

مدل آنالیز و واریانس فازی

عزیزا... معماریان
دانشیار
دانشکده مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

محمد سید حسینی
دانشیار
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

کامران شهانقی
استادیار
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده

در این مقاله یک مدلی آنالیز واریانس فازی بر اساس تعاملی که بین متغیرهای توصیفی وجود دارد طبق روش Tanaka معرفی شده است. با روش بکار برده شده در مدل Tanaka یک مدل (Linear Programming) جهت محاسبه مقادیر و اثرات عوامل مختلف فرموله شده است. با روش ارائه شده علاوه بر تعیین مقادیر و اثرات مختلف، تعامل بین اثرات نیز قابل محاسبه می باشد.

کلمات کلیدی

تجزیه و تحلیل رگرسیون فازی - برنامه ریزی خطی فازی - تجزیه و تحلیل آنالیز واریانس فازی

Fuzzy Variance Analysis Model

M. Seyed Hosseini
Associate Professor
Iran University of Science and Technology,
Industrial Engineering Department

A. Memariani
Associate Professor
University of Tarbiat Moddares,
Industrial Engineering Department

K. Shahanaghi
Assistant Professor
Industrial Engineering Department,
Iran University of Science and Technology

Abstract

This paper discusses a fuzzy variance analysis model with interaction between explanatory variables using Tanaka's model. Based on Tanaka's model, a linear programming model has been formulated for measuring the value of response factors. This model measures both values of the response factors, as well as their interactions.

Keywords

Fuzzy Regression Analysis, Fuzzy Linear Program, Fuzzy Variance Analysis

۱- مقدمه

آنالیز واریانس در اغلب علوم کاربرد وسیعی داشته است. تجزیه و تحلیل واریانس، مطالعه راجع به وابستگی عوامل مختلف را روی یک متغیر انجام می دهد. در این بررسی، گاهی عوامل با یکدیگر تعامل (Interaction) دارند و اثر عوامل بعلاوه تعامل آنها روی هم باعث تغییرات مهم و قابل توجهی در ارزش متغیر وابسته می گردد. نکته قابل توجه در بکارگیری آنالیز واریانس به صورت کلاسیک این است که باید رابطه بین متغیرها به طور دقیق (Crisp) مشخص باشد هنگامی که دانش و نظرات انسان (خبره) به دلایل مختلف در سیستم های مورد نظر سهیم باشد، ما به مدل آنالیز واریانس فازی نیاز خواهیم داشت.

عموماً در مدل آنالیز واریانس فازی داده های ورودی و داده های خروجی فازی هستند و ارتباط بین داده های ورودی و خروجی توسط توابع فازی بیان می شود و توزیع داده ها و صورت امکان (Possibilistic) می باشد در این مدل ها نیازی به خواص آماری وجود ندارد. [1]

مدل Tanaka و دیگران اولین بار در سال ۱۹۸۲ به صورت Fuzzy Linear Programming (Fuzzy Linear Programming) بحث شده است [1] و در سال ۱۹۸۷ Tanaka مدلی به صورت Possibilistic Linear Programming (Possibilistic Linear Programming) جهت تجزیه و تحلیل داده ها بیان کرده است [2]. در سال ۱۹۹۱ H. Tanaka و H. Ishibuchi یک مدل PLP با تابع عضویت مربعی پارامترهای فازی بحث کردند [3]. Peters در سال ۱۹۹۴ یک مدل FLP با تابع عضویت مربعی پارامترهای فازی بحث کردند [3]. Peters در سال ۱۹۹۴ یک مدل FLP با فواصل فازی را بیان می کند [8]. Tanaka و دیگران در سال ۱۹۹۶ یک مدل نمایی فازی جهت تجزیه و تحلیل داده ها را بحث می کنند [6]. در این مقاله یک مدل توسعه ای بر اساس مدل Tanaka و دیگران نشان داده شده است [1].

در این نوشتار پس از تشریح مدل Tanaka اقدام به افزودن متغیرهای تعاملی در مدل کرده و نشان می دهیم که با استفاده از آنالیز و تحلیل واریانس می توان اثرات این عوامل را اندازه گیری نمود. منابع بدست آمده نشان می دهد که تحلیل واریانس بعنوان یک راه کار جدید می تواند در محیط های فازی برای حل مسایل تصمیم گیری بعنوان یک ابزار مورد استفاده قرار گیرد.

۲- مدل Tanaka

۲-۱ ساختار مدل

مدل اصلی یک تابع فازی خطی در رابطه (۱) نشان داده شده است:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_i x_{1i} + \dots + \tilde{A}_n x_{ni} = \tilde{A} x_i \quad (1)$$

به طوریکه x_i بردار متغیرهای مستقل (دقیق) و \tilde{A} بردار پارامترهای مدل (فازی) است. فرض کنیم که \tilde{A}_j به شکل اعداد فازی مثلثی متقارن به صورت رابطه (۲) فرض شود.

$$\mu_{\tilde{A}_j}(\alpha_j) = \begin{cases} 1 - \frac{|x_j - \alpha_j|}{C_j}; & \alpha_j - C_j \leq \alpha_j \leq \alpha_j + C_j \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (2)$$

به طوریکه $\mu_{\tilde{A}_j}(\alpha_j)$ تابع عضویت، α_j مرکز و C_j پهنای عدد فازی است. با بکارگیری اصل بسط خواهیم داشت:

$$\mu_{\tilde{Y}_i}(y) = \begin{cases} 1 - \frac{|y - X_i|}{C^i |X_i|}; & X \neq 0 \\ 1 & X \neq 0, y \neq 0 \\ 0 & X = 0, y = 0 \end{cases} \quad (3)$$

به طوریکه $\mu_{\tilde{Y}_i}(y)$ تابع عضویت \tilde{Y}_i می باشد. Tanaka با حداقل کردن جمع عرض فازی $(\sum_j C_j)$ به شکل زیر (رابطه ۴):

$$\text{Min } \sum_j C_j \quad (4)$$

و بکارگیری مجموعه های h ، به طوریکه تابع عضویت باید از سطح h بزرگتر باشد یعنی:

$$\tilde{Y}_i^h = \{y / \mu_{\tilde{Y}_i}(y) \geq h\} \quad (5)$$

$$\tilde{Y}_i^{*h} = \{y / \mu_{\tilde{Y}_i^*}(y) \geq h\} \quad (6)$$

مدل خود را به صورت رابطه (۷) فرموله نمود:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \sum_j C_j \\ & S. t. \\ & \alpha^i X_i + (1-H) C^i |X_i| \geq y_i + (1-H) e_i \end{aligned} \quad (7)$$

جدول (۲) تیرانس حداکثر ولتاژ خروجی.

درجه حرارت	۵۰	۶۵	۸۰
۱	۴۳,۳۵	۲۳,۶۰	۲۶,۸۵
۲	۲۳,۱۹	۱۲,۶۶	۱۹,۲۶
۳	۲۵,۹۷	۲۲,۵۴	۱۹,۲۸

با توجه به نتایج آنالیز واریانس، بین مواد و درجه حرارت یک نوع تعامل وجود دارد که قطعاً ولتاژ خروجی به این تعامل بستگی دارد [9].

۳- مدل آنالیز واریانس فازی

شکل کلی مساله در آنالیز واریانس به صورت رابطه (۹) نمایش داده شده است:

$$Y_{ijk...v} = \mu + (X_1)_i + (X_2)_j + (X_3)_k + \dots + (X_{n-1})_S + (X_n)_t + (X_1 X_2)_{ij} + \dots + (X_1 X_{n-1})_{is} + (X_1 X_n)_{it} + (X_2 X_3)_{jk} + \dots + (X_2 X_{n-1})_{js} + (X_2 X_n)_{jt} + \dots + (X_{n-1} X_n)_{st} + (X_1 X_2 X_3)_{ijk} + \dots + Y_{ijk...v} = \mu + (X_1)_i + (X_2)_j + (X_3)_k + \dots + (X_1 X_2 X_3 \dots X_{n-1} X_n)_{ij...t} + \epsilon_{ijk...v} \quad (9)$$

بر اساس نظرسره Tanak [1] در حالت فازی خطای مشاهدات قابل نظر شدن است. در این صورت شکل مساله به صورت رابطه (۱۰) تعریف شده است:

$$\tilde{Y}_{ijk...t} = \tilde{\mu} + (\tilde{X}_2)_i + (\tilde{X}_2)_j + (\tilde{X}_3)_k + \dots + (\tilde{X}_{n-1})_S + (\tilde{X}_n)_t + (\tilde{X}_1 \tilde{X}_2)_{ij} + \dots + (\tilde{X}_1 \tilde{X}_{n-1})_{is} + (\tilde{X}_1 \tilde{X}_n)_{it} + (\tilde{X}_2 \tilde{X}_3)_{jk} + \dots + (\tilde{X}_2 \tilde{X}_{n-1})_{js} + (\tilde{X}_2 \tilde{X}_n)_{jt} + \dots + (\tilde{X}_{n-1} \tilde{X}_n)_{st} + (\tilde{X}_1 \tilde{X}_2 \tilde{X}_3)_{ijk} + \dots + (\tilde{X}_1 \tilde{X}_2 \tilde{X}_3 \dots \tilde{X}_{n-1} \tilde{X}_n)_{ij...t} \quad (10)$$

جهت سادگی فرموله کردن مدل، تابع را در حالت دو متغیره، همانگونه که در رابطه (۱۱) آمده است در نظر می‌گیریم:

$$\tilde{Y}_{ij} = \tilde{\mu} + (\tilde{X}_1)_i + (\tilde{X}_2)_j + (\tilde{X}_1 \tilde{X}_2)_{ij} \quad (11)$$

$$-\alpha^t X_i + (1-H) C^t |X_i| \geq -y_i + (1-H) e_i; i=1, \dots, p$$

$$C_j \geq 0; j = 1, \dots, x$$

با توجه به مدل بدست آمده به راحتی ضرایب رگرسیون خطی فازی همراه با عرض فازی ضرایب قابل محاسبه می‌باشد. با توجه به نظر خیره مقدار H معلوم می‌گردد که نوعی سطح برش می‌باشد. فرض اصلی مدل فوق استقلال متغیرهای توصیفی است. چنانچه ملاحظه می‌شود در مدل فوق هیچگونه تعامل بین متغیرها قابل محاسبه نیست. در ادامه سعی شده تعامل بین متغیرها توضیح داده شود و مدلی برای آن تهیه گردد.

۲-۲ تجزیه و تحلیل آنالیز واریانس فازی در صورتیکه بین متغیرهای توصیفی وابستگی (تعامل) وجود داشته باشد.

در صورتیکه بین متغیرها تعامل وجود داشته باشد یکی از روش‌هایی که تأثیر این تعامل را بررسی می‌کند تجزیه و تحلیل واریانس می‌باشد که ساده‌ترین شکل آن در رابطه (۸) آورده شده است:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad (8)$$

مثال زیر مساله تعامل را نشان می‌دهد:

حداکثر ولتاژ خروجی نوع بخصوصی از یک نوع باتری، به نوع مواد بکار گرفته شده در صفحات بکار برده شده در باتری و درجه حرارت مکانی که باتری در آنجا نصب شده است، بستگی دارد. با توجه به سه نوع مواد مختلف و سه نوع درجه حرارت، آزمایش‌هایی انجام شده است که نتیجه این آزمایشات به صورت متوسط نتایج ولتاژ خروجی در جدول شماره (۱) آمده است.

جدول (۱) حداکثر ولتاژ خروجی.

درجه حرارت	۵۰	۶۵	۸۰
۱	۱۲۴,۷۵	۵۷,۲۵	۵۷,۵
۲	۱۵۵,۷۵	۱۱۹,۷۵	۴۹,۵
۳	۱۴۴	۱۴۵,۷۵	۸۵,۵

لازم به ذکر است که نتیجه پراکندگی نتایج آزمایشات انجام شده، در جدول شماره (۲) نشان داده شده است:

طبق اصل بسط تابع عضویت \tilde{Y}_{ij}^* می توان رابطه (۱۷) را در این مورد توسعه داد:

$$\mu_{\tilde{Y}_{ij}}(y) = \begin{cases} 1 - \frac{|Y_{ij}^m - \mu^m - (x_1)_i^m - (x_2)_j^m - (x_1 x_2)_{ij}^m|}{|\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c - (x_1 x_2)_{ij}^c|} = A & \text{اگر: } \mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c - (x_1 x_2)_{ij}^c \neq 0 \\ 0 & \text{اگر: } B=0, A \neq 0 \\ 1 & \text{اگر: } B=0, A=0 \end{cases} \quad (17)$$

بطوریکه اگر صورت کسر از مخرج آن بزرگتر باشد $\mu_{\tilde{Y}_{ij}}(y)$ صفر می شود.

اگر فرض کنیم درجه برازش توسط \bar{h}_j اندازه گیری شود با استفاده از روابط (۱۸) و (۱۹)، مقدار h مقداری است که توسط خبره برای نشان دادن درجه برازندگی استفاده می شود:

$$\tilde{Y}_{ij}^h = (y / \mu_{\tilde{Y}_{ij}}(y) \geq h) \quad (18)$$

$$\tilde{Y}_{ij}^{*h} = (y / \mu_{\tilde{Y}_{ij}^*}(y) \geq h) \quad (19)$$

بایستی توجه داشت که تابع عضویت برای \tilde{Y}_{ij} به شکل رابطه (۲۰) تعریف می شود:

به طوریکه متغیرهای تعریف شده در تابع شماره (۱۱) را مثلثی و متقارن فرض کنیم، در این صورت تعاریف پیشنهادی در روابط شماره (۱۲) آمده است:

$$\tilde{\mu} = (\mu^m, \mu^c)$$

$$(\tilde{x}_1)_i = ((x_1)_i^m, (x_1)_i^c)$$

$$(\tilde{x}_2)_j = ((x_2)_j^m, (x_2)_j^c)$$

$$(\tilde{x_1 x_2})_{ij} = ((x_1 x_2)_{ij}^m, (x_1 x_2)_{ij}^c) \quad (12)$$

به سادگی متغیر \tilde{Y}_{ij} برای مقادیر «محاسبه شده» و «عملی» بصورت روابط (۱۳) و (۱۴) تعریف می گردد:

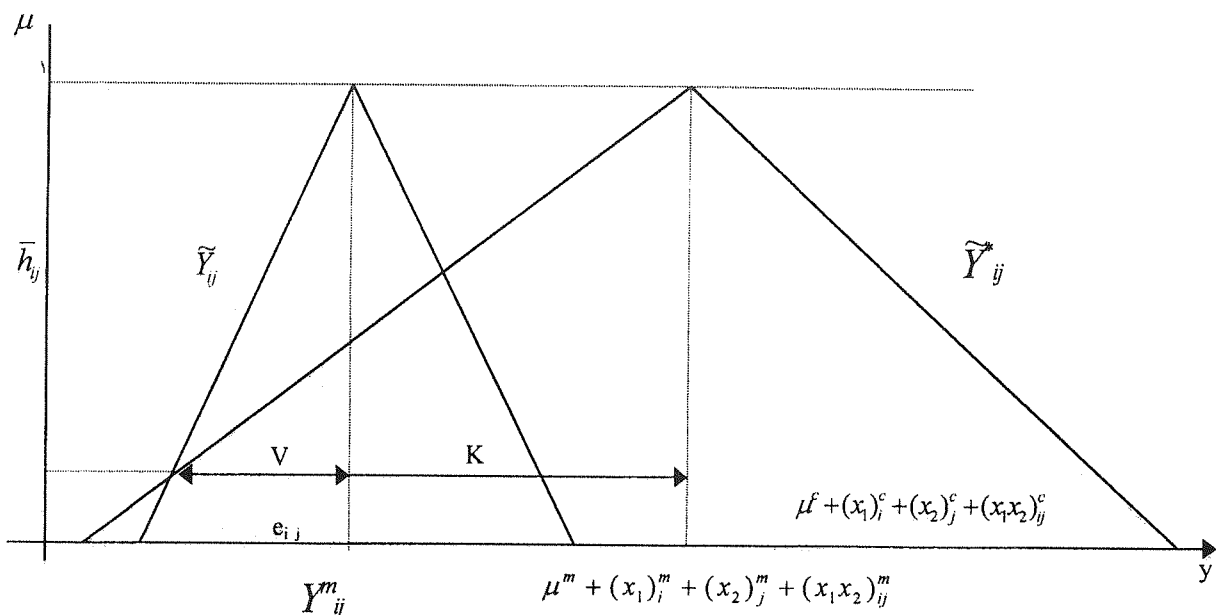
$$\tilde{Y}_{ij} = (Y_{ij}^m, e_{ij}) \quad (13)$$

$$\tilde{Y}_{ij}^* = (\tilde{Y}_{ij}^{*m}, \tilde{Y}_{ij}^{*c}) \quad (14)$$

بطوریکه می توان تعاریف زیر را در مورد متغیرهای رابطه (۱۳) و (۱۴) در روابط (۱۵) و (۱۶) نشان داد:

$$\tilde{Y}_{ij}^{*m} = \mu^m + (x_1)_j^m + (x_2)_j^m + (x_1 x_2)_{ij}^m \quad (15)$$

$$Y_{ij}^{*c} = \mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c \quad (16)$$



شکل (۳) شرایط عدم نقض زیر مجموعه بودن \tilde{Y}_{ij}^* از \tilde{Y}_{ij}

$$J = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c) \quad (24)$$

که بنا به مدل Tanaka باید مقدار J تا حد ممکن حداقل باشد.

بنابراین مدل تعیین پارامترها در رابطه (25) بدست می آید:

$$\begin{aligned} \text{Min } J \\ \text{S.t.} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\bar{h}_{ij} \geq H$$

به طوریکه H توسط تصمیم گیرنده ارائه می گردد. با بسط $\bar{h}_{ij} \geq H$ خواهیم داشت:

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c)$$

S.t.

$$1 - \frac{|Y_{ij}^m - \mu^m - (x_1)_i^m - (x_2)_j^m - (x_1 x_2)_{ij}^m|}{\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c - e_{ij}} \geq H; \forall i, j$$

$$\mu^c \geq 0, (x_1)_i^c \geq 0, (x_2)_j^c \geq 0, (x_1 x_2)_{ij}^c \geq 0$$

$$\mu_{ij}^m \geq 0, (x_1)_i^m \geq 0, (x_2)_j^m \geq 0, (x_1 x_2)_{ij}^m \geq 0; \forall i, j \quad (26)$$

در نهایت مدل فوق بصورت روابط (27) قابل فرموله شده است:

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c)$$

S.t.

$$(1-H)(\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c) + (\mu^m + (x_1)_i^m + (x_2)_j^m + (x_1 x_2)_{ij}^m) \geq Y_{ij}^m + (1-H)e_{ij}$$

$$(1-H)(\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c) - (\mu^m + (x_1)_i^m + (x_2)_j^m + (x_1 x_2)_{ij}^m) \geq Y_{ij}^m + (1-H)e_{ij}$$

$$\mu^c \geq 0, (x_1)_i^c \geq 0, (x_2)_j^c \geq 0, (x_1 x_2)_{ij}^c \geq 0$$

$$\mu_{y_i} \approx (y) = 1 - \frac{|y_{ij}^m - y|}{e_{ij}} \quad (20)$$

برای اینکه خروجی های \tilde{Y}_{ij}^* به داده های اصلی \tilde{Y}_{ij} نزدیکتر باشد از سطح برش h استفاده می کنیم.

با توجه به تعاریف فوق \bar{h}_{ij} حداکثر مقدار h است بطوریکه $\tilde{Y}_{ij}^h \subseteq \tilde{Y}_{ij}^{*h}$ به عبارت دیگر آنقدر \bar{h}_{ij} را افزایش می دهیم ($h_i > 0$) تا شرط زیر مجموعه بودن \tilde{Y}_{ij}^* از \tilde{Y}_{ij} نقض نشود. شکل (3) گویای کامل این حالت می باشد:

$$\frac{1}{1 - \bar{h}_{ij}} = \frac{e_{ij}}{V} \Rightarrow V = e_{ij} (1 - \bar{h}_{ij})$$

$$\frac{1 - \bar{h}_{ij}}{1} = \frac{k}{\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c}$$

$$\Rightarrow k = (1 - \bar{h}_{ij})(\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c) \quad (21)$$

$$K = V + |Y_{ij}^m - \mu^m - (x_1)_i^m - (x_2)_j^m - (x_1 x_2)_{ij}^m| =$$

$$e_{ij}(1 - \bar{h}_{ij}) + |Y_{ij}^m - \mu^m - (x_1)_i^m - (x_2)_j^m - (x_1 x_2)_{ij}^m| \quad (22)$$

از تساوی (21) و (22) می توان انتظار داشت که:

$$(1 - \bar{h}_{ij})(\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c) = e_{ij}(1 - \bar{h}_{ij})$$

$$+ |Y_{ij}^m - \mu^m - (x_1)_i^m - (x_2)_j^m - (x_1 x_2)_{ij}^m|$$

در نتیجه:

$$(1 - \bar{h}_{ij})(\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c) - e_{ij} =$$

$$|Y_{ij}^m - \mu^m - (x_1)_i^m - (x_2)_j^m - (x_1 x_2)_{ij}^m|$$

در نهایت می توان رابطه (23) را در این جهت بسط داد:

$$\bar{h}_{ij} = 1 - \frac{|Y_{ij}^m - \mu^m - (x_1)_i^m - (x_2)_j^m - (x_1 x_2)_{ij}^m|}{\mu^c + (x_1)_i^c + (x_2)_j^c + (x_1 x_2)_{ij}^c - e_{ij}} \quad (23)$$

در صورتیکه ابهام مدل را به J نمایش دهیم بطوریکه مجموع تمام بهنای پارامترها فازی باشد خواهیم داشت:

$$\mu_{ij}^m \geq 0, (x_1)_i^m \geq 0, (x_2)_j^m \geq 0, (x_1 x_2)_{ij}^m \geq 0; \forall i, j \quad (27)$$

با توجه به مدل فرموله شده (۲۷)، می توانیم رابطه کلی شده شماره (۷) را به عنوان مدل کلی بیان نمود. توسط این مدل براحتی تأثیر متغیرها همراه با عرض فازی آنها همراه با تعامل بین متغیرها قابل محاسبه می باشد.

۴- کاربرد مدل

به عنوان مثال، با توجه به مسأله تعریف شده در بخش ۲-۲، مسأله به شکل کلی زیر فرموله می گردد (۲۵)

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\mu^c + (M)_i^c + (T)_j^c + (TM)_{ij}^c)$$

S. t.

$$(1-H) (\mu^c + (M)_i^c + (T)_j^c + (TM)_{ij}^c) + (\mu^m) + (M)_i^m$$

$$+ (T)_j^m + (TM)_{ij}^m \geq (1-H) e_{ij} + Y_{ij}^m$$

$$(1-H) (\mu^c + (M)_i^c + (T)_j^c + (TM)_{ij}^c) - (\mu^m + (M)_i^m$$

$$+ (T)_j^m + (TM)_{ij}^m) \geq (1-H) e_{ij} - Y_{ij}^m$$

$$\mu^c, (M)_i^c, (T)_j^c, (TM)_{ij}^m \geq 0$$

$$\mu^m, (M)_i^m, (T)_j^m \geq 0, (TM)_{ij}^m = \text{Free}; i=1,2,3, j=1,2,3$$

متغیرها و پارامترهای بکار گرفته شده عبارتند از اندیس های c و m نشان دهنده عدد مثلثی فازی متقارن با شرط m = میانه و c فاصله متقارن چپ و راست است):

$$\tilde{\mu} = (\mu^c, \mu^m)$$

$\tilde{M}_i = (M_i^m, M_i^c)$: اثر i آمین سطح مواد

$\tilde{T}_j = (T_j^m, T_j^c)$: اثر j آمین سطح حرارت

$(TM)_{ij} = ((TM)_{ij}^m, (TM)_{ij}^c)$: اثر تعامل \tilde{M}_i و \tilde{T}_j

Y_{ij}^m : مقدار متوسط (میانی) ولتاژ خروجی اثر i آمین

سطح مواد و j آمین سطح حرارت

e_{ij}^m : مقدار پراکندگی (ابهام) ولتاژ خروجی اثر i آمین

سطح مواد و j آمین سطح حرارت

H: برش حداقل که توسط تصمیم گیر داده می شود.

داده های مسأله در جدول شماره (۴) آمده است:

در صورتیکه $H = 0.5$ در نظر گرفته شود پاسخ مدل

به کمک نرم افزار GAMS در جدول شماره (۵) آمده است:

۵- نتیجه گیری

چنانچه مشخص است مدلی که Tanaka و دیگران بسط داده اند. هیچگونه توانایی نشان دادن تعامل بین متغیرهای توصیفی را ندارد. در صورتیکه در دنیای واقعی بحث تعامل بین متغیرهای توصیفی از اهمیت زیادی برخوردار می باشد. در این مقاله یک مدل «آنالیز واریانس فازی» جهت نشان دادن تعامل بین متغیرهای توصیفی بیان شده است که در آن به راحتی نظر خبره با توجه به واقعیات در ارتباط با متغیرهای توصیفی که ممکن است بین آنها تعامل در اندیشه خبره وجود داشته باشد، در نظر می گیرد و به سادگی تعامل مورد نظر خبره را مورد ارزیابی قرار می دهد.

هم چنین، با توجه به خاصیت مدل های LP، همیشه حداکثر پاسخ به تعداد محدودیت های مدل بستگی دارد بعبارت دیگر، در صورتیکه متغیرها بیش از محدودیت ها باشند همیشه حداکثر تعدادی از متغیرها به اجبار صفر خواهند شد. چنانچه در مثال نشان داده شده است همیشه تعدادی از متغیرها با توجه به تعداد محدودیت های مدل صفر شده اند که این پاسخ ناخواسته می باشد.

از نکاتی که باید در توسعه مدل در آینده در نظر داشت، تعریف محدودیت هایی است که با اضافه کردن آن به مدل

جدول (۴) داده های ورودی مدل به صورت (y_{ij}, e_{ij}) جهت مواد و حرارت های مورد آزمایش.

اثر مواد i	اثر حرارت j =		
	۸۰	۶۵	۵۰
۱	(۵۷,۵ و ۲۶,۸۵)	(۵۷,۲۵ و ۲۳,۶۰)	(۱۲۴,۷۵ و ۴۳,۳۵)
۲	(۴۹,۵ و ۱۹,۲۶)	(۱۱۹,۷۵ و ۱۲,۶۶)	(۱۵۵,۷۵ و ۲۳,۱۹)
۳	(۸۵,۵ و ۱۹,۲۸)	(۱۴۴ و ۲۲,۵۴)	(۱۴۴ و ۲۵,۹۷)

جدول (۵) پاسخ متغیرهای مدل.

متغیر	پاسخ
μ^c	۲۶,۸۵۰
$(TM)^C_{11}$	۱۶,۵
$(TM)^M_{11}$	۱۳۴,۷۵۰
$(TM)^M_{12}$	۵۴,۱۶۲
$(TM)^M_{13}$	۵۷,۵
$(TM)^M_{21}$	۱۵۱,۳۲۳
$(TM)^M_{22}$	۱۰۶,۲۶۹
$(TM)^M_{23}$	۴۲,۲۸۹
$(TM)^M_{31}$	۱۴۳,۱۶۴
$(TM)^M_{32}$	۱۴۱,۶۵۵
$(TM)^M_{33}$	۷۸,۳۰۸
باقی متغیرها	

با شناخت هر چه بهتر این مدل توسط تصمیم گیرندگان راهکارهای استفاده از آن در صنعت و بخش خدمات نیز افزون تر خواهد گردید.

متغیرهای مجهول مدل قابل محاسبه باشند. بنا به پیشنهادی که در مرجع [9] آورده شده است می توان این محدودیت ها را به صورت جمع اثرات برابر با صفر در نظر گرفت. بهر حال،

مراجع

- [1] H. Tanaka, S. Uejirma and K. Asai, Fuzzy Linear Regression Models, IEEE Tran. Systems, Man and Cybernet. 12 (1982), PP. 903-907.
- [2] H. Tanaka, Fuzzy Data Analysis by Possibilistic Linear Models. Fuzzy Sets and Systems 24 (1987), PP. 363-375.
- [3] H. Tanaka and H. Ishibuchi, Identification of Possibilistic Linear Systems by Quadratic Membership Functions of Fuzzy Parameters, Fuzzy Sets and Systems 41 (1991), PP. 145-160.
- [4] David T. Reddex and William H. Woodall, Properties of Certain Fuzzy Linear Regression Methods, Fuzzy Sets and Systems 64 (1994), PP. 361-375.
- [5] H. Tanaka and J. Watada, Possibilistic Linear Systems and Their Application to the Linear Regression Model, Fuzzy Sets and Systems 27 (1988), PP. 275-289.
- [6] H. Tanaka, H. Ishibuchi and S. Yoshikawa, Exponential Possibility Regression Analysis, Fuzzy Sets and Systems 69 (1996), PP. 305-318.
- [7] David T. Reddex and William H. Woodall, Futher Examination of Fuzzy Linear Regression, Fuzzy Sets and Systems 79 (1996), PP. 2003-211.
- [8] George Peters, Fuzzy Linear Regression with Fuzzy Intervals, Fuzzy Sets and Systems 63 (1994), PP. 45-55.
- [9] D. C. Montgomery, Design and Analysis of Experiment, John Wiley & Sons, 1997.