



طراحی مسیر بهینه کوادروتور بر مبنای کمینه گشتاور

حمیدرضا حیدری*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، همدان، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۵ اردیبهشت ۱۳۹۶

بازنگری: ۸ تیر ۱۳۹۶

پذیرش: ۲۵ تیر ۱۳۹۶

ارائه آنلاین: ۲۷ تیر ۱۳۹۶

کلمات کلیدی:

طراحی مسیر

کوادروتور

کنترل بهینه

کمینه گشتاور

چکیده: طراحی بهینه مسیر حرکت ربات‌های پرنده با توانایی بالقوه در نقشه‌برداری و عملیات تجسس منجر به بهبود در عملکرد آن‌ها می‌شود. از این رو هدف از این مقاله، طراحی مسیر بهینه یک ربات کوادروتور بر مبنای حداقل‌سازی گشتاور موتورها در حرکت نقطه به نقطه می‌باشد. ابتدا معادلات دینامیکی حرکت کوادروتور با استفاده از روش نیوتن به فرم فضای حالت استخراج می‌شوند. سپس بهینه‌سازی مسیر حرکت بر اساس حل غیرمستقیم مسأله کنترل بهینه ارائه می‌شود. بدین منظور با استفاده از اصل مینیمم پونتریاگن و استخراج تابع همیلتون؛ شرایط لازم بهینگی با توجه به محدودیت گشتاور اعمالی موتورها به دست می‌آید. معادلات به دست آمده یک مسأله مقدار مرزی را تشکیل می‌دهند که با حل این معادلات می‌توان به جواب بهینه دست یافت. در نهایت به منظور بررسی کارایی روش پیشنهادی، شبیه‌سازی عددی برای یک کوادروتور انجام می‌شود و مسیر بهینه بر اساس تابع هدف کمینه گشتاور برای آن طراحی می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی قدرت روش و توانایی آن برای حل مسائل پیچیده نظیر طراحی مسیر حرکت کوادروتورها را نشان می‌دهد.

است. همچنین مختاری و بنالگ [۴] نیز یک مدل دینامیکی مناسب به همراه کنترلر فیدبک حرکتی را ارائه داده‌اند و تلاش نمودند که عملکرد آن را شبیه‌سازی و آزمایش کنند.

از طرفی دیگر، در زمینه طراحی مسیر بهینه ربات‌های گوناگون، تحقیقات فراوانی صورت پذیرفته و تلاش شده تا زمان حرکت که یکی از مهم‌ترین پارامترهای طراحی مسیر بهینه محسوب می‌شود به حداقل مقدار برسد [۶-۵]. همچنین روش‌های مختلفی از قبیل الگوریتم ژنتیک، تجمع پرندگان و غیره برای بهینه‌سازی طراحی مسیر استفاده شده است [۷ و ۸].

به طور کلی مسأله طراحی مسیر بهینه را می‌توان به یک مسأله کنترل بهینه تبدیل نمود. دو روش اصلی کنترل بهینه مستقیم و غیرمستقیم برای حل این مسأله وجود دارد [۹]. در روش مستقیم ابتدا متغیرهای حالت و کنترل، گسسته شده و مسأله کنترل بهینه به یک مسأله بهینه‌سازی پارامتری تبدیل می‌شود. سپس الگوریتم‌های بهینه‌سازی مانند غیرخطی‌سازی، الگوریتم‌های تکاملی برای محاسبه مقدار بهینه پارامترها استفاده می‌شوند. روش غیرمستقیم بر اساس روش حساب تغییرات است و شرایط لازم بهینگی از اصل مینیمم پونتریاگن استخراج می‌شود. این معادلات نهایتاً منجر به یک مسأله مقدار مرزی دو نقطه‌ای می‌شوند که حل آن‌ها پاسخ بهینه خواهد بود [۱۰]. طراحی مسیر بهینه برای انواع ربات‌ها به روش غیرمستقیم به عنوان یک روش دقیق و کارآمد اخیراً مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته

۱- مقدمه

محدودیت‌های ربات‌های زمینی در زمین‌های ناهموار، علم رباتیک را به سمت مفاهیم جدید حرکت از جمله سیستم‌های پروازی سوق داده است. گسترش کاربرد و اهمیت ربات‌های هوایی مانند کوادروتورها در زمینه‌های جمع‌آوری اطلاعات نظامی و نقشه‌برداری، جستجو و نجات و انتقال اشیاء در محیط‌های صعب‌العبور می‌باشد. بنابراین مسیریابی و طراحی خط سیر این پرنده‌ها که قسمت بسیار مهمی از کاربرد آن‌ها می‌باشد می‌تواند بسیار حائز اهمیت و مقرون به صرفه باشد. در واقع یک هلیکوپتر کوادروتور، رباتی با بال‌های چرخنده به همراه چهار نیروی ورودی و شش مختصات خروجی است. در این وسیله، ظرفیت بار بالاتر و قدرت مانور در مقایسه با یک هلیکوپتر معمولی بیشتر است. جهت چرخش روتورها، مجموعه‌ی گشتاورهای اعمالی است که برای ایجاد حرکت در مسیرهای مورد نظر استفاده می‌شود.

مدل‌سازی دینامیکی و طراحی مسیر بهینه کوادروتورها تاکنون مورد توجه محققان زیادی بوده است و کارهای مختلفی در این زمینه صورت گرفته است. در مراجع [۱ و ۲] مدل‌سازی و پیکربندی دینامیکی هلیکوپتر کوادروتور تجاری انجام شده است. در مرجع [۳] مسأله مدل‌سازی دینامیکی و کنترل غیرخطی برای هلیکوپترهای کوادروتور مورد مطالعه قرار گرفته

نویسنده‌دار مکاتبات: hr.heidari@malayeru.ac.ir

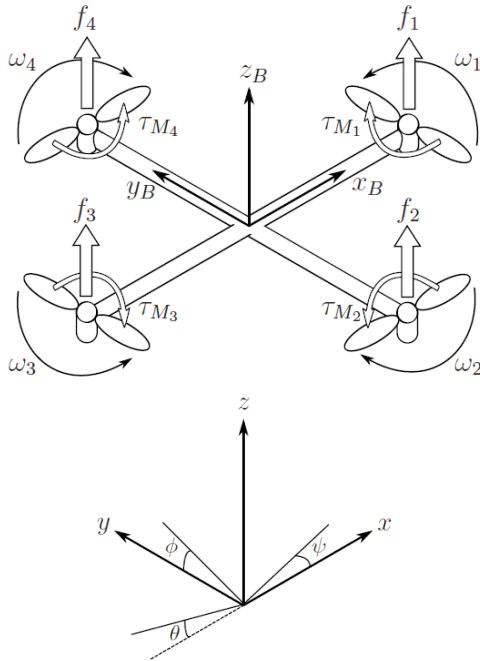


Fig. 1. Schematic view of a quadrotor system with global and local coordinates

شکل ۱: شماتیک کوادروتور و مختصات‌های مطلق و متصل به بدنه

است. زاویه‌ی پیچ، θ چرخش کوادروتور را حول محور y و زاویه‌ی رول، ϕ چرخش را حول محور x و زاویه‌ی یاو، ψ را حول محور z تعیین می‌کند. ماتریس دوران بین دستگاه مختصات مطلق و بدنه را می‌توان به فرم زیر بیان نمود.

$$R_{EB} = R_{\psi} R_{\theta} R_{\phi} = \begin{bmatrix} C_{\psi} C_{\theta} & -S_{\psi} C_{\theta} + C_{\psi} S_{\theta} S_{\phi} & S_{\psi} S_{\theta} + C_{\psi} S_{\theta} C_{\phi} \\ C_{\psi} S_{\theta} & -C_{\psi} C_{\theta} + S_{\psi} S_{\theta} S_{\phi} & -C_{\psi} S_{\theta} + S_{\psi} S_{\theta} C_{\phi} \\ -S_{\theta} & C_{\theta} S_{\phi} & C_{\theta} C_{\phi} \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن

$$C_{\theta} = \cos \theta, \quad S_{\theta} = \sin \theta \quad (2)$$

تبدیل سرعت بین مختصات بدنه‌ی ربات و چارچوب زمین به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = R_{EB} \begin{bmatrix} u_B \\ v_B \\ w_B \end{bmatrix} \quad (3)$$

به طور مشابه، شتاب‌ها، سرعت‌های دورانی، موقعیت‌ها، نیروها و گشتاورها را نیز می‌توان براساس ماتریس دوران R_{EB} بین سیستم‌های مختصات تبدیل نمود. نیروها در مختصات بدنه‌ی کوادروتور می‌توانند به صورت رابطه (۴) تعریف شوند.

است. کالیس و رتروپ [۱۱] طراحی مسیر بهینه برای یک ربات سری صلب را به روش غیرمستقیم ارائه کرده‌اند. کورایم و همکاران [۱۲] طراحی مسیر بهینه بازوی مکانیکی متحرک با مفصل‌های انعطاف‌پذیر را با روش غیرمستقیم انجام داده‌اند. بوسکاریول و گاسپرتو [۱۳] طراحی مسیر بهینه با جرک محدود برای بازوی مکانیکی انعطاف‌پذیر را از روش غیرمستقیم کنترل بهینه استفاده نموده‌اند. قربانی و همکاران [۱۴] روش نوینی را برای طراحی مسیر بهینه با هدف کمینه‌سازی زمان با روش غیرمستقیم برای یک شناور تندرو ارائه داده‌اند. صالحی و نیکوبین [۱۵] نیز، راه‌حل غیرمستقیم کنترل بهینه را برای برنامه‌ریزی مسیر بازوهای مکانیکی دارای اتصالات انعطاف‌پذیر ارائه داده‌اند.

در طراحی مسیر بهینه توابع هدف مختلفی از قبیل مدت زمان کمینه حرکت، حداقل توان و گشتاور، دامنه ارتعاشات و ظرفیت حمل بار بیشینه در نظر گرفته می‌شود. با بررسی کارهای انجام شده، در زمینه طراحی مسیر کوادروتورها به ندرت تحقیقاتی انجام شده است. لای و همکاران [۱۶] مسئله‌ی زمان بهینه‌ی یک هلیکوپتر کوادروتور را با روش برنامه‌نویسی غیر خطی انجام داده‌اند. تاکنون مسأله طراحی مسیر بهینه برای ربات کوادروتور به روش کنترل بهینه حلقه‌باز به منظور کمینه مصرف انرژی انجام نشده است. بنابراین هدف این مقاله طراحی مسیری بهینه برای کوادروتور بر مبنای کمینه گشتاور است. ابتدا معادلات دینامیکی با استفاده از روش نیوتن- اویلر استخراج و به فرم فضای حالت تعریف می‌شوند. سپس با در نظر گرفتن تابع هدف و تعریف شبه حالت‌ها، تابع همیلتون به دست آورده می‌شود و شرایط لازم بهینه‌ی با استفاده از قضیه اساسی حساب تغییرات و اصل مینیمم پونتریاگن استخراج می‌شود. معادلات به دست آمده یک مسأله مقدار مرزی دو نقطه‌ای را تشکیل می‌دهند که با استفاده از نرم افزار متلب قابل حل می‌باشند. نهایتاً با شبیه‌سازی‌های انجام گرفته، مسیر بهینه با حداقل گشتاور برای کوادروتور در نظر گرفته شده به دست می‌آید.

۲- مدل‌سازی دینامیکی کوادروتور

به منظور استخراج روابط دینامیکی حاکم بر کوادروتور، ابتدا شماتیک کوادروتور در شکل ۱ نشان داده شده است. برای فضای کاری کوادروتور یک مختصات مطلق x, y, z و یک مختصات متصل به بدنه x_B, y_B, z_B در نظر گرفته شده است. به منظور معلق نگه داشتن ربات در فضا، چهار نیروی عمودی اولیه $F_i, i = 1, 2, 3, 4$ برابر با یک چهارم نیروی وزن ربات مورد نیاز می‌باشد. حرکت کوادروتور در راستای عمودی با افزایش سرعت همه موتورها به طور همزمان اتفاق می‌افتد. حرکت روبه جلوی ربات با افزایش سرعت موتورهای ۱ و ۳ و حرکت جانبی با تغییر سرعت موتورهای ۲ و ۴ انجام می‌پذیرد. همچنین با افزایش و کاهش موتورهای روبه‌رو می‌توان در کوادروتور تغییرات زاویه مورد نیاز را ایجاد نمود.

موقعیت مطلق خطی کوادروتور در چارچوب ثابت محورهای x, y, z و موقعیت زاویه‌ای توسط سه زاویه‌ی اویلر در چارچوب اینرسی تعریف شده

- 1 Pitch
- 2 Roll
- 3 Yaw

می‌توان ورودی‌ها را به صورت ماتریسی رابطه (۱۰) نمایش داد.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

بنابراین نیروهای هر روتور را نیز می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

در نهایت می‌توان معادلات دینامیکی کوادروتور را با توجه به شش درجه آزادی ربات استخراج نمود.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{(S_\psi S_\phi + C_\psi S_\theta C_\phi) u_1 - K_1 \dot{x}}{m} \\ \ddot{y} &= \frac{(S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi) u_1 - K_2 \dot{y}}{m} \\ \ddot{z} &= \frac{(C_\theta C_\phi) u_1 - K_3 \dot{z}}{m}, \phi = \frac{l(u_3 - K_4 \dot{\phi})}{I_x} \\ \ddot{\theta} &= \frac{l(u_2 - K_5 \dot{\theta})}{I_y}, \psi = \frac{(u_4 - K_6 \dot{\psi})}{I_z} \end{aligned} \quad (12)$$

برای پرواز کوادروتور باید موقعیت، زوایا و سرعت‌های خطی و زاویه‌ای بهینه شوند و نیروی پیشران اولیه مورد نیاز هر موتور برای معلق شدن ربات برابر یک چهارم وزن کوادروتور می‌باشد. فرم کلی معادلات دینامیکی از رابطه (۱۳) به دست می‌آید.

$$Dq_i + C(q_i, \dot{q}_i) = G(q_i) u_i \quad (13)$$

که در آن $q = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]$ بردار مختصات‌های تعمیم یافته، D ماتریس اینرسی، C بردار نیروهای برا ایرودینامیکی، G ماتریس ضرایب تأثیر محرک‌های ورودی و U بردار نیروهای اعمالی از طرف محرک‌ها به ربات می‌باشد.

۳- طراحی مسیر به روش کنترل بهینه

طراحی مسیر بهینه ربات به منظور انجام یک وظیفه مشخص در صنایع اتوماسیون حائز اهمیت می‌باشد. در این بخش با استفاده از روش کنترل بهینه حلقه باز حرکت نقطه به نقطه برای کوادروتور مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای حل مسأله کنترل بهینه حلقه باز دو روش کلی وجود دارد. روش مستقیم که بر مبنای تبدیل مسأله کنترل بهینه به یک مسأله

$$F_B = \begin{bmatrix} F_{xB} \\ F_{yB} \\ F_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{k=1}^4 f_k \end{bmatrix} \quad (4)$$

در مختصات مطلق نیروها به صورت زیر توصیف می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = R_{EB} F_B = \left(\sum_{k=1}^4 f_k \right) \begin{bmatrix} S_\psi S_\phi + C_\psi S_\theta C_\phi \\ -C_\psi S_\phi + S_\psi S_\theta C_\phi \\ C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \quad (5)$$

بنابراین معادلات حرکت در مختصات مطلق به فرم رابطه (۶) ارائه می‌شود.

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x - K_1 \dot{x} \\ F_y - K_2 \dot{y} \\ F_z - K_3 \dot{z} - mg \end{bmatrix} \quad (6)$$

در جایی که $K_i, i = 1, 2, 3$ ضرایب برا هستند که این ضرایب برای سرعت‌های کم قابل نظر می‌باشند. در نتیجه می‌توان معادلات حاکم بر حرکت را با استفاده از تعادل نیرویی و گشتاوری به صورت زیر استخراج نمود.

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{l(F_3 - F_1 - K_4 \dot{\phi})}{I_x} \\ \ddot{\theta} &= \frac{l(F_4 - F_2 - K_5 \dot{\theta})}{I_y} \\ \ddot{\psi} &= \frac{(M_1 - M_2 + M_3 - M_4 - K_6 \dot{\psi})}{I_z} \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن l طول فاصله مرکز جرم کوادروتور تا هر موتور می‌باشد. $M_i, i = 1, 2, 3, 4$ گشتاور روتورها و I_x, I_y, I_z ممان اینرسی در جهت محورهای x, y, z می‌باشند. معادله انتهایی را می‌توان بر حسب نیروهای F_1, F_2, F_3 و F_4 دوباره بازنویسی نمود.

$$\ddot{\psi} = \frac{(F_1 - F_2 + F_3 - F_4 - K_6 \dot{\psi})}{I_z} \quad (8)$$

در جاییکه $K'_6 = K_6 / C, I'_z = I_z / C$ پارامترهای مرتبط با دیمانسیون روابط می‌باشند. ورودی‌هایی که در مسأله کنترل بهینه به عنوان ورودی کنترلر در نظر گرفته می‌شوند را می‌توان به فرم زیر تعیین نمود.

$$\begin{aligned} u_1 &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4, u_2 = F_4 - F_2 \\ u_3 &= F_3 - F_1, u_4 = F_1 - F_2 + F_3 - F_4 \end{aligned} \quad (9)$$

مینیمم گردد. در اینجا هدف یافتن مسیر بهینه با مینیمم گشتاور می‌باشد. بنابراین باید یک تابع هدف مناسب برای مسأله تعریف نمود. اگر Ω محدوده کنترل قابل قبول باشد، مسأله بهینه‌سازی یافتن کنترل $U(t) \in \Omega$ که طی آن مقدار کمینه گشتاور کنترلی به سیستم اعمال گردد، تعریف می‌شود. بنابراین تابع هدفی که باید مینیمم گردد به صورت زیر می‌تواند در نظر گرفته شود.

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} L(X, U, t) dt = \frac{1}{2} U_R^2 \quad (18)$$

در این معادلات t_0 و t_f زمان‌های اولیه و نهایی معلوم می‌باشند و $L(\cdot)$ یک تابع مشتق پذیر هموار بر حسب مقادیر گشتاورها، حالت‌ها می‌باشد. R ماتریس وزنی 4×4 متقارن مثبت معین می‌باشد که مربوط به مینیمم کردن مقادیر کنترل می‌باشد. طراح می‌تواند با انتخاب عددی مقادیر R در اهمیت نسبی بین کاهش مقادیر کنترل تصمیم بگیرد. برای مسأله طراحی مسیر، حالت‌ها از شرایط اولیه زیر حرکت می‌کنند.

$$X_1(0) = X_{10}, \quad X_2(0) = X_{20} \quad (19)$$

و باید به شرایط نهایی زیر برسند.

$$X_1(t_f) = X_{1f}, \quad X_2(t_f) = X_{2f} \quad (20)$$

به طوری که مسیر بهینه طراحی شود و مقادیر کنترل از محدوده مجاز Ω که به صورت زیر تعریف می‌شود، تجاوز نمایند.

$$U_i^{min} \leq U_i \leq U_i^{max} \quad (21)$$

با استفاده از روش حساب تغییرات، شرایط لازم بهینه‌سازی برای این مسأله استخراج می‌گردد. حساب تغییرات شاخه‌ای از علم ریاضی است که به مسائل مینیمم کردن تابعی‌ها می‌پردازد. در اینجا منظور از تابعی، یک تابع بر حسب توابع دیگر می‌باشد. حساب تغییرات بر پایه تئوری اساسی حساب تغییرات می‌باشد. تعمیم تئوری اساسی حساب تغییرات درحالتی که کنترل‌ها محدود یا ناپیوسته باشند تحت عنوان قضیه مینیمم پونتریاگن شناخته می‌شود. این قضیه بیان می‌کند که برای مینیمم شدن یک تابع هدف J ، کنترل بهینه گشتاور ورودی باید همیلتونین را مینیمم کند. در حالت کلی تابع همیلتونین برای تابع هدف معادله (۱۸) و سیستم دینامیکی معادله (۱۳) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$H(x, u, p) = g(x, u, t) + p^T [a(x, u, t)] \quad (22)$$

معادلات مربوط به حالت‌ها و شبه حالت‌ها با مشتق‌گیری از تابع همیلتونین به صورت یک دستگاه معادلات مطابق رابطه (۲۳) می‌شوند.

بهینه‌سازی پارامتری می‌باشد و روش غیرمستقیم که در آن شرط بهینه‌سازی با استفاده از روش حساب تغییرات و اصل مینیمم‌یابی پونتریاگن به دست می‌آید. روشی که برای طراحی مسیر بهینه کوادروتور در نظر گرفته شده، براساس روش غیرمستقیم می‌باشد. در این روش مسأله بهینه‌سازی به یک مسأله مقدار مرزی دو نقطه‌ای تبدیل می‌شود که با حل آن می‌توان به یک جواب دقیق و صریح از مسأله دست یافت. با استفاده از اصل مینیمم پونتریاگن، شرایط بهینه‌سازی برای مینیمم شدن یک تابع هدف به صورت یک دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی معمولی استخراج می‌گردد، بنابراین این روش برای هر سیستمی که بتوان فرم فضای حالت معادلات آن را به دست آورد، قابل اعمال است. این روش به عنوان یک ابزار توانمند و کارا برای تحلیل سیستم‌های غیرخطی و طراحی مسیر انواع مختلفی از سیستم‌ها به کار گرفته شده است. این روش برای سیستم‌های با درجات آزادی بالا و یا مواردی که بهینه کردن هم‌زمان چند تابع هدف مد نظر باشد بسیار مناسب است.

وظیفه کنترل بهینه تعیین مقادیر کنترل (نیرو و یا گشتاور اعمالی توسط موتورها) می‌باشد به گونه‌ای که یک تابع هدف یا معیار عملکرد را مینیمم کند و هم‌زمان قیود فیزیکی را نیز ارضا نماید. در حالت کلی تابع معیار در مسائل کنترل بهینه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$J(u) = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad (14)$$

که g و h توابعی از حالت‌ها (x)، کنترل‌ها (u) و زمان (t) هستند. x بردار وضعیت 6×1 و u بردار 4×1 ورودی‌های کنترل می‌باشند. در اینجا h ، حالت‌ها را در وضعیت نهایی نشان می‌دهد و g یک تابع وابسته به کل بازه زمانی می‌باشد. هدف کنترل بهینه یافتن کنترل u است به گونه‌ای که باعث می‌شود کوادروتور مسیر X را با شرایط مرزی داده شده دنبال نماید و $J(u)$ را مینیمم کند. در ابتدا لازم است معادلات دینامیکی سیستم به فرم فضای حالت نوشته شوند. بدین منظور با تعریف بردار حالت X :

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (15)$$

معادله دینامیکی سیستم در فرم فضای حالت به صورت رابطه (۱۶) بازنویسی می‌شود.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ N(X) + Z(X_1)U \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن

$$\begin{aligned} Z &= D^{-1}G(q_i) \\ N &= -D^{-1}C(q_i, \dot{q}_i) \end{aligned} \quad (17)$$

حال مسأله کنترل بهینه تعیین حالت‌های X و کنترل U است به گونه‌ای که برای مدل داده شده در معادله (۱۳) یک تابع معیار تعریف شده

آورده شده است.

مسیر بهینه کوادروتور در فضای سه بعدی مابین دو نقطه ابتدایی و انتهایی در شکل ۷ آورده شده است. با بهینه‌سازی مسیر کوادروتور و در نظر گرفتن حالت‌های بهینه موجب کاهش مصرف انرژی کوادروتور می‌شود. در نتیجه گشتاور اعمالی کاهش می‌یابد.

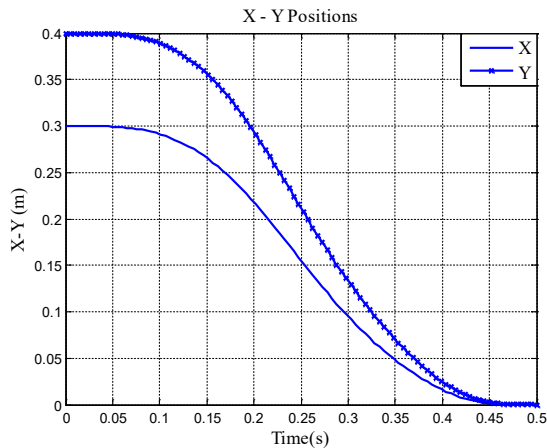


Fig. 2. Optimal positions x,y of the quadrotor between initial and final points
شکل ۲: موقعیت بهینه x و y کوادروتور مابین دو نقطه ابتدایی و انتهایی

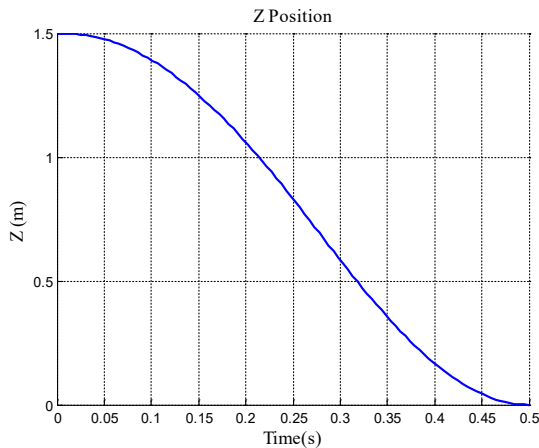


Fig. 3. Optimal position z of the quadrotor between initial and final points
شکل ۳: موقعیت بهینه z کوادروتور مابین دو نقطه ابتدایی و انتهایی

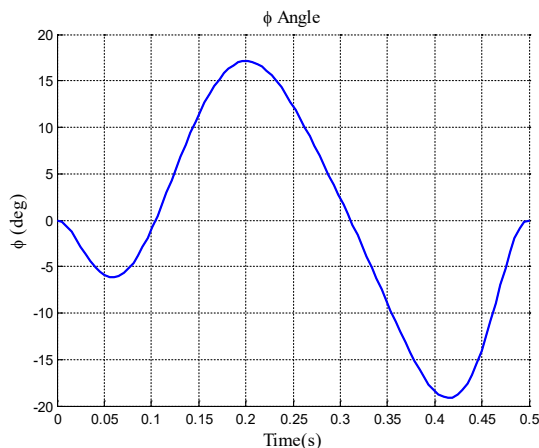


Fig. 4. Optimal angle ϕ of the quadrotor between initial and final points
شکل ۴: زاویه بهینه Φ کوادروتور مابین دو نقطه ابتدایی و انتهایی

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

روابط فوق سه سری معادله را که حاکی از مدل دینامیکی، شرایط بهینگی و شرایط مرزی هستند را بیان می‌کنند. این مجموعه روابط یک دستگاه معادلات دیفرانسیل با مقدار مرزی دو نقطه‌ای را تشکیل می‌دهند که می‌توان آنرا با استفاده از دستور bvvp4c در نرم افزار متلب حل نمود.

۴- شبیه‌سازی برای کوادروتور

در این بخش شبیه‌سازی برای یک کوادروتور که شماتیک آن در شکل ۱ نشان داده شده انجام می‌شود. پارامترهای فیزیکی و مشخصات کوادروتور در این شبیه‌سازی در جدول ۱ آورده شده است. با در نظر گرفتن حداکثر نیروی پیشران موتورها به مقدار $F_{max} = 10N$ ، محدوده ورودی کنترلی به فرم زیر می‌باشند.

$$\begin{cases} -10 N \leq u_1 \leq 40 N \\ -20 N \leq u_2 \leq 20 N \\ -20 N \leq u_3 \leq 20 N \\ -20 N \leq u_4 \leq 20 N \end{cases} \quad (24)$$

مساله یافتن مسیر بهینه با کمترین گشتاور است و با انتخاب ماتریس $R = \text{diag}(1)$ تأثیر تمامی ورودی‌های کنترلی یکسان در نظر گرفته شده است. موقعیت اولیه کوادروتور در زمان $t_0 = 0$ در نقطه $X_0 = [0.3m, 0.4m, 1.5m, 0, 0, 0]$ و در زمان نهایی $t_f = 0.5s$ در نقطه $X_f = [0, 0, 0, 0, 0, 0]$ می‌باشد. سرعت ربات نیز در ابتدا و انتهای مسیر صفر در نظر گرفته می‌شود.

در شکل‌های ۲ و ۳ موقعیت مکانی کوادروتور و در شکل‌های ۴ و ۶ وضعیت زوایای بهینه مرتبط با مینیمم گشتاور استخراج شده از شبیه‌سازی

جدول ۱: پارامترهای شبیه‌سازی مدل کوادروتور
Table 1. Parameters values for simulation

واحد	مقدار	کمیت
kg	۰/۵۶	جرم m
m	۰/۲۱	طول l
m/s ²	۹/۸۱	ضریب گرانش g
--	۱/۳	نسبت نیرو به گشتاور C
kg. m ²	-۰/۱۴۲	ممان اینرسی I_{xx}
kg. m ²	-۰/۱۴۲	ممان اینرسی I_{yy}
kg. m ²	-۰/۰۰۷۱	ممان اینرسی I_{zz}

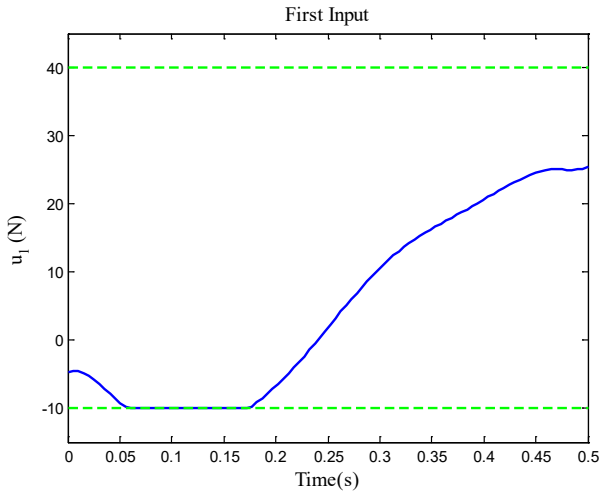


Fig. 8. First control input u_1 of the quadrotor between two points

شکل ۸: ورودی کنترلی اول کوادروتور u_1 مابین دو نقطه

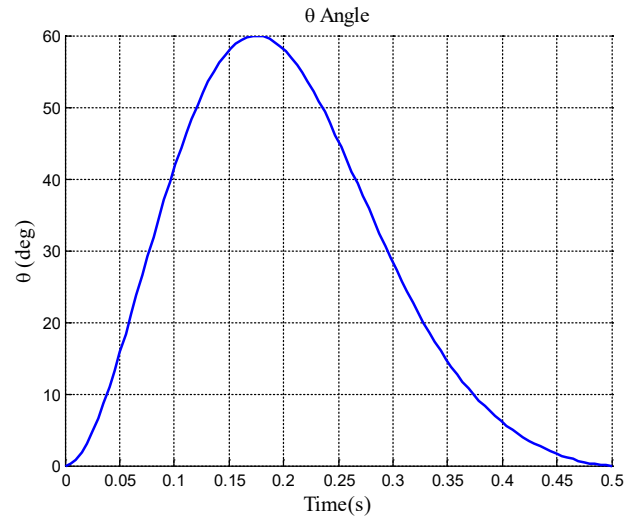


Fig. 5. Optimal angle θ of the quadrotor between initial and final points

شکل ۵: زاویه بهینه θ کوادروتور مابین دو نقطه ابتدایی و انتهایی

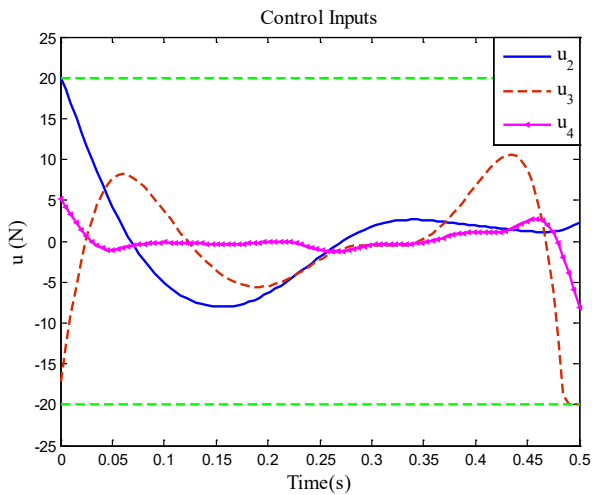


Fig. 9. Second u_2 , third u_3 and fourth u_4 control inputs of the quadrotor between two points

شکل ۹: ورودی کنترلی دوم u_2 ، سوم u_3 و چهارم u_4 کوادروتور مابین دو نقطه

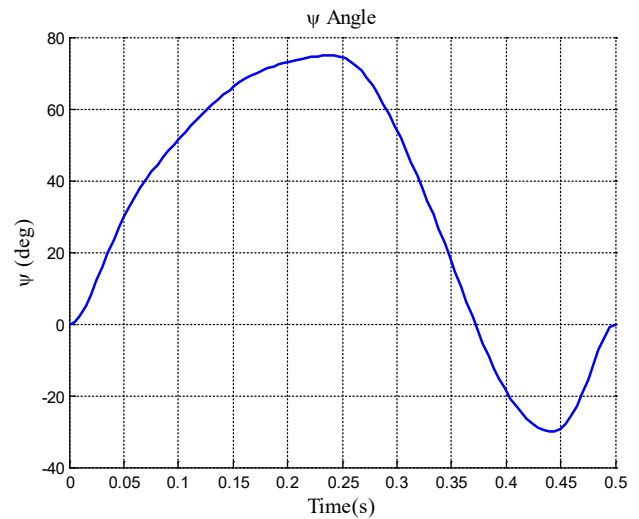


Fig. 6. Optimal angle ψ eurobetween initial and final points

شکل ۶: زاویه بهینه ψ کوادروتور مابین دو نقطه ابتدایی و انتهایی

همانطور که در شکل‌های ۸ و ۹ دیده می‌شود ورودی‌های کنترل بهینه در محدوده مشخص شده به دست آمده و برای پیمودن مسیر بهینه باید به عنوان ورودی به ربات کوادروتور اعمال شود. فقط ورودی کنترلی اول به حالت حداکثر محدوده خود رسیده است و همانطور که مشاهده می‌شود منحنی ورودی‌های کنترلی به صورت پله‌ای و یا همان حالت بنگ بنگ نمی‌باشند و باعث جبرک در سیستم نمی‌شود. روش ارائه شده در این مقاله به صورت آفلاین مسیر بهینه را به دست می‌آورد ولی برای استخراج مسیر ربات به صورت آنلاین نیز می‌توان از آن استفاده نمود.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله طراحی مسیر بهینه یک ربات کوادروتور بر مبنای حداقل‌سازی گشتاور موتورها مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا معادلات دینامیکی حرکت کوادروتور استخراج شدند. سپس با در نظر گرفتن شرایط بهینگی لازم و استخراج تابع همیلتون و با تعریف یک تابع هدف مشخص

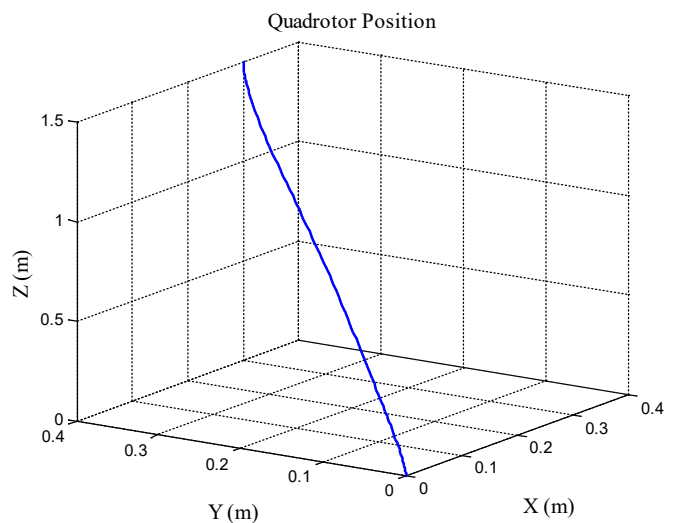


Fig. 7. Quadrotor's optimal path in a three dimensional space between two points

شکل ۷: مسیر بهینه کوادروتور در فضای سه بعدی مابین دو نقطه

- [5] A.D. Dubey, R.B. Mishra, A.K. Jha, Task time optimization of a robot manipulator using artificial neural network and genetic algorithm, *International Journal of Computer Applications*, 51(13) (2012) 26-33.
- [6] M.T. Ghorbani, H. Salarieh, N. Assadian, Time optimal trajectory planning for a high speed planing boat, *Journal of Control*, 5(3) (2011) 57-68.
- [7] S.S. Shete, S.A. Kulkarni, Dimensional synthesis of four bar mechanism using genetic algorithm, *International Journal of Engineering Research*, 4(3) (2015) 123-126.
- [8] M. Ghayour and M. Karimi, A collision-free trajectory planning of a hyper redundant manipulator using a dual genetic algorithm, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 41(1) (2009) 39-47.
- [9] T. Chettibi, H.E. Lehtihet, M. Haddad, S. Hanchi, Minimum cost trajectory planning for industrial robots, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 23(4) (2004) 703-715.
- [10] A. Nikoobin, A. Kamal, Time optimal trajectory planning of four bar mechanism using indirect approach, *Journal of Modars Mechanical Engineering*, 16(3) (2016) 353-363.
- [11] R. Callies, P. Rentrop, Optimal control of rigid-link manipulators by indirect methods, *GAMM-Mitteilungen*, 31(1) (2008) 27-58.
- [12] M.H. Korayem, H.N. Rahimi, A. Nikoobin, Path planning of mobile elastic robotic arms by indirect approach of optimal control, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 8(1) (2011) 10-20.
- [13] P. Boscaroli, A. Gasparetto, Model based trajectory planning for flexible-link mechanisms with bounded jerk, *Robotics and Computer-Integ. Manufacturing*, 29(4) (2013) 90-99.
- [14] M.T. Ghorbani, H. Salarieh, N. Assadian, Time optimal trajectory planning for a high speed planing boat, *Journal of Control*, 5(3) (2011) 57-68.
- [15] M. Salehi, and A. Nikoobin, Optimal trajectory planning of flexible joint manipulator, Maximum load carrying capacity-minimum vibration, *Journal of Modars Mechanical Engineering*, 13(14) (2012) 68-80.
- [16] L. Lai, Ch. Yang, and Ch. Wu, Time-optimal control of a hovering quad-rotor helicopter, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 45(2) (2006) 115-135.

و اعمال قوانین کنترل بهینه و مینیمم پونتریانگن، مسیر بهینه با کمینه گشتاور به روش غیر مستقیم طراحی شد. برای نشان دادن امکان سنجی روش ارائه شده، شبیه سازی برای یک کوادروتور انجام گردید. با اعمال ورودی های کنترل بهینه استخراج شده، می توان ادعا نمود که مسیر طی شده بین دو نقطه معین، بهینه مسیر با کمترین مصرف انرژی می باشد و منجر به بهبود عملکرد ربات های پرنده می شود.

علائم اختصاری

پارامترها	تعریف
I_x, I_y, I_z	ممان اینرسی حول محورها
ϕ, θ, ψ	زاویای غلتش، گردش و پیچش
u_B, v_B, w_B	سرعت های زاویه ای در امتداد مختصات بدنه
u, v, w	سرعت های زاویه ای در امتداد مختصات مطلق
$F_{x_B}, F_{y_B}, F_{z_B}$	نیروها در امتداد مختصات بدنه
F_x, F_y, F_z	نیروها در امتداد مختصات مطلق
u_1	ورودی کنترلی اول
u_2	ورودی کنترلی دوم
u_3	ورودی کنترلی سوم
u_4	ورودی کنترلی چهارم

مراجع

- [1] E. Altug, J.P. Ostrowski, and R. Mahony, Control of a quadrotor helicopter using visual feedback, In: *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1 (2002) 72-77.
- [2] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski, Dynamic modeling and configuration stabilization for an X4-Flyer, In: *Proc. of International Federation of Automatic Control Symposium*, 35(1) (2002) 217-222.
- [3] H. Shahbazi, V. Tikani, Design of a nonlinear controller on quadrotor drone using combined method of gradient particle swarm optimization, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 50(5) (2019) 989-998.
- [4] A. Mokhtari, A. Benallegue, Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle, In: *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (2004) 2359-2366.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:



Please cite this article using:

H. R. Heidari, Optimal Trajectory Planning of a Quadrotor Based on Minimum Effort, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 51(1) (2018) 169-176.

DOI: 10.22060/mej.2017.12868.5453

