

تحلیل فرکانس سازه‌های پرعضو با استفاده از الگوریتم لانزوس و روش زیرسازه‌ها

علی کاوه
استاد

علی داوران
استادیار

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده فنی، دانشگاه تبریز

چکیده

در این مقاله فرکانس‌ها و مودهای طبیعی ارتعاشی سازه‌های پرعضو با استفاده از روش زیرسازه‌ها و الگوریتم لانزوس محاسبه می‌شود. به منظور حفظ دقت جواب‌ها، یک مرحله متعامدسازی مجدد به الگوریتم لانزوس اضافه شده است. علیرغم افزایش تعداد عملیات و حجم محاسبات، استفاده از این مرحله اضافی برای سازه‌های پرعضو ضروری است. با استفاده از این روش سازه‌هایی تا بزرگی ۱۵۰۰۰ درجه آزادی تحلیل گردیده است. صحت جواب‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای موجود تأیید شده است.

Substructuring Dynamic Analysis of Large Scale Problems Using Lanczos Method

A. Davaran
Assistant Professor

A. Kaveh
Professor

Civil, Engineering Department
Technical Faculty, University of Tabriz

Civil, Engineering Department
University of Science and Technology

Abstract

In this paper, natural frequencies and modes of large scale structures are calculated using substructuring technique and Lanczos method. In order to preserve the accuracy of the results, a re-orthogonalization step is added to Lanczos original algorithm. This step is essential, though it increases the computational effort. The developed method is applied to structures with 15000 degrees of freedom. The accuracy of the results are compared with those of the existing softwares by imposing limitations on the size of the problems being considered.

مقدمه

هدف از تحلیل دینامیکی یک سازه یافتن پاسخ سازه به تحریکات خارجی وابسته به زمان است. این تحریک ممکن است از نوع نیرو $f(t)$ و یا شتاب $\ddot{x}_0(t)$ باشد. تحریک در حالت دوم که بیشتر در پدیده زلزله سازه‌های ساختمانی اتفاق می‌افتد، معمولاً از یک شتابنگاشت استخراج می‌شود. روش‌های تحلیل دینامیکی سازه‌ها به طور عمده بر دو دسته‌اند:

الف - روش‌هایی که حل مسئله مقدار ویژه را لازم می‌دارند، مراجع [1, 2].

ب - روش‌های انتگرال‌گیری مستقیم زمانی که نیازی به حل مسئله مقدار ویژه ندارند، مرجع [3].

در روش‌های نوع «الف»، لازم است که مسئله مقدار ویژه خطی زیر حل شود:

$$KX = \omega^2 MX \quad (1)$$

روش‌های معروفی نظیر ترکیب مودها و روش تقریبی طیف پاسخ در رده «الف» قرار دارند. در روش‌های نوع «ب» فاصله زمانی تحریک اصلی به فواصل کوچک Δt تقسیم می‌شود و سپس شتاب و

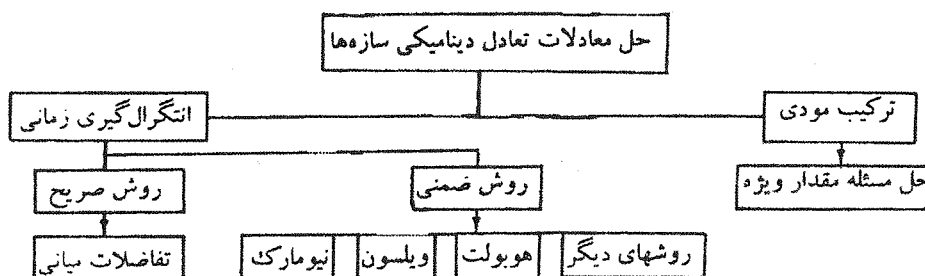
سرعت و تغییر مکان‌ها در داخل هر یک از فواصل تقریب زده می‌شوند. با استفاده از تقریبات به کار رفته روش‌های متنوعی بوجود می‌آید، که نتیجه همه آنها تبدیل معادله دیفرانسیل حرکت به معادله نموی برحسب مقادیر شتاب و سرعت و تغییر مکان‌های ابتدا و فاصله زمانی است و در نهایت تغییر مکان‌های انتهای فاصله محاسبه می‌شود. غالب روش‌های تحلیل دینامیکی غیرخطی از این دسته‌اند. از معروفترین روش‌های انتگرال‌گیری مستقیم عبارتند از [2]:

الف - روش بتای نیومارک.

ب - روش تتای ویلسون.

ج - روش تفاضلات میانی.

از بین روش‌های فوق، روش تفاضلات میانی با روش‌های دیگر تفاوت اساسی دارد. روش تفاضلات میانی یک روش صریح است و در هر فاصله زمانی نیازی به یافتن معکوس ماتریس سختی نیست. دو روش دیگر که ضمنی هستند معکوس کردن ماتریس سختی در هر گام ضرورت پیدا می‌کند. طبقه‌بندی روش‌های حل معادلات حرکت در شکل ۱ ملاحظه می‌شود.



شکل (۱) طبقه‌بندی روش‌های حل معادلات حرکت.

برای حل مسئله در محدوده (الف) از روش مستقیم بسط دترمینان و حل معادله مشخصه استفاده می‌شود. در محدوده (ب) که در حافظه اصلی^۱ مسئله حل می‌شود، هر یک از روش‌های زیر قابل استفاده است:

۱ - روش ژاکوبی که ماتریس معادله را به فرم قطری در می‌آورد.

۲ - روش گینونس و هوس هولدر که ماتریس معادله را سه قطری می‌کند.

روش حل معادله مقدار ویژه (۱) بستگی به بزرگی سازه و تعداد درجات آزادی آن دارد و به طبقات زیر تقسیم می‌شود:

الف - $0 < \text{ndof} \leq 10$

ب - $10 < \text{ndof} \leq 250$

ج - $250 < \text{ndof} \leq 1000$

د - $1000 < \text{ndof} \leq 10000$

ه - $\text{ndof} > 10000$

۳ - روش های تکرار نمایی از قبیل روش تکرار زیرفضا و روش لانزوس.

اگر بعد مسئله در محدوده (ج) باشد و در صورتی که نتوان مسئله را در حافظه اصلی حل کرد، باید از روش های زیرسازها و یا سایر روش های متمرکزسازی^۲ استفاده نمود، مراجع [7-10]. بسیاری از مسائل عملی در محدوده (د) قرار می گیرند. در این حالت، مسئله را نمی توان در حافظه اصلی (فعال) حل نمود و استفاده از روش زیرسازها ضروری می گردد. در مقاله حاضر نیز در این محدوده عمل خواهد شد. روش انتخاب شده در این محدوده به نحوه انبارسازی ماتریس های پرفسفر K و M بستگی دارد و بیشتر روش های حل از نوع ۲ یعنی تکرار نمایی هستند.

مشخصه اصلی این روش ها، حل مکرر دستگاه معادلات خطی با ماتریس ضرایب بزرگ، پرفسفر و نواری است. در این روش ها ماتریس ضرایب ثابت بوده و طرف ثانی به تعداد دفعات تکرار، تغییر و اصلاح می شوند.

خارج از محدوده (د) یعنی در محدوده (ه)، مسائل به گونه ای هستند که تحلیل آنها غالباً نیاز به ابر کامپیوتر پیدا می کند. البته حل مسئله در یک گام برای این دستگاه های پیشرفته نیز توصیه نمی شود و معمولاً با استفاده از روش زیرسازها مسئله مورد بررسی قرار می گیرد. اگر از چندین پردازشگر به صورت موازی استفاده شود، در این صورت نیز روش زیرسازها اساس کار خواهد بود. روش تکرار زیرفضا برای حالتی که تعداد مقادیر ویژه خواسته شده خیلی کمتر از $ndof$ باشد، مناسب است و با افزایش تعداد مقادیر ویژه از مزایای آن کاسته می شود.

روش معروف لانزوس^۳ نیز از نظر تعداد عملیات و سادگی آن، به روش تکرار زیرفضا ارجحیت دارد. عیب اصلی این روش خدشه دار شدن خاصیت تعامد برداری است، به طوری که به یک مرحله اضافی متعامدسازی مجدد نیاز خواهد داشت، مرجع [4].

نتیجه مهم اینکه همه روش های حل مسائل مقدار ویژه سازها پرالمان، به حل دستگاه معادلات خطی بزرگ منجر می شود. لذا باید از روشی استفاده نمود که ضمن مؤثر بودن از خواص الگوی ماتریس ها به خوبی استفاده شده باشد. در این الگوریتم طرف ثانی در هر تکرار عوض می شود، لذا بکارگیری روش حل تکراری معادلات توصیه نمی شود.

۲ - روش لانزوس برای حل مسئله مقدار ویژه

مسئله مقدار ویژه تعمیم یافته زیر را در نظر می گیریم:

$$K\phi = \lambda M\phi \quad (2)$$

که در آن K و M ماتریس های سختی و جرم سازه بوده و زوج (λ, ϕ) مقدار ویژه و بردار ویژه هستند. در این روش بر روی معادله (۲) تبدیلات به گونه ای انجام می شود که ماتریس معادله تبدیل یافته سه قطری شود. فرقی این روش با روش ژاکوبی آن است که در روش ژاکوبی تبدیل، جهت قطری کردن ماتریس صورت می گیرد.

با حل مسئله مقدار ویژه سه قطری شده و استفاده از خواص تبدیل می توان جواب های مسئله اصلی را تعیین نمود. تبدیلی که در این روش به کار می رود از نوع تبدیلات تعامدی است و اگر A یک ماتریس مربع باشد،

$$T = N^T A N ; N T = A N \quad (3)$$

واضح است که ماتریس میدل N باید متعامد باشد،

$$N^{-1} = N^T \quad (4)$$

خواص مهم این نوع تبدیلات آن است که حافظ مقادیر ویژه ماتریس اولیه هستند و به شرح زیر می باشند [5]،

$$A x = \lambda x \quad (5)$$

$$T x' = \lambda' x' \quad (6)$$

اگر رابطه تبدیل تعامدی بین A و T مطابق (۳) برقرار باشد، خواهیم داشت:

$$\lambda = \lambda' \quad (7)$$

$$x = N x' \quad (8)$$

یافتن زوج (λ', x') ساده تر از یافتن زوج (λ, x) است. بعد از تعیین زوج (λ', x') از حل مسئله مقدار ویژه سه

$$T = X^T A M X$$

$$T = X^T (M K^{-1} M) X \quad (14)$$

اگر زوج (λ', Y) زوج ویژه برای T باشند،

$$T Y = \lambda' Y \quad (15)$$

با پیش ضرب طرفین رابطه (15) در $(M X)$ داریم:

$$(M X) T Y = \lambda' (M X) Y \quad \text{و یا}$$

$$A (M X) Y = \lambda' (M X) Y$$

$$M K^{-1} M (X Y) = \lambda' M (X Y) \quad (16)$$

اگر رابطه (16) نظیر به نظیر با رابطه (9) متحد گردد، روابط زیر نتیجه می شود:

$$\lambda' = \frac{1}{\lambda}; \phi = X Y \quad (17)$$

۳- الگوریتم لانزوس

دسته بردار M - متعامد X را باید به گونه ای تعیین نمود که ماتریس $A = M K^{-1} M$ را به ماتریس سه قطری T تبدیل کند، به طوری که:

$$(M X) T = A (M X); X^T M X = I$$

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \quad (18)$$

که در آن $x_i, i = 1, \dots, n$ ، بردارهای لانزوس نامیده می شوند.

$$M [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] T = A M [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \quad (19)$$

ماتریس T را به فرم زیر در نظر می گیریم.

$$T = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & & \\ \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & & \\ & \beta_2 & \alpha_3 & \beta_3 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \beta_{n-2} & \alpha_{n-1} & \beta_{n-1} \\ & & & & & \beta_{n-1} & \alpha_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

۱۰۷

قطری شده (6)، به وسیله روابط (7) و (8) زوج (λ, x) تعیین می شود.

بنابراین گام های اصلی الگوریتم لانزوس برای مسئله مقدار ویژه (5) به شرح زیر است:

الف - یک تبدیل تعامدی باید تهیه نمود که ماتریس A را به فرم سه قطری T تبدیل کند.

ب - به روش های مختلف از قبیل روش ژاکوبی با خواص رشته های اشترم^۴ مسئله مقدار ویژه (6) را باید حل نمود.

ج - جواب مسئله مقدار ویژه (5) توسط روابط (7) و (8) تعیین می شود. روش لانزوس برای حل مسئله مقدار ویژه (2) روندی مشابه (الف) تا (ج) دارد. معادله (2) را می توان به فرم زیر نوشت:

$$\left(\frac{1}{\lambda}\right) M \phi = M K^{-1} M \phi \quad (9)$$

اگر فرض شود،

$$A = M K^{-1}; u = M \phi \quad (10)$$

در این صورت

$$A u = \left(\frac{1}{\lambda}\right) u \quad (11)$$

بدین ترتیب مسئله (2) به فرم استاندارد (11) تبدیل می گردد. در روش لانزوس هدف یافتن دسته بردارهای متعامد نسبت به M است به گونه ای که ماتریس تبدیل شده T ، سه قطری باشد. این تبدیل به فرم زیر است:

$$(M X) T = A (M X) \quad (12)$$

$$X^T M X = I \quad (13)$$

پس الگوریتم لانزوس دسته بردارهای $(M X)$ و ماتریس سه قطری T را طوری تعیین می کند که روابط (12) و (13) برقرار باشند.

قبل از اینکه نحوه تهیه الگوریتم شرح داده شود، ارتباط بین مسئله مقدار ویژه ماتریس های A و T را باید تعیین نمود. باتوجه به روابط (12) و (13) داریم:

$$\alpha_i = x_i^T M K^{-1} M x_i \quad (28)$$

در محاسبات عملی چون معکوس سازی ماتریس سختی K ، مناسب نیست، از عملیات واسطه زیر استفاده می شود:

$$K^{-1} M x_i = \bar{x}_i$$

$$K \bar{x}_i = M x_i \quad (29)$$

پس از حل دستگاه معادلات خطی (29) و تعیین بردار واسطه \bar{x}_i خواهیم داشت:

$$\alpha_i = \bar{x}_i^T M x_i \quad (30)$$

و برای تعیین β_i و x_{i+1} داریم:

$$(M x_{i+1}) \beta_i = M \bar{x}_i - \alpha_i (M x_i) - \beta_{i-1} (M x_{i-1}) \quad (31)$$

$$Z_{i+1} = \beta_i x_{i+1} = \bar{x}_i - \alpha_i x_i - \beta_{i-1} x_{i-1} \quad (32)$$

با نرمالیزه کردن Z_{i+1} نسبت به M ، ضریب β_i و در نتیجه x_{i+1} به دست می آید:

$$Z_{i+1}^T M Z_{i+1} = \beta_i^2$$

$$\beta_i = (Z_{i+1}^T M Z_{i+1})^{1/2} \quad (33)$$

$$x_{i+1} = \frac{1}{\beta_i} Z_{i+1} \quad (34)$$

۴- الگوریتم لانزوس با متعامدسازی مجدد

در بخش قبلی ملاحظه گردید که با اجرای مکرر روابط (28) الی (34) می توان تبدیل تعامدی (12) را تهیه نمود. مهمترین عیب روش لانزوس از دست رفتن تدریجی تعامد بردارهای x_i است. برای ماتریس های بزرگ که نسبت $\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right|$ آنها بزرگ است، به علت ایجاد خطای ناشی از گرد کردن در هر تکرار، شرط تعامد $x_i^T M x_i$ با دقت کافی ارضاء نمی شود. در حقیقت ماهیت روش لانزوس به گونه ای است که خطای گرد نمودن در هر تکرار تشدید می شود و در نتیجه مقدار ویژه ای که از روش اصلی لانزوس به دست می آید، قابل اعتماد نخواهد بود.

از بسط دادن سطر به سطر معادله (19)، الگوریتم لانزوس به دست می آید. برای این کار لازم است که یک بردار اولیه آزمون x_1 به دلخواه اختیار شود. از بسط دادن سطر $i = 1$ داریم:

$$(M x_1) \alpha_1 + (M x_2) \beta_1 = (A M) x_1 \quad (21)$$

و شرط تعامد باید برقرار باشد:

$$x_1^T M x_1 = 1; \quad x_1^T M x_2 = 0$$

بنابراین اگر طرفین (21) را x_1^T پیش ضرب کنیم،

$$\alpha_1 = x_1^T A M x_1 = x_1^T M K^{-1} M x_1 \quad (22)$$

$$(M x_2) \beta_1 = A M x_1 - \alpha_1 M x_1 \quad (23)$$

طرف راست (23) معلوم است. بدین ترتیب β_1 و x_2 از نرمالیزه کردن طرف راست (23) به سادگی تعیین می شوند.

$$M (x_2 \beta_1) = M (K^{-1} M x_1) - M (\alpha_1 x_1)$$

$$Z_2 = \beta_1 x_2 = K^{-1} M x_1 - \alpha_1 x_1 \quad (\text{مقدار معلوم})$$

$$Z_2^T M Z_2 = \beta_1^2 x_2^T M x_2 = \beta_1^2$$

$$\beta_1 = (Z_2^T M Z_2)^{1/2} \quad (24)$$

$$x_2 = \frac{1}{\beta_1} Z_2 \quad (25)$$

حال سطرهای $n, \dots, 2, i$ بسط داده می شود. از سطر i ام خواهیم داشت:

$$M x_{i-1} \beta_{i-1} + M x_i \alpha_i + M x_{i+1} \beta_i = A M x_i \quad (26)$$

β_{i-1} و x_i از بسط سطر $(i-1)$ ام تعیین شده اند، بنابراین با پیش ضرب معادله (26) در x_i^T و شرط تعامد خواهیم داشت:

$$\alpha_i = x_i^T A M x_i \quad (27)$$

اگر بعد مسئله بزرگ باشد، ($\text{ndof} > 1000$)، در این صورت با تعداد کمی تکرار لانزوس ($k \ll \text{ndof}$)، می توان مقادیر ویژه انتهایی را با دقت قابل قبول محاسبه کرد. بحث همگرایی روش اخیر در منابع گوناگونی آمده است، مرجع [6].

۵- ترکیب الگوریتم لانزوس با روش زیرسازها

همانگونه که قبلاً اشاره شد، پرحجم ترین بخش محاسبه مقادیر ویژه مربوط به حل معادلات خطی (۲۹) می باشد. این معادله را با روش زیرسازها می توان حل نمود، مراجع [7-10]. هر بردار لانزوس نسبت به زیرسازها تفکیک می گردد و برای هر زیرساز Mx_i جداگانه حساب می شود، در حقیقت خواهیم داشت،

$$M x_i = [M_1 x_i^1 \ M_2 x_i^2 \ \dots \ M_{NP} x_i^{NP}] \quad (۲۷)$$

اساسی ترین مرحله در الگوریتم لانزوس حل معادله خطی (۲۹) است، که با استفاده از روش زیرسازها انجام می گیرد. در روش زیرسازها ماتریس K برای کل سازه تشکیل نمی شود و به جای آن از ماتریس های سختی زیرسازها استفاده به عمل می آید. تنها تفاوت با تحلیل استاتیکی سازه مربوط به طرف ثانی معادلات است. در اینجا بردار Mx_i به جای نیروهای گرهی خارجی در طرف ثانی معادلات خطی قرار خواهد گرفت. این بردار در هر تکرار لانزوس تغییر یافته و معادلات در هر تکرار حل می شوند. بنابراین شرط بهینگی تحلیل فرکانس سازه های پرعضو بستگی به حل معادلات خطی خواهد داشت که به روش زیرسازها انجام می گیرد. پس از محاسبه \bar{x}_i ، سهم α_i در هر زیرساز حساب شده و باهم جمع می شود:

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^{NP} \alpha_j^i \quad (۲۸)$$

Z_{i+1} با استفاده از معادله (۲۲) در هر زیرساز حساب می گردد و سپس دوباره نسبت به بردارهای قبلی متعامد می شود و Z_{i+1} نتیجه می گردد. سهم β_j تک تک زیرسازها با هم جمع می شود:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^{NP} \beta_j^i \quad (۲۹)$$

برای اصلاح الگوریتم اصلی می بایست بردار x_{i+1} را در مرحله i ام نسبت به x_1, x_2, \dots, x_i متعامد نمود. با این اصلاح نتیجه الگوریتم کاملاً رضایت بخش خواهد بود. البته باید یادآور شد که این مرحله اضافی توأم با n^3 عملیات اضافی است که در نتیجه موجب افزایش حجم محاسبات می شود. لیکن در حل نسبی مسئله مقدار ویژه که هدف یافتن بخشی از مقادیر ویژه است، استفاده از روش لانزوس اصلاح شده کاملاً رضایت بخش است. همانگونه که در طی بررسی مثال ها نیز مشاهده شده است، برای حل یک مسئله مقدار ویژه $\text{ndof} = 6000$ فقط ۱۰ الی ۱۵ تکرار لانزوس برای تعیین ۴ مقدار ویژه اول دارای دقت کافی است. نتیجه حاصل از ۱۵ بار تکرار لانزوس یک ماتریس سه قطری 15×15 و تولید ۱۵ بردار متعامد می باشد.

برای اجرای مرحله اضافی متعامدسازی مجدد، پس از محاسبه Z_{i+1} از رابطه (۲۲) به صورت زیر عمل می شود:

$$Z'_{i+1} = Z_{i+1} - P_1 x_1 - P_2 x_2 - \dots - P_i x_i \quad (۳۵)$$

Z'_{i+1} بردار اصلاح شده نظیر Z_{i+1} است. P_1, P_2, P_i به ترتیب تصاویر بردار Z_{i+1} روی بردارهای x_1, \dots, x_i می باشد. به طوری که،

$$P_i = x_i^T M Z_{i+1} = Z_{i+1}^T M x_i \quad (۳۶)$$

در انتهای این بخش گام های اصلی الگوریتم لانزوس جهت تکمیل بحث به قرار زیر بیان می شود:

الف - انتخاب یک بردار آزمون اولیه دلخواه، [معمولاً از بردار $(1, 0, \dots, 0)$ استفاده به عمل می آید].

ب - یک حلقه به تعداد تکرارهای لانزوس، k ، ایجاد می شود. ($i = 1, k$)

ج - با حل معادلات خطی (۲۹)، \bar{x}_i محاسبه می گردد.

د - α_i از رابطه (۲۰) تعیین می گردد.

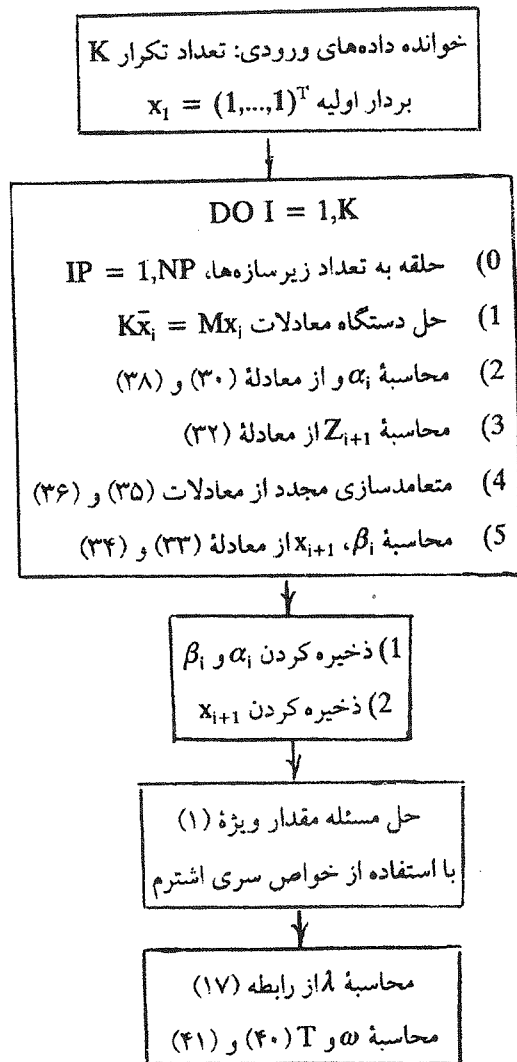
ه - Z_{i+1} از رابطه (۲۲) به دست می آید.

و - Z_{i+1} با استفاده از رابطه (۳۵) به بردارهای قبلی لانزوس متعامد می شود. (Z'_{i+1}).

ز - Z_{i+1} با Z'_{i+1} جایگزین شده و نسبت به M نرمالیزه می شود. سپس با استفاده از روابط (۳۳) و (۳۴)

x_{i+1} و β_i نظیر مرحله i ام به دست می آیند.

ح - حلقه ($i = 1, k$) ادامه می یابد.



شکل (۳) روند کلی برنامه کامپیوتری تعیین مقادیر ویژه.

پس از محاسبه فرکانس‌های اصلی، مودهای نظیر هر فرکانس به دست می‌آید. برای این منظور از برنامه کامپیوتری Modes.exe استفاده می‌شود. عملکرد این برنامه در شکل ۴ نشان داده شده است.

A. برنامه نگاشت مسئله روی زیردامنه‌ها
 MAP.EXE

این برنامه خصوصیات و اطلاعات هندسی و فیزیکی کل دامنه را روی زیردامنه‌ها می‌نگارد و جرم‌های گرهی در شماره‌گذاری جدید هر زیرسازه تعیین می‌شود.

B. برنامه تولید ماتریس‌های سختی اعضای اسکلتی و کاهش معادلات FR.EXE است.

C. برنامه تولید ماتریس‌های سختی المان‌های

و در آخرین مرحله هر تکرار بردار x_{i+1} تعیین می‌شود.

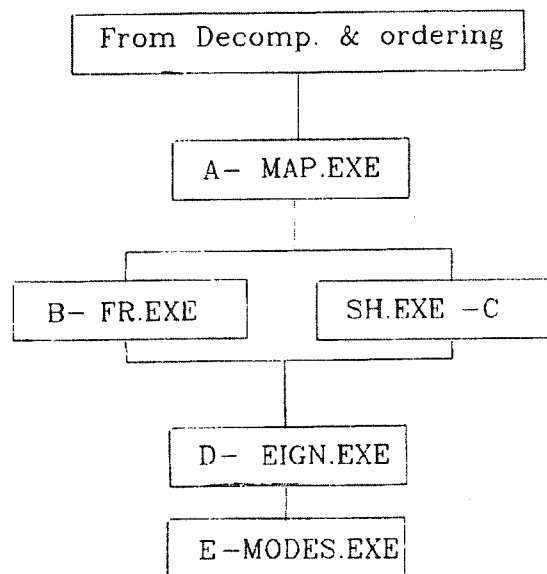
بعد از اینکه ماتریس سه قطری T_K (بعد از K مرتبه تکرار لانزوس) تشکیل شد، از روش سری‌های اشتراک می‌توان مقادیر ویژه T_K را تعیین نمود و همچنین با معلوم شدن هر مقدار ویژه بردار ویژه نظیر آن مقدار حساب می‌شود. استفاده از معادلات (۱۷)، زوج (λ, ϕ) را نتیجه می‌دهد. با توجه به معادله (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\lambda = \frac{1}{\lambda'}; \lambda = \omega^2; \omega = (\lambda)^{1/2} \quad (40)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (41)$$

که در آن T . زمان تناوب طبیعی سازه می‌باشد. معمولاً محاسبه ۴ یا ۵ زمان تناوب اولیه سازه برای محاسبه پاسخ دینامیک سازه‌ها به تحریکات زمین لرزه و باد کافی است.

شکل (۲) روند کلی حل مسئله مقدار ویژه را با استفاده از زیرسازه‌ها نشان می‌دهد.



شکل (۲) روند کلی حل مسئله مقدار ویژه با استفاده از زیرسازه‌ها.

روند کلی برنامه کامپیوتری EIGN.EXE در شکل ۲ دیده می‌شود [۱۲].

محدود تنش و کرنش مسطح و خمش صفحات نیمه کلفت SH-EXE .

D. برنامه حل مسئله مقدار ویژه و تعیین پریودهای طبیعی EIGN.EXE این برنامه بر مبنای مطالب ذکر شده در بخش های قبلی طرح ریزی شده و مسئله مقدار ویژه (۱) و (۲) را حل می کند. اساس کار آن ترکیب دو روش زیرسازه ها و روش لانزوس است، که به آن مرحله متعامدسازی مجدد اضافه شده است.

خواندن داده ها:

- (1) تعداد تکرار، K
- (2) تعداد زیرسازه، NP
- (3) بردارهای متعامد لانزوس، X
- (4) ماتریس ۳ قطری، T_K
- (5) مقادیر ویژه، T_K

Do I = 1, K

- (0) حلقه به تعداد زیرسازه ها، NP
- (1) حل دستگاه معادله همگن $(T - \lambda'I)Y = 0$ با فرض $Y_k = 1.0$ و جایگزینی برگشتی.
- (3) محاسبه $\phi = XY$.

ذخیره کردن ϕ_i

شکل (۲-۵) روند کلی برنامه کامپیوتری MODES .EXE

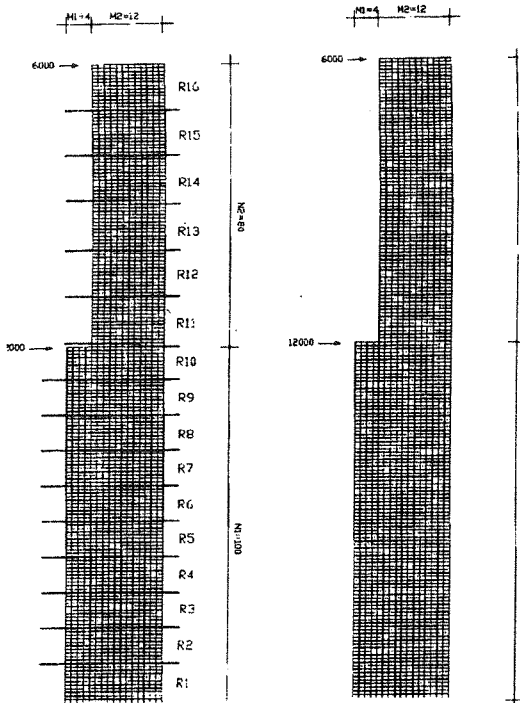
بارهای گرهی در روی شکل مشخص است. خواص ستون ها:

$$A = 100 \text{ cm}^2 \quad A_s = 100 \text{ cm}^2 \quad I_x = 12000 \text{ cm}^4$$

خواص تیرها:

$$A = 60 \text{ cm}^2 \quad A_s = 60 \text{ cm}^2 \quad I_x = 8000 \text{ cm}^4$$

سازه با استفاده از روش تنصیف طیفی بازگشتی به NP = 16 قسمت افزاز شده است، و فرکانس های طبیعی آن تعیین گردیده اند.



شکل (۵) سازه قاب صلب و زیرسازه های افزاز شده مربوط به مثال ۱ - ۶.

چهار فرکانس طبیعی اول سازه در جدول ۱ - ۶ خلاصه شده است.

۲ - ۶. یک گنبد خرابایی فضاکار در شکل ۶ ملاحظه می شود. شعاع کره این گنبد ۱۰ متر است و یک بازشوی دایره بر تارک آن واقع شده است که شعاع آن به اندازه ۳ واحد (مداری) می باشد. کلیه گره های این گنبد دارای جرم $m_x = m_y = 0$ و $m_z = 10 \text{ Kg}$ می باشند. بارهای گرهی بر محیط دایره بازشوی گنبد مطابق شکل ۷ اثر می نماید. مشخصات هندسی - فیزیکی اعضاء مشابه مثال ۲ - ۶ است. تکیه گاه های این گنبد مفصلی ثابت بوده و بر خارجی ترین مدار گنبد واقع می باشند. این گنبد به NP = 4 قسمت افزاز شده است و ۴ فرکانس طبیعی اول این گنبد تعیین گردیده است.

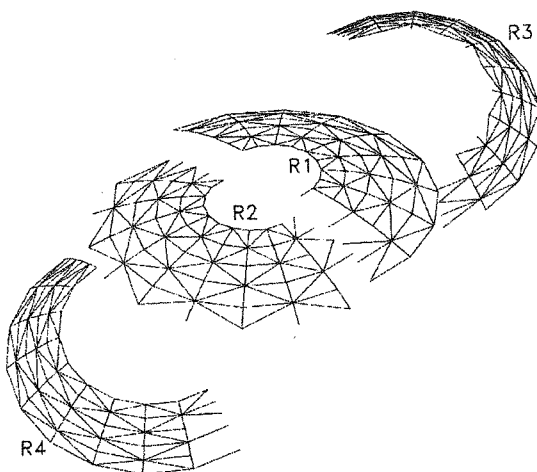
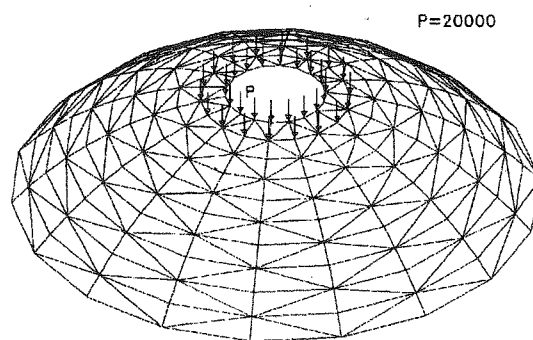
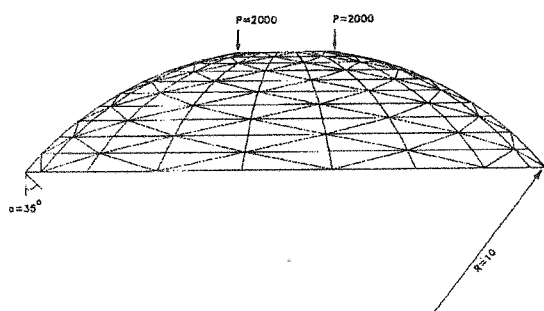
۶- مثال های عددی

در این بخش صحت روش پیشنهادی در طی سه مثال نشان داده شده است. برای افزاز سازه روش های متنوعی وجود دارد، [11]. در این مثال ها از روش تنصیف طیفی بازگشتی^۷ استفاده شده است.

۱ - ۶. یک قاب صلب مستوی مطابق شکل ۵ در نظر گرفته می شود. این قاب حاوی ۱۸۰ طبقه و ۱۶ دهانه است که از طبقه ۱۰۱ تا ۱۸۰ یک عقب نشینی در عرض ساختمان دارد. ارتفاع کلیه طبقات ۳ متر و طول دهانه ها ۵ متر می باشد. پای ستون ها در طبقه اول گیردار بوده و کلیه گره ها دارای جرم های انتقالی $m_x = m_y = 500 \text{ Kg}$ و ممان اینرسی جرمی $m_v = 50 \text{ Kg m}^2$ هستند. مدول الاستیک و مدول برشی مصالح به ترتیب $E = 2.1 \times 10^{10} \text{ Kg/m}^2$ و $G = 4 \times 10^9 \text{ Kg/m}^2$ است. مقادیر

جدول (۱) زمان های تناوب طبیعی سازه (مثال ۱ - ۶) با $NJ = 12$ تکرار.

شمارهٔ مود اصلی	روش حاضر، ESTR	SAP 90	اختلاف %
1	33.34395 sec.	-	-
2	12.176225 sec.	-	-
3	6.45626 sec.	-	-
4	4.510935 sec.	-	-



شکل (۶) يك گنبد فضاكار مربوط به مثال ۲ - ۶.

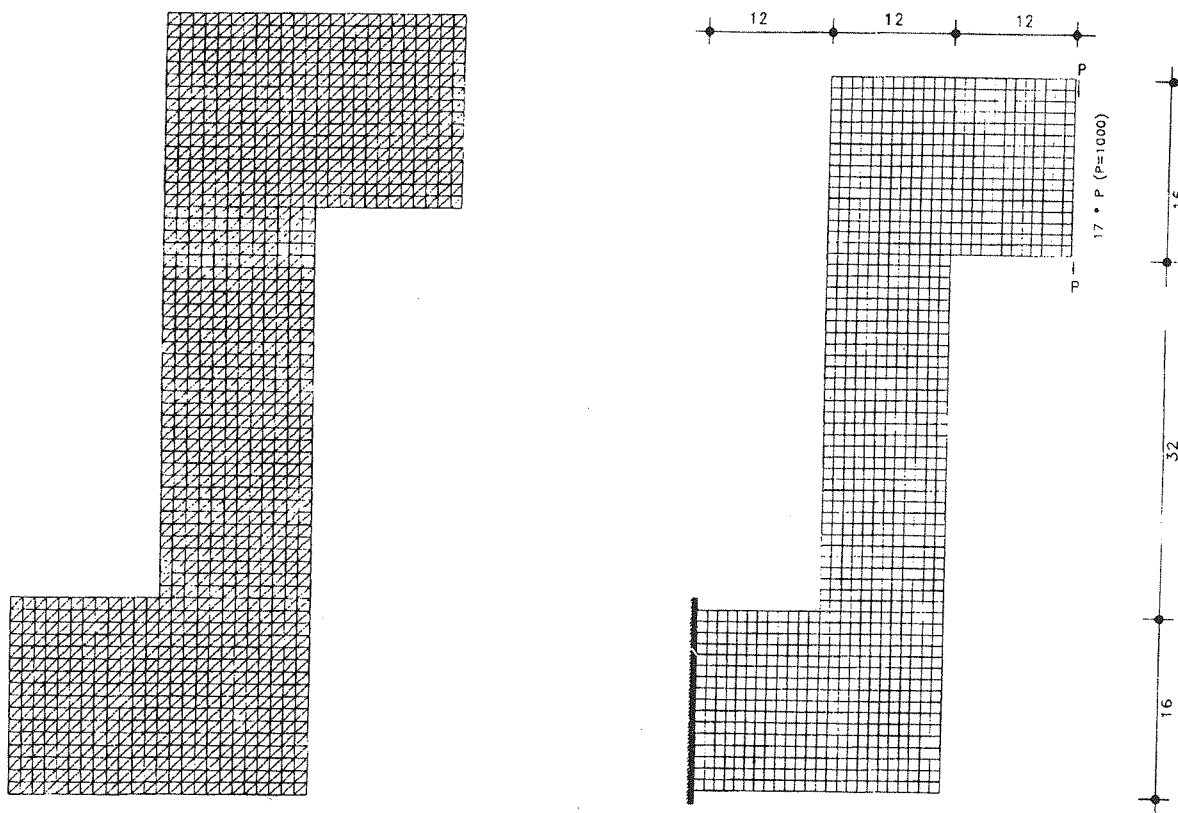
۶-۳. يك دامنه دویبعدی الاستیک به دو صورت یک بار با المان مثلثی پوشانده شده است. (شکل ۸ را ملاحظه کنید). شرایط مسطح در این مسئله حاکم است و ضخامت صفحه $0/10$ متر می باشد. مدول الاستیک $E = 1 \times 10^6 \text{ Kg/m}^2$ و ضریب پواسن $\nu = 0.30$ می باشد. جرم های متمرکز گرهی برای کلیه گره ها برابر با $mx = my = 100 \text{ Kg}$ است. این دامنه به $NP = 4$ قسمت افراز شده و ۴ فرکانس طبیعی اول سازه محاسبه گردیده است. ۴ فرکانس طبیعی این گنبد در جدول ۲ خلاصه شده است. زیر دامنه های افراز شده در شکل های ۹ ملاحظه می شود.

شکل (۷) ادامه زیرسازه های افراز شده گنبد.

۴ فرکانس طبیعی اول با $NJ = 14$ تکرار لانزوس برای المان مثلثی در جدول ۳ دیده می شود.

جدول (۲) زمان های تناوب طبیعی سازه (مثال ۲ - ۶) با $NJ = 14$ تکرار.

شمارهٔ مود اصلی	ESTR	SAP 90	اختلاف %
1	125.569773	125.506174	-5.0×10^{-2}
2	109.249352	109.208260	-3.8×10^{-2}
3	109.249280	109.208122	-3.8×10^{-2}
4	71.937044	71.925753	-1.6×10^{-2}



شکل (۸) يك دامنه المان محدود مربوط به مسئله تنش مسطح مثال ۳-۶ با المان مثلثی.

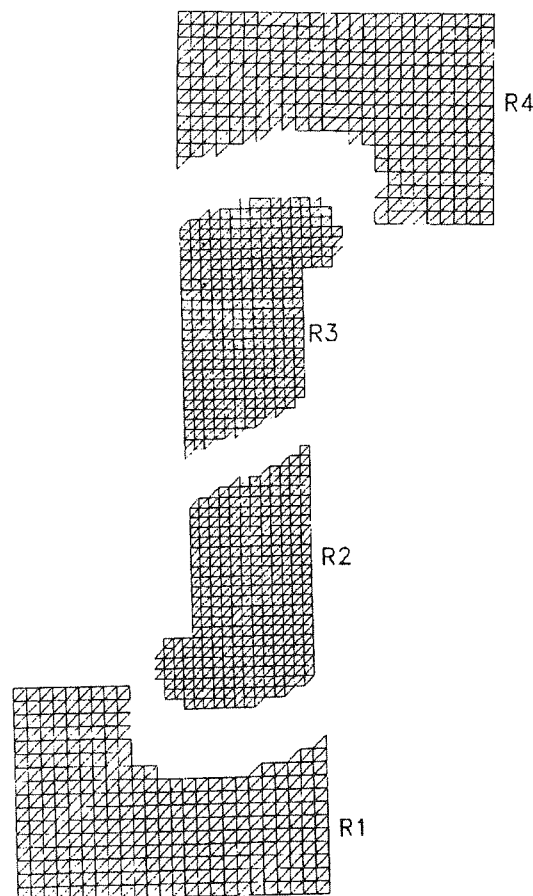
نتایج

در این مقاله روش لانزوس با روش زیرسازه‌ها ترکیب شده است. با استفاده از ترکیب این دو روش، تحلیل فرکانس سازه‌های پرعضو انجام پذیرفته است. با توجه به از دست رفتن تعامد بردارهای لانزوس که یکی از معایب اصلی این روش است، از مرحله متعامدسازی مجدد استفاده شده است. علی‌رغم از دیاد تعداد عملیات و حجم محاسبات استفاده از این مرحله در تحلیل فرکانس سازه‌های پرعضو ضروری است.

مثال‌هایی از سازه‌های پرعضو (تا ۱۵۰۰۰ درج آزادی) با این روش تحلیل گردیده و فرکانس‌های ارتعاشی اصلی آنها تعیین شده است. صحت جواب‌ها برای مثال‌هایی با بزرگی متوسط (تا ۸۰۰۰ درجه آزادی) با نرم افزارهای دیگر مقایسه و کنترل شده است.

زیرنویس‌ها

- 1 - Core
- 2 - Lumping
- 3 - Lanczos
- 4 - Sturm
- 5 - M - orthogonal
- 6 - Re - Orthogonalization
- 7 - Recursive Spectral Bisection



شکل (۹) زیردامنه‌های افزاز شده برای المان مثلثی.

جدول (۳) زمان‌های تناوب طبیعی سازه (مثال ۳-۶) با $NJ = 14$ تکرار.

شمارهٔ مود اصلی	ESTR	SAP 90	اختلاف %
1	84.878837	84.167505	-0.8
2	17.534477	17.420470	-0.7
3	14.638922	14.506785	-0.9
4	5.456194	5.414236	-0.8

- [1] R. W. Chough and J. Penzien, Dynamic of Structures, McGraw-Hill, 1975.
- [2] C. B. Warburton, The Dynamic Behaviour of Structures, Second ed., Pergamon, 1976.
- [3] K. J. Bathe and E.L. Wilson, Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, 1976.
- [4] I.W. Lee and G.H. Jung, A Combination of the Lanczos Algorithm with the Substructure Technique, Journal of Sound and Vibration, 607-617, 1995.
- [5] A. Jennings and J.J. McKeown, Matrix Computation, John Wiley, 245-261, 1992.
- [6] J. H. Wilkinoson, The Algebraic Eigenvalue Problem, Clarendon Press, Oxford, 1965.
- [7] J. S. Prezemieniecki, Matrix Structures Analysis of Substructures, AIAA Journal, 1, No. 1, 138-147, 1963.
- [8] A. Kaveh, Structural Mechanics: Graph and Matrix Methods, Research Studies Press, John Wiley and Sons Inc., 2nd edition, UK 1995.
- [9] J.J. Azar, Matrix Structural Analysis, Pergamon Press, 1966.
- [10] R. K. Livesley, Matrix Methods of Structures Analysis, Pergamon Press, 1986.
- [11] A. Kaveh, Optimal Structural Analysis, RSP (John Wiley), UK 1997.
- [12] A. Davaran, Linear and Non-linear Analysis of Large Scale Structures Using Graph Theory, Parallel Processing and Neural Networks, Ph.D. thesis, Iran University of Science and Technology, Iran, 1998.