

شبکه‌های عصبی به عنوان یک تقریبگر غیرخطی در طراحی کنترل بهینه حلقه بسته در موشک‌های آشیانه یاب

ناصر رهبر
دانشجوی دکتری
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

محسن بهرامی
دانشیار
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

محمدباقر منهاج
دانشیار
دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

امروزه قانون معروف هدایت و ناوبری متناسب (PNG) کاربرد وسیعی در موشک‌های هدایت شونده دارد. برای به دست آوردن این قانون معادلات غیرخطی حرکت موشک با فرضیات ساده کننده، به معادلات خطی تبدیل شده و سپس با استفاده از قوانین کنترل بهینه، قانون PNG به دست خواهد آمد. در بسیاری از موارد این فرضیات صادق نبوده و به همین دلیل قانون PNG از مسیر بهینه دور خواهد شد. متأسفانه تعیین قانون حلقه بسته در سیستم‌های غیرخطی همانند موشک‌های آشیانه یاب، امکان پذیر نیست و همگرایی روش‌های عددی جهت به دست آوردن فرمان کنترل بهینه، بسیار کند بوده و زمان قابل توجهی مصرف می‌نمایند و به همین دلیل برای استفاده هم‌زمان (On - Line) در روی موشک‌ها مناسب نیستند. در این مقاله دیدگاه جدیدی به منظور دستیابی به قانون کنترل بهینه حلقه بسته در موشک‌های آشیانه یاب، مطرح می‌گردد. انگیزه این دیدگاه از شبکه‌های عصبی مصنوعی گرفته شده است. در این روش نیازی به خطی نمودن معادلات نیست. در روش جدید سعی بر آن است که قانون حلقه بسته متغیرهای حالت، به وسیله تقریب گرهای غیرخطی بدست آید. شبکه‌های عصبی با الگوریتم پس انتشار خطا به عنوان روش مؤثر در تقریب نگاشت‌های غیرخطی نامعلوم شناخته شده می‌باشند. بدین منظور ابتدا معادلات کنترل بهینه حلقه باز به صورت عددی حل شده و داده‌های حاصل جهت آموزش شبکه عصبی پیشخور چند لایه مورد استفاده قرار می‌گیرند. سپس شبکه به عنوان مولد فرمان کنترل بهینه حلقه بسته در سناریوی تعقیب به کار گرفته می‌شود. جزئیات و سودمندی این دیدگاه برای سناریوهای مختلف نشان داده شده است. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که، امکان به دست آوردن قانون کنترل بهینه حلقه بسته در موشک‌های آشیانه یاب به وسیله شبکه عصبی وجود دارد.

Neural Networks as a Nonlinear Approximator for Closed - Loop Optimal Guidance in Homing Missiles

N. Rahbar

M. Bahrami

Amirkabir University of Technology,
Mechanical Engineering Department

Amirkabir University of Technology,
Mechanical Engineering Department

M. B. Menhaj

Amirkabir University of Technology,
Electrical Engineering Department

Abstract

A new approach is described for closed - loop optimal guidance with the use of neural networks . In this paper exact open - loop optimal data are used to generate closed - loop optimal guidance law in homing missiles. The neural networks guidance (NNG) law is then used effectively in a real - time feedback guidance method. The details and efficacy of this approach will be demonstrated for different scenarios with comparison of trajectories obtained by the optimal, neural and proportional navigation guidance solutions. Simulation results show that the NNG method can efficiently produce optimal feedback trajectories in spite of its relatively simple architecture and the performance of the NNG is significantly superior over the proportional navigation in most simulation runs.

Key Words

Homing Missiles; Proportional Navigation Guidance; Optimal Control; Neural Networks.

کلید واژه

موشک های هدایت شونده - هدایت و ناوبری متناسب - کنترل بهینه - شبکه های عصبی.

۱- مقدمه

با استفاده از قانون هدایت بهینه، موشک در مسیر پروازی معینی قرار می گیرد تا هدف تعیین شده به دست آید. برای به دست آوردن قانون هدایت از تئوری کنترل بهینه استفاده می شود. در هر حال سودمندی کنترل بهینه به دو طبقه بندی متفاوت از سیستم های دینامیکی یعنی سیستم های خطی و غیرخطی بستگی دارد. در سیستم های خطی در حالتی که تابع معیار (Performance Index) از درجه دوم باشد، قانون حلقه بسته را می توان به دست آورد. اما در سیستم های غیرخطی، در موارد استثنایی حل کامل حلقه بسته وجود دارد و بهترین کاری که می توان انجام داد، به دست آوردن قانون هدایت حلقه باز به روش عددی و با استفاده از نرم افزارهای مخصوص می باشد [۱].

در حل حلقه باز، فرمان کنترل، صریحاً به صورت تابعی از متغیرهای حالت سیستم در هر لحظه بیان نمی شود. معروف است که یک سیستم با فرمان کنترل حلقه باز در مقابل نویز و اغتشاشات خارجی حساس می باشد. در مقابل، در یک کنترل حلقه بسته، که در آن کنترل به صورت تابعی از متغیرهای حالت سیستم بیان می شود، عموماً در مقابل چنین اغتشاشاتی مقاوم خواهد بود. اگر چه امروزه قانون هدایت بهینه حلقه باز برای

سیستم های غیرخطی با کمک روش های عددی پیشرفته و کامپیوترهای دیجیتال سریع به دست می آیند، اما اشکال عمده روش های بهینه سازی عددی آن است که، در اثر یک سری عملیات تکراری که منجر به کاهش تابع معیار می شود، به کندی همگرا می شوند. همچنین دینامیک پیچیده و غیرخطی موشک ها امکان بکارگیری کنترل بهینه حلقه باز را به صورت همزمان بسیار مشکل و یا غیر ممکن می سازد. در هر صورت حل حلقه بسته برای سیستم های غیرخطی پیچیده همانند موشک ها در صورت وجود، نسبت به کل حل های موجود برتری دارد. در این حالت نیازی به استفاده از فرض های ساده کننده همانند ساده نمودن مدل دینامیکی و یا صرفنظر نمودن از قیود محدود کننده نیست.

در این مقاله، ابتدا مسئله بهینه تعقیب صفحه ای تعریف می شود. برای این مسئله حل عددی در حالت حلقه باز به دست می آید. از آنجایی که همگرایی الگوریتم های عددی به کندی صورت می پذیرد، لذا بکارگیری همزمان این حل امکان پذیر نیست. در مسائل عملی، مسئله تعقیب غیرخطی با فرضیات ساده کننده، به مسئله خطی تبدیل شده و حل حلقه بسته به صورت هدایت و ناوبری متناسب که امروزه کاربرد وسیعی در موشک ها دارد نتیجه می شود. اما با توجه به اینکه در حالت غیر خطی، حل چندان آسان نیست، از روش دیگری برای حل مسئله کمک گرفته می شود. انگیزه این دیدگاه از شبکه های عصبی مصنوعی به دست می آید.

$$J = [\phi + v^T \psi]_{t=t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \{L(x, u, t) + \lambda^T [f(x, u, t) - \dot{x}]\} dt \quad (2-4)$$

سپس تابع هامیلتونی به صورت زیر تعریف می شود:

$$H = L(x, u, t) + \lambda^T(t) f(x, u, t) \quad (2-5)$$

مجموعه شرایط لازم برای ایستا بودن J به ترتیب زیر بیان می شوند [۲]:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2-6) \text{ (معادلات حالت)}$$

$$\lambda = - \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^T = - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^T \lambda - \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)^T \quad (2-7) \text{ (معادلات مک حالت)}$$

$$0 = \left(\frac{\partial H}{\partial u} \right)^T = \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)^T \lambda + \left(\frac{\partial L}{\partial u} \right)^T \quad (2-8) \text{ (شرط بهینه بودن)}$$

$$x_k(t_0) = X_0 \quad \text{یا} \quad \lambda_k(t_0) = 0 \quad (2-9) \text{ (شرایط اولیه)}$$

$$\lambda(t_f) = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + v^T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{t=t_f} \quad (2-10) \text{ (شرایط تعامد)}$$

$$\Omega = \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + v^T \frac{\partial \psi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + v^T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) f + L \right]_{t=t_f} = 0 \quad (2-11)$$

$$\psi[x(t_f), t_f] = 0 \quad (2-12) \text{ (قیود انتهائی)}$$

در ارتباط با ارضاء نمودن قیود انتهائی (۲-۳) از روش دیگری که در حل عددی سهولت ایجاد می نماید، استفاده می گردد. در این روش معادلات (۲-۳) صرف نظر شده و به جای آن جمله ای به صورت $(\psi^T Q \psi)$ به ϕ اضافه می گردد. در این حالت معادلات (۲-۳) به جای اینکه به طور دقیق ارضاء شوند، به صورت تقریبی ارضاء می شوند. در عبارت اخیر Q ماتریس قطری با عناصر مثبت بزرگ می باشد [۳]:

شرط بهینه بودن (۲-۸)، m بردار $u(t)$ را معین می کند. حل $2n$ معادلات دیفرانسیل (۲-۶) و (۲-۷)

شبکه های عصبی مصنوعی، آموزش پذیر بوده و در آنها حجم زیادی از محاسبات به صورت موازی انجام می پذیرد. به همین دلیل به طور موفقیت آمیزی در وظایف مختلفی از جمله بهینه سازی به کار گرفته شده است. در دیدگاه جدید سعی بر آن است که قانون حلقه بسته متغیرهای حالت به وسیله تقریب گرهای غیرخطی به دست آید. شبکه های عصبی با الگوریتم پس انتشار خطا به عنوان روش مؤثر در تقریب نگاشت های غیرخطی نامعلوم شناخته شده اند. این الگوریتم بهینه سازی براساس قاعده شیب نزولی عمل می نماید. از آنجایی که تعداد المان های پردازش کننده در شبکه های عصبی زیاد بوده و این المان ها دارای ارتباطات بینابین می باشند. لذا شبکه های عصبی در مقابل اشکالات بوجود آمده مقاوم بوده و خرابی و مشکل تعداد محدودی از المان ها و یا اتصال بین آنها تأثیر چندانی در راندمان کلی نخواهد داشت.

۲ - بهینه سازی در سیستم های دینامیکی

برنامه ریزی بهینه در سیستم های دینامیکی پیوسته شامل مسائل حساب تغییرات (Calculus - of - Varia - tion) می باشند. فرض می شود که سیستم دینامیکی با معادلات دیفرانسیل زیر بیان شود:

$$\dot{x} = f[x(t), u(t), t], \quad t_0 \leq t \leq t_f \quad (2-1)$$

که در آن $x(t)$ تابع برداری با n مؤلفه و $u(t)$ فرمان کنترل بوده که یک تابع برداری با m مؤلفه می باشد. تابع معیار (اسکالر) به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$J = \phi[x(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} L[x(t), u(t), t] dt \quad (2-2)$$

اگر قیودی به صورت توابعی از متغیرهای حالت در زمان نهائی نامشخص (شامل مسائل کمترین زمان) به صورت زیر موجود باشند:

$$\psi[x(t_f), t_f] = 0 \quad (2-3) \text{ (یک تابع برداری با } q \text{ مؤلفه است)}$$

آنگاه قیود و معادلات دیفرانسیل حالت سیستم، با ضرایب لاگرانژی v ، $\lambda(t)$ به تابع معیار افزوده می شوند:

و انتخاب $q + 1$ پارامتر v و t_f به وسیله $2n + 1 + q$ شرط مرزی (۲-۹) تا (۲-۱۲) انجام خواهد شد. در حالت کلی، این مسئله با شرایط مرزی به سادگی قابل حل نیست.

۳- کنترل بهینه حلقه باز و حلقه بسته

فرمان کنترلی در کنترل بهینه حلقه باز (Open Loop) به صورت تابعی از زمان، یعنی $u(t)$ به دست می آید. فرمان کنترل از یک حالت اولیه $x(t_0)$ شروع شده و به سوی ابر سطح (Hypersurface) انتهایی که به وسیله $\psi(x(t_f), t_f) = 0$ تعریف می شود، پیش روی می کند.

هر نقطه ای که به طور مستقیم روی مسیر بهینه بین $(x(t_0), t_0)$ و ابر سطح انتهایی باشد، می تواند یک نقطه اولیه ممکن برای همان تابع کنترل بهینه قبلی باشد. اما اگر نقطه اولیه ای خارج از مسیر بهینه بین $(x(t_0), t_0)$ و ابر سطح انتهایی در نظر گرفته شود، حل قبلی $u(t)$ قابل استفاده نیست و دوباره بایستی مسئله با شرط اولیه جدید حل شود. در مسائل کنترل اتوماتیک، بیشتر مواقع $u(t)$ برای تعداد زیادی از نقاط اولیه به ابر سطح انتهایی مورد نیاز می باشد. زیرا معلوم نیست سیستم چه موقع و یا از کدام شرط اولیه شروع به کار خواهد کرد. برای غلبه بر این مشکل، خانواده ای از مسیرهای بهینه مورد نیاز است تا تمامی نقاط اولیه ممکن را پوشش دهند. در متون حساب تغییرات، چنین خانواده ای را میدان مقادیر نهایی (Field of Extremals) می نامند.

در حالت کلی تنها یک مسیر بهینه از یک نقطه $(x(t_0), t_0)$ به ابر سطح انتهایی وجود دارد و یک بردار کنترل بهینه منحصر به فرد $u^0(t)$ برای این نقطه وجود خواهد داشت. از اینرو می توان نوشت:

$$u^0 = u^0(x, t) \quad (3-1)$$

این قانون به نام قانون کنترل بهینه حلقه بسته (Optimal Feedback Control Law) نامیده می شود. یعنی بردار کنترل به صورت تابعی از حالت $x(t)$ و زمان t داده شده است.

برای سیستم های ایستا (Stationary Systems) که در آن، تابع معیار و قیود، توابع صریح از زمان نباشند، توابع کنترل بهینه تابع صریح از زمان نخواهند بود.

یعنی:

$$u^0 = u^0(x) \quad (3-2)$$

به دست آوردن قانون کنترل حلقه بسته برای سیستم های غیرخطی به ندرت امکان پذیر است. اما در سیستم هایی که بتوان با فرضیات ساده کننده آنها را به قدر کافی به صورت خطی در آورد، می توان قانون کنترل حلقه بسته را با انتخاب تابع معیار و قیود مناسب به دست آورد [۲].

۴- معادلات حرکت در تعقیب صفحه ای و حل حلقه باز با استفاده از قوانین کنترل بهینه

هندس استفاده شده در مسئله تعقیب صفحه ای در شکل ۱ نمایش داده شده است. مختصات XY نشانگر یک مرجع اینرسی است. و محور X در لحظه $t = 0$ در امتداد خط دید (LOS) قرار دارد. در این لحظه هدف در $X_T = X_0$ قرار داشته و با سرعت ثابت در امتداد خطی که زاویه β با محور X می سازد، حرکت می کند. اندازه سرعت موشک ثابت بوده و با زاویه اولیه θ_0 نسبت به محور X پرتاب می شود. جهت سرعت $\theta(t)$ به وسیله شتاب $a_n(t)$ که عمود بر جهت سرعت است، تغییر می کند. متغیرهای بی بعد زیر در نظر گرفته می شوند:

$$\zeta = [(X_T - X_M) / X_0]$$

$$\eta = [(Y_T - Y_M) / X_0]$$

$$\alpha_n = [(a_n X_0) / V_M^2]$$

$$\tau = t (V_M / X_0)$$

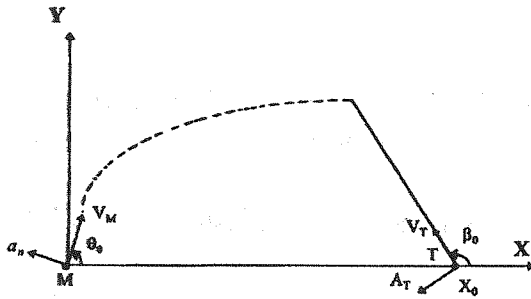
$$v = t (V_T / V_M) \quad (4-1)$$

باتوجه به متغیرهای فوق، مسئله کنترل بهینه به صورت زیر تعریف می شود:

شتاب نرمال $\alpha_n(\tau)$ را طوری پیدا کنید که تابع معیار زیر کمینه شود:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \alpha_n^2 d\tau \quad (4-2)$$

معادلات حالت عبارتند از:



شکل (۱) هندسه تعقیب موشک و هدف در صفحه.

$$\dot{\zeta} = v \cos \beta - \cos \theta \quad (4-3)$$

$$\dot{\eta} = v \sin \beta - \sin \theta \quad (4-4)$$

$$\dot{\theta} = \alpha_n \quad (4-5)$$

شرایط اولیه عبارتند از:

$$\tau_0 = 0, \zeta_0 = 1, \eta_0 = 0 \quad (4-6)$$

اصابت هنگامی صورت می پذیرد که:

$$\zeta_f = 0, \eta_f = 0 \quad (\text{شرایط مرزی یا انتهایی}) \quad (4-7)$$

شرایط مرزی (۴-۷) به شکل زیر در تابع معیار وارد می شوند:

$$J = \frac{1}{2} Q (\zeta_f^2 + \eta_f^2) + \frac{1}{2} \int_{\tau_0}^{\tau_f} \alpha_n^2 d\tau \quad (4-8)$$

با استفاده از معادلات (۴-۳) تا (۴-۵) و (۴-۸) تابع هامیلتونی H به صورت زیر تعریف می شود [۲]:

$$H = \frac{1}{2} \alpha_n^2 + \lambda_\zeta (v \cos \beta - \cos \theta) + \lambda_\eta (v \sin \beta - \sin \theta) + \lambda_\theta (\alpha_n) \quad (4-9)$$

که در آن $\lambda_\zeta, \lambda_\eta, \lambda_\theta$ ضرایب لاگرانژی هستند. شرایط لازم برای حل بهینه (معادلات کمک حالت) عبارتند از:

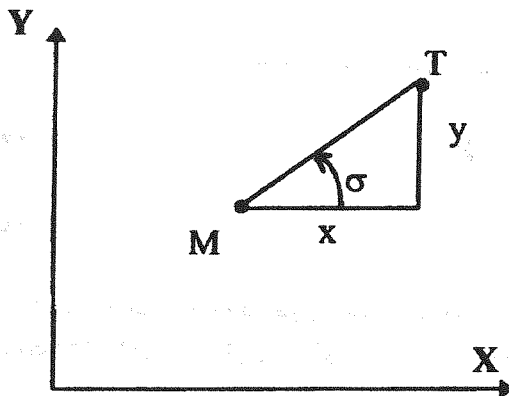
$$\dot{\lambda}_\zeta = -H_\zeta = 0 \quad (4-10)$$

$$\dot{\lambda}_\eta = -H_\eta = 0 \quad (4-11)$$

$$\dot{\lambda}_\theta = -H_\theta = -\lambda_\zeta \sin \theta + \lambda_\eta \cos \theta \quad (4-12)$$

$$0 = H_{\alpha_n} = \alpha_n + \lambda_\theta \quad (4-13)$$

معادلات (۴-۱۰) و (۴-۱۱) بیان می کنند که $\lambda_\zeta, \lambda_\eta$ در طول مسیر بهینه ثابت هستند. همچنین با فرض:



شکل (۲) زاویه خط دید.

$$\phi = \frac{1}{2} Q (\zeta_f^2 + \eta_f^2) \quad (4-14)$$

شرایط مرزی به صورت زیر در می آیند:

$$H_f = -\phi_{\tau f} = 0 \quad (4-15)$$

$$\lambda_{\zeta f} = \phi_{\zeta f} = Q \zeta_f \quad (4-16)$$

$$\lambda_{\eta f} = \phi_{\eta f} = Q \eta_f \quad (4-17)$$

$$\lambda_{\theta f} = \phi_{\theta f} = 0 \quad (4-18)$$

معادلات (۴-۱۳) و (۴-۱۸) دلالت دارند که:

$$\alpha_{nf} = 0 \quad (4-19)$$

از آنجایی که هامیلتون تابع صریح زمان نیست، پس ثابت است و از (۴-۹) و (۴-۱۵) نتیجه می شود:

$$(4-20)$$

$$H = 0$$

در صورتی که (4-9) در معادله (4-20) جایگزین شود، عبارت زیر برای کنترل بهینه به دست می آید:

$$\alpha_n = \pm \sqrt{2(a + b \sin \theta + c \cos \theta)} \quad (4-21)$$

$$\text{sign}(\alpha_n) = \text{sign}(-\lambda_\theta) \quad (4-22)$$

که در آن:

$$a = \lambda_\zeta v \cos \beta + \lambda_\eta v \sin \beta \quad (4-23)$$

$$b = -\lambda_\eta \quad (4-24)$$

$$c = -\lambda_\zeta \quad (4-25)$$

باتوجه به اینکه $\lambda_\zeta, \lambda_\eta$ در طول مسیر ثابت هستند، با کمک (4-19) و (4-21) رابطه ای بین آنها به دست می آید:

$$\lambda_\eta = -\frac{\lambda_\zeta (\cos \theta_f - v \cos \beta_f)}{\sin \theta_f - v \cos \beta_f} \quad (4-26)$$

کمترین فرمان کنترل به صورت $\alpha_n = 0$ به دست می آید. در این حالت موشک به طور مستقیم در مسیر برخورد شلیک می شود و مسیر بهینه به صورت خط راست $\theta = \text{const} = \theta_{SL}$ به دست می آید. در صورتی که $\theta_0 < \theta_{SL}$ باشد، آنگاه در معادله (4-21) علامت مثبت و اگر $\theta_0 > \theta_{SL}$ باشد، علامت منفی استفاده می شود. مقدار θ_{SL} از قانون سینوس ها به صورت زیر به دست می آید [4]:

$$\theta_{SL} = \sin^{-1}(v \sin \beta) \quad (4-27)$$

در آخرین مرحله می بایست شرایط (4-6) ارضاء شوند. همانگونه که از معادله (4-21) مشاهده می گردد، فرمان کنترل، تابعی از متغیرهای $\lambda_\zeta, \lambda_\eta$ می باشد و این متغیرها، بایستی طوری انتخاب شوند که $\zeta_0 = 1, \eta_0 = 0$ شود. از آنجایی که معادلات حالت غیرخطی هستند، حل تحلیلی در حالت کلی برای این مسئله وجود ندارد و می بایست جواب را با تکرار متوالی و از طریق عددی، به

دست آورد. بدین منظور، مقدار اولیه ای برای $\lambda_\zeta, \lambda_\eta$ اختیار می شود. در انتخاب این مقادیر بایستی دقت نمود تا عبارت زیر رادیکال (4-21) منفی نشود. آنگاه معادلات (4-3) تا (4-5) به روش عددی انتگرال گیری می شوند و انتگرال گیری در $V_c < 0$ پایان می پذیرد. سپس مقدار λ_ζ به صورت زیر اصلاح می گردد:

$$\text{Error} = \frac{1}{2} (\zeta_f^2 + \eta_f^2) \quad (4-28)$$

$$\Delta \lambda_\zeta = -\mu \frac{\partial \text{Error}}{\partial \lambda_\zeta} = -\mu \zeta_f \quad (4-29)$$

که در آن $0 < \mu < 1$ و باتوجه به روابط اخیر λ_ζ به صورت زیر اصلاح می شوند:

$$\lambda_\zeta^{\text{new}} = \lambda_\zeta^{\text{old}} - \Delta \lambda_\zeta = \lambda_\zeta^{\text{old}} + \mu \zeta_f \quad (4-30)$$

مقدار جدید λ_η از رابطه (4-26) به دست می آید. پس از تعیین مقادیر جدید برای $\lambda_\zeta, \lambda_\eta$ دوباره عمل انتگرال گیری تکرار می گردد. پایان کار هنگامی است که شرط (4-7) ارضاء شود.

5- به دست آوردن قانون هدایت و ناوبری متناسب از روابط کنترل بهینه

در این قسمت معادلات حالت (4-3) تا (4-5) خطی شده و قانون هدایت بهینه به صورت حل حلقه بسته در مختصات دو بعدی به دست می آید. برای خطی نمودن معادلات فرض می شود که در طول مسیر

$$\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1 \quad (5-1)$$

همچنین هدف دارای بردار سرعت ثابت بوده و لذا زاویه β در طول مسیر ثابت است. در این صورت معادلات حالت (4-3) تا (4-5) به شکل زیر در می آیند:

$$\dot{\zeta} = v \cos \beta - 1 \quad (5-2)$$

$$\dot{\eta} = v \sin \beta - \theta \quad (5-3)$$

$$\dot{\theta} = \alpha_n \quad (5-4)$$

تابع هامیلتونی H به صورت زیر در می آید:

$$H = \frac{1}{2} \alpha_n^2 + \lambda_\zeta (v \cos \beta - 1) + \lambda_\eta (v \sin \beta - \theta) + \lambda_\theta (\alpha_n) \quad (5-5)$$

معادله (۴-۱۲) با استفاده از (۵-۵) به صورت زیر در می آید:

$$\dot{\lambda}_\theta = -H_\theta = \lambda_\eta \quad (5-6)$$

با انتگرال گیری از معادله اخیر در فاصله $[\tau, \tau_f]$ و با دانستن اینکه λ_η ثابت است. نتیجه می شود:

$$\lambda_\theta(\tau) = \lambda_\theta(\tau_f) + (\tau - \tau_f) \lambda_\eta \quad (5-7)$$

از (۵-۷) و (۴-۱۸) و (۴-۱۷) نتیجه می شود که:

$$\lambda_\theta(\tau) = (\tau - \tau_f) \lambda_\eta = (\tau - \tau_f) Q\eta_f \quad (5-8)$$

با استفاده از (۵-۴) و (۴-۱۳):

$$\dot{\theta} = \alpha_n = -\dot{\lambda}_\theta = -(\tau - \tau_f) Q\eta_f \quad (5-9)$$

از رابطه اخیر در فاصله $[\tau, \tau_f]$ انتگرال گرفته می شود:

$$\theta(\tau) = \theta(\tau_f) - \frac{1}{2} Q\eta_f (\tau - \tau_f)^2 \quad (5-10)$$

با جایگذاری رابطه (۵-۱۰) در رابطه (۵-۳):

$$\dot{\eta}(\tau) = v \sin \beta - \theta(\tau_f) + \frac{1}{2} Q\eta_f (\tau - \tau_f)^2 \quad (5-11)$$

و انتگرال گیری در فاصله $[\tau, \tau_f]$ نتیجه می دهد که:

$$\eta - \eta_f = (v \sin \beta - \theta(\tau_f)) (\tau - \tau_f) + \frac{1}{6} Q\eta_f (\tau - \tau_f)^3 \quad (5-12)$$

از (۴-۷)، مقدار $\eta_f = 0$ می باشد. حال از (۵-۱۰) مقدار $\theta(\tau_f)$ حساب شده و در (۵-۱۲) قرار می گیرد.

$$\theta(\tau_f) = \theta(\tau) + \frac{1}{2} Q\eta_f (\tau - \tau_f)^2 \quad (5-13)$$

$$\eta = (v \sin \beta - \theta(\tau)) (\tau - \tau_f) + \frac{1}{6} Q\eta_f (\tau - \tau_f)^3 \quad (5-14)$$

$$\eta = (v \sin \beta - \theta(\tau)) (\tau - \tau_f) - \frac{1}{3} Q\eta_f (\tau - \tau_f)^3 \quad (5-15)$$

$$-Q\eta_f (\tau - \tau_f) = \frac{3\eta}{(\tau - \tau_f)^2} - \frac{3(v \sin \beta - \theta(\tau))}{(\tau - \tau_f)} \quad (5-16)$$

حال با استفاده از رابطه (۵-۹) و رابطه اخیر:

$$\alpha_n = \frac{3\eta}{(\tau - \tau_f)^2} - \frac{3(v \sin \beta - \theta(\tau))}{(\tau - \tau_f)} \quad (5-17)$$

اکنون بایستی رابطه ای برای $\frac{1}{(\tau - \tau_f)}$ به دست آید. لذا از (۵-۲) در فاصله $[\tau, \tau_f]$ انتگرال گرفته می شود:

$$\zeta - \zeta_f = (v \cos \beta - 1) (\tau - \tau_f) \quad (5-18)$$

با استفاده از (۴-۷) مقدار $\zeta_f = 0$ می باشد. از آنجا:

$$\frac{1}{(\tau - \tau_f)} = \frac{(v \cos \beta - 1)}{\zeta} \quad (5-19)$$

مقدار رابطه اخیر در (۵-۱۷) جایگذاری می شود:

$$\alpha_n = \frac{3\eta (v \cos \beta - 1)^2}{\zeta^2} - \frac{3 (v \sin \beta - \theta(\tau)) (v \cos \beta - 1)}{\zeta} \quad (5-20)$$

$$\alpha_n = 3 (1 - v \cos \beta) \left(\frac{(v \sin \beta - \theta)}{\zeta} - \frac{\eta (v \cos \beta - 1)}{\zeta^2} \right) \quad (5-21)$$

در رابطه (۵-۲۱) فرمان کنترل α_n به صورت تابعی از متغیرهای حالت به دست آمد. پس حل فوق یک حل حلقه بسته می باشد. از معادله اخیر، کنترل متناسب به صورت زیر استخراج خواهد شد.
باتوجه به شکل ۲ رابطه زیر به دست می آید:

$$\tan \sigma = \frac{\eta}{\zeta} \quad (5-22)$$

که در آن σ زاویه خط دید (Line of Sight) نامیده می شود. با فرض کوچک بودن این زاویه در طول مسیر، یعنی $\tan \sigma \approx \sigma$ نتیجه می شود که:

۶- شبکه های عصبی مصنوعی

اساس تکنیک استفاده شده در شبکه های عصبی از تئوری معروف کولموگروف (Kolmogorov) که در سال ۱۹۵۷ در روسیه معرفی شد گرفته شده است [۵-۷]. البته وی هیچگونه اطلاعی از شبکه های عصبی نداشت و هنگامی که تئوری فوق معرفی گردید، چون کاربردی بر آن متصور نبود، چندان مورد توجه ریاضی دانان قرار نگرفت ولی بعدها اهمیت تئوری در مفهوم شبکه های عصبی آشکار گردید. به طور کلی یک شبکه عصبی نمایشی از یک نگاشت ریاضی از یک بردار ورودی x به بردار خروجی y و به وسیله یک تابع برداری $f(\cdot)$ یعنی $y = f(x)$ می باشد. تئوری کولموگروف که در شبکه های عصبی استفاده می شود بیان می کند که می توان هر تابع برداری پیوسته حقیقی:

$$f(\cdot): x \rightarrow y \text{ where } x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^n \quad (۶-۱)$$

را به وسیله یک شبکه عصبی مصنوعی سه لایه که در لایه اول n نرون (X-Input Layer) و در لایه میانی $2n + 1$ نرون (Hidden layer) و در لایه آخر m نرون (Y-Output Layer) قرار داشته باشند، تولید نمود (شکل ۳). ساختار یک شبکه عصبی مصنوعی متشکل از چندین المان ساده و توابع تحریک غیرخطی می باشد. یک شبکه عصبی از یک لایه ورودی، یک یا چند لایه مخفی و یک لایه خروجی تشکیل می شود. لایه ورودی به عنوان بافر عمل نموده و معمولاً تابع تحریک آن همانند لایه خروجی خطی است. خروجی لایه های داخلی از رابطه زیر به دست می آید:

$$z_j^2 = F \left(\sum_{i=1}^{N_1} W_{ij}^1 z_i^1 + \theta_j^1 \right) \quad j = 1, \dots, N_2 \quad (۶-۲)$$

در رابطه فوق z_i^1 ($N_1 \times 1$) ورودی به شبکه و W_{ij}^1 ($N_1 \times N_2$) خروجی های لایه مخفی و وزن های اتصالات بین گره های ورودی و لایه مخفی و θ_j^1 ($N_2 \times 1$) با یاس داخلی لایه مخفی می باشند. تابع F یک تابع غیر خطی پیوسته یکنواخت است. این تابع طوری انتخاب می شود که محدود، مشتق پذیر و غیرنزولی باشد. توابع مختلفی در این رابطه قابل استفاده می باشند، اما معمولاً تابع سیگموئید $f(s) = 1 / (1 + e^{-s})$ استفاده می گردد. یکی از مزایای این تابع آن است که پیوسته و مشتق پذیر بوده و همچنین

$$\sigma = \frac{\eta}{\zeta} \quad (۵-۲۲)$$

از رابطه فوق نسبت به زمان مشتق گرفته می شود:

$$\dot{\sigma} = \frac{\eta \dot{\zeta} - \eta \zeta \dot{\zeta}}{\zeta^2} = \frac{(v \sin \beta - \theta) \cdot (v \cos \beta - 1) \eta}{\zeta^2} \quad (۵-۲۴)$$

در رابطه بالا به جای مشتقات از (۵-۲) و (۵-۳) استفاده شد. با مقایسه رابطه (۵-۲۴) و (۵-۲۱) خواهیم داشت:

$$\alpha_n = 3(1 - v \cos \beta) \dot{\sigma} \quad (۵-۲۵)$$

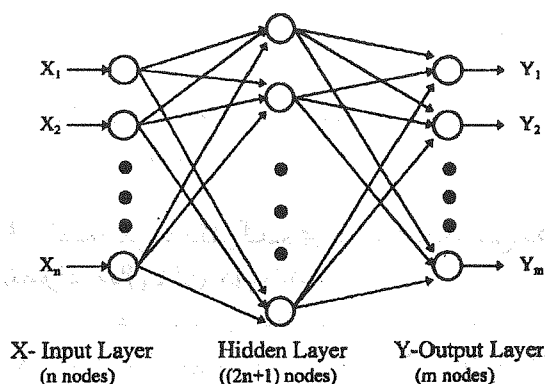
عبارت داخل پرانتز در (۵-۲۵) یک مقدار ثابت است. پس با فرض $K = 3(1 - v \cos \beta)$ نتیجه می شود:

$$\alpha_n = K \dot{\sigma} \quad (۵-۲۶)$$

رابطه (۵-۲۶) همان رابطه معروف هدایت و ناوبری متناسب می باشد. برای هدف ثابت یعنی ($v = 0$) مقدار $K = 3$ نتیجه می شود. در برخورد سر به سر مقدار K طبق رابطه فوق بزرگتر از سه است. در حالتی که هدف متحرک باشد، یعنی ($v \neq 0$) آنگاه مقدار K از $K = 3(1 - v \cos \beta)$ به دست می آید. از آنجایی که سرعت های V_M, V_T در به دست آوردن قانون ناوبری متناسب ثابت فرض شده اند، بنابراین مقدار K عملاً ثابت خواهد بود. در قانون ناوبری متناسب شتاب اعمال شده به موشک، در ابتدا به صورت (۵-۲۶) در نظر گرفته می شد. اما تحقیقات بعدی نشان داد که، مقدار ثابت برای K مناسب نیست، لذا رابطه فوق به صورت زیر اصلاح گردید:

$$\alpha_n = K V_c \dot{\sigma} \quad (۵-۲۷)$$

که در آن V_c سرعت نزدیک شدن هدف و موشک و $\dot{\sigma}$ شدت چرخش با تغییرات (LOS) و K ضریب ناوبری متناسب نامیده می شوند. در یک موشک جهت اندازه گیری V_c از یک رادار دوپلر استفاده می شود و یک جستجوگر (Seaker) هدف را تعقیب (Track) نموده و $\dot{\sigma}$ را اندازه می گیرد. جهت پایداری سیستم، در طراحی موشک ها معمولاً $3 \leq K \leq 5$ در نظر گرفته می شود. [۴]



شکل (۳) نمایش یک شبکه عصبی پیش خور.

۷- سابقه استفاده از شبکه‌های عصبی در موشک‌های هدایت شونده

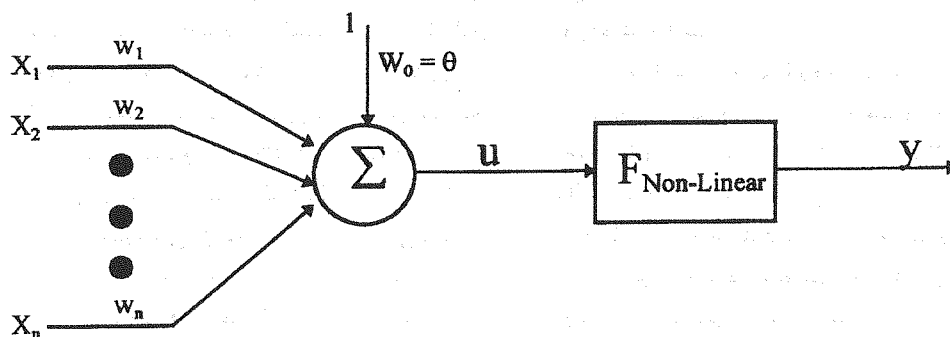
در مرجع [۸] از خاصیت بهینه‌سازی شبکه عصبی هاپفیلد [۶]، استفاده شده و امکان‌پذیری استفاده از آن به صورت حل مسئله هدایت دو بعدی موشک نشان داده شده است. در اینکار از فرآیند آموزش و یادگیری خبری نیست، بلکه مسئله تعقیب موشک به صورت مسئله کنترلی (Linear Quadratic) مطرح گردیده و با مهارت استادانه به فرم شبکه هاپفیلد تبدیل شده است. نتیجه حاصل نشانگر آن است که شبکه به خوبی همگرا شده و حل بهینه مسئله کنترل غیرخطی را در هر لحظه محاسبه می‌نماید. اشکال این روش آن است که، حجم محاسبات برای همگرا شدن شبکه، زیاد می‌باشد.

مرجع [۹] از ساختار شبکه عصبی نقدپذیر تطبیقی که از برنامه‌ریزی پویا (Dynamic Programming) برای حل مسئله اصابت به هدف کمک گرفته است، استفاده می‌کند. این ساختار شباهت زیادی به شبکه پس انتشار زمانی دارد [۱۰]. حل به دست آمده از این ساختار به صورت حل حلقه بسته می‌باشد. این دیدگاه نیازی به آموزش داده‌ها ندارد. اشکالی که در این روش مشاهده

بکارگیری سخت‌افزاری آن نیز امکان‌پذیر است. انتخاب دقیق توابع تحریک در کاربردهای مختلف متغیر می‌باشد، اما معمولاً برای لایه ورودی تابع تحریک خطی و در لایه میانی تابع تحریک سیگموئید در نظر گرفته می‌شود.

ساختار عمومی یک نرون به طور ساده در شکل ۴ نشان داده شده است. ساده‌ترین نوع شبکه عصبی، هنگامی است که فقط یک لایه مخفی وجود داشته باشد. البته تعداد گره‌های لایه میانی محدودیتی ندارد، اما بهتر است که از حجم شدن شبکه جلوگیری شود و در حد امکان تعداد کمتری در لایه میانی انتخاب گردد (معمولاً تعداد گره‌ها در لایه میانی $2n+1$ مناسب است). پس از انتخاب تعداد گره‌های لایه میانی می‌بایست ماتریس وزن‌ها را به دست آورد.

فرمول ریاضی که برای به دست آوردن این وزن‌ها استفاده می‌شود، الگوریتم یادگیری نامیده می‌شود. قانون یادگیری معروف در این رابطه همان قانون یادگیری پس انتشار خطا (Back propagation algo-rithm) است [۷]. در این قانون که تحت قوانین یادگیری با معلم قرار می‌گیرد (Supervised training) خروجی‌های مطلوب از قبل مشخص می‌باشند. اگر تفاوت خروجی مطلوب با خروجی به دست آمده از شبکه را خطا بنامیم، آنگاه برای به دست آوردن نگاشت صحیح (Mapping)، در طی فرآیند یادگیری، وزن‌های اتصالات طوری انتخاب می‌شوند که متوسط مجذور خطای خروجی برای تمامی ورودی‌ها، حداقل گردد. در این صورت یادگیری شبکه کامل شده است. هدف اصلی الگوریتم پس انتشار آن است که یک ابر سطح خطا تعریف شده و نقطه کمینه آن به دست آید. اینکار با گام برداشتن در جهت سرازیری در روی ابر سطح خطا و با استفاده از قاعده شیب نزولی (Gradient descent rule) انجام می‌پذیرد و در نهایت وزن‌های اتصالات بین گره‌ها به دست خواهد آمد.



شکل (۴) ساختار ساده از یک نرون.

می شود آن است که حد بالای انتگرال تابع معیار یعنی t_f معلوم فرض شده است. در صورتی که در مسائل واقعی تعقیب (علی الخصوص در مسائل کمترین زمان) این مقدار از قبل مشخص نیست.

۸- آموزش و بکارگیری شبکه عصبی به همراه مثال های حل شده

در این مقاله سناریوی تعقیب دو بعدی با استفاده از معادلات دیفرانسیل به دست آمده در (۳-۴) تا (۵-۴) شبیه سازی گردیده است. ورودی به شبیه سازی به صورت موقعیت اولیه موشک و هدف و سرعت های آنها می باشد. سپس معادلات دیفرانسیل به صورت عددی انتگرال گیری می شوند و انتگرال گیری هنگامی پایان می پذیرد که سرعت نسبی موشک و هدف تغییر علامت دهد ($V_C < 0$) و یا فاصله نسبی کمتر از یک متر شود ($r_f < 1.0$ m). این بدان معنی است که فاصله بین موشک و هدف در کمترین مقدار ممکن می باشد. جهت آموزش شبکه عصبی، از دو سناریوی متفاوت که در یکی فرمان شتاب مثبت ($a_n > 0$) و در دیگری فرمان شتاب منفی ($a_n < 0$) باشد به صورت زیر استفاده گردید:

$$\theta_0 = 0^\circ, \beta_0 = 90^\circ$$

$$\theta_0 = 90^\circ, \beta_0 = 180^\circ$$

در هر دو سناریو $X_0 = 10000$ m, $v = 0.5$ می باشند. لازم به توضیح است که انتخاب این سناریوها اختیاری بوده و هر سناریوی دیگری را می توان جهت آموزش استفاده نمود. البته بایستی سناریوی انتخاب شده تا حد امکان جامعیت داشته باشد تا شبکه بتواند در خارج از محدوده یادگیری هم خوب عمل کند. همچنین می توان جهت آموزش شبکه از تعداد سناریوی تعقیب بیشتری استفاده نمود. بدیهی است که هر چه تعداد اضافه شود، یادگیری هم بهتر خواهد بود. در اینجا سعی شده است که نشان داده شود با کمترین تعداد سناریو، قدرت شبکه در یادگیری بسیار خوب است. ورودی های شبکه همان انتخاب شده اند که در ناوبری متناسب از آن استفاده می شود، چون اندازه گیری آنها در موشک امکان پذیر است. البته در اینجا نگاشت بین ورودی و خروجی به صورت متناسب نیست و این نگاشت به وسیله شبکه عصبی به دست می آید. از آنجایی که شبکه عصبی با تابع سیگموئید (که خروجی آن بین صفر و یک می باشد) نمی تواند تقریبی خوبی برای خارج از این محدوده باشد. از این رو متغیرهای اصلاح شده به صورت

$\bar{V}_C = V_C / (V_M + V_T)$ و شتاب کنترلی به صورت $\bar{\alpha}_n = 0.5 + \alpha_n / 3$ استفاده شده است. متغیر $\bar{\alpha}_n$ بدون هیچگونه تغییری در شبکه عصبی استفاده می شود، چون در محدوده بین صفر و یک قرار دارد. شبکه عصبی استفاده شده دارای ساختار ۱-۵-۲ می باشد، چون سیستم دارای دو متغیر ورودی \bar{V}_C ، $\bar{\alpha}_n$ و یک متغیر کنترل خروجی $\bar{\alpha}_n$ می باشد.

جهت آموزش شبکه از الگوریتم پس انتشار خطا استفاده شده است. یک لایه مخفی با پنج گره بین لایه ورودی و خروجی اضافه شده است. از دو سناریوی فوق تعداد ۶۵۹ بردار جهت آموزش شبکه انتخاب شدند (خطای یادگیری شبکه در اتمام آموزش $RMS = 0.003$ به دست آمد). بدیهی است که با افزایش تعداد سناریوها و یا بردارهای آموزشی نتایج بهتری به دست خواهد آمد. اکنون شبکه عصبی آموزش دیده جهت تولید همزمان $\bar{\alpha}_n$ توسط متغیرهای حالت \bar{V}_C ، $\bar{\alpha}_n$ به کار گرفته می شود. حل بهینه عددی (OPTIMAL) و حل ناوبری متناسب (PNG) و حل به دست آمده از شبکه عصبی (NNG) در شکل های ۵ و ۷ نشان داده شده است و کنترل a_n بر حسب زمان برای سه روش فوق به ترتیب در شکل های ۶ و ۸ مشاهده می گردد. ملاحظه می شود که مسیر و منحنی a_n در حل بهینه و حل شبکه عصبی به یکدیگر نزدیک می باشند. این موضوع قابل پیش بینی بود چون که شبکه با حل بهینه این دو سناریو آموزش دیده است. و لذا در همین سناریوها جواب مطلوبی خواهد داد. اکنون سناریوی جدیدی که خارج از محدوده آموزش شبکه می باشد مورد بررسی قرار می گیرد. در این سناریو: $\theta_0 = 80^\circ$, $\beta_0 = 110^\circ$, $v = 0.6$, $X_0 = 7500$ m شکل های ۹ و ۱۰ مسیر و کنترل a_n در سه روش را نشان می دهد. آنچه از نمودارهای اخیر ملاحظه می شود آن است که علی رغم ساختار ساده استفاده شده در شبکه عصبی، جواب به دست آمده بسیار مطلوب می باشد. سایر اطلاعات برای مقایسه در جدول یک آورده شده است.

در سناریوی بعدی فرض می شود که اغتشاشاتی ثابت به صورت $\tilde{\alpha}_n = 0.05$ به عملگر موشک (Actuator) اضافه شود. در شکل های ۱۱ و ۱۲ ملاحظه می شود که NNG به هدف اصابت می کند ولی ناوبری متناسب منحرف شده و اصابت صورت نمی پذیرد. این موضوع مقاوم بودن شبکه عصبی در مقابل اغتشاشات و نویزهای خارجی را نشان می دهد. در شکل های ۱۳ تا

جدول (1) مقایسه سه روش هدایتی مختلف

Scenario Inputs	Solution Method	t_f (sec)	r_f (m)	Index J (m^2/S^3)
$\theta_0 = 0, \beta_0 = 90^\circ$ $v = 0.5, X_0 = 10000m$	OPTIMAL	19.98	0.95	7843
	PNG	19.95	0.74	7872
	NNG	19.86	0.86	8123
$\theta_0 = 90^\circ, \beta_0 = 180^\circ$ $v = 0.5, X_0 = 10000m$	OPTIMAL	13.35	0.97	96175
	PNG	16.84	0.61	127130
	PNG	13.39	2.81	96230
$\theta_0 = 80^\circ, \beta_0 = 110^\circ$ $v = 0.6, X_0 = 7500m$	OPTIMAL	15.75	0.82	13458
	PNG	18.06	0.45	30176
	NNG	15.56	0.74	15255

فهرست علائم انگلیسی

a_n = شتاب موشک عمود بر جهت سرعت (m/s^2)

A_T = شتاب هدف عمود بر جهت سرعت (m/s^2)

r = فاصله نسبی بین موشک و هدف (متر)

t = زمان (ثانیه)

V_C = سرعت نسبی موشک و هدف (m/s)

V_M = سرعت موشک (m/s)

V_T = سرعت هدف (m/s)

X, Y = مختصات اینرسی (m)

فهرست علائم یونانی

α_n = شتاب موشک عمود بر جهت سرعت به صورت بی بعد

β = زاویه بردار سرعت هدف با محور X (رادیان)

θ = زاویه بردار سرعت موشک با محور X (رادیان)

σ = زاویه خط دید (رادیان)

ν = نسبت سرعت هدف به موشک

τ = زمان به صورت بی بعد

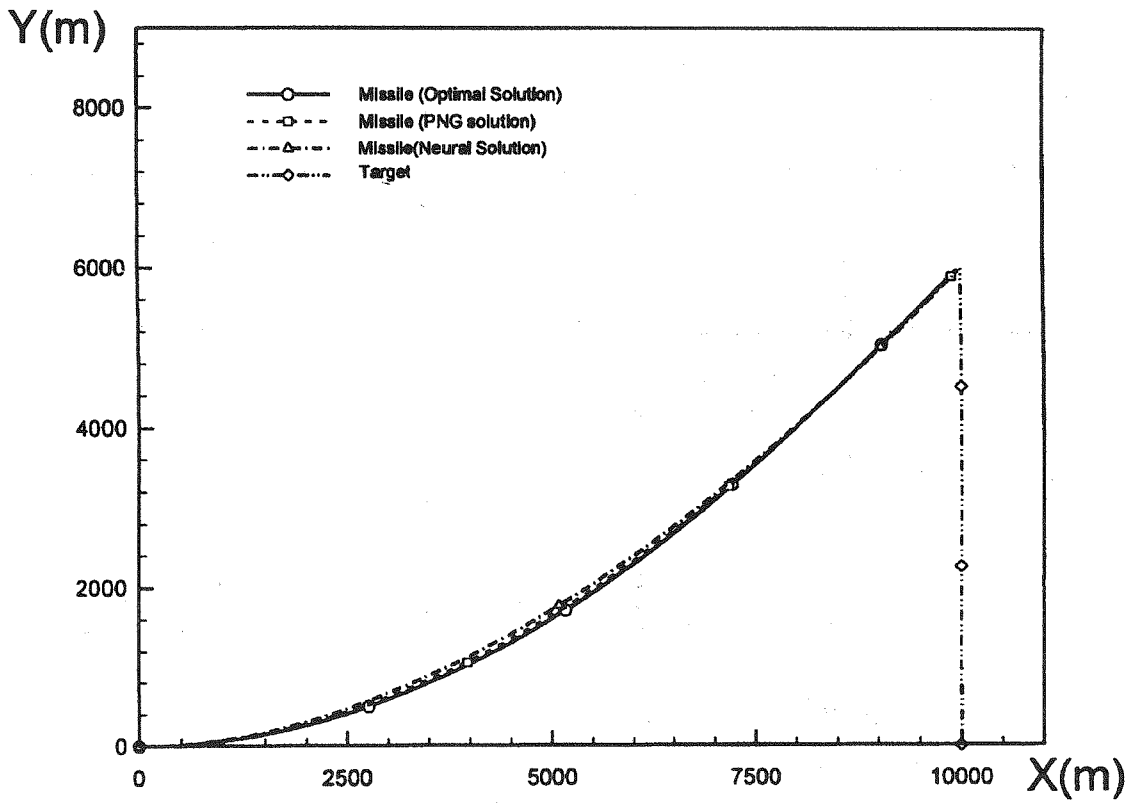
λ, ν = ضرایب لاگرانژی برای معادلات حالت و قیود

ζ, η = مختصات نسبی بی بعد

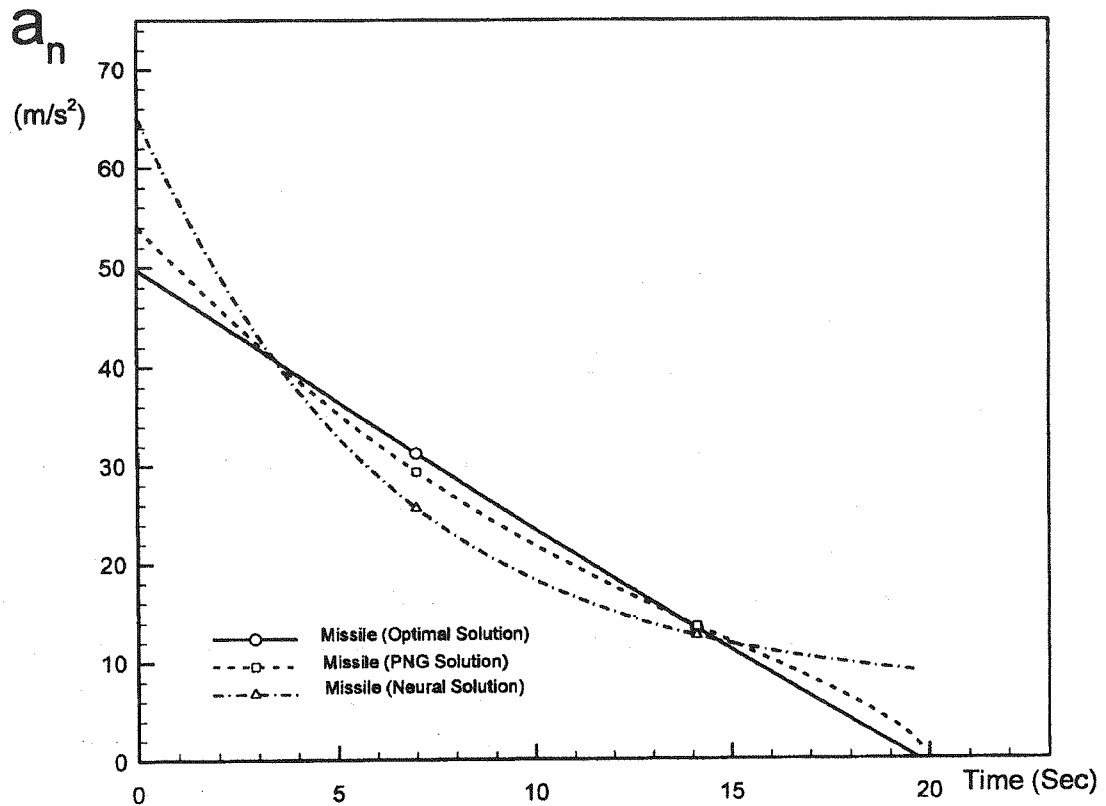
۱۴ از یک هدف مانوری با شتاب $A_T = -2g$ استفاده شده است. ملاحظه می‌گردد که NNG به صورت یک قانون مؤثر هدایتی در مقابل اهداف مانوردار عمل می‌نماید. در شکل ۱۴ اصابت برای NNG امکان پذیر است. اما در موشکی که از ناوبری متناسب PNG استفاده می‌کند، هدف می‌گریزد.

۹- نتیجه گیری

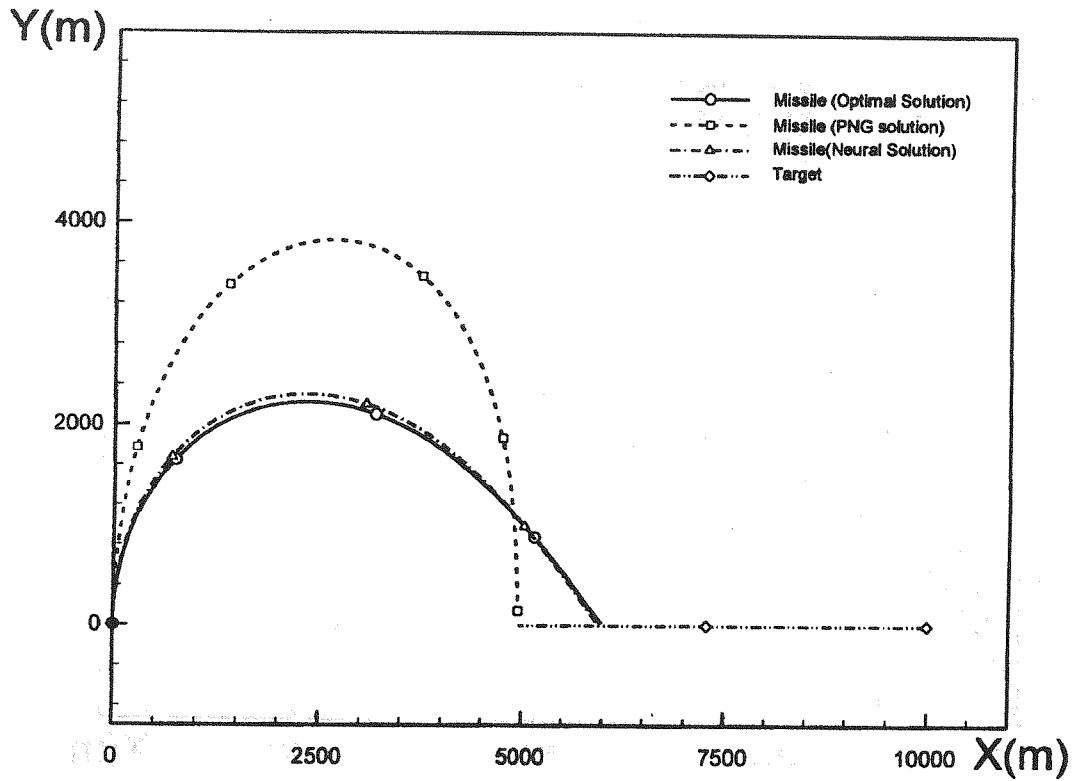
در این مقاله با کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی، قانون بهینه حلقه بسته در تعقیب صفحه‌ای به دست آمده و از آن به صورت همزمان در موشک‌های آشیانه یاب استفاده شده است. در این رابطه ابتدا معادلات کنترل حلقه باز به روش عددی حل شده و داده‌های حاصل جهت آموزش شبکه عصبی پیش‌خور چند لایه مورد استفاده قرار گرفته است. سپس شبکه به عنوان کنترل‌کننده بهینه حلقه بسته در سناریوی تعقیب به کار گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که شبکه عصبی به خوبی قادر به تولید همزمان قانون حلقه بسته در موشک‌های آشیانه یاب می‌باشد. در اغلب سناریوهای آزمایش شده مسیرهای NNG و منحنی فرمان کنترل a_n نزدیک به مقادیر بهینه بوده و به خوبی می‌توان از NNG در مسائل واقعی و به طور همزمان استفاده نمود.



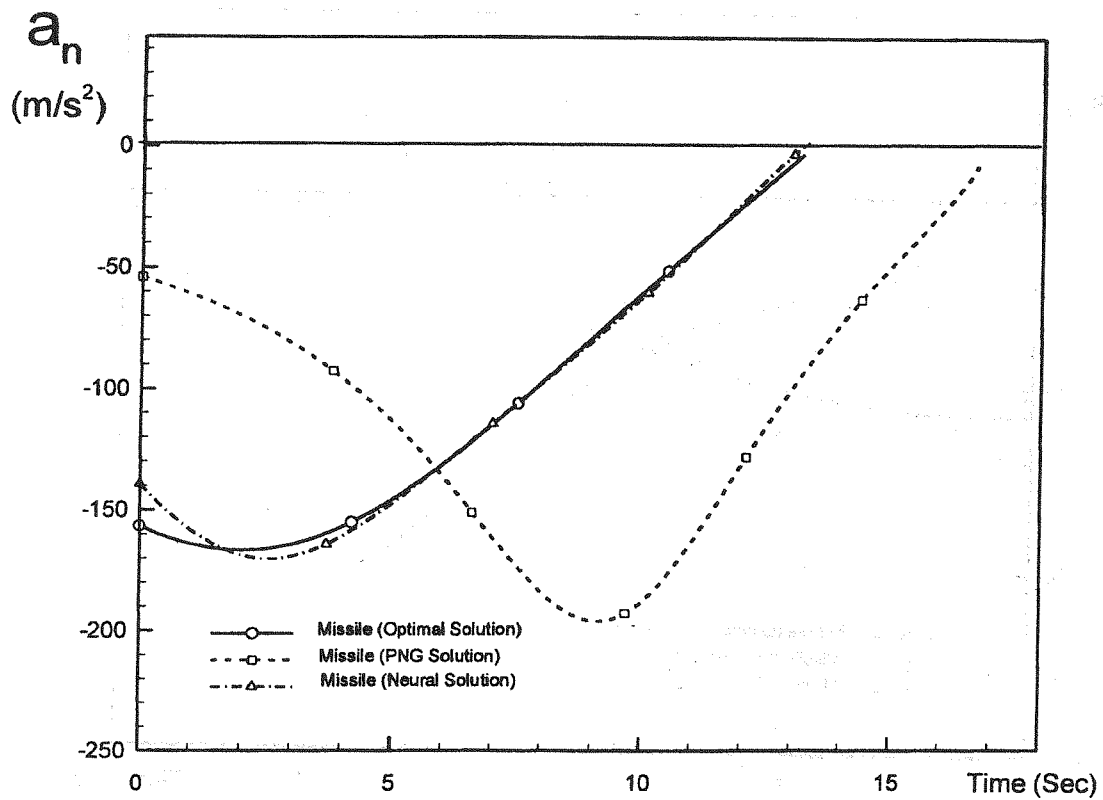
شکل (۵) منحنی مسیر ($\theta_0 = 0^\circ, \beta_0 = 90^\circ, X_0 = 10000\text{m}, V_M = 600\text{m/s}, V_T = 300\text{m/s}$)



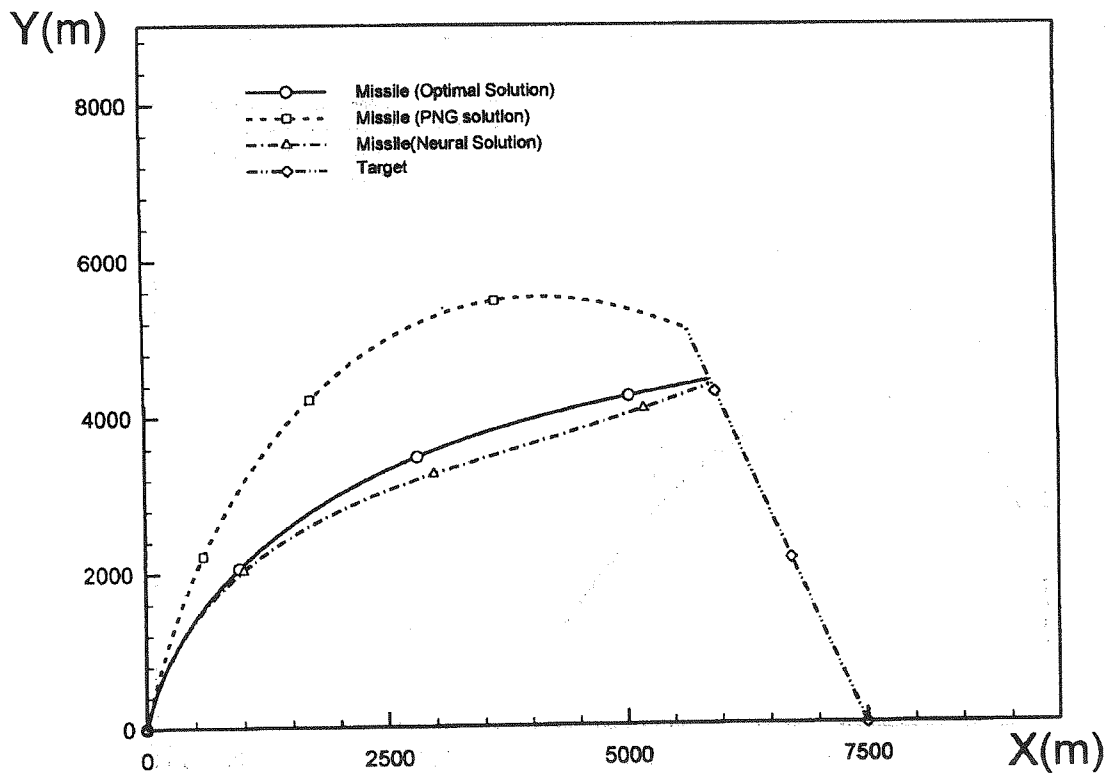
شکل (۶) منحنی شتاب ($\theta_0 = 0^\circ, \beta_0 = 90^\circ, X_0 = 10000\text{m}, V_M = 600\text{m/s}, V_T = 300\text{m/s}$)



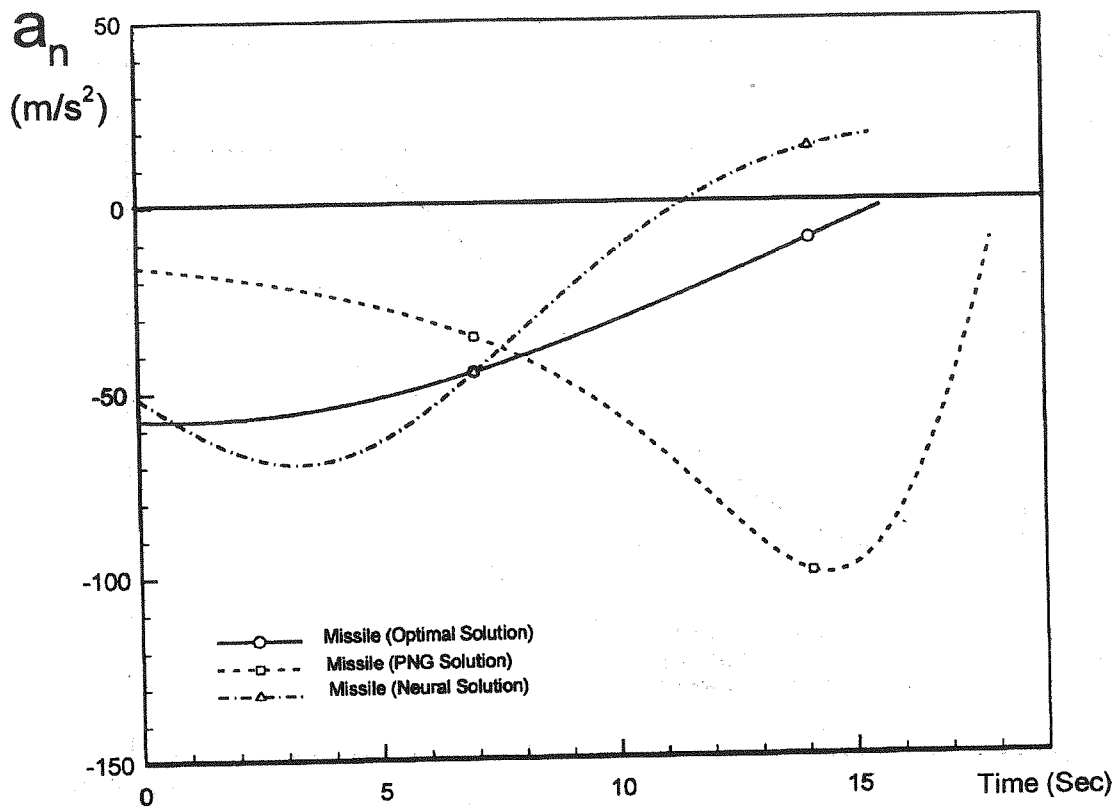
شکل (۷) منحنی مسیر $(\theta_0 = 90^\circ, \beta_0 = 180^\circ, X_0 = 10000\text{m}, V_M = 600\text{m/s}, V_T = 300\text{m/s})$



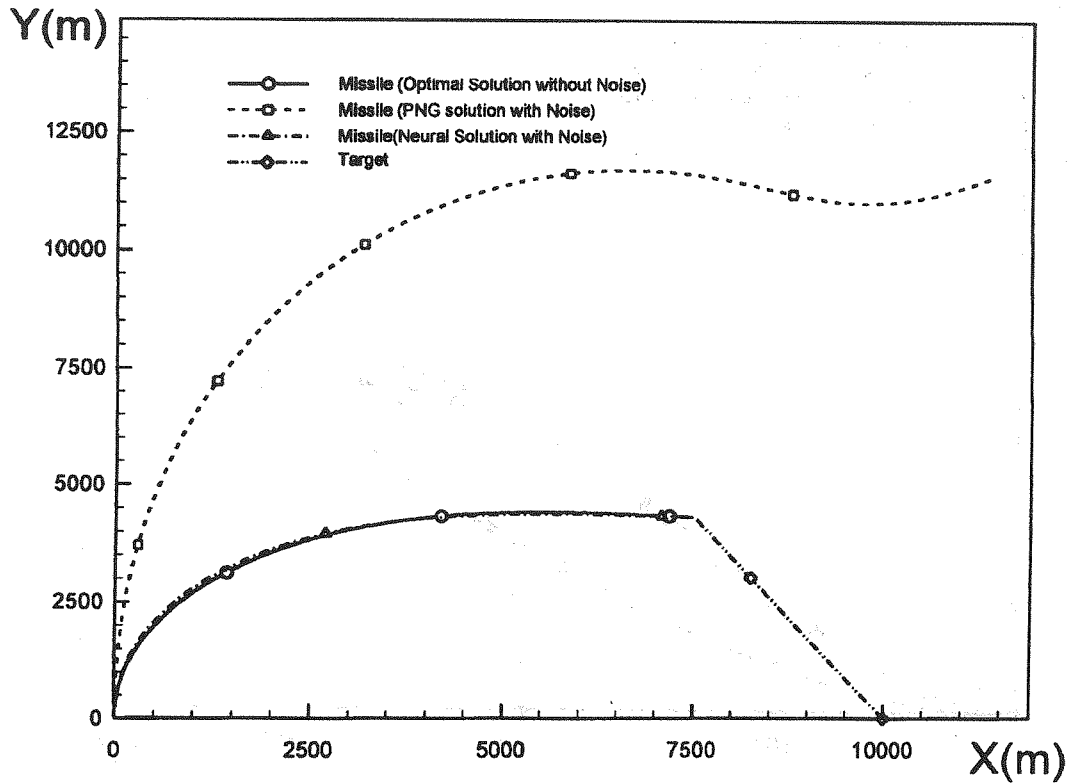
شکل (۸) منحنی شتاب $(\theta_0 = 90^\circ, \beta_0 = 180^\circ, X_0 = 10000\text{m}, V_M = 600\text{m/s}, V_T = 300\text{m/s})$



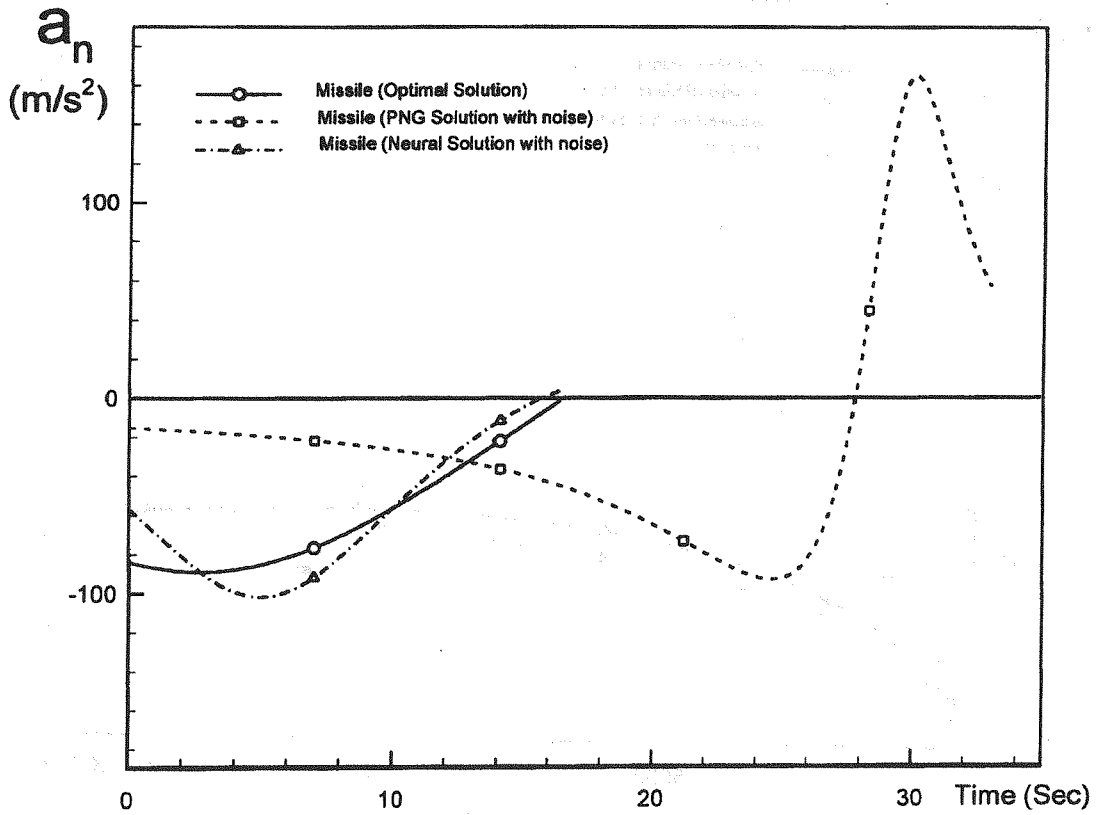
شکل (۹) منحنی مسیر $(\theta_0 = 80^\circ, \beta_0 = 110^\circ, X_0 = 7500m, V_M = 500m/s, V_T = 300m/s)$



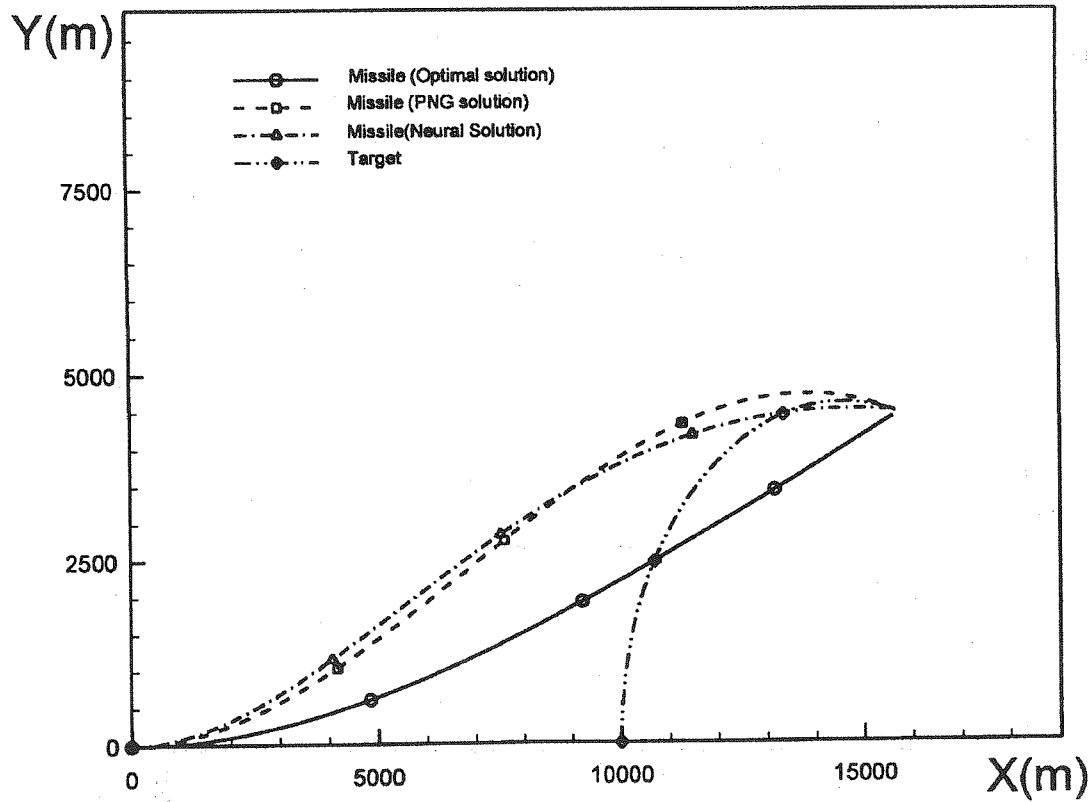
شکل (۱۰) منحنی شتاب $(\theta_0 = 80^\circ, \beta_0 = 110^\circ, X_0 = 7500m, V_M = 500m/s, V_T = 300m/s)$



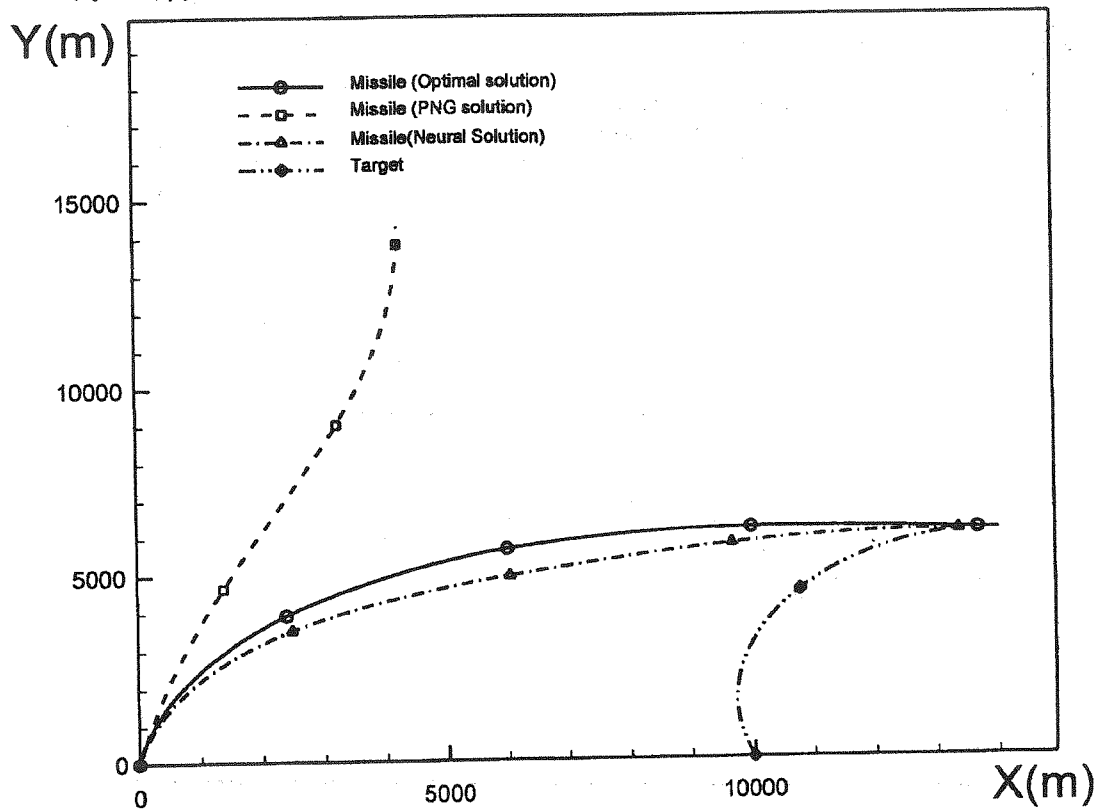
شکل (۱۱) منحنی مسیر $a_n = \text{noisy}$ ($\theta_0 = 90^\circ$, $\beta_0 = 120^\circ$, $X_0 = 10000\text{m}$, $V_M = 600\text{m/s}$, $V_T = 300\text{m/s}$)



شکل (۱۲) منحنی شتاب $a_n = \text{noisy}$ ($\theta_0 = 90^\circ$, $\beta_0 = 120^\circ$, $X_0 = 10000\text{m}$, $V_M = 600\text{m/s}$, $V_T = 300\text{m/s}$)



شکل (۱۳) منحنی مسیر $(\theta_0 = 0^\circ, \beta_0 = 90^\circ, X_0 = 10000\text{m}, V_M = 600\text{m/s}, V_T = 300\text{m/s}, A_T = -2g)$



شکل (۱۴) منحنی مسیر $(\theta_0 = 0^\circ, \beta_0 = 90^\circ, X_0 = 10000\text{m}, V_M = 600\text{m/s}, V_T = 300\text{m/s}, A_T = -2g)$

- [1] Jennings, L. S., Fisher, M. E., Teo, K. L., and Goh, C. J., MISER Optimal Control Software: Theory and User Manual, Version 1.0, EMCROSS Pty. Ltd., Perth, Australia, 1990.
- [2] Bryson, A., E. Ho, Y. C., Applied Optimal control, Halsted Press, Washington, DC, 1975.
- [3] Kirk, D. E. Optimal Control Theory, Englewoods Cliffs, NJ: Prentice - Hall, 1970.
- [4] Zarchan, P., Tactical and Strategic Missile Guidance, Vol. 124, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Washington, DC, 1994.
- [5] Lippmann, R. P. "An Introduction to Computing with Neural Nets," IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing (Apr. 1987), 4 - 22.
- [6] Hopfield, J. "Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities." In Proceedings of the National Academy of Science U.S.A., 79. (1982). 2554 - 2558.
- [7] Rumelhart, D. E. and J. L. McClelland. 1986. Parallel Distributed Processing, Vols. 1 & 2 . Cambridge, Mass, MIT Press.
- [8] Steck, J. E., Balakrishnan, S. N., "Use of Hopfield Neural Networks in Optimal Guidance," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 30, No. 1, Jan. 1994, pp. 287 - 293.
- [9] Balakrishnan, S. N., Biega, Victor., "New Neural Architecture for Homing Missile Guidance," Proceedings of the American Control Conference V. 3, 1995, p 2148 - 2152.
- [10] Bersini, H. and Gorrini, V. "A Simplification of the Backpropagation-Through - Time Algorithm for Optimal Neurocontrol," IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 8, No. 2., pp 437 - 441, March 1997.