

# بررسی تأثیر اندرکنش آب و پی مخزن در رفتار دینامیکی سدهای بتنی وزنی

وحید لطفی  
استادیار

آرش مظفری  
کارشناس بخش سازه های آبی

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مهندسين مشاور قدس نیرو

## چکیده

در این مقاله تأثیر جذب امواج فشاری ناشی از تحریکات افقی و قائم زمین توسط پی مخزن در رفتار دینامیکی سدهای بتنی وزنی با استفاده از روش المان های محدود و با در نظر گرفتن شرایط مرزی خاص مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور یک برنامه کامپیوتری برای تجزیه و تحلیل این مسئله در محدوده فرکانس تهیه و با استفاده از آن نتایج مربوط به یک سد مثلثی ایده آل با وجه بالا دست قائم به دست آمد. سازه سد و مخزن به ترتیب با استفاده از المان های چهار گرهی هم پارامتر جامد و المان های نیمه بی نهایت سیال مدل شده اند. برای بررسی تأثیر جذب امواج توسط پی مخزن نیز از شرایط خاص مرزی در حل معادلات استفاده شده است.

## *Influence of Impounded Water-Foundation Interaction in Dynamic Response of Concrete Gravity Dams*

A. Mozafari  
Hydraulic Structures Engineer

V. Lotfi  
Assistant Professor

Ghodss-Nirou  
Consulting Engineers

Civil Engineering Department  
Amirkabir University

### Abstract

*In this paper, the effect of impounded water-foundation interaction in dynamic response of concrete gravity dams has been studied by utilizing the finite element method. For this purpose, a computer program is developed for dynamic analysis in frequency domain. The parametric study is conducted for an idealized triangular dam with vertical upstream face. Dam body has been discretized by isoparametric quadrilateral elements and the fluid domain by special fluid hyperelement.*

روش المان‌های محدود، روشی عددی است که در رشته‌های مهندسی کاربرد فراوان دارد. مهمترین مرحله در تحلیل سازه به این روش ایجاد مدل ریاضی متشکل از عناصر مجزایی است که معادل سازه پیوسته و واقعی باشد. این مدل سازی به منظور داشتن یک سیستم با تعداد محدودی درجه آزادی به جای سیستم واقعی با بی نهایت درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود. به منظور استخراج معادلات تعادل دینامیکی عناصر سازه‌ای از اصل کار مجازی استفاده می‌شود.

مسئله فشارهای هیدرو دینامیکی آب بر روی سدهای بتنی، اولین بار توسط وسترگارد به طور تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت و سپس چوپرا و همکارانش با تعمیم روش مذکور و استفاده از المان‌های محدود، توانستند سد و مخزن را مدل کرده و اندرکنش آنها را در نظر بگیرند. آنها در یک روش آنالیز جدید، سد را با استفاده از المان‌های محدود و مخزن را با استفاده از المان‌های نیمه بی نهایت مایع<sup>۱</sup> و پی را به صورت یک محیط نیمه بی نهایت همگن، چسبنده و خطی<sup>۲</sup> مدل کردند. هاتانو و تاکاهاشی اثر رسوبات و انعطاف پذیری کف مخزن در ارتعاشات نزدیک به فرکانس تشدید را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که امواج هیدرو دینامیک به طور قابل توجهی به وسیله کف مخزن جذب می‌شوند و این عامل باعث از بین رفتن پدیده تشدید خواهد شد. در بررسی حاضر، مصالح جسم سد، ایزوتروپ و ویسکو الاستیک خطی، پی سد صلب، موج‌های آب مخزن غیر پیچشی و با دامنه کم، آب مخزن غیر چسبنده و مؤلفه افقی حرکت زمین در امتداد مسیر رودخانه و عمود بر محور سد در نظر گرفته شده است. علاوه بر این مخزن از سمت بالادست تا بی نهایت امتداد یافته و وجه بالادست سد قائم و یا دارای شیب بسیار کم است.

## ۲- تحلیل دینامیکی سد با مخزن خالی

معادله حرکت دینامیکی سازه‌ای با  $n$  درجه آزادی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + KU = F(t) \quad (1-2)$$

در رابطه بالا  $M$  ماتریس جرم سازه،  $C$  ماتریس استهلاک،  $K$  ماتریس سختی و  $U$  ماتریس تغییر مکان مطلق گرهی است. در این بخش به علت خالی بودن

مخزن  $F=0$  است.

با فرض استهلاک هیسترتیک  $C = \frac{2\beta}{\omega}$  (۱)  $\beta$  ضریب استهلاک مصالح است) می‌باشد. اما در صورتی که استهلاک را به صورت ویسکوز در نظر بگیریم، مقدار  $C$  به فرکانس‌های طبیعی سیستم بستگی پیدا کرده و در نتیجه باید آن را به صورت مستقل از  $K$  در نظر بگیریم. برای تحلیل از روش انطباق مودهای ارتعاش که روش سریعتری نسبت به روش مستقیم می‌باشد استفاده شده است. مسئله مقادیر ویژه مربوط به این سازه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$K \cdot X_i = \lambda_i \cdot M \cdot X_i \quad (2-2)$$

در رابطه فوق  $K$ ,  $M$ ,  $X_i$  به ترتیب ماتریس‌های جرم سختی و مودهای ارتعاش می‌باشند. با استفاده از روش تکراری معکوس، رابطه (۲-۲) حل شده و مودهای ارتعاش سازه و مجذور فرکانس‌های طبیعی ارتعاش ( $\lambda_i$ ) تعیین می‌گردند.

ضرایب شرکت پذیری مودها ( $Y_i(\omega)$ ) و تغییر شکل نسبی سد خالی ( $r(\omega)$ ) در محدوده فرکانس با استفاده از روابط زیر تعیین می‌گردند.

$$Y_i(\omega) = \frac{-X_i^T \cdot M \cdot J^x}{-\omega^2 + \omega_i^2(1 + 2 \cdot i \cdot \beta)} \quad (3-2)$$

$$Y_i(\omega) = \frac{-X_i^T \cdot M \cdot J^x}{-\omega^2 + 2 \cdot i \cdot \beta \cdot \omega_i \cdot \omega + \omega_i^2} \quad (4-2)$$

$$r(\omega) = X \cdot Y(\omega) \quad (5-2)$$

رابطه (۳-۲) برای استهلاک هیسترتیک<sup>۳</sup> و رابطه (۴-۲) در حالت استهلاک ویسکوز<sup>۴</sup> صادق است. در روابط فوق  $\omega$  فرکانس تحریک و  $\omega_i$  فرکانس طبیعی ارتعاش سازه می‌باشد.

## ۳- تحلیل دینامیکی سد با مخزن پر

مدل انتخابی برای سیستم سد و مخزن در شکل (۱) نشان داده شده است. با فرض هارمونیک بودن حرکت فونداسیون، می‌توان فشار هیدرو دینامیک را به صورت  $P(t) = P(x, y, \omega) \cdot e^{i\omega t}$  بیان نمود. توزیع فشارهای

هیدرودینامیکی  $P(x, y, \omega)$  در فضای دو بعدی از معادله هلمهولتز به دست می‌آید که برای تغییر مکان‌های کوچک و حرکت غیر چرخشی و چسبندگی ناچیز سیال معتبر است.

در صورتی که از تابع پتانسیل سرعت  $(\Phi)$  که یک تابع اسکالر از فضا و زمان است، استفاده کنیم، رابطه هلمهولتز را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{C_w^2} \phi = 0 \quad (1-3)$$

$$P = -i\omega\rho\phi \quad (2-3)$$

$C_w$  سرعت امواج فشاری در سیال است که در آب می‌توان آن را در حدود ۱۴۴۰ متر بر ثانیه در نظر گرفت.

شرط مرزی در سطح تماس آب و بدنه سد با فرض قائم بودن وجه بالادست به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x}(0, y, t) = \frac{1}{i\omega} (a_{xg}^*(t) \cdot \delta_{x1} - \omega^2 \cdot X \cdot Y^1(t)) \quad 1 = x, y \quad (3-3)$$

به شکلی متفاوت با یک پی صلب، شتاب در بخش انعطاف پذیر به طور کامل مشخص نبوده و به میزان زیادی به اندرکنش میان مایع و پی نیمه بی نهایت شکل پذیر زیر مخزن بستگی پیدا می‌کند. شتاب کف مخزن ترکیبی از یک جزء مستقل و یک جزء بوجود آمده بر اثر اندرکنش می‌باشد. اندرکنش مایع و پی به طور تقریبی به وسیله در نظر گرفتن موج‌های فشاری عمودی مدل می‌شود. در این حالت شرایط مرزی در کف مخزن را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x, 0, t) = \frac{1}{i\omega} (a_{yg}^*(t) \cdot \delta_{y1} + q \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t}(x, 0, t)) \quad 1 = x, y \quad (4-3)$$

$$q = \frac{\rho}{(\rho_f \cdot C_f)}$$

$$C_f = \sqrt{\frac{E_f}{\rho_f}} \quad (5-3)$$

به ترتیب جرم مخصوص، مدول

الاستیسیته و سرعت امواج فشاری در سنگ می‌باشند. برای یک پی صلب  $C_f = \infty$  و  $q = 0$  بوده و در نتیجه جمله دوم معادله (۳-۴) حذف می‌شود. با صرف نظر کردن از امواج سطحی، می‌توان شرط مرزی زیر را برای سطح آب نوشت:

$$\phi(x, H, t) = 0 \quad (6-3)$$

در حقیقت فرض می‌شود که یک موج فشاری هیدرودینامیکی در برخورد به کف مخزن به دو جزء تقسیم می‌شود، یک موج فشاری هیدرودینامیکی انعکاس یافته به داخل مخزن و یک موج شکست یافته انبساطی در پی مخزن. شرط مرزی بیان شده در معادله (۳-۴) برای انعکاس امواج با فرض زاویه برخورد عمود صادق است. این فرض نشان دهنده این است که کف مخزن به صورت مجموعه‌ای از ستون‌های عمودی مجزا با طول بی نهایت و ضخامت بسیار کم در نظر گرفته شده که به صورت محوری انعطاف پذیر می‌باشند.

پارامتر اصلی مشخص کننده میزان جذب امواج هیدرودینامیکی فشاری در کف مخزن، هدایت ظاهری<sup>۵</sup> یا ضریب استهلاک ( $q$ ) می‌باشد. ضریب انعکاس موج ( $\alpha$ ) که برابر دامنه موج هیدرودینامیکی فشاری منعکس شده به دامنه موج فشاری عمودی منتشر شده بر کف مخزن می‌باشد، طبق رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\alpha = \frac{1 - qC_w}{1 + qC_w} \quad (7-3)$$

ضریب انعکاس موج می‌تواند به طور تئوری در محدوده ۱- تا ۱ تغییر کند. برای یک پی صلب  $C_f = \infty$  و  $q = 0$  بوده و در نتیجه ضریب انعکاس موج برابر ۱ می‌شود. برای یک پی بسیار نرم با دانسیته بسیار کم،  $q = \infty$  و  $C_f$  و  $\rho_f$  مقداری نزدیک به صفر دارند. معمول است که در عمل ضریب انعکاس موج را در محدوده صفر تا یک در نظر بگیرند.

تابع عکس العمل فرکانس  $\phi^*$  وقتی که تحریک ناشی از شتاب افقی زمین با دامنه واحد بوده و سد نیز صلب باشد به وسیله حل معادله (۳-۱) تحت شرایط مرزی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \phi}{\partial X}(0, y, \omega) = \frac{1}{i \cdot \omega} \quad (8-3)$$

معادله فوق حالت نهایی به دست آمده از رابطه (۱۱-۳) است که برای حل آن عدد بزرگی به عدد روی آخرین قطر ماتریس T اضافه کرده و آخرین سطر ماتریس R را صفر می‌کنیم. رابطه فوق یک مسئله مقادیر ویژه است که ماتریس T آن دارای یک پارامتر مختلط است که برای حل آن از روش نیوتن استفاده می‌کنیم.

در کارهای عملی رکورد زلزله در محدوده زمان موجود می‌باشد که ابتدا به محدوده فرکانس منتقل شده و سپس تغییر مکان نسبی سازه در محدوده فرکانس و زمان، با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$A_x^g(\omega) = \int_0^{Tg} a_x^g(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt$$

$$A_y^g(\omega) = \int_0^{Tg} a_y^g(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt$$

$$r(\omega) = r_x(\omega) \cdot A_x^g(\omega) + r_y(\omega) \cdot A_y^g(\omega)$$

$$r(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [r_x(\omega) \cdot A_x^g(\omega) + r_y(\omega) \cdot A_y^g(\omega)] \cdot e^{i\omega t} \cdot d\omega \quad (۱۳-۳)$$

در رابطه فوق  $a_x^g(t)$  و  $a_y^g(t)$  مؤلفه‌های رکورد زلزله برای زمان t در راستای x و y است و Tg زمان کل رکورد زلزله می‌باشد. برای تعیین تنش و کرنش می‌توان از روابط زیر کمک گرفت:

$$\varepsilon(t) = B \cdot r(t)$$

$$\sigma(t) = D \cdot \varepsilon(t) \quad (۱۴-۳)$$

براساس روابط فوق، برنامه‌ای تهیه و با نتایج به دست آمده توسط چوپرا و همکارانش در مورد سد مثلثی ایده‌آل (شکل (۱)) مقایسه گردید. جواب‌های به دست آمده دارای دقت خوبی بودند.

در خاتمه، بعضی از نتایج آنالیز دینامیکی سد ایده‌آل مثلثی تحت شتاب واحد زمین و با استفاده از شش مود اول ارتعاش سازه، بر مبنای روش‌های ارائه شده در این مقاله، آورده شده است.

$$\frac{\partial \phi}{\partial Y}(x, 0, \omega) = i \cdot \omega \cdot q \cdot \phi(x, 0, \omega)$$

$$\phi(x, H, \omega) = 0$$

تابع عکس‌العمل فرکانس  $\phi^y$  وقتی که تحریک ناشی از شتاب عمودی زمین با دامنه واحد بوده و سد نیز صلب باشد، به وسیله حل معادله (۲-۳) تحت شرایط مرزی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \phi}{\partial X}(0, y, \omega) = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial Y}(x, 0, \omega) = \frac{-1}{i \cdot \omega} + i \cdot \omega \cdot q \cdot \phi$$

$$\phi(x, H, \omega) = 0 \quad (۹-۳)$$

با در نظر گرفتن سیال به صورت نوارهایی که تا بی‌نهایت امتداد یافته‌اند و با استفاده از روش تغییرات جزئی و انجام عملیات ریاضی بر روی معادله (۱-۳) رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\lambda^2 A \phi_f + G \phi_f = R \quad (۱۰-۳)$$

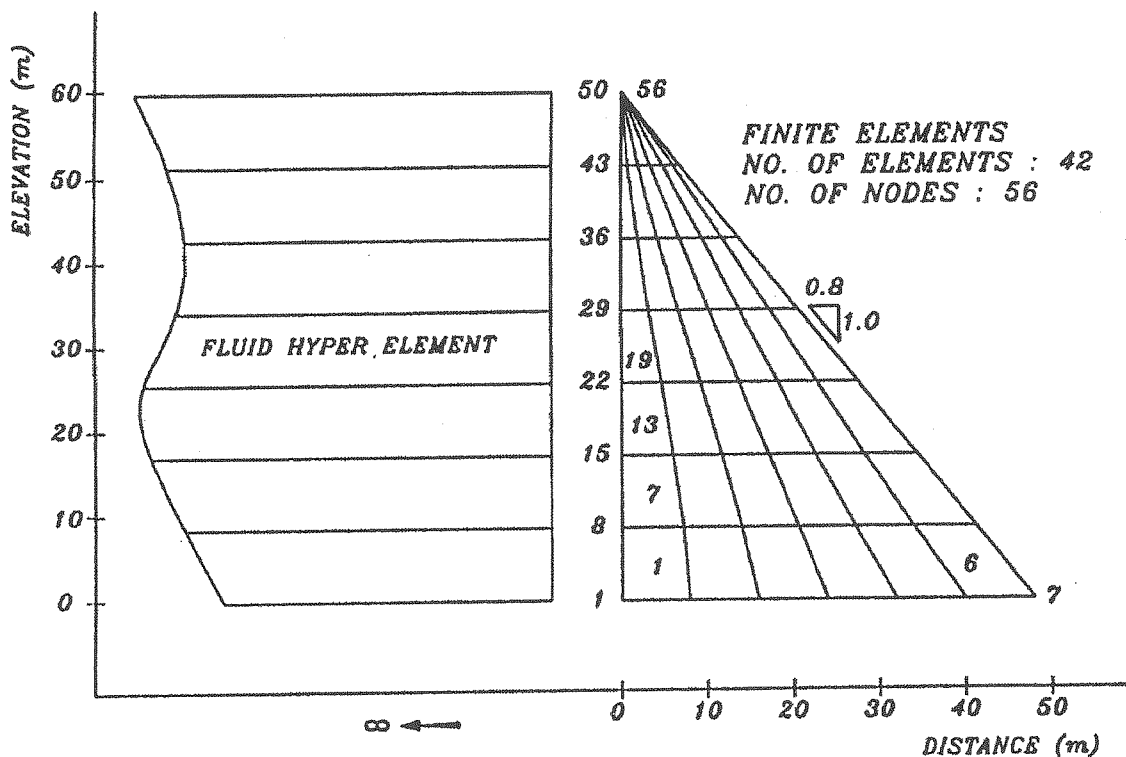
در رابطه فوق  $\lambda^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{C_w^2}$  و A و G ماتریس‌های سه قطری هستند. با تعیین مقادیر ماتریس R به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\lambda^2 A \phi_f + G \phi_f = \begin{bmatrix} \phi_y | y1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۱۱-۳)$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی ذکر شده در رابطه (۸-۳) می‌توان نوشت:

$$\lambda^2 A \phi_f + T \phi_f = 0$$

$$T = G - \begin{bmatrix} iq\omega & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۲-۳)$$



شکل (۱) نمای کلی سد، مخزن و پی انعطاف پذیر.

#### ۴- بررسی نتایج به دست آمده

برای بررسی تأثیر جذب امواج از سد ایده آل مثلثی با مشخصات زیر استفاده گردید. مدول الاستیسیته بتن برابر  $2566 \times 10^6 \frac{Kg}{m^2}$ ، ضریب پواسون بتن برابر 0.2، جرم مخصوص بتن برابر  $2400 \frac{Kg}{m^3}$ ، ضریب استهلاک بتن برابر 5% و سرعت امواج فشاری در آب برابر  $1440 m/s$  در نظر گرفته شده اند. بدین ترتیب نسبت فرکانس<sup>۶</sup> در این شرایط برابر  $0.79$  می گردد (نسبت فرکانس برابر است با نسبت اولین فرکانس تحریک مخزن به اولین فرکانس تحریک سد).

با مشاهده منحنی های ترسیم شده در اشکال (۲) و (۳) می توان نتایج تغییر مقدار  $\alpha$  را در رفتار دینامیکی سد مشاهده نمود. همانطور که دیده می شود در اولین مود ارتعاش سازه، افزایش جذب امواج توسط پی مخزن باعث تمایل سیستم به سمت حالت سد با مخزن پر و آب تراکم ناپذیر می شود. اما در مودهای ارتعاش بعدی منحنی ها به یکدیگر نزدیک شده و تغییر میزان جذب امواج توسط پی مخزن تأثیری در رفتار سیستم نمی گذارد. در حقیقت رفتار مشاهده شده در

فرکانس های بزرگتر از اولین فرکانس طبیعی سیستم، همان رفتار سد با مخزن پر و آب تراکم پذیر و کف صلب ( $\alpha = 1$ ) است. البته فرکانس تشدید در مودهای دوم و سوم، با افزایش جذب پی، به سمت فرکانس تشدید سیستم با آب تراکم ناپذیر متمایل می شود، اما مقدار این انحراف بسیار جزئی است.

در حالت حرکت عمودی زمین نیز نتایج فوق صادق است، با این تفاوت که به علت جذب امواج فشاری عمودی توسط پی مخزن، در  $W_{II}^T$ ، مقادیر بیشینه ای مانند مقادیر نشان داده شده توسط منحنی شمار یک، دیده نمی شود. به عبارت دیگر در مودهای ارتعاش بزرگتر از مود اول، تراکم پذیری آب حاکم بر رفتار سیستم بوده و تغییر میزان جذب امواج توسط پی مخزن تأثیری بر عملکرد مجموعه ندارد.

در صورتی که پی سد را انعطاف پذیر در نظر بگیریم (اشکال (۴) و (۵)) و در حالت حرکت افقی زمین، می توان مشاهده نمود که سیستم با حالت مخزن پر و آب تراکم پذیر با کف مخزن صلب، هماهنگی بیشتری داشته

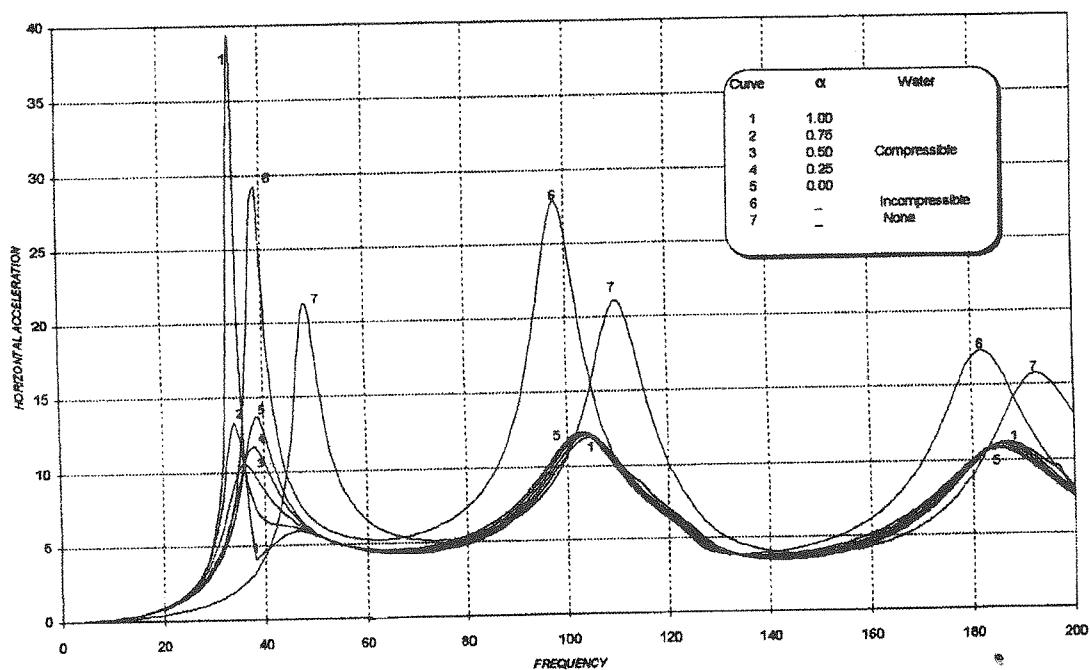
برای نمونه‌های واقعی باید در محدوده ۰/۹-۰/۶ (برای سد با عمر کم) در نظر گرفته شود. با گذشت زمان و پر شدن مخزن از رسوب، این مقدار به تدریج کم می‌شود. مقدار کاهش ضریب، به جنس لایه‌های رسوبی و عمر سد بستگی دارد.

### زیر نویس‌ها

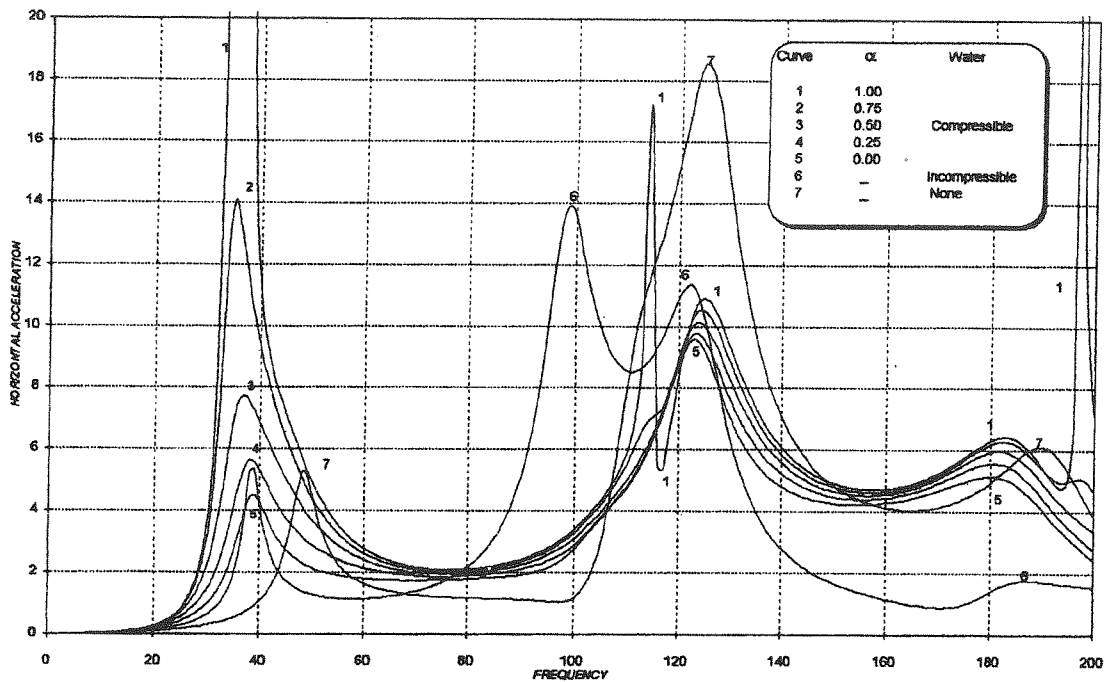
- 1 - Fluid Hyper Element
- 2 - Homogeneous Linearly Viscoelastic Half Space
- 3 - Hysteretic Damping
- 4 - Viscous Damping
- 5 - Admittance
- 6 - Frequency Ratio

و برخلاف حالت پی صلب سد، برای حرکت به سوی حالت آب تراکم ناپذیر تمایل چندانی از خود نشان نمی‌دهد.

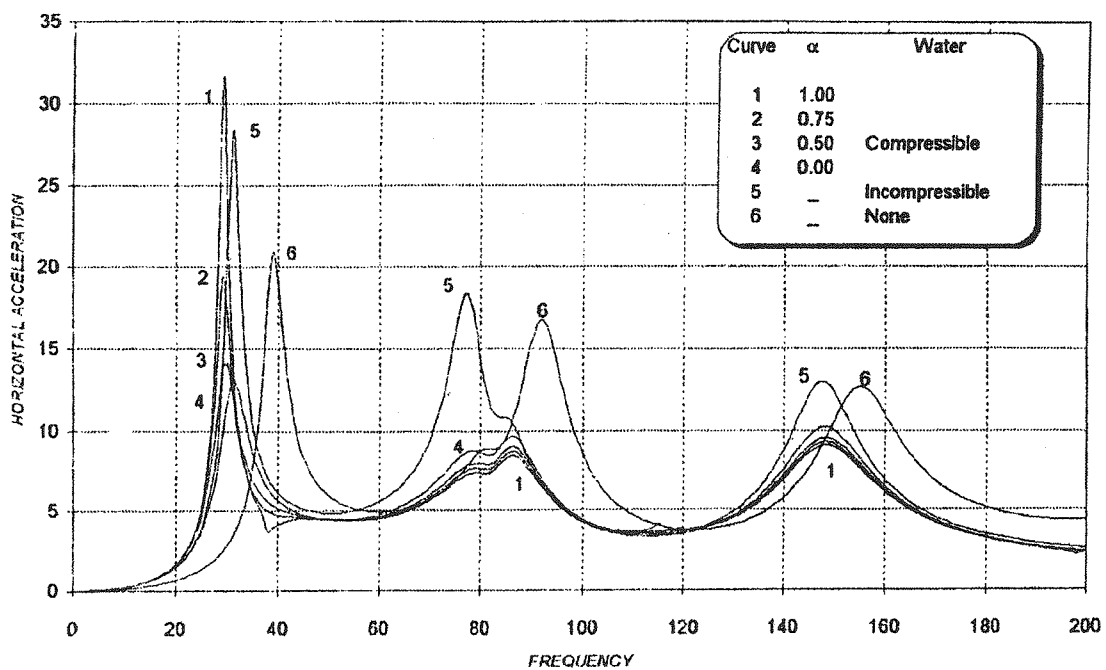
در حالت حرکت عمودی زمین در مود اول، با افزایش میزان جذب پی، سیستم به سمت حالت آب تراکم ناپذیر تمایل می‌یابد. در این حالت مقادیر بیشینه اول و دوم به تدریج کاهش یافته و در هم ادغام می‌گردند. اما در مودهای دوم و سوم همانند حالت قبل، سیستم مانند حالت مخزن پر با آب تراکم پذیر عمل کرده و به سمت منحنی شماره یک متمایل می‌شود. با این اختلاف که مقادیر به دست آمده در نزدیکی فرکانس‌های طبیعی مخزن به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. در عمل می‌توان گفت که برای در نظر گرفتن اثر جذب امواج توسط پی مخزن، ضریب انعکاسی امواج



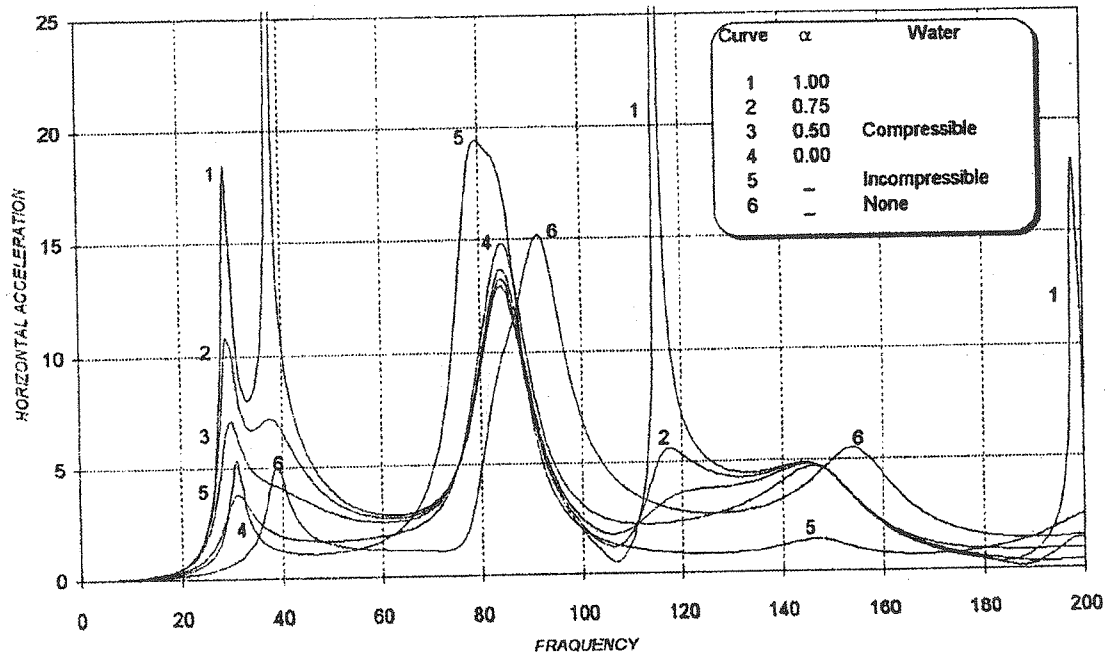
شکل (۲) تأثیر جذب امواج توسط پی مخزن در عکس العمل تاج سد ایده آل مثلثی تحت شتاب افقی زمین با دامنه واحد و برای مقادیر مختلف با در نظر گرفتن اندرکنش سد و مخزن.



شکل (۳) تأثیر جذب امواج توسط پی مخزن در عکس العمل تاج سد ایده آل مثلثی تحت شتاب عمودی زمین با دامنه واحد و برای مقادیر مختلف با در نظر گرفتن اندرکنش سد و مخزن.



شکل (۴) تأثیر پی انعطاف پذیر سد و جذب امواج توسط پی مخزن در عکس العمل تاج سد ایده آل مثلثی تحت شتاب افقی زمین با دامنه واحد و برای مقادیر مختلف با در نظر گرفتن اندرکنش سد و مخزن.



شکل (۵) تأثیر پی انعطاف پذیر سد و جذب امواج توسط پی مخزن در عکس العمل تاج سد ایده آل مثلثی تحت شتاب عمودی زمین با دامنه واحد و برای مقادیر مختلف با در نظر گرفتن اندرکنش سد و مخزن.

## مراجع

- [1] V. Lotfi, "Analysis of the Response of Dams to Earthquake" Dissertation for the Degree of Philosophy, University of Texas at Austin, May 1985.
- [2] A. K. Chopra & G. Fenves, "Effects of Reservoir Bottom Absorption on Earthquake Response of Concrete Gravity Dams", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 11, 809-829, 1983.
- [3] A. K. Chopra & G. Fenves, "Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams Including Reservoir Bottom Absorption and Dam-Water - Foundation Rock Interaction.", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 12, 667-680, 1984.
- [4] R. Chandrasher & J. L. Humar, "Fluid Foundation Interaction in the Seismic Response of Gravity Dams", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22, 1067-1084, 1993.
- [5] T. Hatano, "An Examination of the Resonance of Hydrodynamic Pressure During Earthquakes due to Elasticity of Water", Technical Report C-65001, Central Research Institute Electric Power Industry, Tokyo, Japan, 1965.
- [6] مظفری، آرش، «بررسی اندرکنش پی و آب مخزن در رفتار دینامیکی سدهای بتنی وزنی»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، آبان ۱۳۷۶.