

Optimum Walking Design for Biped Robots Based on the Improved Inverted Pendulum model

Abbas Azimi^a, Mostafa Nazari^{a*}, S. M. Varedi-Koulaei ^a

^a Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran,
nazari_mostafa@shahroodut.ac.ir

ABSTRACT

The Spring-Loaded Inverted Pendulum (SLIP) model limits the controllability and mobility of biped robots in walking due to its omission of the ankle joint. This paper proposes a new walking pattern, titled "Optimized Step Design for Biped Robots Based on an Improved Inverted Pendulum Model," known as the Variable Spring-Loaded Inverted Pendulum with Finite-sized Foot (VSLIP-FF) model. Inspired by human walking characteristics, an adaptive strategy for leg extension and contraction is proposed for step planning, effectively emulating the role of the ankle joint. Finally, we examine the position and velocity of the robot's center of mass with the VSLIP-FF model during walking on surfaces with varying friction. This stability and adaptability are crucial for the practical use of biped robots on diverse terrains. Simulation results for the model in the stated conditions show that it maintained stability on both flat and inclined surfaces with an 8% slope, exhibiting human-like behavior and achieving longer strides in shorter time compared to the SLIP model. Friction conditions for the model on flat surfaces were also evaluated; based on this model's parameters, if the friction coefficient is greater than or equal to 0.047, the friction between the robot's foot contact surface and the ground is static. Otherwise, it is classified as kinetic (sliding) friction.

KEYWORDS

Spring-Loaded Inverted Pendulum (SLIP), Ankle, Flat and inclined surfaces, Friction, Particle Swarm Optimization

* Corresponding Author: Email: nazari_mostafa@shahroodut.ac.ir

1. Introduction

the Linear Inverted Pendulum Model (LIPM) and the Spring-Loaded Inverted Pendulum (SLIP). While LIPM offers simplicity and has been useful for control strategies like ZMP and Capture Point, it falls short in handling realistic ground interactions and dynamic events. SLIP models provide more natural interaction with the terrain but traditionally lack foot and ankle dynamics. To address these limitations, an advanced SLIP model is introduced that includes a finite-sized foot and an actuated ankle joint, enabling improved stability, adaptability, and control. Inspired by human walking, the model uses adaptive stiffness, ankle torque control, and a finite state machine to manage gait phases. A Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm optimizes trajectories for the center of mass and feet. This enhanced model better handles impact forces and terrain variability, offering human-like, stable, and flexible bipedal locomotion.

2. Mathematical modeling

During walking, the stance leg and the swing leg of the model are denoted by $i \in [A, B]$. Here, k_i represents the equivalent stiffness of the legs, and l_i denotes their actual length. The contact angle θ refers to the angle between the swing leg and the ground, which determines both the touchdown position of the swing foot x_{TD} and the step length l_{STEP} .

2.2.1 Single Support Control Mode (SS1 and SS2)

In the single support phase, the horizontal and vertical coordinates of the stance foot are denoted by x_0, y_0 , while the position of the center of mass (CoM) is represented as x_c, y_c . The initial single support control in state SS1 is defined by the following equations[1]:

$$m\ddot{p}_c = mg + k_A(l_0 - \|l_A\|)\hat{l}_A + \tau_{As}/\|l_A\| \quad (1)$$

$$\tau_{As} = -(k_{p1}(\|l_A\| - l_d) - k_{d1}\dot{l}_A) \quad (2)$$

Here, k_{p1} and k_{d1} are the proportional and derivative gains of the PD controller, respectively. The parameter l_d denotes the minimum reachable leg length, which adapts according to the desired step length. $\dot{l}_A$ is the rate of change in leg length, and τ_{As} is the torque applied at the ankle joint of leg A during the single support phase. The positive direction for ankle torque is defined clockwise.

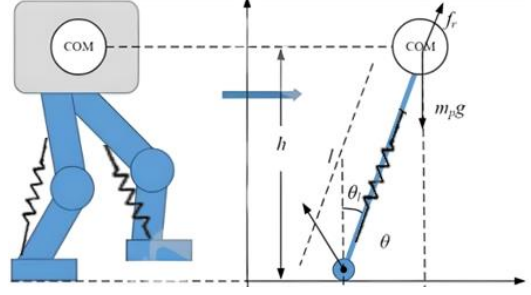


Figure 2: Single Support Mode (SS1 and SS2)

The secondary single support control for state SS2 is described as follows:

$$m\ddot{p}_c = mg + k_B(l_0 - \|l_B\|)\hat{l}_B + \tau_{Bs}/\|l_B\| \quad (3)$$

$$\tau_{Bs} = (k_{p2}(l_d - \|l_B\|) + k_{d2}\dot{l}_B) \quad (4)$$

In this case, τ_{Bs} is the ankle torque applied to leg B during the single support state. The PD control gains k_{p2} and k_{d2} are set equal to k_{p1} and k_{d1} , respectively, for simplification purposes[1]. All other parameters are defined analogously. the net ground reaction force applied to the center of mass by the spring component of the leg is given by:

$$F_g = k_i(l_0 - \|l_i\|) \quad (5)$$

2.2.2 Double Support (DS) Control Mode

In the double support phase, as illustrated in Figure 3, both feet are in contact with the ground and act as support bases. The spring force must be distributed in such a way that its effects are accounted for in both legs. In this phase, the horizontal and vertical positions of the primary and secondary feet are denoted as x_0, y_0 and x_1, y_1 , respectively[1]. The horizontal and vertical position of the center of mass is represented by x_c, y_c .

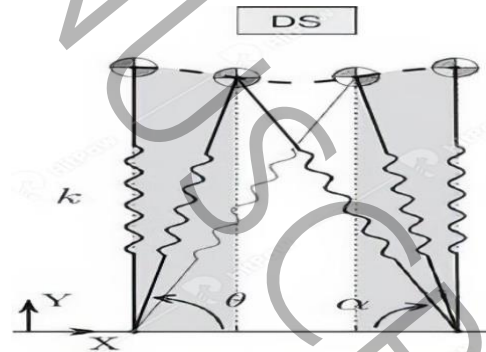


Figure 3: The double support

The double support control is applied in the DS phase and is divided into two stages based on the following condition:

If the condition

$$k_B(l_0 - \|l_B\|) < \alpha mg \quad (6)$$

holds, where the parameter α is used to scale the gravitational force mg , it defines a threshold condition for determining when force application transitions. In essence, α plays a key role in the timing of weight transfer between the robot's legs. In this study, $\alpha=0.3$ is selected to ensure smooth and stable walking. During this stage, bipedal locomotion transitions naturally after ground contact and gradually transfers the center of mass to foot B, as governed by the following dynamic equation:

$$m\ddot{p}_c = mg + k_A(l_0 - \|l_A\|)\hat{l}_A + k_B(l_0 - \|l_B\|)\hat{l}_B \quad (7)$$

If the condition

$$k_B(l_0 - \|l_B\|) \geq \alpha mg \quad (8)$$

is satisfied, then the dynamics follow:

$$m\ddot{p}_c = mg + k_A(l_0 - \|l_A\|)\hat{l}_A + k_B(l_0 - \|l_B\|)\hat{l}_B + \tau_{Bd}/\|l_B\| \quad (9)$$

$$\tau_{Bd} = k_{p3}(l_0 - \|l_A\|) + k_{d3}\dot{l}_A \quad (10)$$

Here, τ_{Bd} represents the ankle torque of leg B in the double support phase. All other related parameters are defined analogously[1]. In this stage, leg B assumes the support role, and the torque begins to act on ankle B, providing the mechanical force necessary to extend leg A back to its rest length

3. Research Findings

In the variable-stiffness loaded inverted pendulum model with a finite-sized foot, important findings were obtained concerning the center of mass (CoM) dynamics including its position, velocity, and trajectory as well as the forces transmitted from the feet to the CoM during a complete gait cycle on both flat and inclined surfaces. These results offer crucial insights into the stability and behavior of bipedal locomotion throughout the single- and double-support phases[2]. A key focus of the study was identifying the boundary between static and sliding friction regions, as this distinction significantly influences the robot's stability and control. The transition between these friction regimes was determined using the friction coefficient and relevant governing equations. If the coefficient of friction satisfies the following condition:

$$0.047 \leq \mu \quad (11)$$

Then:

$$f_t \leq \mu f_z \quad (12)$$

As a result, slipping will not occur, and only static friction will be present at the contact interface between the foot and the ground.

However, if the coefficient of friction is as follows:

$$0.047 > \mu \quad (13)$$

Then:

$$f_t > \mu f_z \quad (14)$$

Consequently, slipping will occur, and only sliding (kinetic) friction will exist at the foot-ground interface. also in Figure 1 The study compares the effects of static and sliding friction on the trajectory of the center of mass (CoM) in a variable-stiffness inverted pendulum model with a finite-sized foot over ten walking steps. When the friction coefficient is high ($\mu = 0.9$), static friction prevails, preventing slippage and allowing stable, efficient walking characterized by longer strides and higher velocity (red curve). In contrast, when the friction coefficient is low ($\mu = 0.047$), the robot experiences sliding friction, leading to slippage, shorter steps, and reduced control (blue curve). Green regions in the trajectory graph highlight moments of slipping, where friction is insufficient, causing deviations from normal gait and instability. Despite this, the model demonstrates strong adaptability, with control mechanisms that respond to slippage by restoring balance and maintaining forward progression, showcasing its robustness across varying surface conditions.

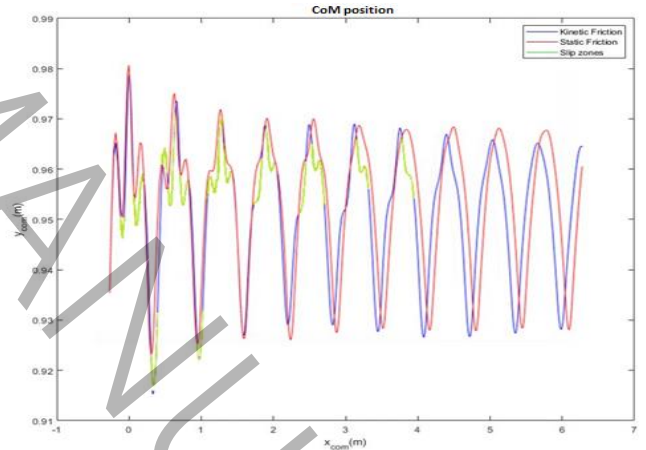


Figure 6: Bipedal Robot Locomotion under Static and Sliding Friction Conditions

4. Reference

- [1]. XIE, Sicheng, et al. "Compliant bipedal walking based on variable spring-loaded inverted pendulum model with finite-sized foot". In: 2021 6th IEEE International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM). IEEE. p. 667-672, 2021.
- [2]. Ridgewell, Cameron P., et al. "Online estimation of friction constraints for multi-contact whole body control. In: 2017 IEEE-RAS 17th International Conference on Humanoid Robotics (Humanoids)", IEEE, p.p. 347-352, 2017.

طراحی بهینه قدم زدن ربات دوپا براساس مدل بهبودیافته پاندول معکوس

عباس عظیمی^۱، مصطفی نظری^{۱*}، سید مجتبی واردی کولایی^۱

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران، nazari_mostafa@shahroodut.ac.ir

چکیده

مدل پاندول معکوس با فتر به دلیل ساده‌سازی‌هایی مانند نادیده گرفتن نقش حیاتی مچ پا، منجر به کاهش دقت در کنترل و کاهش توانایی در بازتولید حرکات طبیعی در راه رفتن ربات‌های دوپا می‌شود. در همین راستا، این مقاله یک مدل جدید برای بهبود الگوریتم راه رفتن ربات‌های دوپا معرفی می‌کند که با عنوان "طراحی بهینه قدم زدن ربات دوپا بر اساس مدل بهبودیافته پاندول معکوس" شناخته می‌شود. در این مدل، از یک پاندول معکوس با فتر متغیر و پای دارای طول محدود استفاده شده است. ویژگی مهم این مدل، شبیه‌سازی بهتر دینامیک واقعی راه رفتن روی سطوح مختلف مانند زمین‌های مسطح و شیب‌دار است که در آن اثر اصطکاک در هر دو حالت ایستایی و لغزشی لحاظ شده است. برای مدل‌سازی حرکت، از الگوریتم ماشین حالت محدود به منظور مدیریت صحیح انتقال بین فازهای تک پا و دوپا بهره گرفته شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که این مدل می‌تواند تعادل خود را روی سطح شیب‌دار با شیب ۰/۰۸ نیز حفظ کرده و رفتاری مشابه راه رفتن انسان از خود نشان دهد. همچنین این مدل قادر است گام‌های بلندتری را در زمان کمتری نسبت به مدل پایه طی کند. در تحلیل اصطکاک، مشخص شد اگر ضریب اصطکاک بین پا و زمین برابر یا بیشتر از ۰/۴۷ باشد، اصطکاک ایستایی خواهد بود؛ در غیر این صورت، اصطکاک از نوع لغزشی است.

کلمات کلیدی

پاندول معکوس با فتر، مچ پا، سطوح مسطح - شیب‌دار، اصطکاک، بهینه‌سازی ازدحام ذرات

شبیه‌سازی ربات‌های دوپا به مدت چندین دهه، به دلیل چالش‌های ذاتی و کاربردهای بالقوه در زمینه‌های مختلف مانند مراقبت‌های بهداشتی، مأموریت‌های نجات و کمک‌های شخصی کانون توجه تحقیقات علم رباتیک بوده است. در میان روش‌های متعددی که برای مدل‌سازی و کنترل ربات‌های دوپا توسعه یافته‌اند، مدل‌های بر مبنای پاندول معکوس، به ویژه مدل پاندول معکوس خطی^۱ و مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر^۲، به عنوان چارچوبی برجسته و موثر شناخته شده‌اند.

مدل پاندول معکوس خطی، دینامیک ربات دوپا را با فرض تمرکز مرکز جرم^۳ که در طول یک مسیر از پیش تعیین شده حرکت می‌کند، ساده‌سازی می‌کند و انعطاف‌پذیری پاها و حالت دو تکیه‌گاهی^۴ را نادیده می‌گیرد. این مدل در توسعه استراتژی‌های کنترلی مانند کنترل پیش‌بین نقطه لحظه صفر^۵ و روش‌های مبتنی بر قابلیت نقطه مهار^۶، که به طور قابل توجهی پایداری و تعادل ربات‌های دوپا را پیش برده‌اند، نقش اساسی داشته است. با این حال، محدودیت‌های مدل پاندول معکوس خطی، مانند عدم وجود انعطاف‌پذیری و ناتوانی در مدیریت ضربه‌ها و اتلاف انرژی به طور موثر، محققان را به سمت بررسی مدل‌های پیچیده‌تر و واقعی‌تر سوق داده است.

در مقابل، مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر، انعطاف‌پذیری پاها را با مدل‌سازی پاها به عنوان فنرهای بدون جرم در نظر می‌گیرد و نمایشی دقیق‌تر از تعامل دینامیکی بین ربات و زمین ارائه می‌دهد. مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به طور طبیعی فاز دو تکیه‌گاهی را شامل می‌شود و می‌تواند الگوهای راه‌رفتن مشابه انسان را شبیه‌سازی کند، که آن را برای پیش‌بینی و تولید گام‌هایی که به راه‌رفتن انسانی نزدیک هستند، مناسب می‌سازد. با این وجود، مدل‌های سنتی پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر اغلب نقش مچ پاها و پاها را نادیده می‌گیرند که برای بهبود قابلیت حرکت و کنترل ربات‌های دوپا بسیار مهم هستند.

مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به دلیل نادیده گرفتن پا با مچ پا، ضعیف عمل می‌کند، که قابلیت حرکت و کنترل ربات در راه‌رفتن دوپا را محدود می‌کند. پیشرفت‌های اخیر به منظور رفع این محدودیت‌ها با ادغام درجات آزادی اضافی و اجزاء مانند مچ پاها و پاهای با اندازه محدود در چارچوب مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر صورت گرفته است. این پژوهش الگوی جدید راه رفتن ربات دوپا براساس مدل بهبودیافته پاندول معکوس به نام مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر با پای دارای اندازه محدود^۷ را برای افزایش قابلیت تطبیق‌پذیری، پایداری و تعادل در ربات‌های دوپا را در حالت راه‌رفتن، با در نظر گرفتن اصطکاک بر روی سطوح مسطح و شیب‌دار را بررسی می‌کند. این مدل‌های پیشرفته بهبود پایداری، انطباق‌پذیری با زمین‌های ناهموار و عملکرد کلی بهتر راه‌رفتن را نشان داده‌اند. علاوه بر این، معرفی استراتژی‌های تطبیقی برای کنترل سفتی پا و گشتاور مچ پا، فرآیندهای برنامه‌ریزی و اجرای گام را بیشتر اصلاح کرده و امکان راه‌رفتن انعطاف‌پذیرتر و کارآمدتر را فراهم آورده است.

با افزودن پا با اندازه محدود و یک مفصل مچ پا با یک درجه آزادی برای هر پا و قابل تنظیم کردن سفتی پا، مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر با پای دارای اندازه محدود می‌تواند برای تحقق راه‌رفتن دوپای تطبیق‌پذیر در محیط‌های پیچیده استفاده شود. با الهام از ویژگی‌های راه‌رفتن انسان، یک استراتژی تطبیقی برای کشش و انقباض پاها برای برنامه‌ریزی گام پیشنهاد می‌شود تا نقش مفصل مچ پا را ایفا کند. سپس یک الگوی گام مبتنی بر ماشین حالت محدود^۸ شامل استراتژی‌های گام الهام گرفته از زیست‌شناسی، که گام چرخه‌ای تک را به گام کل‌مرحله‌ای گسترش می‌دهد، ایجاد می‌شود. برای اطمینان از پایداری راه‌رفتن، نقطه نشانگر چرخش پا^۹ به عنوان معیار پایداری برای جلوگیری از افتادن ربات استفاده می‌شود. این تحقیقات می‌تواند به توسعه استراتژی‌های کنترل

¹ Linear Inverted Pendulum Model (LIPM)

² Spring-Loaded Inverted Pendulum (SLIP)

³ Center of Mass (CoM)

⁴ Double Support Phase

⁵ Zero Moment Point (ZMP)

⁶ Capture Point (CP)

⁷ Variable Spring Loaded Inverted Pendulum-Finite-sized Foot (VSLIP-FF)

⁸ Finite State Machine (FSM)

⁹ Foot-Rotation Indicator (FRI)

تطبیقی کمک کند که به ربات‌ها امکان می‌دهد بدون مشکل بین انواع مختلف سطوح جابجا شوند، و دامنه عملیاتی و کارایی آن‌ها را افزایش دهد. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای تولید مسیرهای مرکز جرم و پاهای مورد نظر در یک چرخه کامل راه‌رفتن به کار می‌رود.

ربات‌های انسان‌نما و دوبا به دلیل تطبیق‌پذیری بالا با محیط‌های پیچیده در سال‌های اخیر توجه بیشتری را به خود جلب کرده‌اند. برنامه‌ریزی و کنترل حرکت ربات‌های دوبا یکی از موضوعات جالب توجه است. به دلیل پیچیدگی و غیرخطی بودن سیستم ربات، استفاده از مدل‌های ساده رویکرد مؤثری برای ساده‌تر کردن مسئله است. با این حال، کنترل حرکت ربات دوبا به دلیل دینامیک غیرخطی پیچیده، همچنان کاری چالش‌برانگیز باقی مانده است [۱].

الگوی پاندول معکوس خطی به عنوان یک مدل ساده و معمولی در برنامه‌ریزی حرکت ربات‌های دوبا شناخته می‌شود. اما این مدل به جوانب مهمی از حرکت انسانی توجه نمی‌کند. در حین راه‌رفتن انسان، فازی به نام فاز دو تکیه‌گاهی وجود دارد که هر دو پا بر روی زمین قرار دارند [۲] و همچنین هنگامی که پای تاب‌خورنده ربات بر روی زمین قرار می‌گیرد، اثر ضربه‌ای که از آن ناشی می‌شود باید در نظر گرفته شود تا از افتادن ربات جلوگیری شود [۳]. انسان‌ها توانایی تطبیق طبیعی پاهای خود را دارند تا این اثرات را کاهش دهند. این فاز و تطبیق‌پذیری به تعادل بدن کمک می‌کنند و نقش اساسی در پایداری حرکت دوپای انسانی دارند. بسیاری از استراتژی‌های کنترلی بر اساس این مدل پیشنهاد شده‌اند، همانند کنترل پیش‌بین نقطه لحظه صفر [۴] و کنترل مبتنی بر قابلیت نقطه مهار می‌باشد [۵]. اما با این حال، مدل پاندول معکوس خطی، این فاز و تطبیق‌پذیری را در نظر نمی‌گیرد و فقط بر روی فاز تک تکیه‌گاهی تمرکز دارد که تقلید دقیق از حرکت انسانی را محدود می‌کند. این مسائل باعث محدودیت‌ها و نقصانی در پایداری و انعطاف‌پذیری حرکت ربات‌های دوبا می‌شود [۶].

کنترل مبتنی بر نقطه مهار یکی از روش‌های پیشرفته در کنترل ربات‌های دوبا است که برای دستیابی به پایداری و توانایی بازگشت به وضعیت متعادل پس از مواجهه با اختلالات یا نیروی خارجی استفاده می‌شود. این روش بر اساس مفهومی به نام "نقطه مهار" استوار است. نقطه مهار به نقطه‌ای در فضا گفته می‌شود که اگر ربات بتواند پای خود را در آن نقطه قرار دهد، قادر به توقف کامل بدون سقوط خواهد بود. به عبارت دیگر، نقطه مهار مکانی است که ربات می‌تواند با قرار دادن پای خود در آنجا، تعادل خود را حفظ کند یا به حالت پایدار برگردد. مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر یک مدل ساده و کارآمد برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی راه‌رفتن دوبا در ربات‌ها است. این مدل شامل یک جسم نقطه‌ای (مثلاً مرکز جرم) و دو پا (یا پایه) فنری بدون جرم است. در مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر، پاها به عنوان فنرهای بدون جرم مدل شده‌اند که می‌توانند انعطاف‌پذیری لازم را برای جذب شوک‌ها و تطبیق به شرایط مختلف زمین فراهم کنند [۷]. در مقایسه با مدل پاندول معکوس خطی، مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به طور طبیعی شامل انعطاف‌پذیری پاها و دوره پشتیبانی دو تکیه‌گاهی در زمان راه‌رفتن می‌باشد. بنابراین، این الگو می‌تواند برای پیش‌بینی و تولید رفتارهایی که شباهت‌هایی به راه‌رفتن انسانی از قبیل الگوهای نیروی واکنش زمین و مسیر مرکز جرم دارند، استفاده شود [۸]. استفاده از مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به محققان این امکان را می‌دهد که الگوریتم‌های کنترلی پیشرفته‌تری را برای بهبود پایداری و عملکرد راه‌رفتن در ربات‌های دوبا ارائه دهند. به علاوه، این مدل به دلیل سادگی و قابلیت تعمیم بالا، در تحقیقات مختلف برای مطالعه و شبیه‌سازی رفتارهای مختلف ربات‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ویسر و همکاران [۹] و [۱۰] یک الگو جدید به نام مدل پاندول معکوس با فنر متغیر^۲ ارائه دادند که این مدل با اضافه کردن انعطاف‌پذیری به پاها، قابلیت تولید حرکات مختلف و غلبه بر اختلالات را فراهم می‌کند. شاربافی و همکاران^۳ [۱۱] به منظور وارد کردن بدنه بالایی در راه‌رفتن دوبا، از مدل دو پا پاندول معکوس با فنر باگذاری شده-تنه^۴ استفاده کردند. با این مدل، بخش بالایی بدن نیز به فرایند راه‌رفتن دوبا اضافه شده است تا پایداری و مقاومت بیشتری به ربات‌ها در محیط‌های پیچیده بخشیده شود. پلیت و

¹ Visser et. al

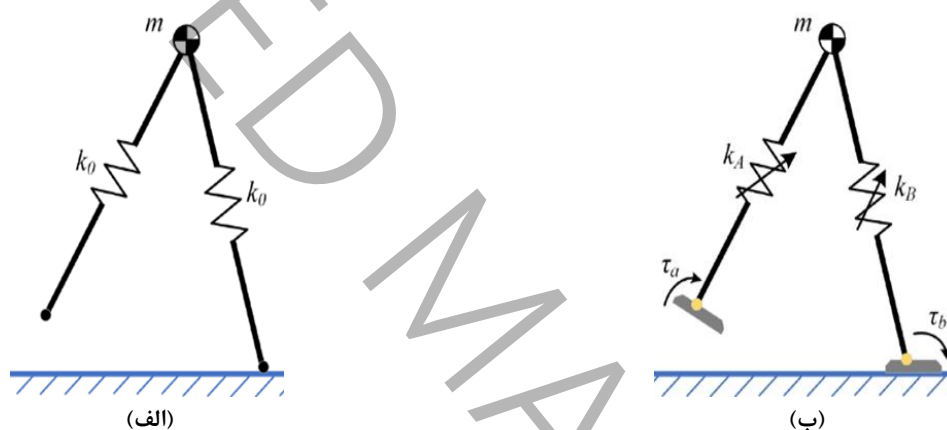
² Variable Spring Loaded Inverted Pendulum (VSLIP)

³ Sharbafi et. al

⁴ Bipedal Trunk-SLIP (BT-SLIP)

همکاران^۱ [۱۲] مدل مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر را با اضافه کردن پای تاب‌خورنده^۲ غیرفعال گسترش دادند که دینامیک پای تاب‌خورنده را بدون نیاز به روش‌های اضافی برای برنامه‌ریزی مسیر در نظر می‌گیرد. با این حال، بیشتر مدل‌های پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر به علت نادیده گرفتن پا با مچ پا، زیرفعال هستند که برای عملکرد راه‌رفتن ربات محدودیت ایجاد می‌کند. همچنین، فرایند راه‌رفتن تنها به شرایط اولیه و پارامترهای فنری مدل‌ها وابسته است. در رباتیک، سیستم زیر فعال به سیستمی مکانیکی اطلاق می‌شود که تعداد محرک‌های کمتری نسبت به درجه‌های آزادی خود دارد. این به این معناست که ربات نمی‌تواند هر مفصل یا موقعیت را به طور مستقیم کنترل کند، بلکه باید از دینامیک کلی خود برای دستیابی به راه‌رفتن پایدار استفاده کند [۱۲].

مچ پا نقش حیاتی در پشتیبانی، پیش‌راندن و حفظ تعادل هنگام ایستادن و راه‌رفتن انسان‌ها دارد. عضلات کف پای مچ پا نقش مهمی در تأمین کار مکانیکی مثبت برای پیشروی بدن به جلو ایفا می‌کنند [۱۳]. علاوه بر این، عضلات کف پای مچ پا، پشتیبانی عمودی برای حفظ وزن بدن را فراهم می‌کنند [۱۴]. همچنین استراژی مچ پا یک روش مهم برای حفظ تعادل، زمانی است که ربات دوپا تحت تأثیر ضربه قرار می‌گیرد [۱۵]. به دلیل این مزایا، با توجه به شکل (۱) یک مدل بهبود یافته به نام مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود با در نظر گرفتن اصطکاک در این مقاله ارائه شده است.



شکل ۱: (الف) مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر؛ (ب) مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود

Fig. 1. (a) Inverted pendulum model with spring loading (b) Inverted pendulum model with a variable spring and a leg of limited length

در مقایسه با مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر، انتهای پای مدل پاندول معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر با اندازه پای محدود، با یک مفصل مچ پا با یک درجه آزادی و یک پای با اندازه محدود به جای پای نقطه‌ای گسترش یافته است، که به طور قابل توجهی قابلیت حرکت و کنترل ربات را بهبود می‌بخشد. علاوه بر این، مدل حاضر می‌تواند انعطاف‌پذیری پا را مطابق با محیط‌های مختلف تنظیم کند، که این امکان را فراهم می‌آورد تا کنترل دقیق طول قدم‌های مختلف تحقق یابد. این مدل می‌تواند به عنوان یک الگوی پایه برای برنامه‌ریزی و کنترل گام‌های ربات دوپا استفاده شود. سفتی متغیر به مدل اجازه می‌دهد که بهتر با تغییرات دینامیکی در طول گام برداشتن هماهنگ شود. در راه رفتن واقعی انسان، سفتی پاها در طول فازهای مختلف گام تغییر می‌کند — در فاز تماس اولیه پا با زمین، بدن به جذب شوک نیاز دارد (پس فنر نرم‌تر عمل می‌کند)، و در فاز فشار نهایی^۳، نیاز به تولید نیروی بیشتر و برگشت انرژی ذخیره شده است (پس فنر سخت‌تر می‌شود).

¹ Plate et. al

² Swing leg

³ push-off

۱-۱- نوآوری های کلیدی:

با افزودن پا با اندازه محدود و یک مفصل مچ پا با یک درجه آزادی برای هر پا و قانگل تنظیم کردن سفتی پا، مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود می تواند برای تحقق راه رفتن انعطاف پذیر در محیط های پیچیده استفاده شود. با الهام از ویژگی های راه رفتن انسان، یک استراتژی تطبیقی برای کشش و انقباض پا برای برنامه ریزی گام پیشنهاد شده است تا نقش مفصل مچ پا را ایفا کند. سپس به مفصل مچ پا گشتاور را اضافه خواهیم کرد تا نوسانات وارده به سیستم که حاصل از اغتشاشات محیطی می باشد را دفع کند و برای نزدیک تر شدن مدل به راه رفتن انسان در این مدل، با وجود فنر، مچ پا و پای اندازه محدود و همچنین افزودن قابلیت تنظیم سفتی پا و اعمال کردن اصطکاک، پایداری و قابلیت حرکت ربات دوپا را در دو سطح شیب دار و بدون شیب دار بهبود داده ایم. از سمت دیگر به بررسی مقادیر تاثیر گذار بر سرعت و نحوه راه رفتن صحیح مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود بر روی سطوح با شیب و جنس مختلف خواهیم پرداخت. مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود پیشنهادی، ویژگی های بیولوژیکی واقعی انسان را با دقت بیشتری نسبت به مدل های SLIP یا LIPM مدل سازی می کند، از جمله پای دارای طول محدود (نه نقطه ای)، فنر با سفتی متغیر^۱، گشتاور مچ پا^۲ و حالت های مختلف پشتیبانی (Flight, DS, SS). مزیت این مدل عبارت است از افزایش دقت شبیه سازی و شباهت بیشتر به راه رفتن طبیعی انسان در شرایط عادی و سطوح شیب دار.

مدل پیشنهادی دارای ساختار هیبریدی است که فازهای مختلف حرکت (تکیه گاه، جلو، عقب، دوپا، و پرواز) را با معادلات دینامیکی مجزا و نگاشت گسسته مدیریت می کند. مزیت این مدل عبارت است از توانایی کنترل پایدار و دقیق سیستم در طی مراحل متوالی راه رفتن، که در مدل های کلاسیک یکپارچه در نظر گرفته نمی شود. به جای صرفاً تحلیل کیفی، پایداری حرکت از طریق نگاشت پوانکاره و بهینه سازی حالت انجام شده است. مزیت این مدل عبارت است از امکان تحلیل و طراحی دقیق برای پایداری حرکت چرخه ای در حضور اختلالات.

بر خلاف مدل های مرسوم که از اصطکاک صرف نظر می کنند، این مقاله ضریب اصطکاک بحرانی را به دقت تعیین کرده و عملکرد مدل را در شرایط مختلف اصطکاکی تحلیل می کند. مزیت این مدل عبارت است از افزایش اعتمادپذیری مدل در کاربردهای واقعی مانند سطوح ناهموار یا لغزنده. به جای انتخاب دستی گین ها، از الگوریتم هوشمند ازدحام ذرات برای یافتن مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی استفاده شده است. مزیت این مدل عبارت است از افزایش پایداری و کارایی سیستم و تطبیق بهتر با اهداف کنترل حرکت و حفظ انرژی. بر اساس شبیه سازی ها، مدل VSLIP-FF توانسته بدون لغزش و با حفظ پایداری روی سطوح با شیب $\pm 8\%$ راه برود، در حالی که مدل های مرجع این توانایی را ندارند.

با استفاده از نقطه FRI به عنوان یک معیار پایداری و استراتژی برنامه ریزی گام الهام گرفته از زیست شناسی، این مدل می تواند طول گام ها را به طور موثر افزایش دهد و راه رفتن تطبیقی برای ربات دوپا را بر روی زمین های ناهموار ممکن سازد. خلاصه نوآوری های مقاله در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱: خلاصه نوآوری های ارائه شده در مقاله

Table 1: Summary of the innovations presented in the paper

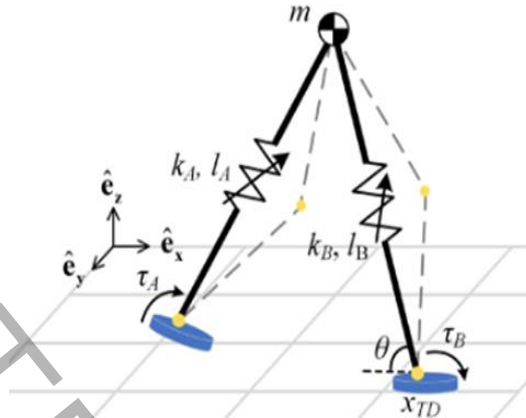
ردیف	نوآوری	اثر یا مزیت
۱	ترکیب فنر متغیر، پای محدود و مچ پا	دقت زیستی بالاتر
۲	ساختار هیبریدی چندفازی	کنترل بهتر حرکت
۳	تحلیل نگاشت پوانکاره	پایداری عددی دقیق
۴	لحاظ کردن اصطکاک بحرانی	عملکرد در شرایط واقعی
۵	بهینه سازی با PSO	افزایش خودکار سازی و پایداری
۶	راه رفتن روی سطح شیب دار	تطبیق پذیری بالا

¹ Variable Stiffness Spring

² Ankle Torque

۲- مدلسازی ریاضی

مدل VSLIP-FF شامل یک جرم نقطه‌ای و دو پای توده‌ای بدون جرم با سفتی متغیر است. هر پا دارای یک مفصل میچ با یک درجه آزادی و یک پای با اندازه محدود بدون جرم است. مدل راه رفتن ربات دوپا در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲: مدل آونگ معکوس با فنر متغیر با پای محدود [2]

Fig. 2. Inverted pendulum model with a variable spring and a constrained leg[2]

در طول راه رفتن، پای ایستاده و پای نوسانی مدل با $i \in [A, B]$ توصیف می‌شوند. k_i نشان‌دهنده سفتی معادل پاها و l_i طول واقعی پاها است. زاویه تماس θ ، زاویه تماس بین پای نوسانی و زمین است که موقعیت تماس پای نوسانی x_{TD} و طول گام l_{STEP} را تعیین می‌کند. در کل چرخه گام‌برداری، دینامیک مرکز جرم به شرح زیر توصیف می‌شود:

$$m\ddot{\mathbf{p}}_c = m\mathbf{g} + \sum k_i (l_0 - \|l_i\|) \hat{l}_i + \sum \tau_i / \|l_i\| \quad (1)$$

در این بخش به توصیف موقعیت جرم نقطه‌ای $\mathbf{p}_c = [x_c, y_c, z_c]^T$ بردار گرانش $\mathbf{g}$ ، طول استراحت پاها l_0 ، بردار یک‌ه در طول پا $\hat{l}_i$ و گشتاور اعمال شده بر مفصل میچ هر پا τ_i پرداخته می‌شود [۲]. با توجه به اینکه راه رفتن با مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، دو مرحله تک تکیه‌گاهی^۱ (SS1 و SS2) و دو تکیه‌گاهی^۲ (DS) را طی می‌کند، همه عبارات در رابطه (۱) در هر مرحله وجود ندارند و هر پا در هر مرحله یک حالت کنترلی خاص دارد. بدین ترتیب، از ماشین حالت محدود^۳ (FSM) برای تحقق کنترل پاها در مراحل مختلف راه رفتن، استفاده می‌شود [۲]. FSM به ربات اجازه می‌دهد تا به طور خودکار بین حالات مختلف سوئیچ کند و کنترل پاها را در هر مرحله به درستی مدیریت کند. حالت‌های مختلف FSM شامل حالت تک تکیه‌گاهی با پای A (SS1)، حالت دو تکیه‌گاهی (DS) و حالت تک تکیه‌گاهی با پای B (SS2) هستند. هر حالت دارای مجموعه‌ای از قوانین کنترلی و ورودی‌های دریافت شده از حسگرها است که به ربات کمک می‌کند تا تعادل خود را حفظ کند و به درستی گام بردارد. راه رفتن با مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود شامل دو مرحله است:

- مرحله تک تکیه‌گاهی (SS1 و SS2): در این مرحله تنها یک پا با زمین در تماس است و نقش پشتیبانی ربات را بر عهده دارد. پای دیگر در حال نوسان است و برای گام بعدی آماده می‌شود. در مرحله SS1، پای A در تماس با زمین است و پای B در حال نوسان است و در مرحله SS2، پای B در تماس با زمین است و پای A در حال نوسان است.
- مرحله دو تکیه‌گاهی (DS): در این مرحله، هر دو پا با زمین در تماس هستند و ربات از ثبات بیشتری برخوردار است. این مرحله برای انتقال وزن بین پاها و آماده‌سازی برای گام بعدی بسیار مهم است. مرحله دو تکیه‌گاهی از زمانی که پای نوسان به زمین

¹ Single Support (SS) Phase

² Double Support (DS) Phase

³ Finite State Machine

برخورد می‌کند (پای B) شروع می‌شود و تا زمانی که پای پشتیبانی اولیه (پای A) از زمین جدا می‌شود، ادامه دارد.

۱-۲- برنامه ریزی راه رفتن مبتنی بر سیستم حالت محدود

در این پژوهش طبق شکل (۳) برای ساده‌سازی مدل و محاسبات، تنها به برنامه‌ریزی گام ربات در صفحه ساجیتال^۱ پرداخته می‌شود. بنابراین، توصیف سیستم حالت محدود راه رفتن را با رویداد حالت میانی^۲ شروع خواهد شد که به صورت زیر قابل توصیف است:

$$E_{MS} = \{(p_c, \dot{p}_c) | \dot{z}_c = 0, z_c = z_{c0}, x_c = x_{TDi}\} \quad (۲)$$

حالت میانی به وضعیتی اشاره دارد که مرکز جرم ربات به طور دقیق بالای پای پشتیبانی قرار دارد. از این نقطه، سیستم حالت می تواند به مرحله تک تکیه‌گاهی اولیه^۳ یا مرحله تک تکیه‌گاهی ثانویه^۴ بستگی به جهت حرکت گام منتقل شود. این وضعیت یک نقطه کلیدی در کنترل و برنامه‌ریزی گام‌برداری ربات است، زیرا نشان‌دهنده گذار بین مراحل مختلف راه رفتن است که در آن ارتفاع مرکز جرم، $\dot{z}_c$ سرعت مرکز جرم در راستای عمودی حرکت، x_c موقعیت مرکز جرم در راستای افقی، z_{c0} ارتفاع اولیه مرکز جرم و x_{TDi} موقعیت گام از پای تکیه‌گاهی در جهت x است.

در حالت SS1، کنترل‌کننده پای A در حالت کنترل گام اولیه تکیه‌گاهی است، در حالی که کنترل‌کننده پای B در حالت کنترل نوسان اولیه است. هنگامی که پای B با زمین تماس پیدا می‌کند^۵، مدل وارد حالت دو تکیه‌گاهی می‌شود که به صورت زیر قابل توصیف است:

$$E_{TD} = \{(p_c, \dot{p}_c) | \dot{z}_c \leq 0, z_c \leq z_{c0}, \|l_B\| = l_0\} \quad (۳)$$

که در آن l_B طول پای B و l_0 طول استراحت پا در حالت دو تکیه‌گاهی می‌باشند.

در حالت دو تکیه‌گاهی، هر دو پا تحت کنترل حالت دو تکیه‌گاهی قرار دارند تا زمانی که پای A از زمین جدا شود^۶. این رویداد به صورت مشابه تعریف می‌شود:

$$E_{LO} = \{(p_c, \dot{p}_c) | \dot{z}_c < 0, z_{c0} < z_c, \|l_A\| = l_0\} \quad (۴)$$

که در آن l_A طول پای A و l_0 طول استراحت پا در حالت دو تکیه‌گاهی می‌باشند. در حالت تک تکیه‌گاهی دوم (SS2)، حالت کنترل نوسان انتهایی برای پای A اعمال می‌شود، در حالی که حالت تک تکیه‌گاهی انتهایی برای پای B اعمال می‌شود تا زمانی که مدل به حالت میانه‌پشتیبانی بازگردد. به این ترتیب، یک چرخه کامل راه رفتن تحقق می‌یابد.

¹ Sagittal plane

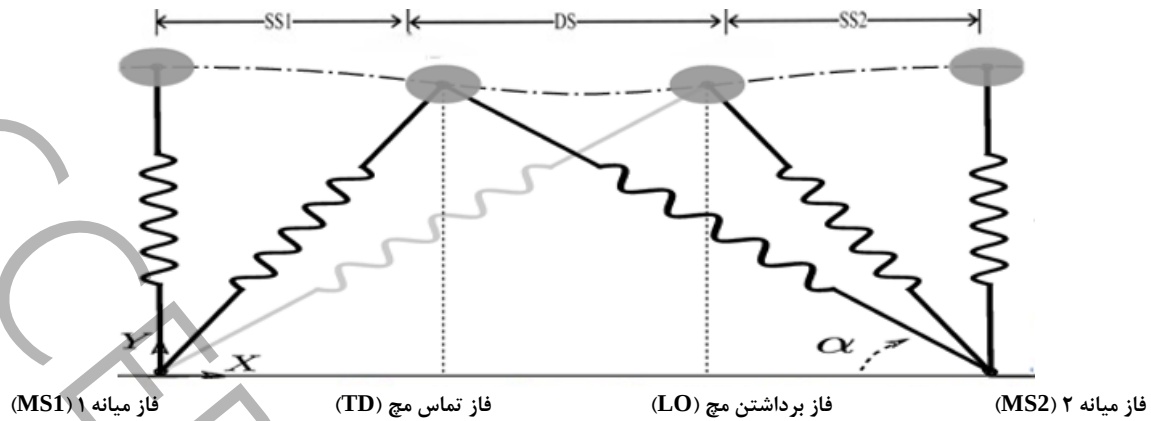
² Mid-Stance (MS)

³ SS1

⁴ SS2

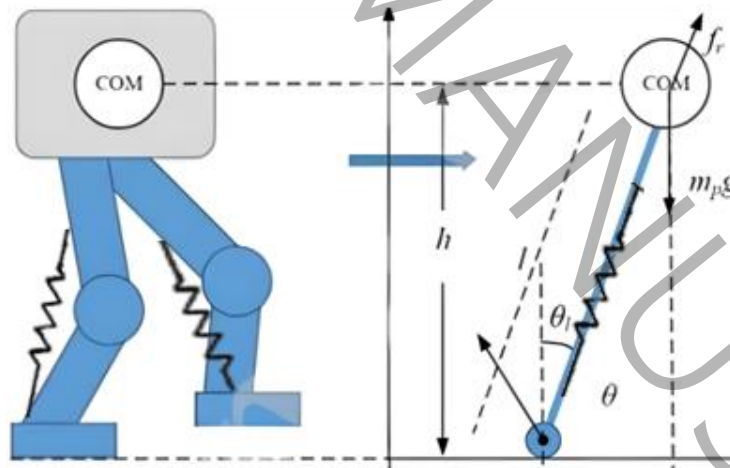
⁵ Touches down the ground (TD)

⁶ Lifts off the ground (LO)



شکل ۳: روش برنامه‌ریزی گام‌برداری بر اساس سیستم حالت محدود [۲]
 Fig. 3. Step planning method based on the constrained-state system[2]

تحقیقات قبلی نشان می‌دهند که پاهای انسان در فرآیند طبیعی راه رفتن، دارای یک فرآیند بلند شونده و کوتاه شونده هستند که در آن مچ پا نقش مهمی ایفا می‌کند [۱۶] و [۱۷] با الهام از این موضوع، ما یک استراتژی تطبیقی برای کشش و انقباض پا ارائه شده است. این استراتژی شامل کنترل گشتاور مچ پا و تنظیم سفتی پا برای دستیابی به یک گام نرم و متناسب است. از MS1 تا TD، گشتاور مچ پا، پشتیبانی عمودی را برای پای تکیه‌گاهی (پای A) فراهم می‌کند تا پا به طول تطبیقی منقبض شود. از TD تا LO، گشتاوری که بر مچ پای B وارد می‌شود، پای A را به طول استراحت خود می‌کشد تا وقتی که وزن جرم به پای B منتقل می‌شود. از LO تا MS2، پای B به پای تکیه‌گاهی جدید تبدیل می‌شود و گشتاور مچ پا مرکز جرم را به ارتفاع اولیه باز می‌گرداند. در طول کل دوره گام، مقادیر سفتی پا به طور تطبیقی تنظیم می‌شوند تا با طول‌های مختلف گام‌ها تطبیق پیدا کنند. در حالت تک تکیه‌گاهی (SS1 و SS2)، با توجه به شکل (۴) تنها یک پا در تماس با زمین است و پای دیگر در مرحله تاب‌دهنده است.



شکل ۴: حالت تک تکیه‌گاهی (SS1 و SS2)
 Fig. 4. Single-support phase (SS1 and SS2)

۱-۱-۲- حالت کنترل تک تکیه‌گاهی (SS1 و SS2)

در حالت تک تکیه‌گاهی موقعیت افقی و عمودی کف پای تک تکیه‌گاهی را (x_0, y_0) و موقعیت افقی و عمودی مرکز جرم را (x_c, y_c) نامیده می‌شود. حالت کنترل اولیه تک تکیه‌گاهی در حالت SS1 استفاده می‌شود، که می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$m\ddot{p}_c = mg + K_A(l_0 - \|l_A\|)\hat{l}_A + \tau_{AS}\|l_A\| \quad (5)$$

$$\tau_{As} = - \left(k_{p1} (\|\mathbf{l}_A\| - l_d) - k_{d1} \dot{\mathbf{l}}_A \right) \quad (6)$$

که k_{d1} و k_{p1} پارامترهای کنترل کننده PD هستند، l_d کوتاه‌ترین طول پای قابل دسترسی است که مطابق با طول گام، تطبیق پذیر است. $\dot{\mathbf{l}}_A$ نیز سرعت تغییر طول پا و τ_{As} گشتاور مچ پای A در وضعیت تک تکیه‌گاهی می‌باشد. جهت مثبت گشتاور مچ پا به صورت ساعت‌گرد در نظر گرفته شده است [۲]. حالت کنترل تک تکیه‌گاهی ثانویه در حالت SS2 استفاده می‌شود، که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$m\ddot{\mathbf{p}}_c = m\mathbf{g} + k_B (l_0 - \|\mathbf{l}_B\|) \hat{\mathbf{l}}_B + \frac{\tau_{Bs}}{\|\mathbf{l}_B\|} \quad (7)$$

$$\tau_{Bs} = \left(k_{p2} (l_d - \|\mathbf{l}_B\|) + k_{d2} \dot{\mathbf{l}}_B \right) \quad (8)$$

که τ_{Bs} گشتاور مچ پا برای پای B در حالت تک تکیه‌گاهی است. k_{d2} و k_{p2} نیز همان پارامترهای کنترل کننده PD هستند که برای ساده‌سازی معادلات حرکت، به ترتیب برابر با k_{p1} و k_{d1} حالت قبلی می‌باشند. سایر پارامترهای مرتبط به همین شکل تعریف شده‌اند. همچنین اندازه طول پا در یک چرخه کامل گام‌برداری نیز از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$l_i = \sqrt{(x_c - x_0)^2 + (y_c - y_0)^2} \quad (9)$$

و همچنین سرعت مرکز جرم نیز از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$\dot{\mathbf{l}}_i = \frac{(x_{c1} - x_{c0})\dot{x}_c + (y_{c1} - y_{c0})\dot{y}_c}{l_i} \quad (10)$$

در روابط بالا (x_{c0}, y_{c0}) و (x_{c1}, y_{c1}) به ترتیب موقعیت اولیه و ثانویه مرکز جرم را بیان می‌کنند و برای طول اولیه پا نیز از l_0 (طول استراحت پا) استفاده شده است.

با توجه به روابط بالا، برآیند نیروهای عکس‌العمل وارده از از فنر موجود در پا به مرکز جرم به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$F_g = k_i (l_0 - \|\mathbf{l}_i\|) \quad (11)$$

نیروی عکس‌العمل وارده از فنر و دمپر موجود در پا به مرکز جرم نیز از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$F_l = k (l_0 - l_i) - c\dot{l}_i (l_0 - l_i) \quad (12)$$

زاویه‌ای که پا در طول حالت تک تکیه‌گاهی با سطح افق ایجاد می‌کند با توجه به شکل (۴) از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y_c}{x_c} \right) \quad (13)$$

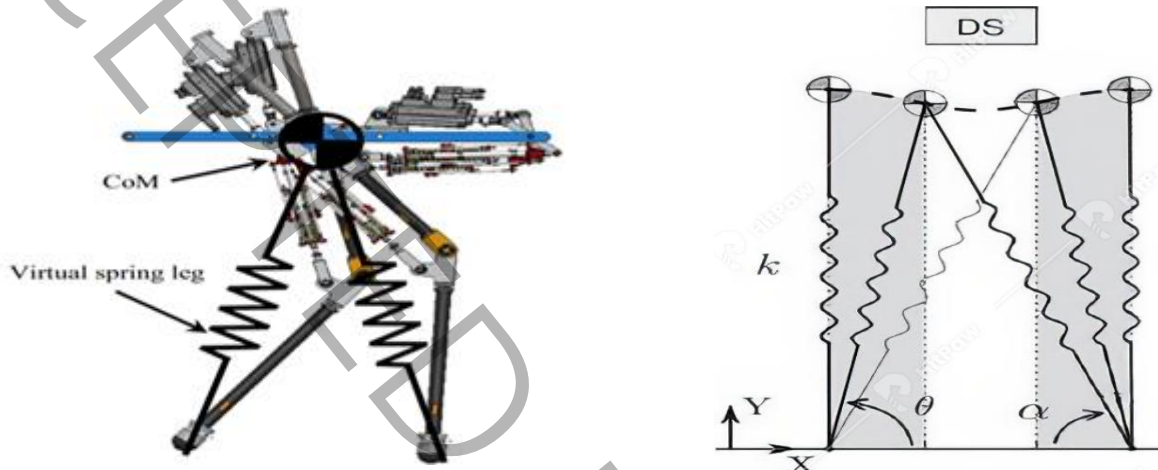
حال برای محاسبه و تصویرسازی شتاب مرکز جرم در دو راستای (x, y) ، با استفاده از مولفه شتاب مرکز جرم ربات $(\ddot{\mathbf{p}}_c)$ بدست آمده از معادلات (۵) و (۷)، خواهیم داشت:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \ddot{\mathbf{p}}_c \left(\frac{x_c}{l_i} \right) \quad (14)$$

$$\ddot{y} = \ddot{p}_c \left(\frac{y_c}{l_i} \right) - g \quad (15)$$

۲-۱-۲- حالت کنترل دو تکیه‌گاهی (DS)

در حالت دو تکیه‌گاهی، با توجه به شکل (۵)، هر دو پا در تماس با زمین هستند و به عنوان پایه‌های پشتیبانی عمل می‌کنند. نیروی فنر در این حالت به نحوی باید توزیع شود که تأثیرات آن در هر دو پا در نظر گرفته شود. در حالت دو تکیه‌گاهی موقعیت افقی و عمودی کف پای دو تکیه‌گاهی اولیه و ثانویه را به ترتیب (x_0, y_0) و (x_1, y_1) و همچنین موقعیت افقی و عمودی مرکز جرم را (x_c, y_c) می‌نامیم.



شکل ۵: حالت دو تکیه‌گاهی

Fig. 5. Double-support phase

حالت کنترل دو تکیه‌گاهی در حالت وضعیت DS استفاده می‌شود و می‌تواند به دو مرحله تقسیم شود:

اگر که شرط $k_B(l_0 - \|l_B\|) < \alpha mg$ برقرار باشد که پارامتر α در اینجا برای تنظیم نیروی گرانش mg استفاده می‌شود و یک شرط مرزی یا آستانه‌ای را برای کنترل زمان اعمال نیرو تعریف می‌کند. به عبارت دیگر، α تأثیرگذار در زمانی است که ربات دوپا، وزن خود را از یک پا به پای دیگر منتقل می‌کند، و به این ترتیب در اینجا، $\alpha = 0.3$ قرار داده ایم تا حرکت نرم و پایداری حاصل شود و از رابطه (۱۶) پیروی خواهد شد [۲]. در این مرحله، راه رفتن دوپایی پس از تماس با زمین به طور طبیعی منتقل می‌شود تا به تدریج وزن نقطه جرمی را به پای B منتقل کند.

$$m\ddot{p}_c = mg + k_A(l_0 - \|l_A\|)\hat{l}_A + k_B(l_0 - \|l_B\|)\hat{l}_B \quad (16)$$

و اگر شرط $k_B(l_0 - \|l_B\|) \geq \alpha mg$ برقرار باشد از رابطه (۱۷) پیروی خواهد شد.

$$m\ddot{p}_c = mg + k_A(l_0 - l_A)\hat{l}_A + k_B(l_0 - l_B)\hat{l}_B + \frac{\tau_{Bd}}{l_B} \quad (17)$$

$$\tau_{Bd} = k_{p3}(l_0 - \|l_A\|) + k_{d3}\dot{l}_A \quad (18)$$

که در آن τ_{Bd} گشتاور مچ پای B در حالت دو تکیه‌گاهی است. سایر پارامترهای مربوطه به طور مشابه تعریف می‌شوند. در این مرحله، پای B نقش پشتیبانی را به عهده گرفته است. گشتاور شروع به عمل روی مچ پای B می‌کند که منبع اصلی نیروی مکانیکی برای کشش پای A به طول استراحت است. در روابط بالا برای تعیین موقعیت مکانی جرم متمرکز، از دو مختصه مکانی یعنی x_c برای محور افقی و y_c برای محور عمودی استفاده شده است.

در حالت دو تکیه‌گاهی، با توجه به شکل (۵) هر دو پا در تماس با زمین هستند و به عنوان پایه‌های پشتیبانی عمل می‌کنند.

همچنین اندازه طول پا در یک چرخه کامل گامبرداری نیز از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$l_A = \sqrt{(x_c - x_0)^2 + (y_c - y_0)^2} \quad (19)$$

$$l_B = \sqrt{(x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2} \quad (20)$$

در حالت دو تکیه‌گاهی موقعیت افقی و عمودی کف پای دو تکیه‌گاهی اولیه و ثانویه را به ترتیب (x_0, y_0) و (x_1, y_1) و همچنین موقعیت افقی و عمودی مرکز جرم را (x_c, y_c) می‌نامیم.

زاویه‌ای که پای دو تکیه‌گاهی اولیه و ثانویه در طول حالت دو تکیه‌گاهی با سطح افق ایجاد می‌کند نیز از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y_1 - y_c}{x_1 - x_c}\right) \quad (21)$$

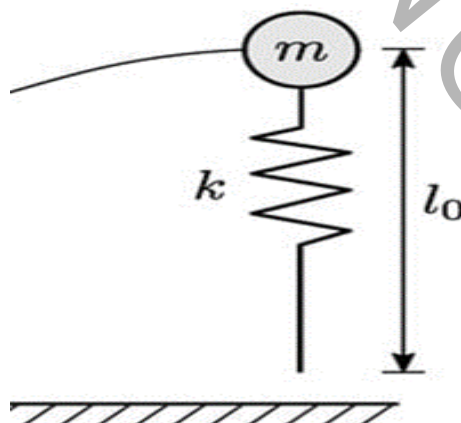
حال برای محاسبه و تصویرسازی شتاب مرکز جرم در دو راستای (x, y) ، با استفاده از مولفه شتاب مرکز جرم ربات $(\ddot{\mathbf{p}}_c)$ بدست آمده از معادلات (۱۶) و (۱۷)، طبق روابط زیر خواهیم داشت:

$$\ddot{x} = \ddot{p}_{c1} \left(\frac{x}{l_A} \right) + \ddot{p}_{c2} \left(\frac{x_c - x_1}{l_B} \right) \quad (22)$$

$$\ddot{y} = \ddot{p}_{c1} \left(\frac{y}{l_A} \right) + \ddot{p}_{c2} \left(\frac{y_c - y_1}{l_B} \right) - g \quad (23)$$

۳-۱-۲- حالت کنترل پرواز (FM)

در زمینه مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود برای ربات‌های انسان‌نما، فاز پرواز^۱ که به عنوان فاز هوایی نیز شناخته می‌شود، زمانی رخ می‌دهد که هر دو پا به طور همزمان از زمین جدا شده‌اند. این فاز بخش اساسی از حرکات پویا مانند دویدن یا پریدن است که در آن ربات یک دوره پرواز آزاد را بین تماس‌های متوالی با زمین تجربه می‌کند. این فاز بیشتر در دویدن، پریدن یا جهیدن مشاهده می‌شود و در راه رفتن معمولی دیده نمی‌شود. طبق شکل (۶) طول پای ربات در حالت پرواز برابر با طول استراحت پا (l_0) می‌باشد.



شکل ۶: حالت پرواز

Fig. 6. Flight phase

¹ Flight Mode

محاسبه شتاب مرکز جرم در دو راستای (x, y) ، در حالت پرواز با توجه به شکل (۶) به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\ddot{x} = 0 \quad (24)$$

$$\ddot{y} = -g \quad (25)$$

حالت کنترل پای تاب‌خورنده در مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای با اندازه محدود اطمینان می‌دهد که پاها بدون حرکات ناگهانی و با انطباق بیشتر با شرایط محیطی حرکت کنند و به طور روان و دقیقی بین قدم‌ها انتقال پیدا می‌کنند. این حالت به دو بخش کنترل تاب‌خورنده اولیه و کنترل تاب‌خورنده نهایی تقسیم می‌شود تا به نیازهای مختلف حرکت پا در این مراحل بپردازد، که عمدتاً بر تعادل، موقعیت‌دهی و آماده‌سازی برای تماس با زمین تمرکز دارد. کنترل گشتاور مچ پا و سفتی پا در هر دو مرحله حیاتی است تا قدم‌زدن دویایی پایدار و تطبیقی را به دست آورد.

در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، از منحنی بزیه^۱ مرتبه پنجم برای تولید مسیر پای نوسانی (پای تاب‌خورنده) استفاده می‌شود. این روش اجازه می‌دهد تا مسیری نرم و پیوسته ایجاد شود که با تغییر مجموعه‌ای از نقاط کنترلی به‌دقت کنترل شود. تولید مسیر حرکت پای تاب‌خورنده براساس منحنی بزیه می‌تواند به صورت زیر بیان شود [۲]:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \mathbf{P}_i \quad (26)$$

در معادله (۲۶) به معرفی رابطه منحنی بزیه پرداختیم، اکنون رابطه منحنی بزیه مرتبه پنجم را با مولفه $n = 5$ بازنویسی خواهیم کرد:

$$B(t) = (1-t)^5 \mathbf{P}_0 + 5(1-t)^4 t^1 \mathbf{P}_1 + 10(1-t)^3 t^2 \mathbf{P}_2 + 10(1-t)^2 t^3 \mathbf{P}_3 + 5(1-t)^1 t^4 \mathbf{P}_4 + t^5 \mathbf{P}_5 \quad (27)$$

جایی که t ضریب زمان نرمال شده از ۰ تا ۱، $P_i = [x_{pi}, z_{pi}]$ نقطه کنترل در صفحه سهمی و $B(t) = [x_{Bi}, z_{Bi}]$ نقطه‌ای از مسیر پای نوسانی می‌باشد. برای اطمینان از اینکه مسیر پای نوسانی شرایط مورد نیاز را در آغاز و پایان فاز تاب‌خورنده برآورده می‌کند، محدودیت‌هایی بر موقعیت‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌ها در هر دو لحظه اولیه و نهایی پا اعمال خواهد شد [۲]. این محدودیت‌ها در یک چرخه گام در جدول ۲ نشان داده شده است. این محدودیت‌ها تضمین می‌کنند که پا به نرمی فاز تاب‌خورنده را آغاز و پایان دهد و به طور یکپارچه به فاز حمایت وارد شود.

جدول ۲: حالت کنترل چرخش کف پای تاب‌دهنده [۲]

Table 2: Swing foot rotation control mode [2]

حالت کنترل چرخش کف پای تاب‌دهنده				محدودیت مولفه‌ها
چرخش ثانویه (SS2)		چرخش اولیه (SS1)		
لحظه شروع	لحظه پایان	لحظه شروع	لحظه پایان	
$(x_{TDi} , 0)$	$(x_{TDi+1} , 0.2l_0)$	$(x_{TDi} , 0.2l_0)$	$(x_{TDi+1} , 0)$	موقعیت
$(0 , 0)$	$(\dot{x}_C , 0)$	$(\dot{x}_C , 0)$	$(0 , 0)$	سرعت
$(0 , 0)$	$(0 , 0)$	$(0 , 0)$	$(0 , 0)$	شتاب

¹ Bezier

فرم کلی دسته معادلات دیفرانسیل حالت^۱ مبتنی بر مدل VSLIP-FF با پای محدود، فنر متغیر، و مچ پا

بردار متغیر حالت:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_c(t) \\ \dot{x}_c(t) \\ z_c(t) \\ \dot{z}_c(t) \\ l_a(t) \end{bmatrix} \quad (28)$$

ورودی‌های کنترلی:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} k(t) \\ T_{\text{ankle}}(t) \end{bmatrix} \quad (29)$$

معادلات دیفرانسیل حالت بر اساس معادلات (۲۵) تا (۲۷) و با توجه به معادلات نیروی فنر و دینامیک مرکز جرم:

$$\ddot{x}_c = \frac{1}{m} \left[-F_s \sin(\theta) + \frac{T_{\text{ankle}}}{l} \right] \quad (30)$$

$$\ddot{z}_c = \frac{1}{m} [F_s \cos(\theta) - mg] \quad (31)$$

$$F_s = k(t) \cdot (l_0 - l_a(t)) \quad (32)$$

$$\dot{l}_a = f(l_a, \theta, \dot{x}_c, \dot{z}_c) \quad (33)$$

فرم نهایی دسته معادلات دیفرانسیل

$$\begin{cases} \dot{x}_c = v_x \\ \dot{v}_x = \frac{1}{m} \left[-k(t)(l_0 - l_a) \sin(\theta) + \frac{T_{\text{ankle}}}{l_a} \right] \\ \dot{z}_c = v_z \\ \dot{v}_z = \frac{1}{m} [k(t)(l_0 - l_a) \cos(\theta) - mg] \\ \dot{l}_a = ((\end{cases} \quad (34)$$

ل ا س تخراج از معادلات هندسي پا

در این مقاله، برای سادگی، معادلات دینامیک به صورت بخش‌بخش (فاز SS، فاز DS، و فاز پرواز) نوشته شده‌اند، و در واقع نگاشت گسسته‌ای بین حالت‌ها (به کمک مدل هیبریدی) شکل گرفته است. معادلات بالا حالت پیوسته مدل هستند که برای شبیه‌سازی با حل عددی (مثلاً با ode45 در MATLAB یا حلگر Runge-Kutta در Python) به کار می‌روند.

¹ State-Space Differential Equations

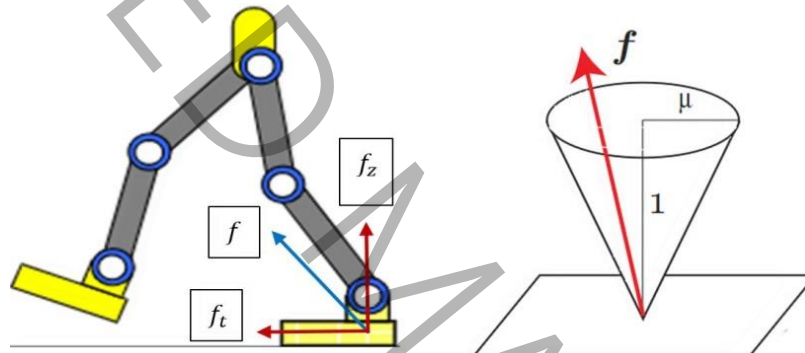
۳-۲- مدل سازی اصطکاک در ربات انسان نما

در این قسمت به بررسی مختصر تعامل بین زمین و پا و بررسی نیروها خواهیم پرداخت. همانطور که در شکل (۷) نشان داده شده است، نیروهایی که به کف پا وارد می شوند به صورت گسترده در کف پا پخش شده اند. این نیروها می توانند با یک بردار نیروی برآیند که با f نامگذاری شده است و در شکل (۷) نشان داده شده است، جایگزین شوند. حال رابطه بین نیروی افقی و عمودی را می توان این چنین محاسبه کرد:

$$f_t = \mu f_z \quad (35)$$

در رابطه بالا f_z و f_t به ترتیب، نیروهای عمودی و افقی وارد بر کف پای ربات هستند. همچنین μ ضریب اصطکاک دینامیکی را نشان می دهد. نیروهای تماسی بین پا و زمین شامل نیروهای عمودی (نرمال) و افقی (اصطکاکی) می شوند. نیروی عمودی نیرویی است که سطح زمین به طور عمودی به پا وارد می کند و نیروی اصطکاکی نیروی مقاومتی است که از لغزش پا جلوگیری می کند.

ضریب اصطکاک یک عدد بی بعد است که میزان مقاومت بین دو سطح در تماس را اندازه گیری می کند. ضریب اصطکاک ایستا (μ_s) و ضریب اصطکاک جنبشی (μ_k) دو نوع اصلی ضریب اصطکاک هستند. ضریب اصطکاک ایستا معمولاً بزرگتر از ضریب اصطکاک جنبشی است و نقش مهمی در جلوگیری از لغزش هنگام شروع حرکت دارد.



شکل ۷: نیروهای وارد بر کف پای ربات به همراه مخروط اصطکاک

Fig. 7. Forces exerted on the robot's sole along with the friction cone

اما وقتی که هنوز لغزشی اتفاق نیفتاده است، رابطه بین نیروهای افقی و عمودی به صورت زیر است:

$$f_t < \mu_s f_z \quad (36)$$

جایی که μ_s ضریب اصطکاک استاتیکی است. به خاطر سادگی، در این مقاله $\mu_s = \mu$ را مشخص شده است. که در این رابطه ضریب اصطکاک استاتیکی است. می توان موضوع را این چنین نیز بیان کرد، همانطور که در شکل (۷) نشان داده شده است اگر برآیند نیروهای افقی و عمودی وارد بر کف پای ربات از سوی زمین یعنی f داخل مخروطی که به مخروط اصطکاک^۱ معروف است، قرار گیرد لغزش اتفاق نمی افتد. زاویه داخلی این مخروط از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\tan(\alpha) = \mu_s \quad (37)$$

در نتیجه شرط لازم و کافی برای اینکه پای ربات در تماس با زمین نلغزد این است که برآیند نیروهای وارده به کف پای ربات از مخروط اصطکاک خارج نشود. در روابط بالا برای محاسبه f_z و f_t می توان از رابطه تکانه خطی کل ربات استفاده نمود. برای محاسبه تکانه خطی کل ربات از یک الگوی راه رفتن داده شده، باید مجموع تکانه های همه بخش های ربات را محاسبه کنیم. این کار شامل محاسبه تکانه های تمام قطعات بدن ربات می شود، سپس آن ها را جمع می کنیم تا تکانه کل به دست آید. تکانه خطی (p) یک جسم

¹ Friction cone

به صورت حاصل ضرب جرم (m) جسم و سرعت (v) آن تعریف می‌شود:

$$p = \sum_{i=0}^n m_i \dot{c}_i \quad (38)$$

که در آن m_i و c_i به ترتیب جرم و موقیت مرکز جرم پیوند i ام هستند. که برای مدل مورد بررسی، تمام جرم ربات را در یک نقطه (لگن) متمرکز کرده‌ایم و به همین دلیل مقدار n را ۱ در نظر می‌گیریم و سپس m_i برابر با m_{com} و c_i نیز برابر با c_{com} می‌باشند. همچنین نیروهای افقی وارد بر کف پا خود به دو قسمت نیروها در راستای پیشروی و عمود بر پیشروی تقسیم می‌شوند. با مشتق‌گیری از این تکانه خطی، می‌توانیم نیروهای در راستای پیشروی (f_t) و در راستای عمود بر آن (f_z) را در حین راه رفتن به دست آوریم:

$$f_z = \dot{p}_z + Mg \quad (39)$$

$$f_t = \sqrt{\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2} \quad (40)$$

جایی که m جرم کل ربات و g شتاب گرانشی است. اگر نیروهای f_t و f_z از سطح زمین به دست نیایند، ربات مطابق انتظار عمل نخواهد کرد. اکنون، ضریب اصطکاک لازم را به صورت زیر تعریف خواهیم کرد:

$$\mu_{nec} = \frac{f_t}{f_z} \quad (41)$$

μ_{nec} (لازم) نشان‌دهنده حداقل ضریب اصطکاک برای نگه داشتن ربات بر روی زمین بدون لغزش است. شرط عدم لغزش (۳۶) می‌تواند به شکل زیر بازنویسی شود:

$$\mu_{nec} < \mu \quad (42)$$

اگر این نابرابری برای یک الگوی راه رفتن مشخص برآورده شود، می‌توان نتیجه گرفت که ربات بدون لغزش راه می‌رود.

برای به دست آوردن نیروهای وارد بر کف پای ربات روش‌های مختلفی وجود دارد. یکی از این روش‌ها این است که با قرار دادن سنسورهای نیرو در کف پا در هر لحظه و قرائت این نیروها برآیند این نیروها را به دست آورد و با در اختیار داشتن وضعیت مخروط اصطکاک که منوط به دانستن شرایط محیطی حرکت است، در هر لحظه از عدم لغزش ربات اطمینان حاصل کرد. اما قرار دادن این سنسورها در محل مناسب و اطمینان از میزان اتکا به این اطلاعات خود تا حدودی جای سؤال است. همچنین باید پای ربات در تماس کامل با زمین باشد تا این اطلاعات قابل استفاده باشد.

اما روش دیگر این است، که با استفاده از مدل دینامیکی ربات نیروهای وارد بر کف پای ربات در هر لحظه را به دست آورد. در واقع در این روش نیروی وارد بر کف پای ربات از سوی زمین به دست نمی‌آید، بلکه نیرویی که لازم است که به کف پای ربات وارد شود تا تعادل دینامیکی برقرار باشد به دست می‌آید. در واقع این نیروها مادامی معتبر هستند که لغزش اتفاق نیفتد. اگر لغزش اتفاق بیفتد، کف پای ثابت ربات نیز با سرعت و شتابی شروع به حرکت خواهد کرد. در این حالت نیز اگر بتوان سرعت و شتاب کف پا را در هر لحظه در اختیار داشت، می‌توان نیروی وارد بر کف پا را محاسبه کرد. اما باید توجه داشته باشیم که اگر لغزش اتفاق بیفتد دیگر دانستن نیروهای وارد بر کف پای ربات چندان حائز اهمیت نخواهد بود. در واقع هدف از به دست آوردن نیروهای وارد بر پای ربات این است که در هر لحظه میزان ضریب اصطکاک مورد نیاز برای حرکت را تشخیص داد و با استفاده از آن وضعیت را مورد بررسی قرار داد. اگر شرایط بحرانی بود و حرکت ربات به سمت وقوع لغزش بود، مسیر را به گونه‌ای اصلاح کرد.

با این تفاسیر می‌توان با استفاده از مدل دینامیکی نیروهای وارد بر کف پا را در هر لحظه به دست آورد. سپس با استفاده از رابطه (۴۱) ضریب اصطکاک را محاسبه کرد. این ضریب اصطکاک در واقع حداقل مقدار ضریب اصطکاک لازم است که لغزش اتفاق نیفتد.

حال با دانستن این مقدار می‌توان فهمید که ربات تا چه شرایط محیطی می‌تواند بدون سر خوردن به حرکت خود ادامه دهد. همچنین با دانستن مقادیر این نیروها می‌توان تمهیدات لازم جهت کاهش این مقادیر رادر نظر گرفت.

۳- روش تحقیق

برای اینکه ربات دوبا به طور پیوسته راه برود، هر گام به یک چرخه گام‌برداری تقسیم می‌شود. بر اساس مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود و استراتژی برنامه‌ریزی گام در بخش سوم، توانسته شد با کنترل وضعیت میانی (MS1 و MS2) و تولید مسیر حرکت مرکز جرم به گام‌های دوره‌ای دست پیدا کند. روش کنترل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$ms_{n+1} = H(ms_n, u_{n+1}) \quad (43)$$

$$ms_n = [x_{cn}, \dot{x}_{cn}, z_{cn}, \dot{z}_{cn}, l_a^n] \quad (44)$$

$$ms_0 = [x_{c0}, \dot{x}_{c0}, z_{c0}, \dot{z}_{c0}] \quad (45)$$

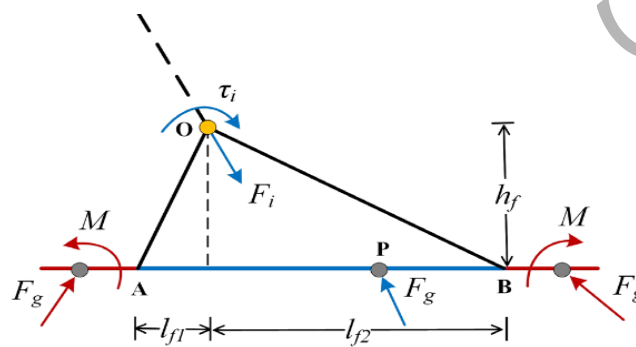
$$u_{n+1} = [k_i, k_{p1}, k_{d1}, k_{p3}, k_{d3}, l_d^{n+1}] \quad (46)$$

جایی که H نقشه برگشتی وضعیت MS را نشان می‌دهد، نقشه برگشتی وضعیت $MS(H)$ نگاشتی است که وضعیت MS را به وضعیت بعدی MS متصل می‌کند. این نقشه به یافتن گام‌های دوره‌ای کمک می‌کند که در آن، ربات بتواند به طور مداوم و پایدار راه برود. ms_n وضعیت مدل در گام n را نشان می‌دهد که شامل موقعیت‌ها و سرعت‌های مرکز جرم در محورهای x و z در طول وضعیت MS است، و l_a^n کوتاه‌ترین طول واقعی پا می‌باشد. ms_0 وضعیت اولیه گام دوره‌ای است. u_{n+1} مجموعه‌ای از متغیرهای کنترلی است که شامل مقادیر سفتی پا، پارامترهای کنترل‌کننده PD و طول کوتاه‌ترین پا است که مستقیماً چرخه کل گام را تعیین می‌کند. به این ترتیب، توانسته شد گام‌های دوره‌ای را از طریق یک مسئله بهینه‌سازی پیدا کرد. معادله‌ی (۴۶) را بردار ورودی کنترل و معادله (۴۳) را نگاشت حالت می‌نامند. این معادله به این معناست که وضعیت (state) ربات در گام بعدی با استفاده از یک نگاشت غیرخطی هیبریدی از وضعیت فعلی و ورودی کنترلی تولید می‌شود.

تعادل چرخشی پا یک معیار مهم برای پایداری وضعیتی، در راه رفتن دوپایی است. بنابراین، از شاخص چرخش پا (FRI) به عنوان معیار پایداری برای جلوگیری از افتادن ربات استفاده شده است. نقطه FRI به عنوان نقطه‌ای تعریف می‌شود که در آن نیروی واکنش زمین (GRF) و گشتاور وارد بر پا به تعادل برسند. به عبارت دیگر، نقطه FRI باید شرایط تعادل چرخشی را برای پا فراهم کند. با توجه به شکل (۸) موقعیت نقطه FRI را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$x_p = -\frac{F_{ix} h_f + \tau_i}{F_{iz}} \quad (47)$$

$$F_i = k_i (l_0 - \|l_i\|) \quad (48)$$



شکل ۸: موقعیت نقطه FRI در پا [۲]

Fig. 8. FRI Point Position in the Foot[2]

وضعیت پایدار زمانی است که نقطه FRI درون یا بر روی مرز چندضلعی حمایت (خطوط آبی) قرار دارد و نیروی F_i و گشتاور τ_i که بر روی مچ پا عمل می‌کنند می‌توانند با نیروی زمین F_g تعادل برقرار کنند. این وضعیت نشان‌دهنده این است که نیروها و گشتاورهای وارد بر پا در تعادل هستند. به عبارت دیگر، نیروی F_i که توسط مچ پا تولید می‌شود و نیروی زمین F_g با هم تعادل دارند و همچنین گشتاور τ_i که بر مچ پا اعمال می‌شود با گشتاور ناشی از نیروی زمین F_g در تعادل است. در این حالت، ربات در وضعیت پایداری قرار دارد و احتمال افتادن یا چرخش پا کم است.

در این بخش، نقطه پایه سیستم مختصات در محل مفصل مچ پا O قرار داده شده است. (F_{ix}, F_{iz}) به ترتیب مولفه‌های نیروی پای F_i در امتداد محور x و محور z هستند. τ_i گشتاور مچ پا است. x_p مختصات نقطه FRI در امتداد محور x است، در حالی که z_p ثابت و برابر با $-h_f$ در نظر گرفته می‌شود. تنها ویژگی‌هایی که باید در نظر گرفته شوند، محل مفصل مچ پا، ارتفاع و طول پا هستند. برای جلوگیری از چرخش پا، باید نقطه FRI در مرز چندضلعی حمایت شکل (۸) نگه داشته شود که این شرط به صورت زیر بیان می‌شود:

$$-l_{f1} \leq x_p \leq l_{f2} \quad (49)$$

از آنجایی که برای شبیه‌سازی نیروی عکس‌العمل زمین وارده به پای ربات در حین راه رفتن نیاز به پارمترهای بهینه‌ی سفتی در حین راه رفتن است، بدین منظور با توجه به متغیر کنترلی u و تابع هدف^۱ می‌توان از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات [۲۲] برای بهینه‌سازی مسیرهای حرکت مرکز جرم و پا استفاده کرد. در مسئله بهینه‌سازی گام‌برداری دوره‌ای، حالت میانه (MS) نقش مهمی در تعیین پایداری و کارایی گام دارد. حالت میانه مورد نظر (ms_d) و حالت میانه واقعی (ms_a) در تعیین تابع تناسب هر گام تأثیرگذار هستند. مسئله‌ی بهینه‌سازی راه رفتن را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\min_{u, ms_0} \|ms_d - ms_a\| \quad (50)$$

در اینجا $\|ms_d - ms_a\|$ نشان‌دهنده‌ی یک معیار تناسب است که ممکن است شامل تفاوت‌های موقعیتی و سرعتی بین حالت میانه مورد نظر و حالت میانه واقعی باشد. در اینجا، ms_d و ms_a به ترتیب نمایانگر حالت میانه مطلوب (حالت نهایی) و حالت میانه واقعی هستند.

برای مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود بر روی سطوح مسطح و شیب‌دار، ۶ متغیر ورودی در نظر گرفته شده است. برای مسأله‌ی بهینه‌سازی مورد نظر، تابع هدف به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$fit = f_1 \|x_d - x_{TD}\| + f_2 \|\dot{x}_d - \dot{x}_a\| + f_3 \|z_d - z_a\| + f_4 \|\dot{z}_d - \dot{z}_a\| + f_5 \|l_d - l_a\| \quad (51)$$

جایی که $f = [f_1, f_2, f_3, f_4, f_5]$ ، ماتریس ضرایب وزنی است. $x_d, \dot{x}_d, z_d, \dot{z}_d, l_d$ به ترتیب نمایانگر موقعیت و سرعت مرکز جرم در محور z ، موقعیت و سرعت مرکز جرم در محور x و طول گام مطلوب در طول حالت میانه ایستایی (MS) هستند. همچنین $x_{TD}, \dot{x}_a, z_a, \dot{z}_a, l_a$ پارامترهای حالت واقعی هستند که به صورت مشابه تعریف می‌شوند. با توجه به اهمیت زیاد موقعیت‌های CoM در طول راه رفتن، $f = [8, 1, 8, 1, 2]$ تنظیم شده است. در این پژوهش، ماتریس ضرایب وزنی برای تعیین اهمیت نسبی پارامترهای مختلف در فرایند بهینه‌سازی استفاده می‌شود. مقادیر این ضرایب بر اساس اهمیت نسبی هر پارامتر تنظیم می‌شوند تا الگوریتم بهینه‌سازی بتواند به بهترین شکل ممکن اهداف مورد نظر را تحقق بخشد.

با توجه به اینکه در حل این مسأله‌ی بهینه‌سازی نیاز به حل معادلات دینامیکی $m\ddot{p}$ تعریف شده در هر کدام از مراحل پیاده روی که در بخش قبل به صورت کامل برای راه رفتن ربات با مدل فنر با سختی متغیر شرح داده شده است، می‌باشد بنابراین باید برای ورودی های مسأله‌ی مورد نظر نیز قیودی در نظر گرفته شود. از آنجایی که برای این مسأله‌ی بهینه‌سازی، هدف این است که مسأله با سختی متغیر بدون اصطکاک در حالت سطح بدون شیب و شیب‌دار بهینه‌سازی شود و در مرحله‌ی بعد برای همین مسأله سختی و میرایی

¹ Fitness function

متغیر با اصطکاک در حالت سطح بدون شیب و شیبدار در نظر گرفته می‌شود بنابراین باید ورودی‌ها برای دو حالت جداگانه در نظر گرفته شود. برای حالت سختی و میرایی متغیر، این مسأله‌ی بهینه‌سازی دارای ۶ متغیر بهینه‌سازی است که شامل موقعیت اولیه و سرعت اولیه جرم متمرکز مدل در راستای محور افقی و محور قائم و همچنین متغیرهای بهینه‌سازی میرایی و سختی مدل است. قیودی که باید برای این متغیرهای بهینه‌سازی برای مسأله سختی و میرایی متغیر همراه با اصطکاک و بدون اصطکاک در حالت سطح بدون شیب، رعایت شود به ترتیب در روابط (۵۲) تا (۵۷) آورده شده است:

$$\|l_i\| \leq l_0, 0 \leq l_d \leq l_0 \quad (52)$$

$$0 \leq \dot{x}_c, 0 \leq z_c \leq 1 \quad (53)$$

$$0 \leq k_i \text{ (kN} \cdot \text{m}^{-1}) \leq 50 \quad (54)$$

$$0 \leq k_{p1} \leq 1000, \quad 0 \leq k_{d1} \leq 100 \quad (55)$$

$$0 \leq k_{p3} \leq 1000, \quad 0 \leq k_{d3} \leq 100 \quad (56)$$

قیود

ی که باید برای این متغیرهای بهینه‌سازی برای مسأله سختی و میرایی متغیر همراه با اصطکاک و بدون اصطکاک در حالت سطح شیبدار، رعایت شود به ترتیب در روابط (۵۷) تا (۶۱) آورده شده است:

$$\|l_i\| \leq l_0, \quad 0 \leq l_d \leq l_0 \quad (57)$$

$$0 \leq \dot{x}_c, \quad 0 \leq z_c \leq 1 \quad (58)$$

$$0 \leq k_i \text{ (kN} \cdot \text{m}^{-1}) \leq 50 \quad (59)$$

$$0 \leq k_{p1} \leq 1000, \quad 0 \leq k_{d1} \leq 100 \quad (60)$$

$$0 \leq k_{p3} \leq 1000, \quad 0 \leq k_{d3} \leq 100 \quad (61)$$

بر اساس متغیر کنترلی u و تابع هدف، برای حل این مسأله‌ی بهینه‌سازی از الگوریتم اجتماع ذرات استفاده شده است که مراحل این الگوریتم در زیر آمده است:

گام اول: برای حالتی از مسأله که ۶ ورودی دارد، در ابتدا به انتخاب وضعیت اولیه ms_0 و وضعیت نهایی مطلوب ms_d ، تعیین اندازه جمعیت اولیه به صورت $(N = 500)$ ذره تصادفی که هر ذره به صورت ۶ عدد تصادفی در محدوده قیود رابطه‌های بالا برای هر کدام از حالت‌های گفته شده، و حداکثر تعداد تکرار $(Maxgen = 2000)$ پرداخته خواهد شد.

گام دوم: بردار جمعیت را به صورت تصادفی با مقادیری در بازه ۰ تا ۱، اولیه‌سازی و سپس مقدار تابع هدف برای هر ذره، محاسبه می‌شود.

گام سوم: در هر تکرار، مقدار فعلی تابع هدف هر ذره با بهترین مقدار بدست آمده از آن ذره، به وسیله رابطه (۶۲) مقایسه می‌شود:

$$P_{best} = \begin{cases} P_{best}, & f(x_i) \geq f(P_{best}) \\ x_i, & f(x_i) < f(P_{best}) \end{cases} \quad (62)$$

گام

چهارم: بهترین مقداری که در کل اجتماع به دست آمده است با رابطه مقایسه‌ای (۶۳)، مقایسه می‌شود:

$$G_{\text{best}} = \{x_1, x_2, \dots, x_N \mid f(G_{\text{best}}) = \min(f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_N))\} \quad (63)$$

گام پنجم: سرعت هر ذره برای تکرار بعدی از رابطه (۵۸) محاسبه می‌شود که در آن W یک ضریب وزنی می‌باشد که به صورت تجربی محاسبه می‌گردد.

$$v_i^j = w \cdot v_i^j + c_p \cdot \text{rand}_1 \cdot (P_{\text{best}}(i) - x_i) + c_g \cdot \text{rand}_2 \cdot (G_{\text{best}} - x_i) \quad (64)$$

گام

ششم: مکان جدید ذره در تکرار بعدی، از رابطه (۶۵) بدست می‌آید.

$$x_i^{j+1} = x_i^j + v_i^j \quad (65)$$

گام هفتم: شرط توقف، به صورت عدم پیشرفت قابل ملاحظه در مقدار مینیمم تابع هدف برای چند تکرار متوالی تعریف می‌شود. گام هشتم: شماره تکرار را یک واحد اضافه کرده و تمام مراحل دوباره از اول تکرار می‌شود.

شبیه‌سازی و مسأله‌ی بهینه‌سازی در محیط پایتون، برنامه‌نویسی شده است. برای بهینه‌سازی این مسأله از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات^۱ استفاده شده است. نکته‌ی مهمی که در الگوریتم بهینه‌سازی وجود دارد، شرط همگرایی و جلوگیری از جواب‌های بهینه محلی است که برای این موضوع، شرط همگرایی را عدم تغییر قابل ملاحظه در مقدار تابع هدف قرار داده شد. یعنی الگوریتم بعد از تکرارهای پی در پی، زمانی که مقدار تابع هدف نسبت به تکرار قبلی تغییر قابل ملاحظه‌ای نداشته باشد مقادیر موجود را به عنوان مقادیر بهینه‌ی متغیرهای بهینه‌سازی خواهید توانست در نظر گرفت.

۴- یافته‌های تحقیق

در مطالعه مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، نتایج کلیدی در مورد موقعیت، سرعت و مسیر مرکز جرم و همچنین نیروهای منتقل شده از پاها به مرکز جرم در طول یک چرخه کامل راه رفتن در حالت بدون شیب و شیب‌دار به دست آمد. این نتایج بینش‌های مهمی در مورد دینامیک و پایداری ربات دوپا در طول فازهای تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی فراهم می‌کند.

۴-۱- مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت سطوح مسطح بدون لغزش

در ابتدا به بررسی نتایج برای مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت سطوح مسطح بدون لغزش پرداخته خواهد شد. پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی مسیر راه رفتن ربات بر اساس مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، به صورت محدودهای در جدول ۳ تعریف شده است. جایی که مقادیر سفتی پا با توجه به داده‌های راه رفتن انسان تنظیم شده است [۱۸].

جدول ۳: پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی مسیر راه رفتن

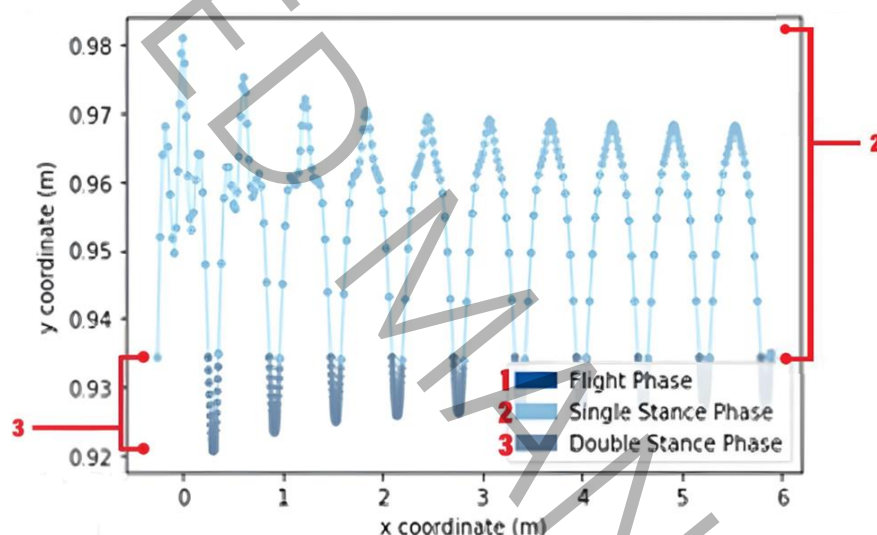
Table 3: Required Parameters for Gait Trajectory Simulation

مقدار/مقدار	مولفه	مقدار/مقدار	مولفه
[۰.۱۰۰۰]	k_{p1}	۹/۸۱	$g/(m \cdot s^{-2})$
[۰.۱۰۰]	k_{d1}	۱۱۵	$l_{f1}/(m)$
[۰.۱۰۰۰]	k_{p2}	۰/۰۵	$l_{f2}/(m)$
[۰.۱۰۰]	k_{d2}	۰/۲۵	$h_f/(m)$
[۰.۱۰۰۰]	k_{p3}	۱	$l_0/(m)$
[۰.۱۰۰]	k_{d3}	[۰.۱]	$l_a/(m)$
۱	$\dot{x}_{c0}/(m \cdot s^{-1})$	[۰.۲]	$\theta/(rad)$

۰/۹۷	$z_{c0}/(m)$	$[۰ \text{ و } ۵۰]$	$k_A/(kN.m^{-1})$
.	$\dot{z}_{c0}/(m.s^{-1})$	$[۰ \text{ و } ۵۰]$	$k_B/(kN.m^{-1})$

نمودار ارائه شده در شکل (۹)، موقعیت افقی (x) و عمودی (y) مرکز جرم ربات را در طی یک شبیه‌سازی راهرفتن از حالت شروع به گام‌برداری را با استفاده از مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود برای سطوح مسطح نشان می‌دهد. این شبیه‌سازی به سه فاز تقسیم می‌شود: فاز پرواز، فاز تک تکیه‌گاهی و فاز دو تکیه‌گاهی. هر فاز با سایه‌های مختلفی از رنگ آبی در نمودار نشان داده شده است. اما برای حالت راهرفتن پایدار همانند شکل (۹)، ربات وارد فاز پرواز نشده است و ثبات راهرفتن خود را با انتقال حرکت بین دو فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی حفظ می‌کند که ایده‌آل‌ترین نوع حرکت است.

در این نمودار به بررسی نحوه حرکت مرکز جرم ربات بر اساس مدل VSLIP-FF، از زمان شروع راهرفتن در دو راستای افقی و عمودی پراخته شده است که در ابتدای راهرفتن مشاهده می‌شود که ربات، مدل را درک کرده و گام‌برداری خود را براساس مدل VSLIP-FF تنظیم می‌کند و پس از ۳ مرحله گام‌برداری به حالت ثابت و پایداری دست می‌یابد. این نمودار به طور مؤثری ماهیت پویای مدل VSLIP-FF را در شبیه‌سازی راهرفتن دوبا نشان می‌دهد. موقعیت‌های افقی و عمودی مرکز جرم با تفاوت‌های واضح بین دو فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی راهرفتن، رفتار تناوبی را نشان می‌دهند.



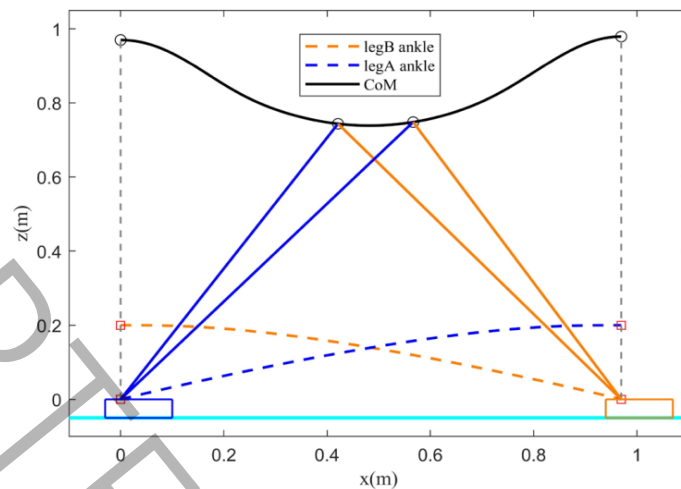
شکل ۹: موقعیت افقی (x) و عمودی (y) مرکز جرم (CoM) از حالت شروع راهرفتن

Fig. 9. Horizontal (x) and Vertical (y) Position of the Center of Mass (CoM) from Gait Initiation

در فاز تک تکیه‌گاهی، مرکز جرم یک مسیر خاصی را دنبال می‌کند که تحت تأثیر انعطاف‌پذیری و سفتی پای پشتیبانی‌کننده است. این مسیر معمولاً به صورت یک قوس است که نشان‌دهنده حرکت پاندول مانند مدل VSLIP-FF است. در این فاز، مرکز جرم عمدتاً توسط یک پا حمایت می‌شود و منجر به تغییر دینامیک موقعیت آن به جلو می‌شود.

در فاز دو تکیه‌گاهی، مرکز جرم به طور روان از یک پای پشتیبانی‌کننده به پای دیگر منتقل می‌شود. این فاز برای پایداری حیاتی است زیرا شامل توزیع مجدد وزن ربات و هماهنگی بین هر دو پا است. مسیر مرکز جرم در این فاز پیچیده‌تر است و شامل ترکیبی از حرکات عمودی و افقی برای اطمینان از یک انتقال پایدار است. این تغییرات، توانایی ربات را در تطبیق گام‌های خود به طور دینامیکی برای حفظ ثبات و پیشرفت رو به جلو برجسته می‌کند. طبیعت تناوبی هر دو موقعیت (x, y) استراتژی کنترل هماهنگ را که در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود ذاتی است، نشان می‌دهد، که برای راهرفتن دوبا، مؤثر و پایدار حیاتی است. در فاز دو تکیه‌گاهی موقعیت (x, y) کمترین نرخ افزایش را نسبت به فاز تک تکیه‌گاهی نشان می‌دهد.

در شکل (۱۰) می‌توان یک چرخه گام‌برداری از راه‌رفتن پایدار ربات، مسیر مرکز جرم بهینه شده و همچنین مسیر حرکت مچ پا مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود را مشاهده کرد.

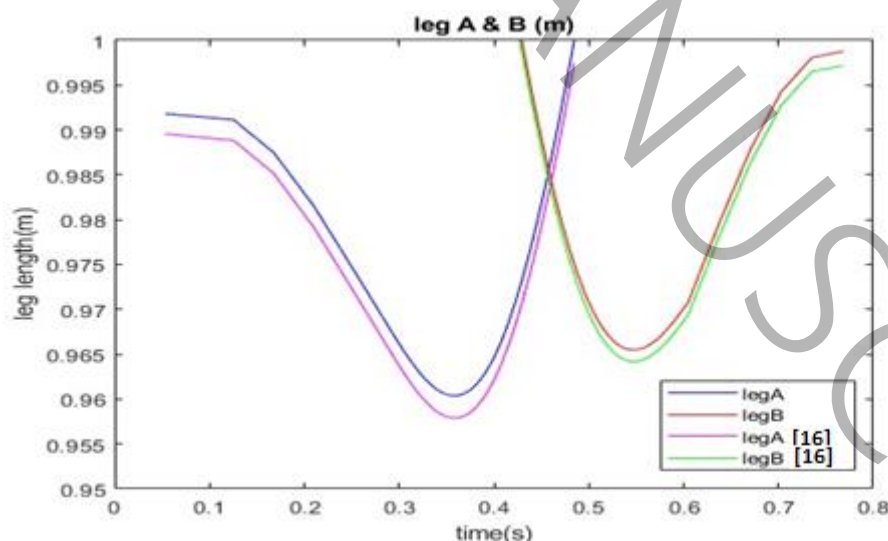


شکل ۱۰: مسیر CoM و مچ پا مدل VSLIP برای یک گام‌برداری پایدار
Fig. 10. CoM and Ankle Trajectory of the VSLIP Model for Stable Stepping

مقادیر بهینه شده، برای شبیه‌سازی مسیر بهینه شده مرکز جرم راه‌رفتن ربات، که در شکل (۱۰) ترسیم شده است، عبارت‌اند از:

$$k_i = 28221.7946, k_{p1} = 907.9205, k_{d1} = 100, k_{p3} = 132.028, k_{d3} = 18.405, l_d = 0.798619$$

اکنون با استفاده از رابطه (۹) می‌توان مطابق شکل (۱۱) طول هر کدام از پاهای ربات را در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود برای یک چرخه گام‌برداری کامل محاسبه کرد. در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، پاها به عنوان فنرهایی با سفتی متغیر عمل می‌کنند. طول پاها به طور متناوب کاهش و افزایش می‌یابد تا انرژی مورد نیاز برای حرکت ربات فراهم شود و شوک‌های ناشی از تماس با زمین جذب شود.



شکل ۱۱: طول پاهای A و B برای یک گام‌برداری پایدار
Fig. 11. Leg Lengths A and B for Stable Stepping

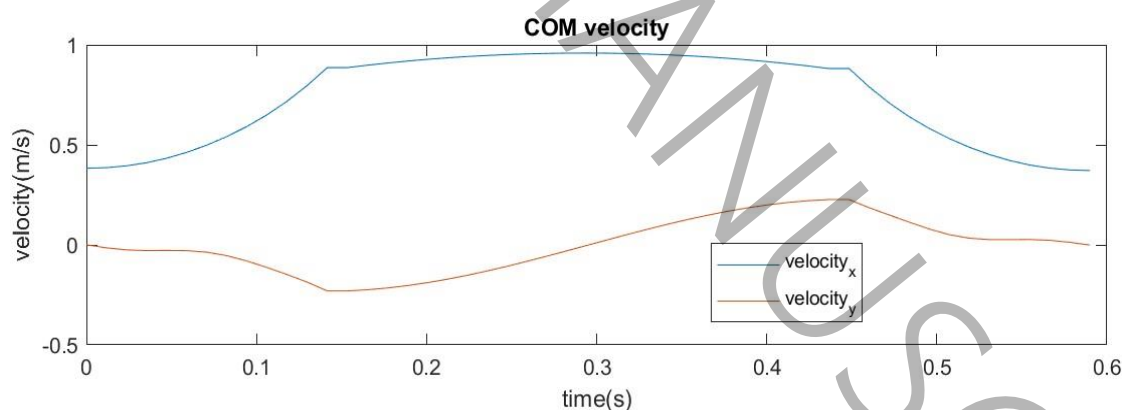
در خصوص بحث صحت‌سنجی، در شکل (۱۱) علاوه بر نمودار (leg A) و (leg B) که حاصل شبیه‌سازی نتایج روابط طول پا می‌باشند دو نمودار دیگر نیز مشاهده می‌شود که نشان دهنده نمودارهای طول پای مدل VSLIP-FF در مقاله مرجع [۲] در حالت راه‌رفتن بر روی سطوح مسطح می‌باشند. مطابق تصویر، نتایج حاصل از شبیه‌سازی پژوهش انجام شده، منطبق بر نتایج حاصل از

نمودار طول پای ربات مدل VSLIP-FF می‌باشد، سپس مدل شبیه‌سازی شده را در محیط‌های مختلف ذکر شده دیگر نیز بررسی خواهیم کرد. طول هر دو پا A و B در میانه‌ی بازه زمانی کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد. این دقیقاً نشان‌دهنده‌ی فاز فشرده شدن^۱ و سپس کشش^۲ فنر پا در فاز تماس با زمین است. این رفتار نشان‌دهنده عملکرد فنری مدل است که مشابه پای بیولوژیکی عمل می‌کند.

در زمان حدود ۰,۴۷ ثانیه، خطوط پای A و پای B همدیگر را قطع می‌کنند. این نشان‌دهنده تعویض نقش پاها است که پای A از فاز ایستاده به نوسانی می‌رود و پای B وارد فاز ایستاده می‌شود. این تعویض دقیقاً همان لحظه انتقال بار از یک پا به پای دیگر است که در راه‌رفتن دیده می‌شود. منحنی‌های صورتی و سبز (مقاله مرجع) بسیار نزدیک به منحنی‌های آبی و قرمز هستند. این تطابق خوب نشان می‌دهد که مدل جدید با سفتی متغیر توانسته رفتار دینامیکی مشابهی تولید کند و اعتبار مدل تأیید می‌شود. طول پای متغیر در طول زمان نشان‌دهنده جذب انرژی و بازگشت آن (شبیه عملکرد عضله و تاندون در انسان) است. همپوشانی منحنی‌ها با مدل مرجع نشان می‌دهد که مدل ارائه‌شده در مقاله شما، علی‌رغم پیچیدگی‌های فنر با سفتی متغیر، عملکرد بسیار نزدیکی به مدل اثبات‌شده قبلی دارد. تعویض منظم بین پاها هم پایداری گام‌ها و هماهنگی سیستم را نشان می‌دهد.

سرعت مرکز جرم به طور قابل توجهی بین فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی متفاوت است که در شکل (۱۲) نمایش داده شده است. در فاز تک تکیه‌گاهی، سرعت کمی بالاتر است زیرا ربات به جلو حرکت می‌کند. انعطاف‌پذیری پا و گشتاور در مفصل مچ پا نقش‌های اساسی در تنظیم این سرعت برای حفظ تعادل و حرکت به جلو دارند.

در فاز دو تکیه‌گاهی، سرعت افقی مرکز جرم ثابت باقی می‌ماند و سرعت عمودی مرکز جرم افزایش می‌یابد زیرا ربات آماده می‌شود تا وزن خود را تغییر دهد و از قرارگیری پایدار با اطمینان حاصل کند. این فاز نیاز به کنترل دقیق دارد تا از کاهش ناگهانی سرعت که می‌تواند ربات را ناپایدار کند، جلوگیری شود. تنظیم سفتی پا و گشتاور مچ پا برای دستیابی به یک انتقال نرم و کنترل‌شده ضروری است.

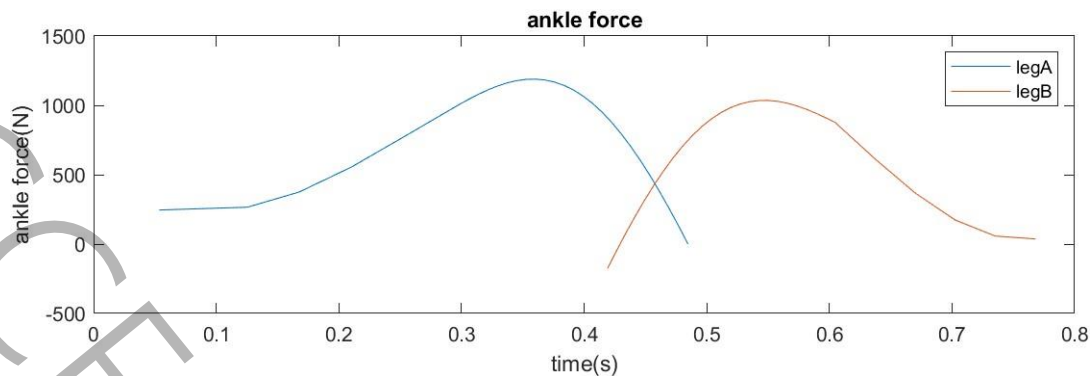


شکل ۱۲: سرعت راه‌رفتن مرکز جرم در راستای افقی و عمودی
Fig. 12. Horizontal and Vertical Gait Velocity of the Center of Mass

نیروهای منتقل شده از پاها به مچ پا نیز وابسته به فاز گام‌برداری هستند که در شکل (۱۳) نمایش داده شده‌اند. در فاز تک تکیه‌گاهی، پای پشتیبانی‌کننده، نیروهای واکنش زمین قابل توجهی را برای مقابله با جاذبه و حمایت از وزن ربات تولید می‌کند. بردار نیرو عمده‌تاً عمودی است اما شامل یک جزء افقی نیز می‌شود که ربات را به جلو می‌راند.

¹ compression

² extension

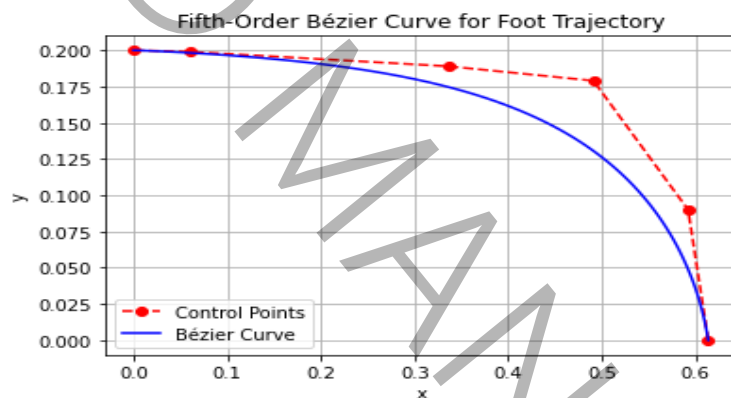


شکل ۱۳: نیروهای منتقل شده از پاها به مچ پا

Fig. 13. Forces Transmitted from the Legs to the Ankle

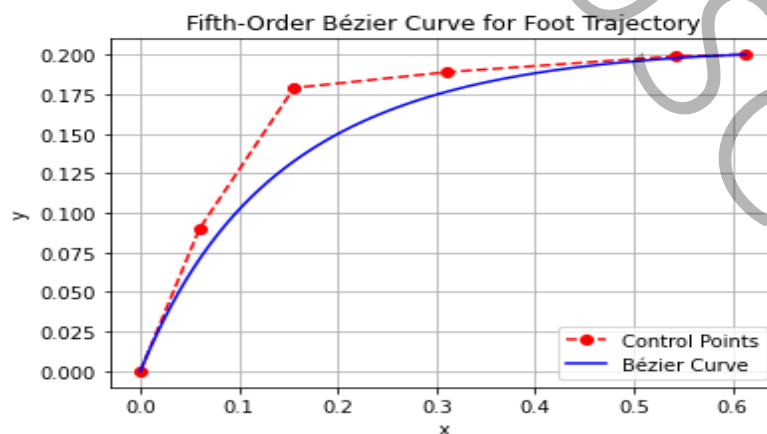
در فاز دو تکیه‌گاهی، نیروها به طور یکنواخت‌تر بین دو پا توزیع می‌شوند. این توزیع برای پایداری حیاتی است زیرا از بارگذاری بیش از حد بر روی یک پا جلوگیری می‌کند و انتقال متعادل را تضمین می‌کند. نیروها در این فاز از طریق تنظیم دینامیکی سفتی پا و گشتاور مچ پا برای حفظ مسیر مورد نظر مرکز جرم تنظیم می‌شوند.

اکنون با استفاده از رابطه (۲۶) و جدول ۱ به بررسی مسیر حرکت پای نوسانی (تکان خورنده) در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه، فاز تک تکیه‌گاهی ثانویه و فاز دو تکیه‌گاهی که به ترتیب در شکل‌های (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) نمایش داده شده‌اند، می‌پردازیم.



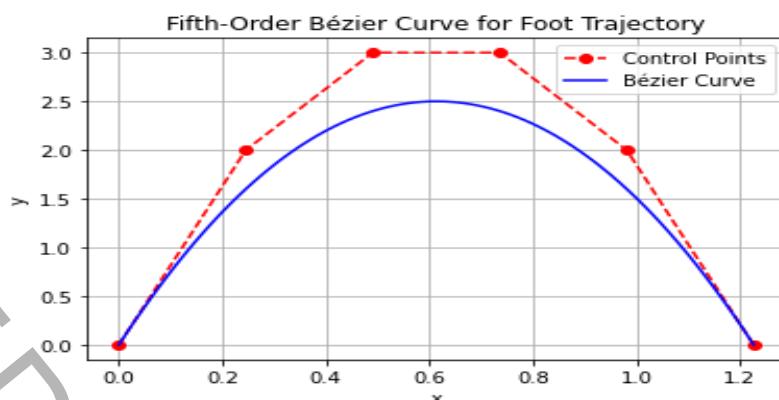
شکل ۱۴: مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز تک تکیه‌گاهی اولیه (SS1)

Fig. 14. Swing Foot Trajectory During the Initial Single-Support Phase



شکل ۱۵: مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز تک تکیه‌گاهی ثانویه

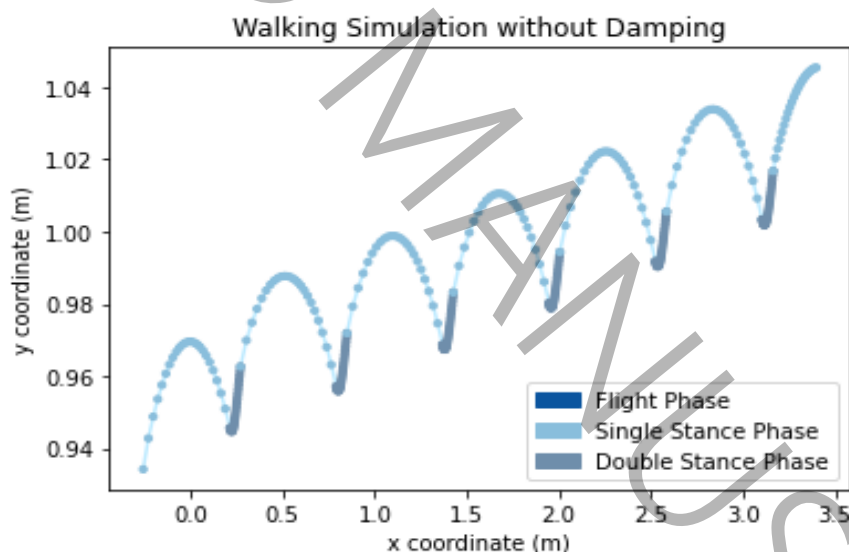
Fig. 15. Swing Foot Trajectory During the Secondary Single-Support Phase



شکل ۱۶: مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز دو تکیه‌گاهی

Fig. 16. Swing Foot Trajectory During the Double-Support Phase

۲-۴- مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت سطوح شیب‌دار بدون لغزش در ابتدا به بررسی نتایج برای مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت سطوح شیب‌دار بدون لغزش (دارای ارتفاع) با شیب ۰/۰۸ پرداخته خواهد شد. نمودار ارائه شده در شکل (۱۷)، موقعیت افقی (x) و عمودی (y) مرکز جرم^۱ ربات را در طی یک شبیه‌سازی راه‌رفتن در حالت گام‌برداری می‌باشد را با استفاده از مدل VSLIP-FF برای سطوح شیب‌دار نشان می‌دهد.



شکل ۱۷: موقعیت افقی (x) و عمودی (y) مرکز جرم (CoM) از حالت شروع راه‌رفتن روی سطوح شیب‌دار

Fig. 17. Horizontal (x) and Vertical (y) Position of the Center of Mass (CoM) from Gait Initiation on Inclined Surfaces

در این نمودار هم‌چنین مشاهده می‌شود که ربات در هنگام شروع راه‌رفتن، بیشترین ارتفاعی که مرکز جرم در گام‌برداری اول به آن دست یافته است نسبت به دیگر گام‌برداری‌ها کمی کمتر است و سپس در چرخه گام‌برداری‌های بعدی، میزان بیشترین ارتفاع مرکز جرم به صورت ثابت و یکنواختی افزایش می‌یابد. علت امر این می‌باشد که ربات در هنگام شروع گام‌برداری مدل VSLIP-FF را درک کرده و نوسانات اولیه‌ای که بر ربات وارد بوده است را از بین برده و باعث پایداری و ثبات راه‌رفتن ربات در دومین گام‌برداری به بعد می‌شود.

^۱ CoM

افزایش یکنواخت در موقعیت x نشان می‌دهد که ربات به خوبی با سطح شیب‌دار سازگار می‌شود و مسیری بدون انحرافات افقی قابل توجه را حفظ می‌کند. محور y یک الگوی نوسانی دوره‌ای را نشان می‌دهد. این نوسان نشان‌دهنده جابجایی عمودی مرکز جرم در طول راه رفتن است. جایی که مرکز جرم هنگام گذار بین فازهای تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی، بالا و پایین می‌رود. دامنه نوسانات عمودی به طور نسبی ثابت باقی می‌ماند، که نشان‌دهنده حفظ الگوی راه رفتن پایدار توسط ربات حتی روی سطح شیب‌دار است. افزایش تدریجی در میانگین محور y قابل مشاهده است، این افزایش نشان‌دهنده شیب سطح است زیرا مرکز جرم با هر قدم ارتفاع می‌گیرد. در حین گام‌برداری بر روی سطوح شیب‌دار نسبت به سطوح مسطح مشاهده می‌شود که ربات با تأخیر بیشتر وارد فاز دو تکیه‌گاهی می‌شود و از سوی دیگر فاز تک تکیه‌گاهی اولیه نیز مدت زمان بیشتر از گام‌برداری را در مقایسه با حالت قبل، به خود اختصاص داده است. که این رفتار باعث می‌شود، مرکز جرم به آرامی وزن خود را بین فازهای تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی منتقل کند تا ربات بتواند پایداری خودش را در هنگام راه رفتن بر روی سطوح شیب‌دار حفظ کند. که خود این موضوع نشان‌دهنده درک، تطبیق‌پذیری و حفظ تعادل و پایداری بالای مدل VSLIP-FF در هنگام گام‌برداری بر روی سطح دارای ارتفاع است.

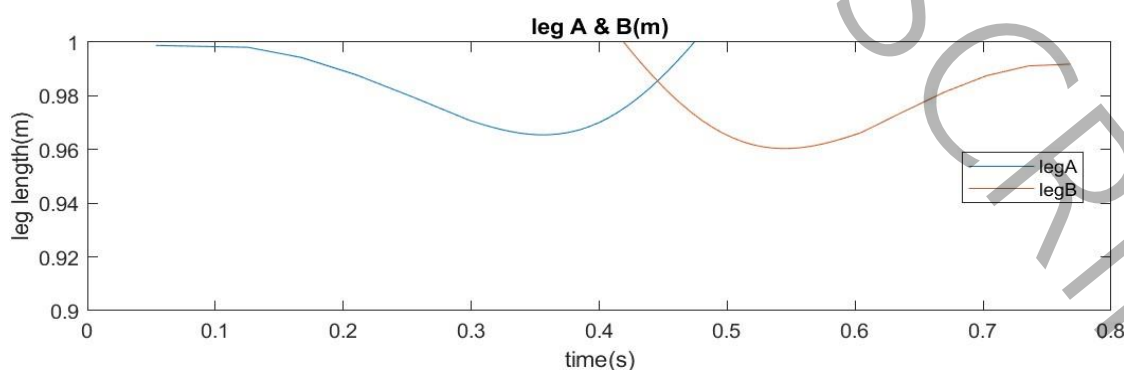
مقادیر بهینه‌شده، برای شبیه‌سازی مسیر CoM بهینه شده راه رفتن ربات، که در شکل (۱۷) ترسیم شده است، عبارت‌اند از:

جدول ۴: پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی مسیر راه رفتن روی سطوح شیب‌دار

Table 4: Required Parameters for Simulating Gait Trajectories on Inclined Surfaces

مقدار / محدود	مولفه	مقدار / محدود	مولفه
۹۹۸/۶۶۳۸	k_{p1}	۹/۸۱	$g/(m \cdot s^{-2})$
۱۰۰	k_{d1}	۱۱۵	$l_{f1}/(m)$
۹۹۸/۶۶۳۸	k_{p2}	۰/۰۵	$l_{f2}/(m)$
۱۰۰	k_{d2}	۰/۲۵	$h_f/(m)$
۲۹۷/۹۲۷	k_{p3}	۱	$l_0/(m)$
۱۰/۵۸۷	k_{d3}	۰/۷۲۵۶۱۹	$l_d/(m)$
۱	$\dot{x}_{c0}/(m \cdot s^{-1})$	$[0, \pi/2]$	$\theta/(rad)$
۰/۹۷	$z_{c0}/(m)$	۴۵۷۳۹/۲۶۳۱۵	$k_A/(kN \cdot m^{-1})$
۰	$\dot{z}_{c0}/(m \cdot s^{-1})$	$[0, 50]$	$k_B/(kN \cdot m^{-1})$

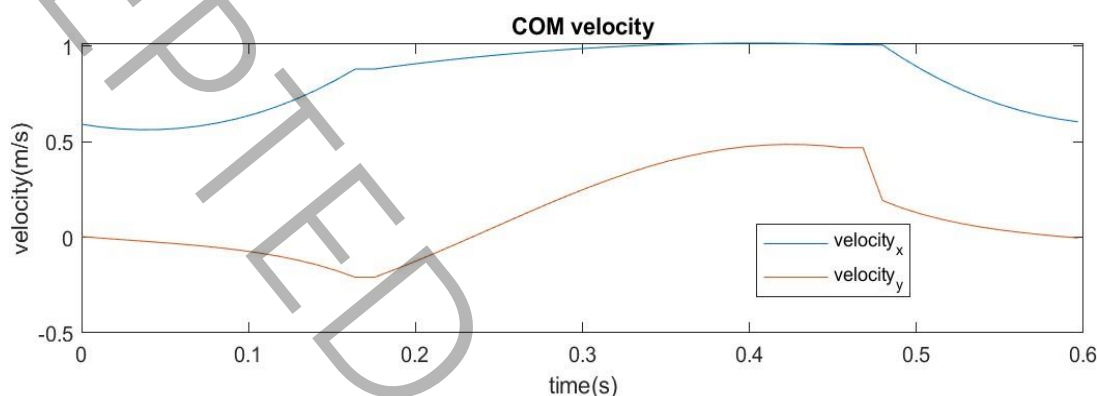
اکنون با استفاده از رابطه (۹) می‌توان مطابق شکل (۱۸) طول هرکدام از پاهای ربات را در مدل VSLIP-FF برای یک چرخه گام‌برداری کامل محاسبه کرد. در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فتر متغیر و پای با اندازه محدود، پاها به عنوان فنرهایی با سفتی متغیر عمل می‌کنند. طول پاها به طور متناوب کاهش و افزایش می‌یابد تا انرژی مورد نیاز برای حرکت ربات فراهم شود و شوک‌های ناشی از تماس با زمین جذب شود.



شکل ۱۸: طول پاهای A و B برای یک گام‌برداری پایدار روی سطوح شیب‌دار

Fig. 18. Leg Lengths A and B for Stable Stepping on Inclined Surfaces

باتوجه به شکل (۱۸)، اندازه طول پا A و B برای یک گامبرداری پایدار برای راه رفتن بر روی سطوح شیبدار نسبت به حالت قبل افزایش یافته است که به دلیل افزایش میزان سفتی فنری پاها برای این حالت است. از سمت دیگر در حالت قبلی مشاهده شد که طول پای A نسبت به پای B، کاهش یافته بود ولی در حالت راه رفتن بر روی سطوح شیبدار به علت این که ربات در مدت زمان بیشتری در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه نسبت به سایر فازها قرار می‌گیرد، طول پای A نسبت به پای B در مدت زمان بیشتری کاهش و افزایش می‌یابد و از آن جایی که پای نوسانی برای ورود ربات به حالت دو تکیه‌گاهی، به صورت سخت‌تر با زمین تماس پیدا می‌کند، منجر به فشرده‌تر شدن پای B می‌شود. این نوع عملکرد باعث نشان دادن تطبیق‌پذیری هرچه بیشتر مدل VSLIP-FF، برای سطوح مختلف به منظور حفظ بیشتر پایداری و همچنین کنترل ربات است. بر این اساس سرعت مرکز جرم به طور قابل توجهی بین فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی متفاوت است در شکل (۱۹) قابل رویت است.

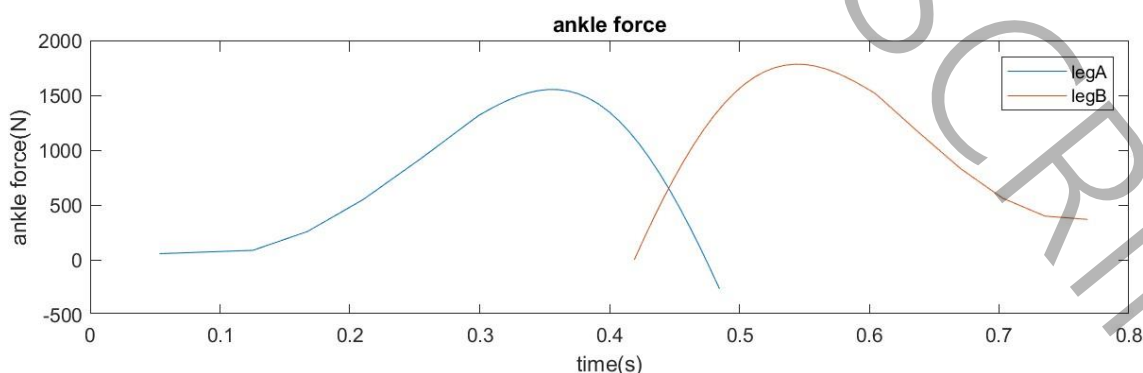


شکل ۱۹: سرعت راه رفتن مرکز جرم در راستای افقی و عمودی روی سطوح شیبدار

Fig. 19. Horizontal and Vertical Gait Velocity of the Center of Mass on Inclined Surfaces

در حالت راه رفتن ربات بر روی سطح شیبدار مطابق شکل (۱۷)، ربات مدت زمان طولانی‌تری را در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه نسبت به سایر فازهای دیگر سپری می‌کند و از آن جایی که سرعت افقی مرکز جرم ربات در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه به صورت افزایشی است، به همین علت در شکل (۱۹) مشاهده خواهد شد که افزایش سرعت افقی مرکز جرم تا مدت زمان بیشتری نسبت به حالت سرعت افقی راه رفتن بر روی سطوح مسطح، ادامه خواهد داشت. از سمت دیگر ربات با تاخیر بیشتری وارد فاز دو تکیه‌گاهی و تک تکیه‌گاهی ثانویه شده است به همین خاطر در نمودار سرعت عمودی مرکز جرم بین زمان ۰/۴ تا ۰/۵ ثانیه، کاهش ناگهانی سرعت را مشاهده خواهیم کرد که علت آن به دلیل برخورد سخت‌تر پای نوسانی ربات با زمین در هنگام ورود ربات به فاز دو تکیه‌گاهی می‌باشد که دلیل آن شیبدار بودن زمین و افزایش سفتی فنر پاها در مدل VSLIP-FF، است.

نیروهای منتقل شده از پاها به مچ پا به علت افزایش مقدار سفتی فنر در حالت راه رفتن بر روی سطوح شیبدار نیز افزایش چشمگیری داشته‌اند که در شکل (۲۰) قابل مشاهده است.

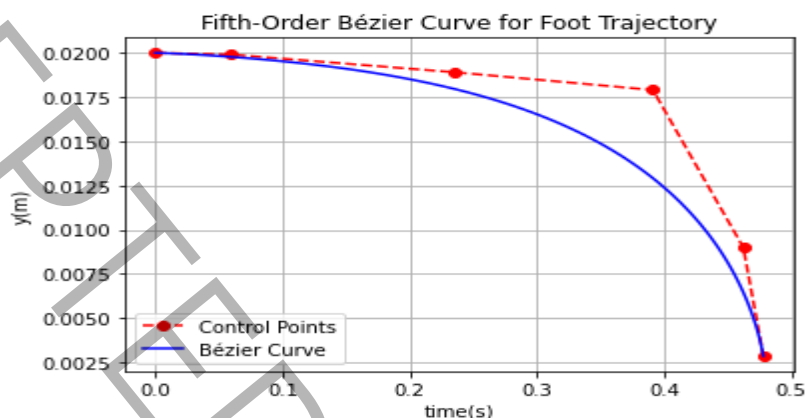


شکل ۲۰: نیروهای منتقل شده از پاها به مچ پا روی سطوح شیبدار

Fig. 20. Forces Transmitted from the Legs to the Ankle on Inclined Surfaces

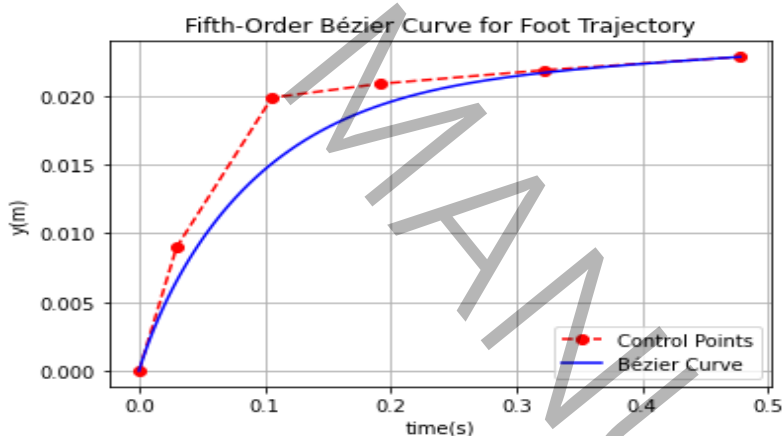
در شکل (۲۰)، با ورود ربات به فاز دو تکیه‌گاهی و تک تکیه‌گاهی ثانویه، پای نوسانی به علت افزایش ضریب سفتی فنر به صورت سخت‌تری با زمین تماس پیدا می‌کند و طول پای B به میزان بیشتری کاهش می‌یابد که همین عامل باعث منعطف شدن پای B و افزایش فشار بیشتر نیروهای وارده از مرکز جرم و پا به مچ می‌شود.

اکنون با استفاده از رابطه (۲۶) و جدول ۱ به بررسی مسیر حرکت پای نوسانی (تکان خورنده) در فاز تک تکیه‌گاهی اولیه، فاز تک تکیه‌گاهی ثانویه و فاز دو تکیه‌گاهی که به ترتیب در شکل‌های (۲۱)، (۲۲) و (۲۳) نمایش داده شده‌اند، پرداخته خواهد شد.



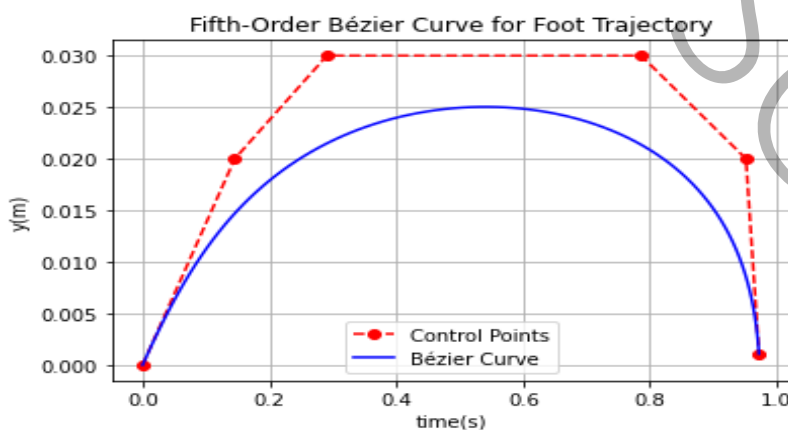
شکل ۲۱: مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز تک تکیه‌گاهی اولیه (SS1)

Fig. 21. Swing Foot Trajectory During the Initial Single-Support Phase (SS1)



شکل ۲۲: مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز تک تکیه‌گاهی ثانویه

Fig. 22. Swing Foot Trajectory During the Secondary Single-Support Phase

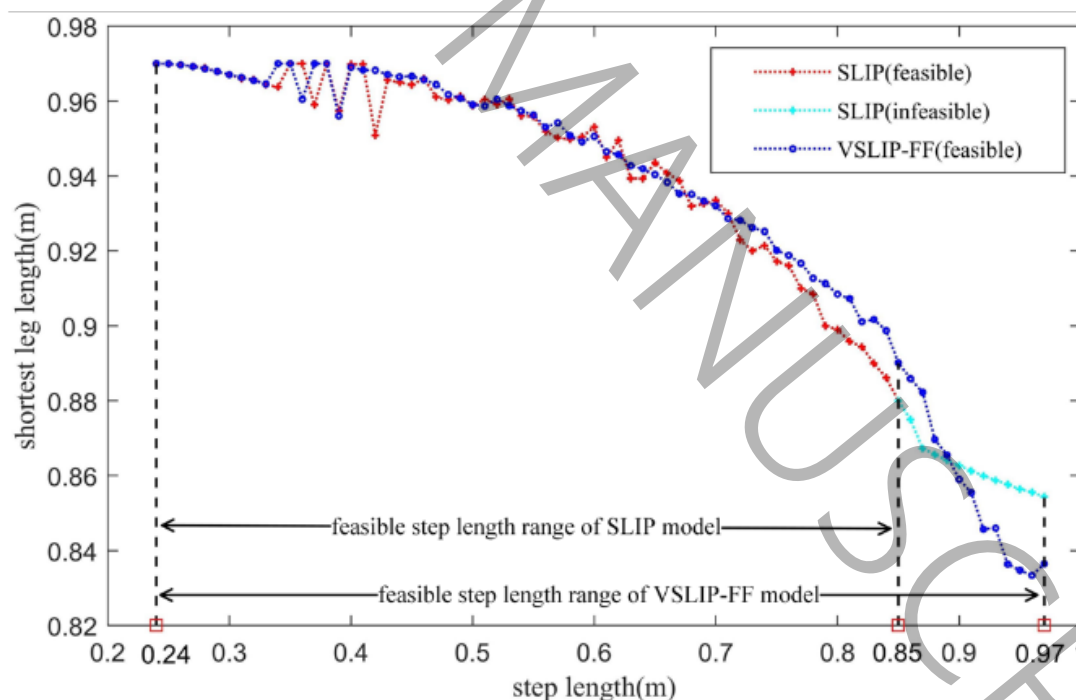


شکل ۲۳: مسیر حرکت پای نوسانی در حالت فاز دو تکیه‌گاهی

Fig. 23. Swing Foot Trajectory During the Double-Support Phase

در شکل (۲۳) مشاهده خواهد شد که ربات برای اینکه حالت پایدار و کنترل پذیری را در حالت راه رفتن با مدل بر روی سطوح دارای ارتفاع داشته باشد، نسبت به افزایش میزان ارتفاع سطوح، فاصله گام برداری خود را کاهش می دهد و پای نوسانی خود را که می خواهد بر روی سطح قرار دهد با یک زاویه بسیار نرم تری نسبت به حالت قبل اقدام به انجام این کار می کند که این رفتاری بسیار مشابه با حالت راه رفتن انسان در سطوح شیب دار (دارای ارتفاع) است. وضعیت پایدار زمانی است که نقطه FRI درون یا بر روی مرز چندضلعی حمایت (خطوط آبی) قرار دارد و نیروی F_i و گشتاور T_i که بر روی مچ پا عمل می کنند می توانند با نیروی زمین F_g تعادل برقرار کنند. این وضعیت نشان دهنده این است که نیروها و گشتاورهای وارد بر پا در تعادل هستند. شرط گام برداری پایدار که از طریق محدوده FRI (قرارگیری نقطه تعادل درون یا بر روی مرز چندضلعی حمایت) تعریف شده است، در هر دو حالت راه رفتن برقرار بوده است.

مدل SLIP یک الگوی رایج در مدلسازی گام برداری ربات های دپا است، اما فاقد مفصل مچ پا بوده و اندازه ی پا در آن بی نهایت کوچک فرض می شود. SLIP یک مدل ساده است که به طور عمده بر اساس یک پاندول معکوس فکری با یک نقطه تماس ثابت (پا) عمل می کند. در این مدل، نیروی فکری فقط در نقطه تماس اعمال می شود. بهبود یافته ی مدل SLIP با افزودن پای با اندازه واقعی^۱ مفصل مچ ۱-DoF برای کنترل چرخش پای عقب فکری با سختی قابل تغییر^۲ در ساق پا طراحی شده تا مقادیر انطباق پذیری و کارایی حرکتی بیشتر فراهم کند، این به بهبود دقت و واقع گرایی حرکت ربات کمک می کند. در مدل SLIP، سطح تماس تنها به عنوان یک نقطه در نظر گرفته می شود. این می تواند محدودیت هایی برای شبیه سازی حرکات طبیعی ربات ایجاد کند. VSLIP با افزودن اندازه ی پای بزرگ تر و اختلافات در ویژگی های فکری، تعاملات پیچیده تری با سطح را شبیه سازی می کند، اما در راستای بهبودی در عملکرد گام برداری.



شکل ۲۴: نمودار تغییرات حداقل طول پا نسبت به طول گام برای دو مدل SLIP و VSLIP در طول فاز گام برداری

Fig. 24. Graph of Minimum Leg Length Variation Versus Step Length for SLIP and VSLIP Models During the Stepping Phase

¹ finite-sized foot

² variable stiffness

محور افقی (X) نمودار بالا نشان دهنده طول گام که مقدار متغیر آن بین حدود ۰/۲۴ تا ۰/۹۷ متر و محور عمودی (Y) حداقل طول لحظه‌ای پای مدل که بازه آن از حدود ۰/۸۲ تا ۰/۹۸ متر نیز می‌باشد.

در نمودار مقایسه‌ای بالا خطوط مدل SLIP (Feasible) با خط چین قرمز نشان داده شده (حالاتی که مدل SLIP می‌تواند با موفقیت گام بردارد) و پس از آن VSLIP-FF (Feasible) با خط چین آبی (حالاتی که مدل بهبودیافته VSLIP-FF موفق به گام برداری می‌شود) و در انتها SLIP (Infeasible) با خط آبی (حالاتی که مدل SLIP ناتوان از گام برداری است). مدل VSLIP-FF نسبت به SLIP در بازه وسیع‌تری از طول گام‌ها عملکرد پایدار دارد. این بازه از حدود ۰/۲۴ متر تا حدود ۰/۹۷ متر ادامه دارد. در حالی که مدل SLIP در حدود ۰/۲۸ تا ۰/۸۷ متر پایدار عمل می‌کند. در قسمت‌هایی که SLIP ناپایدار است (خط سبز آبی)، VSLIP-FF هنوز قابلیت پایدار گام برداشتن را دارد. VSLIP-FF در شرایطی که SLIP از کنترل خارج می‌شود، همچنان قادر به مدیریت سیستم را گرفتن است.

در مدل SLIP، افت و خیزهای ناگهانی و نوسانات زیادی دیده می‌شود (در نقاط پایینی). مدل VSLIP-FF پیوسته‌تر و صاف‌تر عمل می‌کند، که نشان از کنترل بهتر و انعطاف بیشتر در سیستم فتر متغیر و پای خم‌شونده دارد. VSLIP-FF می‌تواند بدون نیاز به افزایش زیاد طول پا، گام‌های بلندتری بردارد و با پایداری بالاتر.

۳-۴- تأثیر اصطکاک بر مدل VSLIP-FF

اضافه کردن اصطکاک به مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فتر متغیر و پای با اندازه محدود تأثیرات قابل توجهی بر رفتار کلی مدل و پایداری ربات خواهد داشت. در ادامه، تأثیرات و تغییرات ناشی از در نظر گرفتن اصطکاک در این مدل بررسی می‌شود. این نیرو به ویژه در لحظه تماس پا با زمین و در طول مرحله دو تکیه‌گاهی بر دینامیک حرکت تأثیرگذار است. اصطکاک باعث کاهش سرعت نسبی بین پا و زمین می‌شود که این موضوع می‌تواند به پایداری بیشتر ربات کمک کند. اصطکاک به بهبود پایداری عرضی^۱ ربات کمک می‌کند. در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فتر متغیر و پای با اندازه محدود، اصطکاک می‌تواند از لغزش پاها جلوگیری کرده و به ربات اجازه دهد تا به طور ایمن بر روی سطح قرار گیرد. این امر به ویژه در سطوح شیب‌دار یا ناهموار مهم است. با افزایش اصطکاک، احتمال لغزش پاها کاهش می‌یابد. این موضوع به ویژه در محیط‌هایی که ممکن است سطوح لغزنده وجود داشته باشد، اهمیت دارد. اصطکاک مناسب به ربات کمک می‌کند تا تماس محکمی با زمین داشته باشد و از افتادن یا انحراف جلوگیری کند.

در حضور اصطکاک، گشتاور مچ پا ممکن است نیاز به تنظیم داشته باشد. به عنوان مثال، اگر اصطکاک زیادی وجود داشته باشد، گشتاور مچ پا باید افزایش یابد تا ربات بتواند همچنان به حرکت خود ادامه دهد. برعکس، در شرایط اصطکاک کم، ممکن است نیاز به کاهش گشتاور باشد تا از لغزش جلوگیری شود. از طرف دیگر، اضافه کردن اصطکاک به مدل، شبیه‌سازی حرکات در محیط‌های واقعی را بهبود می‌بخشد. در دنیای واقعی، پاها ربات همیشه با اصطکاک مواجه هستند، و در نظر گرفتن این نیرو در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فتر متغیر و پای با اندازه محدود به ایجاد حرکاتی مشابه‌تر با رفتارهای واقعی کمک می‌کند.

۱-۳-۴- راه‌رفتن مدل VSLIP-FF بر روی سطوح کم اصطکاک

اصطکاک می‌تواند الگوی گام ربات را تغییر دهد. بر روی سطوح با اصطکاک کم، ربات بیشتر در معرض لغزش قرار دارد که می‌تواند باعث ناپایداری شود. کاهش کشش بین پاها و زمین، حفظ تعادل را دشوار می‌کند و ممکن است منجر به افتادن یا حرکات غیرقابل کنترل شود. با کاهش اصطکاک، ربات ممکن است نیاز داشته باشد، گام‌های کوتاه‌تر و محکم‌تری بردارد تا تعادل خود را حفظ کند. این موضوع می‌تواند به کاهش طبیعی بودن حرکت منجر شود. ربات نیاز دارد که بر روی سطوح با اصطکاک کم تعادل خود را بیشتر تنظیم کند. این ممکن است شامل انجام حرکات کوچک‌تر و محتاطانه‌تر یا استفاده از حسگرها و الگوریتم‌های کنترلی پیشرفته برای تشخیص و اصلاح سریع عدم تعادل باشد. برای جلوگیری از لغزش و حفظ پایداری، ربات ممکن است نیاز داشته باشد که سرعت

^۱ Lateral stability

حرکت خود را بر روی سطوح با اصطکاک کم کاهش دهد. حرکت سریع تر خطر از دست دادن کشش را افزایش می دهد، بنابراین ربات معمولاً به آرامی حرکت می کند تا هر گام مطمئن و پایدار باشد.

ربات ممکن است الگوی گام برداری محتاطانه تری اتخاذ کند، با گام های کوتاه تر و انتقال های کند تر بین گام ها. این کار به جلوگیری از لغزش کمک می کند، اما باعث کاهش سرعت کلی و کارایی حرکت می شود. برای کاهش احتمال لغزش، ربات ممکن است گام های کوچک تری بردارد. این کار باعث کاهش نیروی وارد شده در هر گام می شود و خطر از دست دادن کشش را کاهش می دهد، اما همچنین حرکت رو به جلو و سرعت نهایی ربات را کاهش می دهد. ربات ممکن است نیاز داشته باشد که پاهای خود را برای مدت زمان طولانی تری در هر گام با زمین در تماس نگه دارد. این کار به تثبیت حرکت کمک می کند اما می تواند سرعت کلی راه رفتن را کاهش دهد. ربات ممکن است از تکنیک هایی مانند تنظیم مرکز جرم یا جابجایی دینامیکی وزن خود برای حفظ تعادل استفاده کند. این تعادل که به صورت یک رفتار پیشگیرانه از سقوط است، برای راه رفتن بر روی سطوح لغزنده حیاتی است اما ممکن است کارایی و سرعت حرکت را کاهش دهد.

۲-۳-۴- راه رفتن مدل VSLIP-FF بر روی سطوح با اصطکاک بالا

وقتی یک ربات بر روی سطوح با اصطکاک بالا حرکت می کند، شرایط معمولاً بهبود کنترل، پایداری و امکان افزایش سرعت حرکت را نسبت به سطوح با اصطکاک کم فراهم می کند. و این شرایط نیز می تواند شرایطی را فراهم کند که کنترل حرکت بهتر انجام شود و ربات پایداری بیشتری داشته باشد که در نهایت می تواند به بهبود کارایی حرکت کمک کند.

سطوح با اصطکاک بالا چسبندگی بهتری بین پاهای ربات و زمین فراهم می کنند. این چسبندگی بهتر خطر لغزش را کاهش می دهد و به ربات اجازه می دهد که با هر گام، فشار مؤثرتری اعمال کند، که می تواند به افزایش سرعت راه رفتن منجر شود. با چسبندگی قابل اطمینان تر، ربات می تواند حتی در سرعت های بالاتر هم پایداری خود را حفظ کند. اصطکاک بالا به ربات اجازه می دهد تا گام های طولانی تر بردارد و سریع تر بین گام ها حرکت کند. کاهش خطر لغزش به ربات امکان می دهد که با اطمینان بیشتری شتاب بگیرد و سرعت های بالاتری را حفظ کند بدون اینکه پایداری به خطر بیفتد. در سطوحی با اصطکاک بالا، احتمال لغزش پاهای ربات به شدت کاهش می یابد. در شرایط اصطکاک بالا، نیاز به تنظیم دقیق تر الگوریتم های کنترلی وجود دارد. این تنظیمات می تواند شامل تنظیمات گشتاور مچ پا و نیروی محرکه باشد تا بهینه سازی سرعت و پایداری انجام شود.

با افزایش اصطکاک، ربات می تواند با اطمینان بیشتری تعادل خود را حفظ کند، به ویژه در شرایطی که نیروهای جانبی یا ناگهانی بر ربات وارد می شوند. این پایداری بهتر می تواند به حرکت مطمئن تر و بدون تزلزل منجر شود. سطوح با اصطکاک بالا اجازه می دهند که ربات انرژی خود را به طور کارآمدتری از موتورهای به حرکت رو به جلو منتقل کند، به جای اینکه انرژی برای جلوگیری از لغزش هدر برود. این کارایی می تواند به حفظ سرعت های بالاتر کمک کند.

بر روی سطوح با اصطکاک بالا، حرکات ربات بیشتر به حالات حرکتی انسان نزدیک تر هستند. ربات می تواند سریع تر بچرخد، به سرعت متوقف و شروع به حرکت کند و الگوی گام های خود را به صورت پویا تنظیم کند که همه این ها به حرکت سریع تر و چابک تر کمک می کند. ربات می تواند از الگوهای گام برداری دینامیک تری استفاده کند که برای سرعت بهینه شده اند، مانند افزایش طول گام یا فرکانس گام ها. اصطکاک بالا این اجازه را می دهد که بدون خطر از دست دادن کشش، این تنظیمات گام برداری را انجام دهد. با توجه به موارد ذکر شده، اکنون به بررسی تاثیرات اصطکاک بر روی مسیر راه رفتن مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود خواهیم پرداخت.

در مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود، دانستن مرز بین ناحیه اصطکاک ایستایی و ناحیه اصطکاک لغزشی اهمیت زیادی دارد، زیرا این اطلاعات تأثیر مستقیم بر پایداری و کنترل ربات دارد. ابتدا مرز بین این دو اصطکاک ایستایی و لغزشی در راه رفتن مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود را با استفاده از مولفه ضریب اصطکاک و به کارگیری رابطه (۳۵) تا (۴۰)، مشخص خواهیم کرد. اگر مولفه ضریب اصطکاک به صورت زیر باشد:

$$0.047 \leq \mu$$

(۶۶)

سپس:

$$f_t \leq \mu f_z$$

(۶۷)

در نتیجه لغزش اتفاق نخواهد افتاد و تنها اصطکاک ایستایی در محل تماس کف پا با زمین وجود خواهد داشت. حال اگر مولفه ضریب اصطکاک به صورت زیر باشد:

$$0.047 > \mu$$

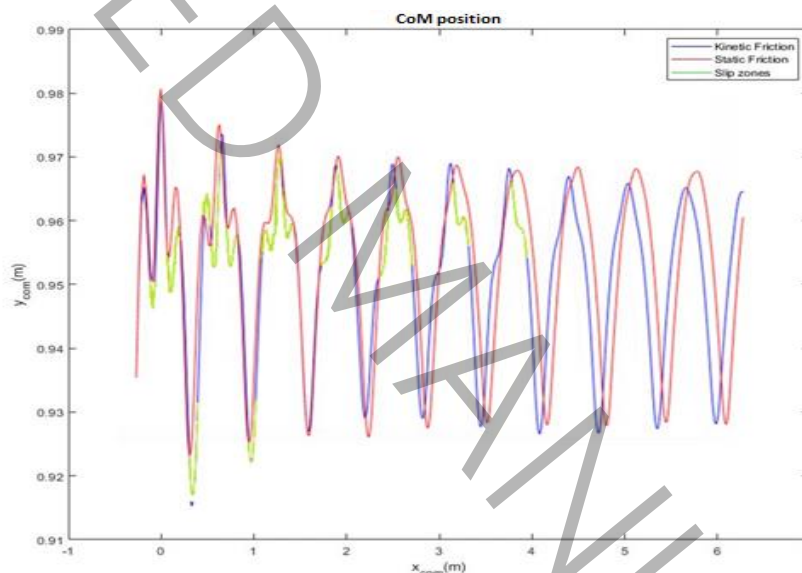
(۶۸)

خواهیم داشت:

$$f_t > \mu f_z$$

(۶۹)

در نتیجه لغزش اتفاق خواهد افتاد و تنها اصطکاک لغزشی در محل تماس کف پا با زمین وجود خواهد داشت. مقایسه تاثیرات حاصل از اصطکاک ایستایی و لغزشی در راه رفتن مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در شکل (۲۵) برای تعداد ۱۰ گام برداری از زمان آغاز به حرکت نمایش داده شده است. که در حالت اصطکاک ایستایی، μ را برابر مقدار ۰/۹ و در حالت اصطکاک لغزشی μ را برابر با مقدار ۰/۴۷ مشخص شده است.



شکل ۲۵: راه رفتن ربات در حالت اصطکاک ایستایی و لغزشی

Fig. 25. Robot Locomotion in Static and Sliding Friction Regimes

همان گونه که در شکل (۲۵) قابل رویت می باشد، مسیر حرکت مرکز جرم مدل آونگ معکوس بارگذاری شده با فنر متغیر و پای با اندازه محدود در حالت وجود اصطکاک ایستایی با نمودار قرمز رنگ و در حالت وجود اصطکاک لغزشی با نمودار آبی رنگ نمایش داده شده است. قسمت هایی که ربات دچار لغزش شده است و از حالت راه رفتن عادی متمایز شده است را نیز با رنگ سبز مشخص شده است. در ادامه به توضیح بیشتر این موارد پرداخته می شود.

❖ مسیر حرکت در حالت اصطکاک ایستایی (نمودار قرمز)

در این حالت، نیروی اصطکاک ایستایی کافی است تا ربات بتواند بدون لغزش حرکت کند. این باعث می شود که مسیر حرکت مرکز جرم به صورت پایدار و کنترل شده ای دنبال شود. مسیر قرمز نشان دهنده راه رفتن طبیعی و بدون لغزش ربات است، جایی که تمام نیروهای اعمال شده توسط ربات به صورت مؤثر به حرکت رو به جلو و تعادل کمک می کنند. در این حالت طول گام برداری ربات بلندتر شده و سرعت حرکت آن نیز افزایش پیدا کرده است.

❖ مسیر حرکت در حالت اصطکاک لغزشی (نمودار آبی)

زمانی که نیروی اعمال شده توسط ربات بیش از حد لازم برای حفظ اصطکاک ایستایی باشد، ربات وارد ناحیه اصطکاک لغزشی می‌شود. مسیر آبی نشان‌دهنده انحراف مرکز جرم از مسیر پایدار است که ناشی از لغزش و کاهش کنترل ربات می‌باشد. در این حالت، نیروی اصطکاک کاهش یافته و ربات شروع به لغزش می‌کند. به همین دلیل ربات قدم‌های کوتاه‌تر برداشته و با سرعت آهسته‌تری حرکت می‌کند. در حالت لغزشی، انرژی بیشتری برای مقابله با لغزش و حفظ حرکت مصرف می‌شود که می‌تواند به کاهش کارایی کلی حرکت منجر شود.

❖ ناحیه‌های لغزش (نمودار سبز)

بخش‌های سبز رنگ در شکل نشان‌دهنده مناطقی هستند که ربات وارد ناحیه لغزشی شده و از حالت راه‌رفتن عادی منحرف شده است. این نقاط نشان می‌دهند که در این قسمت‌ها، نیروی اصطکاک ایستایی کافی نبوده و ربات دچار لغزش شده است. لغزش می‌تواند به ناپایداری در حرکت ربات، افزایش خطر از دست دادن تعادل و کاهش دقت در کنترل مسیر منجر شود. در این مناطق، سیستم کنترل ربات، سریعاً واکنش نشان می‌دهد و تنظیمات لازم را برای بازگشت به حالت پایدار انجام می‌دهد تا از لغزش مجدد جلوگیری کند.

این خاصیت نشان دهنده تطبیق‌پذیری بالای مدل در هنگام راه‌رفتن در سطوح مختلف و خصوصاً در حضور اصطکاک ایستایی و حتی لغزشی می‌باشد که حتی در صورت ایجاد لغزش در مسیر، دوباره خود را به حالت پایدار خود برمی‌گرداند.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در این مقاله، یک الگوی راه‌رفتن جدید با استفاده از مدل آونگ معکوس با فتر متغیر و مدل‌سازی سطح تماس کف پا با ابعاد مشخص و روش برنامه‌ریزی گام زیستی الهام‌گرفته‌ی مربوطه پیشنهاد شده است. برای حل مشکل عدم وجود مچ پا در مدل SLIP، مدل VSLIP-FF یک مفصل مچ پا با یک درجه آزادی و یک پای ثابت برای هر پا اضافه می‌کند تا حرکت‌پذیری و کنترل‌پذیری ربات را بهبود بخشد. روش برنامه‌ریزی گام مبتنی بر ماشین حالت محدود (FSM) با استراتژی کشش و انقباض تطبیقی پا پیشنهاد شده است تا مسیرهای مرکز جرم و پاها در یک دوره کامل راه‌رفتن را تولید کند. گام‌های دوره‌ای از طریق الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات بهینه‌سازی شده‌اند. مدل VSLIP-FF با افزودن مفاصل مچ پا و پاها با اندازه محدود، قابلیت تحرک و کنترل بیشتری نسبت به مدل‌های قدیمی SLIP نشان می‌دهد. تحلیل دقیق موقعیت، سرعت و نیروهای اعمال شده بر مرکز جرم در طول فازهای تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی، تعامل پیچیده دینامیک‌های لازم برای راه‌رفتن پایدار و کارآمد را نشان می‌دهد. این نتایج اهمیت استراتژی‌های کنترل تطبیقی را در دستیابی به حرکت‌های پایدار و قابل انعطاف در ربات‌های دوپا تأکید می‌کند. بر اساس این روش، آزمایش راه‌رفتن تطبیق‌پذیر برای ربات دوپا به منظور عبور از زمین‌های شیب‌دار نیز محقق شد. حال برای به چالش کشیدن این مدل در نشان دادن پایداری، تطبیق‌پذیری، مصرف انرژی و کنترل ربات برای سطوح دارای ارتفاع و شیب متفاوت، به مقایسه مدل VSLIP-FF در شرایط شیب‌دار و بدون شیب پرداخته شده است. مقایسه مدل VSLIP-FF در شرایط شیب‌دار و بدون شیب از نظر دینامیکی به تحلیل و بهبود پایداری، تطبیق‌پذیری، مصرف انرژی و کنترل ربات کمک می‌کند. موقعیت‌های افقی و عمودی مرکز جرم تغییرات قابل پیش‌بینی و ثابتی را نشان می‌دهند که با دینامیک مورد انتظار راه‌رفتن دوپایان هم‌خوانی دارد. افزایش تدریجی در موقعیت عمودی به دلیل شیب، همراه با نوسانات منظم در مسیر مرکز جرم، نشان‌دهنده این است که مدل VSLIP-FF می‌تواند به‌طور مؤثر چالش‌های ناشی از راه‌رفتن روی سطح شیب‌دار را مدیریت کند. این پایداری و سازگاری برای استفاده عملی از ربات‌های دوپا در زمین‌های مختلف بسیار حائز اهمیت است.

در نظر گرفتن اصطکاک در مدل VSLIP-FF، باعث ایجاد تغییرات قابل توجهی در رفتار و عملکرد ربات می‌شود. اصطکاک می‌تواند به بهبود پایداری، کاهش لغزش، و افزایش کنترل دقیق بر حرکت کمک کند، اما از طرفی مصرف انرژی را افزایش داده و ممکن است نیاز به تنظیمات دقیق‌تر گشتاور مچ پا و الگوهای حرکتی باشد. در نهایت، افزودن اصطکاک به مدل، حرکت ربات را به شرایط واقعی نزدیک‌تر کرده و قابلیت تطبیق آن با محیط‌های مختلف را افزایش می‌دهد. هنگامی که یک ربات بر روی سطوح با اصطکاک کم حرکت می‌کند، سرعت حرکت و دینامیک گام برداری به طور قابل توجهی تحت تأثیر قرار می‌گیرد. سطوح با اصطکاک کم چالش‌هایی را برای حفظ پایداری، تعادل و حرکت کارآمد به وجود می‌آورند. ربات معمولاً برای جبران این مشکل، سرعت خود را کاهش می‌دهد، گام‌های کوچک‌تر و محتاطانه‌تری برمی‌دارد و از راهکارهای کنترلی پیشرفته برای جلوگیری از لغزش استفاده می‌کند. در حالی که این تنظیمات به حفظ پایداری کمک می‌کنند، اما سرعت ربات را کاهش داده و ممکن است به دلیل نیاز به تنظیمات مکرر، مصرف انرژی را افزایش دهند. ربات ممکن است از تکنیک‌هایی مانند تنظیم مرکز جرم یا جابجایی دینامیکی وزن خود برای حفظ تعادل استفاده کند. این تعادل پیشگیرانه برای راه رفتن بر روی سطوح لغزنده حیاتی است، اما ممکن است کارایی و سرعت حرکت را کاهش دهد.

در سمت دیگر وقتی یک ربات بر روی سطوح با اصطکاک بالا حرکت می‌کند، شرایطی مانند بهبود کنترل، پایداری و امکان افزایش سرعت حرکت را نسبت به سطوح با اصطکاک کم فراهم می‌کند. ربات می‌تواند از توان خود بر روی سطوح با اصطکاک بالا به صورت مؤثرتری استفاده کند، زیرا بیشتر نیروی تولید شده به حرکت رو به جلو اختصاص می‌یابد به جای اینکه برای جلوگیری از لغزش یا نیاز به اقدامات اضافی برای حفظ پایداری هدر رود. ربات ممکن است بتواند موتورهای خود را در سطح توان بالاتری به کار بگیرد بدون نگرانی از دست دادن کشش، که این اجازه را می‌دهد که به سرعت‌های بالاتری دست یابد. به طور خلاصه در حرکت بر روی سطوح با اصطکاک بالا، ربات به طور کلی می‌تواند سریع‌تر حرکت کند به دلیل بهبود چسبندگی، پایداری و کارایی حرکت. چسبندگی بهتر امکان گام‌های طولانی‌تر، شتاب سریع‌تر و حرکات پاسخگوتر را فراهم می‌کند که در نهایت به افزایش سرعت راه رفتن ربات در حین حفظ پایداری منجر می‌شود.

مدل پاندول معکوس با فنر متغیر و پای اندازه محدود یکی از مدل‌های پیشرفته برای مطالعه و شبیه‌سازی دینامیک حرکت ربات‌های دوپا است. با وجود اینکه این مدل اطلاعات ارزشمندی فراهم می‌کند، هنوز زمینه‌های زیادی وجود دارد که در آنها می‌توان بهبودهایی اعمال کرد. در ادامه به چندین حوزه برای کارهای آینده بر روی این مدل اشاره شده است:

- در نظر گرفتن سناریوهای چندتماسی برای دینامیک مدل
- بهینه‌سازی و کارایی انرژی در گام برداری مدل
- استراتژی‌های کنترل برای راه رفتن مدل بر روی سطوح ناهموار
- در نظر گرفتن ویژگی‌های راه رفتن انسانی برای مدل
- تعامل مدل با عوامل محیطی
- توسعه الگوریتم‌های کنترلی مقاوم
- ادغام مدل با دینامیک کل بدن

1. Bryndin, E., Collaboration robots as digital doubles of person for communication in public life and space. *American Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, 2019. **4**(2): p. 35-39.
2. Xie, S., et al. Compliant bipedal walking based on variable spring-loaded inverted pendulum model with finite-sized foot. in *2021 6th IEEE International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM)*. 2021. IEEE.
3. Yoshida, E., Robots that look like humans: A brief look into humanoid robotics. *Mètode Science Studies Journal*, 2019. **9**: p. 143-151.
4. Sadedel, M., et al., Investigation on dynamic modeling of SURENA III humanoid robot with heel-off and heel-strike motions. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, 2017. **41**(1): p. 9-23.
5. Ridgewell, C.P., et al. Online estimation of friction constraints for multi-contact whole body control. in *2017 IEEE-RAS 17th International Conference on Humanoid Robotics (Humanoids)*. 2017. IEEE.
6. Krause, M., et al., Stabilization of the capture point dynamics for bipedal walking based on model predictive control. *IFAC Proceedings Volumes*, 2012. **45**(22): p. 165-171.
7. Srinivas, T., et al., Valkyrie-Design and development of gaits for quadruped robot using particle swarm optimization. *Applied Sciences*, 2021. **11**(16): p. 7458.
8. JANA, S. and A. GUPTA, Walking and jogging at similar speeds with a passive SLIP model based compliant biped. *Journal of Biomechanical Science and Engineering*, 2024. **19**(4): p. 24-00158-24-00158.
9. Dantec, E., A whole-body predictive control approach to biped locomotion. 2023, INSA de Toulouse.
10. Gill, N., S.J. Preece, and R. Baker, Using the spring-mass model for running: force-length curves and foot-strike patterns. *Gait & Posture*, 2020. **80**: p. 318-323.
11. Isaacs, M.R., Partitioning the Mechanical Cost of Human Walking: Unveiling Cost Asymmetries for Bionic Technologies. 2020, University of Nevada, Las Vegas.
12. Abraham, I., Z. Shen, and J. Seipel, A nonlinear leg damping model for the prediction of running forces and stability. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2015. **10**(5): p. 051008.
13. Ratnakumar, N. and X. Zhou. Optimized torque assistance during walking with an idealized hip exoskeleton. in *International design engineering technical conferences and computers and information in engineering conference*. 2021. American Society of Mechanical Engineers.
14. Ackerman, J. and J. Seipel, Effects of independently altering body weight and mass on the energetic cost of a human running model. *Journal of biomechanics*, 2016. **49**(5): p. 691-697.
15. Rebula, J.R. and A.D. Kuo, The cost of leg forces in bipedal locomotion: A simple optimization study. *PloS one*, 2015. **10**(2): p. e0117384.
16. Lee, H., E.J. Rouse, and H.I. Krebs, Summary of human ankle mechanical impedance during walking. *IEEE journal of translational engineering in health and medicine*, 2016. **4**: p. 1-7.
17. Kwon, Y. and G. Shin, Foot kinematics and leg muscle activation patterns are altered in those with limited ankle dorsiflexion range of motion during incline walking. *Gait & Posture*, 2022. **92**: p. 315-320.
18. Weihmann, T., The smooth transition from many-legged to bipedal locomotion-Gradual ground force reduction and its impact on total ground reaction forces, body dynamics and gait transitions. *bioRxiv*, 2021: p. 2021.07. 07.451417.