روش عددی تحلیل سینماتیکی مکانیزم تماس مستقیم با بکارگیری مکانیزم معادل

شهرام آزادی

دانشجوی دکترای دانشگاه صنعتی امیرکبیر

حسن ظهور

استاد دانشگاه صنعتی شریف

چکیده :

در این مقاله نحوه بدست آوردن مکانیزم معادل یک مکانیزم تماس مستقیم شرح داده می‌شود و سپس حل سینماتیکی آن صورت می‌گیرد. همچنین در این مقاله نشان داده خواهد شد که با استفاده از مکانیزم معادل بالا، کامپیوتر و روش‌های عددی، تحلیل مکانیزم پیچیده تماس مستقیم امکان‌پذیر می‌باشد.

Kinematic Analysis of the Direct Contact Mechanisms Using Equivalent Linkages by Numerical Methods

S. Azadi, Ph.D. Student

Amirkabir University of Technology, Tehran, I.R. Iran.

H. Zohoor, Professor, Ph.D.

Sharif University of Technology, Tehran, I.R. Iran.

ABSTRACT

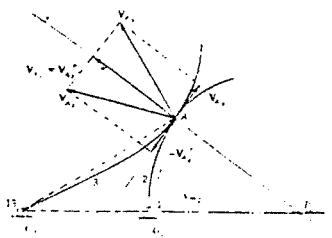
In this manuscript, an equivalent linkage for a direct contact mechanism has been obtained, and then it has been kinematically analyzed. It has also been presented that any complex direct contact mechanism may be kinematically analyzed using equivalent linkages. In this way, numerical methods have been utilized.

مقدمه:

روش‌های مختلفی در تحلیل مکانیزم تماس مستقیم[1] وجود دارد که از جمله آنها می‌توان روش گرافیکی (تصویری)، عددی [۱] و مکانیزم معادل را نام برد. اما بین این روش‌ها، روش عددیست که بیشتر قابلیت کامپیوتری شدن را دارد. روش‌های گرافیکی و مکانیزم معادل [۲] را هر چند در مکانیزم‌های ساده می‌توان به کارگرفت، ولی هنگامی که حرکت مکانیزم در طول زمان مورد نظر باشد و یا مکانیزم شامل چند اتصال مختلف از مکانیزم تماس مستقیم باشد، استفاده از این روش‌ها دشواریهای بسیاری را در پی خواهد داشت.

۱ ـ شناخت مکانیزم تماس مستقیم

در حالت کلی دو عضو یک مکانیزم توسط یک جفت سطح تماسی بهم مرتبط می‌شوند. هرگاه ارتباط ایندو سطح با بیش از یک مختصات بیان شود و یا ارتباط با بیش از یک درجه آزادی صورت گیرد اتصال را زوج مرتبه بالا[۲] گویند، مانند لغزش و غلتیدن بین نقطه تماس یک بادامک و پیرو. هر دو عضوی که دارای تماس مستقیم باشند، می‌توانند حرکت نسبی که ممکن است غلتیدن خالص، لغزش خالص و یا هم لغزش و هم غلتیدن باشد نسبت بهم، داشته باشند. شکل ۱ یک مکانیزم تماس مستقیم را نشان می‌دهد. مولفه‌های سرعت روی عمود مشترک دو عضو در نقطه تماس آنها بایستی برابر باشد.



شکل ۱ ـ مکانیزم تماس مستقیم.

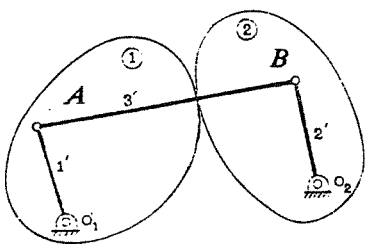
در غلتیدن خالص، سرعت نسبی دو جسم در جهت مماسی مساوی صفر می‌باشد.

۲ ـ روش عددی برای بدست آوردن مکانیزم معادل

برای بیان هر عضو در تماس، در اینجا از یک معادله درجه دوم ضمنی استفاده شده است که می‌تواند بیانگر یک دایره، بیضی یا سهمی باشد. معادلات داده شده در سیستم مختصات محلی[۳] تعریف می‌شود. معادله بصورت زیر می‌باشد.

$$f(x,y) = Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \quad (1)$$

با توجه به شکل ۲ می‌توان از مکانیزم معادل برای تحلیل مکانیزم تماس مستقیم استفاده نمود. مکانیزم معادل برای چنین مکانیزمی چهارمیله‌ای می‌باشد. عضو شماره (۱) محرک و عضو شماره (۲) متحرک گرفته شده است.



شکل ۲ ـ مکانیزم چهارمیله‌ای معادل.

محل مفصل‌های A و B همان مراکز انحناء دو جسم در نقطه تماس دو عضو می‌باشد.
شعاع انحناء یك منحنی از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$P = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \quad (2)$$

که در آن y' و y'' مشتق اول و دوم متغیر Y نسبت به X می‌باشند.
اعضاء ورودی و خروجی مکانیزم چهارمیله‌ای فوق دارای سرعت و شتاب زاویه‌ای مساوی با عضو ورودی و خروجی مکانیزم اصلی است [۲].
با مشتق‌گیری از معادله (۱) ، معادله (۳)

$$y' = \frac{-(2Ax + Cy + D)}{2By + Cx + E} \quad (3)$$

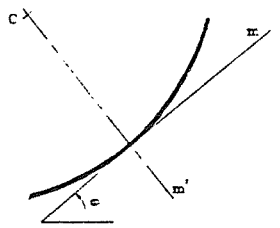
و با مشتق‌گیری از معادله (۳) ، معادله (۴) بدست می‌آید.

$$y'' = \frac{-(2By' + 2C)y' - 2A}{2By + Cx + E} \quad (4)$$

برای بدست‌آوردن مراکز انحناء دو منحنی، در معادله(۵) از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه تماس استفاده شده است.

$$m' = -\frac{1}{m} = \frac{-1}{y'} = \frac{-1}{tg\phi} \quad (5)$$

با توجه به شکل ۳، m' شیب خطی است که نقطه تماس را به مرکز انحناء وصل می‌کند.



شکل ۳ ـ عمود و مماس بر منحنی در نقطه تماس.

معادله خط اتصال نقطه تماس و مرکز انحناء بصورت زیر می‌باشد:

$$y - y_0 = m'(x - x_0) \quad (6)$$

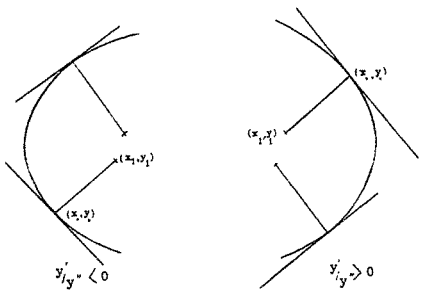
که در آن (x_0 , y_0) مختصات نقطه تماس می‌باشد. هرگاه مختصات مرکز انحناء (x_1 , y_1) در نظر گرفته شود، معادله (۷) حاصل می‌شود.

$$(y_1 - y_0)^2 + (x_1 - x_0)^2 = \rho^2 \qquad (۷)$$

با حل دو معادله و دو مجهول بالا مجهولات x_1 و y_1 بصورت زیر بدست می‌آیند.

$$x_1 = x_0 \pm \frac{|\rho|}{\sqrt{m'^2 + 1}}$$
$$y_1 = y_0 \pm \frac{|\rho| m'}{\sqrt{m'^2 + 1}} \qquad (۸)$$

انتخاب علامت‌های مثبت و منفی با توجه به چهار حالت شکل ۴ صورت می‌گیرد، البته انتخاب این علامت‌ها به علامت نسبت y'/y'' نیز بستگی دارد. بنابراین:
اگر $y'/y'' > 0$، هر دو علامت منفی است.
اگر $y'/y'' < 0$، هر دو علامت مثبت است.



شکل ۴ ـ حالتهای مختلف موقعیت مراکز انحناء یک منحنی.

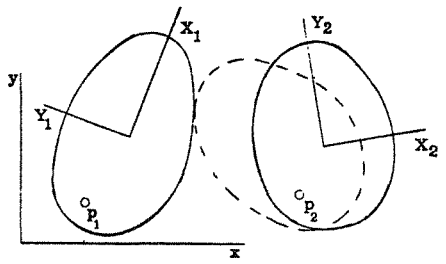
حال انتقال دستگاه مختصات محلی به مختصات مرجع[۴] و بالعکس بررسی می‌شود. هرگاه $(x\ ,\ y)$ مختصات نقطه‌ای در مختصات مرجع، $(X\ ,\ Y)$ مختصات محلی نسبت به دستگاه مختصاتی که به اندازه θ چرخانده شده و $X_0\ ,\ Y_0$ مختصات مبداء باشد، آنگاه معادلات (۹) و (۱۰) بین آنها برقرار است.

$$x = XCos\theta - YSin\theta + X_0$$
$$y = XSin\theta + YCos\theta + Y_0 \qquad (۹)$$

$$X = xCos\theta + ySin\theta - X_0Cos\theta - Y_0Sin\theta$$
$$Y = -xSin\theta + yCos\theta + X_0Sin\theta - Y_0Cos\theta \qquad (۱۰)$$

۳ ـ تحلیل سینماتیکی مکانیزم تماس مستقیم

قبل از هر چیز بایستی نقطه تماس دو جسم مشخص شود. با توجه به شکل ۵ هرگاه موقعیت جسم اول کاملاً مشخص باشد، با مشخص بودن نقطه مرجع (نقطه مرجع نقطه‌ایست از جسم که دارای موقعیت، سرعت و شتاب شناخته شده باشد.) جسم دوم، P_2، با روش حل دستگاههای معادلات غیرخطی (۱۱) و با حرکت زاویه‌ای جسم دوم حول نقطه مرجع خودش، نقطه تماس



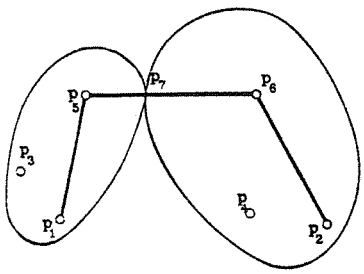
شکل ۵ ـ نقطه اولیه تماس در مکانیزم تماس مستقیم.

اولیه بدست می‌آید.

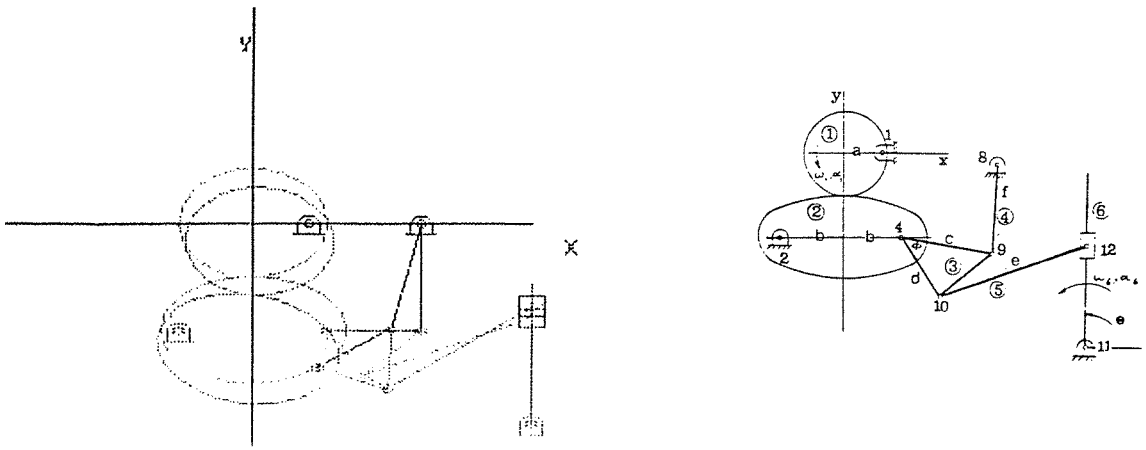
$$A_1x^2 + B_1y^2 + C_1xy + D_1x + E_1y + F_1 = 0$$
$$A_2x^2 + B_2y^2 + C_2xy + D_2x + E_2y + F_2 = 0 \qquad (۱۱)$$

برای این منظور جهت دوران جسم متحرک را می‌توان به اختیار انتخاب نمود. چون دو حالت تماس اولیه می‌تواند وجود داشته باشد، دوران جسم متحرک تحت زاویه کوچک، $\Delta\theta$، در یک جهت اختیاری صورت می‌گیرد. عمل حرکت زاویه‌ای جسم دوم آنقدر ادامه پیدا می‌کند تا دوجسم یکدیگر را قطع نمایند. چون ممکن است دو جسم به جای در تماس بودن، در دو نقطه یکدیگر را قطع کرده باشند، در جهت خلاف حرکت اولیه با $\Delta\theta$ کوچکتر عمل ادامه پیدا می‌کند تا جایی که با خطای مورد نظر محل تماس دو جسم پیدا شود. اینکار در حقیقت با حل دستگاه‌های معادلات غیرخطی دو جسم صورت می‌گیرد. برای حل یک دستگاه غیرخطی نیاز به یک سری نقاط اولیه برای شروع عمل تکرار می‌باشد که به کمک نقاطی که از روی معادله جسم بدست آمده است، ایجادمی‌شوند.

حال با استفاده از مکانیزم معادل بدست آمده می‌توان سرعت و شتاب زاویه‌ای و همچنین سرعت و شتاب خطی هر نقطه‌ای از جسم دوم را نیز بدست آورد. شکل ۶ مکانیزم معادل و همچنین اجسام اولیه را نشان می‌دهد. نقطه P_4 نقطه‌ای از جسم دوم می‌باشد که سینماتیک آن مورد نظر می‌باشد[۵].



شکل ۶ ـ مکانیزم معادل مکانیزم تماس مستقیم.



شکل ۷ ـ حرکت مکانیزم تماس مستقیم تحلیل شده توسط نرم‌افزار کامپیوتری.

در حالت کلی نقاط P_1 و P_2 که نقاط مرجع می‌باشند، ثابت نیستند و می‌توانند محل اتصال به اجزاء دیگر باشند.

در انتهای کار تحلیل سینماتیکی، می‌توان نحوه حرکت را در زمانهای بعدی به دست آورد. اینکار، توسط مشخص کردن یک تغییر زمانی کوچک به اندازه Δt صورت می‌گیرد [۴].

شکل ۷ یک مکانیزم تماس مستقیم است که توسط نرم‌افزار کامپیوتری تحلیل آن صورت گرفته است.

با توجه به روشهای مختلفی که برای تحلیل مکانیزم تماس مستقیم وجود دارد، استفاده از ترکیب روشهای عددی و ساخت مکانیزم معادل می‌تواند مبنایی برای به کارگیری کامپیوتر در تحلیل کلیه مکانیزمهای با تماس از نوع مرتبه بالا باشد، در حالیکه بدون استفاده از مکانیزم معادل تحلیل آنها دشوار است. از جمله این نوع مکانیزمها می‌توان انواع بادامک و پیرو را نام برد که همواره تحلیل آنها یکی از مسائل دشوار در طراحی ماشین می‌باشد.

۴ ـ نتیجه‌گیری

پاورقی:

1- The Direct Contact Mechanism

2- Higher - Pair

3- Local Coordinate

4- Global Coordinate

5- Interest Point

مراجع:

1- *Sao - Chylchen, Cary L, Kinzel, and David J. Kuhlmann, "A Numerical Method for the Kinematic Analysis of Planar Higher Pair in Rolling Contact, "Mechanism and Machine Theory, Vol. 20, No. 6, PP. 565 - 575, 1985.*

2- *George H. Martin, Kinematics and Dynamics of Machines, McGraw - Hill Book Company, 1982.*

3- *Brice Carnahan, H. A. Luther, and James O. Wilkes, Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc. , 1969.*

4- *S. Azadi and H. Zohoor, "Kinematic and Dynamic Analysis of Planer Linkages Using Basic Mechanisms," International Congress on Computational Methods in Engineering, Shiraz, I.R. Iran, PP. 11 - 18, May 3-5, 1993.*