

انتقال حرارت جابجایی طبیعی در اطراف یک کره در یک محیط متخلخل برای اعداد ریلی کوچک و با استفاده از تئوری اغتشاشات

مسعود میرزایی
دانشجوی دکتری

سیامک اسماعیل زاده خادم
استادیار

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

در این مقاله انتقال حرارت طبیعی در اطراف کره ای در یک محیط متخلخل اشباع شده از سیال برای اعداد ریلی کوچک (Small Rayleigh numbers) و با استفاده از تئوری اغتشاشات (Perturbation Theory) تحلیل می شود. شرایط مسئله بدین صورت است که به طور ناگهانی (در لحظه صفر) کره در معرض یک شار حرارتی قرار می گیرد. توزیع دما و میدان جریان به صورت حل های مجانبی (Asymptotic Solutions) بر حسب عدد ریلی محاسبه می شود.

Application of Perturbation Theory to the Problem of Natural Convection Around a Sphere in a Porous Medium at Small Rayleigh Numbers

S. Esmailzadeh Khadem
Assistant Professor

M. Mirzaei
Ph. D. Student

Mechanical Engineering Department
Tarbiat Modarres University

Abstract

In this paper, natural convection around a sphere immersed in a porous medium at small Rayleigh numbers by Perturbation theory is studied. A sphere is suddenly faced with a heat flux, and asymptotic solutions for temperature distribution and fluid field at small Rayleigh numbers are computed.

$$r \text{ جهت در جهت } u' = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial P'}{\partial r'} + \rho_f g \cos \theta \right) \quad (2a)$$

$$\theta \text{ جهت در جهت } v' = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial P'}{\partial \theta} - \rho_f g \sin \theta \right) \quad (2b)$$

معادله انرژی:

$$\left[\rho_f (C_p)_f \phi + (1 - \phi) \rho_s (\phi)_s \right] \left(\frac{\partial t'}{\partial \tau'} \right) + [\rho (C_p)_f \left(u' \frac{\partial t'}{\partial r'} + \frac{v'}{r'} \frac{\partial t'}{\partial \theta} \right)] \\ = K \lambda \left[\frac{1}{r'^2} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r'^2 \frac{\partial t'}{\partial r'} \right) + \frac{1}{r'^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial t'}{\partial \theta} \right) \right] \quad (2)$$

که معادلات حاکم در دستگاه مختصات کروی (r', θ, ϕ) نوشته شده است که: $r' = 0$ در مرکز کره، $\theta = 0$ در جهت خلاف جاذبه، τ' زمان، u' و v' به ترتیب سرعت در جهات r' ، θ و t' ، k ضریب نفوذ (permeability) محیط، λ ضریب انتقال حرارت هدایتی مؤثر (که به صورت $\lambda = \phi k_f + (1 - \phi) k_s$ تعریف می شود) ϕ ضریب تخلخل، μ ویسکوزیته و ρ دانسیته می باشد. زیر نویس s مربوط به محیط جامد و زیر نویس f مربوط به محیط سیال می باشد. با معرفی تابع جریان ψ' به صورت زیر می توان معادلات حاکم را به فرم ساده تری نوشت:

$$u' = \frac{1}{r' \sin \theta} \frac{\partial \psi'}{\partial \theta} \\ v' = -\frac{1}{r' \sin \theta} \frac{\partial \psi'}{\partial r'} \quad (4)$$

با تعریف این تابع معادله پیوستگی خود به خود ارضا شده و معادلات سرعت (2a) و (2b) با هم ترکیب شده و معادله زیر حاصل می شود:

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi'}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial r'^2} = \frac{g \beta k}{v} \left(\cos \theta \frac{\partial t'}{\partial \theta} + r' \sin \theta \frac{\partial t'}{\partial r'} \right) \quad (5)$$

شرایط اولیه و شرایط مرزی این معادله عبارتند از:

$$t' = T_\infty, \quad \psi' = 0, \quad \tau' = 0 \text{ : شرایط اولیه} \quad (6a)$$

$$- \lambda \frac{\partial t'}{\partial r'} = q', \quad \psi' = 0, \quad r' = r_0 \text{ : شرایط مرزی} \quad (6b)$$

انتقال حرارت جابجایی طبیعی در اطراف اجسام گرم در محیط های متخلخل اشباع شده از سیال، موضوعی است که به لحاظ کاربردهای صنعتی آن مطالعات زیادی را به خود اختصاص داده است. از جمله کاربردهای مهم این موضوع مسائل حرارتی ضایعات هسته ای دفن شده و تأثیرات آنها بر محیط می باشد. اجسام کروی از جمله عمومی ترین شکل های مواد ضایعاتی هسته ای می باشد. برای اولین بار (1974) Yamamoto مسئله جابجایی طبیعی را در اطراف کره در یک محیط متخلخل مورد بررسی قرار داده است. او جابجایی طبیعی را برای اعداد ریلی کوچک و در حالت دائم به صورت حل های مجانبی با شرایط مرزی روی سطح کره تحلیل کرد. پس از او (1979) Merkin, (1987) Nakayama, (1985) Cheng و (1990, 1992, 1993) Pop همین مسئله را در شرایطی که دمای سطح ثابت نباشد و عدد ریلی بزرگ باشد مورد بررسی قرار دادند اخیراً (1992) Ganapathy انتقال حرارت جابجایی طبیعی غیر دائم در اطراف کره را مورد بررسی قرار داده است.

در تحقیقات دیگری (1978) Bejan, (1990) Afzal (1963) Wooding, (1984) انتقال حرارت طبیعی ناشی از وجود یک منبع حرارتی نقطه ای (که در واقع حالت حدی هندسه یک کره وقتی که شعاع به سمت صفر میل می کند) را مورد بررسی قرار دادند. Sano and Okihara (1995) انتقال حرارت طبیعی در اطراف یک کره در شرایطی که سطح آن به طور ناگهانی در لحظه صفر تحت تأثیر یک شار حرارتی ثابت قرار گیرد را به صورت حل های مجانبی بر حسب عدد ریلی تحلیل کردند، ولی جواب بدست آمده در معادلات حاکم صدق نمی کند. در این مقاله ضمن اثبات عدم صدق جواب ارائه شده در معادلات حاکم، جواب واقعی بدست آمده و با جواب غلط به صورت ترسیمی مقایسه می شوند.

۲- معادلات حاکم

فرض می کنیم کره ای که در یک محیط متخلخل اشباع شده از یک سیال در دمای T_∞ قرار دارد، به طور ناگهانی در زمان $\tau' = 0$ در معرض یک شار حرارتی ثابت (q_w) قرار می گیرد. معادلات حاکم با در نظر گرفتن تقریب بوزینسک (Boussinesq) عبارتند از:

$$\text{معادله پیوستگی: } \frac{\partial}{\partial r'} (r'^2 u' \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (r' v' \sin \theta) = 0 \quad (1)$$

۳- حل معادلات

با فرض اینکه عدد ریلی کوچک است ($Ra \ll 1$) می توان از روش Regular Perturbation استفاده کرد و حل معادلات (۹) و (۱۰) را به صورت زیر نوشت:

$$\psi = \psi_0(r, \theta, \tau) + Ra\psi_1(r, \theta, \tau) + Ra^2\psi_2(r, \theta, \tau) + \dots \quad (13)$$

$$t = t_0(r, \theta, \tau) + Ra t_1(r, \theta, \tau) + Ra^2 t_2(r, \theta, \tau) + \dots \quad (14)$$

این بسطها برخلاف حالتی که سیال در یک محیط غیر متخلخل باشد، برای نواحی $0 \leq \tau \leq \infty$, $1 \leq r \leq \infty$ معتبر می باشد. این موضوع بدین علت است که جریان سیال در داخل یک محیط متخلخل با افت فشار زیادی همراه می باشد. در نتیجه مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در مقابل مکانیزم انتقال حرارت هدایتی، اثر کمتری را خواهد داشت.

معادلات مربوط به ψ_i و t_i ($i = 0, 1, 2, \dots$) را می توان با جایگزینی معادلات (۱۳) و (۱۴) در معادلات (۹) و (۱۰) و معادل قرار دادن ضرایب توان های یکسان Ra در طرفین معادله به دست آورد.

الف- توابع مرتبه صفر (ψ_0 و t_0)

معادلات مربوط به این توابع با معادل قرار دادن ضرایب $Ra_0 = 1$ حاصل می شود:

$$\psi_0 = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial t_0}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial t_0}{\partial \theta} \right) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial t_0}{\partial r} \right) \quad (16)$$

اولین عبارت سمت راست معادله (۱۶) صفر می باشد. چون در معادله (۱۴) اگر $Ra = 0$ قرار دهیم، باید $t_0 \rightarrow t$ که این معادل هدایت خالص (Pure Conduction) می باشد. در نتیجه توزیع دما مستقل از θ خواهد شد و معادله (۱۶) به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{\partial t_0}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial t_0}{\partial r} \right) \quad (17)$$

معادله فوق در مرجع [۱۰] حل شده است که حل آن چنین است:

$$r' \rightarrow \infty : \frac{\Psi'}{r'} = \text{محدود}, t' \rightarrow T_{\infty} \quad (6c)$$

حال پارامترهای بدون بعد زیر را تعریف می کنیم.

$$r = r' / r_0, \tau = \frac{\alpha \tau'}{\sigma k} \quad (7a)$$

$$\alpha = \frac{k_f}{\rho_f (C_p)_f} \text{ و } \sigma = \frac{\phi \rho_f (C_p)_f + (1 - \phi) \rho_s C_s}{\rho_f (C_p)_f} \text{ که}$$

می باشند. همچنین:

$$u = \frac{u'}{U_r}, v = \frac{v'}{U_r}, \psi = \frac{\Psi'}{U_r r_0^2} \quad (7b)$$

$$t = \frac{\lambda (t' - t_{\infty})}{r_0 q_w} \quad (7c)$$

در این معادلات r_0 شعاع کره و $U_r = \frac{g \beta k r_0 q_0}{v \lambda}$ می باشد. با اعمال پارامترهای بدون بعد در معادلات (۳) و (۴) و همچنین اعمال شرایط مرزی و اولیه به معادلات زیر می رسم:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = Ra (\cos \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} + r \sin \theta \frac{\partial t}{\partial r}) \quad (9)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial t}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) \quad (10)$$

که در این معادلات Ra عدد ریلی بوده و چنین تعریف می شود:

$$Ra = \frac{g \beta q_w k r_0^2}{\alpha v r} \quad (11)$$

شرایط مرزی و شرایط اولیه با اعمال پارامترهای بدون بعد چنین خواهند شد.

$$\text{شرایط اولیه: } \tau = 0 : \psi = 0, t = 0 \quad (12a)$$

$$\text{شرایط مرزی: } r \rightarrow \infty : \frac{\Psi}{r} = \text{محدود}, t = 0 \quad (12b)$$

$$t_0 = \frac{1}{r} [\operatorname{erfc} \eta - \exp(r-1+\tau) \operatorname{erfc}(\eta + \sqrt{\tau})] \quad (18)$$

که در معادله فوق $\eta = \frac{(r-1)}{(2\sqrt{\tau})}$ می باشد.

ب- توابع مرتبه اول (t_1 و ψ_1)

معادلات دیفرانسیل مربوط به این توابع با معادل قرار دادن ضرایب Ra بدست می آیند:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} = \cos \theta \frac{\partial t_0}{\partial \theta} + r \sin \theta \frac{\partial t_0}{\partial r} \quad (19)$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} + \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \frac{\partial t_0}{\partial \tau} - \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} \frac{\partial t_0}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial t_0}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial t_1}{\partial \theta}) \quad (20)$$

با جایگزینی معادله (۱۸) در (۱۹) به معادله زیر می رسم:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} = \sin \theta \left[\frac{(1-r)}{r} e^{(r-1+\tau)} \operatorname{erfc} \left(\frac{r-1+2\tau}{2\sqrt{\tau}} \right) - \frac{1}{r} \operatorname{erfc} \left(\frac{r-1}{2\sqrt{\tau}} \right) \right] \quad (21)$$

حل این معادله در مرجع [۱۰] بدون ذکر جزئیات روند حل به صورت زیر ارائه شده است:

(البته در مرجع [۱۰] با توجه به نحوه متفاوت بی بعد کردن معادلات این جواب برای ψ_0 بدست آمده است ولی جواب مذکور در این مقاله به عنوان ψ_1 محسوب می شود).

$$\psi_1 = \left[\left(\frac{1}{r} - 1 \right) \exp(r-1+\tau) \cdot \operatorname{erfc}(\eta + \sqrt{\tau}) + \left(r - \frac{1}{r} \right) \operatorname{erfc}(\eta) + \frac{1}{r} (2\sqrt{\tau} \operatorname{ierfc}(\eta) - 4\tau \operatorname{erfc}(\eta) + \tau) \right] \sin^2 \theta \quad (22)$$

که تابع $i^n \operatorname{erfc}(x)$ چنین تعریف می شود:

$$i^n \operatorname{erfc}(x) = \begin{cases} \int_x^\infty i^{n-1} \operatorname{erfc}(y) dy & (n=1, 2, \dots) \\ \operatorname{erfc}(x) & (n=0) \end{cases}$$

(۲۳)

در اینجا اثبات می شود که معادله (۲۲) در معادله (۲۱) صدق نخواهد کرد: معادله (۲۲) را در معادله دیفرانسیل (۲۱) قرار می دهیم و پس از ساده سازی طرفین معادله به عبارت زیر خواهیم رسید:

$$-(r-1)^2 + 2\tau = 0 \quad (24)$$

که رابطه (۲۴) در واقع یک تناقض است، چرا که طرف چپ الزاماً برابر با صفر نمی باشد. بنابراین در اینجا حل واقعی معادله (۲۱) را بدست می آوریم.

فرض می کنیم جواب معادله (۲۱) به صورت زیر باشد:

$$\psi_1 = f(r, \tau) \sin^2 \theta \quad (25)$$

با قرار دادن معادله (۲۵) در معادله (۲۱) داریم:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{2}{r^2} f = \left(\frac{1}{r} - 1 \right) \exp(r-1+\tau) \operatorname{erfc}(\eta + \sqrt{\tau}) - \frac{1}{r} \operatorname{erfc}(\eta) \quad (26)$$

معادله (۲۶) غیر همگن و خطی می باشد. لذا یک حل همگن و یک حل مخصوص (Particular) بدست آورده و آنها را با هم ترکیب کرده تا جواب نهایی بدست آید. پس ابتدا معادله همگن را حل می کنیم:

$$\frac{\partial^2 f_h}{\partial r^2} - \frac{2}{r^2} f_h = 0 \quad (27)$$

برای حل معادله (۲۷) از روش جداسازی متغیرها (Separation of variables) استفاده می کنیم:

$$f_h = R(r) T(\tau) \quad (28)$$

جایگزینی در معادله (۲۸):

$$R'' - \frac{2}{r^2} R = 0 \quad (29)$$

جواب عمومی معادله (۲۹) به فرم زیر است:

$$R = C_1 r^{-1} + C_2 r^2 \quad (30)$$

در نتیجه حل کامل معادله (۲۶) چنین است:

$$f = f_h + f_p = T(\tau) (C_1 r^{-1} + C_2 r^2) + f_p \quad (31)$$

از آنجا که وقتی $r \rightarrow \infty$ مقدار f باید محدود باشد، لذا $C_2 = 0$ می باشد. در نتیجه:

$$f = T(\tau) r^{-1} + f_p(\tau, r) \quad (32)$$

حال مسئله مهم پیدا کردن $f_p(\tau, r)$ می باشد. باتوجه به عبارت سمت راست معادله (۲۶) این عبارت بر حسب η, r, τ بوده که البته η خود تابعی از τ, r می باشد. از طرف دیگر در اولین عبارت سمت راست معادله (۲۶) عبارت $\exp(r - 1 + \tau)$ ظاهر شده است که بیانگر این است که قطعاً قسمتی از جواب f_p دارای چنین عبارتی خواهد بود. لذا این موضوع باعث می شود که برای f_p فرم زیر پیشنهاد شود:

$$f_p = g(\tau) B(\eta) + \left(\frac{1}{r} - 1\right) e^{r-1+\tau} \operatorname{erfc}(\eta + \sqrt{\tau}) + \left(r - \frac{1}{r}\right) \operatorname{erfc}(\eta) + \frac{1}{r} [2\sqrt{\tau} i \operatorname{erfc}(\eta) - 4\tau i^2 \operatorname{erfc}(\eta)] \quad (33)$$

که $g(\tau)$ و $B(\eta)$ توابع مجهولی می باشند که پس از قرار دادن f در معادله دیفرانسیل مربوطه بدست می آید، لذا f به فرم زیر می باشد:

$$f = g(\tau) B(\eta) + \left(\frac{1}{r} - 1\right) e^{r-1+\tau} \operatorname{erfc}(\eta + \sqrt{\tau}) + \left(r - \frac{1}{r}\right) \operatorname{erfc}(\eta) + \frac{1}{r} [2\sqrt{\tau} i \operatorname{erfc}(\eta) - 4\tau i^2 \operatorname{erfc}(\eta) + T(\tau) r^{-1}] \quad (34)$$

توابع $T(\tau)$, $g(\tau)$ و $B(\eta)$ پس از قرار دادن معادله (۳۴) در معادله دیفرانسیل (۲۶) و اعمال شرایط مرزی اولیه بدست می آیند. با جایگذاری معادله (۳۴) در معادله (۲۶) و پس از ساده سازی خواهیم داشت:

$$\frac{1}{4\tau} g(\tau) B''(\eta) - \frac{2}{r^2} B(\eta) g(\tau) = \frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{\pi\tau}} - 2\eta^2 \frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{\pi\tau}} + \frac{4}{r^2} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} e^{-\eta^2} \quad (35)$$

معادله (۳۵) را می توان چنین مرتب کرد:

$$\frac{1}{4\tau} g(\tau) B''(\eta) - \frac{2}{r^2} B(\eta) g(\tau) = \left[\frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{\pi\tau}} - 2\eta^2 \frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{\pi\tau}} \right] - \frac{2}{r^2} \left[(2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}) e^{-\eta^2} \right] \quad (36)$$

باتوجه به طرف راست معادله (۳۶) ملاحظه می شود که عبارت $e^{-\eta^2}$ به عنوان یک ضریب وجود دارد. پس احتمالاً جوابی که برای $B(\eta)$ وجود دارد، به فرم $\alpha e^{-\eta^2}$ می باشد (α یک ضریب ثابت می باشد). پس به جای $B(\eta)$ عبارت $\alpha e^{-\eta^2}$ را در معادله (۳۶) قرار می دهیم:

$$\alpha \frac{g(\tau)}{4\tau} (-2 + 4\eta^2) e^{-\eta^2} - \left[\frac{2\alpha}{r^2} g(\tau) \right] e^{-\eta^2} = \left[\frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{\pi\tau}} - 2\eta^2 \frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{\pi\tau}} \right] - \frac{2}{r^2} \left[-2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} e^{-\eta^2} \right] \quad (37)$$

با معادل قرار دادن عبارات در طرفین معادله (۳۷) به معادلات زیر می رسیم:

$$\alpha g(\tau) = -2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \quad (38a)$$

$$-2\alpha \frac{g(\tau)}{4\tau} = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \quad (38b)$$

$$\frac{\alpha g(\tau)}{\tau} = \frac{-2}{\sqrt{\pi\tau}} \quad (38c)$$

سه معادله فوق از یکدیگر مستقل نمی باشند. معادلات (۳۸ - c) و (۳۸ - b) دقیقاً یکسان می باشند، پس در واقع دو معادله و دو مجهول داریم که جواب آنها عبارت است از:

$$g(\tau) = \sqrt{\tau} \quad (39a)$$

$$\alpha = \frac{-2}{\sqrt{\pi}} \quad (39b)$$

پس $B(\eta)$ و $g(\tau)$ بدست آمدند و تنها مجهول $T(\tau)$ می باشد که با اعمال شرط مرزی $\psi_1 = 0$ بر روی سطح کره بدست می آید:

$$r = 1 : \psi_1(1, \tau) = 0$$

در نتیجه

$$\left[-2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} + (2\sqrt{\tau} i \operatorname{erfc}(0) - 4\tau i^2 \operatorname{erfc}(0) + T(\tau)) \right] = 0$$

با توجه به اینکه

$$i \operatorname{erfc}(0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

$$i^2 \operatorname{erf}(0) = \frac{1}{4}$$

در نتیجه $T(\tau)$ چنین محاسبه می شود:

$$T(\tau) = \tau$$

پس در نهایت ψ_1 برابر است با:

$$\psi_1 = \left[-2 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} e^{-\eta^2} + \left(\frac{1}{r} - 1\right) \exp(r - 1 + \tau) \operatorname{erfc}(\eta + \sqrt{\tau}) + \left(r - \frac{1}{r}\right) \operatorname{erfc}\eta + \frac{1}{r} (2\sqrt{\tau} \operatorname{ierfc}\eta - 4\tau \operatorname{erfc}\eta + \tau) \right] \sin \theta \quad (40)$$

نتیجه گیری و بحث

در شکل شماره ۱ کانتورهای ψ ثابت برای زمان های $\tau = \infty$, $\tau = 3.0$, $\tau = 0.1$ موجود و همچنین حل مرجع [۱۰] آورده شده است. ملاحظه می شود که جواب های این دو مقاله از نظر کیفی با هم متفاوت می باشند. علاوه بر آن از آنجا که حل ارائه شده در این مقاله حل دقیق (در معادله دیفرانسیل صدق می کند) می باشد. از نظر کمی نیز با حل مرجع [۱۰] مقایسه گردیده است. مقایسه کمی نشان می دهد که درصد انحراف جواب مرجع [۱۰] نسبت به حل موجود حدود ۲۰٪ است که این اختلاف نشان می دهد که حل مرجع [۱۰] نمی تواند حتی حل تقریبی خوبی برای این مسئله تلقی شود.

فهرست متغیرها

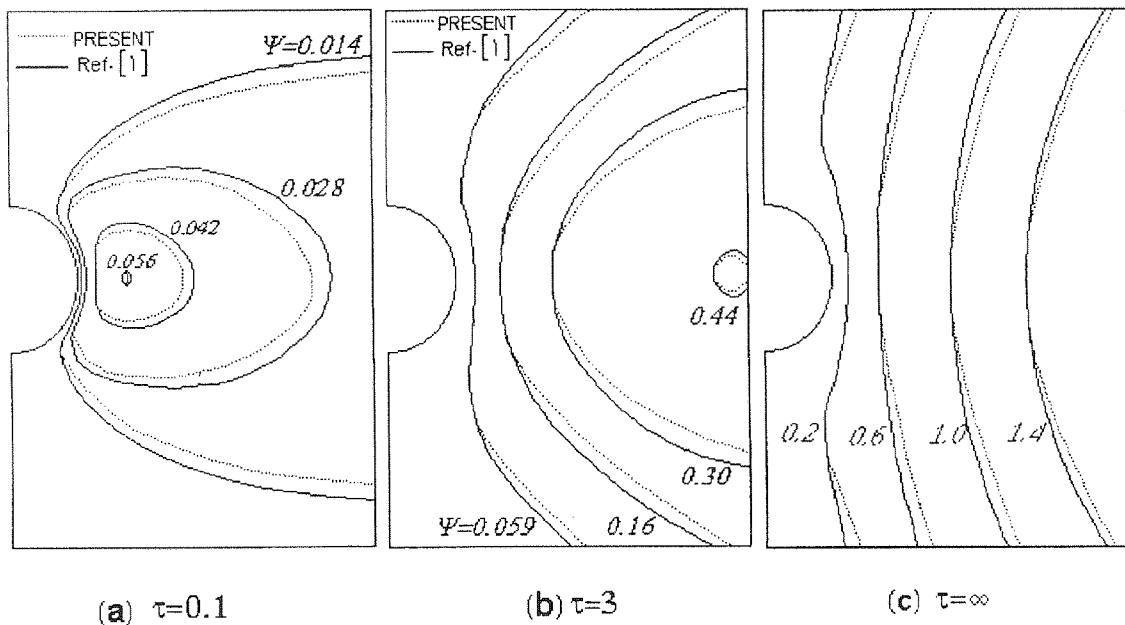
t	زمان
u	سرعت در جهت r
v	سرعت در جهت θ

حروف یونانی

α	ضریب پخش حرارت
β	ضریب انبساط حرارتی سیال
θ	مختصه محیطی
C	ظرفیت حرارتی
g	شتاب جاذبه
q	نرخ انتقال حرارت
r	مختصه شعاعی
Ra	عدد ریلی
T	درجه حرارت

زیر نویسها و بالانویسها

'	متغیرهای بعددار
C	محیط متخلخل
f	محیط سیال
∞	شرایط در دور دست
W	شرایط روی دیواره کره
μ	ویسکوزیته
ϕ	مختصه سوم مختصات کروی
ρ	دانسیته
ψ	تابع جریان



شکل ۱) مقایسه جواب های مقاله موجود و جواب های مرجع [۱۰]

- [1] Afzal, N., and Salam, M. Y., Fluid Dynamics Research, 6, 175, 1990.
- [2] Bejan, A., "Natural Convection in a finite porous medium with concentrated heat source," Journal of Fluid Mechanics, 89, Part 1, pp. 97-107, 1978.
- [3] Bejan, A., "Convection Heat Transfer", John Wiley and Sons, 1984.
- [4] Cheng, P., "Natural Convection: Fundamentals and Applications", Hemisphere, Washington, DC, 1985.
- [5] Ganapathy, R. and Purusho thaman, R., Fluid Dynamics Research, 9, 223, 1992.
- [6] Merkin, J. H., Int. J. Heat and Mass Transfer 22, 1461, 1979.
- [7] Nakayama, A. and Koyama, H., J Heat Transfer, 109, 125, 1987.
- [8] Pop, I., and Ingham, D.B., "Heat Transfer", Hemisphere, New York, 567, 1990.
- [9] Pop, I., Ingham, D.B., and Cheng, P. "Transient free convection about a horizontal circular cylinder in a porous medium", Fluid Dynamics Research, 12, pp. 295-305, 1993.
- [10] Pop, I., Ingham, D.B., and Cheng, P., "Transient Natural Convection in a Horizontal Concentric Annulus Filled with a Porous Medium", Transaction of ASME, 114, Nov. 1992.
- [11] Sano, T., Okihara, R., "Natural convection around a sphere immersed in a porous medium at small Rayleigh numbers", Fluid Dynamics Research, pp. 39-44, 1995.
- [12] Wooding, R., A., J Fluid Mechanics, 15, 527, 1963.
- [13] Yamaoto, K., Journal Phys. Soc. Japan 37, 1164, 1974.