

# مدلسازی دوبعدی آنومالی‌های گرانی سنجی

فرامرز دولتی  
دانشجوی کارشناسی ارشد

تیمور اسلام کیش  
استادیار

دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

## چکیده

یکی از مسائل اساسی در تعبیر و تفسیر داده‌های گرانی سنجی تعیین موقعیت شکل، عمق تقریبی و دانسیته اجسام به وجود آورنده آنومالی‌ها می‌باشد. برای این منظور با استفاده از یک سری اطلاعات از جمله وضعیت زمین‌شناسی طبقات، اصطلاحاً مدلسازی انجام می‌دهند. روشی که در این مقاله عنوان گردیده یک روش مدلسازی دو بعدی روبه جلو می‌باشد که نخستین بار توسط تالوانی ارائه شد. در این روش مقطع قائم آنومالی مورد بررسی، یک چند ضلعی فرض می‌شود. سپس اثر گرانی که این مدل چندضلعی در نقاط برداشت شده روی آنومالی ایجاد می‌کند توسط رابطه هابرت محاسبه می‌شود. جهت محاسبات، برنامه‌ای به زبان کوئیک بیسیک تهیه شده که فلوجارت آن همراه نتایج ضمیمه گردیده است.

## Two Dimensional Gravity Anomalies Modelling

T. Eslamkish

Assistant Prof.

Mining & Metallurgical. Eng. Dept. Amirkabir Univ. of Tech.

F. Dolati

Graduate student

### ABSTRACT

One of the main problems in the Gravity interpretation is to define the subsurface body's parameters such as position, shape, estimated depth and density that is responsible for observed anomaly. For this purpose some information including geological data is used to design a geometrical model. A forward 2.D modeling is proposed at this paper that has been introduced by talwani (1959). At this method the vertical profile of the body is approximated as a polygone. The gravitational effect of this polygone is calculated by hubbert (1948) formula.

A computer program is written in quick basic to carry out the necessary calculations. The flowchart of the program is enclosed.

موارد در مقدار شتاب جاذبه اندازه‌گیری شده در نقاط مختلف زمین اثر خواهند گذاشت که اگر به وسیله دستگاههای حساس این تغییرات جزئی را در روی زمین اندازه‌گیری نمائیم در نتیجه روش گرانی‌سنجی را به کار بسته‌ایم که با تعبیر و تفسیر مقادیر اندازه‌گیری شده می‌توان به اجسام مدفون شده در زمین و یا ساختمانهای زمین‌شناسی دست یافت.

### ۱- مقدمه

گرانی‌سنجی یا ثقل‌سنجی یکی از روشهای اساسی ژئوفیزیک است. به این روش و روش مغناطیس‌سنجی و برخی از روشهای دیگر ژئوفیزیک که منشأ طبیعی دارند، روشهای میدان پتانسیل اگویند. به علت اینکه کره زمین هموزن نبوده و از طبقات مختلف با دانسیته‌های متفاوت بوجود آمده است، لذا این

یکی از مسائل مهم در تعبیر و تفسیر داده‌های میدان پتانسیل (داده‌های گرانی و مغناطیس‌سنجی) تعیین شکل، عمق و وضع اجسام تشکیل دهنده آنومالی‌ها می‌باشد، لذا برای بررسی و مطالعه این پارامترها، با استفاده از یک سری اطلاعات از جمله وضعیت زمین‌شناسی منطقه، دانسته و ... اصطلاحاً مدل‌سازی انجام می‌دهند. برای این منظور مقطعی بر روی یکی از آنومالی‌های گرانی شکل (۱) زده می‌شود، سپس مدلی انتخاب می‌گردد. با جابجایی و تغییر دادن معلومات فرضی، سعی می‌شود آنومالی حاصل از مدل بر آنومالی گرفته شده از نقشه منطبق گردد. این روش مدل‌سازی رو به جلو<sup>۲</sup> نامیده می‌شود. یا برعکس از خود آنومالی حرکت کرده و مدل جسم بوجود آورنده آنومالی را بدست می‌آورند. به این روش مدل‌سازی معکوس<sup>۳</sup> گفته می‌شود.

## ۲- مدل‌سازی روبه جلو

مدل‌سازی روبه‌جلو شامل مراحل زیر است:

- ۱- تخمین اولیه یک مدل قابل مقایسه با مدل زمین‌شناسی؛
  - ۲- محاسبه آنومالی تئوری برای این مدل؛
  - ۳- مقایسه آنومالی‌های مشاهده شده و محاسبه شده؛
  - ۴- تعدیل اصولی مدل بوسیله مفسر با استفاده از اطلاعات زمین‌شناسی جهت تطابق بهتر داده‌های محاسبه شده با داده‌های مشاهده شده؛
  - ۵- بازگشت به مرحله ۲ و ادامه کار؛
  - ۶- توقف در مرحله ۳ هنگامی که تطابق مقبول بدست آید.
- بنابراین اساس مدل‌سازی روبه جلو را مرحله ۳ تشکیل می‌دهد ولی جهت انطباق دقیق آنومالی‌ها فرد مفسر مجبور است مراحل باقی را نیز طی نماید.
- قدرت محاسبات سریع آنومالی‌ها توسط کامپیوتر، استفاده از روشهای قدیمی محاسباتی از جمله مدل‌سازی بوسیله نمودگرامها و گرافهای نقطه‌ای را کاملاً منتفی کرده است. در صورت استفاده از کامپیوتر تخمین غیراصولی یک مدل‌سازی، سریعاً با توجه به نمایش آن در صفحه کامپیوتر برطرف می‌گردد. فرآیند سعی و خطا مربوط به مدل‌سازی روبه جلو ممکن است کاملاً وقت‌گیر به نظر برسد. این فرآیند بدون شک با معایبی همراه است و تضمینی وجود ندارد که اصلاحی در مرحله چهارم انجام پذیرد. از طرف دیگر چون امکان تهیه برنامه کامپیوتری از این روش وجود دارد، لذا می‌توان دقیقاً از این

روش استفاده کرد. در صورتی که مفسر عمل تطابق را هوشیارانه انجام دهد، این مدل اعتبار زمین‌شناسی خود را حفظ خواهد کرد.

## ۳- مدل‌سازی معکوس

مدل‌سازی معکوس با استفاده از اطلاعات خود آنومالی انجام می‌گیرد که در این صورت از داده‌های آنومالی توده‌ای که مؤثر است حرکت کرده و شکل مناسب جسم فراهم می‌شود. شرط اصلی فراهم نمودن این مسأله بستگی به پارامترهای هندسی جسم مزبور دارد. پس از تعیین مدل مناسب، آنومالی آن تعیین شده و با مقادیر مشاهده شده مقایسه می‌گردد. جهت بدست آوردن کیفیت انطباق آنومالی محاسبه شده و مقادیر مشاهده شده از روش کمترین مربعات<sup>۴</sup> استفاده می‌شود.

اساس این روش بدست آوردن کمترین خطای بین پارامترهای محاسبه شده و مقادیر مشاهده شده در خود آنومالی می‌باشد. یعنی:

$$= \sum_{i=1}^n (G_i - G_i')^2 = \text{کمترین مقدار گردد}$$

در این رابطه:

$G_i$  مقادیر مشاهده شده و  $G_i'$  مقادیر محاسبه شده بر حسب میلی‌گال می‌باشد.

بنابراین مدل‌سازی معکوس مسیری را دنبال می‌کند:

- ۱- انتخاب یک نوع مدل هندسی و تخمین مقادیر اولیه برای تمام پارامترهای متغیر؛
- ۲- محاسبه آنومالی تئوری برای مدل؛
- ۳- بدست آوردن (با استفاده از روشهای ریاضی همچون کمترین مربعات و ...) کیفیت تطابق بین آنومالی‌های مشاهده شده و محاسبه شده؛
- ۴- بررسی (مثلاً از طریق مشتقات جزئی) اثر تغییرات پارامترهای مدل روی کیفیت تطابق؛
- ۵- برآورد افزایش و ترقی در تمام پارامترهای مدل شده برای اصلاح مدل به طریقی که مؤثرترین همگرایی بین آنومالی‌های مشاهده شده و محاسبه شده در تکرار بعدی حاصل شود؛
- ۶- بامدل اصلاح شده به گام ۲ بروید.
- ۷- هنگامی که تغییرات در پارامترهای مدل دیگر تطابق را اصلاح نمی‌کند در گام ۴ متوقف شوید.

Q، زاویه  $\phi_i$  می سازد.

مطابق شکل (۱) اگر  $PQ = a_i$  باشد و با توجه به هندسه این شکل، خواهیم داشت:

$$z = x \tan \theta \quad (2)$$

از طرف دیگر داریم:

$$z = (x - a_i) \tan \phi_i \quad (3)$$

اگر این دو رابطه را با هم ترکیب کنیم، خواهیم داشت:

$$z = (z / \tan \theta - a_i) \tan \phi_i \quad (4)$$

و نهایتاً

$$Z = \frac{a_i \tan \theta \tan \phi_i}{\tan \phi_i - \tan \theta} \quad (5)$$

حال خواهیم داشت:

$$\int_{AB} z d\theta = \int_A^B \frac{a_i \tan \theta \tan \phi_i}{\tan \phi_i - \tan \theta} d\theta = z_i \quad (6)$$

که  $z_i$  انتگرال خطی برای ضلع AB می باشد.

بنابراین مؤلفه قائم شتاب ثقل از رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$g = 2G \rho \sum_{i=1}^n z_i \quad (7)$$

که می خواهیم مقدار بالا را برای n ضلع پلیگون محاسبه نمایم. برای محاسبه رابطه (۶) مقادیر زیر را فرض می کنیم:

$$k = \tan \phi_i \quad (8)$$

$$l = \tan \theta$$

از رابطه (۸)  $\theta$  را استخراج می کنیم:

$$\theta = \arctan(l)$$

با دیفرانسیل گیری از رابطه بالا خواهیم داشت:

$$d\theta = dl / (1 + l^2)$$

حال مقادیر را در رابطه (۶) جایگزین می کنیم، در نتیجه:

$$z_i = a_i \int k l dl / (1 + l^2) (k - l) \quad (9)$$

این انتگرال را می توان بصورت زیر نوشت:

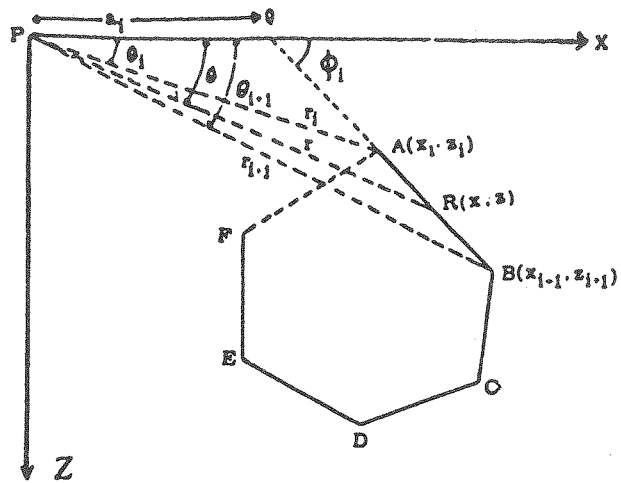
$$z_i = a_i [1 / (k^2 + 1) (\int (-k/l - k + k l / (l^2 + 1) - 1 / (l^2 + 1) dl)] \quad (10)$$

با حل این انتگرال خواهیم داشت:

$$z_i = a_i [1 / (k^2 + 1)] [-k \log_e(l - k) + (k/2) \log_e(l^2 + 1) - \arctan(l) \frac{\theta_{i+1}}{\theta_i}] \quad (11)$$

اگر در رابطه (۱۱) مقادیر k و l را قرار دهیم، در آن صورت:

$$z_i = a_i [\sin \phi_i \cos \phi_i (\theta_i - \theta_{i+1}) + \tan \phi_i \times \log_e \frac{(\cos \theta_i (\tan \theta_i - \tan \phi_i))}{(\cos \theta_{i+1}) (\tan \theta_{i+1} - \tan \phi_i)}] \quad (12)$$



شکل (۱) تقریب چندضلعی برای مقطع قائم یک جسم دوبعدی

#### ۴- محاسبه اثرگرانی مدل چندضلعی

یکی از روشهای مدلسازی روبه جلو، مدل چندضلعی (پلیگون) می باشد که توسط تالوانی<sup>۳</sup> عنوان گردید اصول این روش به قرار زیر است:

در این روش مقطع قائم یک جسم دوبعدی بطور تقریب یک چندضلعی انتخاب می گردد و برای تخمین مؤلفه های قائم و افقی شتاب جاذبه یک نقطه از چندضلعی انتخابی، روشهای محاسباتی بکار گرفته می شود که این محاسبات هیچ محدودیتی را در ابعاد و شکل این اجسام بوجود نمی آورد. پارامترهای زیر در دقیق بودن این روش مؤثر هستند.

۱- چند ضلعی انتخابی باید یک چندضلعی مسدود باشد.  
 ۲- با جرم این جسم متناسب باشد که در این حالت با افزایش تعداد اضلاع چند ضلعی دقت محاسباتی بالا خواهد رفت.  
 مطابق شکل (۱)، A, B, ..., F, رئوس چندضلعی انتخابی بوده و در نقطه P اثر گرانی که از طرف این چندضلعی بوجود می آید محاسبه می گردد.

هابرت<sup>۶</sup> مقدار شتاب جاذبه ای که این چندضلعی در نقطه P ایجاد خواهد کرد را محاسبه کرده و مطابق زیر ارائه نموده است:

$$g = 2G \rho \phi z d\theta \quad (1)$$

در این رابطه G ثابت جهانی گرانی و  $\rho$  دانسیته می باشد. حال انتگرال مسدود  $\phi z d\theta$  را در محیط بسته چندضلعی بسط می دهیم. برای محاسبه اثر گرانی حاصله، ابتدا باید این اثر را برای یک ضلع از این چندضلعی محاسبه کرد. یعنی ابتدا مقدار گرانی ضلع AB محاسبه می گردد که در اینجا امتداد AB با محور x ها در نقطه

اکنون انتگرال بالا را می توان برای  $n$  ضلع پلیگون بسط داد، بنابراین اگر داشته باشیم:

$$\theta_i = \arctan(z_i/x_i)$$

$$\phi_i = \arctan(z_{i+1} - z_i)/(x_{i+1} - x_i)$$

$$\theta_{i+1} = \arctan(z_{i+1}/x_{i+1})$$

$$a_i = x_{i+1} + z_{i+1} [(x_{i+1} - x_i)/(z_i - z_{i+1})]$$

حال اگر در رابطه (۱۲) مقادیر بالا را قرار دهیم، نتیجه زیر بدست می آید:

$$z_i = \frac{x_i z_{i+1} - z_i x_{i+1}}{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}$$

$$[(x_{i+1} - x_i)(\theta_i - \theta_{i+1}) + (z_{i+1} - z_i) \log_e r_{i+1}/r_i] \quad (13)$$

با قراردادن مقدار  $z_i$  در رابطه (۷) مقدار  $g$  برای  $n$  ضلع پلیگون به صورت زیر محاسبه می گردد:

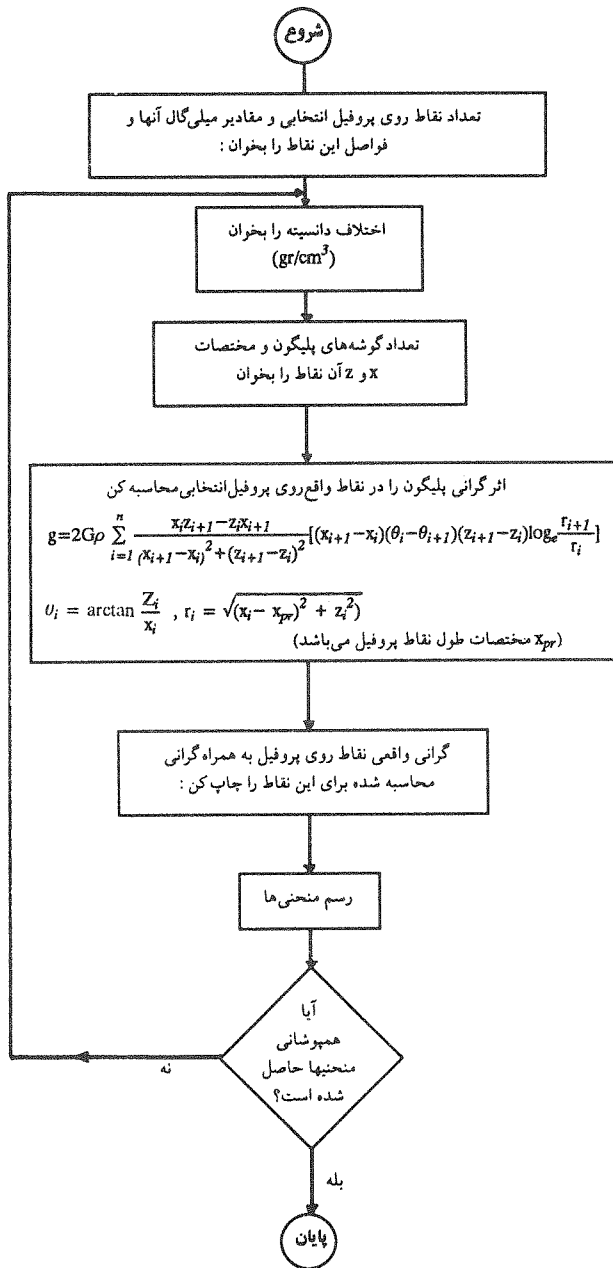
$$g = 2G\rho \sum_{i=1}^n \frac{x_i z_{i+1} - z_i x_{i+1}}{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}$$

$$[(x_{i+1} - x_i)(\theta_i - \theta_{i+1}) + (z_{i+1} - z_i) \log_e \frac{r_{i+1}}{r_i}] \quad (14)$$

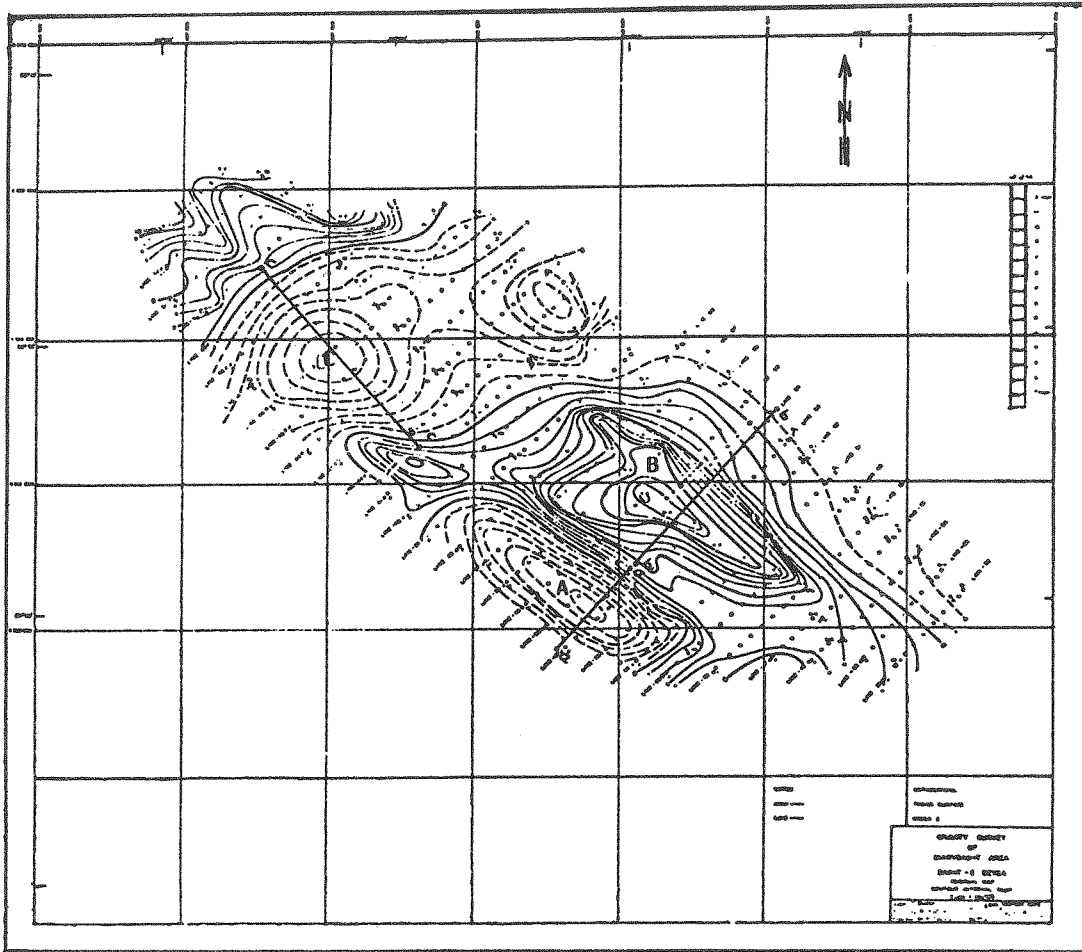
در این زمینه برنامه ای به زبان بیسیک تهیه شده که فلوچارت آن در شکل (۲) آورده شده است. همچنین نقشه باقیمانده گرانی مربوط به ناحیه مرودشت شیراز در شکل (۳) آمده است. در این نقشه جهت مدلسازی روی سه آنومالی A، B و C مقطعی برداشت شده است که پس از محاسبات توسط کامپیوتر، نتایج نهایی دو روش مدلسازی روبه جلو در جدولهای (۱)، (۲) و (۳) آورده شده است.

## ۵- نتیجه گیری

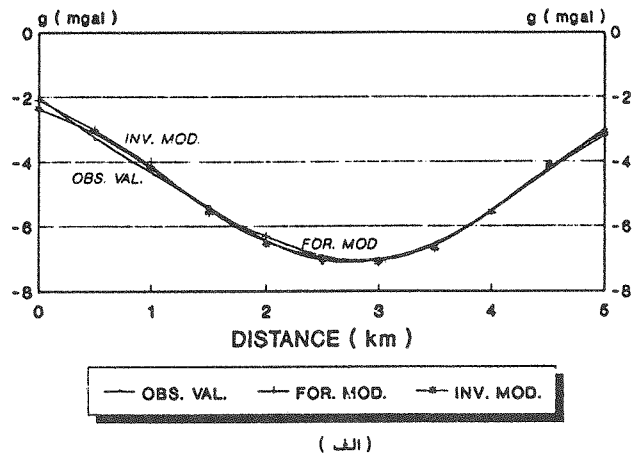
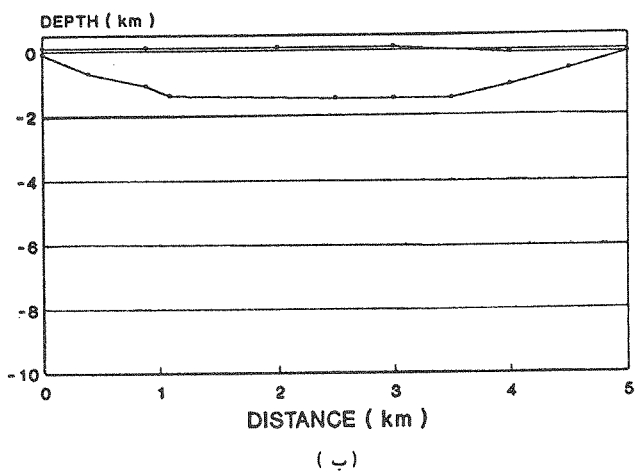
مطابق روش پلیگون تالوانی عمق ساختمان ناودیس A، ۱/۴ کیلومتر و اختلاف دانسیته ای برابر ۰/۱ - گرم بر سانتیمتر مکعب حاصل شد (شکل ۴). همچنین برای ساختمان طاقدیس B، مطابق این روش عمقی برابر با ۲/۵ کیلومتر و اختلاف دانسیته ای برابر ۰/۱۵ - گرم بر سانتیمتر مکعب تعیین شد که  $\Delta p > 0$  است (شکل ۵). برای ساختمان ناودیس C، عمقی برابر ۲/۹ کیلومتر و اختلاف دانسیته ای برابر ۰/۱۱ - گرم بر سانتیمتر مکعب تعیین گردید که  $\Delta p < 0$  و نشان دهنده این است که دانسیته طبقات بالایی از طبقه مورد نظر بیشتر است (شکل ۶).



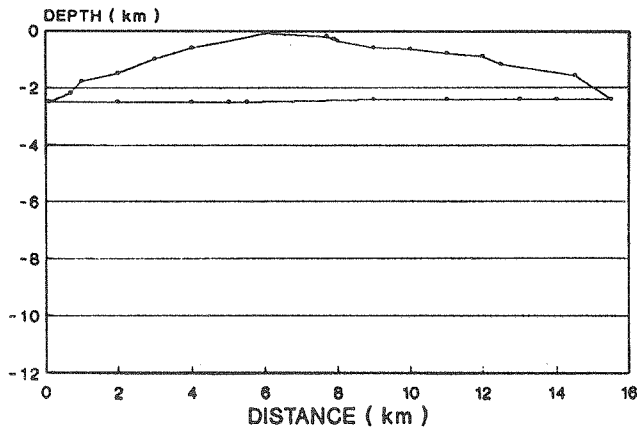
شکل (۲) فلوچارت برنامه کامپیوتری مدلسازی دوبعدی (روش پلیگون تالوانی)



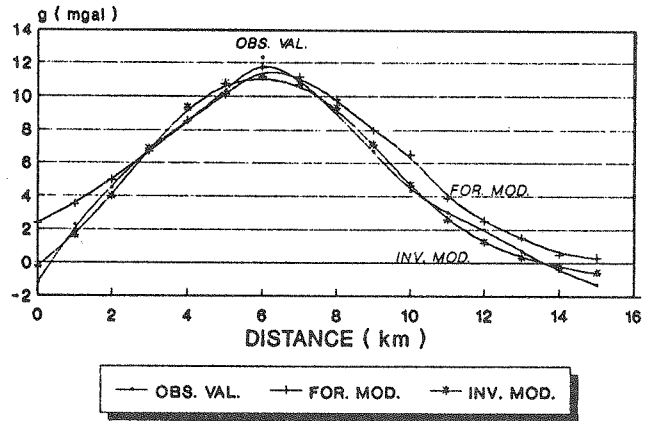
شکل (۳) نقشه باقیمانده روش ارتونرمال درجه دو - فواصل منحنیهای میزان یک میلی گال مقیاس  $\frac{1}{400000}$



شکل (۴) الف - انطباق پروفیل‌های مشاهده شده و محاسبه شده ب - مقطع قائم ساختمان مورد بررسی (ساختمان A)

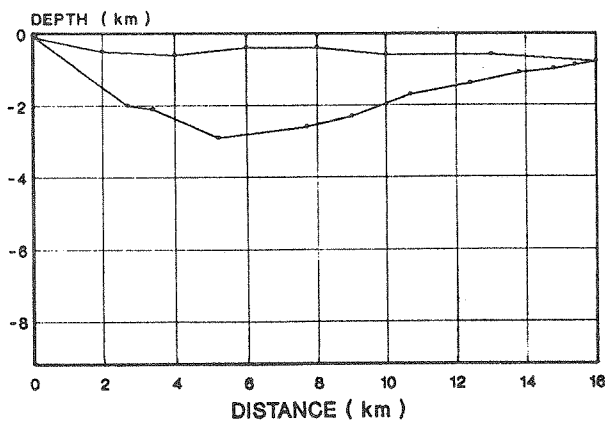


(ب)

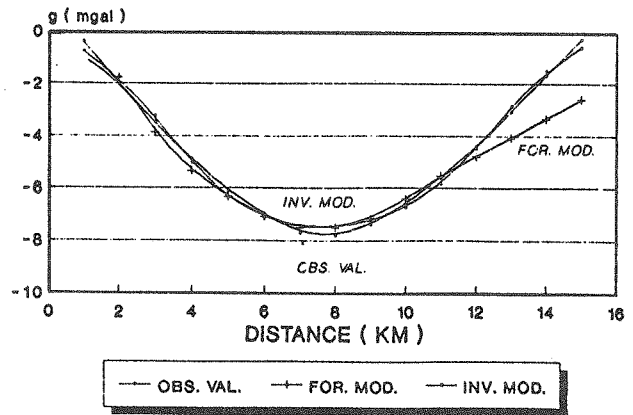


(الف)

شکل (۵) الف - انطباق پروفیل‌های مشاهده شده و محاسبه شده ب - مقطع قائم ساختمان مورد بررسی (ساختمان B)



(ب)



(الف)

شکل (۶) الف - انطباق پروفیل‌های مشاهده شده و محاسبه شده ب - مقطع قائم ساختمان مورد بررسی (ساختمان C)

جدول (۱) نتایج مدل‌سازی مستقیم، پروفیل a-a

FORWARD MODELING ( TALWANI METHOD )

DISTANCE (km)	OBSERVED ANOMALY (mgal)	CALCULATED ANOMALY (mgal)
0	-2.00	-2.10
.5	-3.30	-3.00
1.0	-4.30	-4.00
1.5	-5.40	-5.60
2.0	-6.50	-6.30
2.5	-7.15	-7.00
3.0	-7.10	-7.15
3.5	-6.60	-6.70
4.0	-5.60	-5.60
4.5	-4.20	-4.20
5.0	-3.00	-3.20

اطلاعات مدل DATA OF MODEL

X(km):  
0, .9, 2, 3, 4, 5, 2, 4, 5, 4, 3, 5, 3, 2, 5, 1, 1, .9, .4, 0

Z(km):  
.1, .1, .1, .1, .1, .1, .6, 1.1, 1.5, 1.5, 1.5, 1.4, 1.1, .7, .1

اختلاف دانسیته:

$\Delta\rho$ : -0.10 (g/cm<sup>3</sup>)

جدول (۲) نتایج مدل‌سازی مستقیم، پروفیل b-b

FORWARD MODELING ( TALWANI METHOD )

DISTANCE (km)	OBSERVED ANOMALY (mgal)	CALCULATED ANOMALY (mgal)
0	-1.20	2.38
1	2.25	3.50
2	4.50	4.95
3	6.90	6.68
4	8.50	8.51
5	10.30	10.13
6	12.30	11.70
7	11.00	11.15
8	9.00	9.80
9	6.70	8.00
10	4.30	6.50
11	3.00	3.90
12	2.00	2.50
13	0.70	1.50
14	-0.50	0.50
15	-1.30	0.30

اطلاعات مدل DATA OF MODEL

X(km):  
1, 2, 3, 4, 6, 7, 7, 7, 9, 8, 9, 10, 11, 12, 12.5, 14.5, 15.5, 14, 13, 11, 9, 5.5, 5, 4, 2, 0.1, 0.7, 1

Z(km):  
1.8, 1.5, 1, .6, .1, .2, .3, .35, .6, .65, .8, .9, 1.2, 1.6, 2.4, 2.4, 2.4, 2.4, 2.4, 2.5, 2.5, 2.5, 2.5, 2.2, 1.8

اختلاف دانسیته:

$\Delta\rho$ : 0.15 (g/cm<sup>3</sup>)

FORWARD MODELING ( TALWANI METHOD )

DISTANCE (km)	OBSERVED ANOMALY (mgal)	CALCULATED ANOMALY (mgal)
0	-0.40	-1.03
1	-2.00	-1.76
2	-3.50	-3.86
3	-4.90	-5.35
4	-6.10	-6.33
5	-7.00	-7.07
6	-7.70	-7.52
7	-7.80	-7.50
8	-7.40	-7.15
9	-6.60	-6.41
10	-5.60	-5.55
11	-4.40	-4.77
12	-3.10	-4.06
13	-1.70	-3.36
14	-.30	-2.61

اطلاعات مدل DATA OF MODEL

X (km):

.1, 2, 4, 6, 8, 10, 13, 16, 14.8, 13.8, 12.4, 10.7, 9, 7.7, 5.2, 3.4, 2.7, .1

Z (km):

.2, .6, .6, .4, .4, .6, .6, .8, .9, 1.2, 1.4, 1.7, 2.3, 2.5, 2.9, 2.2, 2, .2

اختلاف دانسیته:

$\Delta\rho$  : -0.11 (g/cm<sup>3</sup>)

پانویس

- 1- Potential Fields Method
- 2- Forward Modeling
- 3- Inverse Modeling

- 4- Least - Squares
- 5- Talwani, 1959.
- 6- Hubbert, 1948.

مراجع

- Graviti Modeling (talwani method)", Engineering faculty's Earth Sciences Review, Vol. 4, No. 1-2, pp. 76-80, Istanbul, Turkey.
- [5] Sprenke, Kenneth F., 1991, "Gravity modeling with Lotus 1-2-3", Computers & Geosciences, Vol. 17, No. 5, pp. 719-725.
- [6] Won, I.J. and Bevis, Michael, 1987, "Computing the gravitational and magnetic anomalies due to a polygon: algorithms and Fortran Subroutines", Geophysics. Vol. 52, No. 2, P. 232-238.
- [1] دولتی، فرامرزا؛ برداشت اطلاعات خام و تعبیر و تفسیر گرانی سنجی منطقه اکتشافی مرودشت، پایان نامه کارشناسی ارشد، دیماه ۱۳۷۲.
- [۲] طباطبائی رئیسی، سیدهاشم؛ تعبیر و تفسیر آنومالی‌های میدان پتانسیل (ثقل و مغناطیس سنجی) در بعد فرکانس، نشریه انجمن نفت شماره ۱۸، سال ۱۳۶۸.
- [3] Paterson, Norman R. and Reeves, colin V., 1985. "Applications of gravity and magnetic surveys", Geophysics, Vol. 50, No .12, P. 2558-2594.
- [4] Ozdamir, Mustafa, 1984 "Two dimensional"