

طراحی بهینه پیوسته و گسسته دریچه‌های خروجی سدها باروش توابع جریمه و محاسبات تقریبی

جواد سلاجقه
المربی

عیسی سلاجقه
دانشیار

گروه عمران دانشکده فنی دانشگاه شهید باهنر کرمان

چکیده

در این مقاله برای محاسبه وزن حداقل سازه‌ها به کمک توابع جریمه، توابع وزن و محدودیت‌های طرح یک سازه تبدیل به یک تابع بدون محدودیت گردیده و با روش‌های عددی وزن حداقل سازه و مقادیر متغیرهای پیوسته طرح در طراحی بهینه پیوسته محاسبه می‌گردند و آنگاه برای انطباق مقادیر متغیرهای محاسبه شده بر مقادیر گسسته متغیرها که از جداول استاندارد برداشت می‌شود، با افزودن یک تابع سینوسی به تابع بدون محدودیت حاصله در طراحی بهینه پیوسته، تابع مزبور اصلاح و مجدداً حداقل این تابع اصلاح شده جدید محاسبه می‌گردد و نهایتاً وزن حداقل سازه به ازاء مقادیر گسسته متغیرها به دست می‌آید. از آنجا که در خلال هر مرحله از محاسبات عددی طراحی بهینه پیوسته و گسسته برای محاسبه توابع وزن و محدودیت‌ها بایستی سازه موردنظر به تعداد زیادی آنالیز گردد، لذا با کمک محاسبات تقریبی نیروها و تغییر شکلها و یک بار آنالیز سازه در هر مرحله از طراحی بهینه، مقادیر توابع وزن و محدودیت‌ها برحسب متغیرها فرمول بندی گردیده و بجای استفاده از نتایج آنالیز سازه از روابط حاصله استفاده می‌گردد و در نتیجه وقت مصرفی کامپیوتر و طراحی به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد.

Continuous and Discrete Optimization of Dam's Outlet Gates Via Penalty Approaches and Approximation Concepts

E. Salajegheh
Associate Prof.

J. Salajegheh
lecturer

Civil. Eng. Dept. Shahid Bahonar Univ. of kerman.

ABSTRACT

In this study the optimum design of structures is achieved by means of penalty function. First the objective function and the constraints are expressed in terms of the design variables. Then the problem is expressed as a constrained optimization problem which is transformed into a series of unconstrained minimization problems. To solve the problem with discrete design variables a special penalty function is employed. To reduce the computational cost of optimization all the quantities that are obtained from analysis are approximated. Thus in each design cycle only one analysis of the structure is required. Examples are offered to demonstrate the efficiency and reliability of the proposed method.

با توجه به توسعه روزافزون ماشینهای حسابگر و روشهای ماتریسی تحلیل سازه‌ها، طراحی بهینه در سالهای اخیر در تمام زمینه‌ها مورد توجه قرار گرفته است. هدف از طراحی بهینه یک سازه محاسبه متغیرهای طرح مانند سطوح مقاطع، مکان هندسی گره‌ها، نوع مقاطع و ... می‌باشد که به ازاء آن وزن سازه مورد نظر حداقل گردیده و کلیه محدودیتهای طرح ارضاء گردند.

روشهای طراحی بهینه سازه‌ها یا حداقلیابی، با در نظر گرفتن محدودیتهای کاملاً متنی بر اصول ریاضی بوده و علت عدم امکان استفاده از روشهای تحلیلی این است که نمی‌توان مقادیر توابع وزن و محدودیتهای را بر حسب متغیرهای طرح فرمول‌بندی نمود و لذا ناگزیر به استفاده از روشهای عددی و بهره‌گیری از کامپیوتر می‌باشیم.

به کمک روش توابع جریمه، توابع وزن و محدودیتهای یکدیگر ادغام و تابع بدون محدودیت جدیدی حاصل می‌گردد که در محاسبه حداقل این تابع توجه به نکات زیر ضروری می‌باشد.

● تابع حاصله بایستی در محدوده تعریف شده لااقل دارای یک حداقل باشد.

● تابع بدون محدودیت فوق و مشتقات آن بایستی پیوسته بوده و چنانچه تابع مزبور به ازاء بعضی از متغیرها پیوسته نباشد بایستی به نحوی اصولی و علمی تابع دیگری را جایگزین آن تابع نمود که هم خواص تابع اصلی را در نقاط گسسته دارا بوده و هم پیوسته باشد.

در کلیه روشهای عددی محاسبات بهینه طرح از یک نقطه اولیه یا X^0 شروع شده و در یک جهت مشخص در فضای متغیرهای طرح و به میزان معینی حرکت نموده تا بتوان به یک نقطه جدید دست یافت و با چندین بار تکرار این عملیات امکان محاسبه نقطه حداقل تابع میسر گردد.

اصولاً روشهای طراحی بهینه به دو دسته کلی تقسیم‌بندی می‌گردند:

۱- روشهای مستقیم: در این روشها توابع وزن و محدودیتهای توأم در نظر گرفته شده و جهت بردار حرکت و میزان آن بنحوی تعیین می‌گردد که هم به سمت نقطه حداقل تابع نزدیک گردد و هم محدودیتهای را نقض نکند از جمله این روشها می‌توان روشهای Method of Center, Sequential Quadratic of linear

۲- روشهای غیرمستقیم: در این روشها با کمک توابع جریمه، توابع وزن و محدودیتهای در یکدیگر ادغام و یک تابع جدید بدون محدودیت حاصل شود که مقدار توابع جریمه ناشی از محدودیتهای و گسسته بودن متغیرها به دو پارامتر اسکالر دیگر نیز بستگی دارد و لذا برای محاسبه حداقل وزن سازه بایستی حداقل چندین تابع بدون محدودیت (که مقادیر ضرایب توابع جریمه متفاوت هستند) را محاسبه نمود. از اهم این روشها می‌توان روش تابع جریمه خارجی، تابع جریمه داخلی، تابع جریمه توسعه یافته خطی و درجه دوم داخلی و روش ضریب افزایشی لاگرانژ را نام برد.

در طراحی سازه‌های نامعین استاتیکی تحت بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی معین می‌دانیم هرگونه تغییر در مقادیر یک یا چند متغیر طرح میزان نیروها و تغییر شکلها را تغییر می‌دهد و لذا مقادیر توابع وزن و محدودیتهای نیز تغییر خواهد نمود، و از آنجا که در خلال هر مرحله از طراحی بهینه بایستی مقادیر توابع وزن و محدودیتهای چند صدبار محاسبه گردند در نتیجه استفاده از برنامه آنالیز سازه به این تعداد، وقت زیادی را طلب نموده به طوری که برای سازه‌های سنگین به دلیل حجم زیاد محاسبات یا امکان طراحی بهینه سازه میسر نبوده و یا به وقت زیاد و کامپیوتر با ظرفیت بالا نیاز خواهد بود، لذا برای امکان بهره‌وری از طراحی بهینه در سازه‌های سنگین ضرورت استفاده از محاسبات تقریبی نیروها و تغییر شکلها روشن و واضح می‌باشد. از طرف دیگر نظر به اینکه در اغلب سازه‌های مهندسی انتخاب مقادیر متغیرها به صورت پیوسته میسر نبوده و ناگزیر به استفاده از پروفیل‌های استاندارد می‌باشیم، بنابراین در اینگونه موارد برای امکان بهره‌وری از طراحی بهینه بایستی مقادیر متغیرهای محاسبه شده بر مقادیر گسسته آنها منطبق گردد.

با توجه به مراتب فوق و نظر به تعدد روشها، تعدد متغیرها، گسسته بودن و نبودن متغیرها، استفاده و یا عدم استفاده از محاسبات تقریبی نیروها و تغییر شکلها، طیف تحقیقات و مطالعات در زمینه طراحی بهینه سازه‌ها بسیار وسیع بوده که قسمتی از مطالعات انجام شده به شرح زیر خلاصه می‌گردد.

در سال ۱۹۷۶ بعضی از اصول محاسبات تقریبی جهت تنشها ارائه گردیده و متعاقب آن با روش Duality و با کمک محاسبات تقریبی در سال ۱۹۸۰ طراحی بهینه سازه‌ها ارائه شده است [۱ و ۲].

نظیر وزن حداقل کلیه محدودیتهای طرح ارضاء گردند، لذا می توان مسائل مربوط به طراحی بهینه را به شکل ریاضی زیر فرمول بندی نمود.

$$\text{Minimize: } F(X) \quad (1) \quad \text{تابع هدف یا تابع وزن}$$

$$\text{Subject to: } g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, m \quad (2)$$

$$h_k(X) = 0 \quad k = 1, l \quad (3)$$

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad i = 1, n \quad (4)$$

$$X = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} \quad \text{متغیرهای طرح} \quad (5)$$

که در این روابط $F(X)$ تابع هدف یا وزن، $g_j(X)$ توابع با محدودیتهای نامساوی، $h_k(X)$ توابع با محدودیتهای مساوی و X_i^L و X_i^U بترتیب حدود پایین و بالای متغیر X_i ، n تعداد متغیرهای طرح، m تعداد محدودیتهای نامساوی، l تعداد محدودیتهای مساوی و X بردار متغیرهای طرح می باشد.

راه حل عمومی تبدیل توابع با محدودیت به توابع بدون محدودیت، در نظر گرفتن یک تابع جریمه می باشد که به تابع هدف اضافه می گردد و این تابع به کمک یک پارامتر اسکالر افزایش و یا کاهش می یابد و در نتیجه بجای تعیین حداقل یک تابع با محدودیت، حداقل چندین تابع بدون محدودیت محاسبه می گردد و این روش به نام روش تسلسلی حداقل توابع بدون محدودیت یا (SUMT - Sequential - Unconstrained - Minimization - Techniques) نامیده می شود، لذا فرم کلی برای استفاده SUMT این است که یک تابع شبه هدف را مطابق رابطه زیر تعریف نموده و از آن استفاده گردد [۱۷].

$$\Phi(X, r_p) = F(X) + r_p P(X) \quad (6)$$

در این رابطه $F(X)$ تابع هدف، $P(X)$ تابع جریمه، r کمیتی اسکالر است که مقدار تابع جریمه را مشخص نموده و p شماره مراحل محاسبات تعیین حداقل توابع بدون محدودیت را مشخص می نماید.

از آنجا که در این نوشتار با روش تابع جریمه درجه دوم داخلی توسعه یافته توابع با محدودیت به توابع بدون محدودیت تبدیل گردیده، لذا براساس این روش تابع جریمه مطابق رابطه (۷) تعریف می گردد [۱۷].

$$P(X) = \sum_{j=1}^m \bar{g}_j(X) + \sum_{k=1}^l [h_k(X)]^2 \quad (7)$$

با کمک محاسبات تقریبی در سال ۱۹۸۴ بهینه سازیهای دو لایه فضایی و متعاقباً در سالهای ۱۹۹۳ و ۱۹۹۴ طی شش مقاله با روشهای مستقیم، طراحی بهینه سازیهای فضایی، طراحی بهینه گسسته قابها، طراحی بهینه صفحات و پوسته ها ارائه شده است [۳ - ۹].

در سالهای ۱۹۸۶ تا ۱۹۸۹ روشهای استفاده از محاسبات تقریبی بهبود بخشیده شده و با محاسبه نیروها و تغییر شکلها و فرکانسها بصورت تقریبی و جایگزینی آنها در توابع وزن و محدودیتهای در طی هر مرحله از محاسبات بهینه توابع مزبور بر حسب متغیرهای طرح فرمول بندی گردید. همچنین در سال ۱۹۹۳ طی دو مقاله روش جدید دیگری برای محاسبات تقریبی ارائه گردید که با کمک این محاسبات و با روش Branch and Bound طراحی بهینه گسسته و همچنین با روش Duality نحوه بهینه شکل سازه ها ارائه گردید [۱۵ - ۱۰].

در سال ۱۹۹۰ نوشتاری در رابطه با طراحی بهینه گسسته با کمک توابع جریمه ارائه شد که به دلیل عدم استفاده از محاسبات تقریبی، استفاده از این برنامه وقت زیادی را می طلبد و عملاً برای سازه های سنگین کاربردی نمی تواند داشته باشد، [۱۶].

در نوشتار حاضر با روش توابع جریمه (تابع جریمه درجه دوم داخلی توسعه یافته)، با تبدیل توابع وزن و محدودیتهای سازه به تابع بدون محدودیت و کمک گرفتن از روش متغیر متریک برای تعیین جهت بردار حرکت (Search)، با استفاده از روش مقاطع طلایی برای تعیین حداقل توابع یک متغیره (برای محاسبه میزان حرکت در جهت بردار Search) و با استفاده از محاسبات تقریبی نیروها و تغییر شکلها طراحی بهینه پیوسته و گسسته ارائه می گردد که وقت مورد نیاز طراحی را به میزان قابل توجهی کاهش داده و با حل چند مثال و مقایسه جوابها با جوابهای آمده در مراجع، دقت روش ارائه شده و برنامه تهیه شده اثبات خواهد گردید و آنگاه سازه باربر انتخابی درجه خروجی سد ساوه (سازه دو لایه فضایی) برای دو حالت بارگذاری طراحی بهینه می گردد. ضمناً متغیرهای طرح در این نوشتار سطوح مقاطع انتخاب گردیده اند.

۲- اصول طراحی بهینه سازه ها

۲-۱- طراحی بهینه پیوسته

همانطور که قبلاً بیان گردید هدف از طراحی بهینه محاسبه وزن حداقلی از سازه می باشد که به ازاء متغیرهای محاسبه شده

و مقدار $\bar{g}_j(X)$ بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۱۷].

$$\bar{g}_j(X) = -\frac{1}{g_j(X)} \text{ اگر } g_j(X) \leq \varepsilon \quad (8)$$

$$\bar{g}_j(X) = -\frac{1}{\varepsilon} \left[\left[\frac{g_j(X)}{\varepsilon} \right]^2 - 3 \left[\frac{g_j(X)}{\varepsilon} \right] + 3 \right] \text{ اگر } g_j(X) > \varepsilon \quad (9)$$

در روابط فوق ε عددی منفی و کوچک بوده که در شروع محاسبات مقدارش در محدوده $-0.1 \leq \varepsilon \leq -0.3$ پیشنهاد می‌شود و در مراحل بعدی مقدار ε از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\varepsilon = -C(r_p)^a, \quad \frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{2} \quad (10)$$

پارامتر C عددی ثابت بوده که مقدار آن در شروع محاسبات با توجه به مقدار ε و r_p از رابطه (۱۰) محاسبه گردیده و آنگاه در خلال محاسبات طراحی بهینه مقدار آن ثابت فرض می‌گردد. بنابراین تابع شبه هدف حاصله به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\Phi(X, r_p, r'_p) = F(X) + r_p \sum_{j=1}^m \bar{g}_j(X) + r'_p \sum_{k=1}^l [h_k(X)]^2 \quad (11)$$

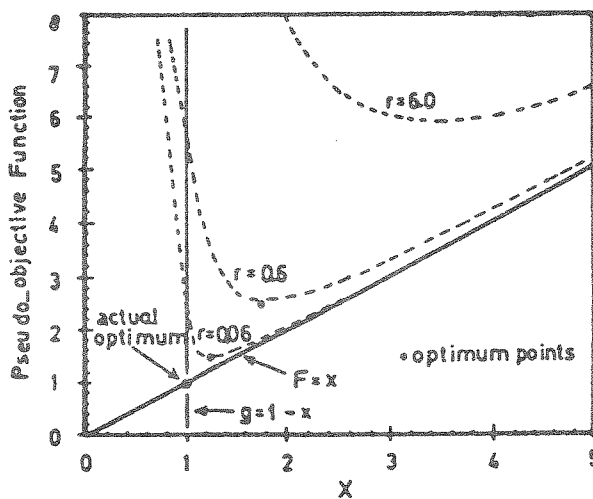
مقادیر r_p و r'_p در شروع محاسبات فرض گردیده (مثلاً $r_p = 1$ و $r'_p = 1$) و در خلال مراحل محاسبات بهینه مقدار r'_p توسط ضربی مانند (γ') افزایش یافته ولی مقدار r_p در خلال محاسبات بایستی توسط ضربی مانند (γ) کاهش یابد بهترین مقادیر (γ') و (γ) با توجه به نوع سازه و با سعی و خطا تعیین می‌گردد و می‌توان مقدار $\gamma = 0.1 - 0.3$ و مقدار $\gamma' = 1.0 - 1.7$ انتخاب نمود. بنابراین هدف محاسبه حداقل تابع رابطه (۱۱) می‌باشد و برای بهینه کردن رابطه فوق در شروع محاسبات نیاز به مقادیر اولیه‌ای برای کلیه متغیرهای طرح داریم تا با داشتن این مقادیر بتوان محاسبات را شروع نمود. معمولترین رابطه محاسبات بهینه رابطه زیر می‌باشد.

$$X^q = X^{q-1} + \alpha^* \cdot S^q \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)، q شماره مرحله تکرار عملیات، X بردار متغیرها و S جهت بردار حرکت (Search) در فضای متغیرهای طرح می‌باشد و α^* کمیتی اسکالر است که مقدار حرکت در جهت S را مشخص می‌نماید. بنابراین با فرض مشخص بودن جهت بردار حرکت (S) و با معلوم بودن نقطه شروع (X^0) مختصات نقطه جدید بر حسب پارامتر α فرمول‌بندی می‌گردد که برای محاسبه میزان حرکت در جهت S چنانچه مقدار محاسبه شده بردار X بر حسب α را در رابطه (۱۱) جایگزین نماییم رابطه (۱۱) بر حسب α رابطه‌ای یک متغیره می‌گردد که میزان α^* در حقیقت

۲-۲- طراحی بهینه گسسته

بنابه موارد آمده در بخش قبل اگر تابع هدف $F(X)=x$ و محدودیت طرح $1-X \leq 0$ باشد چنانچه بر اساس رابطه (۱۱) تابع شبه هدف تشکیل گردد و این تابع بانضمام محدودیت و تابع هدف ترسیم گردد شکل (۱) حاصل می‌گردد.



شکل (۱) نمایش توابع هدف و شبه هدف و محدودیت

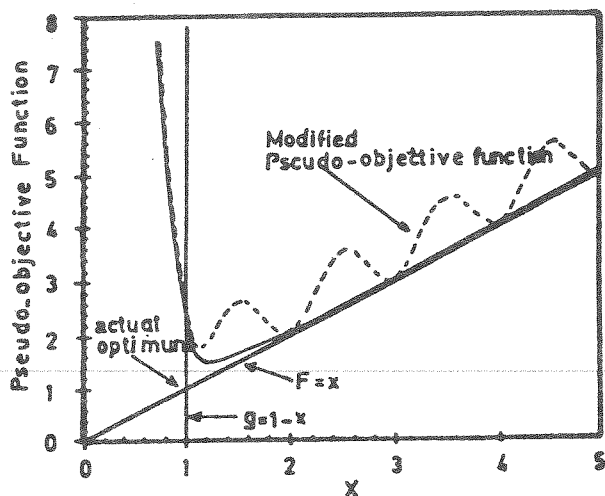
$$g(X) = 1 - X \leq 0 \text{ و } F(X) = X$$

حال با توجه به شکل فوق چنانچه مقدار X یا متغیر طرح بتواند فقط مقادیر مشخصی مثلاً $(1, 2, 3, \dots)$ را $X_D \in$ داشته باشد تابع شبه هدف $\Phi(X, r_p)$ بایستی بنحوی اصلاح گردد که امکان محاسبه حداقل تابع به ازاء مقادیر گسسته X_D عملی باشد. بنابراین شکل کلی مسائل برای توابع با محدودیت نامساوی بصورت زیر درخواهد آمد.

Minimize : $F(X)$

Subject to : $g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, m$

$X^L_i \leq X_i \leq X^U_i \quad i = 1, n$



شکل (۲) رسم تابع شبه هدف اصلاح شده شکل (۱)

با توجه به مراتب فوق نحوه عمل بدین صورت است که نخست بدون در نظر گرفتن گسسته بودن متغیرها، عمل طرح بهینه پیوسته مطابق مطالب آمده در قسمت (۱-۲) صورت گرفته و پس از پایان یافتن طرح بهینه پیوسته، تابع شبه هدف با افزودن رابطه (۱۵) به آن اصلاح گردد و مجدداً تابع شبه هدف اصلاح شده را مطابق مرحله طراحی بهینه پیوسته مینیمم نموده و نهایتاً مقادیر متغیرهای طرح که منطبق بر نقاط گسسته متغیرها می باشند به ازاء حداقل تابع شبه هدف اصلاح شده محاسبه خواهد شد، ضمناً مقدار r_p در خلال طراحی بهینه گسسته بایستی ثابت و مساوی آخرین r_p محاسبه شده از طراحی بهینه پیوسته باشد. مقدار پارامتر اسکالر s را در شروع محاسبات معمولاً بر اساس رابطه زیر محاسبه نموده و در خلال مراحل طرح بهینه گسسته توسط ضریبی که مقدار آن تقریباً بین $\sqrt{\frac{1}{0.05}}$ تا $\sqrt{\frac{1}{0.5}}$ پیشنهاد می گردد، افزایش می یابد. ضمناً مقادیر متغیرهای اولیه در طرح بهینه گسسته را مقادیر متغیرهای حاصل از طراحی بهینه پیوسته در نظر می گیرند [۱۶].

$$s = 0.1r_p \cdot \sum_{j=1}^m \bar{g}_j(X) \quad (16)$$

۳- ضوابط همگرایی

برای اختتام برنامه محاسبه طراحی بهینه پیوسته و گسسته روشهای متعددی آمده است [۱۶ و ۱۷] که در این نوشتار برای اختتام طراحی بهینه پیوسته از مقایسه مقادیر تفاوت توابع شبه

$$X_i \in D_i \text{ or } X_i \in \{d_{i1}, d_{i2}, d_{i3}, \dots, d_{iq}\} \\ , i=1,2,\dots,nd \quad (13)$$

در روابط فوق، n تعداد متغیرها، nd تعداد متغیرهای گسسته، m تعداد محدودیتهای نامساوی طرح، q تعداد کمیتهای انتخابی برای هر یک از متغیرهای گسسته بوده که می تواند برای متغیرهای مختلف مقادیر متفاوتی داشته باشد. با توجه به شکل (۱)، در حالتی که متغیرها گسسته باشند، بایستی شکل تابع شبه هدف رابطه (۱۱) بنحوی اصلاح شود که در نقاط گسسته دارای حداقل و در نقاط بین نقاط گسسته مقادیر بیشتری داشته باشد.

یکی از روشهای اصلاح تابع شبه هدف، با افزودن یک تابع سینوسی به تابع شبه هدف رابطه (۱۱) حاصل می گردد که شکل کلی آن برای توابع با محدودیتهای نامساوی بصورت زیر درمی آید [۱۶].

$$\psi(X, r_p, s) = F(X) + r_p \sum_{j=1}^m \bar{g}_j(X) + s \sum_{k=1}^{nd} \phi_d^k(X) \quad (14)$$

در این رابطه، $\psi(X, r_p, s)$ تابع شبه هدف اصلاح شده، $F(X)$ تابع هدف، r_p ضریب تابع جریمه ناشی از محدودیتهای $\bar{g}_j(X)$ تابع جریمه محدودیتهای s کمیته اسکالر و مثبت است که بنام ضریب تابع جریمه ناشی از گسسته بودن متغیرها نامیده می شود و مقدار آن در شروع محاسبات بهینه گسسته کوچک بوده و در مراحل مختلف توسط یک ضریب مقدار آن افزایش می یابد، $\phi_d^k(X)$ تابع جریمه ناشی از گسسته بودن متغیرها بوده که می تواند قسمت مثبت تابع سینوسی مار بر نقاط گسسته باشد که بصورت زیر تعریف می گردد [۱۶ و ۱۸].

$$\phi_d^k(X) = \frac{1}{2} \left[\sin \frac{2\pi(X_i - 1/4(d_{ij+1} + 3d_{ij}))}{d_{ij+1} - d_{ij}} + 1 \right], \quad (15)$$

$$d_{ij} \leq X_i \leq d_{ij+1}$$

حال چنانچه تابع شبه هدف اصلاح شده رابطه (۱۴) برای مثال شکل (۱) تشکیل و ترسیم گردد، با فرض $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots\}$ ، $X_i \in \{1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots\}$ ، $r_p = 0.06$ و $s = 1/0$ شکل (۲) حاصل می گردد.

همانطور که از شکل برمی آید مقدار تابع شبه هدف اصلاح شده در نقاط گسسته منطبق بر مقادیر تابع شبه هدف رابطه (۱۱) بوده ولی در سایر نقاط مقدار آن از تابع شبه هدف بیشتر می باشد بنابراین حداقل تابع شبه هدف اصلاح شده ناگزیر منطبق بر نقاط گسسته خواهد بود.

هدف و هدف همچنین از مقایسه مقادیر تابع هدف در دو مرحله متوالی بصورت روابط زیر استفاده گردیده است.

$$\Phi(X, r_p) - F(X) \leq (0.01 \text{ یا } 0.005) \Phi(X, r_p) \quad (17)$$

$$F(X^q) - F(X^{q-1}) \leq 0.001 F(X^q) \quad (18)$$

و همچنین برای اختتام محاسبات طراحی بهینه گسسته از رابطه (17) و همچنین مقایسه مقادیر متغیرهای محاسبه شده با مقادیر گسسته متغیرها مطابق رابطه زیر استفاده شده است [16].

$$\max\left\{\min\left\{\frac{|X_{ij} - d_{ij}|}{d_{ij+1} - d_{ij}}, \frac{|X_{ij} - d_{ij+1}|}{d_{ij+1} - d_{ij}}\right\}\right\} \leq 0.001 \quad i=1, 2, \dots, nd \quad (19)$$

۴- محاسبات تقریبی نیروها و تغییر شکلها

از آنجا که در طراحی سازه‌ها سطح مقطع المانهای تشکیل دهنده سازه اغلب متغیرهای طرح می‌باشند و در خرپاها و قابهای فضایی مقدار نیروی داخلی هر المان با سطح مقطع آن المان رابطه مستقیم و مقدار تغییر شکل با سطح مقطع المان رابطه عکس دارد، لذا برای نشان دادن روابط به صورت ریاضی تغییر و متغیر زیر را در نظر می‌گیریم [10].

$$Z=Y \text{ or } Z=\frac{1}{Y} \quad (20)$$

در رابطه (20)، Y بردار مربوط به سطح مقاطع و یا ممان اینرسی اعضاء بوده که به بردار واسطه موسوم است. از طرفی می‌دانیم که Y و Z هر دو توابعی Explicit بر حسب متغیر X هستند. بنابراین صورت کلی مسأله طراحی بهینه را می‌توان بصورت رابطه زیر نمایش داد.

$$\text{Minimize : } F(X)$$

$$\text{Subject to : } g_j[X, u(Z), f(Z)] \leq 0 \quad j = 1, m$$

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad i = 1, n$$

$$\delta Z_i^L \leq \delta Z_i \leq \delta Z_i^U \quad (21)$$

حال با کمک بسط تیلور می‌توان نوشت :

$$u(Z) \approx u(Z^0) + \nabla u(Z^0) \cdot \delta Z$$

$$f(Z) \approx f(Z^0) + \nabla f(Z^0) \cdot \delta Z \quad (22)$$

در روابط فوق f و U بترتیب نشان دهنده بردار نیرو و تغییر شکل هستند و $\delta Z = Z - Z^0$ ، نمایانگر نقطه‌ای است که بسط تیلور تابع به ازاء آن نقطه نوشته شده است و اپراتور ∇ ، نشان دهنده مشتق مرحله اول می‌باشد.

حدود بالا و پایین Z بصورت کسری از مقدار Z یا عدد ثابتی است، عدد ثابت زمانی استفاده می‌گردد که حدود بالا دست و

پایین دست خیلی به Z نزدیک گردند، لذا در چنین موردی یک حداقل لازم است که بایستی مشخص گردد.

بعنوان مثال می‌توان در اولین مرحله محاسبات حدود بالا و پایین دست Z مساوی $\pm 80\%$ درصد مقدار Z باشد و در هر مرحله بمیزان $\pm 10\%$ درصد به حدود اضافه و یا کسر گردد. بدیهی است چنانچه مراحل آنالیز زیاد باشد در مراحل نهایی بایستی حداقل حدود بالا و پایین دست Z، $\pm 8\%$ درصد باشد که از یک مقدار ثابت کمتر نگردد. در غیر این صورت محاسبات بهینه از روال طبیعی خارج می‌گردد. علت تنگ نمودن حدود Z بدلیل خطی فرض کردن تغییرات نیرو و تغییر شکل است که هرچه دامنه تغییرات کمتر باشد به دقت محاسبات اضافه خواهد شد.

از طرفی بر اساس محاسبات روش تغییر شکلها داریم :

$$Ku = P \quad (23)$$

که در این رابطه K ماتریس کلی سختی سازه، u بردار تغییر شکل و P بردار نیروهای خارجی وارده به سازه است. حال چنانچه مشتق نسبی رابطه (23) نسبت به Z_i محاسبه گردد داریم.

$$\frac{\partial K}{\partial Z_i} \cdot u + K \cdot \frac{\partial u}{\partial Z_i} = \frac{\partial P}{\partial Z_i}$$

یا

$$K \frac{\partial u}{\partial Z_i} = \frac{\partial P}{\partial Z_i} - \frac{\partial K}{\partial Z_i} u \quad (24)$$

با معلوم بودن بردار تغییر شکل و داشتن $\frac{\partial K}{\partial Z_i}$ طرف راست رابطه (24) براحتی قابل محاسبه است و در نتیجه $\frac{\partial u}{\partial Z_i}$ محاسبه می‌شود. در صورتی که از رابطه (24) در دست باشد مقدار $\frac{\partial u}{\partial Z_i}$ از رابطه زیر حاصل می‌شود :

$$\frac{\partial u}{\partial Z_i} = \frac{\partial u}{\partial Y_i} \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial Z_i} \quad (25)$$

در نتیجه در حالتی که $Z = Y$ باشد داریم :

$$u(Y) = u(Y^0) + \nabla u(Y^0) (Y - Y^0) \quad (26)$$

و چنانچه $Z = \frac{1}{Y}$ باشد داریم :

$$\frac{\partial u}{\partial Z_i} = \frac{\partial u}{\partial Y_i} (-Y_i^2) \quad (27)$$

لذا می‌توان نوشت :

$$u(Y) = u(Y^0) + \nabla u(Y^0) (-(Y_i^0)^2) (Z_i - Z_i^0)$$

یا

$$u(Y) = u(Y^0) + \nabla u(Y^0) (-(Y_i^0)^2) \left(\frac{1}{Y_i^0} - \frac{1}{Y_i}\right) \quad (28)$$

چنانچه رابطه (28) ساده شود نتیجه می‌گردد که :

$$u(Y) = u(Y^0) + \nabla u(Y^0) (Y - Y^0) \frac{Y_i^0}{Y_i} \quad (29)$$

بنابراین با کمک روابط (26) و (29) و بوسیله کامپیوتر براحتی

می توان مقدار نیرو و تغییر شکل را به شرح زیر محاسبه نمود.
۱- به ازاء بردار (X^0) سازه آنالیز و مقادیر نیرو و تغییر شکل محاسبه می گردد.

۲- ماتریس مشتق نیرو و تغییر شکل $(\nabla f, \nabla u)$ را محاسبه می نمائیم.

۳- با کمک رابطه (۲۶) می توان مقدار نیروی تقریبی هر عضو سازه را از رابطه زیر بدست آورد. (با فرض $Y=X$):

$$f(X) = f(X^0) + \nabla f(X^0) (X - X^0) \quad (30)$$

۴- همچنین با کمک رابطه (۲۹) مقدار تغییر شکل سازه برابر خواهد بود با (فرض $Y = \frac{1}{X}$):

$$u(X) = u(X^0) + \nabla u(X^0) (X - X^0) \frac{X^0}{X} \quad (31)$$

باید توجه شود که در روابط فوق X و X^0 و f و u بردار هستند و ∇f و ∇u دو ماتریس می باشند، لذا رابطه کاربردی قابل استفاده بوسیله کامپیوتر بصورت زیر درمی آید.

$$f(X) = f(X^0) + \sum_{I=1}^n \left[\frac{\partial f(X)}{\partial X_I} \right] (X_I - X_I^0)$$

$$u(X) = u(X^0) + \sum_{I=1}^n \left[\frac{\partial u(X)}{\partial X_I} \right] (X_I - X_I^0) \cdot \frac{X_I^0}{X_I} \quad (32)$$

۵- برنامه کامپیوتری

با توجه به مطالب آمده در بندهای قبلی، برنامه کامپیوتری طراحی بهینه پیوسته و گسسته سازه ها (نوع سازه، خرپا یا سازه فضایی منظور گردیده) با روش توابع جریمه (تابع جریمه درجه دوم داخلی توسعه یافته) و با کمک محاسبات تقریبی نیروها و تغییر شکلها تهیه گردیده است.

قدمهای اساسی در طرح بهینه پیوسته و گسسته سازه ها که برنامه بر اساس آنها نوشته شده است عبارتند از:

۱- کلیه اطلاعات تغییر شکل ناپذیر سازه را تحت عنوان برنامه Data تنظیم نموده و مقادیر اولیه متغیرها را برای طرح بهینه انتخاب می نمائیم.

۲- با اطلاعات ردیف ۱ سازه را آنالیز نموده و بردار نیرو و تغییر شکل را محاسبه می کنیم.

۳- مشتق بردار نیرو و تغییر شکل را بطور دقیق و یا تقریبی محاسبه نموده و ماتریس های مشتقات را تنظیم می نمائیم.

۴- روابط لازم برای محاسبه نیروها و تغییر شکل را براساس رابطه (۳۲) تنظیم می کنیم.

۵- توابع هدف و محدودیتها را بر مبنای نیروها و تغییر شکلها و

حدود تغییرات متغیرها محاسبه نموده و محدودیتهای غیر بحرانی را حذف می نمائیم (بعنوان مثال تمام $-0.5 \leq g_i$).

۶- تابع شبه هدف را با روش تابع جریمه درجه دوم داخلی توسعه یافته تشکیل داده و حداقل عددی آن را بر اساس روشهای ذکر شده استخراج نموده و نهایتاً متغیرهای جدید را از محاسبات استخراج می نمائیم.

۷- با داشتن متغیرهای جدید قدمهای ۲ الی ۶ را مجدداً تکرار نموده تا ضوابط همگرایی برای اختتام برنامه طراحی بهینه پیوسته فراهم گردد.

۸- متغیرهای حاصله از طراحی بهینه پیوسته را بعنوان مقادیر اولیه متغیرها انتخاب می کنیم.

۹- با مقایسه متغیرها با مقادیر متغیرهای گسسته، D_{ij+1} و D_{ij} و همچنین حدود بالا و پایین دست متغیرها را استخراج می نمائیم.

۱۰- قدمهای مشابه ۲ الی ۵ را تکرار نموده و ضریب تابع جریمه محدودیتها را ثابت کرده و همچنین تابع جریمه ناشی از گسسته بودن متغیرها را محاسبه نموده و تابع شبه هدف اصلاح شده را (رابطه ۱۴) تشکیل داده و از حداقل نمودن این تابع مقادیر متغیرهای جدید را استخراج می نمائیم.

۱۱- قدمهای ۹ و ۱۰ را تکرار نموده تا زمانی که ضوابط همگرایی برای اختتام محاسبات طراحی بهینه گسسته فراهم گردد و نهایتاً مقادیر متغیرها و وزن حداقل سازه محاسبه می گردد.

برای اطمینان از دقت و صحت عملکرد برنامه نخست، دو مثال که جواب مثالها در مراجع بیان گردیده با این برنامه طراحی بهینه پیوسته و گسسته گردیده که بشرح زیر می باشند.

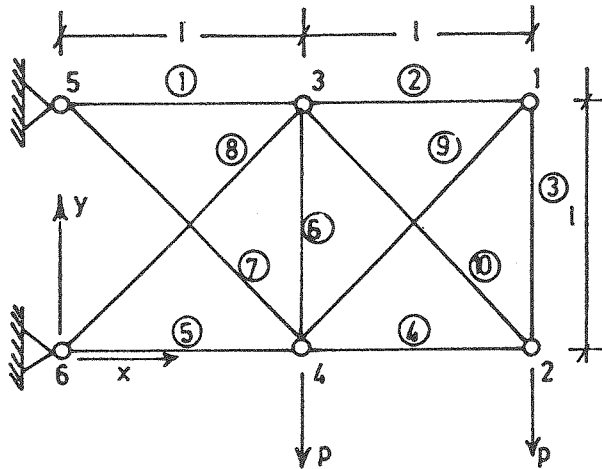
۶- مثالها

۶-۱- مثال ۱: خرپای ده عضوی

خرپایی با ده عضو مطابق شکل (۳) مفروض بوده، چنانچه $E = 10^7 \text{ psi}$ و تنش مجاز تمام اعضاء به جزء عضو شماره ۱۰ مساوی $25000 \text{ psi} \pm$ و تنش مجاز عضو شماره ۱۰ $50000 \text{ psi} \pm$ باشد، مطلوب است طراحی بهینه پیوسته و گسسته این طرح در صورتی که متغیرهای گسسته $D_i \in \{0, 1/5, 1, 5, 10, \dots\}$ باشد. (بدیهی است متغیرهای این خرپا سطح مقطع اعضاء تشکیل دهنده می باشند).

ضمناً بدلیل امکان مقایسه نتایج با مراجع در مثالهای ۱ و ۲ از واحدهای غیر متریک استفاده شده است.

حل: این مثال با کمک برنامه کامپیوتری تهیه شده طراحی بهینه



$$l = 360 \text{ in}$$

$$P = 100 \text{ kips}$$

$$E = 10^7 \text{ psi}$$

$$p = 0.1 \text{ lbm/in}^3$$

شکل (۳) خرپای ده عضوی مثال ۱ و ۲

۷- طراحی بهینه دریچه خروجی سد

با توجه به مثالهای حل شده به کمک برنامه کامپیوتری تنظیم گردیده، صحت عملکرد برنامه، قابل تأیید بوده و از آن می توان برای انواع سازه ها از جمله دریچه های خروجی سدها که سازه های حساس و مهمی می باشند استفاده نمود در این مقاله، سازه باربر دریچه خروجی سد ساوه که برای تخلیه ماکزیمم ۱۲۵ متر مکعب آب در ثانیه پیش بینی شده و ماکزیمم هد آب پشت دریچه تا محور آن برابر با ۷۱ متر می باشد و برای دو حالت بارگذاری (حالت الف: دریچه بسته، حالت ب: دریچه در شرف باز شدن می باشد) طراحی بهینه پیوسته و گسسته گردیده است [۱۹].

سازه انتخابی دریچه شبکه دو لایه فضایی فرض گردیده، (مطابق شکل ۴) دریچه از نوع چرخدار بوده که با ۴ چرخ نصب شده در گره های ۱، ۲، ۳ و ۴ در جهت قائم می تواند باز و بسته شود و نیروهای وارده به گره های مختلف برای دو حالت بارگذاری فوق الذکر محاسبه و بشرح زیر می باشد.

۱-۷- نیروهای وارده به گره های مختلف دریچه در حالتی که دریچه کاملاً بسته است (حالت بارگذاری الف).

۱-۱-۷- نیروهای عمودی بر دریچه (در جهت محور Z).

$$F_5 = F_7 = -22600 \text{ kg}$$

$$F_4 = -45200 \text{ kg}$$

$$F_8 = F_{10} = -46500 \text{ kg}$$

پیوسته و گسسته شده که نتایج آن همراه با نتایج همین مثال که در مراجع آمده است جهت مقایسه در جدول (۱) درج گردیده است. ● با مقایسه ستونهای ۳ و ۴ با ستون ۵، دقت روش بکاربرده شده نشان داده می شود. ● تنشهای داخلی اعضاء، محدودیتهای این مسأله تماماً در حد مجاز می باشند. ● وقت مصرفی کامپیوتر (با کامپیوتر ۳۸۶ با سرعت ۲۰ MH) برای طراحی پیوسته و گسسته کلاً ۳ دقیقه بوده که در مقایسه با زمان لازم برای طراحی بهینه همین مثال با کمک برنامه آنالیز (۹۰ دقیقه) بسیار ناچیز است.

۲-۲- مثال ۲

چنانچه ماکزیمم تغییر شکل قائم گره های (۲)، (۳)، (۴) و (۵) خرپای مثال ۱ مساوی ± 2 اینچ باشد طراحی بهینه این خرپا با در نظر گرفتن متغیرهای گسسته $\{0/1, 0/5, 1, 1/5, \dots\}$ مدنظر است. نتایج طراحی بهینه پیوسته و گسسته این مثال همراه با حل همین مثال که در مراجع آمده، جهت مقایسه در جدول (۲) درج شده است.

با مقایسه نتایج آمده در ستون سوم با مقادیر آمده در ستون ۴ و همچنین مقایسه مقادیر ستونهای ۶ و ۷ مشاهده می گردد که با تعداد مراحل آنالیز کمتر و با دقت خوب و وقت مصرفی بسیار کم کامپیوتر (۲ دقیقه) مثال مزبور با برنامه تهیه شده طراحی بهینه گردیده است.

جدول (۱) جواب طراحی بهینه مثال ۱

شماره اعضاء	سطح مقطع اعضاء (in ²)			
	سطح اولیه	نتایج طراحی پیوسته	نتایج بهینه گسسته	نتایج مرجع پیوسته [۱]
۱	۲۰/۰	۷/۹	۷/۵۰	۷/۹
۲	۲۰/۰	۰/۱	۰/۵۰	۰/۱۰
۳	۲۰/۰	۰/۱	۰/۵	۰/۱۰
۴	۲۰/۰	۳/۹	۳/۵۰	۳/۹۰
۵	۲۰/۰	۸/۱	۸/۵۰	۸/۱۰
۶	۲۰/۰	۰/۱	۰/۱۰	۰/۱۰
۷	۲۰/۰	۵/۸	۶/۰	۵/۸۰
۸	۲۰/۰	۵/۵۲	۵/۰	۵/۵۱
۹	۲۰/۰	۰/۱۴	۰/۵	۰/۱۴
۱۰	۲۰/۰	۳/۶۸	۳/۵۰	۳/۶۷
وزن (Lbs)	۸۳۹۲/۹	۱۵۰۰/۰	۱۵۰۵/۰	۱۴۹۷/۶
تعداد آنالیز	-	۷	۷	۱۶

جدول (۲) نتایج طراحی بهینه مثال ۲

شماره اعضاء	مفروضات اولیه	طراحی بهینه گسسته			
		طراحی بهینه پیوسته	سطح مقطع اعضاء (in ²)		
شماره اعضاء	سطح اولیه	نتایج این نوشتار	نتایج مرجع [۱]	نتایج این نوشتار	نتایج مرجع [۱۶]
۱	۲۰/۰	۳۰/۰۸	۳۰/۶۷	۳۰/۰	۳۰/۵۰
۲	۲۰/۰	۰/۵۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱۰
۳	۲۰/۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۵۰
۴	۲۰/۰	۱۴/۳۸	۱۴/۵۹	۱۴/۵	۱۵/۰
۵	۲۰/۰	۲۴/۸۸	۲۳/۷۶	۲۵/۰	۲۴/۰
۶	۲۰/۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱	۰/۱۰
۷	۲۰/۰	۸/۴	۸/۵۸	۸/۵۰	۷/۵۰
۸	۲۰/۰	۲۰/۳۳	۲۱/۰۷	۲۰/۵۰	۲۱/۰
۹	۲۰/۰	۰/۵۹	۰/۱۰	۰/۵	۰/۱۰
۱۰	۲۰/۰	۲۰/۴۲	۲۰/۹۶	۲۰/۵۰	۲۱/۵
وزن (Lbs)	۸۳۹۲/۹	۵۰۵۵	۵۰۷۶/۹	۵۰۷۲/۰	۵۰۷۷/۹
تعداد آنالیز	-	۱۰	۱۳	۷	۱۶×۵۰۰

$$F_8 = F_9 = F_{10} = 614 \text{ kg}$$

$$F_{11} = F_{12} = F_{13} = -5205 \text{ kg}$$

۳-۷- طراحی بهینه دریاچه خروجی سد

با توجه به نیروهای محاسبه شده فوق و با در نظر گرفتن مفروضات زیر، دریاچه مزبور برای دو حالت بارگذاری، طراحی بهینه پیوسته و گسسته گردیده که نتایج حاصله (وزن حداقل و مقادیر متغیرهای طرح) در جدول (۳) درج گردیده است.

● متغیرهای طرح سطح مقطع اعضای سازه فضایی دریاچه می‌باشند.

● تنشهای فشاری و کششی ماکزیمم (محدودیت‌های طرح) بر اساس دستور آیین‌نامه IS - 4622 - 1967، برابر 1260 kg/cm^2 در نظر گرفته شده‌اند.

● سطح مقطع حداقل اعضای 1 cm^2 فرض شده است.

● سطح مقطع حداکثر اعضای 200 cm^2 فرض شده است.

● تعداد متغیرهای طرح ۱۲ متغیر انتخاب شده است.

● سطح مقطع متغیرهای گسسته عبارتند از:

$$D_i \in \{1, 1.5, \dots, 10, 11, \dots, 20, 22, \dots, 40, 42.5, \dots, 60, 63, \dots, 90, 94, \dots, 110, 115, \dots\} \text{ cm}^2$$

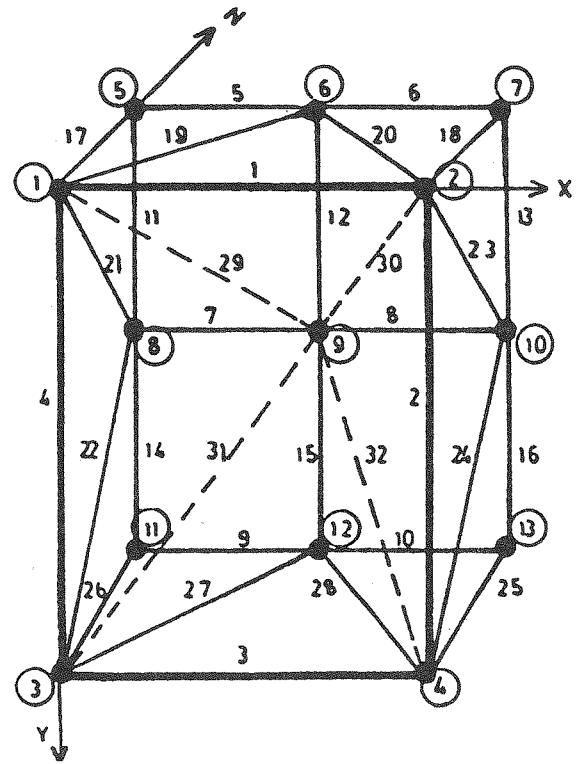
لذا با عنایت به موارد فوق و مشاهده نتایج، جوابها منطقی و قابل قبول بوده و با مبانی طرح مغایرتی ندارند. ضمناً چنانچه شکل سازه بهینه گردد، تفاوت بین سطح مقطع اعضای کم خواهد شد. ضمناً نمودارهای شکل (۵) وزن سازه‌ها و مثالها و دریاچه انتخابی را در مراحل مختلف طرح بهینه پیوسته و گسسته نشان می‌دهد.

۸- نتیجه‌گیری

با توجه به مثالهای حل شده و مقایسه نتایج با جوابهای آمده در مراجع می‌توان به سرعت و دقت روش استفاده شده پی برد و چنین نتیجه‌گیری نمود.

۱- استفاده از محاسبات تقریبی نیروها و تغییر شکلها زمان لازم برای طراحی بهینه توسط کامپیوتر را به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد (حدود ۳۰ برابر).

۲- دقت جوابهای حاصله در هر دو مرحله طراحی بهینه پیوسته و گسسته (با کمک محاسبات تقریبی) در مقایسه با جوابهای آمده در مراجع (بدون کمک محاسبات تقریبی) بسیار خوب و قابل قبول می‌باشد.



شکل (۴) سازه فضایی دریاچه خروجی سد

$$F_9 = -93000 \text{ kg}$$

$$F_{11} = F_{13} = -28800 \text{ kg}$$

$$F_{12} = -57600 \text{ kg}$$

۲-۱-۷- نیروهای وارده در راستای قائم (در جهت محور Y).

$$F_{11} = F_{12} = F_{13} = -845 \text{ kg}$$

$$F_3 = F_4 = -1265 \text{ kg}$$

۲-۷- نیروهای وارده به گره‌های مختلفه سازه دریاچه هنگامی که دریاچه در شرف باز شدن می‌باشد (حالت بارگذاری ب).

۱-۲-۷- نیروهای عمود بر دریاچه در جهت محور Z مطابق

نیروهای بند (۱-۱-۷) می‌باشد.

۲-۲-۷- نیروهای وارده در راستای قائم (در جهت محور Y).

$$F_1 = F_2 = 7350 \text{ kg}$$

$$F_3 = F_4 = 4675 \text{ kg}$$

$$F_5 = F_7 = -3865 \text{ kg}$$

$$F_6 = -2535 \text{ kg}$$

۳- بنا به موارد فوق امکان بهره‌وری از برنامه طراحی بهینه برای سازه‌های سنگین با این روش میسر می‌باشد.

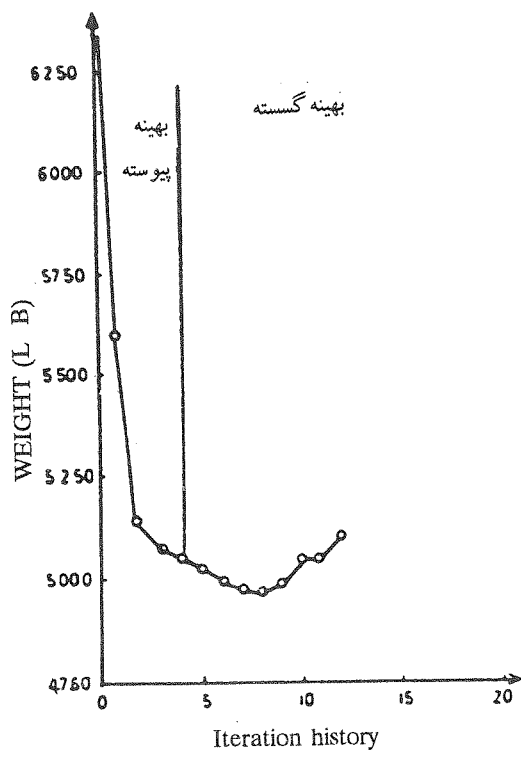
۴- با کمک روش توابع جریمه و ترکیب آن با روشهای تقریبی، امکان طراحی بهینه گسسته فراهم بوده و لذا می‌توان بر راحتی مقادیر گسسته متغیرها را از جدول استاندارد مورد استفاده قرار داد.

۵- با توجه به دقت حاصله، با اطمینان می‌توان در طراحی بهینه سازه درجه‌های سد از این روش استفاده نمود.

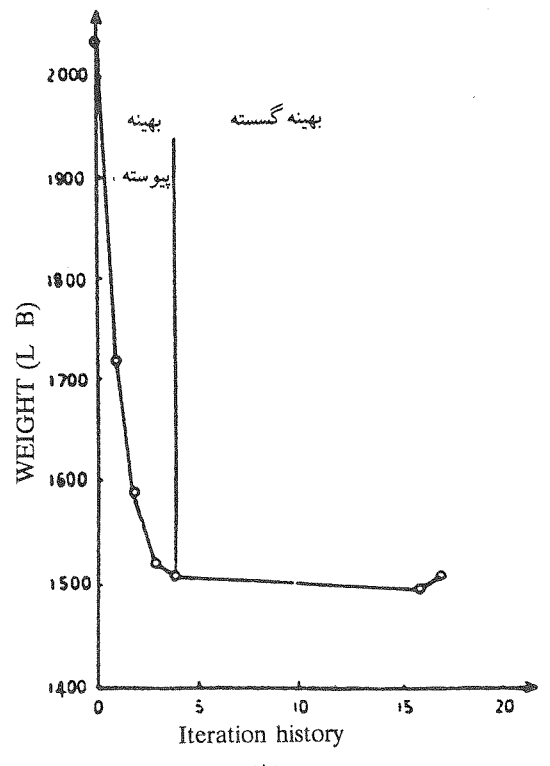
۶- استفاده از توابع جریمه و ترکیب آن با روشهای تقریبی در طراحی بهینه گسسته کار جدیدی بوده که نتایج حاصله موفقیت روش را نشان می‌دهد.

جدول (۳) نتایج طراحی بهینه درجه خروجی انتخاب شده

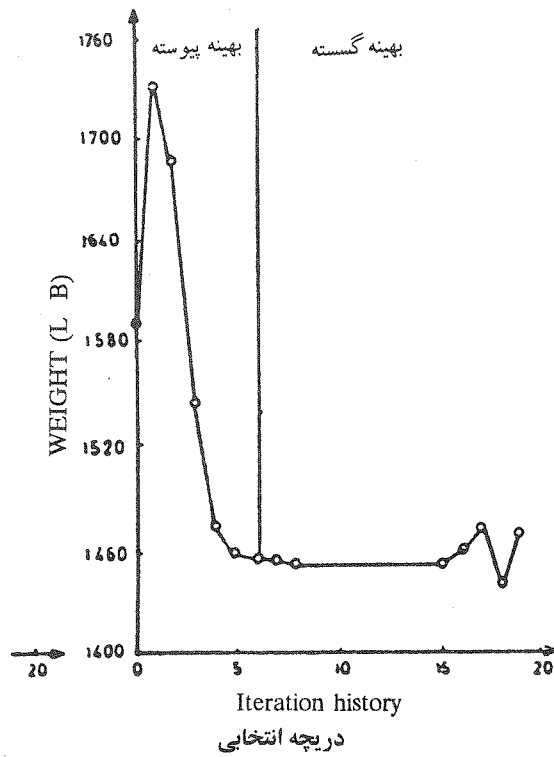
شماره اعضا	سطح مقطع حالت الف (cm ²)			سطح مقطع حالت ب (cm ²)	
	سطح اولیه	طراحی بهینه پیوسته	طراحی بهینه گسسته	طراحی بهینه پیوسته	طراحی بهینه گسسته
۱،۳،۵،۶،۷،۸،۹					
۱۰،۱۱،۱۲،۱۳	۴۵/۰	۱/۰۲	۱/۰	۳/۱۱۰	۳/۰
۲۴	۴۵/۰	۱۱۲/۹۰	۱۱۵/۰	۱۰۳/۰۷	۱۰۲/۰
۱۴،۱۶	۴۵/۰	۱۳/۱۳	۱۳/۰	۱۱/۱۵	۱۱/۰
۱۵	۴۵/۰	۲۶/۷۷	۲۶/۰	۲۴/۱۹	۲۴/۰
۱۷،۱۸	۴۵/۰	۱۸/۰۶	۱۸/۰	۲۰/۱۳	۲۰/۰
۱۹،۲۰	۴۵/۰	۴۱/۸۱	۴۲/۵۰	۴۲/۹۳	۴۲/۵۰
۲۱،۲۳	۴۵/۰	۶۱/۳۵	۶۰/۰	۵۹/۲۰	۵۷/۵۰
۲۲،۲۴	۴۵/۰	۴۶/۰۸	۴۵/۰	۵۱/۰۷	۵۰/۰
۲۵،۲۶	۴۵/۰	۲۶/۷۳	۲۶/۰	۲۹/۱۵	۲۸/۰
۲۷،۲۸	۴۵/۰	۵۴/۹۶	۵۵/۰	۵۶/۲۲	۵۵/۰
۲۹،۳۰	۴۵/۰	۷۷/۹۲	۷۸/۰	۷۷/۱۶	۷۸/۰
۳۱،۳۲	۴۵/۰	۵۴/۶۴	۵۵/۰	۵۷/۶۳	۵۷/۵۰
وزن	۱۵۷۴/۰	۱۴۲۷/۰	۱۴۳۲/۰	۱۴۲۵/۰	۱۴۰۹/۰
تعداد آنالیز	-	۷	۱۱	۵	۱۱/۰



مثال (۲)



مثال (۱)



شکل (۵) وزن سازه مثالها و دریچه در مراحل مختلف طرح پهینه

- [1] Schmit, L.A., and Miura, H., "Approximation Concepts for Efficient Structural Synthesis", NASA CR-2552, 1976.
- [2] Schmit, L.A., and Fleury, C., "Discrete - Continuous Variables Structural Synthesis Using Dual Methods", *AIAA J.*, 18, 1515-1524, 1980.
- [3] Salajegheh, E., "Optimum Design of Double Layer Grids", in "Proc. 3rd Int. Conference on Space Structures", held at the Univ. of Surrey, England, H. Nooshin (Editor), Elsevier Applied Publishers, London, 661-668, 1984.
- [4] Salajegheh, E., "Efficient Optimum Design of Structures", in "Proc. 4th Int. Conference on Space Structures", held at the Univ. of Surrey, England, G.A.P. Parke and C.M. Howard (Editors), Thomas Telford Services Ltd., London, 1735-1745, 1993.
- [5] Salajegheh, E., "Structural Optimization Technique Involving Discrete Design Variables", in "Proc. 2nd Asian - Pacific Conference on Computational Mechanics", held at the Univ. of New South Wales, Australia, S.Vallappan, V.A. Pulmano and F.Tin-Loi (Editors), Balkema, Rotterdam, 975-980, 1993.
- [6] Salajegheh, E., "Approximate Discrete Variable Optimization of Frame Structures with Dual Methods", in "Proc. 17th Energy - Sources Technology Conference & Exhibition (ETCE)" held at the University of Texas, USA. ASME 1994, PD Vol.61, Tribology Symposium, 81-89, 1994.
- [7] Salajegheh, E., "Optimum Design of Plate and Shell Structures with Discrete Design Variables", In proc. of the Second International Conference on Computational Structures Technology, Civil Comp. Ltd., Edinburgh, Scotland, B.H.V. Topping and M. Papadrakakis (Editors), *Advances in Structural Optimization*, 187-193, 1994.
- [8] Salajegheh, E., "A Two Level Approximation Technique for structural Optimization", In Press in the *Journal of Engineering*, Islamic Republic of Iran, 1994.
- [9] Salajegheh, E., "Optimum Design of Structures with Reference to Space Structures", Accepted for the Int. Conf. on Lightweight Structures in Civil Engineering, 25-29 Sep. 1995, Warsaw, Poland, 1995.
- [10] Salajegheh, E., and Vanderplaats, G.N., "An Efficient Approximation Method for Structural Synthesis with Reference to Space Structures", *Int. J. of Space Structures*, 2, 165-175, 1986/87.
- [11] Vanderplaats, G.N., and Salajegheh, E., "An Efficient Approximation Technique for Frequency Constraints in Frame Optimization", *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 26, 1057-1069, 1988.
- [12] Vanderplaats, G.N., and Salajegheh, E., "A New Approximation Method for Stress Constraints in Structural Synthesis", *AIAA J.*, 27, 352 - 358, 1989.
- [13] Vanderplaats, G.N., and Thomas, H.L., "An Improved Approximation for Stresses Constraints in Plate Structures", *Structural Optimization*, 6, No. 1, 1-7, 1993.
- [14] Salajegheh, E. and Vanderplaats, G.N., "Efficient Optimum Design of Structures with Discrete Design Variables", *Int. J. space Structures*, 8, No.3, 199-208, 1993.
- [15] Salajegheh, E., and Vanderplaats, G.N., "Optimum Design of Trusses with Discrete Sizing and Shape Variables", *Structural Optimization*, 6, No.2, 79-85, 1993.
- [16] Shin, D.K., Gurdal, Z., and Griffin, O.H., JR., "A Penalty Approach for Nonlinear Optimization with Discrete Design Variables", *Engineering Optimization*, 16, 29-42, 1990.
- [17] Vanderplaats, G.N., *Numerical Optimization*

- Techniques for Engineering Design: With Applications*, McGraw - Hill, Inc., New York, 1984.
- [18] Hafikà, R.P., and Gurdal, Z., *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1992.
- [19] Salajegheh, J., "Continuous and Discrete Optimization of outlet Gates Via Penalty Approaches and Approximation Concepts", M.Sc. Dissertation Civil Engineering Department, University of Kerman, Iran, 1994.