

Improving the cooling performance of a microchannel containing nanofluid using interrupted fins

Elahe Ghanaati, Ghanbar Ali Sheikhzadeh*

Faculty of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

ABSTRACT

A numerical simulation of hybrid nanofluid flow in five microchannel heat sink geometries with interrupted fins was carried out, and the results were compared with a simple geometry. The simulations were performed using the finite volume method and the SIMPLE algorithm in ANSYS Fluent for laminar, steady, and incompressible flow at Reynolds numbers ranging from 100 to 600 and nanoparticle volume fractions of 0, 0.01, and 0.02. Various parameters were calculated and analyzed for different cases. The highest pressure drop occurred in the geometry with triangular interrupted fins at a $Re=600$ for the base fluid, which was 9.3 times higher than that of the simple geometry. The maximum enhancement in the Nusselt number, about 49.4%, was also observed in this geometry. The order of geometries in terms of thermal resistance was as follows: simple geometry, square fins, hexagonal fins, circular fins, rhombic fins, and triangular fins, indicating the role of fins in reducing thermal resistance. After identifying the optimal geometry, the effects of fin arrangement and height were investigated, and the best performance was obtained for triangular fins with a height of 0.06 mm, a nanoparticle volume fraction of 0.02, and a Reynolds number of 600, achieving a performance evaluation criterion of approximately 1.8.

KEYWORDS

Hybrid nanofluid, Microchannel heat sink, Interrupted fins, Numerical simulation, Performance evaluation criterion

* Corresponding Author: Email: sheikhz@kashanu.ac.ir

1. Introduction

In recent decades, engineers have increasingly utilized microchannels to reduce dependence on fossil fuels and enhance the efficiency of thermal management systems, as these structures offer a high surface-to-volume ratio and significantly improve heat transfer. Enhancement techniques for microchannels are generally classified into active and passive methods, with passive strategies such as geometric modifications and the use of nanofluids receiving considerable attention.

A review of previous studies shows that Tuckerman and Pease [1] first demonstrated the high heat-removal capability of microchannels. Amiri et al. [2] investigated wavy walls combined with nanofluids. Yuan and colleagues [3] introduced hexagonal pin-fins that noticeably reduced thermal resistance. Rastogi [4] explored tree-shaped networks with nanofluids. And other researchers, including Sun [5], Sarvar [6], and Alihosseini [7], examined the effects of pin-fins, porous and superhydrophobic surfaces, and various nanofluids on improving the Nusselt number, temperature uniformity, and pressure drop. These studies collectively indicate that fin geometry, flow pattern, nanoparticle concentration, and Reynolds number play crucial roles in thermo-hydraulic performance.

Despite extensive research, simultaneous investigation of hybrid nanofluids and interrupted fins in microchannels remains very limited. Therefore, the present study evaluates the combined effects of fin shape, Reynolds number, and hybrid nanofluid volume fraction, demonstrating that even simple fin geometries can significantly enhance thermal and hydrodynamic performance without adding structural complexity.

2. Governing Equations and Boundary Conditions

The studied geometry has been shown in Fig. 1. The fluid flow is assumed to be incompressible, laminar, and steady. The governing equations in conservative form for mass, momentum, fluid energy, and solid energy are expressed as follows:

2-1- Continuity

$$\nabla \cdot (\rho_{hnf} V) = 0 \quad (1)$$

2-2- Momentum

$$\nabla \cdot (\rho_{hnf} VV) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu_{hnf} \nabla V) \quad (2)$$

2-3- Energy in the fluid

$$\nabla \cdot (\rho_{hnf} V c_{p, hnf} T) = \nabla \cdot (k_{hnf} \nabla T) \quad (3)$$

2-4- Energy in the solid

$$k_s \nabla^2 T_s = 0 \quad (4)$$

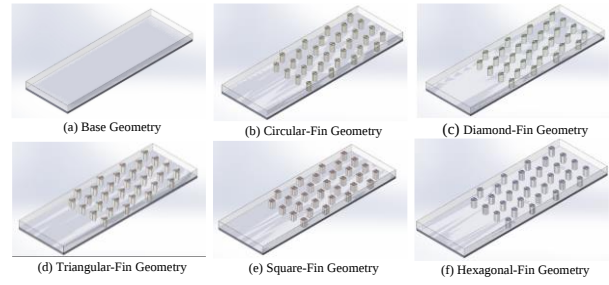


Fig. 1. Isometric view of the different geometries

No-slip and thermal coupling are applied at all solid walls in contact with the fluid. The inlet velocity is uniform ($Re=100-600$), inlet temperature is 298.15K, and outlet pressure is one atmosphere. The bottom wall is subjected to a constant heat flux of 100 kW/m^2 , other walls are adiabatic, and the hybrid nanofluid flow is simulated in ANSYS Fluent using the finite volume method with the SIMPLE algorithm and second-order upwind discretization.

3. Results and Discussions

The average Nusselt number is shown in Fig. 2, to evaluate the effect of interrupted fin shapes and hybrid nanofluid volume fractions. Increasing the flow velocity and nanofluid fraction enhances the Nusselt number in all cases. The base geometry shows minor changes, while modified geometries, especially triangular fins, significantly increase heat transfer by thinning the boundary layer, improving fluid thermal conductivity, and generating secondary vortices. The maximum enhancement, about 49.4%, occurs with triangular fins at $Re=600$ and a volume fraction of 0.02.

In Fig. 3, the pressure-drop variations are presented to evaluate the influence of interrupted-fin geometry and nanoparticle volume fraction over different Reynolds numbers. The results show that increasing Re intensifies shear stresses and viscous effects, leading to higher pressure drops in all cases.

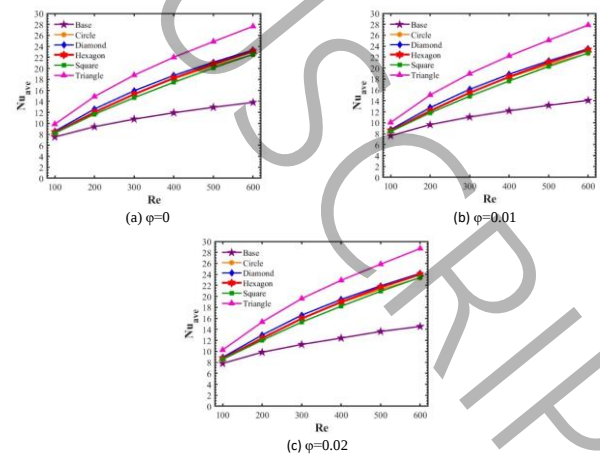


Fig. 2. Effect of interrupted fin geometry on the average Nusselt number at three different volume fractions

Sharp-edged fins generate stronger flow separation and larger recirculation zones, producing significantly higher losses compared to rounded or streamlined fins. Among all geometries, the triangular fins yield the highest pressure drop, while the diamond fins show the lowest increase relative to the plain channel. Overall, fin shape and nanoparticle concentration play a crucial role in determining the hydrodynamic resistance of the microchannel.

In Fig. 4, the performance evaluation criterion is presented for various geometries as a function of Reynolds number. All modified geometries show improvement over the base case, with triangular interrupted fins and higher hybrid nanofluid fractions providing the greatest enhancement. At $Re = 600$ and 2% nanoparticle volume, the maximum criterion reaches about 1.6. These results indicate that both Reynolds number and nanofluid concentration play a significant role in enhancing the thermo-hydrodynamic performance of microchannels, with their combined effect being strongest at high flow rates and nanoparticle fractions.

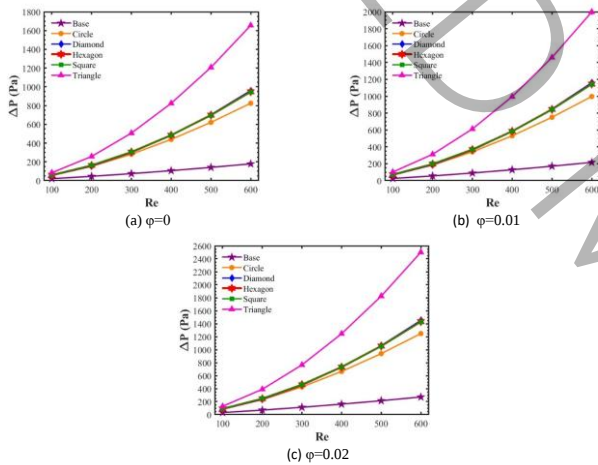


Fig. 3. Effect of interrupted-fin geometry on pressure drop at three different volume fractions

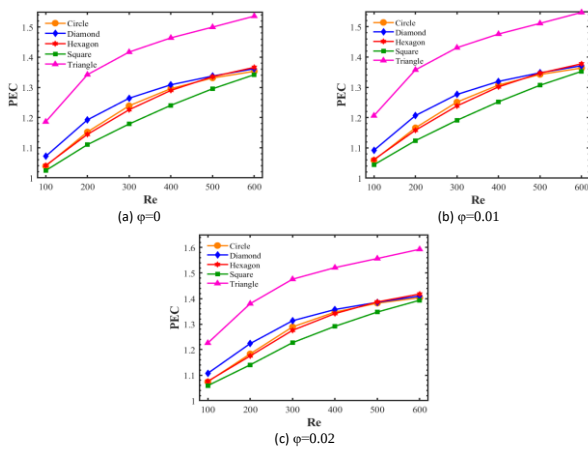


Fig. 4. Effect of interrupted fin shapes on the microchannel performance evaluation criterion at three different volume fractions

4. Conclusions

This study evaluated the thermo-hydrodynamic performance of microchannel heat sinks with various fin shapes to identify the optimal configuration. Simulations were conducted for Reynolds numbers from 100 to 600 across five geometries and compared with a plain microchannel. Based on the obtained results and conducted analyses, the following points can be noted:

- Diamond and triangular interrupted fins, higher hybrid nanofluid fractions, and irregular fin arrangements enhanced heat transfer and overall performance, particularly at higher Reynolds numbers.
- Longer fins performed better at low flow rates, while shorter fins were more effective at high velocities due to improved mixing and thinner thermal boundary layers.
- Irregular arrangements generated vortices that increased the average Nusselt number compared to linear layouts.
- The optimal configuration was triangular interrupted fins with irregular arrangement and 0.06 mm height, achieving the maximum performance at 0.02 nanofluid volume fraction and $Re=600$.

5. References

- [1] D.B. Tuckerman, R.F.W. Pease, High-Performance Heat Sinking for VLSI, IEEE Electron Device Letters, 2(5) (1981) 126-129.
- [2] H.A. Amiri, F. Afsharpanah, S. Moshafi, S. Asiaei, Thermal management of an asymmetrical wavy microchannel heat sink via Ag/water nanofluid, Case Studies in Thermal Engineering, 53 (2024) 103857.
- [3] J. Yuan, N. Deng, Y. Qu, L. Du, W. Hu, Z. Zhang, H. Wang, A novel center-hybrid pin-fin microchannel heat sink with embedded secondary microchannels for hotspot thermal management, International Journal of Thermal Sciences, 207 (2025) 109381.
- [4] S. Rastogi, N. Mondal, C. Bakli, Systematic design of tree-like branching network microchannel heat sinks for enhanced heat transfer with nanofluids, Applied Thermal Engineering, 257 (2024) 124272.
- [5] Z. Sun, T. Wang, B. Qian, Y. Wang, J. Wang, C. Hong, Study on the efficient heat transfer mechanism of microchannel pin-fin arrays under low pumping power, Applied Thermal Engineering, 241 (2024) 122386.
- [6] S. Sarvar, P. Kabirzadeh, N. Miljkovic, combining pin-fins and superhydrophobic surfaces to enhance the performance of microchannel heat sinks, International Communications in Heat and Mass Transfer, 160 (2025) 108351.
- [7] Y. Alihosseini, Y. Oghabneshin, A.R. Bari, S. Moslemi, A.R. Roozbehi, M.Z. Targhi, W. Guo, Performance of high-concentration photovoltaic cells cooled by a hybrid microchannel heat sink, Applied Thermal Engineering, 238 (2024) 122206.

بهبود عملکرد خنک کاری یک میکروکانال حاوی نانوسیال با استفاده از پره های منقطع

الهه قناعتی، قنبرعلی شیخزاده^۱

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

چکیده

در این پژوهش، شبیه سازی عددی جریان نانوسیال هیبریدی در پنج هندسه چاه حرارتی میکروکانالی با پره های منقطع انجام شده و نتایج با هندسه ساده مقایسه شده است. شبیه سازی ها با روش حجم محدود و الگوریتم سیمپل در نرم افزار آنسیس فلونت برای جریان آرام، دائم و تراکم ناپذیر در اعداد رینولدز ۱۰۰ تا ۶۰۰ و کسر حجمی ۰/۰۱ و ۰/۰۲ نانوذرات انجام شده است و افت فشار، عدد ناسلت متوسط، معیار ارزیابی عملکرد، مقاومت حرارتی و دمای دیواره پایینی برای حالت های مختلف محاسبه و تحلیل شده اند. بیشترین افت فشار در هندسه با پره های منقطع مثلی و در عدد رینولدز ۶۰۰ برای سیال پایه رخ داده که نسبت به هندسه پایه ۹/۳ برابر بیشتر شده است و بیشترین بهبود عدد ناسلت حدود ۴۹/۴ درصد در همین هندسه ثبت گردیده است. ترتیب هندسه ها از نظر مقاومت حرارتی به صورت هندسه پایه، پره مربعی، پره شش ضلعی، پره دایروی، پره لوزی و پره مثلی است و نشان دهنده نقش پره ها در کاهش مقاومت حرارتی است. پس از شناسایی هندسه بهینه، تأثیر چیدمان و ارتفاع پره ها بررسی شده و بهترین عملکرد برای پره مثلی با ارتفاع ۰/۰۶ میلی متر، ۰/۰۲ درصد نانوذرات و عدد رینولدز ۶۰۰ با معیار ارزیابی عملکرد حدود ۱/۸ به دست آمده است.

کلمات کلیدی

نانوسیال هیبریدی، چاه حرارتی میکروکانالی، پره های منقطع، شبیه سازی عددی، معیار ارزیابی عملکرد

^۱نویسنده عهده دار مکاتبات: sheikhz@kashanu.ac.ir

در دهه‌های اخیر، مهندسان با هدف کاهش وابستگی به منابع انرژی فسیلی و کاهش اثرات مخرب زیست‌محیطی، تلاش کرده‌اند تا با به‌کارگیری فناوری‌های نوین، کارایی و راندمان سیستم‌های حرارتی را بهبود ببخشند. از سوی دیگر، با پیشرفت سریع فناوری الکترونیک و کاهش اندازه و وزن دستگاه‌ها، نیاز به راهکاری در ابعاد کوچک برای مدیریت حرارت، بیش از گذشته احساس می‌شود. یکی از این راهکارها، استفاده از میکروکانال‌ها است که دارای ساختاری در مقیاس میکرومتر می‌باشند و به‌دلیل برخورداری از نسبت بالای سطح به حجم، قابلیت چشمگیری در بهبود ضریب انتقال حرارت و افزایش کارایی تبادل انرژی دارند. در سه دهه گذشته، روش‌های متعددی برای بهبود عملکرد میکروکانال‌ها بررسی شده است. به طور کلی، این روش‌ها در دو دسته روش‌های فعال و روش‌های غیرفعال جای می‌گیرند. در روش‌های فعال از یک یا چند منبع انرژی خارجی برای ارتقای عملکرد حرارتی میکروکانال استفاده می‌شود ولی در روش‌های غیرفعال با تغییرات ساختاری هندسه میکروکانال یا استفاده از نانوسیالات، انتقال حرارت بهبود می‌یابد. بکارگیری سطوح گسترش‌یافته مانند پره‌ها و استفاده از نانوسیالات به عنوان سیال عامل از روش‌های متداول غیرفعال است.

نخستین بار تاکرمن و پیس [۱] ایده استفاده از میکروکانال‌ها را ارائه کردند. در میکروکانالی که آنان بررسی کردند، مقدار ۷۹۰ وات بر سانتی‌متر مربع شار حرارتی از سیستم دریافت شد. در سال‌های بعد، پژوهشگران تحقیقات بیشتری در این زمینه انجام دادند. امیری و همکاران [۲] یک چاه حرارتی میکروکانال با دیواره‌های موجی با تابع سینوسی و تابع قدرمطلق سینوسی همراه و بدون نانوسیال را طراحی کردند و ویژگی‌های انتقال حرارت و جریان سیال به‌صورت عددی برای اعداد رینولدز ۵، ۱۰۰ و ۵۰۰ را مورد بررسی قرار دادند. در مطالعه آنان مشخص شد، در میکروکانال با دیواره موجی قدرمطلق سینوسی نسبت به میکروکانال مستقیم افزایش کسر حجمی نانوذرات نقره موجب افزایش ضریب اصطکاک می‌شود. یان و همکاران [۳] یک چاه حرارتی میکروکانالی نوین مجهز به پره‌های پین‌شکل با مقطع شش‌ضلعی برای کنترل نواحی داغ طراحی کردند. نتایج آنها نشان داد که پیکربندی با کانال‌های متقاطع عمودی بهترین عملکرد را دارند. این ساختار توانست مقاومت حرارتی و عدم یکنواختی دما را به‌ترتیب تا حدود ۴۷ و ۳۱ درصد کاهش دهد. طراحی یک چاه حرارتی میکروکانالی شبکه‌ای با شاخه‌هایی شبیه درخت و با استفاده از جریان نانوسیال توسط راستوگی و همکاران [۴] انجام شد. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که نانوسیال با غلظت پایین باعث کاهش برگشت‌ناپذیری سیستم نسبت به نانوذرات با غلظت بالا، به ویژه در اعداد رینولدز بالا می‌شود و شاخص عملکرد بهینه در غلظت‌های پایین نانوذرات (۰/۰۲ و ۰/۰۴) در تمام اعداد رینولدز بیش از یک است، در حالی که در غلظت بالا (۰/۰۸) تنها در اعداد رینولدز بالا این شاخص بیش از یک می‌شود و مفید است. همچنین در بررسی افزودن پره‌ها در میانه میکروکانال درختی مشاهده شد، در این حالت دمای کف میکروکانال به اندازه ۲/۴۵ درصد کاهش می‌یابد. سان و همکاران [۵] انتقال حرارت را در میکروکانال دارای پره‌های پینی تحت توان پمپاژ کم بررسی کردند و نتیجه گرفتند که حالت جریان گردابه در عدد رینولدز ۴۰۰ عملکرد بهینه با افت فشار کم را فراهم می‌کند؛ درحالی‌که افزایش عدد رینولدز تا ۹۰۰ موجب بازگشت جریان و افزایش افت فشار می‌شود. سرور و همکاران [۶] اثر ترکیب پره‌های پین و سطوح فوق آبگریز بر رفتار جریان و انتقال حرارت در میکروکانال‌ها را مطالعه کردند و نتایج آن‌ها نشان داد که در دبی‌های بالاتر، استفاده از دیواره‌های جانبی فوق آبگریز در میکروکانال‌های پره‌دار می‌تواند دمای سطح پایه را تا ۹/۴ درجه سانتی‌گراد کاهش دهد و نسبت به سطوح معمولی، افت فشار و عدد ناسلت به ترتیب ۸/۹ و ۶/۶ درصد افزایش یابد. علی‌حسینی و همکاران [۷] یک پیکربندی هیبریدی مبتنی بر میکروکانال مایل و پین‌فین بیضوی برای خنک‌سازی سلول فوتوولتائیک با تمرکز بالا ارائه کردند که توانستند گرمای تولیدی را به‌طور موثر حذف کنند و راندمان الکتریکی ۴۰ درصد را با دمای سطح ثابت تأمین نمایند. کومار و همکاران [۸] به بررسی جریان پایدار نانوسیال ویسکوالاستیک در یک میکروکانال عمودی متخلخل پرداختند. نتایج آنان نشان داد که شکل نانوذرات نقش تعیین‌کننده‌ای بر جریان و انتقال حرارت دارد. سلطانی و همکاران [۹] در مطالعاتی که بر روی تاثیر دندانه‌ها در میکروکانال‌های دایره‌ای داشتند، نشان دادند که هر دو نوع دندانه جامد و متخلخل نسبت به کانال بدون دندانه باعث بهبود معیار ارزیابی عملکرد می‌شوند. بارگل و همکاران [۱۰] سه پیکربندی مختلف میکروکانال مستطیلی ساده، میکروکانال با حفره‌های سینوسی و میکروکانال با

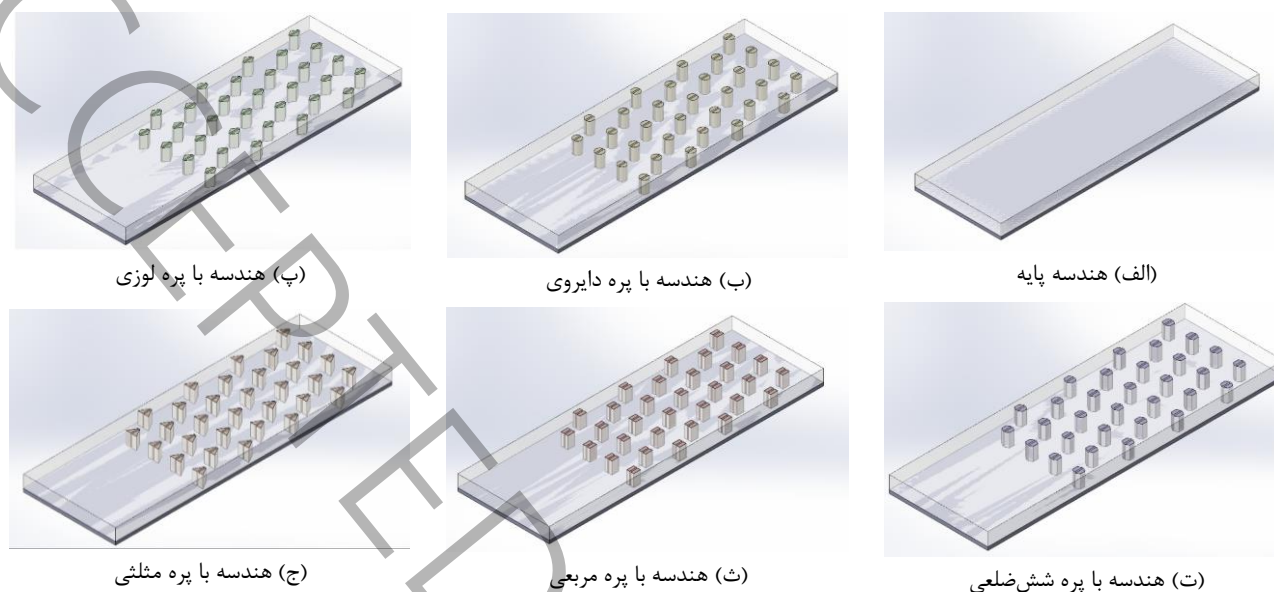
دندانه‌های مستطیلی و نیز یک طرح نوین شامل حفره‌های سینوسی همراه با کانال ثانویه و دندانه‌های بیضوی را بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها مشخص شد، بیشترین مقدار معیار ارزیابی عملکرد برابر با $9/2$ درصد در عدد رینولدز 100 و کسر حجمی $0/5$ درصد به دست می‌آید. در یک تحقیق نوین که توسط ستاره و همکاران [۱۱] برای مبدل حرارتی میکروکانالی با نانوسیال هیبریدی آب/آلومینا - نانولوله کربنی چنددیواره ارائه شد؛ اثر استفاده از پره‌های خارجی و دندانه‌های داخلی متخلخل و جامد در بهبود عملکرد ترموهیدرولیکی به صورت سه‌بعدی شبیه‌سازی عددی شد. در نتایج آن‌ها، حداکثر افت فشار مربوط به میکروکانال با دندانه‌های جامد با ارتفاع $0/1$ میلی‌متر در عدد رینولدز 400 بوده که مقدار آن برابر $354/7$ کیلوپاسکال به دست آمد. شارما و همکاران [۸] شبیه‌سازی عددی در اعداد رینولدز 1 ، 10 ، 50 و 100 را در یک میکروکانال حاوی نانوسیال مبتنی بر گرافن اکساید/روغن را انجام دادند و بیان کردند که عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات، افزایش می‌یابد. شارما و همکاران [۱۲] عملکرد حرارتی یک میکروکانال مستطیلی دوبعدی با دندانه‌هایی با اشکال مختلف شامل مستطیلی، دوزنقه‌ای، بیضوی و مثلثی حاوی نانوسیال مبتنی بر گرافن اکساید/روغن در اعداد رینولدز 1 ، 10 ، 50 و 100 را تحت شرایط شار حرارتی ثابت بررسی کردند و نتایج مشخص کرد که دندانه‌های مستطیلی بیشترین انتقال حرارت و دندانه‌های مثلثی کمترین افت دما را ارائه می‌کنند. در این مطالعه همچنین مشاهده شد، عدد ناسلت متوسط تا 85 درصد نسبت به کانال‌های صاف افزایش یافته است؛ این افزایش به دلیل اختلال بهتر لایه مرزی حرارتی و تقویت اختلاط سیال توسط دندانه‌ها رخ داده است. قاسمی و همکاران [۱۳] در مطالعه‌ای به بررسی رفتار ترموهیدرودینامیکی محلول‌های تغییر فازدهنده نانوکپسوله‌شده در میکروکانال‌های دارای جریان ثانویه پرداختند و مشخص کردند که افزودن محلول تغییر فازدهنده نانوکپسوله‌شده عدد ناسلت متوسط را تا 50 درصد افزایش می‌دهد و انتقال حرارت را بهبود می‌بخشد. رضازاده و همکاران [۱۴] در پژوهشی یک میکروکانال سینوسی نامتقارن با دندانه‌های متخلخل جانبی و سیال خنک‌کننده آب - نانوسیال آلومینا را به صورت سه‌بعدی شبیه‌سازی کردند و نشان دادند افزودن دندانه‌های متخلخل و نانوسیال باعث افزایش ضریب انتقال حرارت و عملکرد کلی تا $4/6$ برابر می‌شود. رضوان‌نژاد و رستمی [۱۵] انتقال حرارت نانوسیال در میکروکانال‌های همگرا و واگرا را به روش دوفازی ترکیبی بررسی کردند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت در میکروکانال همگرا حاوی نانوسیال اتیلن گلیکول - مس $1/22$ برابر بیشتر از میکروکانال تخت است و در همین شرایط ضریب عملکرد میکروکانال همگرا و واگرا به ترتیب $1/17$ و $1/4$ می‌شود. هاشم‌آبادی و همکاران [۱۶] به بررسی تجربی و مقایسه کندانسور میکروکانال و پره - لوله در یک چرخه تبرید پرداختند. در پژوهش آن‌ها شش آزمایش و هر آزمایش سه مرتبه انجام شد و نتایج نشان داد که استفاده از کندانسور میکروکانال در شرایط یکسان و با 700 گرم شارژ مبرد کمتر در کل چرخه تبرید، حدود 4 درصد ضریب عملکرد را نسبت به سیستم پره - لوله، افزایش می‌دهد.

تا به امروز محققان بسیاری به بررسی کاربرد نانوسیالات و پره‌ها در بهبود انتقال حرارت و عملکرد خنک‌کاری چاه‌های حرارتی میکروکانالی پرداخته‌اند ولی علی‌رغم مطالعات گسترده، مطالعاتی که به بررسی همزمان نانوسیال هیبریدی و پره‌های منقطع در میکروکانال‌ها پرداخته باشند، بسیار محدود هستند. از این رو، در پژوهش حاضر اثر همزمان شکل هندسی پره‌ها، عدد رینولدز و کسر حجمی نانوسیال هیبریدی بر عملکرد حرارتی و هیدرودینامیکی سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مطالعه از هندسه‌های ساده پره‌ها استفاده می‌شود که نشان می‌دهد گاهی به کارگیری ساده‌ترین شکل‌ها می‌تواند بدون ایجاد پیچیدگی در طراحی، عملکرد حرارتی و هیدرودینامیکی سیستم را بهبود بخشد.

۲- هندسه مسئله

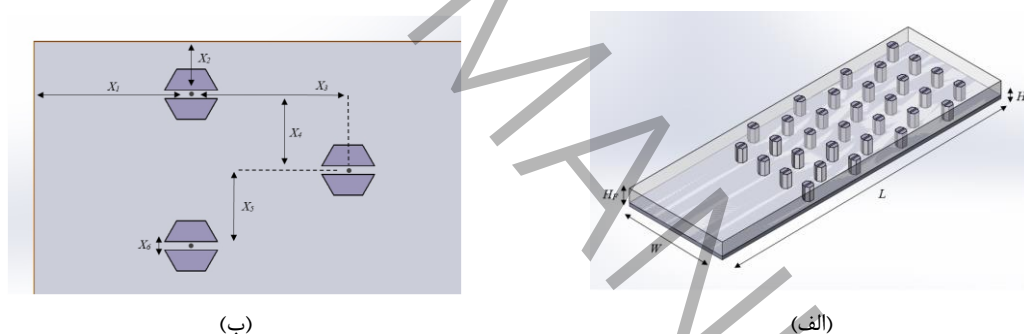
در مطالعه حاضر، به منظور بررسی عملکرد هیدرودینامیکی - حرارتی یک چاه حرارتی میکروکانالی مجهز به پره، مطابق شکل ۱، پنج هندسه متفاوت از پره‌ها با یک برش مرکزی مورد شبیه‌سازی عددی قرار می‌گیرد. در تمامی هندسه‌ها یک برش باریک به اندازه تقریبی $0/1$ میلی‌متر در مرکز پره‌ها به صورت افقی تعبیه شده است. در شکل ۲ ابعاد هندسه‌های مورد بررسی نشان داده شده است؛

که در آن L طول میکروکانال، W عرض میکروکانال، H_F ارتفاع بخش سیال و H_S ارتفاع بخش جامد میکروکانال است. ابعاد هندسی نیز در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۱. نمای ایزومتریک برای هندسه‌های مختلف

Fig. 1. Isometric view of the different geometries



شکل ۲. (الف) ابعاد میکروکانال مورد مطالعه، (ب) پارامترهای هندسی پره‌ها

Fig. 2. (a) Dimensions of the studied microchannel, (b) Geometrical parameters of the fins

جدول ۱. پارامترهای هندسی میکروکانال و پره‌ها

Table 1. Geometrical parameters of the microchannel and fins

پارامتر	مقدار (mm)	پارامتر	مقدار (mm)
L	۱۸	X_5	۰/۷۲
H_F	۰/۰۸	X_6	۰/۰۸
H_S	۰/۰۲	D_{Circle}	۰/۵
W	۶	$D_{Diamond,1}$	۰/۷۶۷
X_1	۱/۵	$D_{Diamond,2}$	۰/۵۱۱
X_2	۰/۵	D_{Square}	۰/۴۴۳
X_3	۱/۵	$D_{Hexagon}$	۰/۲۷۵
X_4	۰/۷۲	$D_{Triangle}$	۰/۶۷۳
X_4	۰/۷۲	$D_{Triangle}$	۰/۶۷۳

۳- معادلات حاکم و شرایط مرزی

جریان سیال به صورت آرام، پایدار و تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم در فرم بسته برای بقای جرم، مومنتوم، انرژی در سیال و انرژی در جامد عبارتند از:

$$\nabla \cdot (\rho_{hnf} V) = 0 \quad (۱)$$

$$\nabla \cdot (\rho_{hnf} VV) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu_{hnf} \nabla V) \quad (۲)$$

$$\nabla \cdot (\rho_{hnf} V c_{p,hnf} T) = \nabla \cdot (k_{hnf} \nabla T) \quad (۳)$$

$$k_s \nabla^2 T_s = 0 \quad (۴)$$

برای انجام مطالعه، از پارامترهای مهمی از جمله عدد ناسلت، قطر هیدرولیکی، عدد رینولدز، ضریب اصطکاک، معیار ارزیابی عملکرد، مقاومت حرارتی استفاده شده است که عبارتند از:

$$Nu = (hD_h) / k \quad (۵)$$

$$D_h = (4A) / P \quad (۶)$$

$$Re = (\rho V_i D_h) / \mu \quad (۷)$$

$$f = \tau_s / \frac{1}{2} \rho u_m^2 \quad (۸)$$

$$PEC = \left(\frac{Nu}{Nu_0} \right) / \left(\frac{f}{f_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (۹)$$

$$R_{th} = (T_{b,ave} - T_{in}) / q_w \quad (۱۰)$$

در روابط فوق، τ_s تنش برشی سیال بر روی سطح جامد، u_m سرعت متوسط جریان سیال، $T_{b,ave}$ میانگین دمای کف کانال، T_{in} دمای ورودی سیال و q_w شار حرارتی اعمال شده به کف میکروکانال را نشان می‌دهند. میانگین دمای کف میکروکانال و تنش برشی سیال بر روی سطح جامد با استفاده از انتگرال سطحی در نرم‌افزار انسیس فلوئنت و از رابطه‌ی میانگین وزنی دما و نیز تنش برشی بر سطح دیواره محاسبه شده است، به‌طوری‌که این روش میانگین دمای واقعی دیواره و تنش برشی سیال بر سطح جامد در طول میکروکانال را بر اساس توزیع این موارد که حاصل از شبیه‌سازی عددی هستند؛ تعیین می‌کند. تغییرات هندسی میکروکانال، شامل شکل و ارتفاع پره‌ها، نحوه چیدمان آن‌ها و همچنین خصوصیات سیال کاری، بر عملکرد حرارتی و هیدرودینامیکی جریان تاثیر می‌گذارد. عدد ناسلت میزان قابلیت میکروکانال در انتقال حرارت و ضریب اصطکاک نشان‌دهنده مقاومت جریان سیال است. با ترکیب این دو پارامتر و استفاده از نسبت‌هایشان، شاخصی به نام معیار ارزیابی عملکرد تعریف می‌شود که امکان سنجش همزمان کارایی حرارتی و هیدرولیکی را فراهم می‌آورد. این شاخص یکی از رایج‌ترین ابزارها برای مقایسه و بهینه‌سازی طراحی‌های مختلف میکروکانال‌ها محسوب می‌شود. در رابطه معیار ارزیابی عملکرد، Nu_0 و f_0 به ترتیب عدد ناسلت و ضریب اصطکاک مربوط به هندسه پایه هستند که به صورت یک چاه حرارتی میکروکانالی با ساختار ساده مطابق شکل ۱-الف در نظر گرفته شده است.

سیال کاری مورد استفاده در این مطالعه شامل آب به عنوان سیال پایه و نانوذرات اکسید آلومینیوم و دی‌اکسید سیلیسیم با نسبت حجمی برابر می‌باشد و جنس چاه حرارتی میکروکانالی از آلومینیوم است. ترکیب نانوذرات آلومینا و سیلیکا از این رو در پژوهش حاضر

انتخاب شده است که ذرات سیلیکا با پایداری شیمیایی و پراکندگی بهتر، از تجمع و ته‌نشینی ذرات جلوگیری می‌کنند و ذرات آلومینا به دلیل رسانایی حرارتی بالای خود انتقال حرارت سیال پایه را بهبود می‌بخشند. استفاده همزمان از این دو نوع ذره موجب اثر سینرژیک شده و راندمان انتقال حرارت نانوسیال را بیش از حالت تک‌نانوذره افزایش می‌دهد. انتخاب نسبت یکسان به منظور ایجاد تعادل میان رسانایی حرارتی و پایداری سیال انجام شده و با توجه به دسترس‌پذیری، هزینه مناسب و شواهد موجود در مطالعات پیشین، این ترکیب به عنوان گزینه‌ای بهینه برای بهبود عملکرد حرارتی در میکروکانال‌ها در نظر گرفته شده است. نانوسیال هیبریدی مورد استفاده بر اساس مطالعه روئین‌تن و فتاحی [۱۷] انتخاب شده و در سه کسر حجمی ۰، ۰/۰۱ و ۰/۰۲ مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به تغییرات دمایی سیال پایه، برخی از خواص ترموفیزیکی وابسته به دما و برخی دیگر ثابت در نظر گرفته می‌شوند. چگالی، ضریب هدایت حرارتی، لزجت دینامیکی و ظرفیت گرمایی ویژه سیال پایه به صورت تابع دما و مطابق روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$\rho_w(T) = 1000 \times \left[1 - \left[(T - 2)^2 / (119000 + 1365 \times T - 4 \times (T)^2) \right] \right] \quad (11)$$

$$k_w(T) = 0.56112 + 0.00193 \times T - 2.60152749 \times 10^{-6} \times (T)^2 - 6.08803 \times 10^{-8} \times (T)^3 \quad (12)$$

$$\mu_w(T) = 0.00169 - 4.25263 \times 10^{-5} \times T + 4.9255 \times 10^{-7} \times (T)^2 - 2.09935 \times 10^{-9} \times (T)^3 \quad (13)$$

$$c_{p,w}(T) = 4217.629 - 3.20888 \times T + 0.09503 \times (T)^2 - 0.00132 \times (T)^3 + 9.415 \times 10^{-6} \times (T)^4 - 2.5479 \times 10^{-8} \times (T)^5 \quad (14)$$

خواص ترموفیزیکی آلومینیوم در جدول ۲ ارائه شده است [۱۸]. خواص ترمودینامیکی نانوسیال هیبریدی با استفاده از روابط تحلیلی موجود و بر اساس روابط زیر محاسبه می‌شود [۱۷]. در این روابط ϕ بیانگر کسر حجمی نانوذرات است.

$$\rho_{hnf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi_{np1} \rho_{np1} + \phi_{np2} \rho_{np2} \quad (15)$$

$$c_{p,hnf} = \frac{(1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi_{np1}(\rho c_p)_{np1} + \phi_{np2}(\rho c_p)_{np2}}{\rho_{hnf}} \quad (16)$$

$$\mu_{hnf} = \frac{\mu_f}{\left(1 - 34.87 \left(\frac{d_{np}}{d_f} \right)^{-0.3} \phi^{1.03} \right)} \quad (17)$$

$$k_{hnf} = k_f \left(1 + 4.4 \text{Re}^{0.4} \text{Pr}^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}} \right)^{10} \left(\frac{\phi_{np1} k_{np1} + \phi_{np2} k_{np2}}{\phi k_f} \right)^{0.03} \phi^{0.66} \right) \quad (18)$$

$$\phi = \phi_{np1} + \phi_{np2} \quad (19)$$

که در آن، اندیس‌های hnf ، f و np به ترتیب بیانگر نانوسیال هیبریدی، سیال پایه و نانوذرات هستند. دمای انجماد آب $273/15 \text{K}$ در نظر گرفته شده است. خواص ترموفیزیکی نانوذرات اکسید آلومینیوم و دی‌اکسید سیلیسیوم در جدول ۳ ارائه شده است [۱۷].

شرایط مرزی برای هندسه مورد مطالعه در جدول ۴ آورده شده است و قطر هیدرولیکی ورودی میکروکانال نیز برابر $1/4118$ میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

جدول ۲. خواص ترمو-فیزیکی آلومینیوم [۱۸]

Table 2. Thermo-physical properties of aluminum [18]

نوع ماده	$k (W / m.K)$	$c_p (j / Kg.K)$	$\rho (kg / m^3)$
آلومینیوم	۲۰۲/۴	۸۷۱	۲۷۱۹

جدول ۳. خواص ترمو-فیزیکی نانوذرات اکسید آلومینیوم و دی اکسید سیلیسیوم [۱۷]

Table 3. Thermo-physical properties of alumina and silica nanoparticles [17]

ماده	$d_{np} (m)$	$c_p (j / Kg.K)$	$k (W / m.K)$	$\rho (kg / m^3)$
Al_2O_3	1.0×10^{-5}	۴۰	۷۶۵	۳۹۷۰
SiO_2	1.0×10^{-6}	۱/۲	۷۰۳	۲۲۰۰

جدول ۴. شرایط اولیه و مرزی پژوهش حاضر

Table 4. Initial and boundary conditions of the present study

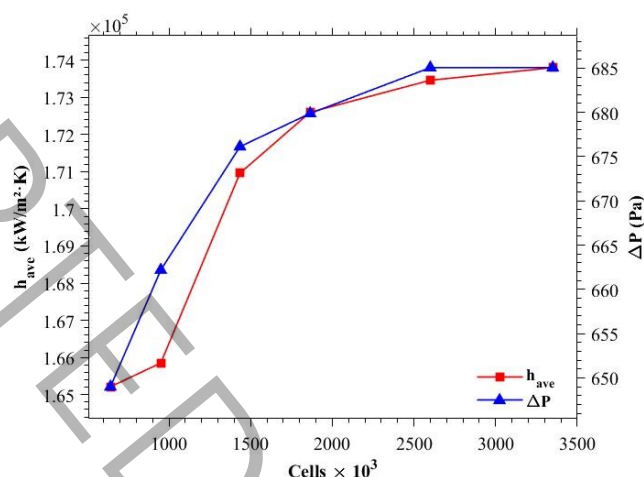
شرایط مرزی	ناحیه مرزی
$V_{in} = \frac{Re \cdot \mu}{\rho \cdot D_h}, Re \in [100, 600], T_{in} = 298 / 15 K$	ورودی میکروکانال
$P_{out} = 1 atm$	خروجی میکروکانال
$\vec{V} = 0, T_f = T_s, k_f \frac{\partial T_f}{\partial n} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial n}$	مرز سیال - جامد
$k \frac{\partial T}{\partial n} = 0$	سایر دیواره ها
$q''_w = -k_s \frac{\partial T_s}{\partial n} = 100 KW / m^2$	دیواره پائینی میکروکانال

۴- روش حل عددی، استقلال حل از شبکه و اعتبارسنجی

شبیه سازی جریان و انتقال حرارت در نرم افزار انسیس فلوئنت، با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم تصحیح فشار سیمپل انجام شده است. در این نرم افزار، گسسته سازی جملات دیفرانسیلی فشار با الگوریتم پرستو (PRESTO!) و معادلات مومنتم و انرژی با روش بالادست مرتبه دوم صورت گرفته است. معیار همگرایی برای باقیمانده معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی به ترتیب برابر 10^{-5} ، 10^{-6} و 10^{-7} تنظیم شده و در تمام حالات از پیش فرض مقادیر ضرایب زیرتخفیف در فلوئنت استفاده شده است.

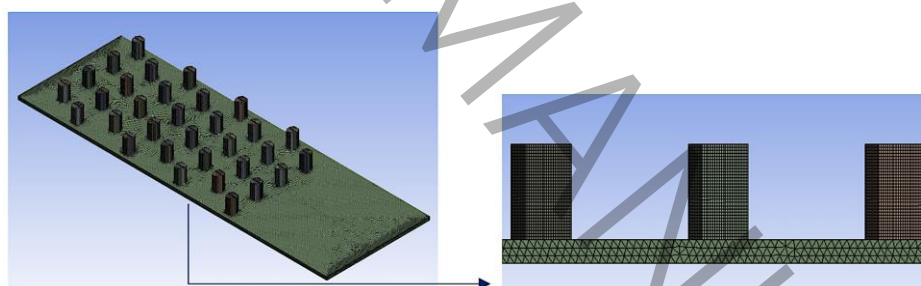
در این مطالعه، نوع شبکه در تمام هندسه ها یکسان در نظر گرفته شده و شبکه بندی با استفاده از نرم افزار انسیس مشینگ انجام شده است. پیچیده ترین هندسه مورد مطالعه یعنی میکروکانال مجهز به پره های شش ضلعی منقطع انتخاب و آزمون استقلال حل از شبکه بر روی آن انجام گرفت. در این بررسی، شرایط کاری متناظر با بیشترین شدت جریان یعنی بالاترین عدد رینولدز و بیشترین کسر حجمی نانوذرات در نظر گرفته شد. شش شبکه با تعداد سلول های متفاوت تولید و شبیه سازی شد و دو پارامتر کلیدی شامل افت فشار به عنوان شاخص هیدرودینامیکی و ضریب انتقال حرارت جابه جایی که برای محاسبه آن از شار حرارتی ثابت کف میکروکانال و دمای متوسط جریان استفاده شده، به عنوان شاخص حرارتی به عنوان معیار ارزیابی استقلال حل از شبکه انتخاب شدند. مطابق شکل

۳، نتایج نشان می‌دهد که با افزایش تعداد سلول‌ها از ۱،۸۶۴،۴۷۶ به ۲،۵۹۹،۷۸۹ تغییرات بسیار ناچیز است، بطوریکه که افت فشار کاملاً ثابت مانده و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی تنها حدود ۰/۵ درصد افزایش یافته است که این میزان تغییر در مقیاس شبیه‌سازی های عددی قابل صرف‌نظر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که شبکه‌ای با تعداد سلول ۱،۸۶۴،۴۷۶ دقت لازم برای تحلیل‌های عددی را تأمین می‌کند و با توجه به کاهش حجم محاسبات و صرفه‌جویی در زمان پردازش نسبت به شبکه‌های متراکم‌تر، به‌عنوان شبکه بهینه انتخاب می‌گردد. نمای شماتیک شبکه منتخب در شکل ۴ آورده شده است.



شکل ۳. بررسی استقلال حل از شبکه با بررسی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و افت فشار بر حسب تعداد سلول شبکه

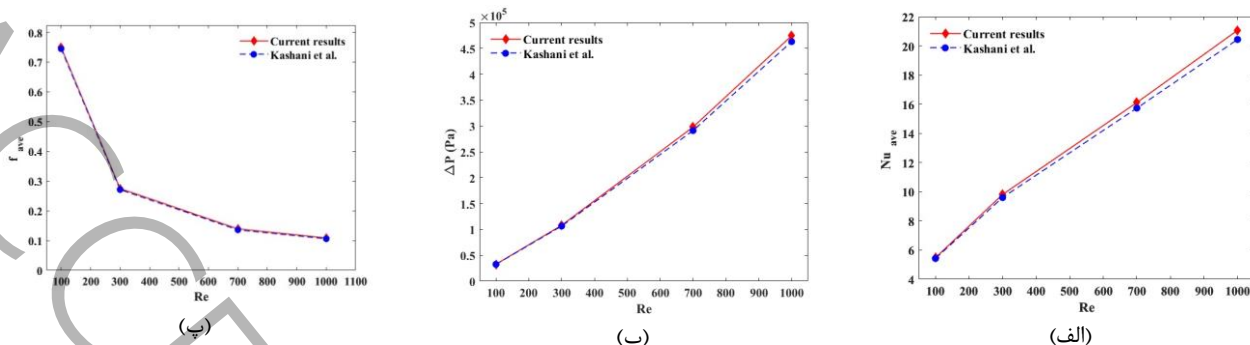
Fig. 3. Grid independence study by examining the convective heat transfer coefficient and pressure drop versus the number of mesh cells



شکل ۴. نمای شماتیک شبکه‌بندی پژوهش حاضر

Fig. 4. Schematic of the mesh used in the present study

با توجه به اینکه شبیه‌سازی‌های عددی همواره با مقداری خطا همراه هستند، مقایسه نتایج با پژوهش‌های معتبر پیشین برای سنجش اعتبار نتایج ضروری است. بدین منظور، نتایج کاشانی و همکاران [۱۹] درباره جریان نانوسیال در یک میکروکانال مجهز به پره های مکعبی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج آن‌ها نشان داد که افزایش تعداد پره‌ها علاوه بر تقویت انتقال حرارت، منجر به افزایش افت فشار و توان پمپاژ می‌شود. مطابق کار کاشانی و همکاران، میکروکانال حاوی آب با سه ردیف پره که در هر ردیف پنج پره تعبیه شده است، شبیه‌سازی و مقادیر عدد ناسلت، افت فشار و ضریب اصطکاک با نتایج آن‌ها مطابق شکل ۵ مقایسه شد. همانطور که مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد و میانگین اختلاف نسبی برای این سه پارامتر در کلیه حالات بررسی شده به ترتیب ۲/۱۲ درصد برای عدد ناسلت متوسط، ۱/۶۴ درصد برای افت فشار و ۱/۶۷ درصد برای ضریب اصطکاک محاسبه شده است. این مقادیر اختلاف در محدوده قابل قبولی برای شبیه‌سازی عددی قرار دارند.



شکل ۵. مقایسه نتایج عددی با مرجع [۱۹] برای (الف) عدد ناسلت متوسط، (ب) افت فشار، (پ) ضریب اصطکاک فانیگ
Fig. 5. Comparison of numerical results with reference [19] for (a) average Nusselt number, (b) pressure drop, and (c) Fanning friction factor

۵- بحث و نتایج

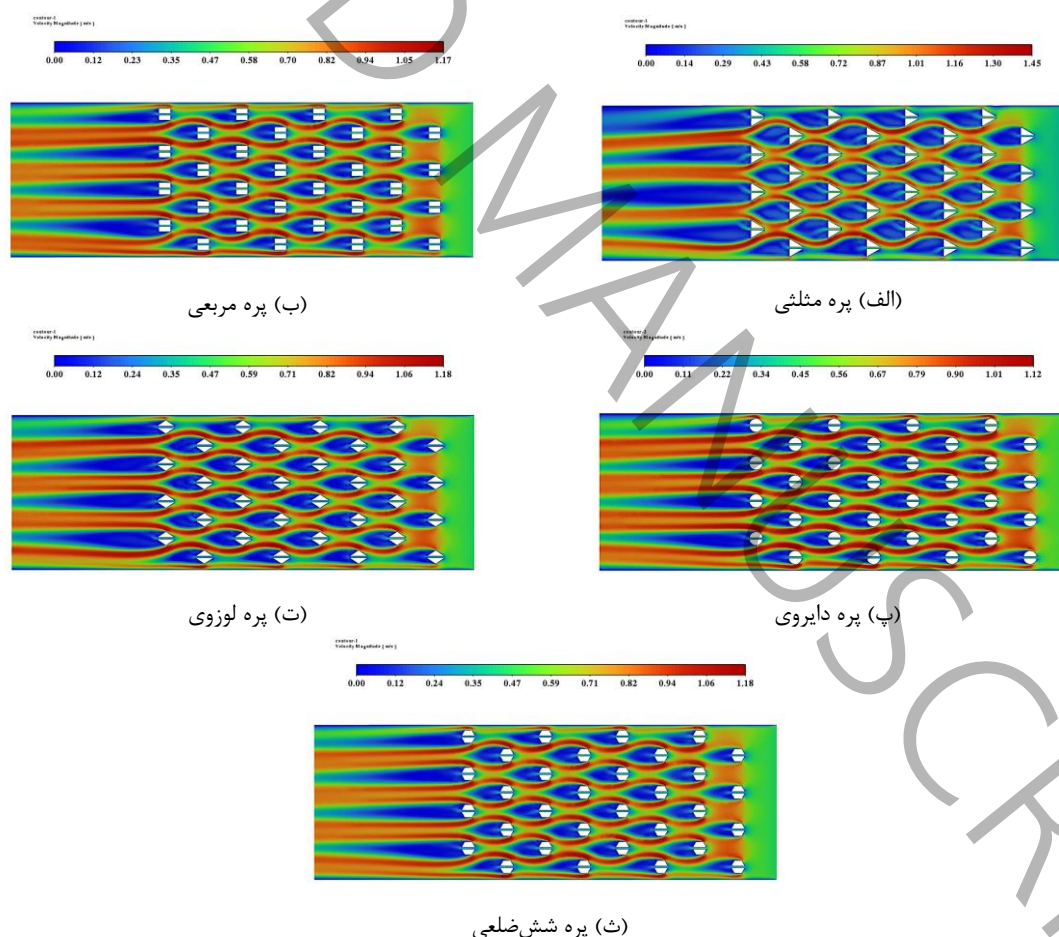
در این بخش، نتایج حاصل از شبیه‌سازی میدان جریان و انتقال حرارت در میکروکانال مجهز با پره‌های منقطع با پنج هندسه مختلف ارائه و با میکروکانال ساده مقایسه می‌شود. پس از تعیین هندسه بهینه پره‌های منقطع، تاثیر چیدمان و ارتفاع پره‌ها تا سطح میکروکانال ارزیابی می‌گردد. در شبیه‌سازی‌های انجام شده، عدد رینولدز جریان ورودی و کسر حجمی نانوذرات هیبریدی به‌عنوان متغیرهای کلیدی در نظر گرفته شده‌اند. در مقیاس میکرو، به دلیل ابعاد کوچک و غلبه‌ی نیروهای ویسکوز بر اینرسی، جریان تا مقادیر نسبتاً بالای عدد رینولدز همچنان آرام باقی می‌ماند. مطالعات متعددی از جمله در مطالعه کندلیکار [۲۰] نشان داده‌اند که در بیشتر کاربردهای خنک‌کاری میکروالکترونیک، عدد رینولدز در محدوده‌ی ۱۰ تا ۱۰۰۰ تعریف می‌شود و رفتار جریان در این بازه کاملاً آرام است. بنابراین بر مبنای مطالعات پیشین در زمینه جریان در میکروکانال‌ها، در کار حاضر نیز محدوده عدد رینولدز بین ۱۰۰ تا ۶۰۰ انتخاب شده است تا همسو با محدوده‌ی واقعی عملکرد میکروکانال‌ها بوده و امکان بررسی دقیق اثر نانوسیال و هندسه فراهم شود. کسر حجمی نانوذرات شامل سه مقدار ۰، ۰/۰۱ و ۰/۰۲ انتخاب شده است. برای بررسی تأثیر شکل پره‌های منقطع و کسر حجمی نانوذرات بر عملکرد هیدرودینامیکی - حرارتی، پارامترهایی از جمله افت فشار، عدد ناسلت، مقاومت حرارتی و معیار ارزیابی عملکرد محاسبه و مقایسه می‌شوند.

۵-۱ بررسی تاثیر هندسه‌های مختلف پره‌ها بر میدان جریان

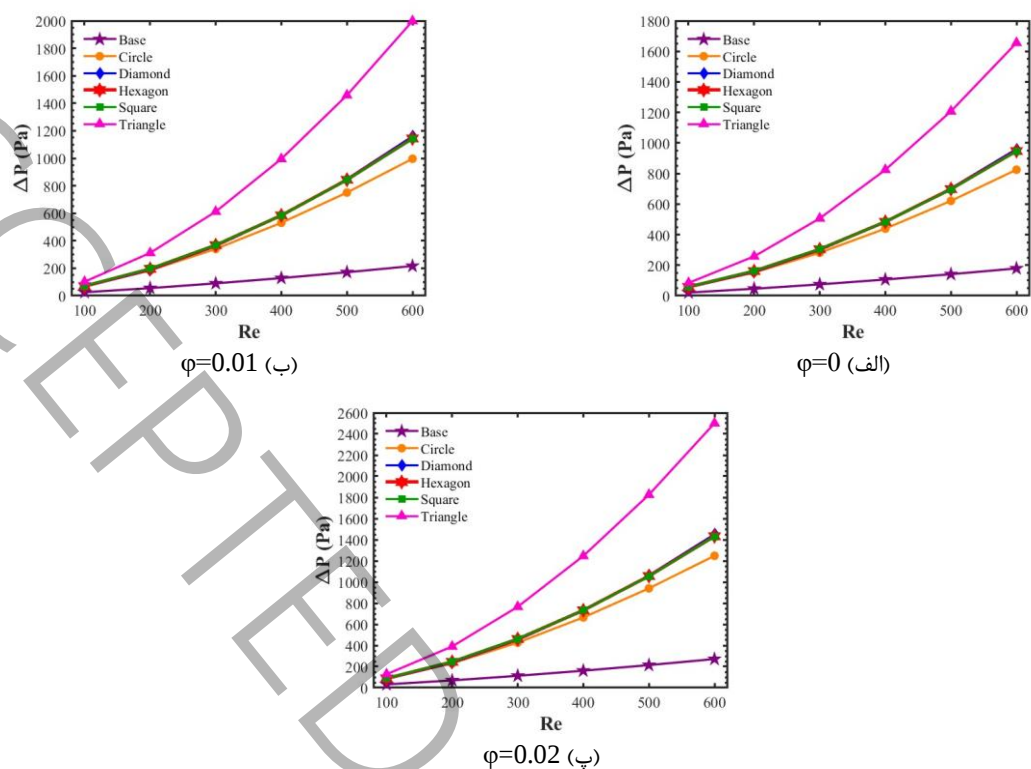
در شکل ۶ توزیع سرعت در جریان نانوسیال هیبریدی با کسر حجمی ۰/۰۲ در وسط چاه حرارتی میکروکانالی در عدد رینولدز ۶۰۰ در تمامی حالات نشان داده شده است. نتایج بیانگر آن است که برخورد جریان با اولین ردیف پره‌ها موجب تغییرات چشمگیری در توزیع سرعت می‌گردد، به‌طوری‌که در جلوی پره‌ها نواحی بازگشتی با سرعت پایین و در کناره‌ها نواحی باریک با سرعت بالا شکل می‌گیرد. این تمرکز موضعی جریان، سبب افزایش گرادیان سرعت و بهبود انتقال حرارت می‌شود. همچنین در پشت پره‌ها نواحی گردابه‌ای و بازچرخش جریان به وجود آمده که موجب افزایش اختلاط نانوسیال و ارتقای راندمان حرارتی می‌گردد. بر اساس مقادیر محاسبه‌شده، افزایش سرعت در هندسه‌های مثلثی، مربعی، دایره‌ای، شش‌ضلعی و لوزی به ترتیب معادل ۶۱/۴۲، ۶۰/۴۳، ۵۸/۶۶، ۵۲/۷۵ و ۵۲/۷۵ درصد مشاهده شده است. نتایج نشان می‌دهد که پره‌های لوزی و شش‌ضلعی رفتار مشابهی دارند.

به منظور تحلیل بهتر تأثیر شکل پره‌های منقطع و همچنین کسر حجمی نانوذرات بر رفتار جریان در چاه حرارتی میکروکانالی، تغییرات افت فشار در بازه‌ای از اعداد رینولدز مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در شکل ۷ ترسیم شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عدد رینولدز و سرعت جریان، مقدار افت فشار در همه هندسه‌ها افزایش یافته و توان پمپاژ بیشتری مورد نیاز است. این افزایش افت فشار به دلیل افزایش نیروهای برشی ناشی از سرعت بالاتر جریان و همچنین اثر ویسکوزیته سیال در حضور نانوذرات هیبریدی رخ می‌دهد، که مقاومت جریان را بالا می‌برد. از سوی دیگر هنگام وجود پره‌ها با لبه‌های تیز، گردابه‌های شدیدتری نیز پشت پره‌ها ایجاد

می‌شود و افت فشار به دنبال آن بیشتر از حالتی است که لبه‌های پره گرد باشند. در واقع، لبه‌های تیز موجب جدایش زودتر جریان از سطح پره می‌شوند که این پدیده باعث افزایش ناحیه بازچرخشی و افت بیشتر انرژی جنبشی در اثر اصطکاک و آشفته‌گی موضعی می‌گردد. در مقابل، زمانی که لبه‌های پره دارای انحنا یا طراحی آیرودینامیکی باشند، جریان به‌صورت یکنواخت‌تر از سطح عبور کرده و پدیده جدایش با تأخیر رخ می‌دهد، در نتیجه افت فشار کلی سیستم کاهش می‌یابد. بیشترین افت فشار در هندسه با پره‌های منقطع مثلثی و در عدد رینولدز ۶۰۰ برای سیال پایه رخ داده که نسبت به هندسه پایه ۹/۳ برابر بیشتر است. کمترین افت فشار نیز در هندسه لوزوی در عدد رینولدز ۱۰۰ برای آب خالص ثبت شده که ۲/۶ برابر بیشتر از هندسه پایه است. به طور کلی ترتیب هندسه‌ها از نظر بزرگی افت فشار به صورت مثلثی، لوزوی، شش‌ضلعی، مربعی، دایره‌ای و پایه می‌باشد. همچنین مشاهده شد که تغییرات افت فشار در هندسه‌های لوزوی، مربعی و شش‌ضلعی بسیار مشابه بوده، در حالی که روند تغییرات در هندسه پایه تقریباً خطی است. به عنوان مثال، در شکل ۸ کانتور فشار در میکروکانال با پره‌های منقطع لوزی شکل که کمترین تغییرات فشار را تجربه کرده است، مشاهده می‌شود. در این شکل، مقایسه‌ای بین کمترین مقدار عدد رینولدز یعنی ۱۰۰ و کمترین کسر حجمی نانوذرات یعنی صفر درصد و بیشترین مقدار این موارد به ترتیب ۶۰۰ و ۲ درصد صورت گرفته است. نتایج نشان داده است، که با افزایش کسر حجمی، در عدد رینولدز ۶۰۰ نسبت به ۱۰۰، افت فشار تقریباً ۹۴/۴ و ۹۴/۳ درصد افزایش یافته است. همچنین، در عدد رینولدز ۱۰۰ با کسر حجمی ۰/۰۲، افت فشار در طول کانال نسبت به جریان آب خالص حدود ۳۴/۳۵ درصد افزایش داشته است.

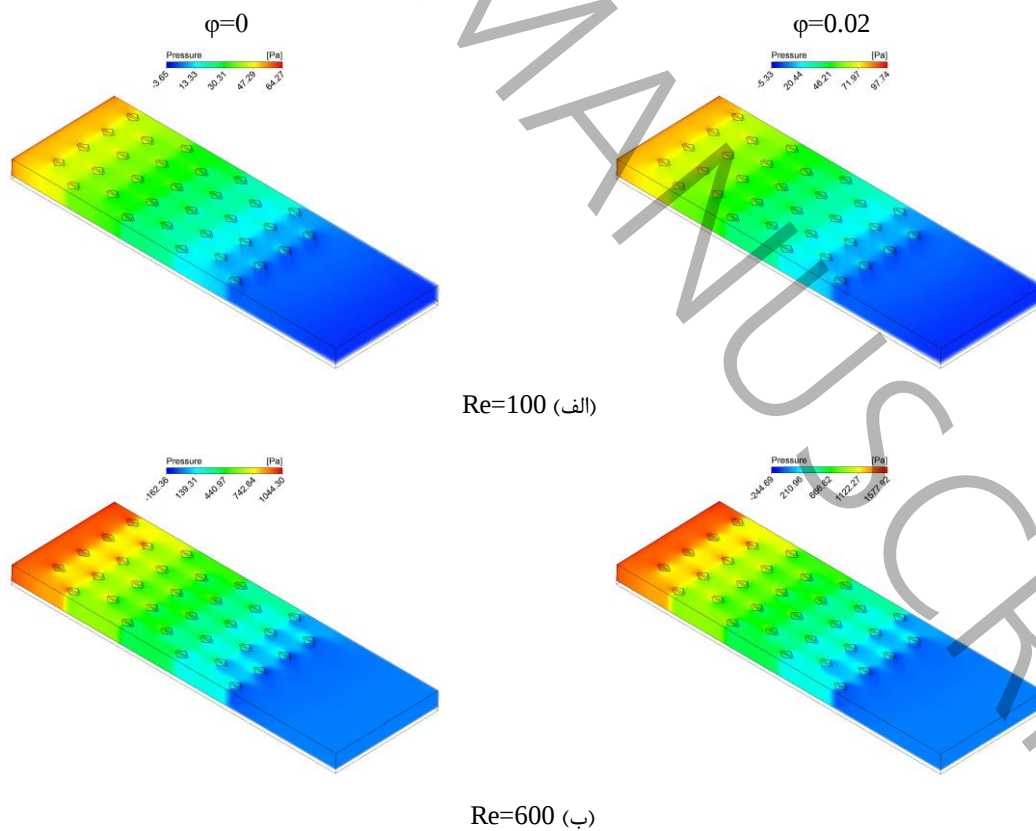


شکل ۶. کانتور سرعت در میکروکانال مجهز به پره‌های منقطع حاوی نانوسیال هیبریدی با کسر حجمی ۰/۰۲ نانوذرات در رینولدز ۶۰۰
Fig. 6. Velocity contour in a microchannel equipped with interrupted fins containing hybrid nanofluid with 0.02 volume fraction of nanoparticles at Re=600



شکل ۷. تاثیر هندسه پره‌های منقطع بر افت فشار در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 7. Effect of interrupted fin geometry on pressure drop at three different volume fractions



شکل ۸. کانتور فشار در میکروکانال مجهز به پره‌های منقطع لوزی

Fig. 8. Pressure contour in a microchannel equipped with diamond-shaped interrupted fins

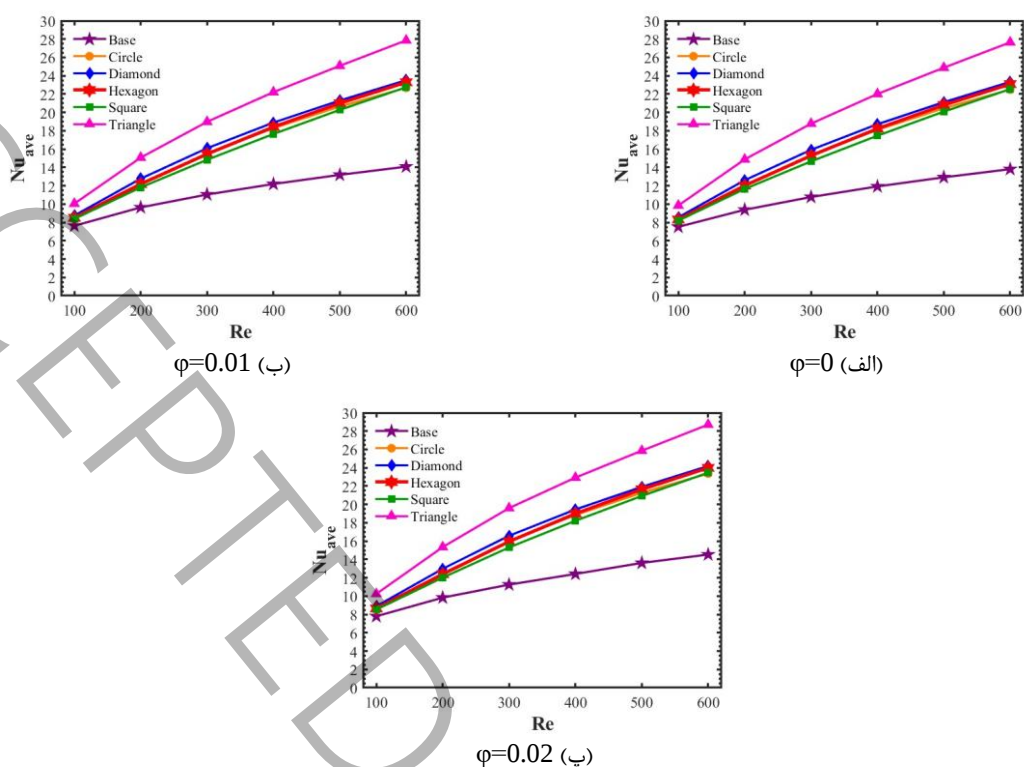
۲-۵ بررسی تأثیر هندسه‌های مختلف پره‌ها بر انتقال حرارت

برای بررسی تأثیر شکل پره‌های منقطع و کسرهای حجمی مختلف نانوسیال هیبریدی بر عملکرد حرارتی چاه حرارتی میکروکانالی، عدد ناسلت متوسط محاسبه و در شکل ۹ نمایش داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش سرعت جریان و کسر حجمی نانوسیال در همه شرایط موجب افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. در هندسه پایه تغییرات اندک بوده اما در هندسه‌های اصلاح‌شده افزایش قابل توجهی مشاهده می‌گردد. افزایش عدد ناسلت متوسط به دلیل ترکیب چند عامل اتفاق می‌افتد. افزایش عدد رینولدز که موجب نازک‌تر شدن لایه مرزی و تقویت انتقال حرارت می‌شود، و همچنین حضور نانوسیال هیبریدی رسانش گرمایی مؤثر سیال را بالا برده و توانایی انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. علاوه بر این، هندسه پره‌های منقطع، به‌ویژه پره‌های مثلثی، جریان را به‌صورت موضعی تحت تأثیر قرار داده و گردابه‌های ثانویه ایجاد می‌کنند که اختلاط سیال را تقویت کرده و عدد ناسلت را بیشتر می‌کند. ترکیب این عوامل سبب شده که عدد ناسلت متوسط در تمامی شرایط نسبت به هندسه پایه و سیال پایه افزایش یابد. بیشترین بهبود مربوط به میکروکانال با پره‌های مثلثی در عدد رینولدز ۶۰۰ و کسر حجمی ۰/۰۲ است که حدود ۴۹/۴ درصد نسبت به هندسه پایه افزایش داشته است.

شکل ۱۰ تغییرات ضریب مقاومت حرارتی را بر حسب عدد رینولدز برای کسرهای حجمی مختلف نانوسیال هیبریدی نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که با افزایش سرعت جریان، مقاومت حرارتی در همه هندسه‌ها کاهش می‌یابد و بیشترین مقدار آن در هندسه پایه ثبت شده است. به عبارت دیگر، در هندسه‌های مجهز به پره‌های منقطع، به دلیل بهبود خنک‌کاری و کاهش دمای کف میکروکانال، ضریب مقاومت حرارتی کاهش یافته است. افزایش کسر حجمی نانوذرات و عدد رینولدز اثر تغییرات مقاومت حرارتی در هندسه‌های دارای پره‌های منقطع را کاهش می‌دهد، در حالی که در هندسه پایه این تغییرات قابل توجه است. برای اعداد رینولدز ۱۰۰، ۳۰۰ و ۶۰۰ و نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۲، ضریب مقاومت حرارتی در هندسه مثلثی به ترتیب ۲، ۲/۳۹ و ۲/۵۲ برابر کمتر از هندسه پایه است. کمترین افزایش مقاومت حرارتی نیز مربوط به هندسه پایه نسبت به هندسه مربعی در عدد رینولدز ۱۰۰ و با آب خالص بوده و حدود ۰/۵ برابر افزایش نشان می‌دهد.

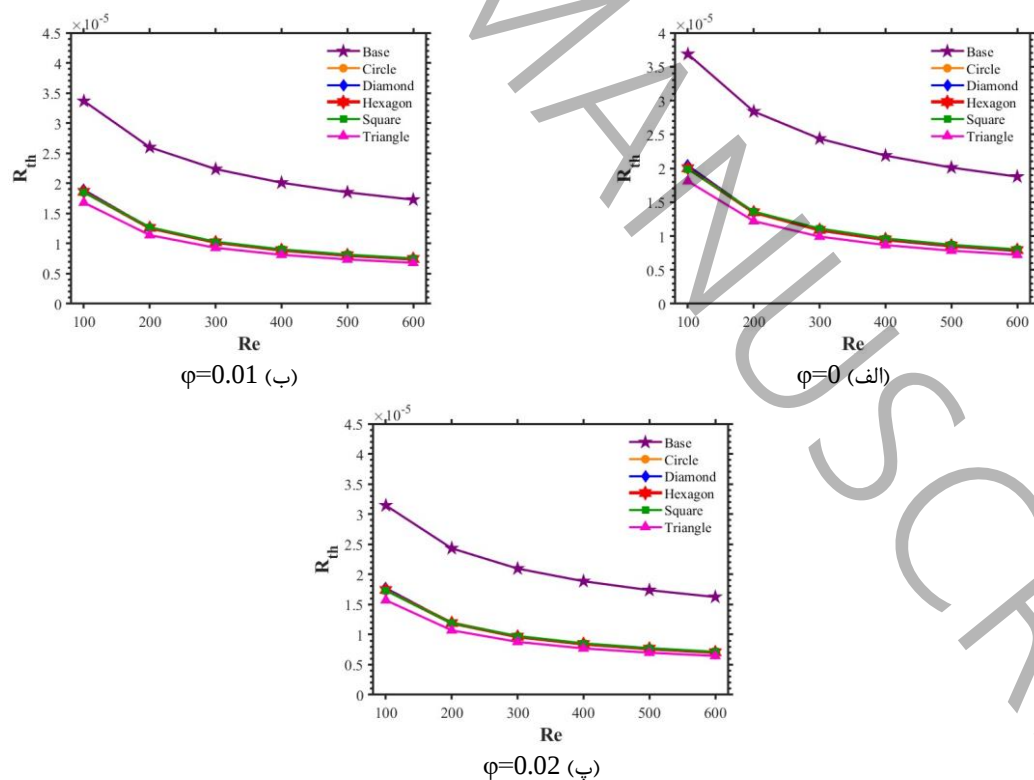
در شکل ۱۱ اثر شکل پره‌های منقطع و افزودن نانوذرات آلومینا و سیلیکا به آب بر دمای متوسط کف میکروکانال در اعداد رینولدز مختلف نمایش داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سرعت جریان، انتقال حرارت تقویت شده و دمای متوسط کف کاهش می‌یابد. این کاهش دما به دلیل افزایش نرخ جابجایی حرارت بین سیال و دیواره است، زیرا با بالا رفتن عدد رینولدز، ضریب انتقال حرارت جابجایی افزایش یافته و لایه مرزی حرارتی نازک‌تر می‌شود. افزایش کسر حجمی نانوذرات هیبریدی، به‌ویژه در مقادیر بالای عدد رینولدز، تأثیر قابل توجهی بر کاهش دما ندارد، زیرا هرچند ظرفیت گرمایی سیال افزایش می‌یابد، کاهش هدایت حرارتی کمی اثر بازدارنده ایجاد می‌کند. در مجموع، اثر افزایش ظرفیت گرمایی غالب شده و افزودن نانوذرات موجب بهبود عملکرد حرارتی می‌شود. میکروکانال با پره‌های مثلثی بیشترین کارایی در خنک‌کاری دارد و دمای کف کانال را نسبت به هندسه پایه در کسر حجمی ۰/۰۲ نانوذرات در اعداد رینولدز ۱۰۰، ۳۰۰ و ۶۰۰ به ترتیب ۱۵/۷۱، ۱۲/۱۷ و ۹/۷۹ کلوین کاهش داده است.

هندسه میکروکانال با پره‌های منقطع مربعی پس از حالت پایه کمترین کارایی در خنک‌کاری را دارد؛ زیرا لبه‌های تیز آن باعث جدایش زودهنگام جریان می‌شود و از سوی دیگر سطح موثر کمتری برای تبادل حرارت ایجاد می‌کند. و کانتور دمای سیال در بخش میانی میکروکانال و بخش جامد آن در این هندسه به ترتیب در شکل ۱۲ و ۱۳ نمایش داده شده است. نتایج نشان می‌دهد، هنگامی که آب خالص به عنوان سیال کاری استفاده می‌شود، بیشینه دمای خروجی سیال در اعداد رینولدز ۱۰۰ و ۶۰۰ به ترتیب حدود ۳۰۹ و ۳۰۱/۵ کلوین است. با افزودن نانوذرات به میزان کسر حجمی ۰/۰۲ به سیال پایه، این دما به ترتیب به حدود ۳۰۷ و ۳۰۰ کلوین کاهش می‌یابد. بیشینه دما در هندسه حاضر نسبت به هندسه میکروکانال با پره‌های دایره‌ای منقطع در هنگام استفاده از آب خالص و نانوسیال با کسر حجمی ۰/۰۲ روندی نزولی دارد. کاهش دمای کف میکروکانال هندسه حاضر با استفاده از نانوسیال با کسر حجمی صفر و ۰/۰۲ نسبت به هندسه پایه به ترتیب ۳/۳۹ و ۲/۸۹ درصد افزایش داشته است.



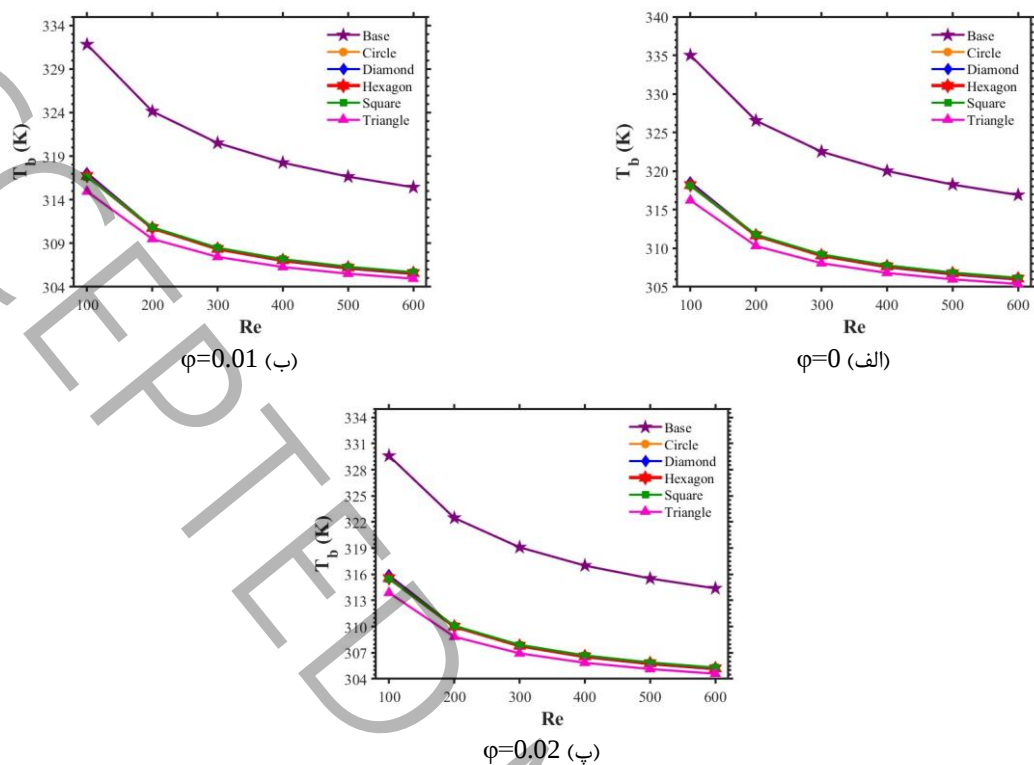
شکل ۹. تاثیر هندسه پره‌های منقطع بر عدد ناسلت متوسط در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 9. Effect of interrupted fin geometry on the average Nusselt number at three different volume fractions



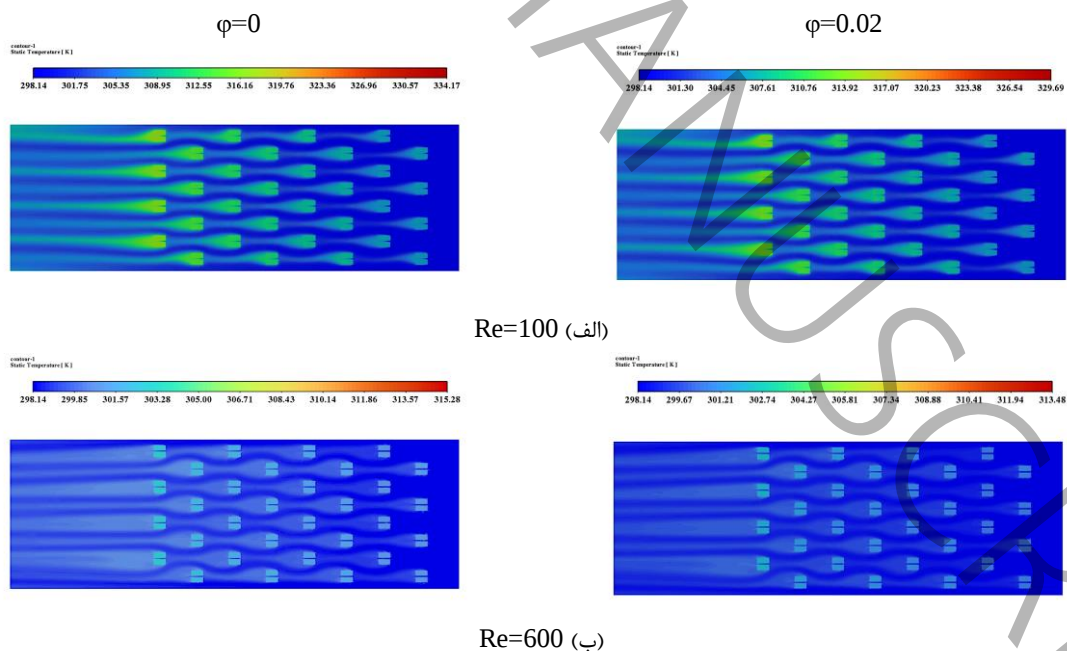
شکل ۱۰. تاثیر هندسه پره‌های منقطع بر مقاومت حرارتی میکروکانال در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 10. Effect of interrupted fin geometry on the thermal resistance of the microchannel at three different volume fractions



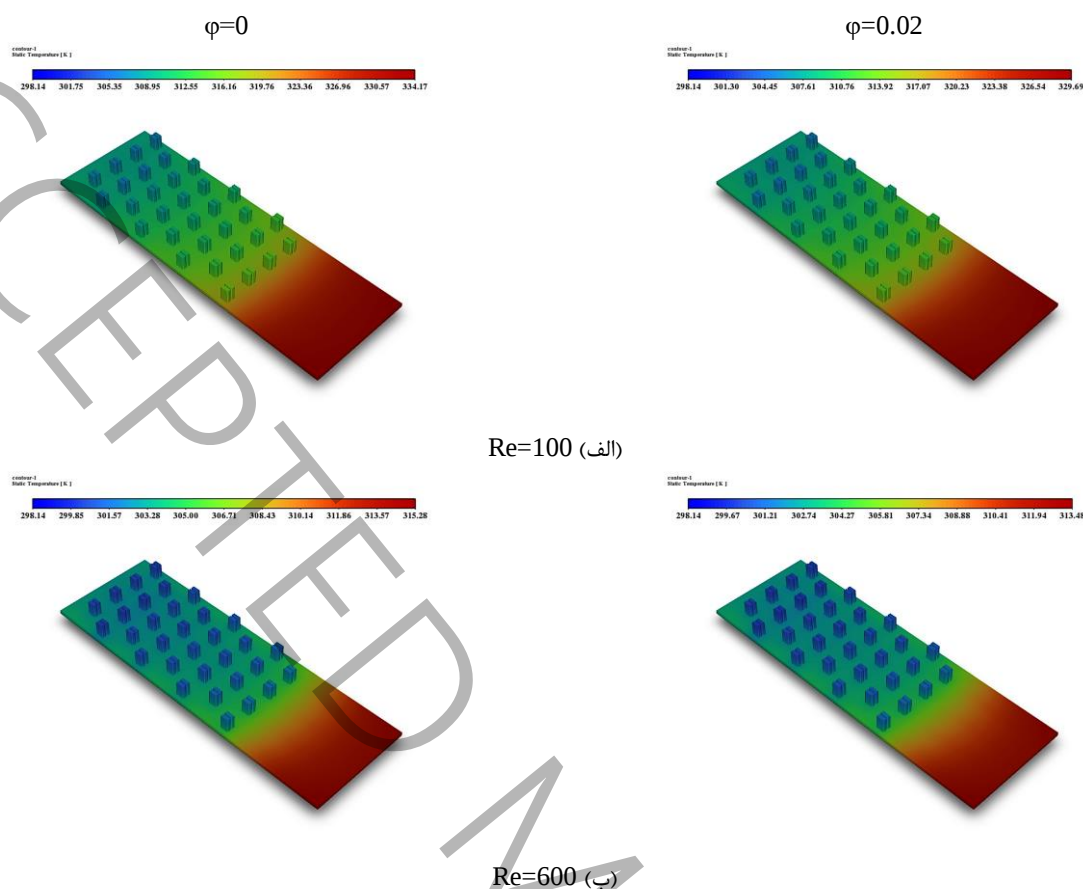
شکل ۱۱. تاثیر هندسه پره‌های منقطع بر دمای متوسط کف میکروکانال در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 11. Effect of interrupted fin geometry on the average bottom wall temperature of the microchannel at three different volume fractions



شکل ۱۲. کانتور دمای سیال در قسمت میانی میکروکانال مجهز به پره‌های منقطع مربعی

Fig. 12. Fluid temperature contour at the midsection of a microchannel equipped with square interrupted fins

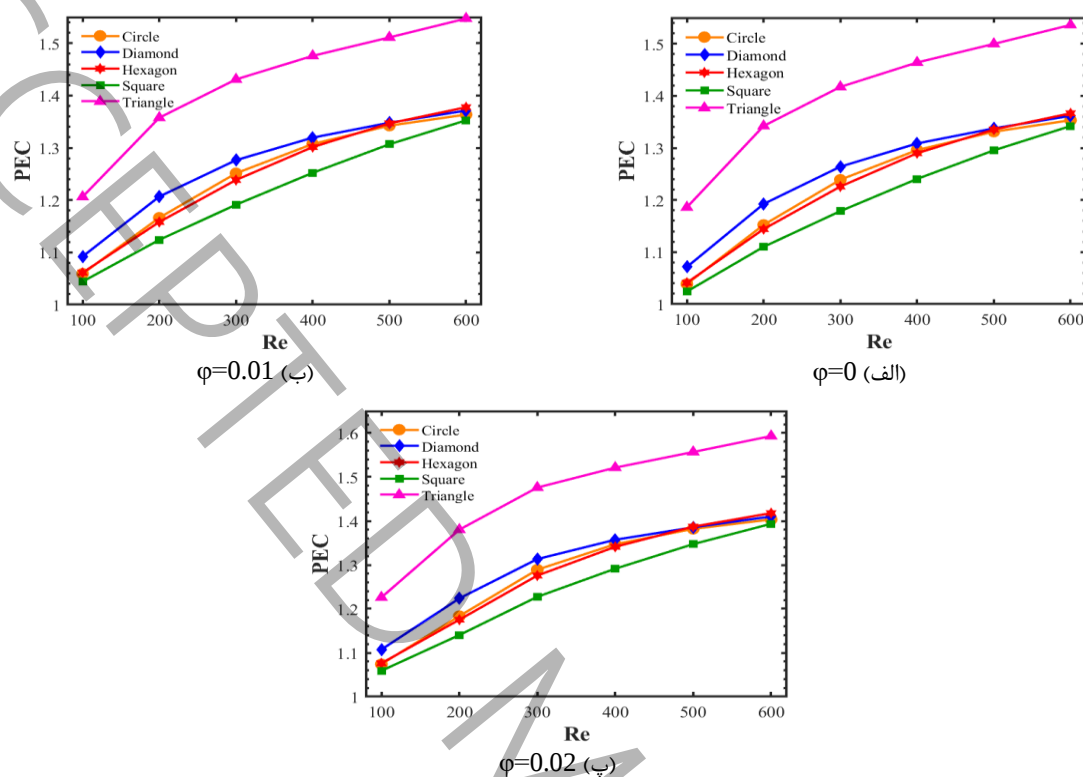


شکل ۱۳. کانتور دمای جامد میکروکانال مجهز به پره‌های منقطع مربعی
Fig. 13. Solid temperature contour of a microchannel equipped with square interrupted fins

۳-۵ ارزیابی عملکرد میکروکانال با هندسه‌های مختلف

برای ارزیابی عملکرد هیدرودینامیکی-حرارتی، معیار ارزیابی عملکرد در هندسه‌های مختلف بر حسب عدد رینولدز در شکل ۱۴ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این معیار در تمامی هندسه‌ها نسبت به هندسه پایه بهبود یافته است. افزایش عدد رینولدز در تمامی حالات موجب افزایش مقدار معیار ارزیابی عملکرد می‌شود. با افزایش غلظت نانوسیال، میزان بهبود این معیار تغییرات بیشتری نشان می‌دهد. این رفتار نشان‌دهنده تاثیر همزمان افزایش عدد رینولدز و غلظت نانوسیال بر انتقال حرارت و مقاومت هیدرودینامیکی جریان است. به‌طور خاص، با افزایش عدد رینولدز، نرخ انتقال حرارت به دلیل افزایش اختلاط و کاهش ضخامت لایه مرزی افزایش می‌یابد، در حالی که افزایش غلظت نانوسیال باعث افزایش هدایت حرارتی سیال و در نتیجه ارتقای عملکرد حرارتی می‌شود. بیشینه مقدار معیار ارزیابی عملکرد در میکروکانال با پره‌های منقطع مثلثی و هنگام استفاده از دو درصد حجمی نانوذرات در سیال پایه در عدد رینولدز ۶۰۰ حدود ۱/۶ است. همچنین، در همین هندسه و برای نانوسیال هیبریدی با کسر حجمی صفر، یک و دو درصد، مقدار معیار ارزیابی عملکرد در عدد رینولدز ۶۰۰ به ترتیب حدود ۵۳/۶۲، ۵۴/۷۳ و ۵۹/۳۲ درصد افزایش یافته است. این نتایج نشان می‌دهند که ترکیب بهینه هندسه پره‌های منقطع با افزایش غلظت نانوسیال می‌تواند بهبود قابل توجهی در عملکرد هیدرودینامیکی-حرارتی میکروکانال‌ها ایجاد کند. به‌طور کلی، افزایش عدد رینولدز و غلظت نانوسیال هر دو نقش مؤثری در افزایش انتقال حرارت و عملکرد کلی سیستم دارند. علاوه بر این، داده‌های به‌دست‌آمده نشان می‌دهند که اثر افزایش غلظت نانوسیال بر معیار عملکرد، با افزایش عدد رینولدز تقویت می‌شود و بیشترین میزان بهبود در شرایط جریان سریع و غلظت بالای نانوذرات مشاهده شده

است. این یافته‌ها می‌تواند راهنمایی مهم برای طراحی و بهینه‌سازی سیستم‌های خنک‌کننده میکروکانالی با نانوسیال‌های هیبریدی باشد.

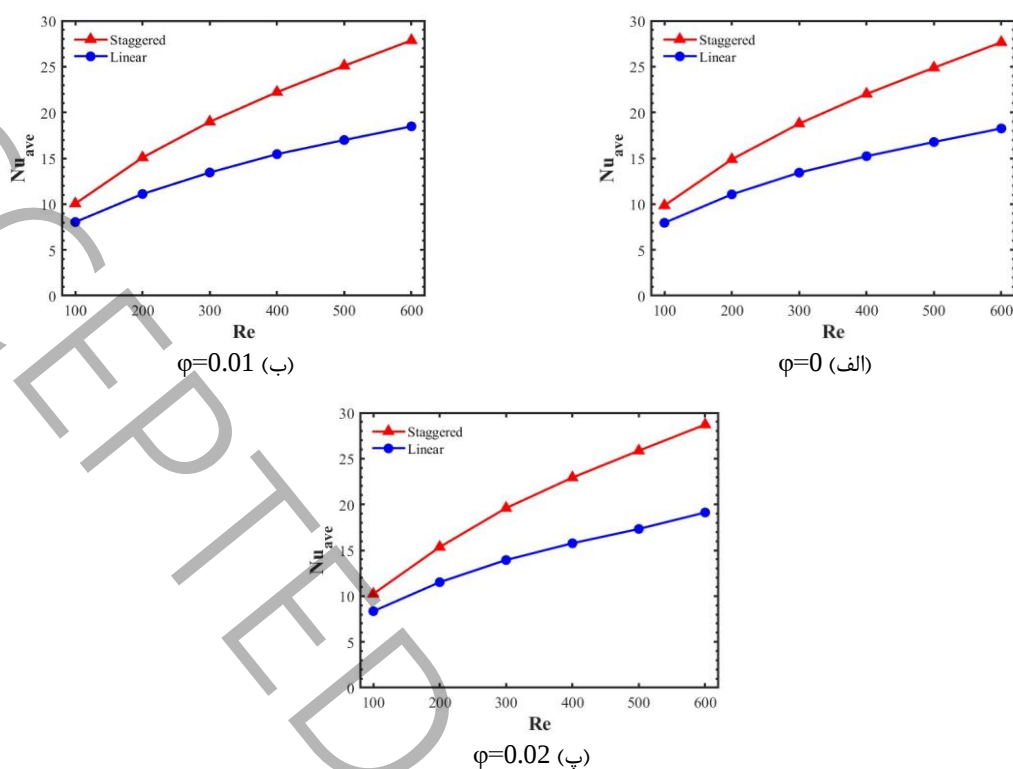


شکل ۱۴. تاثیر شکل پره‌های منقطع بر معیار ارزیابی عملکرد میکروکانال در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 14. Effect of interrupted fin shapes on the microchannel performance evaluation criterion at three different volume fractions

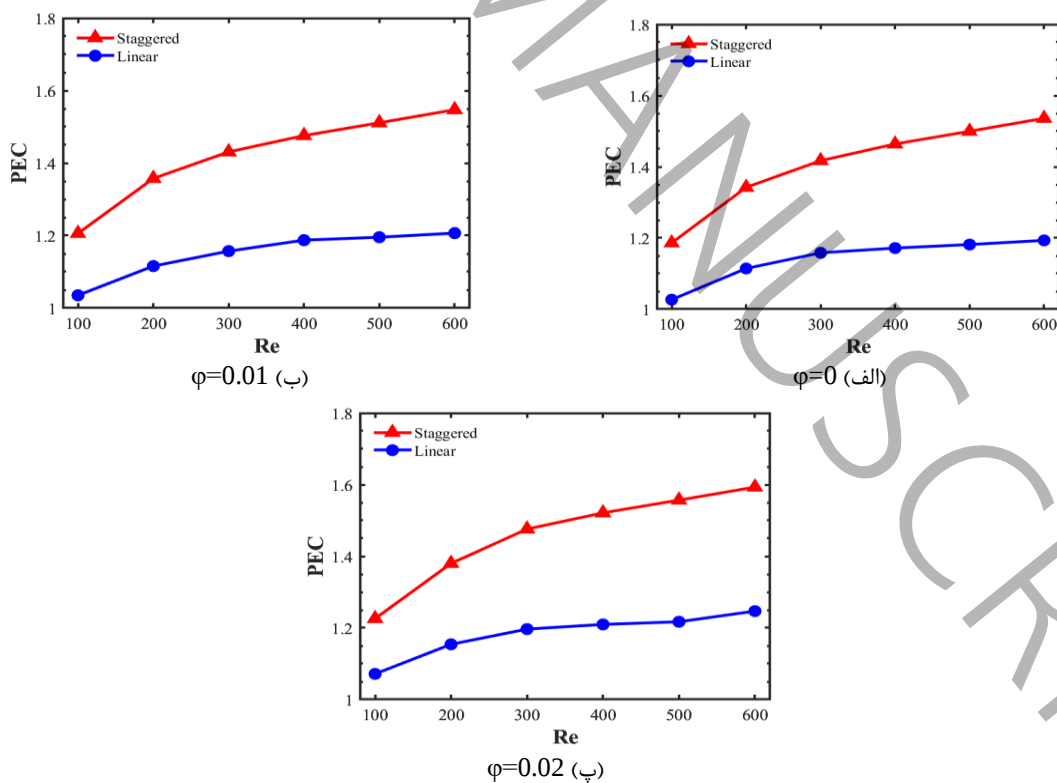
۴-۵ ارزیابی چیدمان پره‌ها در میکروکانال بهینه

برای شناسایی بهترین چیدمان پره‌ها در میکروکانال با پره‌های مثلثی منقطع، ارزیابی‌هایی صورت گرفته تا تأثیر آرایش پره‌ها بر توزیع جریان، عدد ناسلت متوسط و عملکرد کلی هیدرودینامیکی - حرارتی مشخص گردد. در شکل ۱۵ تاثیر چیدمان پره‌های منقطع مثلثی بر عدد ناسلت متوسط نشان داده شده است. نتایج مقایسه چیدمان خطی و نامنظم نشان می‌دهد که عدد ناسلت متوسط در هر دو چیدمان با افزایش عدد رینولدز صعودی است، اما چیدمان نامنظم به دلیل اختلاط بهتر و مسیرهای پیچیده‌تر، عدد ناسلت بالاتری نسبت به چیدمان خطی دارد، برای مثال در رینولدز ۶۰۰ و کسر حجمی صفر، یک و دو درصد، افزایش عدد ناسلت به ترتیب ۳۴، ۳۳/۷ و ۳۳/۴ درصد است. ارزیابی عملکرد هیدرودینامیکی - حرارتی نیز همانطور که در شکل ۱۶ مشخص است، نشان می‌دهد که چیدمان نامنظم در تمامی کسر حجمی‌ها و اعداد رینولدز عملکرد بهتری دارد. نتایج کلی حاکی است که انتخاب چیدمان پره‌ها و افزایش عدد رینولدز نقش تعیین‌کننده‌ای در بهینه‌سازی همزمان انتقال حرارت و افت فشار دارد و چیدمان نامنظم ترکیبی از افزایش اختلاط و کارایی حرارتی بهتر را فراهم می‌کند. کمترین مقدار معیار ارزیابی عملکرد مربوط به عدد رینولدز ۱۰۰ و غلظت جرمی یک درصد در هندسه با چیدمان خطی است، در حالی که بیشترین مقدار آن در عدد رینولدز ۶۰۰ و غلظت جرمی دو درصد در هندسه با چیدمان نامنظم مشاهده می‌شود. مقادیر حداقل و حداکثر این معیار به ترتیب برابر با ۱/۰۳ و ۱/۶ است.



شکل ۱۵. تاثیر چیدمان پره‌های منقطع مثلثی بر عدد ناسلت در میکروکانال در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 15. Effect of triangular interrupted fin arrangements on the Nusselt number in the microchannel at three different volume fractions

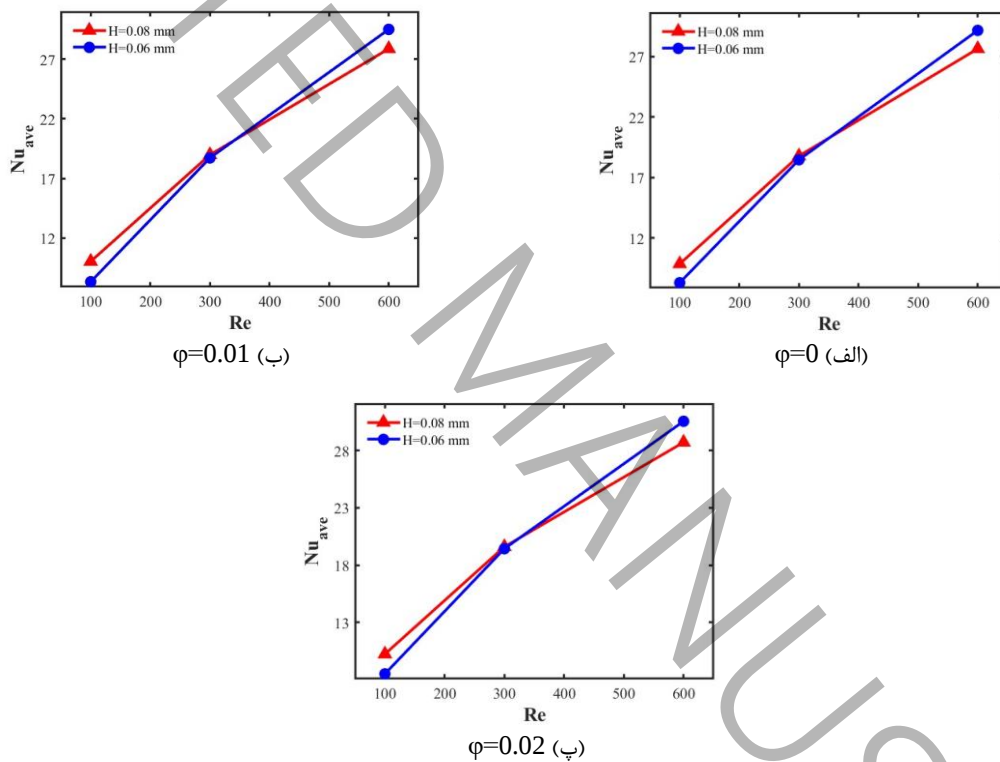


شکل ۱۶. تاثیر چیدمان پره‌های منقطع مثلثی بر معیار ارزیابی عملکرد میکروکانال در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 16. Effect of triangular interrupted fin arrangements on the microchannel performance evaluation criterion at three different volume fractions

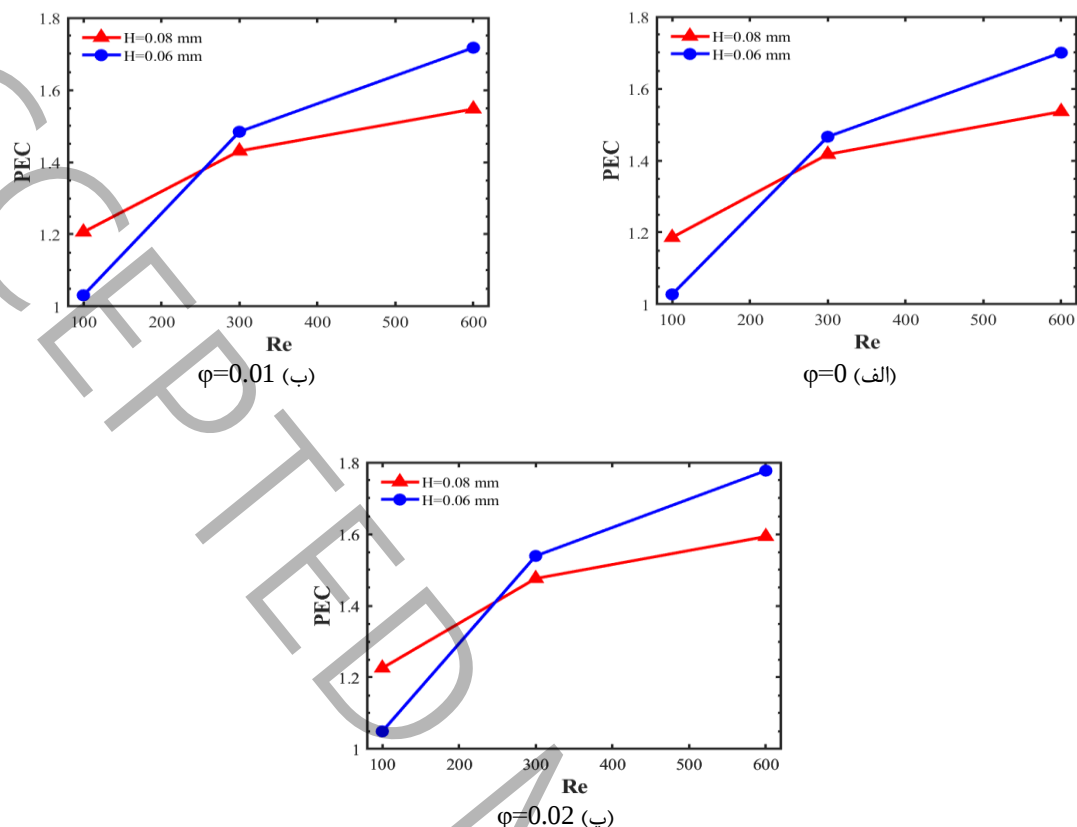
۵-۵ ارزیابی اثر ارتفاع پره‌ها بر عملکرد میکروکانال با حفظ سایر ابعاد

در این بخش تأثیر ارتفاع پره‌های منقطع مثلثی بر عملکرد هیدرودینامیکی-حرارتی میکروکانال بهینه، در حالی که سایر ابعاد هندسه ثابت باشد، بررسی می‌شود. در شکل ۱۷ تأثیر ارتفاع پره‌های منقطع مثلثی بر عدد ناسلت متوسط نشان داده شده است. از نظر انتقال حرارت، عدد ناسلت متوسط با افزایش سرعت جریان صعودی است و در سرعت‌های پایین پره‌های بلندتر عملکرد بهتری دارند، اما در سرعت‌های بالاتر پره‌های کوتاه‌تر با عبور بیشتر جریان از بالای پره و نازک‌تر شدن لایه مرزی، عدد ناسلت بالاتری نشان می‌دهند. بیشترین اختلاف بین ارتفاع‌ها در عدد رینولدز ۱۰۰ و کسر حجمی صفر حدود ۱۶ درصد است. با توجه به شکل ۱۸ در تمامی کسرهای حجمی و ارتفاع پره‌های ۰/۰۶ میلی‌متر، هنگام عبور جریان با عدد رینولدز ۱۰۰ از میکروکانال مقدار معیار ارزیابی عملکرد بسیار نزدیک به حالت هندسه پایه و بدون پره است. همچنین پره‌های کوتاه‌تر در رینولدز بالا، عملکرد هیدرودینامیکی - حرارتی بهتری ارائه می‌کنند و برای عدد رینولدز ۶۰۰ با نانوسیال دو درصد حجمی به حدود ۱/۸ می‌رسد، که نشان‌دهنده وابستگی اثر ارتفاع پره‌ها به سرعت جریان است.



شکل ۱۷. تأثیر ارتفاع پره‌های منقطع مثلثی بر عدد ناسلت در میکروکانال در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 17. Effect of triangular interrupted fin height on the Nusselt number in the microchannel at three different volume fractions



شکل ۱۸. تاثیر ارتفاع پره‌های منقطع مثلثی بر معیار ارزیابی عملکرد میکروکانال در سه کسر حجمی مختلف

Fig. 18. Effect of triangular interrupted fin height on the microchannel performance evaluation criterion at three different volume fractions

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، عملکرد حرارتی-هیدرودینامیکی چاه حرارتی میکروکانالی با پره‌هایی در اشکال مختلف مورد بررسی قرار گرفت و حالت بهینه جستجو شد. شبیه‌سازی‌ها برای اعداد رینولدز بین ۱۰۰ تا ۶۰۰ و در پنج هندسه با سطح مقطع متفاوت انجام شد و نتایج با میکروکانال ساده مقایسه گردید. خلاصه‌ای از نتایج حاصل از این پژوهش به صورت زیر ارائه می‌شود:

- کمترین میزان افزایش افت فشار در عدد رینولدز ۱۰۰ مربوط به میکروکانال با پره‌های منقطع لوزی شکل بوده است.
- با افزایش کسر حجمی نانوذرات آلومینا و سیلیکا، دمای سطح پایینی میکروکانال کاهش می‌یابد. این رفتار ناشی از افزایش ظرفیت گرمایی ویژه سیال عامل در حضور نانوذرات است.
- داده‌های به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی‌های عددی نشان دادند که اثر افزایش غلظت نانوسیال بر معیار ارزیابی عملکرد، با افزایش عدد رینولدز تقویت می‌شود و بیشترین میزان بهبود در شرایط جریان سریع و غلظت بالای نانوذرات مشاهده شده است.
- با افزایش سرعت جریان، اختلاط مناطق گرم و سرد در حضور پره‌ها تقویت می‌شود که منجر به توزیع یکنواخت‌تر دما در سطح پایینی میکروکانال می‌گردد. علاوه بر این، افزایش عدد رینولدز باعث تضعیف لایه مرزی هیدرودینامیکی می‌شود که خود به بهبود یکنواختی دما کمک می‌کند.
- با مقایسه چیدمان‌های خطی و نامنظم مشخص شد که چیدمان نامنظم به دلیل ایجاد جریان‌های گردابی و مسیرهای پیچیده‌تر، در تمام کسرهای حجمی عدد ناسلت متوسط بالاتری نسبت به چیدمان خطی دارد.

- در سرعت‌های پایین، پره‌های بلندتر عدد ناسلت بالاتری نشان می‌دهند، اما با افزایش سرعت جریان، پره‌های کوتاه‌تر از نظر عملکرد نسبی انتقال حرارت برتری پیدا می‌کنند. این رفتار ناشی از تغییر در میزان اختلاط جریان و ضخامت لایه مرزی حرارتی با افزایش سرعت است.
- بهترین هندسه مربوط به میکروکانال دارای پره‌های منقطع مثلثی با چیدمان نامنظم و ارتفاع 0.06 میلی‌متر بوده است. بیشترین مقدار معیار ارزیابی عملکرد هنگام استفاده از نانوسیال با 0.2 درصد نانوذره و جریانی با عدد رینولدز 600 در این هندسه مشاهده شده است.

۷- فهرست علائم

علائم لاتین

A	مساحت (m^2)
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت ($J/kg.K$)
D_h	قطر هیدرولیکی (m)
f	ضریب اصطکاک
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ($W/m^2.K$)
H_F	ارتفاع بخش سیال (mm)
H_S	ارتفاع بخش جامد چاه حرارتی (mm)
k	ضریب انتقال حرارت هدایتی ($W/m.K$)
Kn	عدد نادسن
L	طول میکروکانال (mm)
Nu	عدد ناسلت
P	فشار (Pa)
q_w	شار حرارتی (W/m^2)
R_{th}	مقاومت حرارتی
Re	عدد رینولدز
T	دما (K)

علائم یونانی

Δ	تغییرات
∂	مشتق جزئی
λ	متوسط مسیر پویش آزاد مولکولی (m)
μ	لزجت دینامیکی ($kg/m.s$)
ρ	چگالی (kg/m^3)
τ_s	تنش برشی روی سطوح جامد (Pa)

اندیس‌ها

0	پایه
ave	متوسط
b	صفحه پایینی میکروکانال
f	سیال
h	هیدرولیکی
i	ورودی
in	ورودی
m	متوسط
np	نانو ذرات
s	جامد
w	آب

- [1] D.B. Tuckerman, R.F.W. Pease, High-Performance Heat Sinking for VLSI, *IEEE Electron Device Letters*, 2(5) (1981) 126-129.
- [2] H.A. Amiri, F. Afsharpanah, S. Moshafi, S. Asiaei, Thermal management of an asymmetrical wavy microchannel heat sink via Ag/water nanofluid, *Case Studies in Thermal Engineering*, 53 (2024) 103857.
- [3] J. Yuan, N. Deng, Y. Qu, L. Du, W. Hu, Z. Zhang, H. Wang, A novel center-hybrid pin-fin microchannel heat sink with embedded secondary microchannels for hotspot thermal management, *International Journal of Thermal Sciences*, 207 (2025) 109381.
- [4] S. Rastogi, N. Mondal, C. Bakli, Systematic design of tree-like branching network microchannel heat sinks for enhanced heat transfer with nanofluids, *Applied Thermal Engineering*, 257 (2024) 124272.
- [5] Z. Sun, T. Wang, B. Qian, Y. Wang, J. Wang, C. Hong, Study on the efficient heat transfer mechanism of microchannel pin-fin arrays under low pumping power, *Applied Thermal Engineering*, 241 (2024) 122386.
- [6] S. Sarvar, P. Kabirzadeh, N. Miljkovic, Combining pin-fins and superhydrophobic surfaces to enhance the performance of microchannel heat sinks, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 160 (2025) 108351.
- [7] Y. Alihosseini, Y. Oghabneshin, A.R. Bari, S. Moslemi, A.R. Roozbehi, M.Z. Targhi, W. Guo, Performance of high-concentration photovoltaic cells cooled by a hybrid microchannel heat sink, *Applied Thermal Engineering*, 238 (2024) 122206.
- [8] P. Kumar, M.N. Guruprasad, F. Almeida, Thermal analysis of magnetized ZnO-blood nanofluid anticipating couple stresses in vertical microchannel using differential transform method, *Journal of Molecular Liquids*, 424 (2025) 127051.
- [9] M.A. Soltanie, J. Rostami, A. Qaderi, Numerical analysis of convective heat transfer in mini electronic components using tube heatsinks equipped by porous ribs, solid ribs and nanofluid, *Chemical Engineering Science*, 319 (2026) 122149.
- [10] M. Bargal, R. Ben-Bansour, H. Mohamed, A. Zaki, H. Muhammad Ali, L. Alhems, Thermohydraulic investigation of graphene quantum dots nanofluids in a novel microchannel heat sink with a combination of elliptical ribs, secondary channels, and sinusoidal cavity, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 150 (2025).
- [11] M. Setareh, I. Sheydayi, M. Assari, H. Basirat Tabrizi, A Numerical Study on the Novel Composition of Porous and Solid Ribs to Augment the Thermal Performance of a Hybrid Nanofluid-Based Microchannel Heat Sink with External Fins, *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, 49 (2024) 1-29.
- [12] V. Sharma, K.B. Rana, R. Patidar, B.L. Gupta, A heat transfer analysis of thermal performance for rectangular microchannel with ribs and graphene oxide/oil based nanofluid, *Progress in Engineering Science*, 2(3) (2025) 100129.
- [13] H. Ghasemi, G.A. Sheikhzadeh, A. Fattahi, Numerical Simulation and ANN Prediction of Nano-Encapsulated PCM Slurry in a Microchannel: A Thermodynamic Analysis, *Arabian Journal for Science and Engineering*, (2025).
- [14] R. Rezazadeh, J. Rostami, A. Qaderi, Numerical investigation of Conjugate heat transfer in micro-electronic devices using wavy microchannels with nanofluid in the presence of porous ribs, *Energy*, 338 (2025) 138918.
- [15] F. Rezvannezhad, J. Rostami, Heat Transfer of Nanofluids in Converging and Diverging Microchannels by Mixture Model, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 55(5) (2023) 595-616. (In Persian).
- [16] M. Hashemabadia, R. Hajianb, J. Pirkandia, Sh. Mansorib, S. A. Sadrvaghefic, Experimental investigation and performance comparison of two types of microchannel and Fin-tube condensers with R407c refrigerant in compression refrigeration cycle, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 55(5) (2023) 577-594. (In Persian).
- [17] H. Roueintan, A. Fattahi, On the pillow-plate heat exchanger with wavy walls and filled with a hybrid nanofluid: Numerical simulation and data-assisted prediction, *Case Studies in Thermal Engineering*, 64 (2024) 105495.
- [18] J. Duffie, W. Beckman, *Solar Engineering of Thermal Processes*, 2006.
- [19] A. Kashani, R.H. Rasheed, M.A. Hussein, O.A. Akbari, H.K. Abdul-Redha, G. Ahmadi, S. Salahshour, R. Sabetvand, Simulation of flow dynamics and heat transfer behavior of nanofluid in microchannel with rough surfaces, *International Journal of Thermofluids*, 24 (2024) 100901.
- [20] S. Kandlikar, Heat Transfer Mechanisms During Flow Boiling in Microchannels, *Journal of Heat Transfer*, 126 (2003).

Improving the cooling performance of a microchannel containing nanofluid using interrupted fins

Elahe Ghanaati, Ghanbar Ali Sheikhzadeh¹

Faculty of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

ABSTRACT

A numerical simulation of hybrid nanofluid flow in five microchannel heat sink geometries with interrupted fins was carried out, and the results were compared with a simple geometry. The simulations were performed using the finite volume method and the SIMPLE algorithm in ANSYS Fluent for laminar, steady, and incompressible flow at Reynolds numbers ranging from 100 to 600 and nanoparticle volume fractions of 0, 0.01, and 0.02. Various parameters were calculated and analyzed for different cases. The highest pressure drop occurred in the geometry with triangular interrupted fins at a $Re=600$ for the base fluid, which was 9.3 times higher than that of the simple geometry. The maximum enhancement in the Nusselt number, about 49.4%, was also observed in this geometry. The order of geometries in terms of thermal resistance was as follows: simple geometry, square fins, hexagonal fins, circular fins, rhombic fins, and triangular fins, indicating the role of fins in reducing thermal resistance. After identifying the optimal geometry, the effects of fin arrangement and height were investigated, and the best performance was obtained for triangular fins with a height of 0.06 mm, a nanoparticle volume fraction of 0.02, and a Reynolds number of 600, achieving a performance evaluation criterion of approximately 1.8.

KEYWORDS

Hybrid nanofluid, Microchannel heat sink, Interrupted fins, Numerical simulation, Performance evaluation criterion

¹ Corresponding Author: Email: sheikhz@kashanu.ac.ir