C, \dot{p}_C) \mid \dot{z}_C < 0, z_{C0} < z_{c0}, \|l_A\| = l_0\} \quad (۴)$$

که در آن l_A طول پای A و l_0 طول استراحت پا در حالت دو تکیه‌گاهی می‌باشند. در حالت تک تکیه‌گاهی دوم (SS2)، حالت کنترل نوسان انتهایی برای پای A اعمال می‌شود، در حالی که حالت تک تکیه‌گاهی انتهایی برای پای B اعمال می‌شود تا زمانی که مدل به حالت میانه‌پشتیبانی بازگردد. به این ترتیب، یک چرخه کامل راه‌رفتن تحقق می‌یابد.

تحقیقات قبلی نشان می‌دهند که پاهای انسان در فرآیند طبیعی راه‌رفتن، دارای یک فرآیند بلند شونده و کوتاه شونده هستند که در آن میچ پا نقش مهمی ایفا می‌کند [۱۶] و [۱۷] با الهام از این موضوع، ما یک استراتژی تطبیقی برای کشش و انقباض پا ارائه شده است. این استراتژی شامل کنترل گشتاور میچ پا و تنظیم سفتی پا برای دستیابی به یک گام نرم و متناسب است. از MS1 تا TD، گشتاور میچ پا، پشتیبانی عمودی را برای پای تکیه‌گاهی (پای A) فراهم می‌کند تا پا به طول تطبیقی منقبض شود. از TD تا LO، گشتاوری که بر میچ پای B وارد می‌شود، پای A را به طول استراحت خود می‌کشد تا وقتی که وزن جرم به پای B منتقل می‌شود. از

1. Lifts off the ground (LO)

۲-۱-۱- حالت کنترل تک تکیه‌گاهی (SS1 و SS2)

در حالت تک تکیه‌گاهی موقعیت افقی و عمودی کف پای تک تکیه‌گاهی را (x_0, y_0) و موقعیت افقی و عمودی مرکز جرم را (x_c, y_c) نامیده می‌شود. حالت کنترل اولیه تک تکیه‌گاهی در حالت SS1 استفاده می‌شود، که می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$m\ddot{p}_c = mg + K_A(l_0 - \|l_A\|)\hat{l}_A + \tau_{AS}\|l_A\| \quad (۵)$$

$$\tau_{AS} = -\left(k_{p1}(\|l_A\| - l_d) - k_{d1}\dot{l}_A\right) \quad (۶)$$

که k_{p1} و k_{d1} پارامترهای کنترل کننده PD هستند، l_d کوتاه‌ترین طول پای قابل دسترسی است که مطابق با طول گام، تطبیق‌پذیر است. $\dot{l}_A$ نیز سرعت تغییر طول پا و τ_{AS} گشتاور میچ پای A در وضعیت تک

رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$F_l = k(l_0 - l_i) - c\dot{l}_i(l_0 - l_i) \quad (۱۲)$$

زاویه‌ای که پا در طول حالت تک تکیه‌گاهی با سطح افق ایجاد می‌کند با توجه به شکل (۴) از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y_c}{x_c} \right) \quad (۱۳)$$

حال برای محاسبه و تصویرسازی شتاب مرکز جرم در دو راستای (x, y) ، با استفاده از مولفه شتاب مرکز جرم ربات $(\ddot{p}_c)$ بدست آمده از معادلات (۵) و (۷)، خواهیم داشت:

$$\ddot{x} = \ddot{p}_c \left(\frac{x_c}{l_i} \right) \quad (۱۴)$$

$$\ddot{y} = \ddot{p}_c \left(\frac{y_c}{l_i} \right) - g \quad (۱۵)$$

۲-۱-۲- حالت کنترل دو تکیه‌گاهی (DS)

در حالت دو تکیه‌گاهی، با توجه به شکل (۵)، هر دو پا در تماس با زمین هستند و به عنوان پایه‌های پشتیبانی عمل می‌کنند. نیروی فنر در این حالت به نحوی باید توزیع شود که تأثیرات آن در هر دو پا در نظر گرفته شود. در حالت دو تکیه‌گاهی موقعیت افقی و عمودی کف پای دو تکیه‌گاهی اولیه و ثانویه را به ترتیب (x_0, y_0) و (x_1, y_1) و همچنین موقعیت افقی و عمودی مرکز جرم را (x_c, y_c) می‌نامیم. حالت کنترل دو تکیه‌گاهی در حالت وضعیت DS استفاده می‌شود و می‌تواند به دو مرحله تقسیم شود:

اگر که شرط $k_B(l_0 - l_B) < \dot{a} \text{ mg}$ برقرار باشد که پارامتر α در اینجا برای تنظیم نیروی گرانش mg استفاده می‌شود و یک شرط مرزی یا آستانه‌ای را برای کنترل زمان اعمال نیرو تعریف می‌کند. به عبارت دیگر، α تأثیرگذار در زمانی است که ربات دوپا، وزن خود را از یک پا به پای دیگر

تکیه‌گاهی می‌باشد. جهت مثبت گشتاور میج پا به صورت ساعت‌گرد در نظر گرفته شده است [۲]. حالت کنترل تک تکیه‌گاهی ثانویه در حالت SS2 استفاده می‌شود، که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$m\ddot{p}_c = mg + k_B(l_0 - \|\mathbf{l}_B\|)\hat{\mathbf{l}}_B + \frac{\tau_{Bs}}{\|\mathbf{l}_B\|} \quad (۷)$$

$$\tau_{Bs} = \left(k_{p2}(l_d - \|\mathbf{l}_B\|) + k_{d2}\dot{\mathbf{l}}_B \right) \quad (۸)$$

که τ_{Bs} گشتاور میج پا برای پای B در حالت تک تکیه‌گاهی است. k_{p2} و k_{d2} نیز همان پارامترهای کنترل کننده PD هستند که برای ساده‌سازی معادلات حرکت، به ترتیب برابر با k_{p1} و k_{d1} حالت قبلی می‌باشند. سایر پارامترهای مرتبط به همین شکل تعریف شده‌اند. همچنین اندازه طول پا در یک چرخه کامل گام‌برداری نیز از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$l_i = \sqrt{(x_c - x_0)^2 + (y_c - y_0)^2} \quad (۹)$$

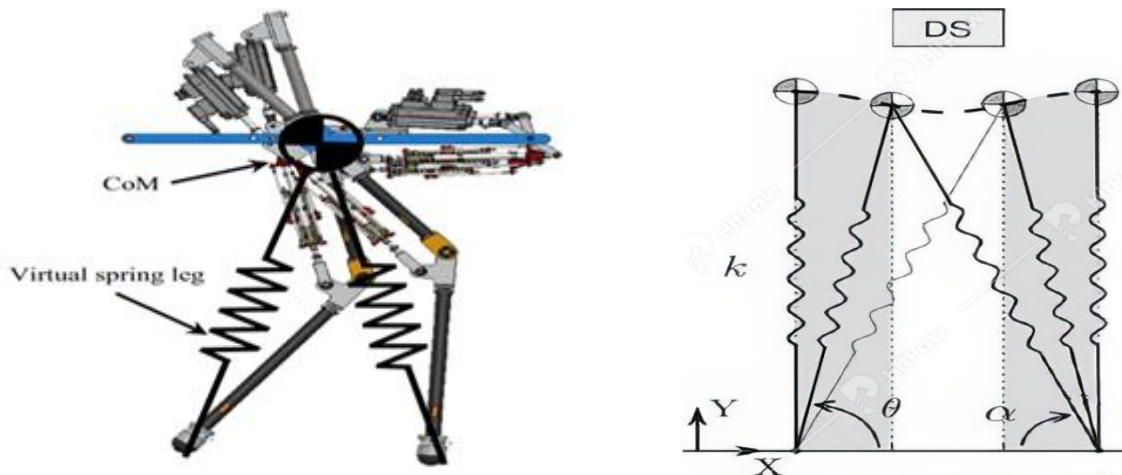
و همچنین سرعت مرکز جرم نیز از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$\dot{l}_i = \frac{(x_{c1} - x_{c0})\dot{x}_c + (y_{c1} - y_{c0})\dot{y}_c}{l_i} \quad (۱۰)$$

در روابط بالا (x_{c0}, y_{c0}) و (x_{c1}, y_{c1}) به ترتیب موقعیت اولیه و ثانویه مرکز جرم را بیان می‌کنند و برای طول اولیه پا نیز از l_0 (طول استراحت پا) استفاده شده است. با توجه به روابط بالا، برآیند نیروهای عکس‌العمل وارده از فنر موجود در پا به مرکز جرم به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$F_g = k_i(l_0 - \|\mathbf{l}_i\|) \quad (۱۱)$$

نیروی عکس‌العمل وارده از فنر و دمپر موجود در پا به مرکز جرم نیز از



شکل ۵. حالت دو تکیه گاهی.

Fig. 5. Double-support phase.

استراحت است. در روابط بالا برای تعیین موقعیت مکانی جرم متمرکز، از دو مختصه مکانی یعنی برای محور افقی و y_c برای محور عمودی استفاده شده است.

در حالت دو تکیه گاهی، با توجه به شکل (۵) هر دو پا در تماس با زمین هستند و به عنوان پایه های پشتیبان عمل می کنند. همچنین اندازه طول پا در یک چرخه کامل گام برداری نیز از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$l_A = \sqrt{(x_c - x_0)^2 + (y_c - y_0)^2} \quad (۱۹)$$

$$l_B = \sqrt{(x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2} \quad (۲۰)$$

در حالت دو تکیه گاهی موقعیت افقی و عمودی کف پای دو تکیه گاهی اولیه و ثانویه را به ترتیب (x_0, y_0) و (x_1, y_1) و همچنین موقعیت افقی و عمودی مرکز جرم را (x_c, y_c) می نامیم.

زاویه ای که پای دو تکیه گاهی اولیه و ثانویه در طول حالت دو تکیه گاهی با سطح افق ایجاد می کند نیز از روابط زیر بدست می آیند:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y_1 - y_c}{x_1 - x_c}\right) \quad (۲۱)$$

منتقل می کند، و به این ترتیب در اینجا، $\alpha = 0/3$ قرار داده ایم تا حرکت نرم و پایداری حاصل شود و از رابطه (۱۶) پیروی خواهد شد [۲]. در این مرحله، راه رفتن دوپایی پس از تماس با زمین به طور طبیعی منتقل می شود تا به تدریج وزن نقطه جرمی را به پای B منتقل کند.

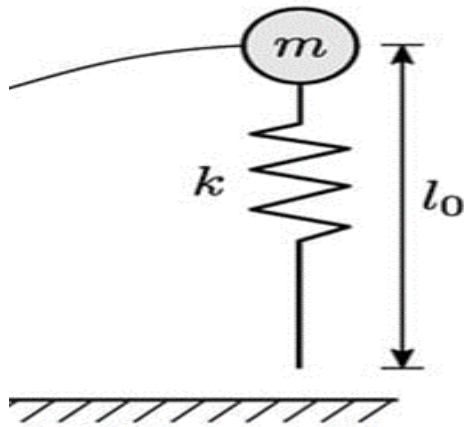
$$m\ddot{p}_c = mg + k_A(l_0 - \|l_A\|)\hat{l}_A + k_B(l_0 - \|l_B\|)\hat{l}_B \quad (۱۶)$$

و اگر شرط $k_B(l_0 - l_B) \geq \dot{a} mg$ برقرار باشد از رابطه (۱۷) پیروی خواهد شد.

$$m\ddot{p}_c = mg + k_A(l_0 - l_A)\hat{l}_A + k_B(l_0 - l_B)\hat{l}_B + \frac{\tau_{Bd}}{l_B} \quad (۱۷)$$

$$\tau_{Bd} = k_{p3}(l_0 - \|l_A\|) + k_{d3}\dot{l}_A \quad (۱۸)$$

که در آن τ_{Bd} گشتاور مچ پای B در حالت دو تکیه گاهی است. سایر پارامترهای مربوطه به طور مشابه تعریف می شوند. در این مرحله، پای B نقش پشتیبانی را به عهده گرفته است. گشتاور شروع به عمل روی مچ پای B می کند که منبع اصلی نیروی مکانیکی برای کشش پای A به طول



شکل ۶. حالت پرواز.

Fig. 6. Flight phase.

با زمین تمرکز دارد. کنترل گشتاور میچ پا و سفتی پا در هر دو مرحله حیاتی است تا قدم زدن دوپایی پایدار و تطبیقی را به دست آورد. در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، از منحنی بزیه^۲ مرتبه پنجم برای تولید مسیر پای نوسانی (پای تابخورنده) استفاده می‌شود. این روش اجازه می‌دهد تا مسیری نرم و پیوسته ایجاد شود که با تغییر مجموعه‌ای از نقاط کنترلی به دقت کنترل شود. تولید مسیر حرکت پای تابخورنده براساس منحنی بزیه می‌تواند به صورت زیر بیان شود [۲]:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \mathbf{P}_i \quad (26)$$

در معادله (۲۶) به معرفی رابطه منحنی بزیه پرداختیم، اکنون رابطه منحنی بزیه مرتبه پنجم را با مولفه $n = 5$ بازنویسی خواهیم کرد:

$$B(t) = (1-t)^5 \mathbf{P}_0 + 5(1-t)^4 t^1 \mathbf{P}_1 + 10(1-t)^3 t^2 \mathbf{P}_2 + 10(1-t)^2 t^3 \mathbf{P}_3 + 5(1-t)^1 t^4 \mathbf{P}_4 + t^5 \mathbf{P}_5 \quad (27)$$

جایی که t ضریب زمان نرمال شده از ۰ تا ۱، $\mathbf{P}_i = [x_{pi}, z_{pi}]$

حال برای محاسبه و تصویرسازی شتاب مرکز جرم در دو راستای (x, y) ، با استفاده از مولفه شتاب مرکز جرم ربات $(\ddot{p}_c)$ بدست آمده از معادلات (۱۶) و (۱۷)، طبق روابط زیر خواهیم داشت:

$$\ddot{x} = \ddot{p}_{c1} \left(\frac{x}{l_A} \right) + \ddot{p}_{c2} \left(\frac{x_c - x_1}{l_B} \right) \quad (22)$$

$$\ddot{y} = \ddot{p}_{c1} \left(\frac{y}{l_A} \right) + \ddot{p}_{c2} \left(\frac{y_c - y_1}{l_B} \right) - g \quad (23)$$

۲-۱-۳- حالت کنترل پرواز (FM)

در زمینه مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود برای ربات‌های انسان‌نما، فاز پرواز^۱ که به عنوان فاز هوایی نیز شناخته می‌شود، زمانی رخ می‌دهد که هر دو پا به طور همزمان از زمین جدا شده‌اند. این فاز بخش اساسی از حرکات پویا مانند دویدن یا پریدن است که در آن ربات یک دوره پرواز آزاد را بین تماس‌های متوالی با زمین تجربه می‌کند. این فاز بیشتر در دویدن، پریدن یا جهیدن مشاهده می‌شود و در راه رفتن معمولی دیده نمی‌شود. طبق شکل (۶) طول پای ربات در حالت پرواز برابر با طول استراحت پا (l_0) می‌باشد.

محاسبه شتاب مرکز جرم در دو راستای (x, y) ، در حالت پرواز با توجه به شکل (۶) به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\ddot{x} = 0 \quad (24)$$

$$\ddot{y} = -g \quad (25)$$

حالت کنترل پای تابخورنده در مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود اطمینان می‌دهد که پاها بدون حرکات ناگهانی و با انطباق بیشتر با شرایط محیطی حرکت کنند و به طور روان و دقیقی بین قدم‌ها انتقال پیدا می‌کنند. این حالت به دو بخش کنترل تابخورنده اولیه و کنترل تابخورنده نهایی تقسیم می‌شود تا به نیازهای مختلف حرکت پا در این مراحل بپردازد، که عمدتاً بر تعادل، موقعیت‌دهی و آماده‌سازی برای تماس

جدول ۲. حالت کنترل چرخش کف پای تاب‌دهنده [۲].

Table 2. Swing foot rotation control mode[2].

حالت کنترل چرخش کف پای تاب‌دهنده				محدودیت مولفه‌ها
چرخش ثانویه (SS2)		چرخش اولیه (SS1)		
لحظه شروع	لحظه پایان	لحظه شروع	لحظه پایان	
$(x_{TDi}, 0)$	$(x_{TDi+1}, 0.2l_0)$	$(x_{TDi}, 0.2l_0)$	$(x_{TDi+1}, 0)$	موقعیت
$(0, 0)$	$(\dot{x}_c, 0)$	$(\dot{x}_c, 0)$	$(0, 0)$	سرعت
$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	شتاب

معادلات دیفرانسیل حالت بر اساس معادلات (۲۵) تا (۲۷) و با توجه به معادلات نیروی فنر و دینامیک مرکز جرم:

$$\ddot{x}_c = \frac{1}{m} \left[-F_s \sin(\theta) + \frac{T_{\text{ankle}}}{l} \right] \quad (30)$$

$$\ddot{z}_c = \frac{1}{m} [F_s \cos(\theta) - mg] \quad (31)$$

$$F_s = k(t) \cdot (l_0 - l_a(t)) \quad (32)$$

$$\dot{l}_a = f(l_a, \theta, \dot{x}_c, \dot{z}_c) \quad (33)$$

فرم نهایی دسته معادلات دیفرانسیل

$$\begin{cases} \dot{x}_c = v_x \\ \dot{v}_x = \frac{1}{m} \left[-k(t)(l_0 - l_a) \sin(\theta) + \frac{T_{\text{ankle}}}{l_a} \right] \\ \dot{z}_c = v_z \\ \dot{v}_z = \frac{1}{m} [k(t)(l_0 - l_a) \cos(\theta) - mg] \\ \dot{l}_a = \text{(قابل استخراج از معادلات هندسی پال)} \end{cases} \quad (34)$$

نقطه کنترل در صفحه سهمی و $B(t) = [x_{Bi}, z_{Bi}]$ نقطه‌ای از مسیر پای نوسانی می‌باشد. برای اطمینان از اینکه مسیر پای نوسانی شرایط مورد نیاز را در آغاز و پایان فاز تاب‌خورنده برآورده می‌کند، محدودیت‌هایی بر موقعیت‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌ها در هر دو لحظه اولیه و نهایی پا اعمال خواهد شد [۲]. این محدودیت‌ها در یک چرخه گام در جدول ۲ نشان داده شده است. این محدودیت‌ها تضمین می‌کنند که پا به نرمی فاز تاب‌خورنده را آغاز و پایان دهد و به طور یکپارچه به فاز حمایت وارد شود.

فرم کلی دسته معادلات دیفرانسیل حالت^۱ مبتنی بر مدل VSLIP-

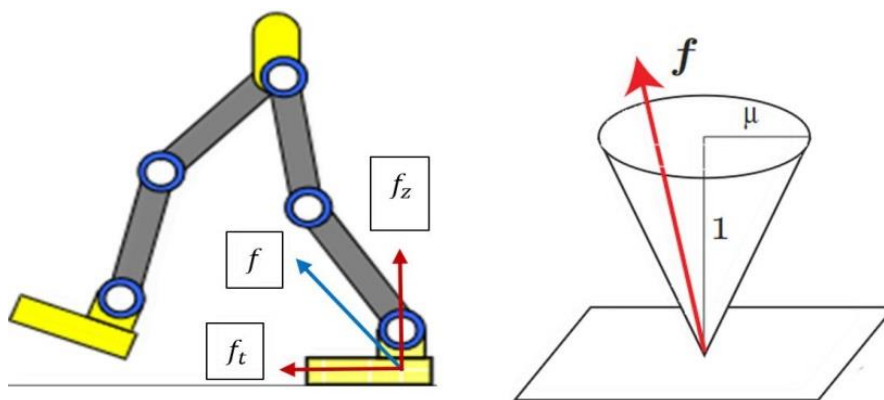
FF با پای محدود، فنر متغیر، و منبج پا بردار متغیر حالت:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_c(t) \\ \dot{x}_c(t) \\ z_c(t) \\ \dot{z}_c(t) \\ l_a(t) \end{bmatrix} \quad (28)$$

ورودی‌های کنترلی:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} k(t) \\ T_{\text{ankle}}(t) \end{bmatrix} \quad (29)$$

1. State-Space Differential Equations



شکل ۷. نیروهای وارد بر کف پای ربات به همراه مخروط اصطکاک.

Fig. 7. Forces exerted on the robot's sole along with the friction cone.

از لغزش پا جلوگیری می‌کند. ضریب اصطکاک یک عدد بی‌بعد است که میزان مقاومت بین دو سطح در تماس را اندازه‌گیری می‌کند. ضریب اصطکاک ایستا (μ_s) و ضریب اصطکاک جنبشی (μ_k) دو نوع اصلی ضریب اصطکاک هستند. ضریب اصطکاک ایستا معمولاً بزرگ‌تر از ضریب اصطکاک جنبشی است و نقش مهمی در جلوگیری از لغزش هنگام شروع حرکت دارد. اما وقتی که هنوز لغزشی اتفاق نیفتاده است، رابطه بین نیروهای افقی و عمودی به صورت زیر است:

$$f_t < \mu_s f_z \quad (36)$$

جایی که μ_s ضریب اصطکاک استاتیکی است. به‌خاطر سادگی، در این مقاله $\mu_s = \mu$ را مشخص شده است. که در این رابطه ضریب اصطکاک استاتیکی است. می‌توان موضوع را این‌چنین نیز بیان کرد، همانطور که در شکل (۷) نشان داده شده است اگر برآیند نیروهای افقی و عمودی وارد بر کف پای ربات از سوی زمین یعنی f داخل مخروطی که به مخروط اصطکاک^۱ معروف است، قرار گیرد لغزش اتفاق نمی‌افتد. زاویه داخلی این مخروط از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\tan(\alpha) = \mu_s \quad (37)$$

در این مقاله، برای سادگی، معادلات دینامیک به صورت بخش‌بخش (فاز SS، فاز DS، و فاز پرواز) نوشته شده‌اند، و در واقع نگاشت گسسته‌ای بین حالت‌ها (به کمک مدل هیبریدی) شکل گرفته است. معادلات بالا حالت پیوسته مدل هستند که برای شبیه‌سازی با حل عددی (مثلاً با ode45 در MATLAB یا حلگر Runge-Kutta در Python) به کار می‌روند.

۲-۲- مدل‌سازی اصطکاک در ربات انسان‌نما

در این قسمت به بررسی مختصر تعامل بین زمین و پا و بررسی نیروها خواهیم پرداخت. همانطور که در شکل (۷) نشان داده شده است، نیروهایی که به کف پا وارد می‌شوند به صورت گسترده در کف پا پخش شده‌اند. این نیروها می‌توانند با یک بردار نیروی برآیند که با f نامگذاری شده است و

در شکل (۷) نشان داده شده است، جایگزین شوند. حال رابطه بین نیروی افقی و عمودی را می‌توان این‌چنین محاسبه کرد:

$$f_t = \mu f_z \quad (38)$$

در رابطه بالا f_z و f_t به‌ترتیب، نیروهای عمودی و افقی وارد بر کف پای ربات هستند. همچنین μ ضریب اصطکاک دینامیکی را نشان می‌دهد. نیروهای تماسی بین پا و زمین شامل نیروهای عمودی (نرمال) و افقی (اصطکاکی) می‌شوند. نیروی عمودی نیرویی است که سطح زمین به طور عمودی به پا وارد می‌کند و نیروی اصطکاکی نیروی مقاومتی است که

1. Friction cone

ربات بر روی زمین بدون لغزش است. شرط عدم لغزش (۳۶) می‌تواند به شکل زیر بازنویسی شود:

$$\mu_{nec} < \mu \quad (42)$$

اگر این نابرابری برای یک الگوی راه‌رفتن مشخص برآورده شود، می‌توان نتیجه گرفت که ربات بدون لغزش راه می‌رود.

برای به‌دست آوردن نیروهای وارد بر کف پای ربات روش‌های مختلفی وجود دارد. یکی از این روش‌ها این است که با قرار دادن سنسورهای نیرو در کف پا در هر لحظه و قرائت این نیروها برآیند این نیروها را به‌دست آورد و با در اختیار داشتن وضعیت مخروط اصطکاک که منوط به دانستن شرایط محیطی حرکت است، در هر لحظه از عدم لغزش ربات اطمینان حاصل کرد. اما قرار دادن این سنسورها در محل مناسب و اطمینان از میزان اتکا به این اطلاعات خود تا حدودی جای سؤال است. همچنین باید پای ربات در تماس کامل با زمین باشد تا این اطلاعات قابل استفاده باشد.

اما روش دیگر این است، که با استفاده از مدل دینامیکی ربات نیروهای وارد بر کف پای ربات در هر لحظه را به‌دست آورد. در واقع در این روش نیروی وارد بر کف پای ربات از سوی زمین به‌دست نمی‌آید، بلکه نیرویی که لازم است که به کف پای ربات وارد شود تا تعادل دینامیکی برقرار باشد به‌دست می‌آید. در واقع این نیروها مادامی معتبر هستند که لغزش اتفاق نیفتد. اگر لغزش اتفاق بیفتد، کف پای ثابت ربات نیز با سرعت و شتابی شروع به حرکت خواهد کرد. در این حالت نیز اگر بتوان سرعت و شتاب کف پا را در هر لحظه در اختیار داشت، می‌توان نیروی وارد بر کف پا را محاسبه کرد. اما باید توجه داشته باشیم که اگر لغزش اتفاق بیفتد دیگر دانستن نیروهای وارد بر کف پای ربات چندان حائز اهمیت نخواهد بود. در واقع هدف از به‌دست آوردن نیروهای وارد بر پای ربات این است که در هر لحظه میزان ضریب اصطکاک مورد نیاز برای حرکت را تشخیص داد و با استفاده از آن وضعیت را مورد بررسی قرار داد. اگر شرایط بحرانی بود و حرکت ربات به سمت وقوع لغزش بود، مسیر را به‌گونه‌ای اصلاح کرد.

با این تفاسیر می‌توان با استفاده از مدل دینامیکی نیروهای وارد بر کف پا را در هر لحظه به‌دست آورد. سپس با استفاده از رابطه (۴۱) ضریب اصطکاک را محاسبه کرد. این ضریب اصطکاک در واقع حداقل مقدار ضریب اصطکاک لازم است که لغزش اتفاق نیفتد. حال با دانستن این مقدار می‌توان فهمید که ربات تا چه شرایط محیطی می‌تواند بدون سر خوردن به حرکت خود ادامه

در نتیجه شرط لازم و کافی برای اینکه پای ربات در تماس با زمین نلغزد این است که برآیند نیروهای وارده به کف پای ربات از مخروط اصطکاک خارج نشود. در روابط بالا برای محاسبه f_z و f_t می‌توان از رابطه تکانه خطی کل ربات استفاده نمود. برای محاسبه تکانه خطی کل ربات از یک الگوی راه‌رفتن داده شده، باید مجموع تکانه‌های همه بخش‌های ربات را محاسبه کنیم. این کار شامل محاسبه تکانه‌های تمام قطعات بدن ربات می‌شود، سپس آن‌ها را جمع می‌کنیم تا تکانه کل به دست آید. تکانه خطی (p) یک جسم به صورت حاصل ضرب جرم (m) جسم و سرعت (v) آن تعریف می‌شود:

$$p = \sum_{i=0}^n m_i \dot{c}_i \quad (38)$$

که در آن m_i و c_i به ترتیب جرم و موقیت مرکز جرم پیوند i ام هستند. که برای مدل مورد بررسی، تمام جرم ربات را در یک نقطه (لگن) متمرکز کرده‌ایم و به همین دلیل مقدار n را ۱ در نظر می‌گیریم و سپس m_i برابر با m_{com} و c_i نیز برابر با c_{com} می‌باشند.

همچنین نیروهای افقی وارد بر کف پا خود به دو قسمت نیروها در راستای پیشروی و عمود بر پیشروی تقسیم می‌شوند. با مشتق‌گیری از این تکانه خطی، می‌توانیم نیروهای در راستای پیشروی (f_t) و در راستای عمود بر آن (f_z) را در حین راه‌رفتن به‌دست آوریم:

$$f_z = \dot{p}_z + Mg \quad (39)$$

$$f_t = \sqrt{\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2} \quad (40)$$

جایی که m جرم کل ربات و g شتاب گرانشی است. اگر نیروهای f_t و f_z از سطح زمین به‌دست نیابند، ربات مطابق انتظار عمل نخواهد کرد. اکنون، ضریب اصطکاک لازم را به صورت زیر تعریف خواهیم کرد:

$$\mu_{nec} = \frac{f_t}{f_z} \quad (41)$$

μ_{nec} (لازم) نشان‌دهنده حداقل ضریب اصطکاک برای نگه داشتن

وضعیت فعلی و ورودی کنترلی تولید می‌شود.

تبادل چرخشی پا یک معیار مهم برای پایداری وضعیتی، در راه رفتن دوپایی است. بنابراین، از شاخص چرخش پا (FRI) به عنوان معیار پایداری برای جلوگیری از افتادن ربات استفاده شده است. نقطه FRI به عنوان نقطه‌ای تعریف می‌شود که در آن نیروی واکنش زمین (GRF) و گشتاور وارد بر پا به تعادل برسند. به عبارت دیگر، نقطه FRI باید شرایط تعادل چرخشی را برای پا فراهم کند. با توجه به شکل (۸) موقعیت نقطه FRI را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$x_p = -\frac{F_{ix} h_f + \tau_i}{F_{iz}} \quad (47)$$

$$F_i = k_i (l_0 - \|l_i\|) \quad (48)$$

وضعیت پایدار زمانی است که نقطه FRI درون یا بر روی مرز چندضلعی حمایت (خطوط آبی) قرار دارد و نیروی F_i و گشتاور τ_i که بر روی مچ پا عمل می‌کنند می‌توانند با نیروی زمین F_g تعادل برقرار کنند. این وضعیت نشان‌دهنده این است که نیروها و گشتاورهای وارد بر پا در تعادل هستند. به عبارت دیگر، نیروی F_i که توسط مچ پا تولید می‌شود و نیروی زمین F_g با هم تعادل دارند و همچنین گشتاور τ_i که بر مچ پا اعمال می‌شود با گشتاور ناشی از نیروی زمین F_g در تعادل است. در این حالت، ربات در وضعیت پایداری قرار دارد و احتمال افتادن یا چرخش پا کم است.

در این بخش، نقطه پایه سیستم مختصات در محل مفصل مچ پا O قرار داده شده است. (F_{ix}, F_{iz}) به ترتیب مولفه‌های نیروی پای F_i در امتداد محور x و محور z هستند. τ_i گشتاور مچ پا است. x_p مختصات نقطه FRI در امتداد محور x است، در حالی که z_p ثابت و برابر با $-h_f$ در نظر گرفته می‌شود. تنها ویژگی‌هایی که باید در نظر گرفته شوند، محل مفصل مچ پا، ارتفاع و طول پا هستند. برای جلوگیری از چرخش پا، باید نقطه FRI در مرز چندضلعی حمایت شکل (۸) نگه داشته شود که این شرط به صورت زیر بیان می‌شود:

$$-l_{f1} \leq x_p \leq l_{f2} \quad (49)$$

دهد. همچنین با دانستن مقادیر این نیروها می‌توان تمهیدات لازم جهت کاهش این مقادیر را در نظر گرفت.

۳- روش تحقیق

برای اینکه ربات دوپا به طور پیوسته راه برود، هر گام به یک چرخه گام‌برداری تقسیم می‌شود. بر اساس مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود و استراتژی برنامه‌ریزی گام در بخش سوم، توانسته شد با کنترل وضعیت میانی (MS_1 و MS_2) و تولید مسیر حرکت مرکز جرم به گام‌های دوره‌ای دست پیدا کند. روش کنترل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$ms_{n+1} = H(ms_n, u_{n+1}) \quad (43)$$

$$ms_n = [x_{cn}, \dot{x}_{cn}, z_{cn}, \dot{z}_{cn}, l_a^n] \quad (44)$$

$$ms_0 = [x_{c0}, \dot{x}_{c0}, z_{c0}, \dot{z}_{c0}] \quad (45)$$

$$u_{n+1} = [k_i, k_{p1}, k_{d1}, k_{p3}, k_{d3}, l_d^{n+1}] \quad (46)$$

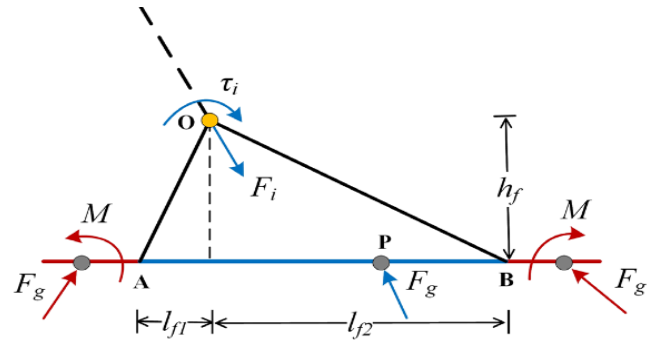
جایی که H نقشه برگشتی وضعیت MS را نشان می‌دهد، نقشه برگشتی وضعیت $(H) MS$ نگاشتی است که وضعیت MS را به وضعیت بعدی MS متصل می‌کند. این نقشه به یافتن گام‌های دوره‌ای کمک می‌کند که در آن، ربات بتواند به طور مداوم و پایدار راه برود. ms_n وضعیت مدل در گام n ام را نشان می‌دهد که شامل موقعیت‌ها و سرعت‌های مرکز جرم در محورهای x و z در طول وضعیت MS است، و l_a^n کوتاه‌ترین طول واقعی پا می‌باشد. ms_0 وضعیت اولیه گام دوره‌ای است. u_{n+1} مجموعه‌ای از متغیرهای کنترلی است که شامل مقادیر سفتی پا، پارامترهای کنترل‌کننده PD و طول کوتاه‌ترین پا است که مستقیماً چرخه کل گام را تعیین می‌کند. به این ترتیب، توانسته شد گام‌های دوره‌ای را از طریق یک مسئله بهینه‌سازی پیدا کرد. معادله (۴۶) را بردار ورودی کنترل و معادله (۴۳) را نگاشت حالت می‌نامند. این معادله به این معناست که وضعیت (state) ربات در گام بعدی با استفاده از یک نگاشت غیرخطی هیبریدی از

$$\begin{aligned} \text{fit} = & f_1 \|x_d - x_{TD}\| + f_2 \|\dot{x}_d - \dot{x}_a\| \\ & + f_3 \|z_d - z_a\| + f_4 \|\dot{z}_d - \dot{z}_a\| + f_5 \|l_d - l_a\| \end{aligned} \quad (51)$$

جایی که $if = [f_1 f_2 f_3 f_4 f_5]$ ماتریس ضرایب وزنی است. x_d ، $\dot{x}_d$ ، z_d ، $\dot{z}_d$ و l_d به ترتیب نمایانگر موقعیت و سرعت مرکز جرم در محور z ، موقعیت و سرعت مرکز جرم در محور x و طول گام مطلوب در طول حالت میانه ایستایی (MS) هستند. همچنین x_{TD} ، $\dot{x}_a$ ، z_a ، $\dot{z}_a$ و l_a پارامترهای حالت واقعی هستند که به صورت مشابه تعریف می‌شوند. با توجه به اهمیت زیاد موقعیت‌های CoM در طول راه‌رفتن، $f = [8, 1, 8, 1, 2]$ تنظیم شده است. در این پژوهش، ماتریس ضرایب وزنی برای تعیین اهمیت نسبی پارامترهای مختلف در فرایند بهینه‌سازی استفاده می‌شود. مقادیر این ضرایب بر اساس اهمیت نسبی هر پارامتر تنظیم می‌شوند تا الگوریتم بهینه‌سازی بتواند به بهترین شکل ممکن اهداف مورد نظر را تحقق بخشد.

با توجه به اینکه در حل این مسأله‌ی بهینه‌سازی نیاز به حل معادلات دینامیکی $m\ddot{p}$ تعریف شده در هر کدام از مراحل پیاده روی که در بخش قبل به صورت کامل برای راه‌رفتن ربات با مدل فتر با سختی متغیر شرح داده شده است، می‌باشد بنابراین باید برای ورودی‌های مسأله‌ی مورد نظر نیز قیودی در نظر گرفته شود. از آنجایی که برای این مسأله‌ی بهینه‌سازی، هدف این است که مسأله با سختی متغیر بدون اصطکاک در حالت سطح بدون شیب و شیب‌دار بهینه‌سازی شود و در مرحله‌ی بعد برای همین مسأله سختی و میرایی متغیر با اصطکاک در حالت سطح بدون شیب و شیب‌دار در نظر گرفته می‌شود بنابراین باید ورودی‌ها برای دو حالت جداگانه در نظر گرفته شود. برای حالت سختی و میرایی متغیر، این مسأله‌ی بهینه‌سازی دارای ۶ متغیر بهینه‌سازی است که شامل موقعیت اولیه و سرعت اولیه جرم متمرکز مدل در راستای محور افقی و محور قائم و همچنین متغیرهای بهینه‌سازی میرایی و سختی مدل است. قیودی که باید برای این متغیرهای بهینه‌سازی برای مسأله سختی و میرایی متغیر همراه با اصطکاک و بدون اصطکاک در حالت سطح بدون شیب، رعایت شود به ترتیب در روابط (۵۲) تا (۵۷) آورده شده است:

$$\|l_i\| \leq l_0, 0 \leq l_d \leq l_0 \quad (52)$$



شکل ۸. موقعیت نقطه FRI در پا [۲].

Fig. 8. FRI Point Position in the Foot[2].

از آنجایی که برای شبیه‌سازی نیروی عکس‌العمل زمین وارده به پای ربات در حین راه‌رفتن نیاز به پارامترهای بهینه‌ی سفتی در حین راه‌رفتن است، بدین منظور با توجه به متغیر کنترلی u و تابع هدف^۱ می‌توان از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات [۲۲] برای بهینه‌سازی مسیرهای حرکت مرکز جرم و پا استفاده کرد. در مسئله بهینه‌سازی گام‌برداری دوره‌ای، حالت میانه (MS) نقش مهمی در تعیین پایداری و کارایی گام دارد. حالت میانه مورد نظر (ms_d) و حالت میانه واقعی (ms_a) در تعیین تابع تناسب هر گام تأثیرگذار هستند. مسئله‌ی بهینه‌سازی راه‌رفتن را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\min_{u, ms_0} \|ms_d - ms_a\| \quad (50)$$

در اینجا $ms_d - ms_a$ نشان‌دهنده‌ی یک معیار تناسب است که ممکن است شامل تفاوت‌های موقعیتی و سرعتی بین حالت میانه مورد نظر و حالت میانه واقعی باشد. در اینجا، ms_d و ms_a به ترتیب نمایانگر حالت میانه مطلوب (حالت نهایی) و حالت میانه واقعی هستند.

برای مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فتر متغیر و پای با اندازه محدود بر روی سطوح مسطح و شیب‌دار، ۶ متغیر ورودی در نظر گرفته شده است. برای مسأله‌ی بهینه‌سازی مورد نظر، تابع هدف به شکل زیر تعریف می‌شود:

1. Fitness function

گام دوم: بردار جمعیت را به صورت تصادفی با مقادیری در بازه ۰ تا ۱، اولیه‌سازی و سپس مقدار تابع هدف برای هر ذره، محاسبه می‌شود.
گام سوم: در هر تکرار، مقدار فعلی تابع هدف هر ذره با بهترین مقدار بدست آمده از آن ذره، به وسیله رابطه (۶۲) مقایسه می‌شود:

$$P_{best} = \begin{cases} P_{best}, & f(x_i) \geq f(P_{best}) \\ x_i, & f(x_i) < f(P_{best}) \end{cases} \quad (62)$$

گام چهارم: بهترین مقداری که در کل اجتماع به دست آمده است با رابطه مقایسه‌ای (۶۳)، مقایسه می‌شود:

$$G_{best} = \left\{ x_1, x_2, \dots, x_N \mid f(G_{best}) = \min(f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_N)) \right\} \quad (63)$$

گام پنجم: سرعت هر ذره برای تکرار بعدی از رابطه (۵۸) محاسبه می‌شود که در آن w یک ضریب وزنی می‌باشد که به صورت تجربی محاسبه می‌گردد.

$$v_i^j = w \cdot v_i^j + c_p \cdot \text{rand}_1 \cdot (P_{best}(i) - x_i) + c_g \cdot \text{rand}_2 \cdot (G_{best} - x_i) \quad (64)$$

گام ششم: مکان جدید ذره در تکرار بعدی، از رابطه (۶۵) بدست می‌آید.

$$x_i^{j+1} = x_i^j + v_i^j \quad (65)$$

گام هفتم: شرط توقف، به صورت عدم پیشرفت قابل ملاحظه در مقدار مینیمم تابع هدف برای چند تکرار متوالی تعریف می‌شود.

گام هشتم: شماره تکرار را یک واحد اضافه کرده و تمام مراحل دوباره از اول تکرار می‌شود.

شبیه‌سازی و مسأله‌ی بهینه‌سازی در محیط پایتون، برنامه‌نویسی شده است. برای بهینه‌سازی این مسأله از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات استفاده شده است. نکته‌ی مهمی که در الگوریتم بهینه‌سازی وجود دارد، شرط همگرایی و جلوگیری از جواب‌های بهینه محلی است که برای این

$$0 \leq x_c, 0 \leq z_c \leq 1 \quad (53)$$

$$0 \leq k_i \text{ (kN} \cdot \text{m}^{-1}) \leq 50 \quad (54)$$

$$0 \leq k_{p1} \leq 1000, \quad 0 \leq k_{d1} \leq 100 \quad (55)$$

$$0 \leq k_{p3} \leq 1000, \quad 0 \leq k_{d3} \leq 100 \quad (56)$$

قیودی که باید برای این متغیرهای بهینه‌سازی برای مسأله سختی و میرایی متغیر همراه با اصطکاک و بدون اصطکاک در حالت سطح شیبدار، رعایت شود به ترتیب در روابط (۵۷) تا (۶۱) آورده شده است:

$$\|l_i\| \leq l_0, \quad 0 \leq l_d \leq l_0 \quad (57)$$

$$0 \leq x_c, \quad 0 \leq z_c \leq 1 \quad (58)$$

$$0 \leq k_i \text{ (kN} \cdot \text{m}^{-1}) \leq 50 \quad (59)$$

$$0 \leq k_{p1} \leq 1000, \quad 0 \leq k_{d1} \leq 100 \quad (60)$$

$$0 \leq k_{p3} \leq 1000, \quad 0 \leq k_{d3} \leq 100 \quad (61)$$

بر اساس متغیر کنترلی u و تابع هدف، برای حل این مسأله‌ی بهینه‌سازی از الگوریتم اجتماع ذرات استفاده شده است که مراحل این الگوریتم در زیر آمده است:

گام اول: برای حالتی از مسأله که ۶ ورودی دارد، در ابتدا به انتخاب وضعیت اولیه ms_0 و وضعیت نهایی مطلوب ms_d ، تعیین اندازه جمعیت اولیه به صورت $(N=500)$ ذره تصادفی که هر ذره به صورت ۶ عدد تصادفی در محدوده قیود رابطه‌های بالا برای هر کدام از حالت‌های گفته شده، و حداکثر تعداد تکرار $(Maxgen = 2000)$ پرداخته خواهد شد.

جدول ۳. پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی مسیر راه‌رفتن.

Table 3. Required Parameters for Gait Trajectory Simulation.

مقدار	مولفه	مقدار	مولفه
$[0.9000]$	k_{p1}	$9/81$	$g/(m.s^{-2})$
$[0.9000]$	k_{d1}	115	$l_{f1}/(m)$
$[0.9000]$	k_{p2}	0.105	$l_{f2}/(m)$
$[0.9000]$	k_{d2}	0.25	$h_f/(m)$
$[0.9000]$	k_{p3}	1	$l_0/(m)$
$[0.9000]$	k_{d3}	$[0.9]$	$l_d/(m)$
1	$\dot{x}_{c0}/(m.s^{-1})$	$[0 \text{ و } \pi/2]$	$\theta/(rad)$
0.97	$z_{c0}/(m)$	$[0 \text{ و } 50]$	$k_A/(kN.m^{-1})$
0	$\dot{z}_{c0}/(m.s^{-1})$	$[0 \text{ و } 50]$	$k_B/(kN.m^{-1})$

با توجه به داده‌های راه‌رفتن انسان تنظیم شده است [۱۸].
نمودار ارائه شده در شکل (۹)، موقعیت افقی (X) و عمودی (y) مرکز جرم ربات را در طی یک شبیه‌سازی راه‌رفتن از حالت شروع به گام‌برداری را با استفاده از مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود برای سطوح مسطح نشان می‌دهد. این شبیه‌سازی به سه فاز تقسیم می‌شود: فاز پرواز، فاز تک تکیه‌گاهی و فاز دو تکیه‌گاهی. هر فاز با سایه‌های مختلفی از رنگ آبی در نمودار نشان داده شده است. اما برای حالت راه‌رفتن پایدار همانند شکل (۹)، ربات وارد فاز پرواز نشده است و ثبات راه‌رفتن خود را با انتقال حرکت بین دو فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی حفظ می‌کند که ایده‌آل‌ترین نوع حرکت است.

در این نمودار به بررسی نحوه حرکت مرکز جرم ربات بر اساس مدل VSLIP-FF، از زمان شروع راه‌رفتن در دو راستای افقی و عمودی پراخته شده است که در ابتدای راه‌رفتن مشاهده می‌شود که ربات، مدل را درک کرده و گام‌برداری خود را براساس مدل VSLIP-FF تنظیم می‌کند و پس از ۳ مرحله گام‌برداری به حالت ثابت و پایداری دست می‌یابد. این نمودار به طور مؤثری ماهیت پویای مدل VSLIP-FF را در شبیه‌سازی راه‌رفتن دوپا نشان می‌دهد. موقعیت‌های افقی و عمودی مرکز جرم با تفاوت‌های واضح بین دو فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی راه‌رفتن، رفتار تناوبی را نشان می‌دهند.

در فاز تک تکیه‌گاهی، مرکز جرم یک مسیر خاصی را دنبال می‌کند که تحت تأثیر انعطاف‌پذیری و سفتی پای پشتیبانی‌کننده است. این مسیر

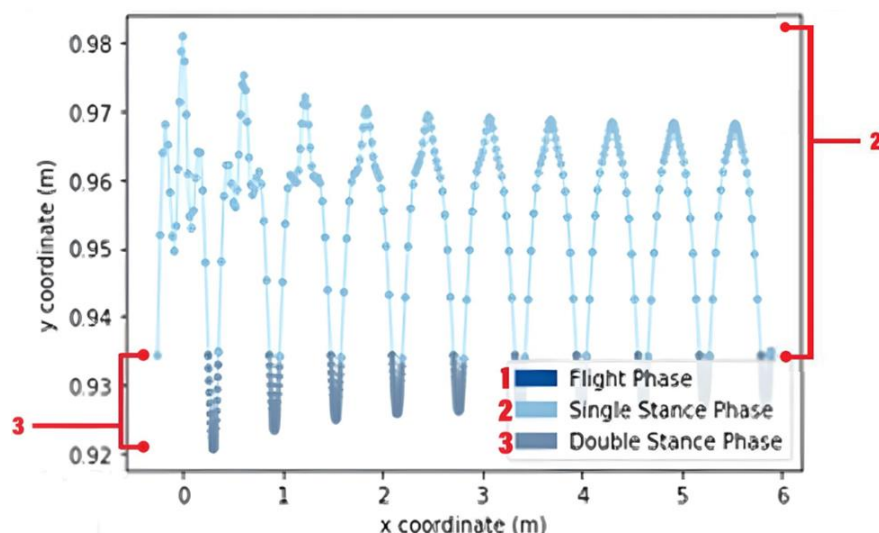
موضوع، شرط همگرایی را عدم تغییر قابل ملاحظه در مقدار تابع هدف قرار داده شد. یعنی الگوریتم بعد از تکرارهای پی در پی، زمانی که مقدار تابع هدف نسبت به تکرار قبلی تغییر قابل ملاحظه‌ای نداشته باشد مقادیر موجود را به عنوان مقادیر بهینه‌ی متغیرهای بهینه‌سازی خواهید توانست در نظر گرفت.

۴- یافته‌های تحقیق

در مطالعه مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، نتایج کلیدی در مورد موقعیت، سرعت و مسیر مرکز جرم و همچنین نیروهای منتقل شده از پاها به مرکز جرم در طول یک چرخه کامل راه‌رفتن در حالت بدون شیب و شیب‌دار به دست آمد. این نتایج بینش‌های مهمی در مورد دینامیک و پایداری ربات دوپا در طول فازهای تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی فراهم می‌کند.

۴-۱- مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت سطوح مسطح بدون لغزش

در ابتدا به بررسی نتایج برای مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت سطوح مسطح بدون لغزش پرداخته خواهد شد. پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی مسیر راه‌رفتن ربات بر اساس مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، به صورت محدوده‌ای در جدول ۳ تعریف شده است. جایی که مقادیر سفتی



شکل ۹. موقعیت افقی (x) و عمودی (y) مرکز جرم (CoM) از حالت شروع راهرفتن.

Fig. 9. Horizontal (x) and Vertical (y) Position of the Center of Mass (CoM) from Gait Initiation.

$$k_i = 28221.7946, k_{p1} = 907.9205,$$

$$k_{d1} = 100, k_{p3} = 132.028,$$

$$k_{d3} = 18.405, l_d = 0.798619$$

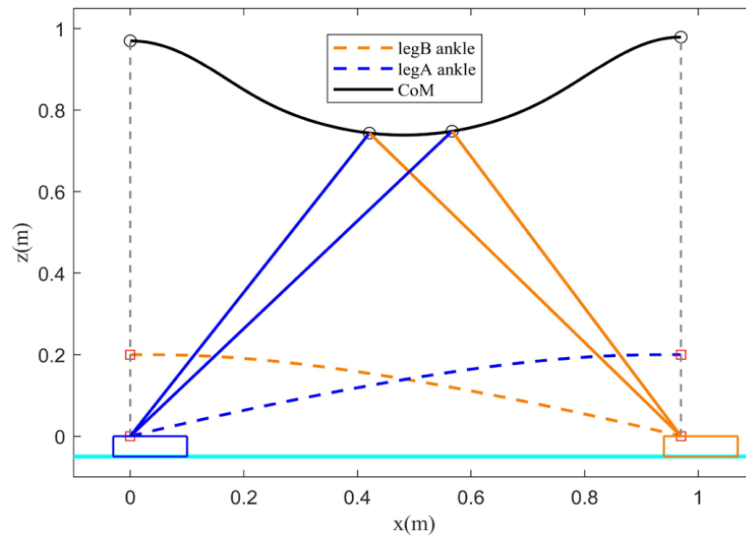
اکنون با استفاده از رابطه (۹) می‌توان مطابق شکل (۱۱) طول هر کدام از پاهای ربات را در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود برای یک چرخه گام‌برداری کامل محاسبه کرد. در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، پاها به عنوان فنرهایی با سفتی متغیر عمل می‌کنند. طول پاها به طور متناوب کاهش و افزایش می‌یابد تا انرژی مورد نیاز برای حرکت ربات فراهم شود و شوک‌های ناشی از تماس با زمین جذب شود.

در خصوص بحث **صحت‌سنجی**، در شکل (۱۱) علاوه بر نمودار (leg A) و (leg B) که حاصل شبیه‌سازی نتایج روابط طول پا می‌باشند دو نمودار دیگر نیز مشاهده می‌شود که نشان دهنده نمودارهای طول پای مدل VSLIP-FF در مقاله مرجع [۲] در حالت راهرفتن بر روی سطوح مسطح می‌باشند. مطابق تصویر، نتایج حاصل از شبیه‌سازی پژوهش انجام شده، منطبق بر نتایج حاصل از نمودار طول پای ربات مدل VSLIP-FF می‌باشد، سپس مدل شبیه‌سازی شده را در محیط‌های مختلف ذکر شده دیگر نیز بررسی خواهیم کرد. طول هر دو پا A و B در میانه‌ی بازه زمانی کاهش

معمولاً به صورت یک قوس است که نشان‌دهنده حرکت پاندول مانند مدل VSLIP-FF است. در این فاز، مرکز جرم عمدتاً توسط یک پا حمایت می‌شود و منجر به تغییر دینامیک موقعیت آن به جلو می‌شود.

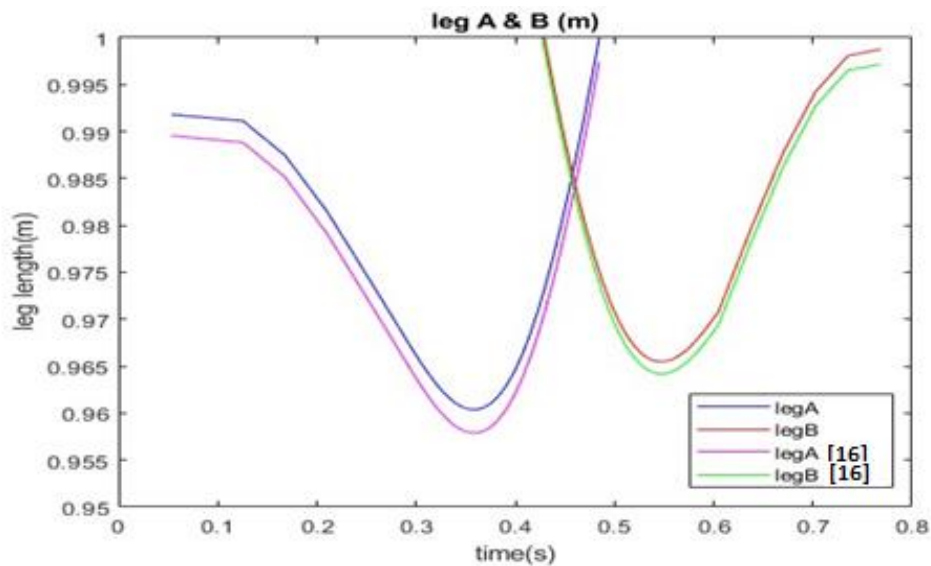
در فاز دو تکیه‌گاهی، مرکز جرم به طور روان از یک پای پشتیبانی‌کننده به پای دیگر منتقل می‌شود. این فاز برای پایداری حیاتی است زیرا شامل توزیع مجدد وزن ربات و هماهنگی بین هر دو پا است. مسیر مرکز جرم در این فاز پیچیده‌تر است و شامل ترکیبی از حرکات عمودی و افقی برای اطمینان از یک انتقال پایدار است. این تغییرات، توانایی ربات را در تطبیق گام‌های خود به طور دینامیکی برای حفظ ثبات و پیشرفت رو به جلو برجسته می‌کند. طبیعت تناوبی هر دو موقعیت (x, y) استراتژی کنترل هماهنگ را که در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود ذاتی است، نشان می‌دهد، که برای راهرفتن دویا، مؤثر و پایدار حیاتی است. در فاز دو تکیه‌گاهی موقعیت (x, y) کمترین نرخ افزایش را نسبت به فاز تک تکیه‌گاهی نشان می‌دهد.

در شکل (۱۰) می‌توان یک چرخه گام‌برداری از راهرفتن پایدار ربات، مسیر مرکز جرم بهینه شده و همچنین مسیر حرکت مچ پا مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود را مشاهده کرد. مقادیر بهینه شده، برای شبیه‌سازی مسیر بهینه شده مرکز جرم راهرفتن ربات، که در شکل (۱۰) ترسیم شده است، عبارت‌اند از:



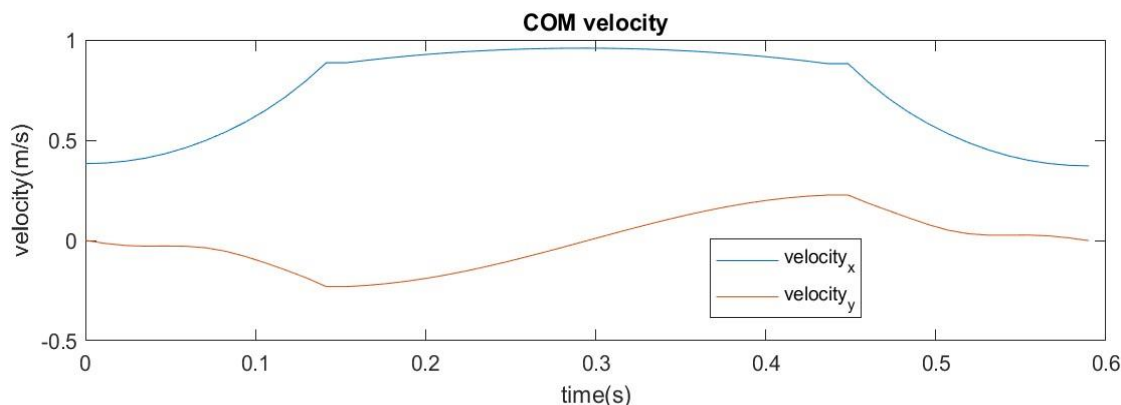
شکل ۱۰. مسیر CoM و مچ پا مدل VSLIP برای یک گام برداری پایدار.

Fig. 10. CoM and Ankle Trajectory of the VSLIP Model for Stable Stepping.



شکل ۱۱. طول پاهای A و B برای یک گام برداری پایدار.

Fig. 11. Leg Lengths A and B for Stable Stepping.



شکل ۱۲. سرعت راهرفتن مرکز جرم در راستای افقی و عمودی.

Fig. 12. Horizontal and Vertical Gait Velocity of the Center of Mass.

در فاز دو تکیه‌گاهی، سرعت افقی مرکز جرم ثابت باقی می‌ماند و سرعت عمودی مرکز جرم افزایش می‌یابد زیرا ربات آماده می‌شود تا وزن خود را تغییر دهد و از قرارگیری پایدار یا اطمینان حاصل کند. این فاز نیاز به کنترل دقیق دارد تا از کاهش ناگهانی سرعت که می‌تواند ربات را ناپایدار کند، جلوگیری شود. تنظیم سفتی پا و گشتاور مچ پا برای دستیابی به یک انتقال نرم و کنترل‌شده ضروری است.

نیروهای منتقل شده از پاها به مچ پا نیز وابسته به فاز گامبرداری هستند که در شکل (۱۳) نمایش داده شده‌اند. در فاز تک تکیه‌گاهی، پای پشتیبانی‌کننده، نیروهای واکنش زمین قابل توجهی را برای مقابله با جاذبه و حمایت از وزن ربات تولید می‌کند. بردار نیرو عمدتاً عمودی است اما شامل یک جزء افقی نیز می‌شود که ربات را به جلو می‌راند.

در فاز دو تکیه‌گاهی، نیروها به طور یکنواخت‌تر بین دو پا توزیع می‌شوند. این توزیع برای پایداری حیاتی است زیرا از بارگذاری بیش از حد بر روی یک پا جلوگیری می‌کند و انتقال متعادل را تضمین می‌کند. نیروها در این فاز از طریق تنظیم دینامیکی سفتی پا و گشتاور مچ پا برای حفظ مسیر مورد نظر مرکز جرم تنظیم می‌شوند.

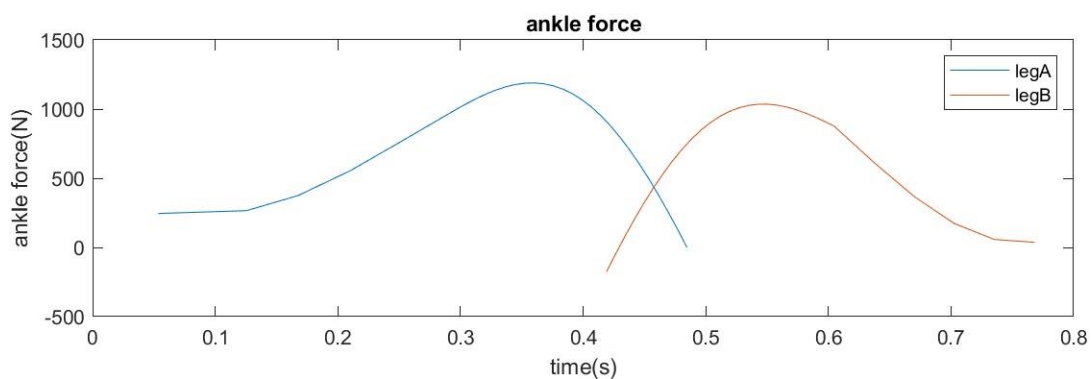
اکنون با استفاده از رابطه (۲۶) و جدول ۱ به بررسی مسیر حرکت پای نوسانی (تکان خورنده) در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه، فاز تک تکیه‌گاهی ثانویه و فاز دو تکیه‌گاهی که به ترتیب در شکل‌های (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) نمایش داده شده‌اند، می‌پردازیم.

یافته و سپس افزایش می‌یابد. این دقیقاً نشان‌دهنده فاز فشرده شدن^۱ و سپس کشش^۲ فنر پا در فاز تماس با زمین است. این رفتار نشان‌دهنده عملکرد فنری مدل است که مشابه پای بیولوژیکی عمل می‌کند.

در زمان حدود ۰٫۴۷ ثانیه، خطوط پای A و پای B همدیگر را قطع می‌کنند. این نشان‌دهنده تعویض نقش پاها است که پای A از فاز ایستاده به نوسانی می‌رود و پای B وارد فاز ایستاده می‌شود. این تعویض دقیقاً همان لحظه انتقال بار از یک پا به پای دیگر است که در راه‌رفتن دیده می‌شود. منحنی‌های صورتی و سبز (مقاله مرجع) بسیار نزدیک به منحنی‌های آبی و قرمز هستند. این تطابق خوب نشان می‌دهد که مدل جدید با سفتی متغیر توانسته رفتار دینامیکی مشابهی تولید کند و اعتبار مدل تأیید می‌شود. طول پای متغیر در طول زمان نشان‌دهنده جذب انرژی و بازگشت آن (شبیه عملکرد عضله و تاندون در انسان) است. همپوشانی منحنی‌ها با مدل مرجع نشان می‌دهد که مدل ارائه‌شده در مقاله شما، علی‌رغم پیچیدگی‌های فنر با سفتی متغیر، عملکرد بسیار نزدیکی به مدل اثبات‌شده قبلی دارد. تعویض منظم بین پاها هم پایداری گام‌ها و هماهنگی سیستم را نشان می‌دهد.

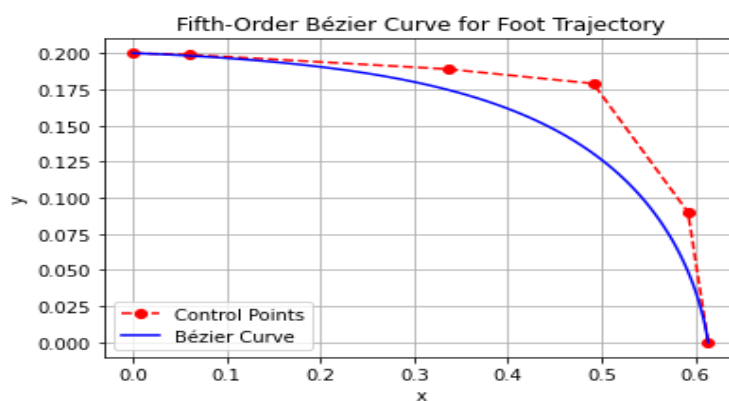
سرعت مرکز جرم به طور قابل توجهی بین فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی متفاوت است که در شکل (۱۲) نمایش داده شده است. در فاز تک تکیه‌گاهی، سرعت کمی بالاتر است زیرا ربات به جلو حرکت می‌کند. انعطاف‌پذیری پا و گشتاور در مفصل مچ پا نقش‌های اساسی در تنظیم این سرعت برای حفظ تعادل و حرکت به جلو دارند.

1. compression
2. extension



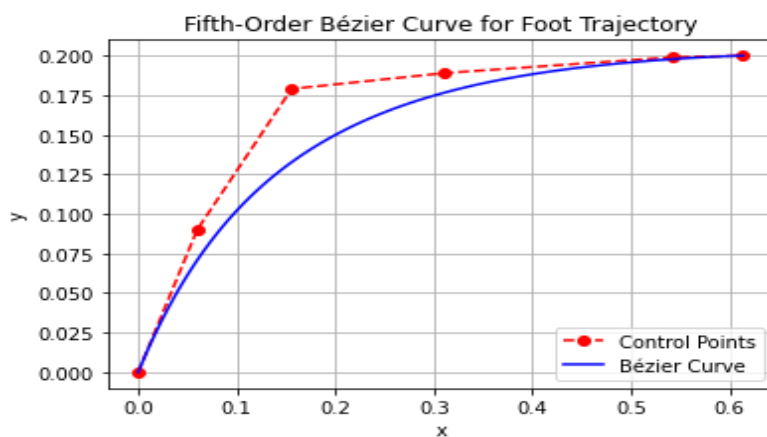
شکل ۱۳. نیروهای منتقل شده از پاها به مچ پا.

Fig. 13. Forces Transmitted from the Legs to the Ankle.



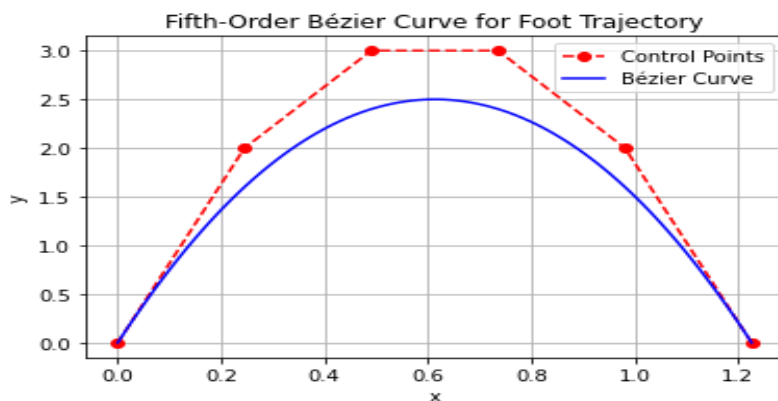
شکل ۱۴. مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز تک تکیه‌گاهی اولیه (SS1).

Fig. 14. Swing Foot Trajectory During the Initial Single-Support Phase



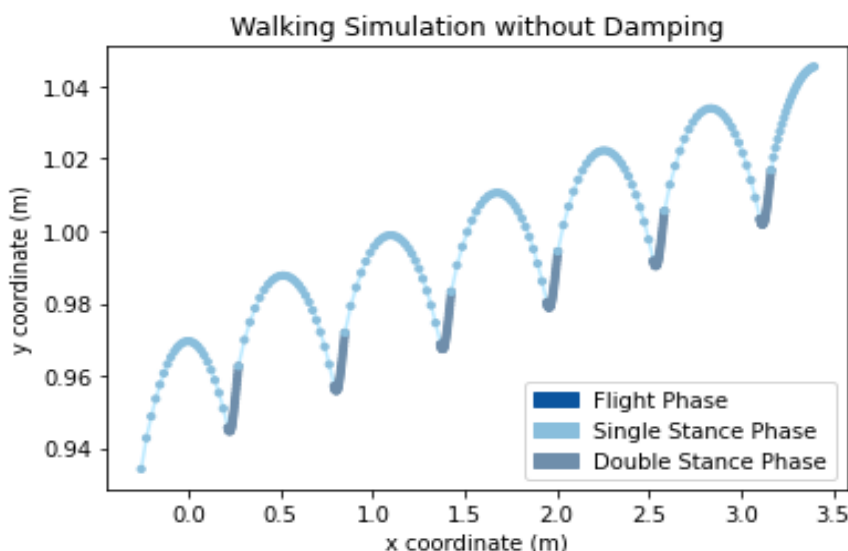
شکل ۱۵. مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز تک تکیه‌گاهی ثانویه.

Fig. 15. Swing Foot Trajectory During the Secondary Single-Support Phase.



شکل ۱۶. مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز دو تکیه‌گاهی.

Fig. 16. Swing Foot Trajectory During the Double-Support Phase.



شکل ۱۷. موقعیت افقی (x) و عمودی (y) مرکز جرم (CoM) از حالت شروع راه رفتن روی سطوح شیب‌دار.

Fig. 17. Horizontal (x) and Vertical (y) Position of the Center of Mass (CoM) from Gait Initiation on Inclined Surfaces.

برای سطوح شیب‌دار نشان می‌دهد.

در این نمودار هم‌چنین مشاهده می‌شود که ربات در هنگام شروع راه رفتن، بیشترین ارتفاعی که مرکز جرم در گام‌برداری اول به آن دست یافته است نسبت به دیگر گام‌برداری‌ها کمی کمتر است و سپس در چرخه گام‌برداری‌های بعدی، میزان بیشترین ارتفاع مرکز جرم به صورت ثابت و یکنواختی افزایش می‌یابد. علت امر این می‌باشد که ربات در هنگام شروع گام‌برداری مدل VSLIP-FF را درک کرده و نوسانات اولیه‌ای که بر ربات وارد بوده است را از بین برده و باعث پایداری و ثبات راه رفتن ربات در دومین

۴-۲- مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت سطوح شیب‌دار بدون لغزش

در ابتدا به بررسی نتایج برای مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت سطوح شیب‌دار بدون لغزش (دارای ارتفاع) با شیب ۰/۰۸ پرداخته خواهد شد. نمودار ارائه شده در شکل (۱۷)، موقعیت افقی (x) و عمودی (y) مرکز جرم ربات را در طی یک شبیه‌سازی راه رفتن در حالت گام‌برداری می‌باشد را با استفاده از مدل VSLIP-FF

1. CoM

جدول ۴. پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی مسیر راه‌رفتن روی سطوح شیب‌دار.

Table 4. Required Parameters for Simulating Gait Trajectories on Inclined Surfaces.

مقدار / محدوده	مولفه	مقدار / محدوده	مولفه
۹۹۸/۶۶۳۸	k_{p1}	۹/۸۱	$g/(m \cdot s^{-2})$
۱۰۰	k_{d1}	۱۱۵	$l_{f1}/(m)$
۹۹۸/۶۶۳۸	k_{p2}	۰/۰۵	$l_{f2}/(m)$
۱۰۰	k_{d2}	۰/۲۵	$h_f/(m)$
۲۹۷/۹۲۷	k_{p3}	۱	$l_0/(m)$
۱۰/۵۸۷	k_{d3}	۰/۷۲۵۶۱۹	$l_d/(m)$
۱	$\dot{x}_{c0}/(m \cdot s^{-1})$	$[0 \text{ و } \pi/2]$	$\theta/(rad)$
۰/۹۷	$z_{c0}/(m)$	۴۵۷۳۹/۲۶۳۱۵	$k_A/(kN \cdot m^{-1})$
۰	$\dot{z}_{c0}/(m \cdot s^{-1})$	$[0 \text{ و } 50]$	$k_B/(kN \cdot m^{-1})$

گام‌برداری به بعد می‌شود.

افزایش یکنواخت در موقعیت X نشان می‌دهد که ربات به خوبی با سطح شیب‌دار سازگار می‌شود و مسیری بدون انحرافات افقی قابل توجه را حفظ می‌کند. محور Y یک الگوی نوسانی دوره‌ای را نشان می‌دهد. این نوسان نشان‌دهنده جابجایی عمودی مرکز جرم در طول راه‌رفتن است. جایی که مرکز جرم هنگام گذار بین فازهای تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی، بالا و پایین می‌رود. دامنه نوسانات عمودی به طور نسبی ثابت باقی می‌ماند، که نشان‌دهنده حفظ الگوی راه‌رفتن پایدار توسط ربات حتی روی سطح شیب‌دار است. افزایش تدریجی در میانگین محور Y قابل مشاهده است، این افزایش نشان‌دهنده شیب سطح است زیرا مرکز جرم با هر قدم ارتفاع می‌گیرد.

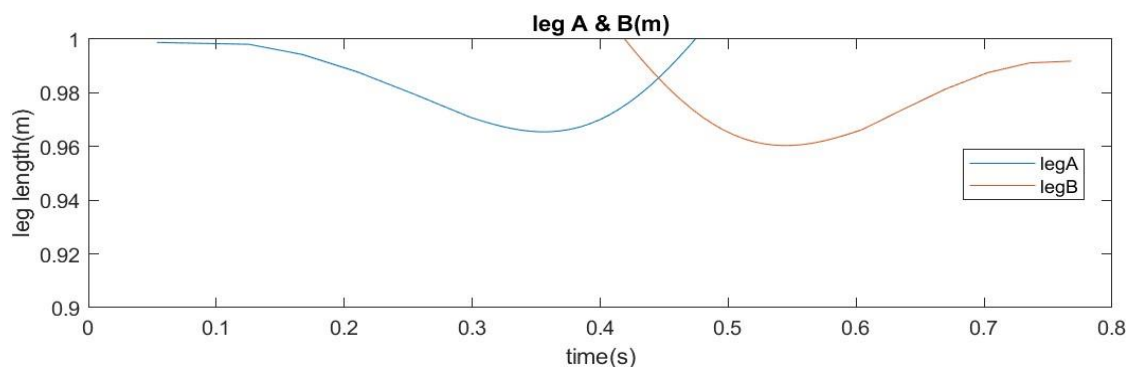
در حین گام‌برداری بر روی سطوح شیب‌دار نسبت به سطوح مسطح مشاهده می‌شود که ربات با تاخیر بیشتر وارد فاز دو تکیه‌گاهی می‌شود و از سوی دیگر فاز تک تکیه‌گاهی اولیه نیز مدت زمان بیشتر از گام‌برداری را در مقایسه با حالت قبل، به خود اختصاص داده است. که این رفتار باعث می‌شود، مرکز جرم به آرامی وزن خود را بین فازهای تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی منتقل کند تا ربات بتواند پایداری خودش را در هنگام راه‌رفتن بر روی سطوح شیب‌دار حفظ کند. که خود این موضوع نشان‌دهنده درک، تطبیق‌پذیری و حفظ تعادل و پایداری بالای مدل VSLIP-FF در هنگام گام‌برداری بر روی سطح دارای ارتفاع است.

مقادیر بهینه‌شده، برای شبیه‌سازی مسیر CoM بهینه شده راه‌رفتن

ربات، که در شکل (۱۷) ترسیم شده است، عبارت‌اند از (جدول ۴):

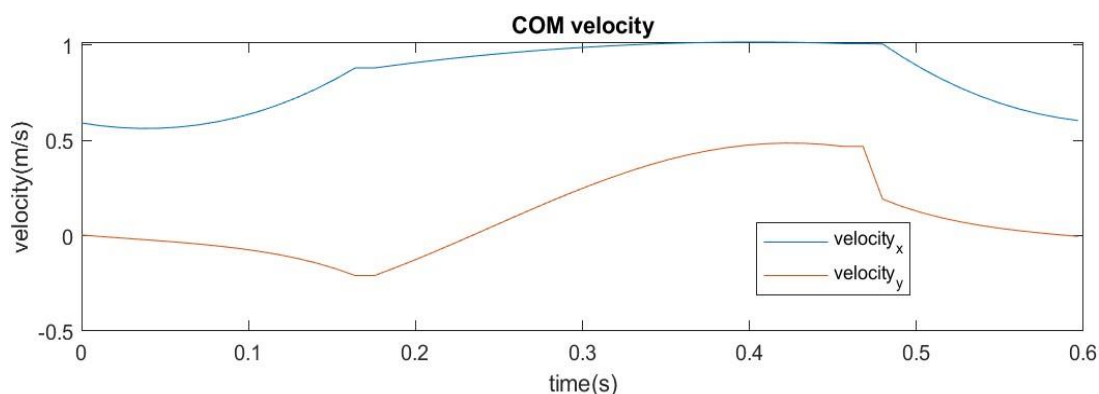
اکنون با استفاده از رابطه (۹) می‌توان مطابق شکل (۱۸) طول هر کدام از پاهای ربات را در مدل VSLIP-FF برای یک چرخه گام‌برداری کامل محاسبه کرد. در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، پاها به عنوان فنرهایی با سفتی متغیر عمل می‌کنند. طول پاها به طور متناوب کاهش و افزایش می‌یابد تا انرژی مورد نیاز برای حرکت ربات فراهم شود و شوک‌های ناشی از تماس با زمین جذب شود.

باتوجه به شکل (۱۸)، اندازه طول پا A و B برای یک گام‌برداری پایدار برای راه‌رفتن بر روی سطوح شیب‌دار نسبت به حالت قبل افزایش یافته است که به دلیل افزایش میزان سفتی فنری پاها برای این حالت است. از سمت دیگر در حالت قبلی مشاهده شد که طول پای A نسبت به پای B، کاهش یافته بود ولی در حالت راه‌رفتن بر روی سطوح شیب‌دار به علت این که ربات در مدت زمان بیشتری در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه نسبت به سایر فازها قرار می‌گیرد، طول پای A نسبت به پای B در مدت زمان بیشتری کاهش و افزایش می‌یابد و از آنجایی که پای نوسانی برای ورود ربات به حالت دو تکیه‌گاهی، به صورت سخت‌تر با زمین تماس پیدا می‌کند، منجر به فشردگی شدن پای B می‌شود. این نوع عملکرد باعث نشان دادن تطبیق‌پذیری هرچه بیشتر مدل VSLIP-FF، برای سطوح مختلف به منظور حفظ بیشتر پایداری و همچنین کنترل ربات است. بر این اساس سرعت مرکز جرم به طور قابل توجهی بین فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی متفاوت است در



شکل ۱۸. طول پاهای A و B برای یک گام برداری پایدار روی سطوح شیب‌دار.

Fig. 18. Leg Lengths A and B for Stable Stepping on Inclined Surfaces.



شکل ۱۹. سرعت راه رفتن مرکز جرم در راستای افقی و عمودی روی سطوح شیب‌دار.

Fig. 19. Horizontal and Vertical Gait Velocity of the Center of Mass on Inclined Surfaces.

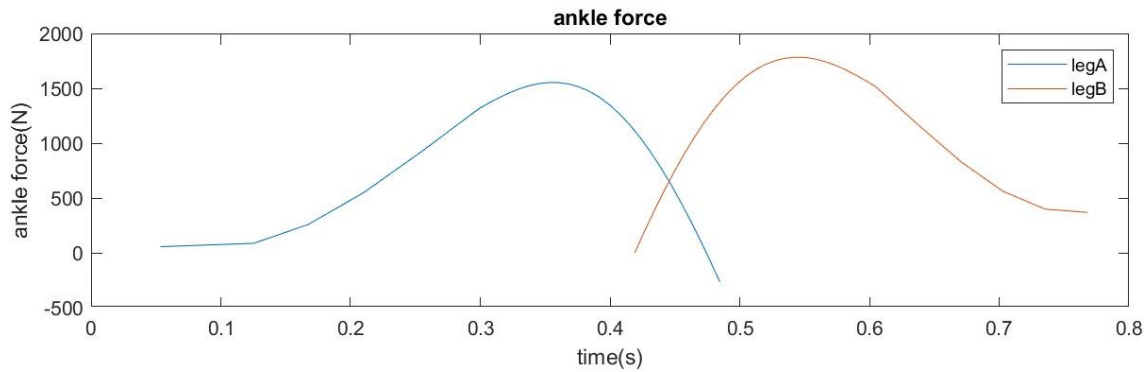
شکل (۱۹) قابل رویت است.

جرم بین زمان ۰/۴ تا ۰/۵ ثانیه، کاهش ناگهانی سرعت را مشاهده خواهیم کرد که علت آن به دلیل برخورد سخت‌تر پای نوسانی ربات با زمین در هنگام ورود ربات به فاز دو تکیه‌گاهی می‌باشد که دلیل آن شیب‌دار بودن زمین و افزایش سفتی فنر پاهای مدل VSLIP-FF، است.

نیروهای منتقل شده از پاها به مچ پا به علت افزایش مقدار سفتی فنر در حالت راه رفتن بر روی سطوح شیب‌دار نیز افزایش چشمگیری داشته‌اند که در شکل (۲۰) قابل مشاهده است.

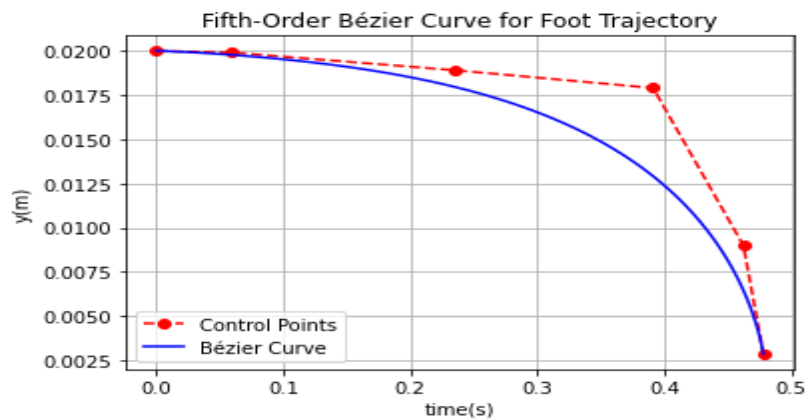
در شکل (۲۰)، با ورود ربات به فاز دو تکیه‌گاهی و تک تکیه‌گاهی ثانویه، پای نوسانی به علت افزایش ضریب سفتی فنر به صورت سخت‌تری با زمین

در حالت راه رفتن ربات بر روی سطح شیب‌دار مطابق شکل (۱۷)، ربات مدت زمان طولانی‌تری را در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه نسبت به سایر فازهای دیگر سپری می‌کند و از آنجایی که سرعت افقی مرکز جرم ربات در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه به صورت افزایشی است، به همین علت در شکل (۱۹) مشاهده خواهد شد که افزایش سرعت افقی مرکز جرم تا مدت زمان بیشتری نسبت به حالت سرعت افقی راه رفتن بر روی سطوح مسطح، ادامه خواهد داشت. از سمت دیگر ربات با تاخیر بیشتری وارد فاز دو تکیه‌گاهی و تک تکیه‌گاهی ثانویه شده است به همین خاطر در نمودار سرعت عمودی مرکز



شکل ۲۰. نیروهای منتقل شده از پاها به مچ پا روی سطوح شیب‌دار.

Fig. 20. Forces Transmitted from the Legs to the Ankle on Inclined Surfaces.



شکل ۲۱. مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز تک تکیه‌گاهی اولیه (SS1).

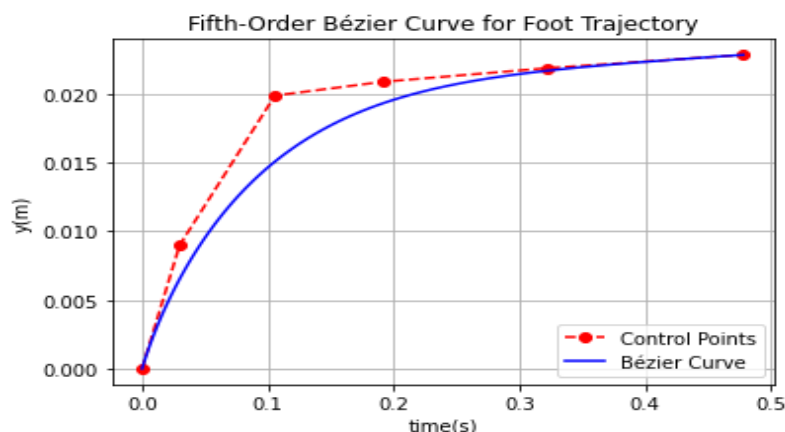
Fig. 21. Swing Foot Trajectory During the Initial Single-Support Phase (SS1).

باشد، نسبت به افزایش میزان ارتفاع سطوح، فاصله گام برداری خود را کاهش می‌دهد و پای نوسانی خود را که می‌خواهد بر روی سطح قرار دهد با یک زاویه بسیار نرم‌تری نسبت به حالت قبل اقدام به انجام این کار می‌کند که این رفتاری بسیار مشابه با حالت راه‌رفتن انسان در سطوح شیب‌دار (دارای ارتفاع) است. وضعیت پایدار زمانی است که نقطه FRI درون یا بر روی مرز چندضلعی حمایت (خطوط آبی) قرار دارد و نیروی F_i و گشتاور τ_i که بر روی مچ پا عمل می‌کنند می‌توانند با نیروی زمین F_g تعادل برقرار کنند. این وضعیت نشان‌دهنده این است که نیروها و گشتاورهای وارد بر پا در تعادل هستند. شرط گام‌برداری پایدار که از طریق محدوده FRI (قرارگیری

تماس پیدا می‌کند و طول پای B به میزان بیشتری کاهش می‌یابد که همین عامل باعث منعطف شدن پای B و افزایش فشار بیشتر نیروهای وارده از مرکز جرم و پا به مچ می‌شود.

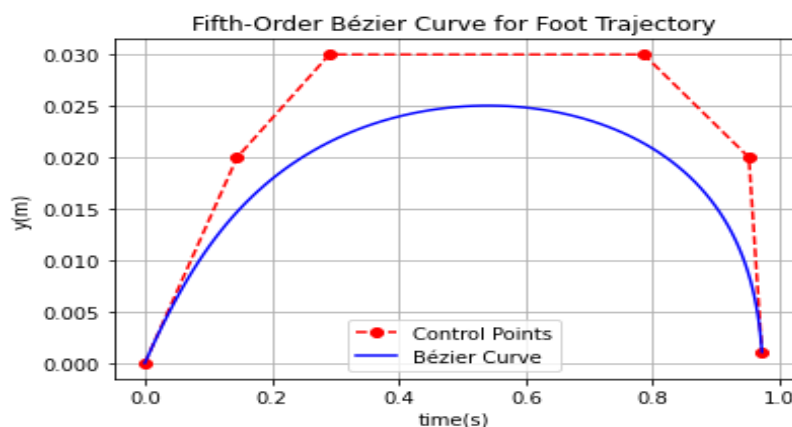
اکنون با استفاده از رابطه (۲۶) و جدول ۱ به بررسی مسیر حرکت پای نوسانی (تکان خورنده) در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه، فاز تک تکیه‌گاهی ثانویه و فاز دو تکیه‌گاهی که به ترتیب در شکل‌های (۲۱)، (۲۲) و (۲۳) نمایش داده شده‌اند، پرداخته خواهد شد.

در شکل (۲۳) مشاهده خواهد شد که ربات برای اینکه حالت پایدار و کنترل‌پذیری را در حالت راه‌رفتن با مدل بر روی سطوح دارای ارتفاع داشته



شکل ۲۲. مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز تک تکیه‌گاهی ثانویه.

Fig. 22. Swing Foot Trajectory During the Secondary Single-Support Phase.



شکل ۲۳. مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز دو تکیه‌گاهی.

Fig. 23. Swing Foot Trajectory During the Double-Support Phase.

چرخش پای عقب فنر با سختی قابل تغییر^۲ در ساق پا طراحی شده تا مقادیر انطباق‌پذیری و کارایی حرکتی بیشتر فراهم کند، این به بهبود دقت و واقع‌گرایی حرکت ربات کمک می‌کند. در مدل SLIP، سطح تماس تنها به عنوان یک نقطه در نظر گرفته می‌شود. این می‌تواند محدودیت‌هایی برای شبیه‌سازی حرکات طبیعی ربات ایجاد کند. VSLIP با افزودن اندازه‌ی پای بزرگ‌تر و اختلافات در ویژگی‌های فنری، تعاملات پیچیده‌تری با سطح را شبیه‌سازی می‌کند، اما در راستای بهبودی در عملکرد گام‌برداری.

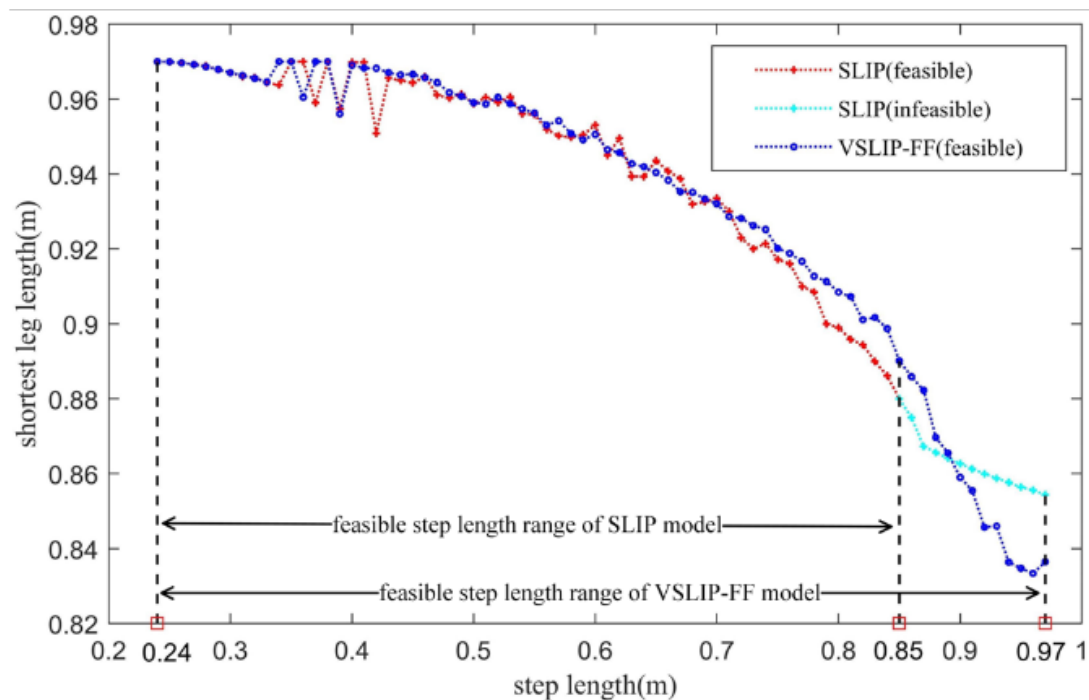
محور افقی (X) نمودار شکل ۲۴ نشان دهنده طول گام که مقدار

نقطه تعادل درون یا بر روی مرز چندضلعی حمایت) تعریف شده است، در هر دو حالت راه‌رفتن برقرار بوده است.

مدل SLIP یک الگوی رایج در مدلسازی گام‌برداری ربات‌های دوپا است، اما فاقد مفصل مچ پا بوده و اندازه‌ی پا در آن بی‌نهایت کوچک فرض می‌شود. SLIP یک مدل ساده است که به طور عمده بر اساس یک پاندول معکوس فنری با یک نقطه تماس ثابت (پا) عمل می‌کند. در این مدل، نیروی فنری فقط در نقطه تماس اعمال می‌شود. بهبود یافته‌ی مدل SLIP با افزودن پای با اندازه واقعی^۱ مفصل مچ 1DoF برای کنترل

2. variable stiffness

1. finite-sized foot



شکل ۲۴. نمودار تغییرات حداقل طول پا نسبت به طول گام برای دو مدل SLIP و VSLIP در طول فاز گام‌برداری.

Fig. 24. Graph of Minimum Leg Length Variation Versus Step Length for SLIP and VSLIP Models During the Stepping Phase.

نشان از کنترل بهتر و انعطاف بیشتر در سیستم فتر متغیر و پای خم‌شونده دارد. VSLIP-FF می‌تواند بدون نیاز به افزایش زیاد طول پا، گام‌های بلندتری بردارد و با پایداری بالاتر.

۴-۳- تاثیر اصطکاک بر مدل VSLIP-FF

اضافه کردن اصطکاک به مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فتر متغیر و پای با اندازه محدود تأثیرات قابل توجهی بر رفتار کلی مدل و پایداری ربات خواهد داشت. در ادامه، تأثیرات و تغییرات ناشی از در نظر گرفتن اصطکاک در این مدل بررسی می‌شود. این نیرو به ویژه در لحظه تماس پا با زمین و در طول مرحله دو تکیه‌گاهی بر دینامیک حرکت تأثیرگذار است. اصطکاک باعث کاهش سرعت نسبی بین پا و زمین می‌شود که این موضوع می‌تواند به پایداری بیشتر ربات کمک کند. اصطکاک به بهبود پایداری عرضی ربات کمک می‌کند. در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فتر متغیر و پای با اندازه محدود، اصطکاک می‌تواند از لغزش پاها جلوگیری کرده

متغیر آن بین حدود ۰/۲۴ تا ۰/۹۷ متر و محور عمودی (Y) حداقل طول لحظه‌ای پای مدل که بازه آن از حدود ۰/۸۲ تا ۰/۹۸ متر نیز می‌باشد. در نمودار مقایسه‌ای بالا خطوط مدل SLIP (Feasible) با خط چین قرمز نشان داده شده (حالاتی که مدل SLIP می‌تواند با موفقیت گام‌برداری) و پس از آن VSLIP-FF (Feasible) با خط چین آبی (حالاتی که مدل بهبودیافته VSLIP-FF موفق به گام‌برداری می‌شود) و در انتها SLIP (Infeasible) با خط آبی (حالاتی که مدل SLIP ناتوان از گام‌برداری است). مدل VSLIP-FF نسبت به SLIP در بازه وسیع‌تری از طول گام‌ها عملکرد پایدار دارد. این بازه از حدود ۰/۲۴ متر تا حدود ۰/۹۷ متر ادامه دارد. در حالی که مدل SLIP در حدود ۰/۲۸ تا ۰/۸۷ متر پایدار عمل می‌کند. در قسمت‌هایی که SLIP ناپایدار است (خط سبز آبی)، VSLIP-FF هنوز قابلیت پایدار گام برداشتن را دارد. VSLIP-FF در شرایطی که SLIP از کنترل خارج می‌شود، همچنان قادر به مدیریت سیستم راه‌رفتن است. در مدل SLIP، افت و خیزهای ناگهانی و نوسانات زیادی دیده می‌شود (در نقاط پایینی). مدل VSLIP-FF پیوسته‌تر و صاف‌تر عمل می‌کند، که

برای کاهش احتمال لغزش، ربات ممکن است گام‌های کوچک‌تری بردارد. این کار باعث کاهش نیروی وارد شده در هر گام می‌شود و خطر از دست دادن کشش را کاهش می‌دهد، اما همچنین حرکت رو به جلو و سرعت نهایی ربات را کاهش می‌دهد. ربات ممکن است نیاز داشته باشد که پاهای خود را برای مدت زمان طولانی‌تری در هر گام با زمین در تماس نگه دارد. این کار به تثبیت حرکت کمک می‌کند اما می‌تواند سرعت کلی راه‌رفتن را کاهش دهد. ربات ممکن است از تکنیک‌هایی مانند تنظیم مرکز جرم یا جابجایی دینامیکی وزن خود برای حفظ تعادل استفاده کند. این تعادل که به صورت یک رفتار پیشگیرانه از سقوط است، برای راه‌رفتن بر روی سطوح لغزنده حیاتی است اما ممکن است کارایی و سرعت حرکت را کاهش دهد.

۳-۲- راه‌رفتن مدل VSLIP-FF بر روی سطوح با اصطکاک بالا

وقتی یک ربات بر روی سطوح با اصطکاک بالا حرکت می‌کند، شرایط معمولاً بهبود کنترل، پایداری و امکان افزایش سرعت حرکت را نسبت به سطوح با اصطکاک کم فراهم می‌کند. و این شرایط نیز می‌تواند شرایطی را فراهم کند که کنترل حرکت بهتر انجام شود و ربات پایداری بیشتری داشته باشد که در نهایت می‌تواند به بهبود کارایی حرکت کمک کند.

سطوح با اصطکاک بالا چسبندگی بهتری بین پاهای ربات و زمین فراهم می‌کنند. این چسبندگی بهتر خطر لغزش را کاهش می‌دهد و به ربات اجازه می‌دهد که با هر گام، فشار مؤثرتری اعمال کند، که می‌تواند به افزایش سرعت راه‌رفتن منجر شود. با چسبندگی قابل اطمینان‌تر، ربات می‌تواند حتی در سرعت‌های بالاتر هم پایداری خود را حفظ کند. اصطکاک بالا به ربات اجازه می‌دهد تا گام‌های طولانی‌تر بردارد و سریع‌تر بین گام‌ها حرکت کند. کاهش خطر لغزش به ربات امکان می‌دهد که با اطمینان بیشتری شتاب بگیرد و سرعت‌های بالاتری را حفظ کند بدون اینکه پایداری به خطر بیفتد. در سطوحی با اصطکاک بالا، احتمال لغزش پاهای ربات به شدت کاهش می‌یابد. در شرایط اصطکاک بالا، نیاز به تنظیم دقیق‌تر الگوریتم‌های کنترلی وجود دارد. این تنظیمات می‌تواند شامل تنظیمات گشتاور مچ پا و نیروی محرکه باشد تا بهینه‌سازی سرعت و پایداری انجام شود.

با افزایش اصطکاک، ربات می‌تواند با اطمینان بیشتری تعادل خود را حفظ کند، به ویژه در شرایطی که نیروهای جانبی یا ناگهانی بر ربات وارد می‌شوند. این پایداری بهتر می‌تواند به حرکت مطمئن‌تر و بدون تزلزل منجر شود. سطوح با اصطکاک بالا اجازه می‌دهند که ربات انرژی خود را به طور کارآمدتری از موتورها به حرکت رو به جلو منتقل کند، به جای اینکه انرژی

و به ربات اجازه دهد تا به طور ایمن بر روی سطح قرار گیرد. این امر به ویژه در سطوح شیب‌دار یا ناهموار مهم است. با افزایش اصطکاک، احتمال لغزش پاها کاهش می‌یابد. این موضوع به ویژه در محیط‌هایی که ممکن است سطوح لغزنده وجود داشته باشد، اهمیت دارد. اصطکاک مناسب به ربات کمک می‌کند تا تماس محکمی با زمین داشته باشد و از افتادن یا انحراف جلوگیری کند.

در حضور اصطکاک، گشتاور مچ پا ممکن است نیاز به تنظیم داشته باشد. به عنوان مثال، اگر اصطکاک زیادی وجود داشته باشد، گشتاور مچ پا باید افزایش یابد تا ربات بتواند همچنان به حرکت خود ادامه دهد. برعکس، در شرایط اصطکاک کم، ممکن است نیاز به کاهش گشتاور باشد تا از لغزش جلوگیری شود. از طرف دیگر، اضافه کردن اصطکاک به مدل، شبیه‌سازی حرکات در محیط‌های واقعی را بهبود می‌بخشد. در دنیای واقعی، پاهای ربات همیشه با اصطکاک مواجه هستند، و در نظر گرفتن این نیرو در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود به ایجاد حرکاتی مشابه‌تر با رفتارهای واقعی کمک می‌کند.

۳-۴- راه‌رفتن مدل VSLIP-FF بر روی سطوح کم اصطکاک

اصطکاک می‌تواند الگوی گام ربات را تغییر دهد. بر روی سطوح با اصطکاک کم، ربات بیشتر در معرض لغزش قرار دارد که می‌تواند باعث ناپایداری شود. کاهش کشش بین پاهای ربات و زمین، حفظ تعادل را دشوار می‌کند و ممکن است منجر به افتادن یا حرکات غیرقابل کنترل شود. با کاهش اصطکاک، ربات ممکن است نیاز داشته باشد، گام‌های کوتاه‌تر و محکم‌تری بردارد تا تعادل خود را حفظ کند. این موضوع می‌تواند به کاهش طبیعی بودن حرکت منجر شود. ربات نیاز دارد که بر روی سطوح با اصطکاک کم تعادل خود را بیشتر تنظیم کند. این ممکن است شامل انجام حرکات کوچک‌تر و محتاطانه‌تر یا استفاده از حسگرها و الگوریتم‌های کنترلی پیشرفته برای تشخیص و اصلاح سریع عدم تعادل باشد. برای جلوگیری از لغزش و حفظ پایداری، ربات ممکن است نیاز داشته باشد که سرعت حرکت خود را بر روی سطوح با اصطکاک کم کاهش دهد. حرکت سریع‌تر خطر از دست دادن کشش را افزایش می‌دهد، بنابراین ربات معمولاً به آرامی حرکت می‌کند تا هر گام مطمئن و پایدار باشد.

ربات ممکن است الگوی گام برداری محتاطانه‌تری اتخاذ کند، با گام‌های کوتاه‌تر و انتقال‌های کندتر بین گام‌ها. این کار به جلوگیری از لغزش کمک می‌کند، اما باعث کاهش سرعت کلی و کارایی حرکت می‌شود.

برای جلوگیری از لغزش هدر برود. این کارایی می‌تواند به حفظ سرعت‌های بالاتر کمک کند.

بر روی سطوح با اصطکاک بالا، حرکات ربات بیشتر به حالات حرکتی انسان نزدیک‌تر هستند. ربات می‌تواند سریع‌تر بچرخد، به سرعت متوقف و شروع به حرکت کند و الگوی گام‌های خود را به صورت پویا تنظیم کند که همه این‌ها به حرکت سریع‌تر و چابک‌تر کمک می‌کند. ربات می‌تواند از الگوهای گام‌برداری دینامیک‌تری استفاده کند که برای سرعت بهینه شده‌اند، مانند افزایش طول گام یا فرکانس گام‌ها. اصطکاک بالا این اجازه را می‌دهد که بدون خطر از دست دادن کشش، این تنظیمات گام‌برداری را انجام دهد. با توجه به موارد ذکر شده، اکنون به بررسی تأثیرات اصطکاک بر روی مسیر راه‌رفتن مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود خواهیم پرداخت.

در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، دانستن مرز بین ناحیه اصطکاک ایستایی و ناحیه اصطکاک لغزشی اهمیت زیادی دارد، زیرا این اطلاعات تأثیر مستقیم بر پایداری و کنترل ربات دارد. ابتدا مرز بین این دو اصطکاک ایستایی و لغزشی در راه‌رفتن مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود را با استفاده از مولفه ضریب اصطکاک و به کارگیری رابطه (۳۵) تا (۴۰)، مشخص خواهیم کرد. اگر مولفه ضریب اصطکاک به صورت زیر باشد:

(۶۶)

$$0.047 \leq \mu$$

سپس:

(۶۷)

$$f_t \leq \mu f_z$$

در نتیجه لغزش اتفاق نخواهد افتاد و تنها اصطکاک ایستایی در محل تماس کف پا با زمین وجود خواهد داشت. حال اگر مولفه ضریب اصطکاک به صورت زیر باشد:

(۶۸)

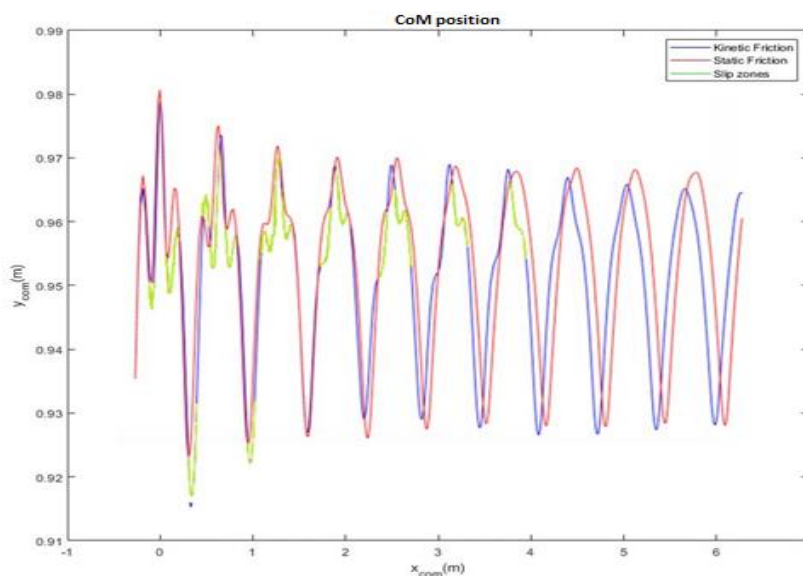
$$0.047 > \mu$$

خواهیم داشت:

(۶۹)

$$f_t > \mu f_z$$

در نتیجه لغزش اتفاق خواهد افتاد و تنها اصطکاک لغزشی در محل تماس کف پا با زمین وجود خواهد داشت. مقایسه تأثیرات حاصل از اصطکاک ایستایی و لغزشی در راه‌رفتن مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در شکل (۲۵) برای تعداد ۱۰ گام برداری از زمان آغاز به حرکت نمایش داده شده است. که در حالت اصطکاک ایستایی،



شکل ۲۵. راه‌رفتن ربات در حالت اصطکاک ایستایی و لغزشی.

Fig. 25. Robot Locomotion in Static and Sliding Friction Regimes.

شود. در این مناطق، سیستم کنترل ربات، سریعاً واکنش نشان می‌دهد و تنظیمات لازم را برای بازگشت به حالت پایدار انجام می‌دهد تا از لغزش مجدد جلوگیری کند.

این خاصیت نشان دهنده تطبیق‌پذیری بالای مدل در هنگام راهرفتن در سطوح مختلف و خصوصاً در حضور اصطکاک ایستایی و حتی لغزشی می‌باشد که حتی در صورت ایجاد لغزش در مسیر، دوباره خود را به حالت پایدار خود برمی‌گرداند.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در این مقاله، یک الگوی راهرفتن جدید با استفاده از مدل آونگ معکوس با فنر متغیر و مدل‌سازی سطح تماس کف پا با ابعاد مشخص و روش برنامه‌ریزی گام زیستی الهام‌گرفته‌ی مربوطه پیشنهاد شده است. برای حل مشکل عدم وجود مچ پا در مدل SLIP، مدل VSLIP-FF یک مفصل مچ پا با یک درجه آزادی و یک پای ثابت برای هر پا اضافه می‌کند تا حرکت‌پذیری و کنترل‌پذیری ربات را بهبود بخشد. روش برنامه‌ریزی گام مبتنی بر ماشین حالت محدود (FSM) با استراتژی کشش و انقباض تطبیقی پیشنهاد شده است تا مسیرهای مرکز جرم و پاها در یک دوره کامل راهرفتن را تولید کند. گام‌های دوره‌ای از طریق الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات بهینه‌سازی شده‌اند. مدل VSLIP-FF با افزودن مفاصل مچ پا و پاهای با اندازه محدود، قابلیت تحرک و کنترل بیشتری نسبت به مدل‌های قدیمی SLIP نشان می‌دهد. تحلیل دقیق موقعیت، سرعت و نیروهای اعمال شده بر مرکز جرم در طول فازهای تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی، تعامل پیچیده دینامیک‌های لازم برای راهرفتن پایدار و کارآمد را نشان می‌دهد. این نتایج اهمیت استراتژی‌های کنترل تطبیقی را در دستیابی به حرکت‌های پایدار و قابل انعطاف در ربات‌های دوبا تأکید می‌کند. بر اساس این روش، آزمایش راهرفتن تطبیق‌پذیر برای ربات دوبا به منظور عبور از زمین‌های شیب‌دار نیز محقق شد. حال برای به چالش کشیدن این مدل در نشان دادن پایداری، تطبیق‌پذیری، مصرف انرژی و کنترل ربات برای سطوح دارای ارتفاع و شیب متفاوت، به مقایسه مدل VSLIP-FF در شرایط شیب‌دار و بدون شیب پرداخته شده است. مقایسه مدل VSLIP-FF در شرایط شیب‌دار و بدون شیب از نظر دینامیکی به تحلیل و بهبود پایداری، تطبیق‌پذیری، مصرف انرژی و کنترل ربات کمک می‌کند. موقعیت‌های افقی و عمودی مرکز جرم تغییرات قابل پیش‌بینی و ثابتی را نشان می‌دهند که با دینامیک مورد انتظار راهرفتن دوپایان هم‌خوانی دارد. افزایش تدریجی در موقعیت عمودی به دلیل

i را برابر مقدار ۰/۹ و در حالت اصطکاک لغزشی i را برابر با مقدار ۰/۴۷ مشخص شده است.

همان گونه که در شکل (۲۵) قابل رویت می‌باشد، مسیر حرکت مرکز جرم مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت وجود اصطکاک ایستایی با نمودار قرمز رنگ و در حالت وجود اصطکاک لغزشی با نمودار آبی رنگ نمایش داده شده است. قسمتهایی که ربات دچار لغزش شده است و از حالت راه رفتن عادی متمایز شده است را نیز با رنگ سبز مشخص شده است. در ادامه به توضیح بیشتر این موارد پرداخته می‌شود.

مسیر حرکت در حالت اصطکاک ایستایی (نمودار قرمز)

در این حالت، نیروی اصطکاک ایستایی کافی است تا ربات بتواند بدون لغزش حرکت کند. این باعث می‌شود که مسیر حرکت مرکز جرم به صورت پایدار و کنترل‌شده‌ای دنبال شود. مسیر قرمز نشان‌دهنده راهرفتن طبیعی و بدون لغزش ربات است، جایی که تمام نیروهای اعمال‌شده توسط ربات به صورت مؤثر به حرکت رو به جلو و تعادل کمک می‌کنند. در این حالت طول گام‌برداری ربات بلندتر شده و سرعت حرکت آن نیز افزایش پیدا کرده است.

مسیر حرکت در حالت اصطکاک لغزشی (نمودار آبی)

زمانی که نیروی اعمال‌شده توسط ربات بیش از حد لازم برای حفظ اصطکاک ایستایی باشد، ربات وارد ناحیه اصطکاک لغزشی می‌شود. مسیر آبی نشان‌دهنده انحراف مرکز جرم از مسیر پایدار است که ناشی از لغزش و کاهش کنترل ربات می‌باشد. در این حالت، نیروی اصطکاک کاهش یافته و ربات شروع به لغزش می‌کند. به همین دلیل ربات قدم‌های کوتاه‌تر برداشته و با سرعت آهسته‌تری حرکت می‌کند. در حالت لغزشی، انرژی بیشتری برای مقابله با لغزش و حفظ حرکت مصرف می‌شود که می‌تواند به کاهش کارایی کلی حرکت منجر شود.

ناحیه‌های لغزش (نمودار سبز)

بخشهای سبز رنگ در شکل نشان‌دهنده مناطقی هستند که ربات وارد ناحیه لغزشی شده و از حالت راهرفتن عادی منحرف شده است. این نقاط نشان می‌دهند که در این قسمت‌ها، نیروی اصطکاک ایستایی کافی نبوده و ربات دچار لغزش شده است. لغزش می‌تواند به ناپایداری در حرکت ربات، افزایش خطر از دست دادن تعادل و کاهش دقت در کنترل مسیر منجر

راه رفتن ربات در حین حفظ پایداری منجر می شود.

مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای اندازه محدود یکی از مدل های پیشرفته برای مطالعه و شبیه سازی دینامیک حرکت ربات های دوپا است. با وجود اینکه این مدل اطلاعات ارزشمندی فراهم می کند، هنوز زمینه های زیادی وجود دارد که در آنها می توان بهبودهایی اعمال کرد. در ادامه به چندین حوزه برای کارهای آینده بر روی این مدل اشاره شده است:

- در نظر گرفتن سناریوهای چندتماسی برای دینامیک مدل
- بهینه سازی و کارایی انرژی در گام برداری مدل
- استراتژی های کنترل برای راه رفتن مدل بر روی سطوح ناهموار
- در نظر گرفتن ویژگی های راه رفتن انسانی برای مدل
- تعامل مدل با عوامل محیطی
- توسعه الگوریتم های کنترلی مقاوم
- ادغام مدل با دینامیک کل بدن

منابع

- [1] Bryndin, E., Collaboration robots as digital doubles of person for communication in public life and space. American Journal of Mechanical and Industrial Engineering, 2019. 4(2): p. 35–39.
 - [2] Xie, S., et al. Compliant bipedal walking based on variable spring-loaded inverted pendulum model with finite-sized foot. in 2021 6th IEEE International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM). 2021. IEEE.
 - [3] Yoshida, E., Robots that look like humans: A brief look into humanoid robotics. Mètode Science Studies Journal, 2019. 9: p. 143–151.
 - [4] Sadedel, M., et al., Investigation on dynamic modeling of SURENA III humanoid robot with heel-off and heel-strike motions. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, 2017. 41(1): p. 9–23.
 - [5] Ridgewell, C.P., et al. Online estimation of friction constraints for multi-contact whole body control. in 2017 IEEE-RAS 17th International Conference on Humanoid Robotics (Humanoids). 2017. IEEE.
 - [6] Krause, M., et al., Stabilization of the capture point
- شیب، همراه با نوسانات منظم در مسیر مرکز جرم، نشان دهنده این است که مدل VSLIP-FF می تواند به طور مؤثر چالش های ناشی از راه رفتن روی سطح شیب دار را مدیریت کند. این پایداری و سازگاری برای استفاده عملی از ربات های دوپا در زمین های مختلف بسیار حائز اهمیت است.
- در نظر گرفتن اصطکاک در مدل VSLIP-FF، باعث ایجاد تغییرات قابل توجهی در رفتار و عملکرد ربات می شود. اصطکاک می تواند به بهبود پایداری، کاهش لغزش، و افزایش کنترل دقیق بر حرکت کمک کند، اما از طرفی مصرف انرژی را افزایش داده و ممکن است نیاز به تنظیمات دقیق تر گشتاور مچ پا و الگوهای حرکتی باشد. در نهایت، افزودن اصطکاک به مدل، حرکت ربات را به شرایط واقعی نزدیک تر کرده و قابلیت تطبیق آن با محیط های مختلف را افزایش می دهد. هنگامی که یک ربات بر روی سطوح با اصطکاک کم حرکت می کند، سرعت حرکت و دینامیک گام برداری به طور قابل توجهی تحت تأثیر قرار می گیرد. سطوح با اصطکاک کم چالش هایی را برای حفظ پایداری، تعادل و حرکت کارآمد به وجود می آورند. ربات معمولاً برای جبران این مشکل، سرعت خود را کاهش می دهد، گام های کوچک تر و محتاطانه تری برمی دارد و از راهکارهای کنترلی پیشرفته برای جلوگیری از لغزش استفاده می کند. در حالی که این تنظیمات به حفظ پایداری کمک می کنند، اما سرعت ربات را کاهش داده و ممکن است به دلیل نیاز به تنظیمات مکرر، مصرف انرژی را افزایش دهند. ربات ممکن است از تکنیک هایی مانند تنظیم مرکز جرم یا جابجایی دینامیکی وزن خود برای حفظ تعادل استفاده کند. این تعادل پیشگیرانه برای راه رفتن بر روی سطوح لغزنده حیاتی است، اما ممکن است کارایی و سرعت حرکت را کاهش دهد.
- در سمت دیگر وقتی یک ربات بر روی سطوح با اصطکاک بالا حرکت می کند، شرایطی مانند بهبود کنترل، پایداری و امکان افزایش سرعت حرکت را نسبت به سطوح با اصطکاک کم فراهم می کند. ربات می تواند از توان خود بر روی سطوح با اصطکاک بالا به صورت مؤثرتری استفاده کند، زیرا بیشتر نیروی تولید شده به حرکت رو به جلو اختصاص می یابد به جای اینکه برای جلوگیری از لغزش یا نیاز به اقدامات اضافی برای حفظ پایداری هدر رود. ربات ممکن است بتواند موتورها را در سطح توان بالاتری به کار بگیرد بدون نگرانی از دست دادن کشش، که این اجازه را می دهد که به سرعت های بالاتری دست یابد. به طور خلاصه در حرکت بر روی سطوح با اصطکاک بالا، ربات به طور کلی می تواند سریع تر حرکت کند به دلیل بهبود چسبندگی، پایداری و کارایی حرکت. چسبندگی بهتر امکان گام های طولانی تر، شتاب سریع تر و حرکات پاسخگو تر را فراهم می کند که در نهایت به افزایش سرعت

- exoskeleton. in International design engineering technical conferences and computers and information in engineering conference. 2021. American Society of Mechanical Engineers.
- [14] Ackerman, J. and J. Seipel, Effects of independently altering body weight and mass on the energetic cost of a human running model. *Journal of biomechanics*, 2016. 49(5): p. 691–697.
- [15] Rebula, J.R. and A.D. Kuo, The cost of leg forces in bipedal locomotion: A simple optimization study. *PloS one*, 2015. 10(2): p. e0117384.
- [16] Lee, H., E.J. Rouse, and H.I. Krebs, Summary of human ankle mechanical impedance during walking. *IEEE journal of translational engineering in health and medicine*, 2016. 4: p. 1–7.
- [17] Kwon, Y. and G. Shin, Foot kinematics and leg muscle activation patterns are altered in those with limited ankle dorsiflexion range of motion during incline walking. *Gait & Posture*, 2022. 92: p. 315–320.
- [18] Weihmann, T., The smooth transition from many-legged to bipedal locomotion-Gradual ground force reduction and its impact on total ground reaction forces, body dynamics and gait transitions. *bioRxiv*, 2021: p. 2021.07.07.451417.
- dynamics for bipedal walking based on model predictive control. *IFAC Proceedings Volumes*, 2012. 45(22): p. 165–171.
- [7] Srinivas, T., et al., Valkyrie—Design and development of gaits for quadruped robot using particle swarm optimization. *Applied Sciences*, 2021. 11(16): p. 7458.
- [8] JANA, S. and A. GUPTA, Walking and jogging at similar speeds with a passive SLIP model based compliant biped. *Journal of Biomechanical Science and Engineering*, 2024. 19(4): p. 24–00158–24–00158.
- [9] Dantec, E., A whole-body predictive control approach to biped locomotion. 2023, INSA de Toulouse.
- [10] Gill, N., S.J. Preece, and R. Baker, Using the spring-mass model for running: force-length curves and foot-strike patterns. *Gait & Posture*, 2020. 80: p. 318–323.
- [11] Isaacs, M.R., Partitioning the Mechanical Cost of Human Walking: Unveiling Cost Asymmetries for Bionic Technologies. 2020, University of Nevada, Las Vegas.
- [12] Abraham, I., Z. Shen, and J. Seipel, A nonlinear leg damping model for the prediction of running forces and stability. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2015. 10(5): p. 051008.
- [13] Ratnakumar, N. and X. Zhou. Optimized torque assistance during walking with an idealized hip

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Azimi, M. Nazari, S. M. Varedi-Koulaei, *Optimum Walking Design for Biped Robots Based on the Improved Inverted Pendulum Model*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 57(4) (2025) 417-452.

DOI: [10.22060/mej.2025.23962.7829](https://doi.org/10.22060/mej.2025.23962.7829)



