تصحیح ماتریس مبداء ـ مقصد با اطلاعات شمارش حجم (مطالعه موردی: شهر مشهد)

هدایت ذکایی آشتیانی
دانشیار

مهدی محمودآبادی
کارشناس ارشد

دانشکده مهندسی عمران ، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

اطلاعات تقاضای سفر به صورت ماتریس های مبداء ـ مقصد از جایگاه و اهمیت خاصی در علم حمل و نقل برخوردار است، که نقشی اساسی در طراحی سیستم های حمل و نقل ایفا می کند. دستیابی به این ماتریس از روش های معمولی نیازمند صرف وقت، هزینه و نیروی انسانی زیادی است. باتوجه به آنکه دسترسی به اطلاعات حجم ترافیك در کمان های یك شبکه حمل و نقل کار ساده و راحتی است، این تحقیق سعی در آن دارد که ماتریس تقاضای سفر را به کمك این اطلاعات بدست آورد. در این مقاله برای حل مسأله برآورد (تصحیح) ماتریس مبداء ـ مقصد از روی اطلاعات شمارش حجم کمان ها، روش گرادیان اسپایس که قابل پیاده سازی برای شبکه های واقعی با مقیاس بزرگ می باشد، در نظر گرفته شده است. روش گرادیان یك روش تکراری است که از یك ماتریس مبداء ـ مقصد اولیه شروع می شود و در هر تکرار سعی دارد به ماتریسی برسد که جریان هایی نزدیکتر به جریان های مشاهده شده را تولید کند، و تا آنجا که ممکن است از ماتریس اولیه فاصله نگیرد. در این مقاله روش گرادیان براساس دو نوع روش تخصیص ترافیك فرانك ـ ولف و تکمیلی آشتیانی (که هر دو براساس تعادل ترافیکی هستند)، به ترتیب در محیط نرم افزار EMME/2 و در محیط برنامه نویسی C پیاده سازی شده و برای یك شبکه واقعی (شهر مشهد) اعمال گردیده است. در پیاده سازی روش با استفاده از تخصیص تکمیلی در محیط C، شیوه ای برای افزایش سرعت همگرایی روش گرادیان ارائه شده است. نتایج حاصل از اعمال این شیوه برای شبکه شهر مشهد نشان داد که سرعت همگرایی روش گرادیان در این حالت به ۳۲ برابر سرعت همگرایی آن در حالت استفاده از تخصیص فرانك ـ ولف در محیط EMME/2 می رسد. همچنین برای حفظ نزدیکی هر چه بیشتر ماتریس مبداء ـ مقصد برآورد (تصحیح) شده به ماتریس اولیه، روش بهبود یافته گرادیان ارائه شده است. در اجرای روش بهبود یافته گرادیان برای شبکه شهر مشهد، این روش توانست ماتریسی برآورد کند که بسیار نزدیك به ماتریس اولیه باشد، و درعین حال جریان هایی بسیار نزدیك به جریان های مشاهده شده در کمان ها را بدست دهد.

Correction of Origin-Destination Martrix From Traffic Counts (Case of City of Mashhad)

H. Z. Aashtiani
Associate Professor

M. Mahmud Abadi
M.Sc. Student

Civil Engineering Department,
Sharif University of Technology

Abstract

The trip demand information in the form of the origin-destination (OD) matrix is an essential input to the transportation studies. Obtaining such a matrix by conventional methods needs considerable amount of time, cost, and manpower. Since obtaining traffic volume data for the links of the transportation network is easy, recently many researchers have tried to obtain trip demand matrix by using this information. Among them, Spiess introduced the gradient method which is applicable for real large scale networks. The gradient method is an it-

erative procedure which starts from an initial O-D matrix and at each iteration tries to reach a matrix which generates flows closer to the observed flows and while staying close to the initial matrix as much as possible. In this papre, the gradient method has been implemented based on tow type of traffic assignment procedures, namely Frank-wolfe and Aashtiani algorithms (which both of them are based on traffic equilibrium), in EMME/2 software and C programming environments respectively. The resulting algorithms have applied to real network (city of Mashhad). In the implementation of the gradient method using complementarity assignment, a method has been introduced for increasing the convergence speed. The computational results for the case under study show that using the complementarity algorithm in the gradient method makes it about 34 times faster as compared with the Frank-wolfe assignment in EMME/2 environment. Also for keeping predicted (corrected) O-D matrix as close as possible to the initial matrix, an improved gradient method has been introduced. For the network of the city of Mashhad, the improved method predicted a matrix which was very close to the initial matrix while generating flows in the links very close to the respective observed ones.

Keywords

Origin-destination matrix, Traffic counts, Traffic assignmet, Demand correction, Equilibrium, Observed volume.

مقدمه

دستیابی به ماتریس مبداء - مقصد از روش‌های متعارف نیاز به انجام آمارگیری‌های گسترده و صرف نیروی انسانی، وقت و هزینه زیادی دارد. این در حالی است که دسترسی به اطلاعات حجم جریان درکمان‌های شبکه به راحتی، با دقت بالا و هزینه بسیار کم میسر است. از اینرو درسال‌های اخیر توجه بسیاری از پژوهشگران به چگونگی برآورد ماتریس مبداء - مقصد از روی حجم جریان در کمان‌های شبکه معطوف شده است. روش‌های برآورد ماتریس مبداء - مقصد از روی حجم جریان در کمان‌های شبکه را می‌توان به دو گروه تقسیم کرد [۱]:

- روش‌های پرداخت پارامتر برای مدل‌های تقاضا.
- روش‌های مستقیم برآورد ماتریس مبداء - مقصد از اطلاعات حجم جریان درکمان‌ها.

روش‌های پرداخت پارامتر معمولاً از یک رگرسیون خطی یا غیرخطی برای ساخت مدل‌های تقاضا استفاده می‌کنند. با این وجود، اینگونه روش‌ها برای پرداخت پارامترهای مدل تقاضا نیاز به اطلاعات ناحیه‌ای دارند که بسیار گران به دست می‌آیند، و از طرف دیگر ممکن است خیلی زود قدیمی و یا کهنه شوند. پژوهشگرانی چون انیل [۱]، ویلیام سن [۲] و نگوین [۳] اینگونه شیوه‌ها و روش‌ها را بررسی کرده و مروری بر مقالات ارائه شده در این زمینه داشته‌اند. از طرف دیگر، روش‌های مستقیم برآورد ماتریس مبداء - مقصد از شمارش حجم در کمان‌های شبکه (و اطلاعات قبلی از ماتریس مبداء - مقصد) خیلی راحت و ارزان می‌توانند به مرحله اجرا درآیند و به سه دسته روش‌های آماری، روش‌های ماکزیمم آنتروپی (تئوری حداقل اطلاعات)، و روش‌های مبتنی بر تعادل شبکه، تقسیم بندی می‌شوند.

روش‌های آماری اساساً بر پایه نگرش آماری به مسأله است و مبتنی بر نظریه‌های آماری می‌باشند (علاقمندان می‌توانند به مراجع [۱ و ۴ تا ۸] مراجعه نمایند). دو گروه روش دیگر بر مبنای برنامه ریزی ریاضی می‌باشند. روش‌های ماکزیمم آنتروپی براساس حداکثرسازی احتمال وقوع است و اولین پژوهش‌ها را ویلیام سن [۲]، ویلسون [۹]، ون زولین [۱۰] انجام و مدل‌هایی ارائه کرده‌اند. این مدل‌ها در سال ۱۹۸۰ توسط ون زولین و ویلیام سن [۱۱] توسعه داده شد و مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. تمامی این مدل‌ها براساس فرض تخصیص نسبتی هستند. به عبارت دیگر شرط تعادل در شبکه را در نظر نمی‌گیرند و لذا برای شبکه‌های متراکم قابل استفاده نیستند.

باتوجه به اینکه فرض تخصیص نسبتی درشبکه‌های متراکم و شلوغ فرض منطقی و قابل قبولی نیست، لذا

برای اینگونه شبکه ها شیوه های تخصیص غیرنسبتی که بر پایه تعادل ترافیکی هستند، بسیار مناسب تر به نظر می رسند. اینگونه مدل ها اولین بار توسط نگوین [۱۲] مطرح گردید. ولی چنین شیوه ای را با ارائه دو مدل برای به دست آوردن ماتریس مبداء ـ مقصد از اطلاعات حجم جریان های مشاهده شده در کمان ها توسعه داده است. ماتریس به دست آمده از مدل های نگوین توانسته است جریان هایی نزدیک به جریان های مشاهده شده روی کمان ها را تولید کند. لبلانک وفرهنگیان [۱۳]، و ترن کوئیست و گور [۱۴] مدل های ارائه شده توسط نگوین را مورد بررسی قرار داده و به بیان اشکالات و نقاط ضعف این مدل ها می پردازند.

تاکنون مدل ها و روش های بسیاری برای برآورد یا تصحیح ماتریس مبداء ـ مقصد از روی اطلاعات حجم جریان در کمان ها ارائه شده اند. هر چند این مدل ها در فرمولبندی ریاضی با هم متفاوتند،ولی از یک نقطه نظر با هم شباهت دارند و آن این که به کارگیری آنها برای شبکه های بزرگ واقعی بسیار مشکل خواهد بود (البته اگر غیر ممکن نباشد). نمونه ای از این مدل ها را می توان در [۱۱، ۱۵، ۱۶، ۱۷] ملاحظه کرد. از بین این روش ها، روش گرادیان اسپایس از کارایی بیشتری برای حل مسائل واقعی در ابعاد بزرگ برخوردار است و به علاوه امکان پیاده سازی آن در محیط نرم افزارهای موجود بیشتر است.

مدل ریاضی اسپایس

اکثر مدل های ارائه شده برای برآورد ماتریس مبداء ـ مقصد از روی حجم جریان درکمان های شبکه، به صورت مسائل بهینه سازی هستند. تابع هدف به صورت نوعی تابع فاصله $F(g, \hat{g})$ است و سعی در مینیمم کردن فاصله بین ماتریس مبداء ـ مقصد اولیه $\hat{g}$ و ماتریس مبداء ـ مقصد برآورد شده g را دارند. در مدل ریاضی اسپایس [۱۸]، نگرش دیگری نسبت به مسأله شده است به طوری که توجه خاصی بر روی حجم حاصل از تخصیص ترافیک (v_α) در مقابل حجم شمارش شده روی کمان ($\hat{v}_\alpha$) شده است. در واقع تابع هدف مدل سعی در حداقل کردن اختلاف بین حجم جریان حاصل از تخصیص و مقادیر مشاهده شده (برای کمان هایی ازشبکه که شمارش حجم شده اند) را دارد. اسپایس مسأله برآورد ماتریس تقاضا از اطلاعات حجم جریان در کمان های شبکه را به صورت مدل ریاضی زیر بیان می کند.

$$\text{Min} \quad Z(g) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \in \hat{A}} (v_\alpha - \hat{v}_\alpha)^2 \qquad (۱)$$

$$\text{s.t.}$$
$$v = \text{assign}(g)$$
$$g \geq 0$$

که در آن:

$\hat{A}$: مجموعه کمان هایی از شبکه که جریان در آنها شمارش شده است.

$\hat{V}$:بردار حجم جریان شمارش شده در کمان های شبکه.

g: ماتریس تقاضای مبداء ـ مقصد.

assign (g): یک مدل تخصیص ترافیک بر پایه تعادل، جهت تخصیص ماتریس تقاضای g به شبکه.

V : بردار حجم جریان روی کمان های شبکه (حاصل از تخصیص تقاضای g به شبکه).

مدل تخصیص ترافیک به کار گرفته شده در مدل اسپایس، مدل بکمن براساس تعادل استفاده کننده است. در حالت خاص، وقتی که تابع زمان سفر ـ حجم برای هر کمان تنها تابعی از حجم جریان در همان کمان و یک تابع غیر نزولی باشد، بکمن و همکاران [۱۹] نشان داده اند که مسأله تخصیص ترافیک معادل مدل بهینه سازی کوژ زیر است:

$$\text{Min} \quad \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(x)\,.\,dx \qquad (۲)$$

$$\text{s.t.}$$
$$\sum_{k \in K_i} h_k = g_i \qquad i \in I$$
$$v_\alpha = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_i} \delta_{ak} h_k \qquad a \in A$$
$$h_k \geq 0 \qquad k \in K_i, i \in I$$

که در آن:

A: مجموعه کمان های شبکه

a: اندیس بیان کننده یک کمان

I: مجموعه زوج های مبداء ـ مقصد

i: اندیس بیان کننده یک زوج مبداء ـ مقصد، $i \in I$

v_a: حجم جریان ترافیک در کمان a

K_i: مجموعه مسیرهای بین زوج مبداء ـ مقصد i

k: اندیس بیان کننده یک مسیر، $k \in K_i$

h_k: جریان در مسیر k

$t_a(v_a)$: تابع زمان سفر ـ حجم برای کمان a

g_i: مقدار تقاضا برای زوج مبداء ـ مقصد i (ثابت فرض می‌شود)

$$\delta_{ak} = \begin{cases} ١ & \text{اگر کمان a در مسیر k باشد،} \\ ٠ & \text{اگر کمان a در مسیر k نباشد.} \end{cases}$$

در حالت کلی، مسأله تخصیص ترافیک براساس تعادل استفاده کننده در یک شبکه را می‌توان به صورت زیر فرمولبندی کرد [٢٠]:

$$(T_k(\mathbf{h}) - u_i) \,.\, h_k = 0 \qquad k \in K_i, i \in I \qquad (٣)$$

$$T_k(\mathbf{h}) - u_i \geq 0 \qquad k \in K_i, i \in I$$

$$T_k(\mathbf{h}) = \sum_{a \in A} \delta_{ak} \,.\, t^i_a(\mathbf{h}) \qquad k \in K_i, i \in I$$

$$\sum_{k \in K_i} h_k - g_i = 0 \qquad i \in I$$

$$\mathbf{h} \geq 0$$

$$\mathbf{u} \geq 0$$

که در آن:

$\mathbf{h}$: بردار $\{h_k\}$

u_i: کوتاهترین زمان سفر برای زوج مبداء ـ مقصد i

$\mathbf{u}$: بردار $\{u_i\}$

$t^i_a(\mathbf{h})$: تابع زمان سفر ـ حجم برای کمان a و زوج مبداء ـ مقصد i

$T_k(\mathbf{h})$: زمان سفر در مسیر k.

در حالتی که تقاضا ثابت[1] و $t^i_a(\mathbf{h}) = t_a(v_a)$ باشد، مدل (٣) معادل مدل بهینه سازی (٢) است.

در ادبیات حمل و نقل، روش‌های مختلفی برای حل مسأله تخصیص ترافیک و یافتن جریان تعادلی ارائه شده است. در بین این روش‌ها، دو گروه از آنها بیش از بقیه مورد توجه و کاربرد قرار داشته‌اند. در گروه اول، که برای حالات خاص کاربرد دارد، مسأله تخصیص ترافیک به مسأله بهینه سازی (٢) تبدیل می‌شود و از روش‌های ترکیب کوژ[2] برای حل آن استفاده می‌شود. الگوریتم‌های متنوعی بر مبنای فرمولبندی بکمن ارائه شده‌اند که از میان این الگوریتم‌ها می‌توان از الگوریتمی که توسط لبلانک [٢١ و ٢٢] وبر اساس شیوه ترکیب کوژ فرانک ـ ولف [٢٣] ارائه شد نام برد. در گروه دوم، که کاربرد عام‌تری دارد، مسأله تخصیص ترافیک به یک مسأله تکمیلی غیرخطی[3] تبدیل می‌شود و از روش‌های خطی سازی برای حل آن استفاده می‌شود. اولین کوشش‌ها در این زمینه توسط آشتیانی [٢٠] انجام شده است. وی نشان می‌دهد که مسأله تعادل ترافیکی، مدل (٣)، را می‌توان به شکل یک مسأله تکمیلی غیرخطی تبدیل نمود. آشتیانی سپس با تجزیه و خطی سازی، مسأله تکمیلی غیرخطی را به یک مسأله تکمیلی خطی تبدیل کرده و الگوریتمی کارا برای حل آن ارائه می‌دهد.

مسأله برآورد ماتریس مبداء ـ مقصد فرموله شده به صورت مدل (١)، ممکن است بیش از یک جواب بهینه داشته باشد. در اینگونه موارد در صورت وجود یک ماتریس اولیه انتظار داریم که ماتریس برآورد شده تا حد امکان به ماتریس اولیه (هدف) نزدیک باشد. برای نیل به این منظور اکثر مدل‌های ارائه شده تابع هدفی به صورت $F(g, \hat{g})$، که معیاری از فاصله بین ماتریس اولیه و ماتریس برآورد شده است، همراه با محدودیت هایی برای تساوی حجم جریان‌های مشاهده شده و حجم جریان‌های حاصل از تخصیص، را در نظر گرفته‌اند. با وجودی که اینگونه مدل‌ها انتخاب بهترین ماتریس (براساس یک سری معیارها) که شرایط حجم جریان‌های مشاهده شده را نیز ارضاء کند مناسب به نظر می‌رسند، ولی درجه پیچیدگی حل آنها بسیار زیاد است. لذا اینگونه مدل‌ها به سختی برای شبکه‌های بزرگ قابل اجرا و پیاده سازی هستند. از طرف دیگر، اگر بتوان روش حلی ارائه کرد که به طور ذاتی جوابی نزدیکتر به جواب اولیه بدهد، آنگاه تابع هدف را می‌توان به صورت (١) در نظر گرفت، و جوابی نزدیکتر به نقطه شروع نیز به دست آورد. خوشبختانه، روش گرادیان که آن را «تندترین کاهش[4]» نیز می‌خوانند این خاصیت را داراست. این روش، علاوه بر اینکه همواره در جهتی که تابع هدف را کم می‌کند، حرکت می‌نماید، تا آنجا که ممکن است نزدیک نقطه شروع (جواب اولیه) باقی می‌ماند.

روش حل گرادیان

روش اسپایس برای حل مدل ریاضی (١)، حالت خاصی از روش عمومی گرادیان است که در هر تکرار، ماتریس تقاضا در جهت گرادیان تابع هدف تصحیح می‌شود. حالت ساده‌ای از آن عبارت است از:

$$g_i^{l+1} = \begin{cases} \hat{g}_i & l = 0 \\ g_i^l - \lambda^l \left(\dfrac{\partial Z(g)}{\partial g_i}\right)_{g_i^l} & l = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \qquad (۴)$$

که:

l: اندیس بیانگر شماره تکرار l،

λ^l: طول گام حرکت در تکرار l،

g_i^l: تقاضای مبداء ـ مقصد i در تکرار l،

$\hat{g}_i$: تقاضای اولیه مبداء ـ مقصد i،

در رابطه (۴)، طول گام حرکت (λ^l) باید به اندازه کافی کوچک اختیار شود تا g^l در مسیر صحیح گرادیان حرکت کند. اگر گرادیان براساس متغیر g به صورت (۴) تعریف شود، در این صورت تغییرات ماتریس تقاضا به صورت مطلق خواهد بود (و نه نسبی). به عبارت دیگر، تعداد سفرها، بدون توجه به تغییر نسبی[5] ماتریس اولیه منظور خواهندشد. به ویژه، زوج های مبداء ـ مقصد با $\hat{g}_i = 0$ در طول فرایند تصحیح ماتریس تغییر می کنند و تحت تأثیر الگوریتم قرار می گیرند. با یک دید منطقی تر نسبت به مسأله، گرادیان باید بر مبنای تغییر نسبی تقاضا باشد. از این رو، اسپایس برای تصحیح ماتریس تقاضا، رابطه زیر را پیشنهاد می کند:

$$g_i^{l+1} = \begin{cases} \hat{g}_i & l = 0 \\ g_i^l \left(1 - \lambda^l \left(\dfrac{\partial Z(g)}{\partial g_i}\right)_{g_i^l}\right) & l = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \qquad (۵)$$

هنگامی که گرادیان نسبی[6] به کار گرفته شود، تقاضا به صورت نسبتی از تقاضای اولیه تغییر می کند. مبداء ـ مقصدهای با $\hat{g}_i = 0$ نیز همچنان در مقدار صفر باقی می مانند و در طول الگوریتم تغییر نمی کنند. قبل از تشریح چگونگی محاسبه $\frac{\partial Z(g)}{\partial g}$، ابتدا لازم است که حجم جریان در کمان ها برحسب حجم جریان درمسیرها نوشته شوند. در حالت کلی این رابطه به صورت زیر است:

$$v_a = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_i} \delta_{ak} h_k \quad , a \in A \qquad (۶)$$

اگر به جای جریان در مسیر (h_k) از کمیت «احتمال برای مسیر[7]» استفاده شود، یعنی،

$$P_k = \frac{h_k}{g_i} \, , k \in K_i \, , i \in I \qquad (۷)$$

در این صورت رابطه (۶) به صورت زیر در می آید:

$$v_a = \sum_{i \in I} g_i \sum_{k \in K_i} \delta_{ak} p_k \quad , a \in A \qquad (۸)$$

حال برای محاسبه $\frac{\partial Z(g)}{\partial g}$ با استفاده از تابع هدف (۱) داریم:

$$\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} = \sum_{a \in \hat{A}} \frac{\partial v_a}{\partial g_i} (v_a - \hat{v}_a) \quad , i \in I \qquad (۹)$$

از طرفی، با فرض ثابت بودن p_k و با استفاده از رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial v_a}{\partial g_i} = \sum_{k \in K_i} \delta_{ak} P_k \quad , a \in A \, , i \in I \qquad (۱۰)$$

با جایگذاری رابطه (۱۰) در رابطه (۹) داریم:

$$\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} = \sum_{a \in \hat{A}} \sum_{k \in K_i} \delta_{ak} P_k (v_a - \hat{v}_a) = \sum_{k \in K_i} P_k \sum_{a \in \hat{A}} \delta_{ak} (v_a - \hat{v}_a) \quad , i \in I \qquad (۱۱)$$

برای اجرای روش گرادیان و محاسبه رابطه (۵)، طول گام حرکت یعنی λ^l نیز باید محاسبه گردد. انتخاب مقادیر کوچک برای طول گام حرکت این مزیت را دارد که دقت گرادیان در مسیر حرکت کمینه سازی بهتر می شود، ولی در عوض تعداد تکرار بیشتری را برای رسیدن به جواب نیاز دارد. از طرف دیگر، انتخاب مقادیر بزرگ برای طول گام حرکت ممکن است مقدار تابع Z (g) را به شدت زیاد کند و باعث ایجاد مشکل در همگرایی الگوریتم شود. اسپایس حل مسأله یک متغیره زیر را جهت تعیین مقدار بهینه طول گام حرکت (λ^*) برای ماتریس تقاضای داده شده g، پیشنهاد می کند:

$$\text{Min} \;\; Z\left(g_i \left(1 - \lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}\right)\right) \qquad (۱۲)$$

s.t.

$\lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \leq 1 \quad , g_i > 0$ برای تمام $i \in I$ با

از آنجا که تابع هدف Z بر حسب حجم جریان در کمان ها بیان شده است، لذا چگونگی تغییر آن در طول جهت گرادیان باید مشخص گردد. با به کارگیری قانون زنجیره ای بر روی رابطه (۱۰) خواهیم داشت:

$$\nu'_a = \frac{d\nu_a}{d\lambda} = \sum_{i\in I} \frac{dg_i}{d\lambda} \cdot \frac{\partial \nu_a}{\partial g_i}$$

با مشتق گیری از رابطه (۵) و استفاده از رابطه (۱۰) خواهیم داشت:

$$\nu'_a = \sum_{i\in I} \left(- g_i \frac{\partial Z}{\partial g_i}\right) \left(\sum_{k\in K_i} \delta_{ak} \; P_k\right) \qquad (۱۳)$$

و با جایگذاری رابطه (۱۱) در آن خواهیم داشت:

$$\nu'_a = -\sum_{i\in I} g_i \left(\sum_{k\in K_i} P_k \sum_{\hat{a}\in \hat{A}} \delta_{\hat{a}k} (\nu_{\hat{a}} - \hat{\nu}_{\hat{a}})\right) . \left(\sum_{k\in K_i} \delta_{ak} P_k\right) \qquad (۱۴)$$

برای حل مسأله کمینه سازی (۱۲) ابتدا آن را به صورت زیر می نویسیم:

$$\underset{\lambda}{\mathrm{Min}} \quad Z(\lambda) = \frac{1}{2} \sum_{a\in \hat{A}} (u_a - \hat{\nu}_a)^2 \qquad (۱۵)$$

s.t.

$$u = \mathrm{assign}\left(\left(g_i \left(1 - \lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}\right)\right)\right)$$

$\lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \leq 1 \;, g_i > 0$ با $i \in I$ برای تمام

با فرض تغییر نکردن احتمال استفاده از مسیرها (ثابت بودن p_kها)، مقادیر جریان در کمان ها به صورت زیر خواهند بود:

$$u_a = \sum_{i\in I} \left(g_i \left(1 - \lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}\right)\right) . \left(\sum_{k\in K_i} \delta_{ak} P_k\right)$$

یا،

$$u_a = \sum_{i\in I} g_i \left(\sum_{k\in K_i} \delta_{ak} P_k\right) + \lambda \left(- \sum_{i\in I} g_i \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}\right) . \left(\sum_{k\in K_i} \delta_{ak} P_k\right)$$

در نتیجه تابع هدف مسأله بالا به صورت زیر خواهد شد:

$$Z(\lambda) = \frac{1}{2} \sum_{a\in \hat{A}} \left(\sum_{i\in I} g_i \left(\sum_{k\in K_i} \delta_{ak} P_k\right) + \lambda \left(-\sum_{i\in I} g_i \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}\right) . \left(\sum_{k\in K_i} \delta_{ak} P_k - \hat{\nu}_a\right)^2\right.$$

با استفاده از روابط (۸) و (۱۳) و جایگزینی آنها در تابع بالا خواهیم داشت:

$$Z(\lambda) = \frac{1}{2} \sum_{a\in \hat{A}} (\nu_a + \lambda \nu'_a - \hat{\nu}_a)^2$$

حال اگر محدودیت آخر مسأله (۱۵) به صورت ضمنی در نظر گرفته شود، جواب بهینه مسأله (۱۵) با قرار دادن مشتق تابع $Z(\lambda)$ برابر صفر به دست خواهد آمد. یعنی،

$$\frac{dZ(\lambda)}{d\lambda} = \sum_{a\in \hat{A}} \nu'_a (\nu_a + \lambda \nu'_a - \hat{\nu}_a) = 0$$

در نتیجه مقدار بهینه طول گام حرکت (λ^*) از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\lambda^* = \frac{\sum_{a\in \hat{A}} \nu'_a (\hat{\nu}_a - \nu_a)}{\sum_{a\in \hat{A}} {\nu'_a}^2} \qquad (۱۶)$$

و شرط امکانپذیری نیز به صورت زیر خواهد بود:

(۱۷) $\lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \leq 1 \;, g_i > 0$ با $i \in I$ برای تمام

باتوجه به روابط بدست آمده، الگوریتم روش گرادیان را می توان مطابق شکل (۱) بیان کرد. معیار توقف در این الگوریتم، توسط تعداد تکرارهای روش گرادیان مشخص می گردد.

بهبود روش گرادیان

در مدل اسپایس، نزدیک سازی جریان های برآورد شده به مقادیر مشاهده شده به صورت صریح و در تابع هدف در نظر گرفته می شود. ولی نزدیک سازی ماتریس مبداء - مقصد برآورد شده به ماتریس تقاضای اولیه (هدف) به صورت ضمنی در روش گرادیان اعمال می شود. بنابراین در این روش تضمینی برای دستیابی به ماتریسی نزدیک به ماتریس اولیه وجود ندارد. همانگونه که نتایج این تحقیق نشان می دهد، در مواردی که جواب اولیه از قابلیت اعتماد بالایی برخوردار باشد، لازم است که نزدیکی ماتریس جواب به ماتریس اولیه بیشتر حفظ گردد و در هر تکرار روش، به طریقی سعی شود که ماتریس به دست آمده بیش از حد لزوم از ماتریس اولیه فاصله نگیرد و عدم دوری از نقطه شروع دائماً کنترل گردد.

باتوجه به مطالب فوق در این قسمت تکنیک هایی برای

جلوگیری از دور شدن بیش از اندازه ماتریس مبداء - مقصد از نقطه شروع ارائه می‌گردد تا بدینوسیله بتوان بهبودی در الگوریتم گرادیان بوجود آورد. به نظر می‌رسد که برای دور نشدن از ماتریس اولیه باید محدودیت هایی به الگوریتم اضافه گردد تا به وسیله آن محدودیت ها اجازه ندهیم که ماتریس به دست آمده بیش از حد از نقطه شروع دور گردد. در اینجا دو نوع محدودیت را که می توان بر روی تغییرات ماتریس مبداء - مقصد اعمال کرد بیان می کنیم.

یکی از روش ها برای محدود کردن تغییرات ماتریس مبداء - مقصد این است که اجازه ندهیم ماتریس مبداء - مقصد جواب بیش از درصد خاصی (مثلاً ۵۰٪) ماتریس اولیه تغییر کند، که میزان درصد تغییرات ماتریس با توجه به قابلیت اعتماد جواب اولیه انتخاب می‌گردد. بدیهی است هر چه ماتریس اولیه از اعتماد بالاتری برخوردار باشد، میزان درصد تغییرات کمتری باید لحاظ گردد و انتظار نزدیکی بیشتر ماتریس نهایی به ماتریس اولیه را داریم. در نقطه مقابل، اگر به ماتریس مبداء - مقصد اولیه اعتماد زیادی نداشته باشیم و بیشتر مایل به تولید حجم جریان‌های مشاهده شده در کمان ها باشیم، میزان درصد تغییرات ماتریس را عدد بزرگتری لحاظ خواهیم کرد. با اعمال این محدودیت بر روی ماتریس مبداء - مقصد ، تضمین می‌گردد که ماتریس جواب بیش از حد مجاز از ماتریس اولیه دور نخواهد شد.

چنانچه عناصر ماتریس مبداء - مقصد از پراکندگی زیادی برخوردار باشند، اعمال درصد تغییرات یکسان برای تمامی عناصر ماتریس منطقی به نظر نمی‌رسد. در اینگونه حالات بهتر است که عناصر ماتریس مبداء - مقصد را به بازه هایی طبقه بندی کنیم و سپس برای هر بازه یک میزان تغییرات قائل شویم. طبقه بندی عناصر ماتریس مبداء - مقصد به بازه های مشخص و انتخاب میزان درصد تغییرات برای هر بازه نیاز به یک دید کارشناسی دارد و در انتخاب آنها باید دقت گردد.

پیاده سازی روش گرادیان

در این قسمت به چگونگی پیاده سازی روش گرادیان براساس دو شیوه تخصیص ترافیک فرانک - ولف و تکمیلی آشتیانی به ترتیب در محیط EMME/2 و محیط برنامه نویسی C پرداخته می‌شود.

از آنجا که روش گرادیان علاوه بر حجم جریان روی کمان ها به اطلاعات حجم جریان درمسیرها نیز نیازمند است. لذا برای پیاده سازی روش گرادیان در محیط نرم افزار EMME/2 باید نسخه ای از این نرم افزار که شامل ابزار تخصیص اضافی[8]» است را به کار گرفت (نسخه ۳ و یا بالاتر)، که امکان محاسبه همزمان یک سری اطلاعات مربوط به مسیرها را به همراه انجام فرایند تخصیص ترافیک داشته باشد. در زیر به بیان کلیات چگونگی پیاده سازی روش گرادیان در محیط EMME/2 می پردازیم.

در ابتدای تکرار l از روش گرادیان، یک تخصیص ترافیک معمولی جهت تخصیص ماتریس تقاضای g_i^l به شبکه انجام می پذیرد تا بدینوسیله حجم جریان روی کمان های شبکه، v_a، به دست آید. سپس با استفاده از این جریان ها و جریان های مشاهده شده روی کمان ها $\hat{v}_a$ ، و با استفاده از زیر برنامه مربوط به محاسبه گر شبکه[9]، مقدار C_a بر طبق رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$C_a = \begin{cases} v_a - \hat{v}_a & \text{اگر } a \in \hat{A} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \qquad (۱۸)$$

برای محاسبه $\frac{\partial Z(g)}{\partial g}$ تعریف شده در رابطه (۱۱)، یک تخصیص اضافی انجام می‌شود و بدینوسیله مقادیر $\frac{\partial Z(g)}{\partial g}$ به صورت یک ماتریس به دست می‌آیند. سپس این ماتریس به عنوان «ماتریس تقاضای اضافی[10]» برای یک تخصیص اضافی دیگر جهت به دست آوردن مقادیر v'_a، بر طبق رابطه (۱۳) در نظر گفته می شود. با داشتن مقادیر $\frac{\partial Z(g)}{\partial g}$ و v'_a، مقدار گام حرکت (λ^l) ، بر طبق رابطه (۱۶) و همچنین ماتریس مبداء - مقصد جدید g_i^{l+1} بر طبق رابطه (۵) با استفاده از زیربرنامه های محاسبه گر شبکه و محاسبه گر ماتریس[11] محاسبه می شوند.

در پیاده سازی الگوریتم گرادیان با استفاده از تخصیص تکمیلی از برنامه طوبایی [۲۴]، که الگوریتم تکمیلی آشتیانی را به زبان C نوشته است، استفاده می‌گردد. روند کلی برنامه برای روش گرادیان بدین صورت است که، ابتدا ماتریس تقاضای g با استفاده از زیر برنامه تخصیص تکمیلی به شبکه تخصیص می یابد و در نتیجه مقادیر حجم جریان در کمان ها، v_a، و همچنین حجم جریان در مسیرها، h_k، به دست می‌آیند. سپس محاسبات مربوط به روش گرادیان بر طبق روابط (۱۱) و (۱۴) و (۱۶) و (۵) انجام می گیرند و یک ماتریس مبداء - مقصد جدید به دست می‌آید. در صورت

گام ۱ : قرار ده $l=0$ و $g_i = \hat{g}_i$ برای $i \in I$.

گام ۲ : ماتریس g_i را بر روی شبکه تخصیص ده و حجم ترافیک روی کمانهای شبکه (v_a) را به دست آور (مدل تخصیص ترافیک بر اساس تعادل شبکه).

گام ۳ : برای هر مبداء-مقصد i ، $i \in I$ ، مجموعهٔ مسیرهای استفاده شده K_i و جریان تعادلی در این مسیرها، h_k ، را تعیین کن و مقادیر $\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}$ و λ^l را مطابق روابط زیر محاسبه کن:

$$p_k = \frac{h_k}{g_i}$$

$$\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} = \sum_{k \in K_i} p_k \sum_{a \in \hat{A}} \delta_{ak} (v_a - \hat{v}_a)$$

$$v'_a = -\sum_{i \in I} g_i \Big(\sum_{k \in K_i} p_k \sum_{\hat{a} \in \hat{A}} \delta_{\hat{a}k} (v_{\hat{a}} - \hat{v}_{\hat{a}})\Big) \cdot \Big(\sum_{k \in K_i} \delta_{ak} p_k\Big)$$

$$\lambda^l = \frac{\sum_{a \in \hat{A}} v'_a (\hat{v}_a - v_a)}{\sum_{a \in \hat{A}} {v'_a}^2}$$

گام ۴ : در صورت برقرار نبودن شرط امکانپذیری یعنی $\lambda^l \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \leq 1$ ، مقدار طول گام حرکت را به صورت زیر تصحیح کن:

اگر $\lambda^l > 0$ آنگاه:

$$\lambda^l = 1 \Big/ \underset{i \in I}{MAX} \{ \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \Big| g_i > 0, \lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} > 1 \}$$

اگر $\lambda^l < 0$ آنگاه:

$$\lambda^l = 1 \Big/ \underset{i \in I}{MAX} \{ \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \Big| g_i > 0, \lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} > 1 \}$$

گام ۵ : مقادیر جدید ماتریس g_i را بر اساس رابطهٔ زیر محاسبه کن:

$$g_i^{l+1} = \begin{cases} \hat{g}_i & l = 0 \\ g_i^{\,l} \left(1 - \lambda^l \left(\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}\right)\right) & l = 1,2,3,\ldots \end{cases}$$

گام ۶ : قرار ده $l = l+1$ ، و $g_i = g_i^l$.

گام ۷ : اگر "معیار توقف" برقرار نیست به گام ۲ برو، در غیر اینصورت توقف کن.

شکل (۱) گام‌های روش گرادیان برای برآورد ماتریس تقاضا از اطلاعات شمارش حجم.

عدم برقراری شرط توقف (که تعداد تکرار روش گرادیان در نظر گرفته می‌شود)، دوباره ماتریس به دست آمده به شبکه تخصیص می‌یابد و روش ادامه پیدا می‌کند.

افزایش سرعت روش گرادیان

فرایند تخصیص ترافیک خود یک روش تکراری است که از یک جواب اولیه (معمولاً همه - یا - هیچ) شروع شده و در نهایت بعد از چند تکرار به جواب تعادلی همگرا می‌گردد. باتوجه به اینکه زیربرنامه تخصیص ترافیک یکی از زمان برترین قسمت‌های روش گرادیان محسوب می‌شود و از آنجا که در هر تکرار روش گرادیان یک تخصیص ترافیک انجام می‌شود، لذا اگر بتوانیم در تخصیص ترافیک از یک جواب اولیه بهتر شروع کنیم و بدین وسیله زمان مربوط به عمل تخصیص ترافیک را کاهش دهیم، زمان کل روش گرادیان بسیار کاهش پیدا خواهد کرد.

در روش تخصیص تکمیلی نیز، الگوریتم با تخصیص همه - یا - هیچ شروع می‌گردد تا بدین سان مسیرهای فعال اولیه به دست آیند. سپس در تکرارهای بعدی اگر زمان سفر مسیری، مساوی یا نزدیک به زمان سفر کوتاهترین مسیر باشد، آن مسیر به مجموعه مسیرهای فعال اضافه می‌گردد و مسیرهای با زمان سفر بزرگتر از زمان سفر کوتاهترین مسیر، از مجموعه مسیرهای فعال حذف می‌گردند. در نهایت مجموعه مسیرهای فعال در تکرار نهایی که در شرایط تعادل ترافیکی نیز صدق می‌کنند، به دست می‌آیند و مسأله به جواب نهایی همگرا می‌گردد.

باتوجه به توضیحات بالا برنامه گرادیان می‌تواند به صورتی تغییر یابد که فقط در تکرار اول روش گرادیان، تخصیص تکمیلی از مجموعه مسیرهای فعال اولیه همه - یا - هیچ آغاز شود و در بقیه تکرارها از مجموعه مسیرهای فعال در تکرار نهایی تخصیص ترافیک مرحله قبل، شروع شود. از آنجا که تغییرات مرحله به مرحله ماتریس مبداء - مقصد در روش گرادیان چندان زیاد نیست و در هر تکرار ماتریسی نزدیک به ماتریس تکرار قبلی به دست می‌آید، لذا با استفاده از این تکنیک، زمان اجرای تخصیص ترافیک تکمیلی و در نتیجه زمان کل اجرای روش گرادیان کاهش قابل توجهی خواهد داشت.

اجرای روش گرادیان برای شبکه شهر مشهد

مشهد شهری با ابعاد نسبتاً بزرگ است که برای نشان دادن کارایی روش گرادیان در حل مسائل در مقیاس واقعی می‌توان از آن استفاده کرد. شبکه خیابانی شهر مشهد درسال ۱۳۷۳ دارای ۲۵۲۶ کمان، ۹۱۷ گره و ۷۱۵۷ زوج مبداء - مقصد مؤثر (با تقاضای مثبت) است [۲۵]. از ۹۱۷ گره، ۱۶۳ گره آن مرکز ناحیه است که به عنوان مبداء و مقصد عمل می‌نمایند. همچنین در شبکه شهر مشهد، برای ۱۱۶ کمان در سال ۱۳۷۳ شمارش حجم ترافیک انجام شده است که به عنوان جریان‌های مشاهده شده در کمان‌ها در نظر گرفته می‌شوند [۲۶]. نمودار پراکندگی بین جریان‌های مشاهده شده و جریان‌های حاصل از تخصیص ماتریس تقاضای اولیه به شبکه در شکل (۲) نشان داده است [۲۷]. همانگونه که مشاهده می‌شود، جریان‌های برآورد شده به صورت کامل منطبق بر جریان‌های مشاهده شده نیست و برازندگی (R^2) آنها در حدود ۰/۸۲ است.

در این قسمت ابتدا نتایج حاصل از اعمال روش گرادیان معمولی برای تصحیح ماتریس تقاضای اولیه با هدف دستیابی به جریان‌هایی نزدیک به جریان‌های مشاهده شده بررسی می‌شود. روش گرادیان در سه حالت مختلف اجرا شده است. در حالت اول، از روش فرانک - ولف با ۲۰ تکرار در محیط نرم افزار EMME/2 برای تخصیص ترافیک استفاده شده است. در دو حالت دیگر، روش تکمیلی در محیط زبان C برای تخصیص ترافیک به کار گرفته شده است. در حالت دوم، در هر تکرار روش گرادیان از جواب اولیه همه - یا - هیچ، در حالی که در حالت سوم از جواب مرحله قبل برای تخصیص ترافیک استفاده شده است. جواب‌های حاصل از روش گرادیان برای سه حالت بالا، یعنی ماتریس تقاضای تصحیح شده و جریان‌های برآورد شده در کمان‌ها، تقریباً یکسان هستند. نمودار پراکندگی بین مقادیر ماتریس اولیه و ماتریس تصیح شده، و همچنین نمودار پراکندگی بین جریان‌های مشاهده شده و جریان‌های برآورد شده (حاصل از تخصیص ماتریس تصحیح شده به شبکه) برای حالت سوم در شکل (۳) نشان داده شده است.

اطلاعات مربوط به زمان اجرای روش گرادیان با سه روش تخصیص ترافیک بالا بر روی دستگاه 486DX66 برای شبکه مشاهده در جدول (۱) ارائه شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود، روش تخصیص تکمیلی و شروع از جواب اولیه همه - یا - هیچ حدود ۱۷ برابر، و روش تخصیص تکمیلی و شروع از جواب مرحله قبل

حدود ۳۴ برابر سریعتر از حالت استفاده از روش فرانک ـ ولف است. در واقع بخش عمده زمان اجرای روش گرادیان در حالت اول مربوط به محاسبات گرادیان می‌شود که علت آن انجام تخصیص‌های اضافی در روش فرانک ـ ولف به منظور دستیابی به اطلاعات مسیرها می‌شود. حال آنکه در روش تکمیلی کلیه محاسبات برحسب مسیرها انجام می‌شود و نیازی به تخصیص‌های اضافی نیست. لازم به ذکر است که در هنگام استفاده از تخصیص فرانک ـ ولف برای رسیدن به دقتی معادل تخصیص تکمیلی، تعداد تکرارهای تخصیص به جای ۲۰ باید ۵۲ در نظر گرفته شود [۲۴]. در این صورت زمان اجرای روش گرادیان در این حالت به طور قابل توجهی زیاد خواهد شد، به طوری که کاربرد روش گرادیان را برای شبکه‌های بزرگتر با مشکل مواجه می‌کند.

باتوجه به نتایج ارائه شده در شکل‌های (۲) و (۳)، ملاحظه می‌گردد که روش گرادیان درتصحیح ماتریس مبداء ـ مقصد برای شبکه مشهد از لحاظ تولید جریان‌های مشاهده شده در کمان‌ها فوق‌العاده موفق عمل کرده است. ، ولی از لحاظ حفظ نزدیکی ماتریس تصحیح شده به ماتریس اولیه چندان موفق نبوده است (برازندگی ۰/۲۱). در ادامه، روش بهبود یافته گرادیان با هدف حفظ نزدیکی ماتریس نهایی به ماتریس اولیه برای شبکه مشهد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

برای حفظ نزدیکی ماتریس تصحیح شده به ماتریس اولیه، می‌توان به وسیله تکنیک‌هایی روش گرادیان را به نحوی بهبود بخشید تا تغییرات ماتریس مبداء ـ مقصد محدود شده و از جواب اولیه بیش از حد فاصله نگیرد. در اینجا دو روش زیر را برای محدود کردن تغییرات ماتریس مبداء ـ مقصد ارائه و برای شبکه مشهد به کار می‌گیریم.

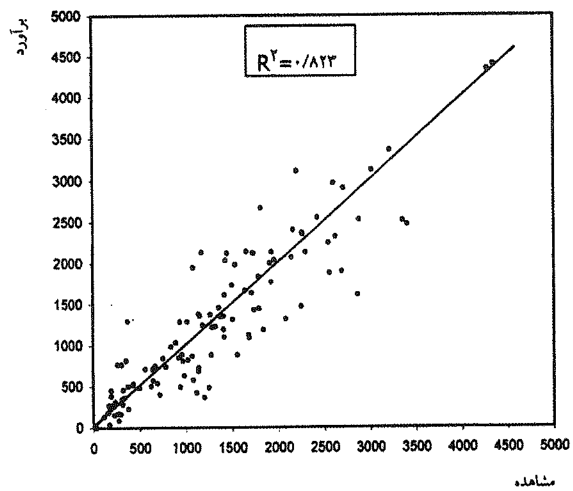
۱ ـ حداکثر تغییرات مجاز عناصر ماتریس مبداء ـ مقصد برابر ۵۰٪ باشد.

۲ ـ حداکثر تغییرات مجاز عناصر ماتریس مبداء ـ مقصد به صورت بازه‌های زیر باشد:

عناصر ماتریس مبدأ ـ مقصد	حداکثر میزان تغییرات مجاز نسبت به جواب اولیه
۰–۱۰	٪۲۰۰
۱۰–۲۵	٪۱۰۰
۲۵–۵۰	٪۵۰
۵۰–۱۰۰	٪۴۰
بیشتر از ۱۰۰	٪۳۰

از آنجا که اجرای روش گرادیان از روش فرانک ـ ولف در محیط نرم افزار EMME/2 بسیار زمان بر است، لذا دو تکنیک فوق برای بهبود روش گرادیان را فقط با استفاده از تخصیص تکمیلی و شروع از جواب مرحله قبل، در محیط زبان C، اعمال می‌کنیم. نتایج حاصل از اجرای روش گرادیان بهبود یافته در حالت در نظر گرفتن حداکثر تغییرات مجاز عناصر ماتریس مبداء ـ مقصد به صورت بازه‌های مختلف، به صورت نمودار پراکندگی در شکل (۴) نشان داده شده است. در این شکل موفقیت روش بهبود یافته گرادیان در تصحیح ماتریس مبداء ـ مقصد که بسیار به ماتریس اولیه نزدیک است و توانسته جریان‌های مشاهده شده را تولید کند، مشاهده می‌گردد.

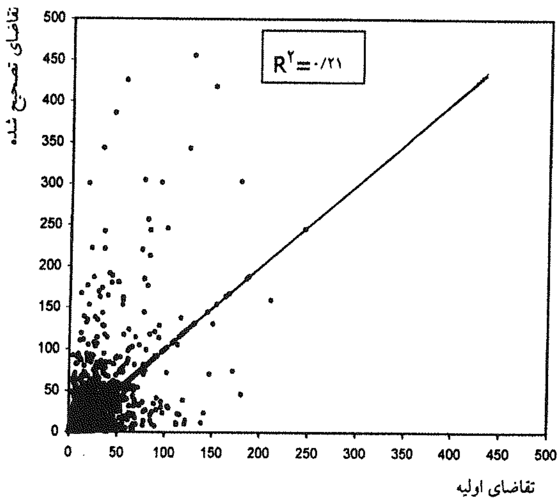
جهت مقایسه دقیق‌تر عملکرد روش بهبود یافته و روش معمولی گرادیان، خلاصه‌ای از نتایج اجرای این روش‌ها برای شبکه مشهد در جدول (۲) ارائه شده است. سطرهای اول و دوم این جدول به ترتیب مربوط به نتایج حاصل از تخصیص ماتریس تقاضای اولیه (قبل از تصحیح) و ماتریس تقاضای تصحیح شده توسط روش معمولی گرادیان می‌شود. سطرهای سوم و چهارم جدول (۲) نیز مربوط به نتایج حاصل از تخصیص ماتریس تقاضای تصحیح شده توسط روش بهبود یافته گرادیان در دو حالت حداکثر تغییرات مجاز عناصر ماتریس برابر ۵۰٪ مقادیر اولیه و حداکثر تغییرات مجاز به صورت بازه‌های مختلف می‌شود.



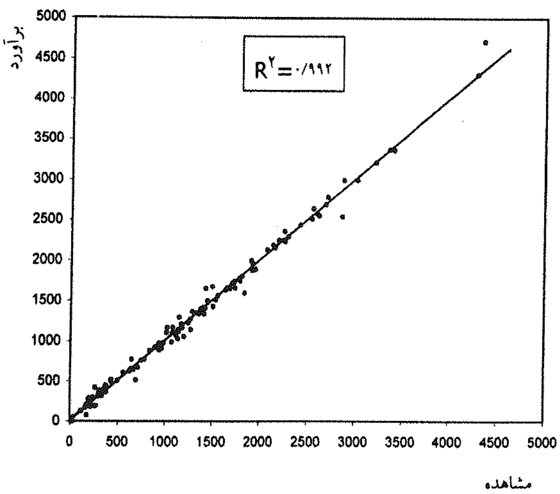
شکل (۲) نمودار پراکندگی بین حجم جریان‌های مشاهده و برآورد شده قبل از تصحیح ماتریس تقاضا.

با مقایسه مقادیر دو سطر اول جدول (۲)، مشاهده می‌شود که روش معمولی گرادیان دربازسازی جریان‌های مشاهده شده در کمان‌ها بسیار موفق بوده است. به طوری که، میزان برازندگی (R^2) بین جریان‌های مشاهده و برآورد شده از ۰/۸۲۳ به ۰/۹۹۲ رسیده است. ولی ماتریس تصحیح شده از ماتریس اولیه بسیار فاصله گرفته است، به طوری که میزان برازندگی (R^2) بین عناصر آنها به ۰/۲۱ رسیده است. همچنین برازندگی بین مقادیر تولید و جذب دو ماتریس کم شده است و حتی حاصل جمع عناصر ماتریس به میزان ۵ درصد تغییر کرده است. در واقع، در روش معمولی گرادیان توجه کمتری به حفظ نزدیکی ماتریس نهایی به ماتریس اولیه شده است و بازسازی جریان‌های مشاهده شده در اولویت قرار گرفته است.

مقایسه مقادیر دو سطر آخر جدول (۲) با مقادیر سطر دوم این جدول نشان می‌دهد که، روش بهبود یافته گرادیان دربازسازی جریان‌های مشاهده شده در کمان‌ها ضعیفتر از روش معمولی گرادیان عمل کرده است. به طوری که میزان برازندگی از ۰/۹۹۲ برای روش معمولی گرادیان به ۰/۹۴۳ و ۰/۹۶۵ برای دو حالت به کار گرفته در روش بهبود یافته، تقلیل یافته است. ولی ماتریس‌های تصحیح شده بسیار نزدیک به ماتریس اولیه

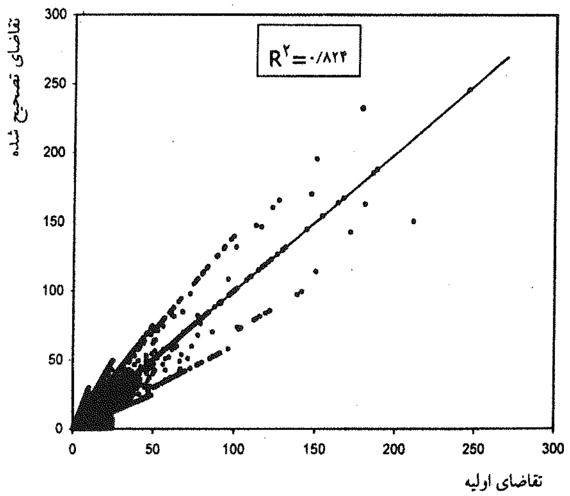


الف). ماتریس تقاضای مبداء-مقصد اولیه و تصحیح شده.

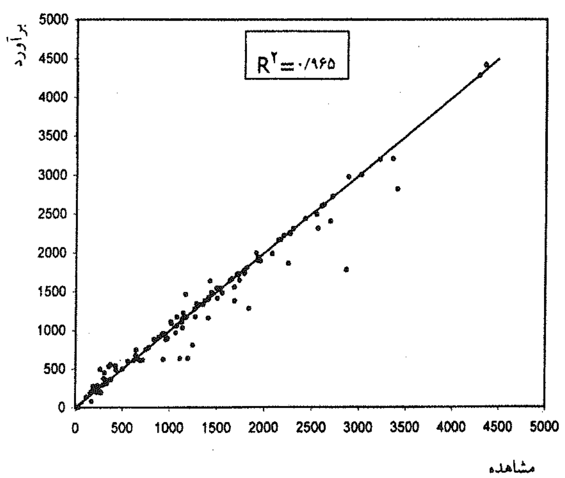


ب). جریانهای مشاهده و برآورد شده.

شکل (۳) نمودارهای پراکندگی بین مقادیر مشاهده و برآورد شده بعد از اجرای روش گرادیان برای شبکه مشهد.



الف). ماتریس تقاضای مبداء-مقصد اولیه و تصحیح شده.



ب). جریانهای مشاهده و برآورد شده.

شکل (۴) نمودارهای پراکندگی بین مقادیر مشاهده و برآورد شده بعد از اجرای روش بهبود یافته گرادیان برای شبکه مشهد.

جدول (۱) زمان اجرای روش گرادیان با روش‌های مختلف تخصیص ترافیک برای شبکه مشهد.

حالت	روش تخصیص ترافیک	محیط برنامه نویسی	تعداد تکرار روش گرادیان	تعداد کل تکرارهای تخصیص ترافیک	زمان مربوط به تخصیص ترافیک (دقیقه)	زمان مربوط به محاسبات گرادیان (دقیقه)	کل زمان اجرای روش گرادیان (دقیقه)
۱	روش فرانک-ولف با ۲۰ تکرار	EMME/2	۱۵	۳۰۰	۳۷	۴۱۳	۴۵۰
۲	روش تکمیلی و شروع از جواب همه-یا-هیچ	زبان C	۱۵	۲۶۳	۲۴/۴	۲	۲۶/۴
۳	روش تکمیلی و شروع از جواب مرحلهٔ قبل	زبان C	۱۵	۱۳۵	۱۱/۲	۲	۱۳/۲

جدول (۲) مقایسه نتایج حاصل از اجرای روش گرادیان معمولی و بهبود یافته برای شبکه مشهد.

	مقدار تابع هدف (مجذور خطا بین جریانهای مشاهده و برآورد شده)	برازندگی بین جریان مشاهده و برآورد شده (R^2)	برازندگی بین ماتریس اولیه و ماتریس تصحیح شده (R^2)	برازندگی بین مقادیر تولید ماتریس اولیه و ماتریس تصحیح شده (R^2)	برازندگی بین مقادیر جذب ماتریس اولیه و ماتریس تصحیح شده (R^2)	حاصلجمع عناصر ماتریس تصحیح شده
مقادیر اولیه(قبل از تصحیح)	۹۱۶۱۶۳۳	۰/۸۲۳	۱	۱	۱	۱۰۷۱۰۲
روش معمولی گرادیان	۳۷۹۸۵۱	۰/۹۹۲	۰/۲۱	۰/۶۱	۰/۷۷	۱۱۲۹۶۷
روش بهبود یافتهٔ گرادیان (حداکثر تغییرات مجاز ماتریس مبداء-مقصد برابر ۵۰٪ ماتریس اولیه)	۳۰۱۰۱۱۲	۰/۹۴۳	۰/۸۵۰	۰/۹۳۴	۰/۹۷۳	۱۰۴۴۳۶
روش بهبود یافتهٔ گرادیان (حداکثر تغییرات مجاز ماتریس مبداء-مقصد بصورت بازه‌های مختلف)	۱۸۳۱۳۸۰	۰/۹۶۵	۰/۸۲۴	۰/۸۹۷	۰/۹۶۳	۱۰۶۰۵۳

باقی مانده‌اند. به طوری که میزان برازندگی بین عناصر ماتریس اولیه و ماتریس‌های نهایی در حد ۰/۸۵۰ و ۰/۸۲۴ حفظ شده‌اند. همچنین مقادیر تولید و جذب ماتریس‌های اولیه و نهایی و حتی حاصل جمع عناصر ماتریس‌ها بسیار نزدیک به هم باقی مانده‌اند.

از آنجا که مقادیر مربوط به حجم جریان در کمان‌های مشاهده شده معمولاً خود دارای خطا است (در حد ۵ درصد)، به نظر می‌رسد در عمل نیازی به تصحیح ماتریس تقاضا به نحوی که جریان‌های مشاهده شده را صد در صد بازسازی کند، نباشد. از طرفی هر چه ماتریس نهایی نزدیکتر به ماتریس اولیه باشد منطقی تر خواهد بود. بنابراین انتظار می‌رود روش بهبود یافته گرادیان عملکرد بهتری از روش معمولی گرادیان داشته باشد.

نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهاد

نتایج و پیشنهادات زیر را در خصوص این تحقیق می‌توان نام برد:

- سرعت روش گرادیان با استفاده از تخصیص تکمیلی ۱۷ برابر سرعت روش گرادیان با استفاده از روش فرانک - ولف در محیط EMME/2 است، و هنگامی که در هر تکرار تخصیص تکمیلی از جواب تخصیص قبلی

به عنوان جواب اولیه استفاده شود این سرعت به دو برابر این مقدار افزایش می‌یابد.

- روش بهبود یافته گرادیان برای شهر مشهد توانست ماتریسی برآورد کند که بسیار نزدیک به ماتریس اولیه بوده، و در عین حال جریان هایی بسیار نزدیک به جریان های مشاهده شده در کمان ها را بدست دهد.
- باتوجه به اینکه تخصیص تکمیلی علاوه بر جریان تعادلی در کمان ها، جریان تعادلی بر حسب مسیرها را نیز به دست می‌دهد، و روش گرادیان نیز به حجم جریان در مسیرها نیازمند است و با توجه به دقت بالای تخصیص تکمیلی، تخصیص تکمیلی را می‌توان به عنوان یک روش تخصیص ترافیک بسیار مناسب جهت به کارگیری در الگوریتم گرادیان برشمرد.
- برنامه گرادیان در این مقاله در حالت استفاده از تخصیص تکمیلی، به صورت ساختیافته[12] برنامه نویسی شده است. برنامه نویسی این روش به صورت شیءگرا[13] و تحت ویندوز، امکان توسعه یا تغییر برنامه را در مدت زمان و هزینه کم میسر می‌کند [۲۸]. لذا پیاده‌سازی روش گرادیان به صورت شیءگرا و تحت ویندوز پیشنهاد می‌گردد.
- تابع هدف ارائه شده در مدل اسپایس، یکی از ساده‌ترین فرم ها برای تابع هدف جهت نزدیکی جریان های مشاهده و برآورد شده است. توابع هدف دیگری را می‌توان در نظر گرفت و روش گرادیان را براساس آنها ارائه کرد. همچنین در مورد ایجاد محدودیت برای تغییرات عناصر ماتریس مبداء ـ مقصد نیز محدودیت های مختلفی را می‌توان در نظر گرفت (حتی می‌توان تغییرات تقاضا برای بعضی از زوج های مبداء ـ مقصد را صفر در نظر گرفت). این محدودیت ها را می‌توان به سادگی در روش گرادیان اضافه، و تأثیر آنها را در تصحیح ماتریس مبداء ـ مقصد بررسی کرد.

زیرنویس‌ها

1 - Fixed Demand
2 - Convex Combinations Methods
3 - Non Linear Complementarity Problem
4 - Method of Steepest Descent
5 - Relative Change
6 - Relative Gradient
7 - Path Probabilities
8 - Additional Assignment
9 - Network Calculation
10 - Additional Demand Matrix
11 - Matrix Calculation
12 - Structural
13 - Object Oriented

مراجع

[1] O. Neill W. A., "Origin _ Destination Trip Table Estimation Using Traffic Counts", Ph.D. Dissertation, University of New York, Buffalo, 1987.

[2] Willumsen L. G., "Estimation of An O-D Matrix From Traffic Counts-A Review", Working Paper 99, Institute of Transport Studies, University of Leeds, 1978.

[3] Nguyen S., "Estimation Origin-Destination Matrices From Observed Flows", in Transportation Planning Models, M. Floridan ed. (New York: North-Holland), PP. 363-380, 1984.

[4] Maher M. J., "Inferences on Trip Matrices From Observations on Link Volumes: A Bayesian Statistical Approach", Transportation Research, 17B, PP. 435-447, 1983.

[5] Carey M., Hendrickson C. & Siddharthan K., "A Method For Direct Estimation of Origin/Destination Trip Matrices", Transportation Science 15, PP. 32-49, 1981.

[6] Cascetta E., "Estimation of Trip Matrices From Traffic Counts and Survey Data: A Generalized Least Squares Estimator", Transportation Research, 18B, PP. 289-299, 1984.

[7] McNeil S. & Hendrickson C., "A Regression Formulation of The Matrix Estimation Problem", Transportation Science 19, PP. 278-292, 1985.

[8] Bell M. G. H., "The Estimation of Origin-Destination Matrices by Constrained Generalized Least Squares", Transportation Research, 25B, PP. 13-22, 1991.

[9] Wilson A. G., "Entropy in Urban Regional Modeling", Pion Limited, London, 1970.

[10] Van Zuylen H. J., "The Information Minimizing Method: Validity and Applicability to Transport Planning", in New Developments in Modeling Travel Demand and Urban Systems, G. R. H. Jansen et al., eds. Saxon, Farnborough, 1978.

[11] Van Zuylen H. J. & Willumsen L.G., "The Most Likely Trip Matrix Estimated From Traffic Counts", Transportation Research, 14B, PP. 291-293, 1980.

[12] Nguyen S., "Estimating An OD Matrix From Network Data: A Network Equilibrium Approach", University of Montreal Publication No. 60, 1977.

[13] Leblank L. j. & Fahangian K., "Selection of Trip Table Which Reproduces Observed Link Flows", Transportation Research 168 (2), PP. 83-88, 1982.

[14] Turnquist M. A & Gur Y., "Estimation of Tables From Observed Link Volumes", TRR, No. 730, PP. 1-6, 1980.

[15] Van Vliet D. & Willumsen L. G., "Validation of the ME2 Model for Estimating Trip Matrices From Traffic Counts", Proceedings of The Eighth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, June 1981.

[16] Nguyen S., "Estimating Origin-Destination Matrices From Observed Volumes", Proceedings of the First Course on Transportation Planning Models of the International School of Transportation Planning, Amalfi, Italy, October 1982.

[17] Van Zuylen H. J. & Branston D. M., "Consistent Link Flow Estimation From Counts", Transportation Research, 16B, PP. 473-476, 1982.

[18] Spiess H., "A Gradient Approach for the O-D Matrix Adjustment Problem", University of Montreal Publication No. 693, 1990.

[19] Beckman M. J., C. B. McGuite & C.B Winsten, "Studies in the Economics of Transportation", Yale University Press, USA, 1956.

[20] Aashtiani, H. Z., "The Multi-Modeal Traffic Assignment Problem", Ph.D. Dissertation, MIT, 1979.

[21] Leblanc, L. J., "Mathematical Programming Algorithms for Large Scale Network Equilibrium and Network Design Problems", Ph.D. Dissertation, Dept. of Industrial Eng., Northwestern University, 1973.

[22] Leblanc, L. J.; E.K. Morolok & W. Pierskalia, "An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem", Transportation Science, 9, PP. 309-318, 1975.

[23] Frank, M. & P. Wolf, "An Algorithm for Quadratic Programming", Naval Research Logistics Quaterly 3 (1-2), PP. 95-110, 1956.

[۲۴] طوبایی، شهاب الدین، «حل تعادل ترافیکی با توابع زمان سفر - حجم چند متغیره در شبکه های واقعی»، پایان نامه کارشناسی ارشد، مؤسسه عالی پژوهش در برنامه ریزی و توسعه، شهریور ماه ۱۳۷۷ .

[۲۵] مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل، «شبکه خیابانی شهر مشهد در سال ۱۳۷۳»، مطالعات جامع حمل و نقل مشهد، گزارش شماره ۱۰-۷۴ ممتحن، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۴ .

[۲۶] مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل، «نتایج آمارگیری شمارش حجم وسایل نقلیه و تعداد سرنشین در سال ۱۳۷۳»، مطالعات جامع حمل و نقل مشهد، گزارش مشاره ۰۲-۷۴ ممتحن، دانشگاه صنعتی شریف، دی ۱۳۷۴ .

[۲۷] مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل، «مدل تخصیص ترافیک و عملکرد سیستم حمل و نقل شهر مشهد در سال ۱۳۷۳»، مطالعات جامع حمل و نقل مشهد، گزارش شماره ۰۹-۷۴ ممتحن، دانشگاه صنعتی شریف، آبان ۱۳۷۶ .

[۲۸] ریچارد اس واینر- لویس ج پیسون، «برنامه نویسی Object - Oriented در ++C»، (عین ا... جعفر نژاد قمی، مترجم)، انتشارات جهاد دانشگاهی مشهد، ۱۳۷۴ .