تصمیم گیری فازی : روشی جدید در انتخاب مدل براساس معیارهای متنوع ارزیابی

حامد شکوری گنجوی
استادیار
دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شاهد

سیدکمال الدین نیکروش
استاد
دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

مدل سازی اولین قدم در مطالعات علمی بشمار می‌رود. ممکن است برای یک پدیده، مدل های متفاوتی وجود داشته باشد. گزینش بین مدل‌های مختلف قابل جایگزینی با یکدیگر براساس معیارهای مختلفی صورت می‌گیرد. دراین مقاله روشی ارائه شده است که طی آن تعیین مدل منتخب ازطریق یک فرایند تصمیم گیری فازی صورت می گیرد. بدین منظور ابتدا مجموعه معیارها باکمی سازی معیارهای غیرکمی توسعه می یابد. سپس برای مجموعه ای ازمعیارهای حائز اهمیت، توابع امکان تشکیل و روابط عطفی یا فصلی بین آنها تعیین می شوند. سرانجام با تعریف تابع مطلوبیت کلی حاصل از ترکیب توابع مزبور و نیز محدودیت های لازم مسأله تصمیم گیری شکل می گیرد. حل این مسأله مدل مقبول را مشخص می کند. این روش طی یک مدل سازی نمونه برای «زمان متوسط مصرف روزانه انرژی الکتریکی در ایران» تبیین شده است.

کلمات کلیدی

مدل سازی، انتخاب مدل، معیارهای ارزیابی مدل، تصمیم گیری فازی.

Fuzzy Decision-Making: A New Method in Model Selection via Various Validity Criteria

H. Shakouri G.
Assistant Professor
Engineering Faculty
Shahed University

S.K.Y. Nikravesh
Professor
Electrical Engineering Department
Amirkabir University of Technology

ABSTRACT

Modeling is considered as the first step in scientific investigations. Several alternative models may be candidated to express a phenomenon. Scientists use various criteria to select one model between the competing models. Based on the solution of a Fuzzy Decision-Making (FDM) problem, this paper proposes a new method in model selection. The method enables the scientist to apply all desired validity criteria, including both statistical and visual, even linguistic criteria, systematically by defining a proper Possibility Distribution Function (PDF) due to each criterion. Finally, minimization of a utility function composed of the PDFs will determine the best selection. The method is illustrated through a modeling example for the "Average Daily Time Duration of Electrical Energy Consumption in Iran".

KEYWORDS

Modeling, Model Selection, Model Corroboration Criteria, Fuzzy Decision-Making.

مقدمه

شکی نیست که پیشرفت علوم در گرو فعالیت دانشمندان برای ارائه نظریات جدید و انتقاد از نظریات گذشتگان بوده‌است. مبانی فلسفی تحول علوم خود مبحث گسترده‌ای است [۳] [۷] [۱۶]. سالیان درازی است که مدل سازی ریاضی پدیده های جهان ذهن دانشمندان علوم مختلف، اعم از علوم فیزیکی و علوم انسانی و غیره را به خود مشغول داشته است. درواقع مدل ها اساس پذیرش یا ردّ نظریه های علمی متنوع و احیانا معارض هستند. مدل های ذهنی، فیزیکی، ریاضی و حتی عددی، تجربی و آماری همه برای سنجش صحت و سقم ایده های دانشمندان درباره این جهان بکارگرفته می‌شوند [٤] [٦] [۱۲] [۱۷]. برای این منظور معیارها و روش های گوناگونی ارائه شده اند که تنها برخی از آنها از سوی مدل ساز مورد توجه و استناد قرار می گیرد. بدین ترتیب، تصمیم برای انتخاب مدل مطلوب درعمل بطور نظری و ذهنی صورت می پذیرد. جایی که همزمان تعداد زیادی از معیارها مهم تلقّی شده و صرف نظر از هریک مطلوبیت کلّی مدل را خدشه دار نماید، لازم است که تصمیم گیری از روشی مدون پیروی کند [۱].

معیارها و روش های انتخاب مدل مناسب در مقوله علوم انسانی، به دلایل چندی بیشتر مورد توجه بوده اند [۷]. پیچیدگی، ماهیت نرمی[1] در سیستم و تکرار ناپذیری تجربه را می توان بعنوان عمده ترین این دلایل برشمرد. از این رو، موضوع هنوز از تازگی لازم برای تحقیق برخوردار بوده و درحال تکامل است [۵]. روش تصمیم گیری فازی در انتخاب مدل زمینه را برای توسعهٔ مبحث، باتعریف و بکارگیری معیارهای جدید و متنوع در کنار معیارهای موجود مبتنی بر نظریه احتمال، مهیّا می سازد.

تعدیل دربکارگیری روش های محاسباتی سخت و نرم، بویژه در برخورد بامسائلی که در ذات خود نیازمند برخورد نرم هستند، و استفادهٔ بجا از هریک درحل این گونه مسائل بسیار کارگشاست. این مقاله سعی برآن دارد که از یکّه تازی درهریک از این جنبه های محاسباتی و ریاضی پرهیز و از توانمندی های هریک ازنظریه های احتمال و امکان برای تبیین یک روش نوین درانتخاب مدل بهره گیرد.

باید انصاف داد که دقت موشکافانه روش های مبتنی بر نظریه احتمال، درعین آنکه هوشمندی کاربران آن را می‌طلبد، گاه با پیچیدگی هایی که پیدامی کند، بویژه درکاربرد، مشکل زا و سنگ راه حل مسائل می شود. درمقابل، موفقیت های چشمگیر نظریه امکان، درعین سادگی مبانی ریاضی آن، می تواند مشوق محقق در بهره گیری از این ابزار جوان و درعین حال با دامنه کاربرد وسیع باشد [۱۸].

۱- بیان مسأله انتخاب مدل

مسأله انتخاب مدل یک مسأله تصمیم گیری است که براساس نظریه احتمال و ازطریق تعریف یک تابع تصمیم از فضای داده ها به فضای تصمیم ها و بدنبال آن تعریف یک تابع ریسک روی آن و کمینه کردن آن حل می‌شود. آزادی عمل در تعریف این دوتابع یکی از عوامل تنوع در معیارهای ارزیابی است [۷].

موضوع مقایسه دو یا چند مدل با یکدیگر و ترجیح یکی بر بقیه به صور مختلفی مطرح و حل و فصل شده است. تقریبا تمام معیارهای ارزیابی شناخته شده، هریک می توانند به تنهایی یا بطور مقایسه ای برای این منظور بکار روند. همچنین آزمون های فرض دو بدو برای مدل‌ها، اعم از خطی و غیرخطی، مانند آنچه به کمک آمارهٔ F انجام می گیرد [۱۰]، بعنوان نمونه هایی خاص از مسأله تصمیم گیری، روش هایی شایع و معتبر هستند. روش Wilks نیز توسط وی برای مقایسهٔ مدل ها پیشنهاد و استفاده شده است [۱۷] که البته نیاز به بازنگری و اصلاح دارد و نگارنده در مرجع [۳] به آن پرداخته است.

معیارهایی مانند اندازه پراکندگی مانده ها[2]، متوسط درصدخطا (*MPE*)، جذر متوسط مربعات خطا (*RMSE*)، *FPE*، *AIC* و *AVE* ونیزآماره هایی مانند *DW*، *JB*، *LB*، ویا اندازهٔ پراکندگی پارامترها و آمارهٔ مشهور *t-student* و نظایر آنها از معیارهایی هستند که بیش و کم مورد توجه بوده و برای انتخاب مدل ملاک قرار می گیرند [۷] [۸] [۱۰] [۱۱]. با تغییر جایگاه خود از یک دیدگاه صرفا احتمالاتی به دیدگاهی شامل تر که از قابلیت های نظریه امکان نیز بهره‌مند می شود، می‌توان معیارهای متنوع دیگری را که چه بسا در عمل تصمیم‌گیری مدل ساز را تحت تأثیر قرار می‌دهند، به این مجموعه افزود.

دراین مقاله ضمن معرفی مجموعه وسیع تری از معیارهای ارزیابی، فرایند تصمیم گیری تحت نظریه امکان برای حل مسأله انتخاب مدل مورد استفاده قرار می گیرد. دراینجا الگوریتم تشکیل و حل این مسأله با هدف انتخاب مدل مطلوب از میان N_m مدل نامزد شده وحصول یک درجهٔ مطلوبیّت مناسب تشریح می شود.

۱-۱- تبیین مسأله تصمیم گیری فازی[3]

فرض کنیم $\mathcal{M}_i\ ;\ i=1,\ldots N_m$ مدل هایی باشند که برای تحلیل یا پیش بینی تغییرات یک متغیر پی ریزی شده اند.

هریک ازاین مدل ها را می شود به زبان ریاضی بصورت زیربیان کرد:

$$\mathcal{M}_i(\underline{\theta}_i):\ \hat{y}(t\,|\,\underline{\theta}_i)=f_i\left(Z_i^N,\underline{\theta}_i;t\right) \tag{۱}$$

که درآن Z_i^N مجموعه داده ها برای مدل i ام به تعداد N نمونه، $f_i(.)$ شکل تابعی مدل و $\underline{\theta}_i$ بردار پارامترهای هریک هستند. همچنین فرض کنیم که دقت، کارآیی، مشخصات مطلوب ایستا و پویا و... مطلوبیت هایی هستند که برای هریک از مدل ها توسط مجموعه ای از معیارهای ارزیابی به تعداد N_c که هریک را با $c_j(i)\ ,\ \ j=1,\ldots,N_c\,;\,i=1,\ldots,N_m$ می نامیم به کمّیت درآمده و درمجموعه‌ای بانام $\mathcal{V}_i$ جمع آوری می شوند:

$$\mathcal{V}_i=\left\{c_1(i),c_2(i),\ldots,c_{N_c}(i)\right\}. \tag{۲}$$

یک مسأله تصمیم گیری را می توان بصورت بیشنه کردن یک تابع مطلوبیّت که با ملاحظه دسته ای از محدودیت ها صورت می پذیرد، نمایش داد:

$$\underset{x}{Max}\ U(\underline{x}) \tag{۳}$$

$$s.t.\quad \underline{g}(\underline{x})>\underline{0} \tag{٤}$$

در مسأله «انتخاب مدل» بردار $\underline{x}$ درکلی ترین حالت بصورت تابعی برداری ازعناصر مجموعه مشخصات مدل تعریف می شود: $\underline{x}=\underline{x}(\mathcal{V}_i)$. بنابراین $U(.)$ تابعی ریاضی یا منطقی یا بصورت ترکیبات فصلی یا عطفی از معیارهای مطلوبیت (توابعی ازهمان معیارهای ارزیابی مدل) است. تابع $\underline{g}(.)$ نیز نشان دهنده مجموعه ای از محدودیت هاست که به نوعی خود، مطلوبیت بشمار می آیند.

درتصمیم گیری های انسانی تحقّق هیچکدام از مطلوبیت ها یا محدودیت ها بطور دقیق مدنظر نیستند، بلکه هریک *تاحدی* تأمین می شوند. دراین حال کلیه توابع موجود درمسأله (۳) توابعی فازی از متغیرهایی تُرد[٤] یا فازی فرض می شوند که آنها را توابع امکان ازمعیارهای ارزیابی درنظرخواهیم گرفت.

حل مدل تصمیم گیری فازی باتکیه بر اصول استنتاج فازی صورت گرفته و چندان پیچیده نیست. آنچه بیشتر حائز اهمیت است، چگونگی تشکیل مدل تصمیم گیری و بعبارت دیگر تبدیل فرایند شکل گیری تصمیم از قالبی که در ذهن تصمیم گیر دارد به قالب توابع مطلوبیت و محدودیت ها، با لحاظ توابع امکان و احیانا ضرایب وزنی مناسب است. با این توصیف، حاصل چند فرایند مدل سازی موازی از یک سیستم یاپدیده مطابق با شکل (۱) در فرایند تصمیم گیری مدل ساز به رقابت پرداخته و سرانجام مدل سازی با انتخاب مدل مناسب تر خاتمه می یابد.

۲- مرور معیارهای ارزیابی

ذهن مدل ساز درواقع از ابتدا تا انتهای روند مدل سازی قدم به قدم به ارزیابی مدل می پردازد و هر مرحله را با تأیید یا اصلاح راه طی شده پشت سر می گذارد تا مدل خود را از یک طرح اولیه تا نمایی کامل با تمام جزئیات موردنظرخود پیش برد. بی گمان ارزیابی های شناختی، فلسفی ومنطقی درمورد یک مدل اهمیت اصلی را در تعیین ارزشمندی مدل دارا هستند [۲] [۷] [١٦]. تطبیق با قوانین واقعی از آن جمله است که تأیید آن به عهده ادبیات علمی است که سیستم مورد مطالعه را تشریح و توضیح می دهد.

در اینجا برای تأیید یا رد مدل تنها به آنچه براساس داده ها صورت می گیرد پرداخته می شود. مبانی و تعاریف دقیق معیارهای شناخته شده ای که درمجموعه $\mathcal{V}_i$ قرار می گیرند و برخی از آنها فهرست شد، به تفصیل در مراجع یادشده آمده است.

از دیدگاه این نوشتار انواع کلیه معیار های ارزیابی را می توان در جدول (۱) دسته بندی نمود.

اگر دسته ای از معیارها که صرف نظر ازهیچیک مطلوب نیست، حاکی از مفاهیم مشابه (مثلا اندازه خطا) باشند، بصورت ترکیب فصلی درفرایند تصمیم گیری شرکت کرده جایگزین یکدیگر می شوند.

در ادامه برخی از معیارهای آماره ای یا مشاهده ای جدید را که می توان تعریف نموده و در مسأله انتخاب مدل بکار گرفت، بطور نمونه مطرح می کنیم. معیارهای غیرکمّی و باصطلاح غیرپارامتری که اغلب بصورت نمایش های گرافیکی یا تحلیل های توصیفی جلوه می نمایند، می توانند با ترفندهای فازی سازی به کمّیت درآمده و درانتخاب مدل دخالت داده شوند.

۳-۱- معیارهای مبتنی برتابع هدف: اندازه خطا

خطای یک مدل بطور اجمال با $\varepsilon(t|t\text{-}k)=y(t)-y(t|t\text{-}k)$ نشان داده می‌شود. برای $k=1$ آن را خطای پیشگویی و برای $k{=}\infty$ خطای شبیه سازی می نامند [۱۱]. «قدرت توضیح دهندگی» مدل، یعنی R^2 (بصورت خام یا تعدیل شده)، از رایج ترین معیارهای ارزیابی مدل ها بویژه در آمار و اقتصاد سنجی بوده و درتعریف تعدیل شده خود بر اساس پراکندگی ها برابر است با:

$$R^2=1-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_y^2}\approx 1-\left(\frac{N-1}{N-d}\right)\frac{\sum\varepsilon_i^2}{\sum\tilde{y}_i^2} \tag{۵}$$

که درآن d تعداد پارامترها و N تعداد نمونه ها و $\tilde{y}_i$ ها انحراف y_i ها از مقدارمتوسط آنها است. این معیاربیانگر

«متمّم اندازه خطای نسبی» است. عموما یک خطای نسبی کمتر از ۱ ٪ تا ۳ ٪ ($R^2 \geq 0.97$)، از شروط مقبولیت مدل بشمار می رود.

بعنوان یک معیار آماره ای جدید، بطور مشابهی با (۵) معیار FIT را درکنار آن تعریف می کنیم. بافرض آنکه تخمین پارامتر براساس کمینه سازی خطای پیش گویی انجام شود، این معیار برای خطای شبیه سازی تعریف می شود؛ و درعکس این حالت دو معیار R^2 و FIT جابجا خواهند شد.

۲-۲- تحلیل مشخصات مانده ها

اگر مدل بطور کامل به واقعیت نزدیک باشد، خواصی که برای خطای اندازه‌گیری فرض شده اند باید در سری مانده ها مشهود باشند. البته مانده ها علاوه بر خطای اندازه گیری شامل خطای مدل سازی نیز هستند، که با فرض تصادفی و مستقل بودن مجموعه عوامل ناشناخته یا صرف نظر شده در مدل سازی، قضیه حد مرکزی[5]، فرض گوسی بودن مجموع خطاها، اعم از عمدی یا سهوی، را تقویت می‌کند.

نرمال بودن:

درکنار آماره JB[6] که آزمونی برای بررسی نزدیکی توزیع یک متغیرتصادفی به توزیع گوسی است [۸]، محاسبه و رسم تابع چگالی تخمینی برای مانده ها نیزمعیاری مشاهده‌ای است. میزان تقارن، انحراف معیار و سایر خصوصیات آن می توانند با آنچه انتظار داریم مقایسه شوند. روش «هسته»[7] با عرض و تعداد پنجره بهینه برای محاسبه تخمین بهینه تابع چگالی بسیار مناسب است [۲] [۱۳]. بدنبال تعریف معیارهایی که براساس آزمون فرض و با نام «صحّت برازش»[8] تعریف شده اند، کارهای جدیدی نیز در زمینه بکارگیری تابع توزیع تخمینی بعنوان یک معیار مشاهده ای انجام شده است [۵]؛ اما محاسبه اندازه فاصله نسبی تابع توزیع تخمینی از مقداری که بطور تئوری باید داشته باشد، دراینجا برای کمّی سازی این معیارمشاهده ای پیشنهاد می شود:

$$DF = \frac{\left\| f_\varepsilon - \hat{f}_\varepsilon^{\mathrm{OPT}} \right\|}{\left\| f_\varepsilon \right\|} \qquad (٦)$$

بالانویس OPT نشانگر آن است که در تخمین تابع چگالی احتمال عرض و تعداد پنجره ها بهینه شده است.

سفید بودن: طبق تعریف، عدم همبستگی میان نمونه های زمانی مانده ها نیز از فروض ضروری است که ازطریق محاسبه و رسم تابع همبستگی (تابع کواریانس) قابل تحقیق است. آمارهٔ LB[9] براساس مجموع وزنی اندازه این تابع در نقاط غیرصفر برای آزمون همین معنا وضع شده است [۱۰].

در همین راستا اما در حوزه فرکانسی، با محاسبه ورسم طیف قدرت[10] هموار شده وملاحظه فاصله آن از مقدار متوسط، می توان نزدیکی آن را به آنچه دراصل مدل نویزسفید با توزیع نرمال فرض شده است، تحقیق نمود. برای کمّی سازی میزان شباهت طیف قدرت مانده ها به نویزسفید آنچه بعنوان یک معیار مناسب پیشنهاد می شود اختلاف مشتق آن از صفر است. بنابراین، اگر طیف قدرت تخمینی و هموارشده[11] که با استفاده از تبدیل *Fourier* محاسبه شده است، با $\Phi_\varepsilon^s(\Omega)$ نشان داده شود، PS بعنوان معیار رنگی بودن سری مانده ها به نحو زیر تعریف می‌شود:

$$PS = \left\| \frac{\Delta \hat{\Phi}_\varepsilon^s(\Omega)}{\Delta \Omega} \right\| \qquad (٧)$$

قابل ذکر آنکه آماره DW[12] به دلیل محدودیت هایی که فروض اولیه آن ایجاد می کند جز برای مدل های خطی قابل استفاده نیست و در اینجا از بکارگیری آن صرف نظر شده است.

۲-۳- ارزیابی مقبولیت برآورد پارامترها

بخش مهمی از ارزیابی مدل در بررسی پارامترهاست. پس از محدودیت های ناشی از تعریف در روابط ریاضی، تطبیق علامت ضرایب با رابطه واقعی علّی – معلولی بین ورودی ها و خروجی ها است. گذشته از پذیرش علامت و محدوده پارامترها ازنظر ایجاد ارتباط منطقی دربین اجزاء مدل، پارامترهای برآوردشده باید واجد ویژگی های پویا و ایستایی نیز باشند که در معیارهای مرسوم مانند آمارهٔ t- std لحاظ نمی شوند.

مشخصات پویا وایستا:

در مدل های دینامیک، علامت ضرایب نمی توانند به تنهایی از رابطه مزبور اطلاعات کاملی در اختیار گذارند. درمدل های خطی آرایش قطب ها (وصفرها) ی سیستم محدوده ای را که ضرایب مطلوبیت کافی را از نظر مشخصات دینامیک تضمین کنند، تعیین می کند.

حضور در محدودهٔ پایداری از مهم ترین شروط پذیرش مدل برای یک سیستم درذات پایدار است. نه تنها پایداری مطلق، بلکه میزان پایداری نسبی و میزان و نحوه رابطه علّی بین ورودی ها و خروجی ها کاملا حائز اهمیت هستند. درمدل های غیرخطی نیز تطبیق نتیجه شبیه سازی مدل درپاسخ به ورودی های خاص، بویژه پاسخ پله مدل، با مبانی نظری مبتنی بر تجارب حاصل از واقعیات معیار مهمی است. نحوه تغییرات متغیر توضیح شونده و مقدارماندگار آن

می بایست قابل قبول باشند. توجه داریم که این، تطابقی بسیار جامع تر از تطابق علامت است. بطور مثال مقدارجهش[13] می تواند یک معیار دینامیک با نام OS تلقی شده و/یا مقدار بهره مستقیم می تواند بعنوان معیاری ایستا با DC نمایش داده شود.

مجموعه خواص مزبور محدوده مقبول برای پارامترها را کوچک تراز آنچه تنها روابط ریاضی ویا منطقی تعیین می‌کنند، می سازد. پس اگر دامنه قابل قبول برای پارامترها را با $D_{\mathcal{M}}$ نشان دهیم، باید داشته باشیم:

$$\underline{\theta} \,\tilde{\in}\, D_{\underline{\theta}} \subset D_{\mathcal{M}} \qquad (۸)$$

که نماد عضویت نشان داده شده یک عضویت غیردقیق یعنی فازی است. اندازه تعلق بردار پارامترها به این زیرفضا نیز بصورت معیاری مشاهده ای به کمّیت درآمده و با عددی مانند DY نمایش داده می شود.

پراکندگی تخمین (حساسیت نسبت به پارامترها):

ماتریس پراکندگی پارامترهای تخمینی، P_θ، برای مدل های خطی بطور تحلیلی قابل محاسبه است. درمدل های غیرخطی این ماتریس براساس قاعده *Cramer-Rao* ازطریق محاسبهٔ ماتریس ژاکوبین بردارخروجی ها، نسبت به بردار پارامترها تخمین وتقریب زده می شود [۱۱]. پراکندگی پارامترهای برآورد شده ارتباط تنگاتنگی با حساسیت تابع هزینه نسبت به تغییرات درآنها دارد. برای پارامترهایی که تابع هزینه نسبت به آنها حساسیت چندانی ازخود نشان نمی دهد، عنصر قطری متناظر در P_θ^{-1} کوچک خواهد بود. درپیروی ازپیشنهاد مشابه در [۱۶]، کوچک بودن اندازه ماتریس، $\|P_\theta\|$، یا $trace(P_\theta)$ به عنوان شاخص حساسیت نسبت به پارامترها هریک می توانند معیار مطلوبیت مدل بشمار روند.

ازتقسیم هریک از پارامترها برعناصر متناظر قطری دراین ماتریس، آمارهٔ *t-student* برای آن پارامتر بدست می‌آید که معمولاً مهم ترین معیاربرای ارزیابی پارامترها بشمار می رود. بعلاوه، معیارکلی تری با عنوان معیار کلّی GT[14] پیشنهاد و بکارگرفته می شود [۲]:

$$GT = \frac{\|\theta\|}{\|P_\theta\|} \qquad (۹)$$

۲-۴- کارآیی در پیش بینی[15]

دقت پیش بینی مدل از طریق پیشگویی کاملا موردتوجه واقع شده است [۷] [۱۰]. اما اینجا منظور توانمندی مدل در پیش بینی آینده بروشی اعم از شبیه سازی خالص یا پیشگویی تک مرحله ای است. مدل بدست آمده باید با داده هایی به جز آن مجموعه داده که برای شناسایی و تخمین پارامتر بکار رفته است، مورد آزمایش قرار گیرد. برای آزمایش مدل سیستم هایی (مانند اقتصاد) که آزمایش پذیر با اعمال ورودی های دلخواه نیستند، باید داده هایی را از شناسایی کنارگذاشته وبرای این منظوربکارگرفت. توفیق مدل درپیش‌بینی آینده نیزیک معیار نسبی است وعلاوه برلزوم تأمین یک حداقلّ مقبولیّت، می‌تواند بطورمقایسه ای و درکنارسایرمعیارها مورد ملاحظه باشد.

اجازه دهید فرمولی را که نگارنده در [۱] مورد استفاده قرار داده، معرفی و بکارگیریم. توان پیش بینی را شاخصی بصورت متمم خطای نسبی در دوره پیش بینی درنظر گرفته و محاسبه می کنیم. باتعریف خطا برای دوره پیش بینی بشکل زیر:

$$\varepsilon_n(t) = y(t) - E\{\hat{y}(t \mid t-1;\underline{\theta})\};\ N < t \le N_n \qquad (۱۰)$$

بصورتی مشابه با یکی از معیارهای اندازه خطا، مانند R^2 یا متمّم معیار FPE تعریف می شود:

$$PP := 1 - \left(\frac{N+d-N_n}{N-d+N_n}\right) \frac{\sum_{t=N+1}^{N+N_n} \varepsilon_n^{2}(t)}{\sum_{t=N+1}^{N+N_n} \tilde{y}^2(t)} \qquad (۱۱)$$

که درآن N_n تعداد نمونه‌های جدید است. ضریب تعدیل درمحاسبه خطای نسبی برای آن است که اثرات بُعد فضای پارامترها وتعداد نمونه های پیشین و جدید، لحاظ شده باشند.

در صورتی که یک نویز اندازه گیری در شبیه سازی یا تخمین آینده دخالت داده شود، برای محاسبه (۱۰) لازم است باتکیه به روش شبیه سازی *Monte-Carlo* این موضوع مورد دقت واقع شده و محاسبه شود. درغیر این صورت نماد $E\{.\}$ که نشانه عملگر انتظارات است حذف می‌شود.

با تعویض تخمین خروجی، $\hat{y}$، به خروجی شبیه ساز خالص، $\tilde{y}$، معیار توان پیش بینی یکبار دیگر با رابطه‌ای مشابه با (۱۱) محاسبه می‌شود و با نام SP معیار دیگری بشمارمی آید:

$$\tilde{y}(t) = \hat{y}(t \mid t-\infty)$$

۳- تشکیل توابع امکان برای معیارهای ارزیابی

این مرحله را می‌توان حساس ترین مرحله در روش ارائه شدهٔ این مقاله برشمرد. معیارهای ارزیابی، در این مرحله بعنوان معیارهای مطلوبیت فهرست شده و برای هریک تابع امکان (تابع عضویت فازی درمجموعه مدل‌های مطلوب) تعریف می شود تا بجای استفاده تک به تک از معیارها بتوان

آنها را باهم مقایسه کرد. ممکن است کسی بخواهد از ابتدایی ترین روش فازی سازی بـرای محاسبه توابع امکان بهره گرفته و بنویسد:

$$\Pi(x)=\frac{|x-min(x)|}{max(x)-min(x)} \qquad (۱۲)$$

اما سادگی این شکل تابع خطی (مثلثی) انعطاف لازم را برای ایجاد تمایز بین مقادیرمعیارهای ارزیابی نداشته و از کارآیی لازم برای برقراری تعادل و ارتباط مناسب میان معیارهای مختلف برخوردار نیست. باصطلاح، تابع فوق همهٔ اطلاعات موجود در V_i ها را به یک میزان مورد توجه قرار می‌دهد. وضوح این نقیصه درمورد معیارهای متکّی به یک چگالی توزیع احتمال معین بیشتر است.

درتشکیل تابع امکان برای هرمعیار، اگر معیار مزبور تحت نظریه احتمال ازچگالی معیّنی برخوردار باشد، تابع امکان متناظر برگرفته از آن (ونه لزوماً مطابق با آن) به تعریف درخواهدآمد. درغیر این صورت نیز بهره گیری از تخمین چگالی مقادیرمعیارها برای مدل های رقابت کننده در فرایند تصمیم گیری فازی توصیه می شود. بعنوان یک روش عمومی، درحالتی که مقادیر معیار موردنظر درنزدیکی مقدار مطلوب خود (دراینجا صفر) پراکنده باشند، تابع توزیع تجمّعی اساس محاسبه تابع امکان قرار می گیرد:

$$\Pi_X(x)=1-\int_0^x \hat{f}(\xi)d\xi \qquad (۱۳)$$

که درآن $\hat{f}(.)$ چگالی تخمینی بوده و بافرض آنکه مقادیر نشانوند[١٦] مثبت بوده و با تقسیم بر مقدار متوسط خود بهنجارشده باشند، محاسبه می شود. ممکن است تخمین چگالی به روشی مانند روش هسته مستقیما برداده ها بنا شود. متذکر می شود در مواردیکه داده ها از توزیعی چندگانه (با نقاط تمرکز مختلف) برخوردار باشند، تخمین مستقیم استفاده از رابطه عمومی (۱۳) مفیدتر است.

نیز می‌توان $\hat{f}(.)$ را ازطریق تخمین پارامترهای یک تابع توزیع معین بدست آورد. بدین منظور توزیع Weibull با دو پارامتر غیرصحیح یک تابع انعطاف پذیر وکاملا مناسب است.

تابع امکان اندازه خطا:

برای معیارهای مربوط به اندازه خطا، تابع نمایی ازمرتبه ٤ چنین تعریف می شود:

$$\Pi_V(v)=exp\left(-3k\,v^4/4m_V^4\right) \qquad (١٤)$$

پارامتر m_V تعیین کننده حساسیت تابع امکان به تغییرات نشانوند آن بوده و بازای $k=1$، مشابه یک تابع گوسی نقطه عطف تابع برآن قرار دارد. این پارامتر برابربا مقدار متوسط مقادیر تابع هزینه ها، μ_V، قرارداده می شود.

همچنین بهتراست مشتق تابع امکان در نقطه عطف با عکس پراکندگی مقادیر هزینه هامتناسب باشد. بنابراین، ضریب k برابر با عکس انحراف معیار اندازه هزینه ها درمجموعه مدل های نامزد، که باتقسیم بر مقدار بیشینه آنها به مقادیر کمتراز واحد بهنجار شده اند، انتخاب می شود:

$k=1/var\left(V/\max_i(V_i)\right)$.

این نوع تابع که نمونه های آن در شکل (۲- الف) دیده می شود، بخاطر کاهش حساسیت در نزدیکی نقاط بیشینه و تشابه بیشتر با تابع عضویت ذوزنقه ای، درعین حذف تیزی ها، گاه جایگزین تابع گوسی شده و کارایی خوبی در روش های فازی و محاسبات نرم نشان داده است [١٤]. همین نوع تابع بطور مشابهی برای معیار FPE و دیگرمعیارهایی که مقدار صفر حد مطلوب برای آنها است، استفاده می شود.

تابع امکان برای متمم اندازه خطای نسبی:

برای معیار توضیح دهندگی R^2 (ومعیارهای مشابه مانند PP, FIT و SP) که خود مقادیر بین محدوده $[0,1]$ اختیارمی کند، دور از انتظارنیست اگر تابع همانی[١٧] اختیار شود. با این توجه که مقادیراین معیار درمدل های درحال رقابت درنزدیکی نقطه ۱ متمرکز شده اند، بجاست تابع امکان بنحوی تعریف شود که شیب آن درحوالی این نقطه بزرگتر از واحد باشد. پس بکار می گیریم:

$$\Pi_{R^2}(r^2)=\frac{(1-a)r^2}{1-a\,r^2};\quad 0\le\alpha<1 \qquad (١٥)$$

پیداست که با انتخاب حدپایین برای پارامتر حساسیت α، تابع امکان به تابع همانی تبدیل خواهد شد. برای تنظیم پارامتر حساسیت باز انحراف معیار R^2 ها بین مدلها ملاک خواهدبود؛ بدان معنا که برای مجموعه ای با پراکندگی کمتر نیازمند تفکیک بیشتری بین مدلها هستیم. برای تأمین این خواسته شیب تابع درنزدیکی نقطهٔ ۱، یعنی روی مقدار متوسط R^2 ها که با μ_{R^2} نشان می دهیم، متناسب با متمم مقدارمتوسط و نیزعکس انحراف معیارآنها در نظرگرفته می شود:

$$\left.\frac{d\Pi}{d\,r^2}\right|_{r^2=\mu_{R^2}}\approx\left.\frac{\Delta\Pi}{\Delta r^2}\right|_{r^2=1}=k\left(\frac{1-\mu_{R^2}}{\sigma_{R^2}}\right) \qquad (١٦)$$

برای تعیین ضریب تناسب k، اگرحالت حدی شیب واحد را برای زمانی در نظر بگیریم که تمام نمونه ها بطور یکنواخت در بازه توزیع شده باشند، بافرض آنکه در این حال مقدار متوسط $\frac{1}{2}$ است،خواهیم داشت:

$$(k/2)^2=var(R^2)=\frac{1}{N_m-1}\sum_{1}^{N_m}\left(R_i^2-\mu_{R^2}\right)^2 \qquad (١٧)$$

مقدار پراکندگی برای حالت توزیع یکنواخت با اندکی دقت

چنین محاسبه می شود:

$$var(R^2)=\frac{1}{N_m-1}\left(\frac{2}{(N_m-1)^2}\sum_{1}^{\frac{1}{2}(N_m-1)} i^2\right)=\frac{N_m(N_m+1)}{12(N_m-1)^2} \qquad (۱۸)$$

باجایگذاری (۱۸) در (۱۷) و انجام عملیاتی نه چندان پیچیده، بدست می آید:

$$k=\frac{\sqrt{N_m(N_m+1)}}{\sqrt{3}\,(N_m-1)} \qquad (۱۹)$$

که برای $N_m=2$ برابر با $\sqrt{2}$ خواهد بود. بنابراین، رابطهٔ پارامتر تنظیم در تابع امکان، a، با مقدار پراکندگی معیارتوضیح دهندگی مدل های رقابت کننده، ازقرار دادن مشتق (۱۵) بهمراه (۱۹) در (۱۶) مشخص می شود:

$$a=1-\frac{\sqrt{3}(N_m-1)\sigma_{R^2}}{\sqrt{N_m(N_m+1)}(1-\mu_{R^2})} \qquad (۲۰)$$

منحنی نمونه ای از این تابع هذلولی درشکل (۲-ب) ملاحظه می شود. همین تابع امکان بدون تغییر برای معیار توان پیش بینی، PP یا SP، بکار گرفته می شود.

تابع امکان آماره ها:

تابع توزیع امکان برای آماره های JB و LB و t_i، براساس توزیع های مربوطه، یعنی توزیع های χ^2 با درجات آزادی به ترتیب برابر ۲ و N_m و توزیع t بادرجه آزادی N-2 تعریف می شود. متمّم تابع تجمعی این آماره ها طبق (۱۳)، یا خود چگالی توزیع آن، این منظور را برآورده می سازد، پس:

$$\Pi_{JB}(x)=1-F_{\chi^2}^{(2)}(x) \qquad (۲۱)$$

$$\Pi_{LB}(x)=1-F_{\chi^2}^{(m)}(x) \qquad (۲۲)$$

$$\Pi_{\theta_i}(x)=2\int_0^x f_t^{(N-2)}(\tau)d\tau \qquad (۲۳)$$

$$\Pi_{P_\theta}(x)=1-F_{\chi^2}^{(d)}(x) \qquad (۲٤)$$

ملاحظه می شود که برای اندازه ماتریس کوواریانس پارامترها نیز یک تابع امکان به همین شکل، یعنی متمّم تابع تجمّعی توزیع χ^2 با درجه آزادی برابربا بعد فضا، d، تعیین شده است. برای معیار t کلّی نیز تابع توزیع امکان براساس همان توزیع t، یعنی مشابه با (۲۳) تعریف می شود [۲]:

$$\Pi_{GT}(x)=2\int_0^x f_t^{(N-d-1)}(t)dt \qquad (۲۵)$$

تابع امکان معیارهای مشاهده ای:

درباره معیارهای مشاهده ای اما کمّی شده مربوط به تابع چگالی، DF، و طیف قدرت سری مانده ها، PS، اعمال یک تابع امکان همانند (۱٤) ویا یک تابع امکان بصورت توزیع گوسی مناسب است. برای معیارهای دیگری نیز که مفهوم اندازه دارند، تابع امکان بسته به مورد تعریف می‌شود. برای مقداربهزه مستقیم، DC براساس دانش پیشین وانتظارات معقول که برای یک مدل خاص وجود دارد، تابعی به صورت زیر قابل استفاده است:

$$\Pi_{DC}(x)=\frac{2\sqrt{a}\,x}{1+ax^2} \qquad (۲٦)$$

پارامتر a برای تنظیم نقطه بیشینه روی $x=1/\sqrt{a}$ است. همین شکل تابع را می‌توان درمورد مطلوبیت میزان جهش پاسخ پله، یعنی $\Pi_{OS}(.)$ نیز بکار گرفت. از این گذشته، مجموعه مشخصات مؤثردررفتار دینامیکی مدل می‌توانند یک تابع چند متغیره امکان که درفضای پارامترها (یا برخی از آن ها) تعریف می شود، به خود اختصاص دهند که آن را با نماد $\Pi_{DY}(.)$ نشان می دهیم. تقسیم دایره واحد (برای یک مدل گسسته) به محدوده‌های مختلف برحسب مشخصه های ω_n و ζ را می‌توان نمونه ای از رسم خطوط هم ارتفاع[۱۸] برای چنین تابع امکانی برشمرد (شکل (۲- ج)). برای معیار رفتار دینامیک، بعنوان یک معیار مشاهده ای، اندازه تابع امکان مزبور را می‌توان بطور نظری و برحسب نزدیکی به رفتار منطبق بر دانش پیشین یا وقوع پارامترهای تعیین کننده در محدوده قابل قبول پارامترها نیز مشخص نمود.

۴- تشکیل و حل مسأله تصمیم گیری فازی

توابع امکان که برای هریک از معیارهای ارزیابی تعریف شده اند، بعنوان توابع مطلوبیت با یکدیگر ترکیب و به همراه محدودیت ها که در اینجا روی همین توابع تعریف می شوند، در مسأله (٤) شرکت می کنند. با شناختی که نسبت به معیارها وجود دارد، اجازه دهید بی مقدمه به تشکیل مسأله و سپس حل آن پرداخته شود. برای تشکیل تابع مطلوبیت $U(x)$ که درآن x شمارهٔ مدل است، ابتدا با توجه به جدول (۱)، برای هریک از مدل ها مجموعه معیارها در چهار دسته:

۱. *اندازه خطا یا متمم آن*، مانند: MPE، $RMSE$، FPE یا R^2، FIT و ...
۲. *مشخصات مانده ها*، مانند: JB، LB، PS، DF، و ...
۳. *مقبولیّت پارامترها*، مانند: t-s، GT، OS، DC و...
٤. *توان پیش بینی*، یعنی: PP و SP،

محاسبه وتفکیک شده و با نمادهای:

$$c_{i,j}(x);\ i=1,...,4;\quad j=1,...,N_i; \qquad (۲۷)$$

که در آن:
$$N_e = \sum_{1}^{4} N_i$$

نشان داده می شوند. صدق مفاهیم مشابه برمعیارهای مندرج درهردسته حاکی از ارتباط منطقی بین آنها بصورت یک ترکیب فصلی است. بعلاوه معیارهای چهاردسته باهم ارتباط عطفی دارند. پس $U(x)$ بصورت ترکیب عطفی چهار تابع مطلوبیت مربوط به چهاردسته معیارهای ارزیابی مزبور به نحو زیر تشکیل می شود:

$$U(x) = \bigcap_{i=1}^{4} u_i(x) \;;\quad x = 1,\ldots,N_m \tag{۲۸}$$

$$u_i(x) = \bigcup_{j=1}^{N_i} \Pi_{i,j}\left(c_{i,j}(x)\right) \tag{۲۹}$$

آنگاه تشکیل مسأله تصمیم گیری با شراکت این توابع مطلوبیت و اعمال محدودیت های دلخواه میسر است:

$$\begin{aligned} &\max_x U(x) \\ &s.t.\quad \Pi_{i,j}\left(c_{i,j}(x)\right) > \pi_{i,j} \end{aligned} \tag{۳۰}$$

البته نحوه ترکیبات منطقی بین معیارها دراختیار مدل ساز است. همچنین محدودیت های اعمال شده روی توابع امکان می تواند برای کلیه توابع بکار رفته در (۲۹)، یا برخی از آنها درنظر گرفته شود. حل مسأله (۲۸) پاسخ تصمیم گیری فازی را حاصل خواهد نمود و مدل انتخابی مشخص خواهد شد. با توجه به ماهیت توابع امکان و تعریف تابع مطلوبیت، واضح است که مقدارآن بین صفر و یک محصور می شود. نزدیکی مقدار مطلوبیت درنقطه بهینه $U(x^*)$ به عدد یک بیانگر توفیق کلی مدل انتخابی در تبیین رفتار پدیده مورد مطالعه خواهد بود.

راحت تر آن است که ابتدا با حذف محدودیت ها مسأله را حل کرده و پاسخ را برحسب x ها مرتب نمود، یعنی مدل ها را به ترتیب حصول بیشترین مطلوبیت درجه بندی کرد. آنگاه، مدلی که بالاترین رتبه را کسب کرده و هیچ یک از محدودیت ها را نقض نکند، انتخاب می شود.

تنها نکتهٔ باقیمانده معرفی توابعی است که نقش ترکیب کننده های منطقی را ایفاء خواهند کرد. بخش بعد به این موضوع اختصاص داده شده است.

۴-۱- تعریف عملگرهای منطقی فازی

در ادبیات منطق فازی تعاریف متنوعی برای عملگرهای ترکیب کننده عطفی و فصلی ارائه شده اند. درمقایسه، پس از عملگرهای **min** و **max**، عملگرهای ضرب و جمع کران دار[۱۹] بطورگسترده تری مورد استفاده بوده اند. این دو عملگر، بخاطر حفظ اطلاعات بیشتر، نسبت به دوتای اول ترجیح داده می شوند. همچنین نگارنده دوعملگر آشنای دیگر، که کاربردآنها پیش از این دیده نشده است، اما همین ویژگی موردنظر، یعنی ازدست ندادن اطلاعات موجود در عملگیر[۲۰]ها را بطور کامل تری دارا هستند، معرفی و بکار می گیرد؛ میانگین هندسی[۲۱] و میانگین حسابی[۲۲]:

$$\mu^{GM}_{\bigcap_1^n \tilde{A}_i}(x) = \sqrt[n]{\prod_1^n \mu_{\tilde{A}_i}(x)} \tag{۳۱}$$

$$\mu^{AM}_{\bigcup_1^n \tilde{A}_i}(x) = \frac{1}{n}\sum_1^n \mu_{\tilde{A}_i}(x) \tag{۳۲}$$

گذشته از عدم صدق قواعدی مانند شرکت پذیری برای این عملگرها، بطورکلی کثرت محاسبات درمقایسه با سایر عملگرهای ساده تر می تواند از علل بی توجهی به این دو عملگر باشد. روشن است که درمسأله ما کثرت محاسبات دشواری حل مسأله را نمی افزاید و محدودیت زمانی نیز در این زمینه وجود ندارد.

۵- یک مدل سازی نمونه

در این بخش، روش مشروح در انتخاب مدل برای یک مدل سازی نمونه اعمال می‌شود. با عنایت به اینکه مسأله انتخاب الگو برای تمام الگوسازی های انجام شده در مرجع [۲] با استفاده از همین روش صورت پذیرفته است، در اینجا الگوی دیگری مدنظر قرار می‌گیرد. مدل مورد نظر الگویی برای «زمان متوسط مصرف روزانه انرژی الکتریکی» است که به نقل از [۳] آورده می‌شود.

متغیر خروجی (درون زا)، $u_D(t)$، بصورت تقسیم میزان مصرف انرژی سالانه بر حداکثر بار همزمان در طول آن سال تعریف شده‌است. بخش مشترک در ساختار الگوهای رقابت کننده شکل تابعی زیر را دارد:

$$u_D(t) = \mu\ u_D(t\text{-}1) + u_E(t) + e(t) + \zeta\ e(t\text{-}1) \tag{۳۳}$$

$$u_E(t) = f(w, p, y; t) + \theta\ u_{RW}(t) \tag{۳۴}$$

در این الگو پارامتر $0 < \mu < 1$ نشان دهنده میزان تاثیر عادات تاریخی و گذشته الگوی مصرف در زمان حال است. متغیرهای w و p و y به ترتیب سه عامل شناخته شده: اثر آب وهوا، نسبت قیمت حامل های انرژی به قیمت انرژی الکتریکی و درآمد هستند و u_{RW} نشان دهنده اثرات انقلاب وجنگ است. پارامتر $\theta < 0$ بیانگر میزان تأثیر عوامل ناهمگن اجتماعی، شامل شوک ناشی از تحولات سال انقلاب و سال های مختلف جنگ در کاهش مصرف خواهد بود. جمله $e(t)$ جانشین کلیه خطاهای اندازه گیری و مدل سازی شده است.

مدل های رقابت کننده تنها در شکل تابعی $f()$ با یکدیگر

متفاوت بوده و در سایر موارد مشابه هستند. اگرچه دراصل الگوسازی با بیش از ۴۰ الگو انجام شده است، در اینجا تنها خواص ۷ الگو آورده شده است. همچنین از چهارده معیار ارزیابی ارقام بدست آمده برای ۱۰ معیار در ستون های سمت راست ملاحظه می‌شوند. در ستون های سمت چپ اندازه توابع مطلوبیت برای چهار تابع مطلوبیت مربوط به چهار دسته معیارها و تابع مطلوبیت کلّی که طبق روابط (۲۷) تا(۲۹) محاسبه شده‌اند، به منظور مقایسه الگوها ذکر شده اند.

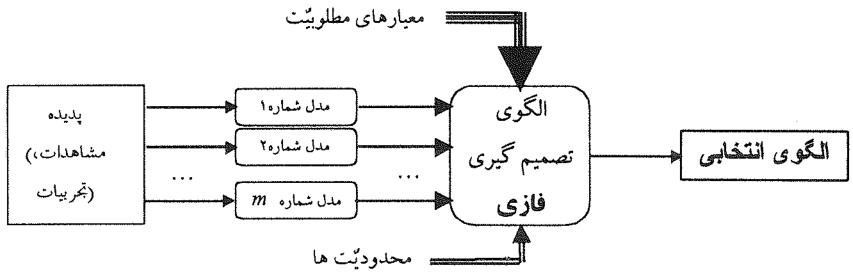
در این جدول تابع $s(.)$ نمادی برای تابع سیگموئید با یک پارامتر بصورت زیر است:

$$s(x,\alpha) = [1 + exp(\alpha x)]^{-1}$$

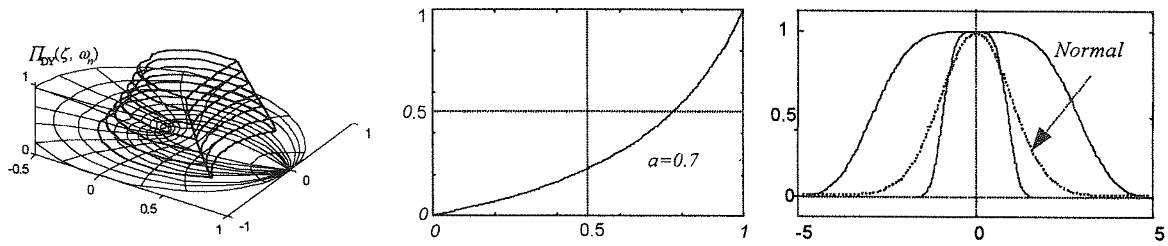
تجزیه و تحلیل جدول با توجه به روش توضیح داده‌شده بسادگی میسر است. بعنوان مثال، ممکن است الگوی دوم از نظر خواص مانده ها و حتی معیار توضیح دهندگی R^2 مرجّح باشد اما در مجموع، الگوی اول ترجیح داده می‌شود.

۶- خلاصه

دراین مقاله فرایند مقایسه و انتخاب بین مجموعه ای از مدل های موازی که درتبیین رفتار یک پدیده (سیستم) رقابت دارند، به روشی نوین تدوین شده است. با توجه به نحوه تفکرانسانی و اعمال نظرمدل ساز، نظریه امکان و تصمیم گیری فازی اساس این روش است. درعین حال بهره گیری از معیارهای ارزیابی مبتنی بر نظریه احتمال کنار گذاشته نمی شوند. انتخاب مجموعه ای از معیارها، اعم از معیارهای آماره ای و مشاهده ای، تعیین روابط منطقی فصلی و عطفی بین آنها و تعریف توابع امکان برای هریک، سه مرحله اساسی درتشکیل مسأله تصمیم گیری فازی هستند. این روش زمینه را برای تعریف و بکارگیری معیارهای جدید غیردقیق یا حتی غیرکمّی نیز فراهم می آورد.



شکل (۱) : نمودار فرایند تصمیم گیری در انتخاب مدل



(الف) توزیع امکان (۱۴) با پارامترهای مختلف، (ب) توزیع امکان در(۱۵)با $a = 0.7$، (ج) توزیع امکان $\Pi_{DY}(.)$ وخطوط ω_n و ζ ثابت درصفحه z

شکل (۲): نمونه های توابع امکان برای معیارهای ارزیابی.

معیارهای ارزیابی
- مستقل
  - آماره ای
    - تطبیق با گذشته
      - ۱- اندازه خطا (تابع هزینه)
      - ۲- مشخصات مانده ها
      - ۳ - مقبولیت پارامترها
- مقایسه ای
  - مشاهده ای
    - ۴- پیش بینی آینده

جدول (۱): انواع معیارهای ارزیابی که در مجموع در چهار دسته خلاصه شده اند.

جدول (۱): معیارهای ارزیابی و توابع مطلوبیت الگوهای موازی برای «زمان متوسط مصرف روزانه انرژی الکتریکی» طبق (۳۳).

	$f(w, p, y)$					V	FPE	R^2	Fit	PP
رتبه	$U(x)$	$u_1(x)$	$u_2(x)$	$u_3(x)$	$u_4(x)$	JB	LB	P_θ	GT	$T^{std}_{\min}$
.	$24\,(1-\mu)\,s(w-12,\,\omega)\,(2\,s(p^{\alpha}y^{\beta},\,0.4)-1)$					2.7408	8.0116	0.8726	0.8270	0.9837
1	0.8472	0.7607	0.6859	1.0000	0.9872	20.177	0.2293	0.0769	30.968	4.4056
.	$24\,(1-\mu)\,(\omega w - 0.045)\,(2\,s(p^{\alpha}y^{\beta},\,0.2)-1)$					2.7190	7.9477	0.8736	0.8261	0.9820
2	0.8417	0.7635	0.6684	0.9982	0.9852	30.757	0.1876	0.0989	27.417	2.9353
.	$24\,s(w-17.5,\,\omega)\,(2\,s(p^{\alpha}y^{\beta},\,\varphi)-1)$					2.8409	8.8636	0.8620	0.8207	0.9872
3	0.8199	0.7053	0.6508	0.9941	0.9902	6.0577	0.4089	0.1021	20.832	2.4145
.	$24\,(1-\mu)\,(\omega w - 0.045)\,(2\,s(p^{\alpha}y^{\beta},\,\varphi)-1)$					2.7163	8.4747	0.8687	0.8192	0.9798
4	0.8079	0.7417	0.6694	0.8726	0.9835	29.680	0.1802	0.8375	3.3131	0.6764
.	$24\,s(w-17.5,\omega)\,(2\,s(p^{\alpha},\varphi)-1)\,(2\,s(y^{\beta},\psi)-1)$					2.7533	9.1777	0.8614	0.8107	0.9863
5	0.7929	0.6754	0.6865	0.8625	0.9884	13.457	0.2649	1.3946	2.0774	0.6860
.	$24\,(1-\mu)\,\tan^{-1}(\omega\,(w-8))\,(2\,s(p^{\alpha}y^{\beta},\,\varphi)-1)$					3.0549	9.5312	0.8523	0.8077	0.9886
6	0.7920	0.6192	0.6495	0.9867	0.9913	7.0374	0.4778	0.1155	18.181	2.0227
.	$\omega w + \alpha p + \beta y$					5.8105	0.5137	0.7387	0.7005	0.9976
7	0.7855	0.5652	0.6831	0.9902	0.9959	1.3191	1.5741	0.2328	8.9109	2.1748

زیرنویس ها

[۱] *Suftness*
[۲] *Residuals*
[۳] *Fuzzy Decision-Making*
[۴] *Crisp*
[۵] *Central Limit Theorem*
[۶] *Jarque-Bera test of Normality*
[۷] *Kernel method*
[۸] *Goodness of Fit*
[۹] *Ljung-Box statistics*
[۱۰] *Power Spectrum*
[۱۱] *Smoothed*
[۱۲] *Durbin-Watson test*
[۱۳] *Overshoot*
[۱۴] *Generalized T-statistics*
[۱۵] *Forecast Performance*
[۱۶] *Argument*
[۱۷] *Identity Function*
[۱۸] *Contour Plot*
[۱۹] *Bounded Sum*
[۲۰] *Operand*
[۲۱] *Geometric Mean*
[۲۲] *Arithmetic Mean*

مراجع

[۱] ح. شکوری گنجوی. **الگوی انتخابی برای پیش بینی روند صادرات غیرنفتی**، طرح تحقیقاتی، مؤسسه پژوهش های بازرگانی، ۱۳۷۸.

[۲] ح. شکوری گنجوی. **مدل سازی دینامیک و شناسایی سیستم اقتصاد کلان ایران (نگرش سیستمی)**، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۷۸.

[۳] ح. شکوری‌گنجوی. **مدل سازی وشبیه‌سازی دینامیک سیستم تقاضای انرژی الکتریکی در ایران**، گزارش سوم طرح ملی تحقیقات انرژی، مجری: جلال نظر زاده، معاونت انرژی وزارت نیرو، ۱۳۷۹.

[۴] D.W. Boyd, ***System Analysis and Modeling***, ACADEMIC PRESS, 2001.

[۵] R. Gençay, F. Seçuk, ***"A Visual Goodness-of-Fit Test for Econometric Models"***, *Studies in Nonlinear Dynamic Economics*, vol 3, no 3, MIT PRESS, 1998.

[۶] N.Gershenfeld, ***The Nature of Mathematical Modeling***, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1999.

[۷] A.A.Grasa, ***Econometric Model Selection: A New Approach***, KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1989.

[۸] D.N. Gujarati, ***Basic Econometrics***, MC GRAW HILL, 1995.

[۹] D.F. Hendry, ***Dynamic Econometrics,*** OXFORD, 1995.

[۱۰] D.F. Hendry, G.E. Mizon ***"On Selecting Policy Analysis Models by Forecast Accuracy",*** *Discussion Papers in Economics & Econometrics, University of Southampton,* 1999.

[۱۱] L. Ljung, ***System Identification: Theory for the User,*** PRENTICE HALL, 1987.

[۱۲] D.P. Maki, M. Thompson, ***Mathematical Modeling & Applications,*** PRENTICE HALL,

[۱۳] D.W. Scott, ***Multivariate Density Estimation,*** WILEY INTERSCIENCE, 1992.

[۱۴] H. Shakouri G., N.Sadati, ***"An Optimal Fuzzy Approach to the Control of Predator-Prey Equations",*** *Scientia,* vol. 2, no. 4, 1996.

[۱۵] H. Shakouri G., ***"Feedback Identification of a MIMO System: Applied to Make Equivalents of External Power Systems",*** *Proc. ICEE'93,* vol. 3, p.p. 315, 1993.

[۱۶] H. Shakouri G., S.K.Y. Nikravesh, ***"A New Approach in Model Selection Using Fuzzy Decisionn Making:*** *A trade off between Probability and Possibility Theories", Proc. IEEE SMC,* p.p. 3784, 2000.

[۱۷] J.A. Spriet, ***Computer-Aided Modelling and Simulation,*** ACADEMIC PRESS, 1982.

[۱۸] H.J. Zimmermann, ***Fuzzy Set Theory and its Applications,*** KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1996.