حل مسأله تخصیص درجه دوم با استفاده از شبکه‌های عصبی

سید حسام الدین ذگردی
استادیار

پیام نیکروش
کارشناس ارشد

عزیز اله معماریانی
دانشیار

بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

مسأله تخصیص درجه دوم (QAP) یکی از مسائل بهینه سازی ترکیباتی متعلق به کلاس مسائل NP-hard بوده که دارای کاربردی وسیع در جایابی تجهیزات، طراحی مدارهای VLSI، طراحی صفحه کلید، طراحی بردهای کنترلی و سایر علوم مهندسی است.

تا کنون تلاش های بسیاری برای حل مسأله تخصیص درجه دوم صورت پذیرفته و الگورتیم‌های بسیاری برای دستیابی به جواب های بهینه و نزدیك به آن توسعه داده شده که شبکه های عصبی نیز یکی از آنها است. این تحقیق تلاشی دیگر در حل مسأله QAP با استفاده از شبکه های عصبی ضمن لحاظ نمودن توسعه های اخیر آن است.

ابزار حل مسأله تخصیص درجه دوم در این تحقیق، شبکه (ماشین) تقریب میدان میانگین است که تلفیقی از شبکه هاپفیلد با روش SA می باشد ضمن آنکه به جای استفاده از n^2 سلول، از n سلول برداری پاتس استفاده شده است. نتایج عددی بیانگر کارایی بهتر مدل پیشنهادی این تحقیق نسبت به دو الگوریتم پیشین شبکه های عصبی در حل مسأله QAP است.

Quadratic Assignment Problem Using Neural Networks

S. H. Zegordi
Assistant Professor

P. Nikravesh
M.Sc.

A. Memariani
Associate Professor

Industrial Engineering Department, Tarbiat Modarres University

Abstract

Neural Networks (NNs) are one of the meta-heuristics methods to solve complex problems. NNs have been able to solve combinatorial optimization problems in many cases successfully. Quadratic Assignment Problem (QAP) is an NP-hard combinatorial optimization problem. Some of QAP applications are: layout design, keyboard design, VLSI design and etc. Many approaches, so far, have been used to solve this kind of problems and one of them is NNs approach. In this study we suggest an algorithm based on Mean Field Theory (MFT), a kind of NNs with patts neurons. Computational results indicate that this algorithm produces better solutions in comparison with two previous NNs algorithms.

Keywords

Neural Networks, Combinatorial Optimization and Quadratic Assignment Problem.

مقدمه

۱ـ مروری بر ادبیات موضوع

۱ـ۱ـ مسأله تخصیص درجه دوم

به عقیده محققان و پژوهشگران مسائل بهینه سازی، شاید یکی از مهمترین و پیچیده ترین مسائل علوم مهندسی و بهینه سازی مسأله تخصیص تجهیزات مرتبط به هم به مکان ها بوده است. این مسأله در طبقه بندی مسائل جزو مسائل برنامه ریزی صفر و یک و بهینه سازی ترکیباتی بوده و نوعی مسأله تخصیصی است. اما از آنجا که در تخصیص تجهیزات به مکان ها عامل ارتباط بین تجهیزات نیز دخالت دارد مسأله از حالت تخصیصی ساده خارج شده به تخصیص درجه دوم QAP تبدیل می شود.

بسیاری از مسائل بهینه سازی در دنیای واقعی قابل مدل سازی در قالب مساله QAP هستند. معروف ترین آنها عبارتند از [5]:

- جابابی ماشین آلات در فرایندهای تولیدی با هدف حداقل کردن هزینه های حمل و نقل مواد و قطعات
- جابابی بخش ها و دفاتر در ادارات، سازمان ها وبیمارستان ها با هدف حداقل کردن زمان دسترسی مراجعان
- کمینه سازی مجموع سیم های استفاده شده در قطعات الکترونیکی
- کمینه سازی متوسط زمان تکمیل کار در زمان بندی تولید
- دسته بندی اطلاعات مرتبط به هم در دیسک های سخت و لرزان کامپیوتری، با هدف حداقل کردن زمان بازیابی اطلاعات
- طراحی صفحه کلید با هدف حداقل کردن زمان ساخت کلمات
- طراحی بردهای کنترلی با هدف حداقل کردن زمان دسترسی به کنترل کننده ها

در بین مسائل بهینه سازی ترکیباتی مسأله QAP بیش از سایرین مورد توجه و علاقه پژوهشگران بوده است.

بطور کلی دلایل این امر را می توان در چهار مقولهٔ زیر خلاصه کرد:

- QAPتعمیمی از سایر مسائل بهنیه سازی ترکیباتی است [8].
- QAP دارای کاربردی وسیع در مسائل دنیای واقعی و علوم مهندسی است. [9].
- سرسخت بودن بیش از حد مسأله QAP در مقابل الگوریتم های حل
- وجود ادبیات موضوع و پیشینه تحقیق بسیار وسیع ـ به دلیل بند قبل ـ که همواره فینه ساز مطالعاتی آتی بوده است.

در دو دههٔاخیر تلاش های بسیاری برای مدل سازی مسائل در قالب مسأله QAP و توسعه الگوریتم های حل کارا به انجام رسیده است. هدف این فصل مروری اجمالی بر این تلاش ها است.

۲ـ۱ـ مدل ریاضی مسأله تخصیص درجه دوم

QAPبه بیان ساده عبارت است از پیدا کردن تخصیص n موضوع به n موقعیت با این هدف که موضوعات با ارتباط بیشتر در نزدیک ترین موقعیت ها نسبت به هم قرار گیرند این مسأله برای نخستین بار توسط Beckmann و Koopmans در سال ۱۹۵۷ فرموله شده است.

$$\text{Min } Z = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{a=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{b=1}^{n} C_{iajb}\, x_{ia}\, x_{jb} \qquad (۱)$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{i=1}^{n} x_{ia} = 1 \qquad a = 1,\dots,n \qquad (۲)$$

$$\sum_{a=1}^{n} x_{ia} = 1 \qquad i = 1,\dots,n \qquad (۳)$$

$$x_{ia} = 0 \quad \text{or } 1 \text{ for All } i \,\&\, a \qquad (۴)$$

در مدل فوق x_{ia} و x_{jb} متغیرهای صفر و یک تصمیم بوده و به شکل زیر تعریف می شوند. (برای مثال x_{ia}):

(۵)
- $x_{ia} = 1$ اگر موضوع i به مکان a تخصیص شود
- $x_{ia} = 0$ در غیر این صورت

C_{iajb} هزینه کل تخصیص همزمان موضوع i به مکان a و موضوع j به مکان b است.

دسته محدودیت (۲) موکد تخصیص یک موضوع به یک مکان و دسته محدودیت (۳) عکس این مطلب را تأکید می کند. در فرمول بندی فوق طبیعت درجه دوم بودن تابع هدف بخوبی در رابطهٔ (۱) مشهود است. نوعی دیگر از تعریف مسأله QAPدر قالب مدل های ریاضی استفاده از سه ماتریس $n \times n$ زیر است:

$D = \{d_{ab}\}$: مسافت موقعیت a و موقعیت b

$F = \{f_{ij}\}$: جریان اطلاعات، محصولات و یا سایر کمیت های دیگر بین موضوعات i و j

$C = \{c_{ia}\}$: هزینه تخصیص موضوع i به موقعیت a

معمولاًD و F «ماتریس های متقارن عدد صحیح» بوده و ماتریس C نیز در نظر گرفته نمی شود. بدین ترتیب تابع هدف مسألهQAP به صورت زیر بازنویسی شده دسته محدودیت های (۲) و (۳) نیز به قوت خود باقی خواهند ماند.

$$\text{Min } Z = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{a=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{b=1}^{n} f_{ij}\, d_{ab}\, x_{ia}\, x_{jb} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{a=1}^{n} C_{ia}\, x_{ia} \qquad (۶)$$

در این تحقیق از تابع هدف (۶) با در نظر داشتن دسته محدودیت های (۲) تا (۴) استفاده خواهد شد.

۱-۳- پیچیدگی ها و دشواری های حل مسأله تخصیص درجه دوم

در طبقه بندی مسائل دشوار، مسأله QAP در کلاس مسائل NP-hard قرار دارد [7و13و20 و28]. در سال ۱۹۷۶ Sahni و Gonzales ثابت کردند که مسأله فروشنده دوره گرد - به عنوان حالتی خاص از مسأله QAP متعلق به کلاس مسائل NP-hard می باشد [24].

با مرور تلاش های انجام شده پژوهشگران می توان دریافت که تمامی روش های دقیق، ابتکاری و فرا ابتکاری عرضه شده تا امروز قادر به یافتن جواب بهینه برای نمونه مسائل بزرگتر از ۲۵ نبوده است [23]. بطور کلی دشواری حل مسأله QAP را می توان به دو دلیل عمده زیر ذکر کرد:

۱- رشد سریع تعداد تخصیص های ممکن با افزایش ابعاد مسأله

۲- وابستگی زیاد بین ساختار داده های مسأله با امکان پذیری حل آن

با توجه به تعلق مسأله QAP به کلاس مسائل NP-hard، با افزایش ابعاد مسأله زمان حل بطور نمایی افزایش می یابد.

بطور کلی برای هر مسأله با ابعاد n تعداد !n تخصیص متصور است. اگر عمل مقایسه با هدف یافتن کم هزینه ترین تخصیص در یک میلی ثانیه انجام گیرد، یافتن جواب بهینه مسأله ای به ابعاد ۶۰ به روش مقایسه هزینه کل برای کلیه حالت های ممکن 2.6×10^{66} قرن به درازا می انجامد [11].

از طرفی نمونه مسائل متعدد و توانایی محدود روش های حل نشان دهنده رابطهٔ بین کارایی روش حل با ساختار داده های نمونه در ماتریس های F و D است، چرا که ساختار این داده ها تأثیر به سزایی در تعداد نقاط بهینه محلی و شکل تابع هزینه دارد. وجود نمونه مسائل حل نشده کوچکتر در مقایسه با نمونه هایی بزرگتر که حل بهینه دارند از یک سو وجود جواب بهینه برای برخی از نمونه ها در مقابل فقدان جواب برای نمونه های دیگر در مسائل هم اندازه، موکد رابطه ساختار داده های مسأله با امکان پذیری حل آن است [6و23].

در پایان شاید بتوان گفت که در بین مسائل برنامه ریزی اعداد صحیح و بهینه سازی ترکیباتی مسأله QAP پیچیده ترین و مقاوم ترین مسأله در مقابل الگوریتم های حل است.

۱-٤- روش های حل مسأله تخصیص درجه دوم

در یک دسته بندی کلی می توان روش های حل این مسأله را به دو دسته روش های حل دقیق و روش های حل ابتکاری تقسیم نمود. بطور کلی اکثر روش هایی که برای حل دقیق مسأله QAP ارائه شده ریشه در روش «انشعاب و تحدید» دارند. برای نخستین بار Gilmore [12] و Lawler [18] بطور غیر مستقیم الگوریتم های انشعاب و تحدید را برای حل بهینه مسأله QAP توسعه دادند.

نوعی دیگر از الگوریتم های انشعاب و تحدید توسط Crowston و Pierce [22]، Burkard [4] و Bazaraa [2] ابداع شده اند.

محدودیت طولانی بودن زمان حل روش های دقیق موجب روی آوری اغلب پژوهشگران به رویکرد دوم شد. افزایش زمان حل و پیچیدگی مسائل با رشد ابعاد موجب شد تا پژوهشگران در پی یافتن روش های «نادقیق» و ابتکاری باشند. روش هایی که با صرف نظر از شمارش و مقایسه کلیه تخصیص های ممکن با فرایندی روشمند توانایی ارائه جواب های خوب - و نه لزوماً بهینه - را در زمانی قابل قبول داشته باشند. محصول تلاش این پژوهشگران رویه های ابتکاری زیر است:

- H 63 [10,15]
- HC 63-66 [16]
- CRAFT [10]
- FLAC [15]
- FRAT [17]
- Biased Sampling [21]
- Simulated Annealing (AS).
- Tabu Search (TS).
- Genetic Algorithms (GA).
- Ant System (AS).
- Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (Grasp).
- Neural Networks (NN).
- Scatter Search (SS) [23].
- Immune Networks (IN) [3].
- Simulated Jumping (SJ) [23].

در سال ۱۹۹۲ Chakraponi و Skorin-Kapov برای نخستین بار رویه فرا ابتکاری شبکه های عصبی را برای حل مسأله QAP آزمودند [7]. آنها از مدل پیشنهادی Aarts و Korst که با استفاده از ماشین بولتزمن برای مسأله TSP ارائه شده بود استفاده کردند [1]. در مدل n × n Aarts و Korst کمینه سازی تابع هدف از طریق بیشینه سازی «تابع جمعی» صورت می گرفت.

تابع جمعی به نوعی به میزان سازگاری شبکه که متأثر از صفر یا یک بودن هر نرون بود مربوط می شود. بطور غیر رسمی می توان تابع جمعی را جمع اتصالات بین نرون های فعال شبکه دانست.

در مدل پیشنهادی ایشان استراتژی جستجو روش جستجوی ممنوع به همراه یک مکانیزم پویا برای تولید جواب امکان پذیر توسط شبکه در هر تکرار بود. برای اجتناب از حرکات تکراری نیز از لیستِ ممنوع به ابعاد n و 2n استفاده می شد.

این روش از کارایی نسبی خوبی برخوردار بود لیکن در مواجهه با نمونه مسائل بزرگ کند عمل می نمود. برای مثال زمان حل مسائل Sko90 و Sko49 و N30 به ترتیب 6000 و 930 و 60 ثانیه بود.

در سال ۱۹۹۶ Bharitkar,Tsuchiya و Takefuji با استفاده از شبکه گسسته هاپفیلد مدلی را برای حل مسأله QAP ارائه نمودند [۲۵]. در مدل ارائه شده ایشان از n^2 نرون برای تخصص تجهیزات به مکان ها استفاده شده که تابع عملکرد آن بصورت زیر است:

$$1.\ V_{a,b} = 1 \quad \text{if } V_{a,b} = \text{Max}\,\{U_{i,j}\}$$

$$2.\ V_{c,d} = 1 \quad \text{if } V_{c,d} = \text{Max}\,\{U_{i,j}\ \ i \neq a, j = b\}$$

$$3.\ V_{e,f} = 1 \quad \text{if } V_{e,f} = \text{Max}\,\{U_{i,j}\ \ i \neq a,c, j = b,d\}$$

$$\text{N.}\ V_{g,h} = 1 \quad \text{if } V_{g,h} = \text{Max}\,\{U_{i,j}\ \ i \neq a,c,e,\ldots,j \neq b,d,f,\ldots\}$$

$$V_{i,j} = 0 \quad \text{Otherwise} \quad \text{Where } i \neq a,c,e,\ldots,g \ \&\ j \neq b,d,f,\ldots,h \tag{۷}$$

بعبارت بهتر پس از محاسبهٔ ورودی برای کلیه نرون ها $U_{i,j}$ خروجی نرونی که بیشترین مقدار ورودی را دارد برابر یک می شود. سپس با حذف سطر و ستون فرمان مذکور، دومین نرونی که بیشترین ورودی را دارد، دارای خروجی یک می شود و الی آخر. بنابراین همواره N نرون دارای مقدار یک و N^2-N نرون دیگر صفر خواهند بود.

تابع عملکرد (۷) در هر تکرار یک جواب موجه (امکان پذیر) تولید می کند. بنابراین محدودیت های (۲) تا (۴) همواره ارضا خواهند شد. و در نتیجه تابع انرژی مدل فوق فقط از عبارت هزینه تشکیل می شود.

ساده تر بودن تابع انرژی مدل به نوبه خود موجب کاهش چشمگیر زمان و نرخ دفعات همگرایی به جواب نسبت به نرون های با تابع عملکرد «مک کالوک ـ پتیس» و سیگموند» می گردد.

معادلهٔ دینامیک سیستم نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{dU_{i,j}}{dt} = -\frac{dE(V_{1,1},\ldots,V_{i,j},\ldots V_{N,N})}{dV_{i,j}} = Q - R \tag{۸}$$

که در آن Q هزینه مورد انتظار دلخواه است و می تواند هر مقداری ـ حتی صفر ـ داشته باشد و R هزینه واقعی است که هر تکرار نشان دهنده هزینه تخصیص جاری می باشد. یکی از شروط توقف الگوریتم برابر شدن Q و R است.

با بررسی دقیق الگوریتم و نتایج محاسبات دو مشکل اصلی تحقیق Bharitkar,Tsuchiya و Takefuji هویدا می شود.

مشکل اول: بطور معمول پژوهشگران بهینه سازی با شبکه های عصبی برای اثبات کارایی الگوریتم خوددر زمینه، کاهش تابع انرژی در تکرارها اقدام به ارائه اثبات ریاضی می نمایند. در این تحقیق نیز برای اثبات کاهش مقدار تابع انرژی و همگرایی به جواب به قضیه زیر اشاره می شود.

قضیه: همواره $0 > \frac{dE}{dt}$ خواهد بود اگر:

$$1.\ \frac{\partial V_{i,j}}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial V_{i,j}} = Q - R$$

2. The input/output *f*unction of the neuron model is given by Eq.(۷)

در ادامه، قضیه فوق با فرض تغییر یک نرون در هر تکرار (فاصله زمان t, t+dt) اثبات می شود.

با توجه به تابع عملکرد (۷) که در هر تکرار اقدام به «تغییر همزمان» تمامی نرون ها می پردازد، فرض تغییر یک نرون درهر تکرار برای اثبات قضیه فوق فرضی باطل و بنابراین اثبات مردود است. در واقع هیچ تضمینی برای تقلیل پیوسته تابع انرژی در هر تکرار وجود ندارد و همچنین احتمال بوجود آمدن حرکات نوسانی و عدم همگرایی به جواب بهینه افزایش خواهد یافت.

اثبات دقیق مشخصه اخیر برای «تغییر غیر همزمان» نرون ها در هر تکرار، توسط Wang در سال ۱۹۹۷ میلادی به انجام رسیده است [27].

عدم توجه محققین به این نکته موجب افت کارایی الگوریتم ایشان وعدم توانایی آن در حل نمونه مسائل بزرگتر شده است. با افزایش ابعاد مسأله زمان حل بسیار زیاد می گردد تا آنجا که الگوریتم دیگر قادر به حل نمونه مسائل بزرگتر نمی گردد.

مشکل دوم: ایراد دیگری که به این تحقیق باز می گردد عدم صحت نتایج گزارش شده آن است. به زعم پژوهشگران این تحقیق، جواب های بدست آمده برای مسائل Sko42 و Sko49 به ترتیب ۱۵۸۵۲ و ۲۳۴۶۴ بهتر از مقادیر منتشر شده پیشین است در حالیکه در نتایج گزارش شده تحقیق

Chakrapani و Skorin-Kopov این مقادیر به ترتیب ۱۵۸۱۸ و ۲۲۲۹۸ می باشند.

۲ـ روش حل مسائل بهینه سازی ترکیباتی با ماشین نظریه میدان میانگین

در سال ۱۹۹۰ Van den bout با استفاده از ماشین نظریه میدان میانگین و لحاظ نمودن n سلول پاتس[1] بجای n^2 سلول، برای نخستین بار مسأله «افراز گراف»[2] را حل نمود [26]. هر سلول پاتس از یک بردار یکه شامل n سلول تشکیل می شد که در آنها همواره فقط یکی می توانست دارای مقدار یک گردد. این امر به نوبه خود موجب تسریع محاسبات و افزایش کارایی روش ماشین نظریه میدان میانگین شد [26].[3]

درتحقیقات بعدی Haykin در سال ۱۹۹۴ با توسعه اصول تئوریک و استخراج دسته معادلات کاهنده (میدان میانگین) برای سلول های برداری پاتس اثبات نمود که حل دسته معادلات مذکور همواره موجب کاهش تابع انرژی (تابع هدف) مسائل می گردد [14]. وی در ادامه روش حل مسائل بهینه سازی ترکیباتی با ماشین نظریه میدان میانگین ـ با در نظر داشتن سلول های برداری پاتس ـ را به صورت زیر پیشنهاد کرده است:

۱ـ تابع انرژی مسأله بهینه سازی ترکیباتی را براساس تابع هدف و محدودیت ها با نظر داشتن سلول های برداری پاتس تشکیل دهید.

۲ـ متغیرهای گسسته پاتس را با متغیرهای پیوسته جایگزین نموده تابع انرژی را بازنویسی کنید.

۳ـ با مشتق گیری از تابع انرژی، دسته معادلات کاهنده (میدان میانگین) را به صورت زیر محاسبه نمایید:

$$u_{kc} = - \frac{\partial E(\vec{V})}{\partial V_{kc}} / T \qquad (۹)$$

$$V_{kc} = \frac{\exp(u_{kc})}{\sum_b \exp(u_{kb})} \qquad (۱۰)$$

معادلات فوق u_{kc} جمع وزنی سیگنال های ورودی به سلول kc و V_{kc} مقدار میانگین سلول S_{kc} تحت دمای T می باشد:

$$V_{kc} = < S_{kc} > T \qquad (۱۱)$$

۴ـ با استفاده از الگوریتم SA با حل متوالی و پویای دسته معادلات میدان میانگین موجبات کاهش تابع انرژی و در نتیجه تابع هدف مسأله کمینه سازی را فراهم آورید.

رابطه (۹) نشان دهنده مشتق تابع انرژی برحسب مقدار میانگین یک سلول مانند سلول kc در دمای T است. این مشتق گیری با هدف یافتن نقطه کمینه صورت می پذیرد. رابطه (۱۰) تعیین کننده مقدار میانگین سلول kc است. دو رابطه اخیر معادلاتی هستند که جواب هر یک تعیین کننده جواب دیگری است. در این تحقیق از ارائه نحوه استخراج دسته معادلات فوق صرف نظر شده است. خوانندگان علاقمند برای آشنایی بیشتر با این موضوع می توانند به مرجع [14] مراجعه نمایند.

۳ـ حل مسأله تخصیص درجه دوم با ماشین نظریه میدان میانگین (مدل پیشنهادی)

با توجه به روش حل مسائل بهینه سازی ترکیباتی با ماشین نظریه میدان میانگین که در بخش قبل ارائه شد، در این بخش ابتدا تابع انرژی مسأله QAP با استفاده از تابع هدف و محدودیت ها تعریف شده سپس با مشتق گیری از آن دسته معادلات میدان میانگین استخراج خواهند شد.

در فصل پیش اشاره شد که بطور کلی هدف مسأله QAP یافتن تخصیصی است که در آن موضوعات با ارتباط بیشتر در نزدیک ترین فاصلهٔ ممکن از هم قرار گیرند. با توجه به رابطهٔ (۶) به عنوان مدل ریاضی مسأله QAP تابع انرژی این مسأله به صورت زیر خواهد بود:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i}^{n} \sum_{a}^{n} \sum_{j}^{n} \sum_{b}^{n} f_{ij}\, d_{ab}\, x_{ia}\, x_{jb} + \frac{\alpha}{16} \sum_{a}^{n} (\sum_{i}^{n} x_{ia} - 1)^2 + \beta \sum_{i}^{n} (\sum_{a}^{n} x_{ia} - 1)^2 \qquad (۱۲)$$

در رابطهٔ اخیر، عبارت اول برگرفته از تابع هدف مسأله و «عبارت هزینه» آن خواهد بود. عبارت های دوم و سوم نیز «عبارت جریمه» هستند که مانع از تخصیص دو تجهیز به یک مکان و یا یک تجهیز به دو مکان می شوند. همچنین α و β نیز ضرایب اهمیت توابع جریمه اند. چنانچه قید تخصیص یک تجهیز به یکی از مکان های موجود همواره برقرار گردد، در آن صورت محدودیت ارضا شده اخیر را «محدودیت سخت»[4] گویند [19]. به عبارت دیگر به ازای جمیع مقادیر i و a خواهیم داشت:

$$\sum_{a} x_{ia} = 1 \qquad (۱۳)$$

برای نیل به این منظور می توان بجای استفاده از متغیرهای صفر و یک از متغیرهای برداری یکه استفاده نمود. به عبارت بهتر استفاده از سلول های برداری متعامد S_i

(سلول پاتس) به جای سلول های دودویی x_{ia} ضامن ارضای قید (۱۳) خواهند بود؛ چرا که $\left|S_i\right| = 1$.

در این نمایش جدید، n^2 نرون $(x_{ia}i, a=1,...,n)$ به صورت n بردار $(1,0,...,0)$، $(0,1,...,0)$ و ... $(0,0,0,...,1)$ نشان داده می‌شوند. مزیت عمده استفاده از این تبدیل متغیر، حذف محدودیت ارضا شده (غیر فعال) و در نتیجه حذف عبارت جریمه سوم از تابع انرژی (۱۲) است. این امر به نوبهٔ خود آنها موجب تقلیل پارامترهای تنظیمی مسأله از سه به دو (T,α) خواهد شد.

با در نظر گرفتن تبدیل متغیر اخیر و انجام ساده سازی تابع انرژی مسأله QAP به صورت زیر خواهد بود:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i}^{n}\sum_{j}^{n}\sum_{a}^{n}\sum_{b}^{n} f_{ij}\, d_{ab}\, s_{ia}\, s_{jb} + \alpha \sum_{\substack{i \\ i<j}} \sum_{j} \sum_{a} s_{ia}s_{ja} \qquad (۱۴)$$

و با جایگزین نمودن متغیرهای پیوسته به جای متغیرهای گسسته پاتس، رابطه تابع انرژی به فرم زیر بازنویسی می‌شود:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i}^{n}\sum_{j}^{n}\sum_{a}^{n}\sum_{b}^{n} f_{ij}\, d_{ab}\, V_{ia}\, V_{jb} + \alpha \sum_{\substack{i \\ i<j}} \sum_{j} \sum_{a} V_{ia}V_{ja} \qquad (۱۵)$$

اینک با توجه به رابطه اخیر تابع انرژی مسأله QAP (رابطهٔ ۱۵) و ساختار دسته معادلات نظریه میدان میانگین که در بخش ۲ ارائه شد، دسته معادلات مذکور پس از مشتقگیری و انجام ساده سازی ها ـ که از ذکر جزئیات آن خودداری شده است ـ برای این مسأله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u_{kc} = - \frac{\partial E}{\partial V_{kc}} / T = - \frac{1}{T} \left[\sum_{i\neq k} \sum_{a\neq c} f_{ik} d_{ac} V_{ia} + \alpha \sum_{i\neq k} V_{ic} \right] \qquad (۱۶)$$

$$V_{kc} = \exp(u_{kc}) \left[\sum_{b} \exp(u_{kb}) \right]^{-1} \qquad (۱۷)$$

حل متوالی دسته معادلات (۱۶) و (۱۷) منجر به کاهش تابع انرژی و به شرط اعمال تنظیم های مناسب برای T و α موجب همگرایی به جواب های بهینه و نزدیک به آن خواهدشد.

۳ـ الگوریتم حل مدل پیشنهادی

همانگونه که در نمودار (۱) ملاحظه می شود فرایند حل مسأله با خواندن ماتریس های جریان و مسافت آغاز شده پس از آن خروجی سلول ها (V_{ij}ها) ـ به عنوان متغیرهای اصلی تخصیص ـ دارای مقدار اولیه می گردد. مقادیر اولیه V_{ij}ها تابعی از ابعاد مسأله بعلاوه یک مقدار تصادفی بسیار کوچک (σ) است. این مقدار دهی اولیه به صورت فوق مرسوم در ادبیات موضوع بوده و در لحظه شروع به کار الگوریتم حل، با هدف هم شانس قرار دادن تمام سلول ها برای فعال یا غیر فعال شدن می پذیرد و بدین ترتیب برای نمونه مسأله یک جواب اولیه امکان پذیر بدست می‌آید.

در قدم بعد α (ضریب اهمیت عبارت جریمه) و T (عامل دما) از ورودی خوانده می شوند. در این مرحله مقدار دیگری از ورودی خوانده می شود. این مقدار به نوعی ضریب میزان اهمیت عبارت هزینه است که از آن برای محدود کردن مقدار عبارت هزینه به مقادیر زیر عدد ده استفاده می شود.

دررابطه (۱۶) چنانچه ابعاد ماتریس F و D بزرگ بوده و دارای مقادیر عددی بزرگی نیز باشند، مقدار u_{kc} بدست آمده در هر مرحله عددی بزرگ خواهد بود. بزرگی مقدار u_{kc} موجب می شود تا محاسبه رابطه (۱۷) که متشکل از توابع نمایی است با مشکل مواجه شود که این امر به نوبه خود باعث توقف نابهنگام الگوریتم می گردد.

C_term ضریبی است که به عنوان ضریب میزان اهمیت عبارت هزینه برای رفع مشکل مذکور بکار می رود. استفاده از C_term در حل نمونه مسائلی که ابعادی بزرگ داشته یا ماتریس های F و D آنها متشکل از اعدادی بزرگ باشند، ضروری خواهد بود. از این رو از لحاظ نمودن آن در فرآیند مدل سازی مسأله QAP با ماشین نظریه میدان میانگین و رویه حل مدل پیشنهادی، خودداری شده است لیکن چنانچه ذکر آن مورد توجه باشد، روابط (۱۵) تا (۱۷) به صورت زیر بازنویسی شده و در رویه حل مدل پیشنهادی می بایست علاوه بر a و T، C_term را نیز منظور نمود:

$$E = C\_term \sum_{i}^{n}\sum_{j}^{n}\sum_{a}^{n}\sum_{b}^{n} f_{ij}\, d_{ab}\, V_{ia}\, V_{jb} + \alpha \sum_{\substack{i \\ i<j}} \sum_{j} \sum_{a} V_{ia}V_{ja} \qquad (۱۸)$$

$$u_{kc} = - \frac{\partial E}{\partial V_{kc}} / T = - \frac{1}{T} \left[C\_term \sum_{i\neq k} \sum_{a\neq} f_{ik} d_{ac} V_{ia} + \alpha \sum_{i\neq k} V_{ic} \right] \qquad (۱۹)$$

$$V_{kc} = \exp(u_{kc}) \left[\sum_{b} \exp(u_{kb}) \right]^{-1} \quad (۲۰)$$

استفاده از ضریب C-term از تغییرات اعمال شده در نسخه اصلی الگوریتم تحقیق Van den bout بوده که در این تحقیق (تحقیق حاضر) صورت پذیرفته است.

در ادامه روند حل مدل پیشنهادی، معیار همگرایی شبکه به جواب (Sat) مقدار دهی اولیه شده پس از آن مقدار تابع انرژی ($E^{(0)}$) بر اساس جواب اولیه بدست آمده محاسبه می‌گردد.

از این مرحله به بعد فرآیند حل مدل با دو حلقه خارجی و داخلی دنبال می‌شود. در حلقه داخلی ابتدا u_{kc} ها (ورودی سلول‌ها) با استفاده از دسته معادله (۱۶) و پس از آن V_{kc}ها (پتانسیل خالص سلول یا مقدار خروجی) برای تمامی سلول‌ها بر اساس رابطه (۱۷) محاسبه می‌شوند. V_{kc}های بدست آمده جواب‌های ـ موجه یا غیر موجه ـ نمونه مسأله می‌باشند. در ادامه مقدار تابع انرژی به ازای آخرین جواب بدست آمده محاسبه و میزان تفاوت آن نسبت به جواب قبلی در ΔE ذخیره می‌شود. مادامیکه تغییرات ΔE از مقدار ε کوچکتر نشود، حلقه تکرار می‌یابد.

دو ویژگی حلقه داخلی در خور توجه است:[5]

۱ـ در هر تکرار از مقدار تابع انرژی کاسته شده که این امر به نوبه خود موجب کاهش تابع هدف نمونه مسأله می‌شود.

۲ـ در هر تکرار V_{kc} ها به سمت صفر یا یک میل می‌کنند.

کار حلقه خارجی با محاسبه معیار همگرایی شبکه (Sat) آغاز می‌شود. مقدار معیار همگرایی شبکه متأثر از صفر یا یک بودن V_{ij} ها است. هر گاه Sat>0.99 گردد، به معنای همگرایی شبکه به جواب خواهد بود و در غیر این صورت فرآیند حل در حلقه داخلی با دمایی کمتر (۹۵٪ دمای مرحله قبل) دنبال می‌شود.

دو نکته در خصوص حلقه خارجی حائز اهمیت است:

۱ـ می‌توان از شدت شرط کنترل (معیار همگرایی شبکه) در حلقه خارجی کاست. برای مثال شرط خروج را از ۰/۹۹ به ۰/۹۵ کاهش داد. در این صورت زمان حل مسأله کاهش می‌یابد لیکن در عوض شانس یافتن جواب‌های بهتر کم می‌شود.

۲ـ می‌توان فرآیند کاهش دما را با تقلیل ضریب ۰/۹۵ به ۰/۹ تند و یا با افزایش ضریب ۰/۹۵ به ۰/۹۹ کند نمود که هر یک محاسن و معایبی دارند. تسریع در فرآیند کاهش دما موجب کوتاه شدن زمان حل شده لیکن فرصت همگرایی شبکه به جواب را محدود و احتمال یافتن جواب‌های بهتر را کم می‌کند. از طرفی کند کردن فرآیند کاهش دما موجب یافتن جواب‌هایی بهتر اما در زمان‌هایی به مراتب طولانی‌تر خواهد شد.

با توجه به مطالب اخیر مناسب‌ترین انتخاب‌ها Sat>0.99 و T=T×0.95 است. در این شرایط بین زمان حل و کیفیت جواب تعادل برقرار خواهد شد. انتخاب اخیر مرسوم در ادبیات موضوع می‌باشد [۲۶] با این حال تلاش‌هایی توسط نگارنده برای تغییر در این مقادیر انجام و حالت‌های متفاوتی نظیر:

۱) $Sat > 0.95$ و $T = T \times 0.95$

۲) $Sat > 0.95$ و $T = T \times 0.99$

۳) $Sat > 0.97$ و $T = T \times 0.95$

۴) $Sat > 0.97$ و $T = T \times 0.97$

۵) $Sat > 0.97$ و $T = T \times 0.99$

۶) $Sat > 0.99$ و $T = T \times 0.90$

۷) $Sat > 0.99$ و $T = T \times 0.95$

۸) $Sat > 0.99$ و $T = T \times 0.99$

برای حل سه نمونه مسأله به ابعاد ۱۲ و ۴۲ و ۷۲ منظور شد که بهترین نتایج در انتخاب گزینه ۷ بدست آمد و بدین ترتیب این انتخاب برای حل تمام نمونه مسائل فصل بعد لحاظ شده است.

پس از ارضا شرط خروج حلقه خارجی (Sat>0.99)، V_{ij}ها با گرد شدن به صفر یا یک مجدداً به متغیرهای صحیح صفر و یک تبدیل می‌شوند. در قدم بعد بردار تخصیص تجهیزات به مکان‌ها محاسبه[6] و امکان پذیر بودن آن بررسی می‌شود. چنانچه بین تجهیزات و مکان‌ها ارتباطی یک به یک برقرار باشد، مجموع عناصر بردار تخصیص معادل مجموع اعداد از یک تا n بوده و جواب بدست آمده امکان پذیر است. در صورت موجه بودن جواب، هزینه کل تخصیص محاسبه و به همراه بردار آن چاپ خواهد شد.

٤ـ نتایج عددی

برای ارزیابی کارایی الگوریتم پیشنهادی برنامه کامپیوتری به زبان برنامه نویسی پاسکال تهیه شده و کلیه محاسبات نیز روی کامپیوتر Pentium 133 انجام پذیرفته است.

نمونه مسائل انتخابی از جمله مسائل شناخته شده با ابعاد متفاوت است که شامل مسائل Skorin-kapov {42, 56, 72,81 ,100a} و Nugent {5, 8, 12, 14,17, 18, 20, 25,30} می‌باشند. نتایج عددی در جدول (۱) ارائه شده است.

ستون نخست این جدول معرف نمونه مسأله ای است که با الگوریتم این تحقیق حل شده و ستون دوم نیز بهترین جواب منتشر شده برای آن نمونه مسأله ارائه شده است. در ستون سوم بهترین نتیجه حاصل از اجرای روش پیشنهادی و در ستون چهارم مقدار متوسط جواب های بدست آمده این روش پس از چندین بار - به طور متوسط ۷۵ مرتبه - اجرا، محاسبه و گزارش شده است.

مقادیر عددی ستون پنجم (T) نشان دهنده میزان دما در لحظه شروع کار الگوریتم می باشد. نحوه تنظیم T مبتنی بر سعی و خطا بوده بدین ترتیب انجام می گیرد که یک مقدار اولیه برای دما منظور و به شبکه اجازه داده می شود تا با معلوم بودن α(ضریب میزان اهمیت عبارت جریمه) و C-term (ضریب میزان اهمیت عبارت هزینه) کار خود را آغاز نماید. در صورتیکه پس از مدت زمانی شبکه همگرا به جواب شد آنگاه برنامه مجدداً از ابتدا با نصف مقدار دمای مرحله قبل اجرا می شود. این عمل تا جایی ادامه می یابد که حداقل دمای لازم برای همگرایی شبکه به جواب بدست آید. چنانچه دمای شروع از حداقل دمای لازم برای همگرایی کمتر باشد در فرآیند حل، دما به صفر رسیده اما شبکه به جواب نمی رسد. در این حالت الگوریتم با پیغام خطای «تقسیم بر صفر»[7] توقف می شود.

بنابراین دما می بایست تا جایی کم انتخاب شود که شبکه با حداقل زمان ممکن فرصت همگرایی به جواب را داشته باشد. لازم به توضیح است که پس از انتخاب مقدار مناسب دما و شروع کار الگوریتم، این مقدار در پایان به حداقل خود که موسوم به «دمای انجماد»[8] است می رسد.

ستون های ششم (C_term) و هفتم (α) بیانگر ضرائب عبارات هزینه و جریمه اند. همانطور که در بخش (۳) نیز اشاره شد C_term ضریبی است که از آن برای محدود کردن عبارت هزینه به ارقام زیر ده استفاده می شود. بنابراین برای هر نمونه مسأله مقدار این ضریب بطور تخمینی بر اساس بهترین جواب موجود یا بهترین حد پایین گزارش شده، انتخاب و اعمال شده است.

تعیین مقدار برای α به مراتب بسیار دشوارتر از C_term بوده و برای آن روش مشخصی وجود ندارد. این مشکل از آنجا ناشی می شود که هر چه که وزن عبارت جریمه در مقابل عبارت هزینه کمتر باشد جواب های به دست آمده غیر ممکن و مقدار تابع هدف کمتر خواهد بود و به عکس هر چه وزن عبارت جریمه بیشتر باشد، جواب ها امکان پذیر اما مقدار تابع هدف بیشتر خواهد شد.

بنابراین مقادیر متفاوت α نتایجی متفاوت در بر خواهند داشت. معمولاً پس از انتخاب یک مقدار برای C_term تلاش وسیعی برای یافتن مقدار مناسب α صورت می پذیرد که متاسفانه به دشواری و با سعی و خطا انجام می گیرد.

جدول (۱) مقادیر بدست آمده با استفاده از روش پیشنهادی.

نام مساله	بهترین جواب منتشر شده	جواب بدست آمده با استفاده از روش پیشنهادی		T	C_term	α	زمان حل (ثانیه)		درصد دفعات بدست آمدن جواب
		بهترین	متوسط				بهترین	متوسط	
N۵	۵۰	۵۰	۵۰	۰٫۰۲۸	۰٫۰۱	۰٫۱	۰٫۰۱	۰٫۰۱	۱۰۰٪
N۸	۲۱۴	۲۱۴	۲۱۴	۰٫۰۷	۰٫۰۱	۰٫۳	۰٫۲	۰٫۳	۱۰۰٪
N۱۲	۵۷۸	۵۷۸	۵۷۹	۰٫۰۳	۰٫۰۰۵	۰٫۱۲	۳٫۳	۴٫۱	۹۰٪
N۱۴	۱۰۱۴	۱۰۱۴	۱۰۱۶	۰٫۲	۰٫۰۰۱	۰٫۰۲۵	۵٫۲	۸٫۲	۹۲٪
N۱۷	۱۷۳۲	۱۷۳۲	۱۷۳۶	۰٫۰۳۵	۰٫۰۰۱	۰٫۰۶	۸٫۱	۱۲٫۹	۹۵٪
N۱۸	۱۹۳۰	۱۹۳۲	۱۹۳۷	۰٫۰۲۵	۰٫۰۰۰۹۵	۰٫۰۳۸	۱۳٫۴	۱۶٫۵	۹۰٪
N۲۰	۲۵۷۰	۲۵۷۰	۲۵۷۷	۰٫۰۸۵	۰٫۰۰۰۸۸	۰٫۰۴۵	۱۵٫۱	۱۸٫۱	۸۸٪
N۲۵	۳۷۴۴	۳۷۴۸	۳۷۵۹	۰٫۰۴	۰٫۰۰۰۵۱	۰٫۰۲۸	۳۸٫۷	۴۱٫۳	۹۱٪
N۳۰	۶۱۲۴	۶۱۲۴	۶۱۳۸	۰٫۰۱	۰٫۰۰۰۲	۰٫۰۷	۴۳٫۵	۵۱	۷۲٪
Sko۴۲	۱۵۸۱۲	۱۵۸۱۸	۱۵۹۵۹	۰٫۰۵	۰٫۰۰۰۱	۰٫۰۰۳	۱۶۳	۲۱۱٫۱	۶۶٪
Sko۵۶	۳۴۴۵۸	۳۴۵۶۰	۳۴۹۱۱	۰٫۰۶۵	۰٫۰۰۰۰۵	۰٫۰۱۵	۱۲۵۸	۱۳۳۶	۶۳٪
Sko۷۲	۶۶۲۵۶	۶۶۴۸۲	۶۷۵۷۹	۰٫۰۳	۰٫۰۰۰۰۲	۰٫۰۰۲	۱۸۶۸	۲۱۵۶	۶۰٪
Sko۸۱	۹۰۹۹۸	۹۱۳۵۶	۹۲۳۱۸	۰٫۰۷	۰٫۰۰۰۰۰۱	۰٫۰۲۳	۲۱۶۸	۳۲۵۶	۵۸٪
Sko۱۰۰a	۱۵۲۰۰۲	۱۵۳۸۹۴	۱۵۵۸۱۲	۰٫۱	۰٫۰۰۰۰۰۰۱	۰٫۰۸	۴۱۲۵	۵۶۲۸	۵۲٪

اطلاعات مربوط به زمان حل مسائل در ستون های هشتم و نهم جدول آورده شده است. در ستون هشتم کمترین زمان مربوط به بهترین جواب و در ستون نهم مقدار متوسط زمان های مربوط به بهترین جواب ها محاسبه و گزارش شده است.

در نهایت ستون دهم جدول بیانگر در صد دفعات تولید بهترین جواب صرف نظر از زمان حل است. همانطور که ملاحظه می شود درصد همگرایی روش پیشنهادی به جواب های گزارش شده بیش از ۵۲٪ و بطور متوسط برای کلیه نمونه مسائل حل شده ۷۹/۸٪ است که شاخصی مطلوب برای نمایش میزان پایداری و توانمندی روش پیشنهادی است.

۱ـ۴ مقایسه کارایی روش پیشنهادی با دو روش موجود شبکه های عصبی

جداول (۲) و (۳) به ترتیب برای مقایسه کیفیت جواب ها و زمان حل روش پیشنهادی با دو روش Tsuchiya و Chakrapani تهیه شده است. با مطالعه جدول (۲) ملاحظه می شود که به استثنای یک مورد کیفیت جواب های مدل این تحقیق در نمونه مسائل بزرگ به مراتب بهتر از دو روش دیگر بوده حتی در خصوص نمونه مسأله Sko100a تنها روشی که بوده توانایی حل این مسأله را داشته است.

برای مقایسه زمان های حل الگوریتم روش Tsuchiya استخراج و با استفاده از زبان برنامه نویسی پاسکال کد شد که زمان های ارائه شده در جدول (۳) نتایج اجرای این برنامه می باشد. زمان های روش Chakrapani نیز به دلیل عدم ارائه الگوریتم در مقاله و در نتیجه امکان پذیر نبودن برنامه نویسی از نتایج مقاله ایشان گزارش شده است.

در مقایسه زمان های حل، جدول (۳) بیانگر سریع تر بودن روش Tsuchiya در حل نمونه مسائل کوچک و روش پیشنهادی در خصوص نمونه مسائل بزرگ است و نمی توان مقایسه ای را با زمان های گزارش شده در مقاله Chakrapani انجام داد.

در یک جمع بندی کلی می توان گفت که روش پیشنهادی این تحقیق دارای برتری کیفی در حل نمونه مسائل است و چون این برتری در حل نمونه مسائل بزرگتر نمود بیشتری دارد استفاده از این روش در حل نمونه مسائل بزرگ توصیه می گردد. جدول ۲ مقایسه کیفیت جواب های مدل پیشنهادی با جواب های دو مدل Chakrapani و Tsuchiya

فهرست علائم لاتین

a(n): بردار تخصیص

C : ماتریس هزینه های تخصیص

C_term : ضریب اهمیت عبارت هزینه

D : ماتریس فواصل

E : تابع انرژی

F : ماتریس جریان

S : متغیر برداری پاتس

Sat: معیار همگرایی شبکه به جواب

T : عامل دما

Tc : هزینه کل تخصیص

U : بردار مقادیر ورودی به سلول ها

V : بردار مقادیر پتانسیل خالص سلول ها

x_{ia} : متغیر تصمیم در مسأله تخصیص درجه دوم

فهرست علائم یونانی

α : ضریب اهمیت عبارت هزینه

جدول(۲)مقایسه کیفیت جواب های مدل پیشنهادی با جواب های دو مدل Chakrapani و Tsuchiya

نام مساله / روش حل	N۵	N۸	N۱۲	N۱۴	N۱۷	N۱۸	N۲۰	N۲۵	N۳۰	Sko۴۲	Sko۵۶	Sko۷۲	Sko۸۱	Sko۱۰۰a
مدل پیشنهادی	۵۰	۲۱۴	۵۷۸	۱۰۱۴	۱۷۳۲	۱۹۳۲	۲۵۷۰	۳۷۴۸	۶۱۲۴	۱۵۸۱۸	۳۴۵۶۰	۶۶۴۸۲	۹۱۳۵۶	۱۵۳۸۹۴
Chakrapani	۵۰	۲۱۴	۵۷۸	na	na	na	۲۵۷۰	na	۶۱۲۴	۱۵۸۱۸	۳۴۶۵۸	۶۶۲۶۸	۹۱۳۶۲	---
Tsuchiya	۵۰	۲۱۴	۵۷۸	na	na	na	۲۵۷۰	na	۶۱۲۴	۱۵۸۵۲	---	---	---	---

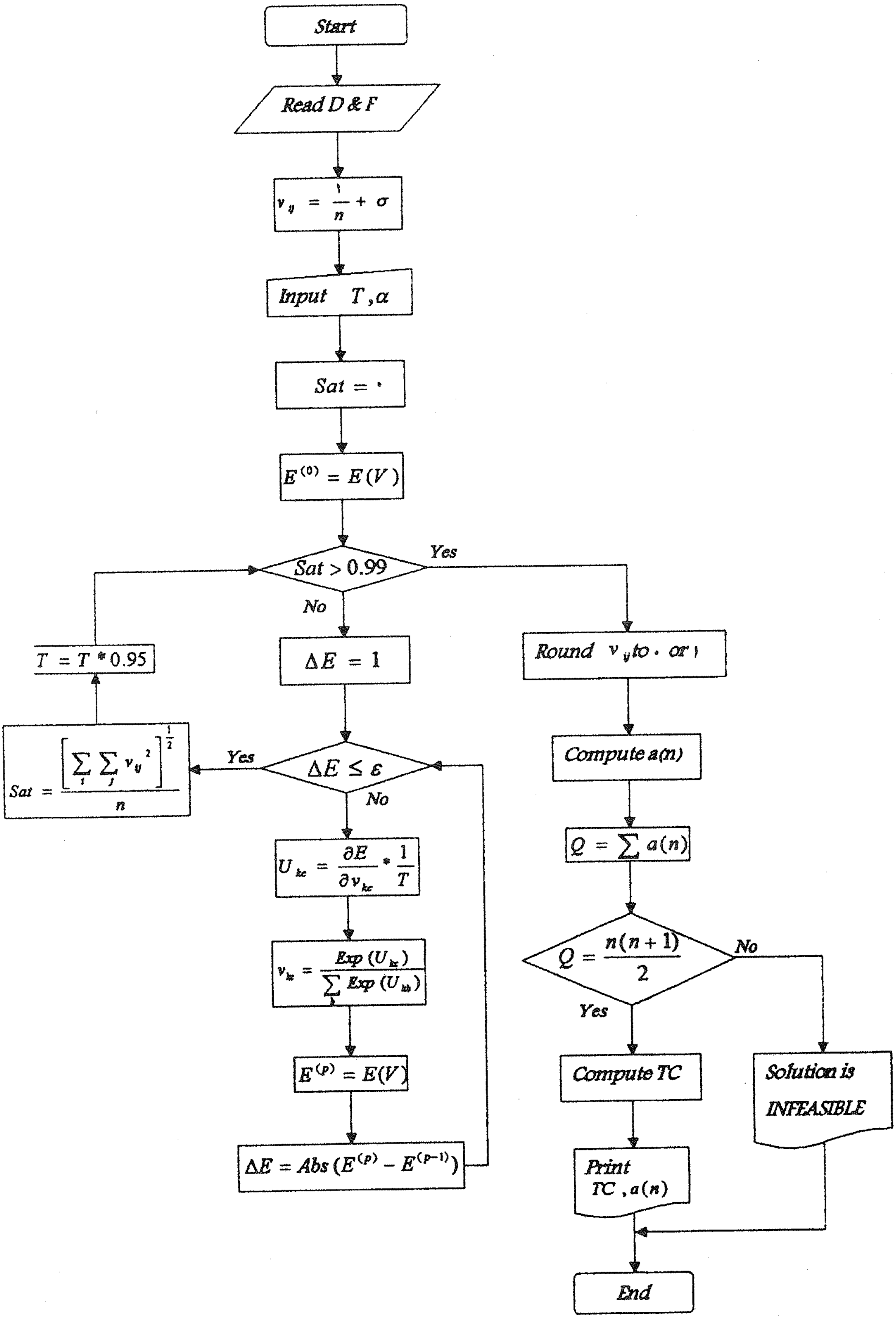
توضیح:

بهترین در سه روش فوق در هر نمونه مسأله پر رنگ (Bold) شده است.

na: not available نمونه مسأله با این روش حل نشده است.

... الگوریتم قادر به حل نمونه مسأله نبوده است.

نمودار (۱) رویه حل مسأله تخصیص درجه دوم با شبکه تقریب میدان میانگین.



زیرنویس ها

1-Patts

2-Graph Partitioning

۳ـ در بخش بعد مفهوم سلول پاتس ضمن مدل سازی QAP در قالب شبکه های میدان میانگین روشن خواهد شد.

4-Hard Constraint

۵ـ برای هر دو ویژگی عنوان شده اثبات ریاضی موجود است.

علاقمندان می توانند در این خصوص به مراجع [۱۴] و [۲۶] مراجعه نمایند.

۶ـ a(i)=j معادل است با این که گفته شود j شماره مکان تجهیز iام است [۱۰].

7-Dividing By Zero

8- Freezing Temperature

جدول (۳) مقایسه زمان حل مدل با زمان های حل دو مدل Chakrapani و Tsuchiya

نام مساله / روش حل	N۵	N۸	N۱۲	N۱۴	N۱۷	N۱۸	N۲۰	N۲۵	N۳۰	Sko۴۲	Sko۵۶	Sko۷۲	Sko۸۱	Sko۱۰۰a
مدل پیشنهادی	۰.۰۱	۰.۲	۲.۳	۵.۲	۸.۱	۱۳.۴	۱۵.۱	۲۸.۷	۴۳.۵	۱۶۳	۱۲۵۸	۱۸۶۸.۱	۲۱۶۸.۱	۴۱۲۵
Chakrapani	۰.۲۵	۰.۸	۲.۴	*na*	*na*	*na*	۱۴	*na*	۵۷.۶	۲۴۳	۱۳۶۶	۲۸۸۰	۴۲۸۵	---
Tsuchiya	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۶	*na*	*na*	*na*	۲.۶۴	*na*	۵۶.۰۱	۱۷۴۶	---	---	---	---

مراجع

[1] E.H.L. Aarts and J.H.M. Korst, "Boltzmann machine for traveling salesman problem", European Journal of Operational Research, Vol. 39, pp. 79-95 (1989).

[2] M.S. Bazaraa and A.N. Elshafei, "An exact branch and bound procedure for Quadratic Assignment Problem", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 26,pp. 109-126 (1979).

[3] H. Bersini and F.J. Varela, "The immune recruitment mechanism: A selective evolutionary strategy", in: Proc. of the fourth Int. Conf. on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, Los Altos, CA (1991).

[4] R.E Burkard, "Die Storungs Methode zur Losung Quadratisches Zuordnungs Probleme", Operations Research Verfahren, Vol. 16, pp. 84-108 (1973).

[5] R.E. Burkard, "Quadratic Assignment Problem", European Jounal of Operational Research, Vol. 15, No. 3, pp. 374-386 (1984).

[6] R.E. Burkard, S.E. Karisch and F. Rendl,"QAPLIB: A Quadratic Assignment Problem Library", European Journal of Operational Research, Vol. 55, No. 99, pp. 115-119 (1991).

[7] J. Chakrapani and J. Skorin Kapov, "A Connectionist Approach to the Quadratic Assignment Problem", Computers and opeartion Research, Vol. 19, No. 3/4, pp. 287-295 (1992).

[8] G. Finke and E. Medova Dempster, "Combinatorial Optimization Problem in trace from", Ricerca Operative, Vol. 52 (1989).

[9] C. Fleurent and J. A Ferland, "Genetic Hybrids for Quadratic Assignment Problem", Quadratic Assignment Problem and related problems, Vol. 16, pp. 173-187 (1994).

[10] R.L. Francis and J.A. White, "Facility Layout and Location", Prentice-Hall, second edition (1992).

[11] M.R. Garey and D.S. Johnson, "Computers and Intractability, A guide to the theory of NP-Completeness", Freeman and Company, San Francisco (1979).

[12] P.C. Gilmore, "Optimal and suboptimal algorithms for the Quadratic Assignment Problem", SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 10, pp. 305-331 (1962).

[13] P. Hahn, T. Grant and N. Hall, "A branch-and-bound algorithm for the Quadratic Assignment Problem based on Hungarian method", European Journal of Operational Research, Vol. 108, pp. 629-640 (1998).

[14] S. Haykin, "Neural Networks: A Comprehensive Foundation", Macmillan College Publishing Co., Inc (1994).

[15] F.S. Hiller, "Quantative tools for plant layout analysis", Journal of Industrial Engineering Vol. 14, pp. 33-40 (1963).

[16] F.S. Hiller and M.M. Connors, "Quadratic Assignment Problem algorithms and location of indivisible facilities", Management Science, Vol. 13, pp. 42-57 (1966).

[17] T.M. Khalil, "Facility relative allocation technique (FRAT)", International Journal of Production Research, Vol. 11, no. 2, pp. 183-194 (1973).

[18] E. Lawler, "the Quadratic Assignment Problem", Management science, Vol. 9,pp. 586-599 (1963).

[19] C.K. Looi, "Neural Networks Methods in Combinatorial Optimization", Computers and Operation Research, Vol. 19, No. 3/4, pp. 198-208 (1992).

[20] V. Maniezzo and M. Dorigo, "Algodes: An experimental comparison of eight evolutionary heuristics applied to the Quadratic Assignment Problem", European Journal of Operational Research, Vol. 81, pp. 188-204 (1995).

[21] C.E. Nugent, T.E. Vollmann and J. Rendl, "A experimental comparison of techniques for the assignment of facilities to locations", Operation Research, Vol. 16, pp. 150-173 (1968).

[22] J.F. Pierce and W.B. Crowston, "Tree-search algorithms for the Quadratic Assignment Problem", Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 18, pp. 1-36 (1971).

[23] QAPLIB: www.imm.dtu.dk/~sk/qaplib

[24] S. Sahni and T. Gonzalez, "P-Complete approximation problems", Journal of Associated Computing Machinery, Vol. 23, No. 3, pp. 555-565 (1976).

[25] K. Tsuchiya, S. Bharikar and Y. Takefuji, "A neural networks approach to facility layout problem", European Journal of Operational Research, Vol. 89, pp. 555-563 (1996).

[26] D.E. Van den Bout and T.K. Miller III, "Graph Partition using Annealed Neural Networks", IEEE Transaction on Neural Networks, pp. 192-203 (1990).

[27] L. Wang, "Discrete-Time Convergence Theory and Updating Rules for Neural Networks", IEEE Transaction on Neural Networks, Vol. 8, No. 2, pp. 445-447 (1997).