

گرم کردن پلاسمای مغناطیسی با فرکانس

ضربان امواج میکروویو

دکتر بهروز مراغه چی
استادیار دانشکده علوم و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی امیر کبیر

چکیده

ترکیب دو شعاع موازی هم جهت و موازی غیر هم جهت از امواج میکروویو با قطبندگی دایروی و در مد فوق عادی در طول یک میدان مغناطیسی استاتیک و یکنواخت مطالعه شده است .

برانگیختگی تشدید امواج الکترونی طولی با فرکانس ضربان نتیجتاً " به عمل جذب امواج میکروویو کمک می کند . در این مطالعه از معادلات ماکسول و معادلات پیوستگی و اندازه حرکت گاز الکترون استفاده شده و اثرات برخورد ها و دما در نظر گرفته شده است . فرمول هائی برای چگالی توان متوسط انتقال یافته از امواج عرضی و راندها جذب به دست آمده است . نتایج مطالعه عددی ثابت جفت شدگی و راندها ارائه شده است .

۱- مقدمه :

ترکیب غیرخطی دو موج الکترو مغناطیس عرضی در داخل پلازما به طور کلی منجر به نوسانات طولی با فرکانس های جمع و تفاضل دو فرکانس امواج ورودی می شود . برانگیختگی تشدید امواج الکترو استاتیک طولی وقتی ظاهر می شود که یکی از این فرکانس های ترکیبی و بردار موجی مربوطه در رابطه خطی پاشندگی برای یک مد طبیعی پلازما صدق کند .

چندین کاربرد برای ترکیب امواج الکترو مغناطیس در یک پلازما پیشنهاد شده است . پراکندن اشعه سوم امواج الکترو مغناطیس توسط نوسانات پلازما حاصل از اختلاط دو اشعه می تواند روشی برای اندازه گیری چگالی الکترونی^۷ ، یا شدت میدان مغناطیسی^۱ در داخل پلازما باشد . همچنین در مورد کاربرد این روش در مطالعه و کنترل یونر سفر پیشنهاداتی^۸ عرضه شده است^۸ . به عنوان روشی برای گرم کردن پلازما یکی از فرکانس های ترکیبی را می توان در یک فرکانس طبیعی و یا در فرکانس سیکلوترون ذرات مورد نظر تنظیم کرد . ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۶

مقاله^۹ ارائه شده مطالعه برانگیختگی فرکانس ضربان امواج طولی توسط امواج میکروویو با قطبندگی دایروی است که در مد فوق عادی در طول یک میدان مغناطیسی استاتیک و یکنواخت انتشار می یابد . در اینجا بر تعیین شرائطی که تحت آن جفت شدگی شدید امواج عرضی و طولی و راندها بالای انتقال انرژی حاصل می شود تاکید شده است . در بخش ۲ یک فرمول بندی دینامیک سیالی گاز الکترون همراه با معادلات ماکسول

برای تجزیه و تحلیل برانگیختگی تشدید امواج طولی الکترونی پلازما به کار گرفته شده است . در بخش ۳ فرمول های چگالی توان متوسط انتقال یافته از امواج عرضی و راندها جذب (یا انتقال) به دست آمده است . در بخش ۴ ثابت جفت شدگی و راندها به طور عددی مطالعه شده است .

۲- روش مطالعه :

مطالعه برانگیختگی فرکانس ضربان امواج الکترو استاتیک طولی بر معادلات پیوستگی و اندازه حرکت گاز الکترونی همراه با معادلات ماکسول بنا می شود . فرکانس های موجود در این فرآیند سه موجی بیش از فرکانس پلازما و یادر حدود آن بوده که نتیجتاً " فقط الکترون ها به علت کوچک بودن جرمشان در این فرآیند شرکت خواهند داشت . دیورژانس تانسور فشار را تقریباً " برابر گرادیان فشار برای تغییر حالت بزرگشت پذیر آدیاباتیک می گیریم . جملات مربوط به برخورد ، چگالی شدت جریان ، و چگالی بار را به ترتیب به صورت $umnv$ و $-enV$ و $+e(n^"-n)$ در نظر می گیریم که n جرم الکترون ، n چگالی الکترون ، v بار الکترون و v سرعت گاز الکترون است . شاخص های بالا نشان دهنده مرتبه اختلال (perturbation) کمیت ها است . جواب دسته معادلات را به صورت زیر فرض می کنیم :

در ادامه محاسبات از کمیت $da(0)^2/dz^2$ صرف نظر کرده و با فرض کوچک بودن اثر دما U_1 برابر U می گیریم. با داشتن $E_z^{(2)}$ بقیه کمیت های مرتبه دوم مانند $V_z^{(2)}$ حساب می شود:

$$V_z^{(2)} = (4\pi en^0)^{-1} \delta E^2 / \delta t \quad (2-11)$$

۳- گرم کردن در فرکانس ضربان:

برای محاسبه چگالی توان متوسط انتقالی \bar{P} از امواج عرضی منبع به امواج طولی در فرکانس ضربان $\omega_1 - \omega_2$ و راندمان جذب (یا انتقال) η به صورت زیر عمل می کنیم. نیروی طولی مغناطیسی وارد بر واحد حجم گاز الکترون به صورت زیر است:

$$F_z^{(2)} = -ec^{-1} n^{(0)} (V_x^{(1)} B_y^{(1)} - V_y^{(1)} B_x^{(1)}) \quad (3-1)$$

و توان متوسط انتقال یافته در واحد حجم از رابطه زیر به دست می آید:

$$\bar{P} = \Delta \omega / 2\pi \int_0^{2\pi/\Delta\omega} F_z^{(2)} V_z^{(2)} dt \quad (3-2)$$

که نتیجه زیر از آن حاصل می شود:

$$\bar{P} = \beta IS_1 \bar{S}_2 \quad (3-3)$$

ثابت جفت شدگی β به صورت زیر است:

$$\beta = \frac{2\pi^2 \omega_1 \omega_2 \theta^2 e^2}{C^4 K_1 K_2 \omega_p^2 m^2 \Delta \omega} \quad (3-4)$$

عامل θ از طریق رابطه زیر

$$l = \frac{1}{4n} \frac{\Delta \omega \gamma}{V^2 / 4 + \delta \omega^2} \quad (3-5)$$

تابع فرکانس $\delta \omega^2$ است:

$$\gamma \omega = \bar{\omega}_p - \Delta \omega \quad (3-6)$$

که

$$\omega_p = (\omega_p^2 + a^0 \cdot K^2)^{1/2} \quad (3-7)$$

فرکانس طبیعی امواج طولی پلاسما است. میانگین فلوی پوینتینگ \bar{S}_z دو موج عرضی از رابطه زیر به دست می آید:

$$\bar{S}_z = (4\pi \omega)^{-1} E_j^2 C^2 K_j, j=1,2 \quad (3-8)$$

راندمان جذب (یا انتقال) η که به صورت کسر فلوی انتقال یافته به امواج طولی تعریف می شود به صورت زیر است:

$$\eta = \frac{(\bar{S}_1^{in} + \bar{S}_2^{in}) - (\bar{S}_1^{out} + \bar{S}_2^{out})}{\bar{S}_1^{in} + \bar{S}_2^{in}} = \frac{\int \bar{P} dz}{\bar{S}_1^{in} + \bar{S}_2^{in}} \quad (3-9)$$

که \bar{S}_z^{in} و \bar{S}_z^{out} به ترتیب فلوهای عرضی تابشی و خروجی اند.

برای توان های کوچک جذب توان \bar{P} و راندمان جذب

را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\bar{P} = \beta IS_1 \bar{S}_2^{in} \quad (3-10)$$

$$\eta = \sigma \beta L \bar{S}_2^{in} / \sigma + 1 \quad (3-11)$$

که برای هر دو حالت موازی و متقابل $K = K_1 + K_2$ صادق بوده و داریم:

$$\sigma = \bar{S}_1^{in} / \bar{S}_2^{in} \quad (3-12)$$

$$L = \int Idz \quad (3-13)$$

$$n = n^0 + n^{(1)} + n^{(2)} + \dots, \bar{V} = \bar{V}^{(1)} + \bar{V}^{(2)} + \dots, P = P^{(0)} + P^{(2)} + \dots$$

$$\bar{E} = \bar{E}^{(1)} + \bar{E}^{(2)} + \dots, \bar{B} = \bar{B}^{(0)} + \bar{B}^{(1)} + \bar{B}^{(2)} + \dots$$

که P فشار گاز الکترون، \bar{E} میدان الکتریکی و \bar{B} شدت میدان مغناطیسی است. میدان مغناطیسی غیر مختل $\bar{B}^{(0)}$ استاتیکی، یکنواخت و در امتداد مثبت Z فرض می شود.

دو موج منبع عرضی الکترو مغناطیس را به صورت قطبیده دایروی در مد فوق عادی، یعنی امواجی که بردار میدان الکتریکی آن ها هم جهت با الکترون ها حول میدان $\bar{B}^{(0)}$ می چرخند، در نظر بگیرید. موج فوق عادی با فرکانس بالا (که با شاخص پائین ϵ مشخص شده) در امتداد مثبت Z منتشر می شود و موج فوق عادی با فرکانس پائین (شاخص پائین ϵ) در امتداد مثبت Z (علامت بالا) و یا در امتداد منفی Z (علامت پائین) منتشر می شود. میدان الکتریکی کل در مرتبه اول متناظر با این دو موج به صورت زیر است:

$$\bar{E}^{(1)} = E_x^{(1)} \hat{i} + E_y^{(1)} \hat{j} \quad (2-1)$$

$$E_x^{(1)} = E_1 (\exp(-k_1 z) \cos(K_{1r} Z - \omega_1 t))$$

$$+ E_2 \exp(\pm K_2 z) \cos(k_2 r \pm \omega_2 t) \quad (2-2)$$

$$E_y^{(1)} = -E_1 (\exp(-K_{1r} Z) \sin(K_{1r} Z - \omega_1 t)) \mp E_2 \exp(\mp K_{2r} Z) \sin(K_{2r} Z \mp \omega_2 t) \quad (2-3)$$

و رابطه پاشندگی مربوطه به صورت زیر است:

$$(K_j^2 - \omega_j^2 C^{-2})(1 - \omega_c \omega_j^{-1}) + \omega_p^2 C^{-2} = 0 \quad j=1,2 \quad (2-4)$$

که در اینجا $\omega_c = eB^{(0)}/(mc)$ فرکانس سیکلوترون و $\omega_p = (4\pi e^2 n^{(0)}/m)^{1/2}$ الکترون $n^{(0)}$ و دمای $T^{(0)}$ به طور آرام در طول محور Z تغییر می کنند. روابط مرتبه دو نتایج زیر را می دهند:

$$\delta^2 E_z^{(2)} / \delta t^2 - a^0 \delta^2 E_z^{(2)} / \delta z^2 + v \delta E_z^{(2)} / \delta t - (\delta a^{(0)2} / \delta z) \delta E_z^{(2)} / \delta z + \omega_p^2 E_z^{(2)} = \omega_p^2 C^{-1} (V_x^{(1)} B_y^{(1)} - V_y^{(1)} B_x^{(1)}) \quad (2-5)$$

که $a^{(0)}$ سرعت صوت گاز الکترون در غیاب بار الکترونی است:

$$a^{(0)2} = \gamma p^{(0)} / m n^{(0)} = \gamma RT^0 / m$$

و $\gamma = 3$ است.

در سمت راست $(\gamma - 5)$ از اثرات برخورد ها و نوسانات غیر از

فرکانس ضربان $\Delta \omega = \omega_1 - \omega_2$ صرف نظر کرده و جواب آن را به صورت زیر بیان می کنیم:

$$E_z^2 = U(z) \exp[-i(kz - \Delta \omega t)] + c.c. \quad (2-7)$$

که $k = k_1 + k_2$ بوده و U در رابطه زیر صدق می کند:

$$U = U_1 \{ 1 + [-2ika^{(0)2} dU/dz + (da^{(0)2}/dz)(dU/dz) + a^{(0)2} d^2U/dz^2 [ie(2m)^{-1} E_1 E_2 \theta]^{-1} \} \quad (2-8)$$

$$U_1 = ie(2m)^{-1} E_1 E_2 \theta (\omega_p^2 + a^{(0)2} k^2 - \omega^2 + i\omega\gamma)$$

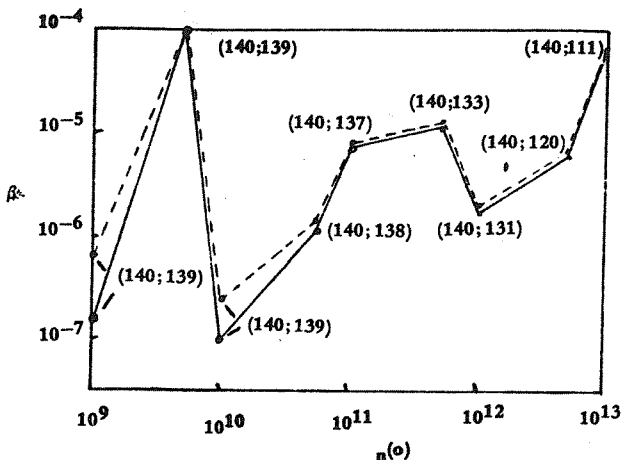
$$+ ikda^{(0)2} / dz \quad (2-9)$$

$$\theta = [(\mp I) \omega_1 \omega_2^{-1} k_2] (1 - K_1^2 C^2 \omega_1^{-2}) + (\omega_2 \omega_1^{-1} k_1) (1 - k_2^2 C^2 \omega_2^{-2})$$

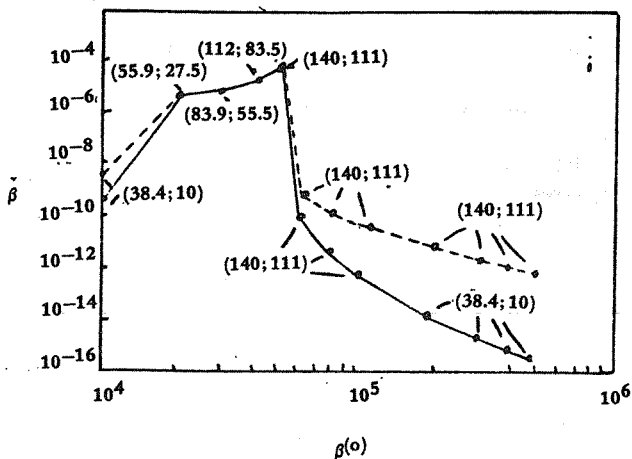
$$(2-10)$$

به وسیله بقاء تعداد فوتون ها محدود می شود تفاوت فاحشی دارد .
 قید فلوی عرضی برای برانگیختگی فرکانس ضربان توسط دو موج فوق عادی
 که در طول یک میدان مغناطیسی یکنواخت و استاتیک منتشر می شوند
 می توان به صورت زیر حساب کرد . ۹

$$\bar{S}_1(\omega_c - \omega_2) \pm \bar{S}_2(\omega_c - \omega_1) = \text{ثابت}$$



شکل (۱) ثابت جفت شدگی β به صورت تابعی از چگالی الکترون n^0 با میدان مغناطیسی $B^{(0)} = 50K$. منحنی های پیوسته و خط چین به ترتیب مربوط به شعاع های موازی و متقابل اند . فرکانس های امواج منبع برحسب گگا هرتز در داخل پرانتز نشان داده شده اند .



شکل (۲) ثابت جفت شدگی β به صورت تابعی از میدان مغناطیسی $B^{(0)}$ با چگالی الکترون $n^{(0)} = 10^{13} \text{ Cm}^{-3}$. منحنی های پیوسته و خط چین به ترتیب مربوط به شعاع های موازی و متقابل اند . فرکانس های امواج منبع برحسب گگاهرتز در داخل پرانتز نشان داده شده اند .

وقتی میانگین توان جذب شده کوچک نباشد می باید تغییرات فلوی های عرضی با Z در محاسبه راندمان منظور گردد . \bar{S}_1^{out} را می توان از انتگرال گیری معادله بقاء فلوی عرضی (۵) باقید

$$\text{ثابت} = \bar{S}_1(\omega_c - \omega_2) \pm \bar{S}_2(\omega_c - \omega_1) \text{ به دست آورد .}$$

روابط حاصل برای راندمان های جذب η^a و η^b برای حالت موازی و متقابل به صورت زیر به دست می آیند :

$$\eta^b = \frac{\sigma(\Omega - 1)(y - 1)}{(1 + y\sigma\Omega)(\sigma + 1)} \quad (3-14)$$

$$y = e^{q(\sigma\Omega + 1)} \quad (3-15)$$

$$q = \beta L \bar{S}_2^{\text{in}} / (\Omega - 1) \quad (3-16)$$

$$\Omega = (\omega_c - \omega_2) / (\omega_c - \omega_1) \quad (3-17)$$

$$\eta^a = \frac{(1 - \Omega)(\sigma\Omega + b - 1)}{\Omega(\sigma + 1)} \quad (3-18)$$

در اینجا b ریشه غیر صفر معادله زیراست :

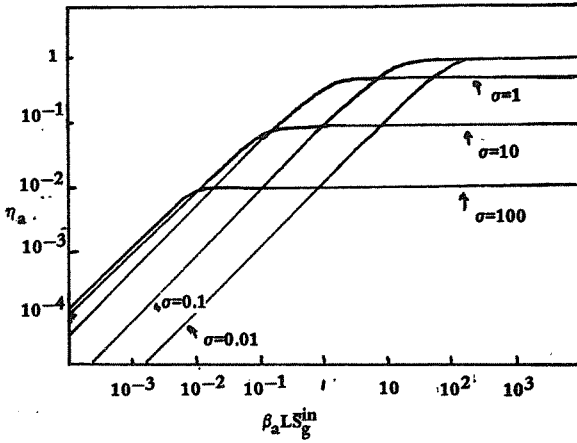
$$(1 - b)(\sigma\Omega + b) = \sigma\Omega e^{bq}$$

۴ - نتایج عددی :

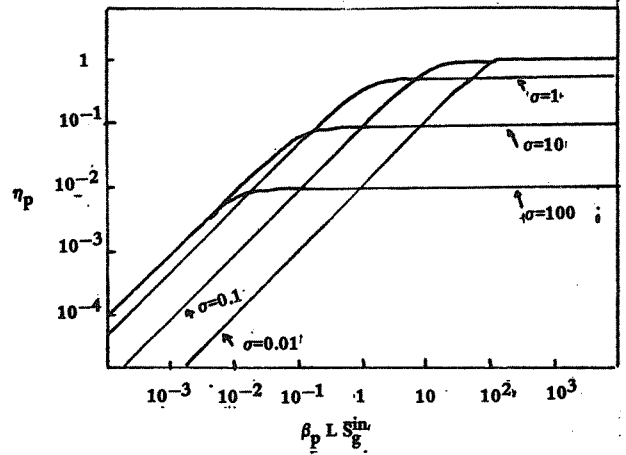
برای نمایش موثر بودن مد های فوق عادی امواج میکرو و یو درگرم کردن یک پلاسما مغناطیسی با فرکانس ضربان ثابت جفت شدگی β و راندمان جذب η به طور عددی مطالعه شده است . در این مطالعه حدود فرکانس امواج منبع از 10^9 تا $1.4 \times 10^{10} \text{ Hz}$ حدود میدان مغناطیسی از 500 KG و حدود چگالی الکترون از 10^9 تا $10^{13} / \text{Cm}$ در نظر گرفته شده است . طول موج های امواج منبع در خلاف از 0.214 تا 0.3 Cm می باشد . به ازای هر مقدار انتخاب شده میدان مغناطیسی $B^{(0)}$ و چگالی الکترون $n^{(0)}$ فرکانس های منبع F_1 و F_2 در محدوده ذکر شده تغییر داده شده به طوری که با مراعات قید تشدید در فرکانس پلاسما $(F_1 - F_2 = \omega p / 2 \eta)$ بیشترین مقدار β به دست آید . این مقدار ماکزیمم در شکل (۱) به صورت تابعی از $n^{(0)}$ با $B^{(0)} = 50 \text{ KG}$ و در شکل (۲) به صورت تابعی از $B^{(0)}$ با $n^{(0)} = 10^{13} \text{ Cm}^{-3}$ رسم شده است . فرکانس امواج منبع بر حسب مگاهرتز در پرانتز نشان داده شده است . برای امواج میکرو و یو در مد فوق عادی می تواند بسیار بزرگتر از برای امواج متقابل لیزر CO_2 در 9.6 و $10.6 \mu\text{m}$ باشد .

در شکل (۳) و (۴) راندمان جذب η به صورت تابعی از $\beta L \bar{S}_2^{\text{in}}$ برای مقادیر مختلف $\sigma = \bar{S}_1^{\text{in}} / \bar{S}_2^{\text{out}}$ رسم شده است . بیشترین مقدار η برای شعاع های موازی و متقابل یکسان است اما β و در نتیجه مقدار $L \bar{S}_2^{\text{in}}$ که برای دستیابی به این راندمان ماکزیمم لازم است دو حالت مورد نظر متفاوت است .

توجه کنید که راندمان ماکزیمم می تواند تا 100% افزایش یابد . این نتیجه با راندمان روش گرمائی لیزری با فرکانس ضربان که به شدت



شکل (۲) راندمان جذب η به صورت تابعی از $\beta_a L S_2^{in}$ برای شمع های متقابل با
 $f_1 = 1.4 \times 10^{11}$ HZ, $n^{(0)} = 10^{13}$ Cm^{-3} , $B^{(0)} = 50$ KG
 $\beta = 7.43 \times 10^{-5}$ W^{-1} Cm , $F_2 = 1.11 \times 10^{11}$ HZ



شکل (۳) راندمان جذب η به صورت تابعی از $\beta_p L S_2^{in}$ برای شمع های موازی با
 $F_1 = 1.4 \times 10^{11}$ HZ, $n^{(0)} = 10^{13}$ Cm^{-3} , $B^{(0)} = 50$ K
 $\beta = 7.15 \cdot 10^{-5}$ W^{-1} Cm , $F_2 = 1.11 \times 10^{11}$ HZ

منابع:

- 1- Boyd, J.M. & Turner, J.G. 1972 J. Phys. A5, 132.
- 2- Capjack, C.E. & James, C.R. 1974 a Phys. Fluids, 17, 948.
- 3- Capjack, C.E. & James, C.R. 1974b can J. Phys. 52 2223.
- 4- Capjack, C.E. & James, C.R. 1975 Can, J. Phys. 53, 2606.
- 5- Fuchs, V., Neufeld, C.R. Teichmann, J. & Engelhardt, A. G. 1973, Phys. Rev. Lett. 31 1110.
- 6- Kaufman, A.N. & Cohen, B.I. 1973 Phys. Rev. Lett. 30, 1306.
- 7- Kroll, N. M. Ron, A. & Rostoker, N. 1964 Phys. Rev. 13, 83.
- 8- Rosenbluth, M. N. & Liu, C.S. 1972 Phys. Rev. Lett. 29, 701.
- 9- Willett, J.E. & Maraghechi, B. 1977 J. Appl. Phys, 48, 2644.

