

آنالیز مسیر گسترش ترک در محیط‌های همگن دوبعدی با استفاده از روش اجزاء محدود

علی اکبر آقا کوچک

استادیار بخش مهندسی عمران - دانشگاه تربیت مدرس

جواد واثقی امیری

فوق لیسانس سازه - دانشگاه تربیت مدرس

چکیده:

در این مقاله روشی جهت آنالیز مسیر گسترش ترک در یک محیط همگن دوبعدی با استفاده از تئوری‌های مکانیک شکست خطی و روش اجزاء محدود پیشنهاد گردیده است. در ابتدا با استفاده از المان مخصوص، جسم ترک خورده آنالیز تنش شده و میدان تنش در حوالی رأس ترک و ضرائب شدت تنش محاسبه گردیده‌اند. سپس براساس ضابطه شکست مینیمم دانسیته انرژی کرنشی، زاویه گسترش ترک و براساس رابطه پاریس نسبت رشد ترک برای حالت بارگذاری متناوب تعیین شده است. در نهایت با استفاده از این اطلاعات و به صورت قدم به قدم صفحه‌ای حاوی ترک مورب تحت بارگذاری هارمونیک با دامنه ثابت آنالیز گردیده و مسیر گسترش ترک معین شده است. پیش‌بینی‌های حاصل از این روش در هر بخش با نتایج موجود تجربی و یا حاصل از روش‌های تحلیلی مقایسه گردیده است.

Analysis of Crack Propagation Path in Two Dimensional Homogenous bodies Using The Finite Elemen Method

A.A. Agha Kouchak, Ph.D.

Assist Prof civil Eng. Dept.

J. Vaseghi Amiri

graduate student civil Eng. Dept
Tarbiat Modares Univ. Tehran - Iran

ABSTRACT

In this paper a method for analysis of crack growth path in a homogeneous two-dimensional body using the linear elastic fracture mechanics and the finite element methods is discussed. Initially stress analysis of the cracked body is carried out using the crack tip element and the stress field in the vicinity of the crack tip and the stress intensity factors are determined. Then the crack extension angle and the crack growth rate are calculated based on the minimum strain energy density

critterion and the Paris' law. Finally using these information in a step-by-step procedure, a plate containing an inclined crack subjected to a constant amplitude harmonic loading is analysed and the crack growth path is determined. The results of this method in each part are compared with the available experimental and theoretical results.

مقدمه:

ترک را در صورت در دسترس بودن، پارامترهای مصالح مربوطه تعیین می‌نماید.

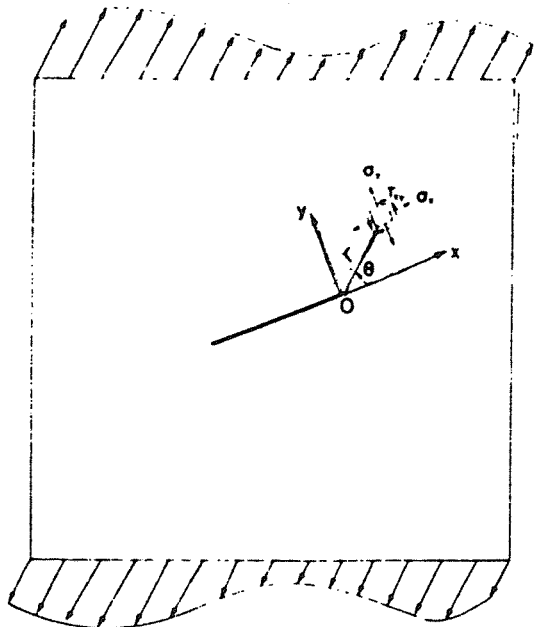
بسیاری از سازه‌ها، به واسطه نقایص اولیه ناشی از ساخت و یا به واسطه مرور زمان و اعمال بارهای متناوب، دارای ترکهای کوچک و یا بزرگ می‌باشند. این ترکها تحت شرایط خاصی و در اثر اعمال بارهای استاتیکی و یا بارهای متناوب، ممکن است منجر به شکست فاجعه آمیز سازه شوند. شاخه‌ای از علم که به بررسی تحلیلی این موضوع می‌پردازد مکانیک شکست می‌باشد که به دو قسمت مکانیک شکست الاستیک خطی و مکانیک شکست الاستوپلاستیک تقسیم می‌گردد. مکانیک شکست الاستیک خطی برای شکست ترد و مکانیک شکست الاستوپلاستیک، برای حالتی که منطقه پلاستیک رأس ترک، قابل ملاحظه باشد کاربرد دارد.

۱- ضابطه شکست مینیمم دانسیته انرژی کرنشی
این ضابطه یکی از ضوابط شکست معتبری است که در مکانیک شکست الاستیک خطی کاربرد دارد و توسط شخصی به نام سی [۶-۷] پیشنهاد شده است. این تئوری توجه خود را به المانهای مجاور رأس ترک معطوف می‌دارد و از پارامتر فاکتور دانسیته انرژی کرنشی S در فاصله r از رأس ترک استفاده می‌کند که به وسیله رابطه زیر تعریف می‌گردد (شکل ۱)

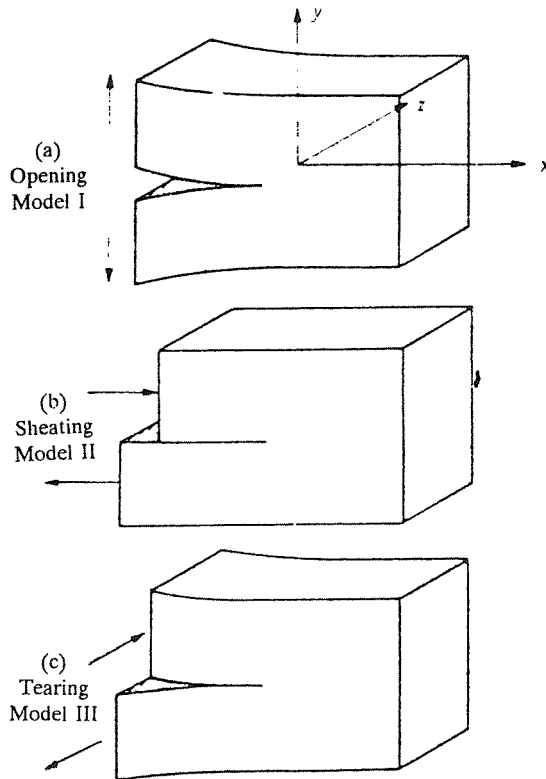
$$S = r \frac{dw}{dv} \quad (۱-۱)$$

که r فاصله شعاعی از رأس ترک و $\frac{dw}{dv}$ انرژی کرنشی در واحد

در بررسی مسأله گسترش ترک، اولین چیزی که لازم است، انتخاب یک ضابطه شکست می‌باشد که براساس آن، پارامترهای لازم در مسأله شکست، نظیر بار بحرانی و زاویه گسترش ترک تعیین می‌گردد. در کلیه ضوابط شکستی که در مکانیک شکست الاستیک خطی وجود دارد، تعیین میدان تنش یا تغییر مکان در مجاورت رأس ترک الزامی است. دقیق‌ترین روش برای این عمل، روش تحلیلی است که از توابع تنش کمک می‌گیرد، اما به دلیل اینکه، تعیین تابع تنش، تنها برای اشکالی با هندسه و بارگذاری ساده امکان‌پذیر است کاربرد این روش نیز به این حالت محدود می‌گردد. عمومی‌ترین روش برای آنالیز سازه‌ای با شرایط سرحدی و بارگذاری مختلف، روش اجزاء محدود می‌باشد لیکن المانهای معمولی که در برنامه‌های کامپیوتری مورد استفاده قرار می‌گیرند قادر به مدل کردن صحیح تغییرات تنش در مجاورت رأس ترک نیستند. برای حل این نقیصه، المانی به نام المان مخصوص رأس ترک معرفی شده است [۱] که می‌تواند میدان تنش در مجاورت رأس ترک را با دقت خوبی بیان نماید. آنچه که در این مقاله بحث می‌گردد تئوری و نتایج برنامه‌ای است که اخیراً به زبان فرترن در دانشگاه تربیت مدرس تهیه شده است و با استفاده از روش اجزاء محدود و المان مخصوص رأس ترک، قادر است هر جسم دوبعدی حاوی ترک را به صورت الاستیک آنالیز نماید. این برنامه در ادامه کار، با بهره‌گیری از ضابطه شکست مینیمم دانسیته انرژی کرنشی، زاویه گسترش ترک، بار بحرانی و نسبت رشد ترک و نهایتاً مسیر گسترش



شکل ۱ ترک تحت بارگذاری کلی که جهت مثبت θ ، r و تنشها را نشان می‌دهد.



شکل ۲ حرکت سینماتیک ترک در فضای سه بعدی. a. بازشدگی سطوح ترک b. لغزش برشی سطوح ترک c. حرکت پیچشی سطوح ترک

$$\sigma_y = \frac{k_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{k_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{k_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{k_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

که θ و r مختصات قطبی نقطه مورد نظر می باشد و در شکل ۱ مشخص شده است. همانطور که از روابط فوق برمی آید با نزدیک شدن به رأس ترک، یعنی کوچک شدن r ، مقادیر تنش ها به شدت بزرگ شده و به اصطلاح سینگولار می گردند. با استفاده از روابط (۱-۱) تا (۱-۲) فاکتور دانسیته انرژی کرنشی S به صورت زیر تغییر خواهد یافت.

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 \quad (2-2)$$

حجم می باشد.

برای حالت دوبعدی (تنش صفحه ای یا کرنش صفحه ای) مقدار $\frac{dw}{dv}$ برابر خواهد شد با:

$$\frac{dw}{dv} = \frac{1}{4\mu} \left[\frac{k+1}{4} (\sigma_x + \sigma_y)^2 - 2(\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \right] \quad (2-1)$$

که در روابط بالا، μ مدول الاستیسیته برشی و σ_x ، σ_y و τ_{xy} مولفه های تنش در مجاورت رأس ترک می باشند. k نیز پارامتری است که برای تنش صفحه ای و کرنش صفحه ای به شرح زیر می باشد $k = 3-4\nu$ برای کرنش صفحه ای و $k = (3-\nu)/(1+\nu)$ برای تنش صفحه ای که در این روابط، ν ضریب پواسون ماده می باشد.

قضایای اساسی در این تئوری عبارتند از:

قضیه ۱- وقتی که در اثر بارگذاری بر روی جسم، حداقل مقدار فاکتور دانسیته انرژی کرنشی در ناحیه رأس ترک (S_{min}) به مقدار بحرانی خود (S_{cr}) که ثابت مصالح است برسد، شکست اتفاق می افتد.

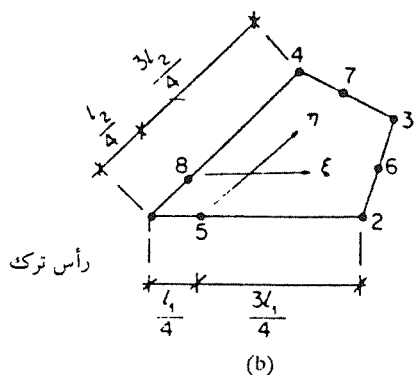
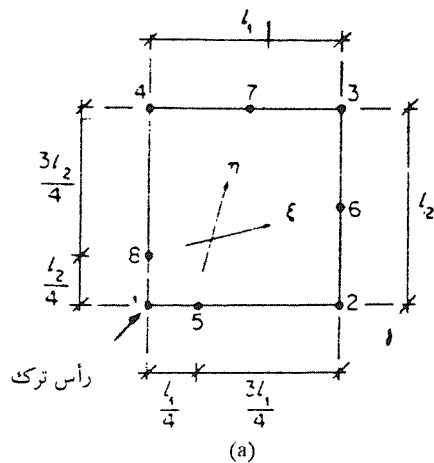
قضیه ۲- جهت شکست اولیه، به سمت نقطه ای است که فاکتور دانسیته انرژی کرنشی در مقایسه با بقیه نقاط حداقل باشد. با توجه به مطالب فوق، مشخص می گردد که اولاً برای استفاده از ضابطه شکست مینیمم دانسیته انرژی کرنشی، تعیین میدان تنش در مجاورت رأس ترک الزامی است. ثانیاً با استفاده از قضایایی که در این ضابطه بیان شد بار بحرانی و زاویه گسترش ترک را می توان به دست آورد.

۲- میدان تنش در مجاورت رأس ترک

یک ترک در فضای سه بعدی، به سه صورت مستقل می تواند تحت تنش قرار گیرد و در نتیجه سطوح ترک نیز سه نوع حرکت مستقل نسبت به یکدیگر می توانند داشته باشند که هر حرکتی از ترک را می توان به صورت ترکیب خطی از این حالتها نشان داد. این حرکتها سینماتیک در شکل ۲ نشان داده شده است. حال اگر میدان تنش را برای هر یک از این حالتها به دست آوریم، برای حالت کلی، از ترکیب خطی این مودها می توان استفاده نمود. در مسائل دوبعدی که موضوع بحث این مقاله است مود سوم حرکت ترک دیگر مطرح نیست.

روابطی که با استفاده از توابع تنش مختلط و سترگارد و ماسکلیشویلی برای میدان تنش در مجاورت رأس ترک، تحت بارگذاری کلی به دست آمده اند به صورت زیر می باشد [۵].

$$\sigma_x = \frac{k_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{k_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1-2)$$



که ضرایب a_{ij} ($i, j = 1, 2$) برابر هستند با:

$$16\pi\mu a_{11} = (1 + \cos\theta) (k - \cos\theta)$$

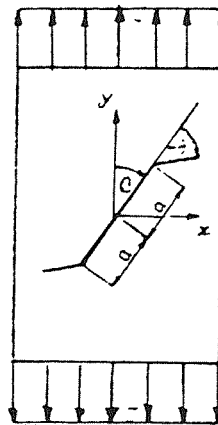
$$16\pi\mu a_{12} = \sin\theta [2\cos\theta - (k-1)] \quad (3-2)$$

$$16\pi\mu a_{22} = (k+1) (1-\cos\theta) + (1+\cos\theta) (3\cos\theta-1)$$

در روابط (۱-۲) و (۲-۲)، ضرایب K_I و K_{II} را به ترتیب، فاکتور شدت تنش در مود اول و مود دوم باز شده گی سطوح ترک گویند و تعیین میدان تنش در مجاورت رأس ترک، به تعیین این ضرایب تقلیل می‌یابد. برای یک صفحه با عرض بی‌نهایت (شکل ۱) که امکان حل تحلیلی برای آن وجود دارد، این ضرایب برابر هستند با [۴]:

$$K_I = \sigma(\pi a)^{1/2} \sin^2\beta \quad K_{II} = \sigma(\pi a)^{1/2} \sin\beta \cos\beta \quad (4-2)$$

که σ تنش خارجی اعمال شده به جسم و a نصف طول ترک و β زاویه بین محور بار و محور ترک می‌باشد و در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳ ترک مورب تحت بارکشی که جهت β را نیز نشان می‌دهد

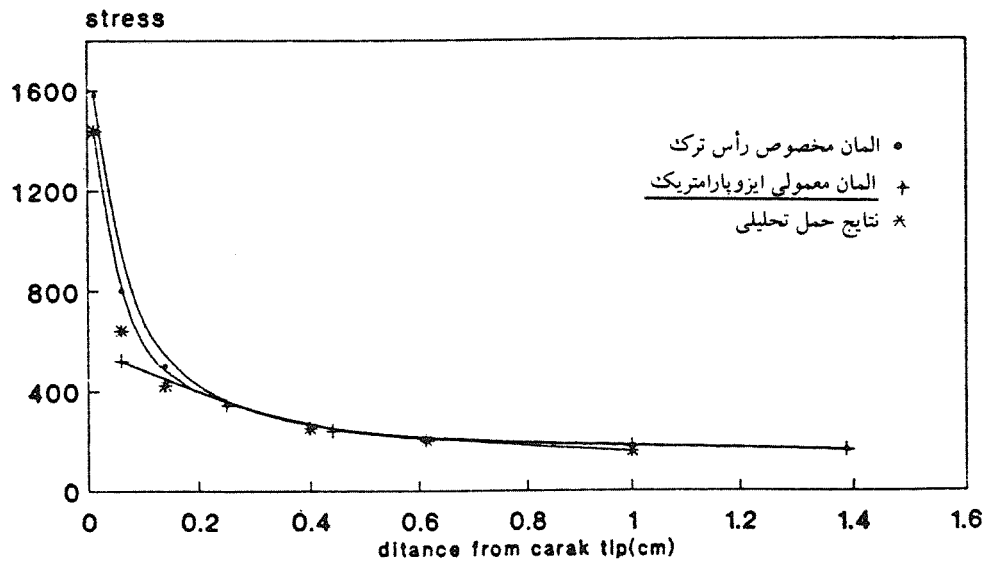
برای حالت‌های کلی‌تر، جهت تعیین فاکتور شدت تنش، همانطور که در مقدمه ذکر گردید، از روشهای عددی نظیر المانهای محدود و المان مخصوص رأس ترک باید استفاده نمود.

المان مخصوص رأس ترک که اولین بار توسط بار سوم [۲] معرفی گردید و در شکل ۴ نشان داده شده است، همان المان ایزوپارامتریک ۸ گره‌ای است که گره‌های میانی مجاور به رأس

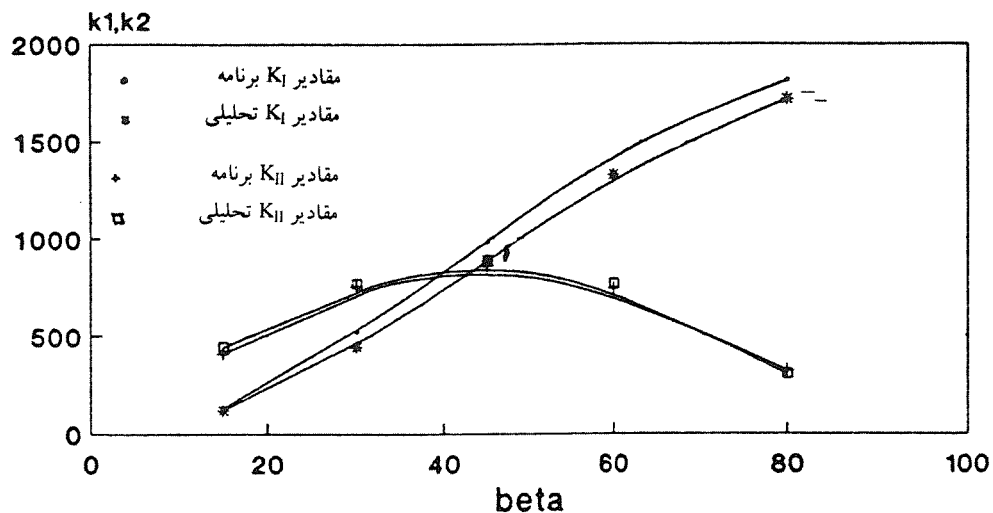
شکل ۴ المان ایزوپارامتریک رأس ترک a- در مختصات محلی b- در مختصات اصلی

ترک، از وسط ضلع به یک چهارم آن و نزدیک به رأس ترک منتقل می‌شوند. این امر سبب می‌گردد تا با استفاده از همان توابع شکل المان معمولی ایزوپارامتریک، کرنش و نهایتاً تنش در رأس ترک سینگولار گردد. توضیحات مربوط به فرمولاسیون این المان و برنامه‌ای که براساس آن تهیه شده است در مرجع [۱] آمده است. شکل ۵، توزیع تنش در مجاورت رأس ترک را که با استفاده از این المان برای یک صفحه مستطیلی، تحت تنش کششی به دست آمده است را با نتایج حل تئوریک و نتایج المان معمولی ۸ گره‌ای مقایسه می‌کند. لازم به ذکر است که المان بندی صفحه در هر دو حالت دقیقاً یکسان بوده است.

شکل ۶، نتایج فاکتور شدت تنش حاصل از برنامه راکه برای ترکهایی با زوایای مختلف β در یک صفحه با عرض زیاد و تحت تنش یکنواخت کششی به دست آمده است را با نتایج حل تئوریک مقایسه می‌کند (β زاویه بین محور بار و محور ترک می‌باشد). اختلاف موجود بین این نتایج از ۳ تا ۷ درصد تغییر می‌کند که مقادیر واقعی اختلاف، کمتر از مقادیر بیان شده



شکل ۵ مقایسه توزیع تنش حاصل از المان مخصوص رأس ترک، المان معمولی ایزوپارامتریک و نتایج تحلیلی



شکل ۶ مقایسه فاکتور شدت تنش حاصل از برنامه مرجع [۱] با نتایج حل تحلیلی

شکست مینیمم دانسیته انرژی کرنشی که در بخش ۳ بیان شد می‌توان به دست آورد. شکل ریاضی قضیه دوم این تئوری در فضای دوبعدی به صورت زیر خواهد بود.

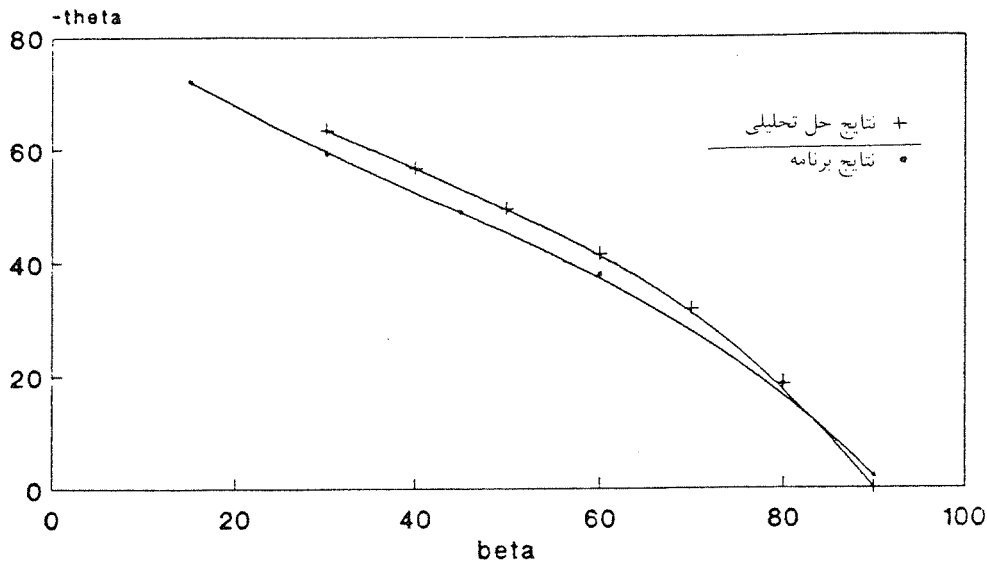
$$\frac{\partial s}{\partial \theta} = 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial^2 s}{\partial \theta^2} > 0 \quad (۱-۳)$$

بعد از تعیین فاکتور شدت تنش که بیانگر میدان تنش در مجاورت رأس ترک می‌باشد. فاکتور دانسیته انرژی کرنشی

می‌باشد زیرا نتایج تحلیلی برای صفحه‌ای با عرض بی‌نهایت به دست آمده است در حالی که نتایج برنامه برای صفحه‌ای با عرض ۳/۵ برابر طول ترک می‌باشد. اگر محدودیت عرض، در نتایج حل تئوریک اثر داده شود مقادیر بزرگتری حداقل برای K_I به دست خواهد آمد که این موضع سبب کاهش اختلاف می‌گردد.

۳- زاویه گسترش ترک

زاویه گسترش ترک را با استفاده از قضایای اساسی، ضابطه

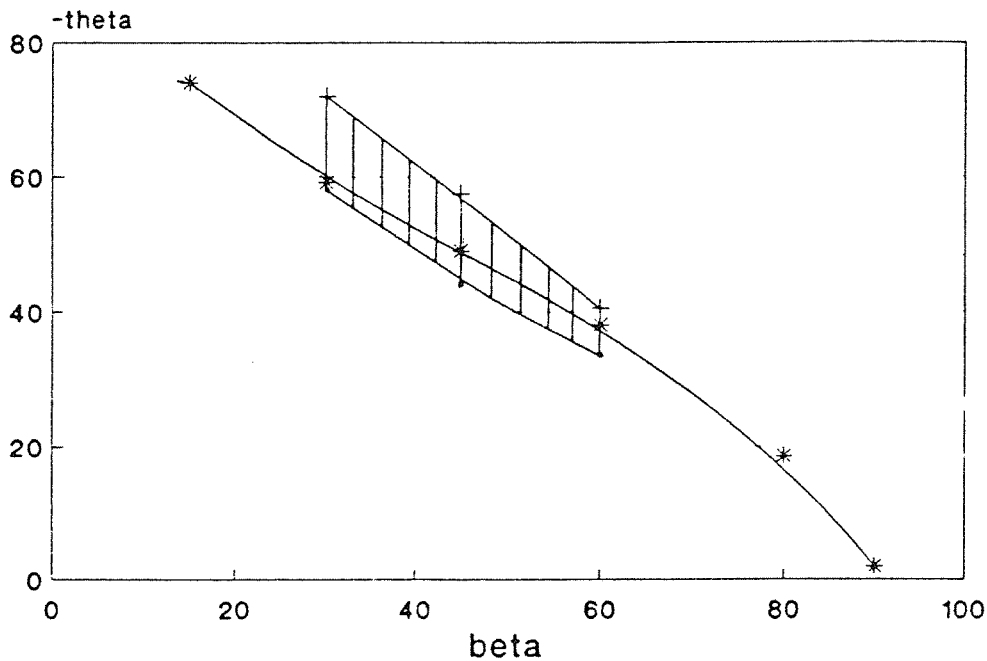


شکل ۷ مقایسه نتایج زاویه گسترش ترک حاصل از برنامه مرجع [۱] با نتایج حل تحلیلی

شکل مشخص است این نتایج تطابق بسیار خوبی با یکدیگر دارند. نتایج تئوریک زاویه گسترش ترک با جایگزین نمودن رابطه تئوریک فاکتور شدت تنش (رابطه ۲-۴) در معادله (۲-۲) و استفاده از رابطه (۳-۱) به دست آمده است. شکل ۸ تا ۱۰، نتایج برنامه را با نتایج آزمایشات متعددی که

مطابق رابطه (۲-۲) بر حسب زاویه θ می توان به دست آورد. سپس به کمک رابطه (۳-۱) زاویه گسترش را می توان تعیین نمود.

شکل ۷ نتایج زاویه گسترش ترک حاصل از برنامه را با نتایج تئوریک، برای زوایای مختلف β مقایسه می کند. همانطور که از



شکل ۸ مقایسه نتایج زاویه گسترش ترک حاصل از برنامه مرجع [۱] با نتایج آزمایش روی آلیاژ آلومینیوم

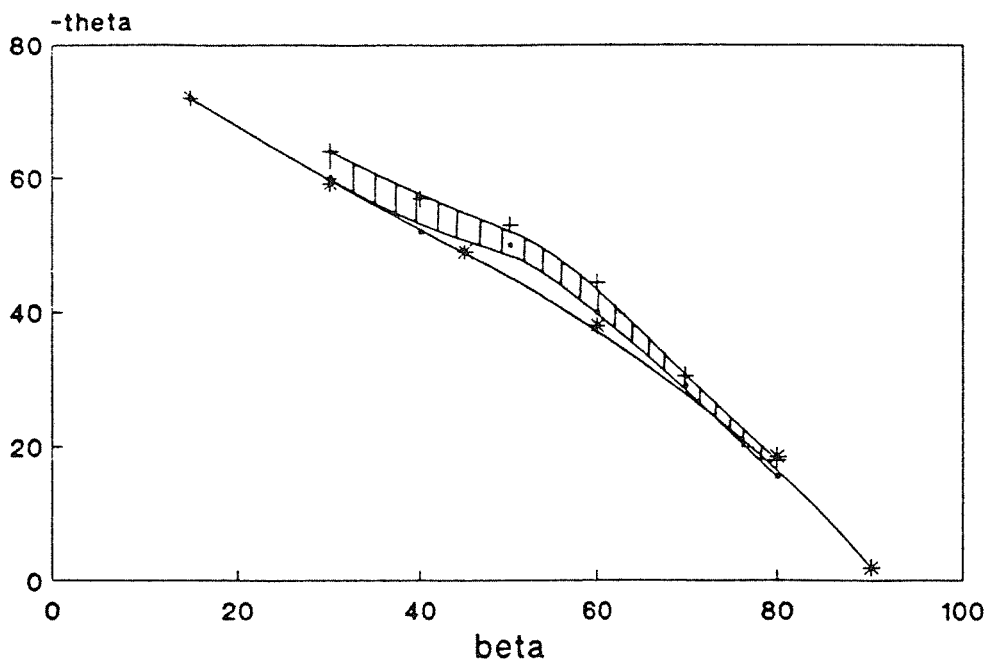
۴ - مسیر گسترش ترک

در این بخش به بحث پیرامون مسیر گسترش ترک، برای ترکهای پایدار که بعد از شروع به گسترش تا شکست نهایی پیشرفت نمی‌کنند می‌پردازیم. این حالت، عموماً تحت بار متناوب که ترک تحت تنشی به مراتب کمتر از بار بحرانی در حالت بارهای ایستاکترش می‌یابد اتفاق می‌افتد که این پدیده را خستگی می‌نامند. برای تعیین مسیر گسترش ترک با استفاده از برنامه به صورت قدم به قدم باید عمل نمود بدین صورت که در هر مرحله، افزایش جزئی در ترک، تحت زاویه به دست آمده باید ایجاد گردد. سپس ترک قبلی با این افزایش، به یک ترک با مشخصات جدید تبدیل می‌گردد که با آنالیز آن، زاویه جدیدی برای ترک به دست می‌آید. این عمل تا رسیدن ترک به یک ترک ناپایدار ادامه می‌یابد. در نهایت با اتصال رئوس ترک در مراحل مختلف، مسیر گسترش ترک به دست می‌آید.

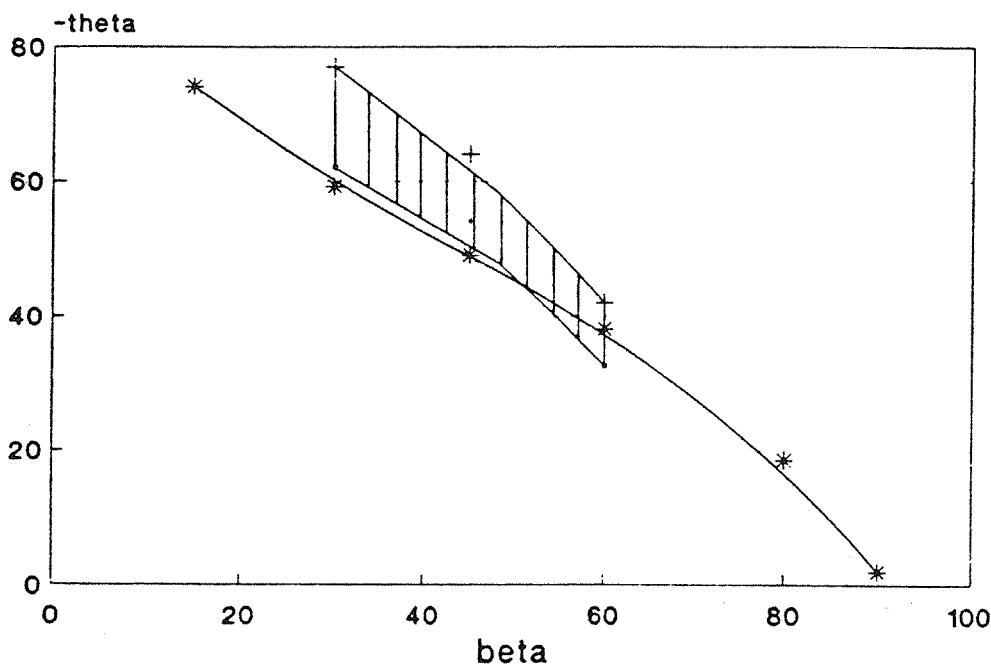
شکل ۱۱ المان بندی یک مرحله از رشد و شکل ۱۲ مسیر گسترش ترکی که با استفاده از برنامه به دست آمده است را نشان می‌دهد. شکل ۱۳ همین پارامتر را که در اثر آزمایشهای متعدد روی مصالح مختلف تعیین شده است [۳] بازگو می‌نماید. با مقایسه این دو شکل می‌توان نتیجه گرفت که روند تغییرات هر دو منحنی یکسان است و برنامه می‌تواند این پارامتر را نیز با دقت خوبی بیان نماید.

روی پلی گلاس، آلیاژ آلومینیم و نوع خاصی از فولاد انجام شد و در دسترس است [۳] مقایسه می‌کند. شکل ۸ نشان می‌دهد که نتایج برنامه با حد پایین نتایج آزمایش مطابق است ولی از آنجائی که دامنه تغییرات نتایج آزمایش روی این نمونه، کم می‌باشد، اختلاف نتایج حاصل از برنامه با حد بالای آن نیز زیاد نیست و می‌توان گفت برنامه موجود به خوبی توانسته است نتایج این آزمایش را پیش‌بینی نماید. شکل ۹ که نتایج حاصل از برنامه را با نتایج آزمایش روی آلیاژ آلومینیم مقایسه می‌کند نشان می‌دهد که برنامه توانسته است نتایج آزمایش را با دقت بسیار بالایی بازگو نماید. شکل ۱۰ نشان می‌دهد که نتایج برنامه با نتایج آزمایش در محدوده $60 < \beta < 30$ با حد پایین نتایج آزمایش مطابق است اما با توجه به روند تغییرات نتایج آزمایش و با فرض اینکه این روند برای زوایایی بزرگتر از 60° نیز ثابت باقی بماند، می‌توان گفت که نتایج برنامه با دقت خوبی می‌تواند زاویه گسترش ترک را برای $\beta < 60^\circ$ پیش‌بینی نماید.

نتیجه دیگری که از این منحنیها می‌توان گرفت این است که ضابطه شکست مینیمم دانسیته انرژی کرنشی با دقت خوبی می‌تواند نتایج آزمایش رایبان نماید. زیرا برنامه‌ای که نتایج آن در این مقاله مورد بحث قرار می‌گیرد براساس این تئوری نوشته شده است.



شکل ۹ مقایسه زاویه گسترش ترک حاصل از برنامه مرجع [۱] با نتایج آزمایش روی پلی گلاس



شکل ۱۰ مقایسه نتایج زاویه گسترش ترک حاصل از برنامه مرجع [۱] با نتایج آزمایش روی نوع خاصی از فولاد

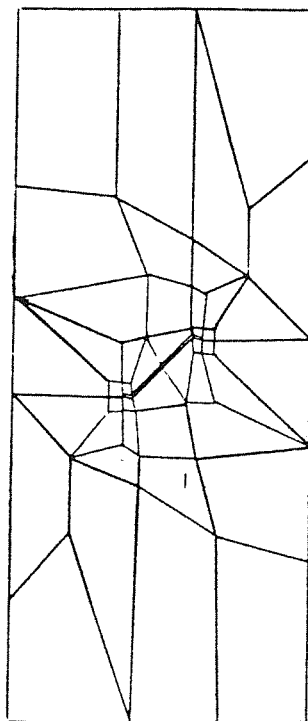
۵ - نسبت رشد ترک در سیکل

در بررسی مسأله گسترش ترک تحت بار متناوب، پارامتر قابل اندازه گیری دیگری که در طراحی از اهمیت خاصی برخوردار است مطرح می گردد و آن تعیین نسبت رشد ترک در سیکل می باشد. روابطی که برای این پارامتر، پیشنهاد شده است عموماً براساس آزمایشات متعددی که روی مصالح مختلف صورت گرفته، به دست آمد. شکل کلی این رابطه به رابطه پاریس مشهور است و به صورت زیر بیان می شود. [۴]

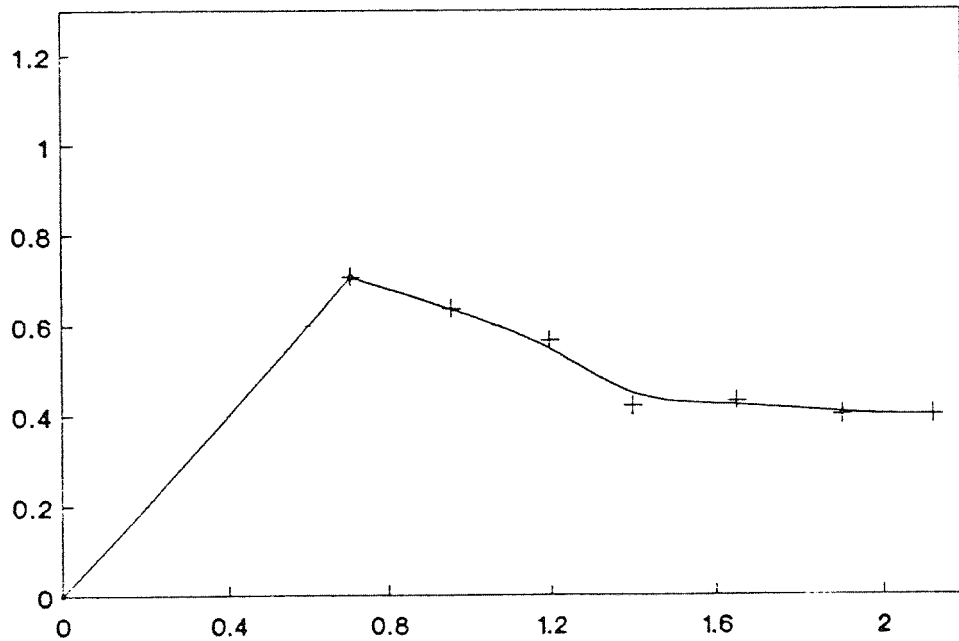
$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad (۱-۵)$$

در این رابطه a نصف طول ترک و N تعداد سیکلهای بارگذاری و C و m ثابتهای مصالح می باشند که در اثر آزمایش به دست می آیند. البته رابطه فوق ساده ترین فرم رابطه رشد ترک بوده و برای محدوده معینی از مقادیر ΔK ، تحت بارگذاری متناوب با دامنه ثابت معتبر است.

رابطه (۱-۵) برای مود اول بازشدگی سطوح ترک به دست آمده است. برای مود ترکیبی که مقادیر K_I و K_{II} هر دو مخالف صفر هستند به جای ΔK ، ΔK معادلی تعریف می گردد که این کار نیز براساس آزمایش متعدد و بررسی نتایج آن انجام می شود. یکی از روابطی که برای K_{equi} پیشنهاد شده است به شرح زیر



شکل ۱۱ یک مرحله از رشد ترک والمان بندی صفحه که جهت آنالیز آن با برنامه مرجع [۱] مورد استفاده قرار گرفت



شکل ۱۲ مسیرگسترش ترک که از برنامه مرجع [۱] به دست آمده است

می باشد. [۴]

نزدیکی دارد. همچنین از این شکل می توان نتیجه گرفت که رابطه (۱-۵) با ΔK معادل (رابطه ۲-۵)، همگنی بهتری با نتایج آزمایش دارد. نتایج شکل ۱۵ با ضرایب c و m زیر بدست آمده است.

$$K_{equ.} = (K_I^4 + 8K_{II}^4)^{1/4} \quad (2-5)$$

رابطه دیگری براساس مفهوم دانسیته انرژی کرنشی برای نسبت رشد ترک $\frac{da}{dN}$ پیشنهاد شده است که شکل کلی آن همان معادله پاریس می باشد و با رابطه زیر بیان می شود.

$$\frac{da}{dN} = 1.641 \times 10^{-13} (\Delta(K_I^4 + 8K_{II}^4))^{3/97} \quad (4-5)$$

$$\frac{da}{dN} = 5.107 \times 10^{-10} \left(\frac{4\pi\mu}{1-2\nu} \times \Delta S \right)^{2/97} \quad (5-5)$$

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{4\pi\mu}{1-2\nu} \Delta S \right)^{m/2} \quad (3-5)$$

۶- نتیجه گیری

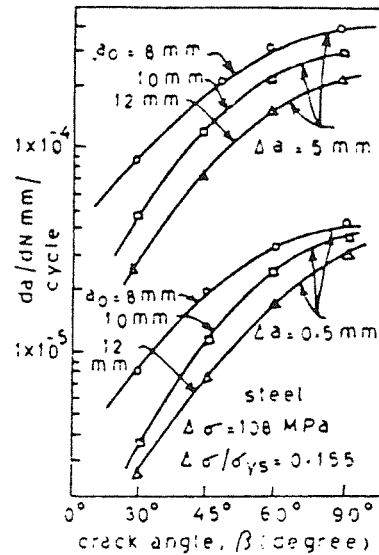
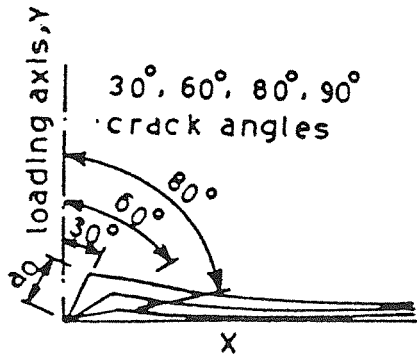
با توجه به مباحثی که گذشت و نتایجی که به دست آمد، موارد زیر را می توان استنتاج نمود:

در رابطه (۳-۵) علیرغم اینکه ضرایب ثابت c و m نشان داده شده اند ولی لزوماً همان مقادیر c و m رابطه (۱-۵) نمی باشند.

۱- المان مخصوص رأس ترک در مقایسه با المان معمولی ایزوپارامتریک، قابلیت بسیار بالاتری در نمایش میدان تنش در مجاورت رأس ترک دارد.

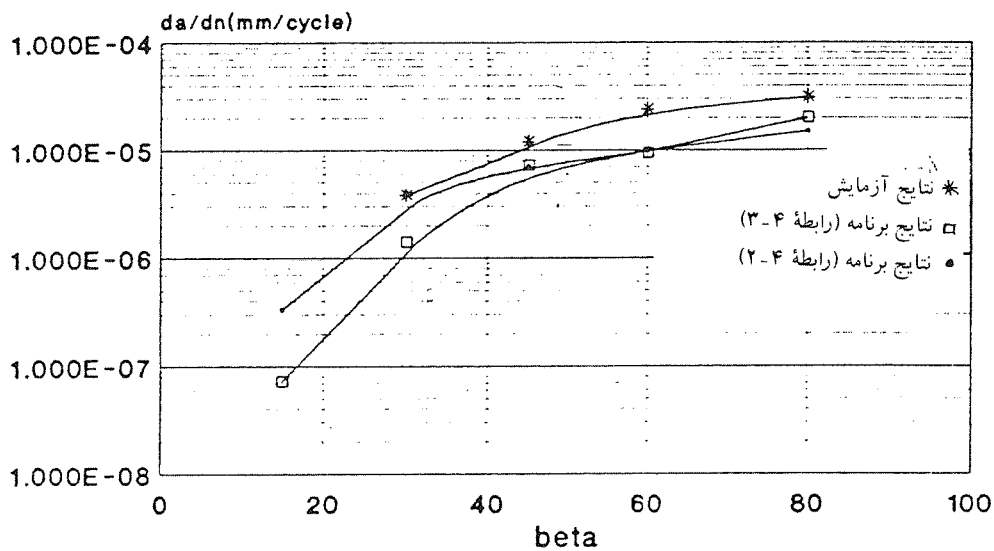
در این مقاله، نتایج بدست آمده از دو رابطه فوق با نتایج آزمایش مقایسه می گردد. لازم به ذکر است با توجه به اینکه، روابط فوق براساس نتایج آزمایش پیشنهاد شده است و با توجه به نحوه اندازه گیری $\frac{da}{dN}$ در آزمایش، نمی توان انتظار داشت که نتایج تئوریک تطابق بسیار نزدیکی با نتایج آزمایش داشته باشد. زیرا همانطور که از شکل ۱۴ مشخص است نتایج آزمایش $\frac{da}{dN}$ که در اثر افزایش $\Delta a = 5\text{mm}$ و $\Delta a = 0.5\text{mm}$ در یک آزمایش واحد اندازه گیری شده است اختلاف فاحشی با یکدیگر دارند. شکل ۱۵ نشان می دهد که نتایج برنامه باننایج آزمایش که در اثر $\Delta a = 0.5\text{mm}$ به دست آمده است، مطابقت

- ۲- نتایج برنامه حاضر که با استفاده از روش اجزاء محدود و المان مخصوص رأس ترک به آنالیز الاستیک جسم می پردازد و با کمک ضابطه شکست مینیم دانسیته انرژی کرنشی، پارامترهای شکست را به دست می آورد، تطابق خوبی با نتایج تئوریک دارد.
- ۳- ضابطه شکست مینیم دانسیته انرژی کرنشی، با دقت خوبی می تواند نتایج آزمایش برای زاویه گسترش ترک و مسیر گسترش ترک را پیش بینی نماید.
- ۴- جهت گسترش ترک، مستقل از اندازه ترک و تنش اعمال



شکل ۱۴ نسبت رشد ترک در سیکل که در اثر آزمایش روی مصالح مختلف به دست آمده است

شکل ۱۳ مسیر گسترش ترک که در اثر آزمایش روی مصالح مختلف و تحت زوایای مختلف β به دست آمده است



شکل ۱۵ مقایسه نسبت رشد ترک در سیکل حاصله از برنامه مرجع [۱] با نتایج آزمایش

با استفاده از برنامه موجود و به صورت قدم به قدم می توان مسیر گسترش ترک، ترک بحرانی و تعداد سیکل های بارگذاری برای رسیدن به این ترک (عمر خستگی) را محاسبه نمود.

شده به جسم می باشد و همیشه به سمتی حرکت می کند که تنها مود اول بازشدگی سطوح ترک حاکم باشد.
۵- چنانچه، پارامترهای مصالح در روابط پاریس در دست باشد

- ۱ - پیش‌بینی مسیرگسترش ترک در سازه‌های دوبعدی با استفاده از روش اجزاء محدود، مهندس جواد واثقی امیری پایان‌نامه، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۷۰.
- 2 - Barsoum R.S., "on the use of Isoparametric Finite Elements In linear Fracture Mechanics". *Int.J.Num. Meth.Engng. Vol. 10, (1976), 25 - 37.*
- 3 - Chinadurai R. Pandey R.K. and Jeshi B.K., "Fracture Mode loading", *Adv. Frac. Res., Vol.3, (1984), 1703 - 1711.*
- 4 - Parker A.P. "The Mechanics of Fracture And Fatigue", London New York E. and F.N. SPONLTD, 1981.
- 5 - Pook l.p. and smith R.A., "Theoritical Background to Elastic Fracture Mechnics", *Fracture Mechanics, (1979), 24-66.*
- 6 - Sih, G.C., *Energy- density concept in fracture mechanics, Engineering Fracture Mechanics, 5, PP, 1037 - 1040 (1973).*
- 7 - Sih, G.C., *A Special theory of crack propagation : methods of analysis and solutions of crack problems, Mechanics of Fracture 1, edited by G.C. sih, Noordhoff International publishing, Leyden, pp. XXI - XLV (1973).*