

تحلیل غیر خطی فضاهاى زیرزمینی با مدل الاستوویسکوپلاستیک

احمد فهیمی فر

دانشیار

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

در این مقاله ابتدا مدل الاستوویسکوپلاستیک به طور مختصر توصیف و معادله دیفرانسیل کرنش‌های ویسکوپلاستیک نسبت به زمان معرفی می‌گردد. برای استفاده از مدل در تحلیل رفتار فضاهاى زیرزمینی و متناسب با طبیعت آنها سه معیار تسلیم خطی و غیر خطی شامل معیار خطی موهر کولمب، معیار غیرخطی هوک و براون و معیار غیرکشی معرفی و کلیه معادلات و روابط لازم برای استفاده در برنامه کامپیوتری استخراج گردیده‌اند. معیار غیرکشی برای تعیین بخش‌های کشی احتمالی در مقطع تونل قبل از تحلیل الاستوپلاستیک به کار می‌رود.

برنامه‌ای کامپیوتری به زبان Quick basic تهیه گردیده است که قادر است محیط اطراف تونل و فضاهاى زیرزمینی را برای حالات خطی و غیر خطی تحلیل نماید و تنش‌ها و کرنش‌ها را در جدار و نقاط اطراف تونل در حالت دوبعدی تعیین نماید. تونلی با مقطع نعل اسبی برای تحلیل انتخاب و کلیه جوانب آن مورد بحث قرار گرفته است. اثرات حفاری یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای، منحنی مشخصه زمین اطراف تونل، فشار ناشی از سیستم نگهداری و حائل، مشخصات سیستم نگهداری و نقاط تحت کشی در اطراف مقطع تعیین و تحلیل گردیده‌اند.

کلمات کلیدی

مدل الاستوویسکوپلاستیک، فضای زیرزمینی، تونل، معیار هوک و براون، معیار غیرکشی، منحنی مشخصه

Non-Linear Analysis of Underground Spaces with Elasto-Viscoplastic Model

A.Fahimifar

Associate Professor

Department of Civil and Environmental Engineering,
Amirkabir University of Technology

Abstract

Elasto-viscoplastic model is described first, and differential equation of visco-plastic strains is introduced with respect to time to use the model for the analysis of underground spaces include three linear and non-linear yield criteria: which is linear Mohr-Colomb, non-linear Hoek-Brown, and no-tension criteria. The corresponding relationships were derived for using in the computer program. The no-tension criterion is used for determination of the probable tension zones around the tunnel before elasto-plastic analysis.

A computer program was prepared in quick basic language capable of analyzing the ground around tunnels and underground spaces for linear and non-linear cases, and also to determine the stresses and strains in the tunnel surface in two dimensional case.

A horse-shoe shape tunnel was selected for analysis. One and two stage excavations, ground characteristics curve, pressure due to support system and the tension zones around the tunnel were analyzed and determined.

Keywords

Elasto-viscoplastic model, underground space, tunnel, Hoek-Brown criterion, no-tension criterion, characteristics curve.

تحلیل رفتاری توده سنگ یا خاک اطراف تونل‌ها و فضاهای زیرزمینی و نیز طراحی سیستم نگهداری و حائل آنها، همیشه از عمده‌ترین و پیچیده‌ترین مباحث در مهندسی تونل بوده است. بر پایه روش‌های نظری راه حلی توسط لادنی و همکاران [۱] ارائه شد که مورد توجه خاص قرار گرفت. این روش بر پایه مفروضات متعدد ساده‌کننده‌ای است که در عمل و در شرایط واقعی کمتر اتفاق می‌افتد که کلیه این شرایط بر تونل و فضای مورد نظر حاکم باشد. از مهمترین مفروضات روش لادنی مقطع دایره برای فضای زیرزمینی و در حالت کرنش مستوی است. تنش‌های اولیه (قائم و افقی) با یکدیگر مساوی بوده و به عبارتی برای حالت تنش ژئوستاتیک مسئله حل شده است. در حالیکه در اغلب موارد KO (نسبت تنش افقی به قائم) مخالف صفر بوده و در عمق‌های کمتر از ۵۰۰ متر غالباً بزرگتر از یک می‌باشد. فشار وارد از سیستم نگهداری در این مدل به صورت شعاعی به توده اطراف وارد می‌شود. خواص توده در برگیرنده اعم از سنگ یا خاک قبل از حفاری (توده بکر و دست نخورده) رفتاری الاستیک و خطی دارد و از معیار خطی موهر- کولمب (C و ϕ ثابت) پیروی می‌کند.

لادنی در مدل خود فرض کرده است پس از حفاری ناحیه‌ای در اطراف تونل از حالت الاستیک خارج شده و جریان پلاستیک در آن رخ می‌دهد. این منطقه به صورت دایره‌ای با شعاع ثابت در نظر گرفته شده و رفتار آن نیز پلاستیک کامل و ایده‌آل منظور شده است. به عبارتی برای یک زاویه اصطکاک و چسبندگی ثابت (زاویه اصطکاک داخلی توده سنگ در منطقه پلاستیک) رابطه‌ای خطی بین تنش‌های اصلی در منطقه پلاستیک وجود دارد. از رفتار تابع زمان توده سنگ نیز صرف‌نظر شده است. در مدل لادنی فرض شده است که در مرز منطقه الاستیک و پلاستیک، مشخصات مکانیکی توده سنگ به صورت ناگهانی تغییر می‌کند، که این فرض به علت غیر واقعی بودن آن، در عمل خطای زیادی را به همراه دارد. فرض تقارن شعاعی در روش لادنی، تقریباً در هیچ حالتی صحت ندارد. حتی در تونل‌های با هندسه دایره، چنانچه اثر وزن منطقه پلاستیک در نظر گرفته شود، معادله دیفرانسیل تعادل تغییر یافته و حل آن به سادگی امکان‌پذیر نمی‌باشد. در تحلیل لادنی امکان بررسی حفاری چند مرحله‌ای وجود ندارد. در حالیکه در عمل در بیشتر موارد، مقطع تونل به صورت چند مرحله‌ای حفاری می‌گردد و بایستی اثر مراحل مختلف حفاری را در میدان تنش‌ها و تغییر شکل‌های نواحی اطراف تونل در نظر گرفت.

با توجه به محدودیت‌های فراوان این روش، نیاز به راه حل جامع‌تر برای تحلیل پایداری و طرح نگهداری و حائل تونل‌ها ضروری است. این امر استفاده از روش‌های عددی را در تحلیل مسئله برای رفع بسیاری از محدودیت‌های فوق‌الذکر می‌نماید. در این مقاله با استفاده از روش المان‌های محدود برای تحلیل تنش و تغییر شکل در توده اطراف و با تکیه بر مدل‌های الاستوپلاستیک و ویسکوپلاستیک و به کارگیری معیارهای خطی و غیر خطی رفتار توده سنگ تعدادی از محدودیت‌ها و مفروضات ساده‌کننده حذف گردیده و شرایط عملی فضاهای زیرزمینی مد نظر قرار گرفته است.

رابطه اساسی تنش - کرنش در حالت الاستوپلاستیک

در مصالح ایزوتروپ برای تحلیل میدان تنش (σ) و کرنش الاستوپلاستیک (ϵ_p) بایستی یک قانون رفتاری در نظر گرفته شود. چنانچه شرایط بارگذاری به گونه‌ای باشد که ماده تشکیل‌دهنده سازه رفتاری الاستیک از خود نشان دهد این قانون رفتاری به شکل زیر بیان می‌شود.

$$\sigma = D \cdot \epsilon \quad (1)$$

در این رابطه، D ماتریس سختی می‌باشد. ماتریس D در حالت کلی یک ماتریس 6×6 بوده و در حالات تنش و کرنش صفحه‌ای بصورت 3×3 بیان می‌شود. در مسایل الاستوپلاستیک به سادگی نمی‌توان یک رابطه کلی بین میدان تنش و میدان کرنش تعیین نمود. در این حالت رابطه رفتاری باید بر حسب افزایش جزئی در میدان تنش و کرنش به صورت $d\epsilon$ و $d\sigma$ بیان گردد. این رابطه قانون اساسی الاستوپلاستیک نام دارد.

$$d\tilde{\sigma} = D^{ep} \cdot d\tilde{\varepsilon} \quad (2)$$

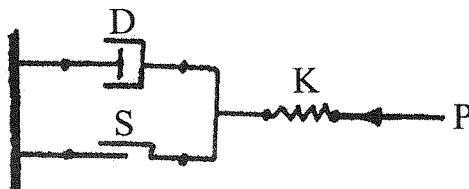
ماتریس سختی الاستوپلاستیک (D^{ep}) از رابطه زیر به دست می‌آید [۲]:

$$D^{ep} = D - \frac{D \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial F^T}{\partial \sigma} \cdot D}{\frac{\partial F^T}{\partial \sigma} \cdot D \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma} - \frac{\partial F^T}{\partial \varepsilon^p} \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma}} \quad (3)$$

F تابع تسلیم (برشی) و Q تابع رویه پتانسیل و F^T ماتریس ترانسپوز F می‌باشد. بردار افزایش کرنش پلاستیک در حالت کلی بر رویه تسلیم عمود نمی‌باشد. اما می‌توان یک رویه فرضی در فضای تنش‌های اصلی در نظر گرفت که این بردار از آن رویه مشتق شده و به صورت گرادیان آن باشد. به این رویه فرضی که بردار افزایش کرنش پلاستیک از آن مشتق می‌شود رویه پتانسیل می‌گویند. به عبارت بهتر، رویه پتانسیل رویه‌ای است که بردار عمود بر آن با بردار افزایش کرنش پلاستیک هم جهت است. با شناخت این قانون رفتاری می‌توان با استفاده از روش المان‌های محدود مسائل الاستوپلاستیک را تحلیل نمود.

توصیف مدل الاستوویسکو پلاستیک

در نظریه پلاستیسیته فرض بر این است که ماده در اثر بارگذاری تغییر شکل داده و کرنش آن به زمان بستگی ندارد. در نظریه ویسکوپلاستیک فرض مهم و اساسی این است که کلیه کرنش‌های پلاستیک ماده تابع زمان بوده و با گذشت زمان مقدار آنها تغییر می‌کند. این کرنش‌های پلاستیک و ماندگار تابع زمان را کرنش ویسکوپلاستیک می‌نامند. برای درک بهتر رفتار ویسکوپلاستیک مدلی مطابق شکل ۱ در نظر می‌گیریم.



شکل (۱) مدل رفتاری الاستو ویسکو پلاستیک.

این مدل از ترکیب یک فنر با یک سیستم موازی مرکب از لغزنده و مدل ویسکوزی تشکیل یافته است. به این سیستم نیروی P اعمال می‌شود. به ازای مقادیر کم P فنر تغییر شکل الاستیک داده و پس از باربرداری این تغییر شکل کاملاً از بین خواهد رفت. چنانچه نیروی P به حدی باشد که به ازای آن قیود اصطکاکی لغزنده از بین برود، در آن حرکت آغاز می‌شود. اما به دلیل وجود المان D این حرکت ناگهانی نبوده و با گذشت زمان اتفاق خواهد افتاد. به بیان دیگر به ازای مقادیر حدی P سیستم خاصیت باربری خود را از دست داده و با گذشت زمان تغییر شکل زیادی می‌دهد.

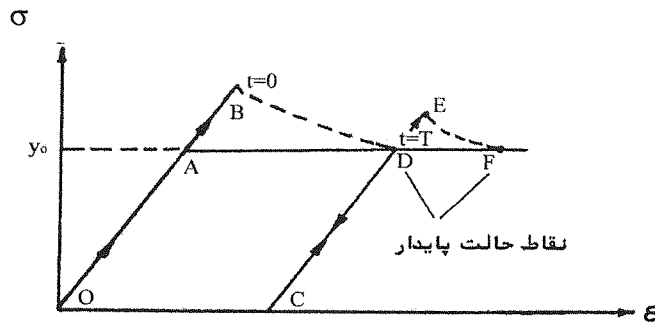
لغزنده در اینجا برای نشان دادن تسلیم ماده بکار رفته و نشان دهنده رفتار پلاستیک ماده (غیرقابل برگشت بودن تغییر شکل‌ها) است. و به علت وجود مدل ویسکوزی D توقف تغییر شکل برگشت ناپذیر آن به زمان نیاز دارد. بنابراین در لحظه اول بارگذاری، ماده رفتاری کاملاً الاستیک داشته و کل تنش بوسیله فنر الاستیک جذب می‌شود.

شکل ۲ رفتار میله بارگذاری شده (تحت بار کششی) در حالت یک بعدی منطبق بر مدل فوق را نشان می‌دهد. در این آزمایش می‌توان کرنش میله را کنترل نمود. در لحظه $t=0$ ، کرنشی معادل ε به میله اعمال می‌شود. از آنجائیکه در لحظه شروع بارگذاری میله رفتاری کاملاً الاستیک دارد تنش در میله از رابطه زیر (قانون هوک) حساب می‌شود.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

(۴)

در این رابطه E مدول الاستیسیته ماده می‌باشد. مقدار تنش σ که از رابطه فوق حساب می‌شود ممکن است بیشتر یا کمتر از تنش تسلیم ماده (y_0) باشد. اگر این مقدار از y_0 کمتر باشد هیچگونه کرنش ماندگار ویسکوپلاستیک مشاهده نمی‌شود و چنانچه در این مرحله سیستم باربرداری گردد، تغییر شکل میله به صفر خواهد رسید (قسمت OA از شکل ۲).



شکل (۲) منحنی رفتاری ماده غیر سخت شونده بر مبنای مدل الاستیک - ویسکو پلاستیک.

اگر تنش محاسبه شده از رابطه ۴ بیش از تنش تسلیم باشد مطابق قسمت OB در لحظه اول شاهد رفتار الاستیک و سپس با گذشت زمان کرنش‌های ماندگار و ویسکوپلاستیک افزایش یافته و در لحظه $t=T$ به حد پایدار خود می‌رسد. نرخ افزایش کرنش‌های ویسکوپلاستیک به مقدار تفاوت تنش با تنش تسلیم y_0 و همچنین خواص ماده بستگی دارد. این نرخ افزایش در طول زمان به صورت ε^{vp} (vp اندیس است) نشان داده می‌شود که در آن ε^{vp} بیانگر کرنش ویسکوپلاستیک و علامت (.) در بالای آن تغییرات در واحد زمان را نشان می‌دهد.

کرنش‌های الاستیک با ε^e بیان می‌شوند. بدین ترتیب روابط ۵ الی ۷ را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\varepsilon^e = \varepsilon - \varepsilon^{vp} \quad (5)$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon^e \quad (6)$$

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon^{vp}) \quad (7)$$

نرخ افزایش کرنش‌های ویسکو پلاستیک در حالت $\sigma < y_0$ (محدوده الاستیک)، برابر با صفر است. بنابراین حالت پایدار (حالتی که در آن افزایش بیشتر کرنش ماندگار تابع زمان اتفاق نیافتد)، وقتی رخ می‌دهد که تنش به میزان $\sigma = y_0$ برسد. در حالت سه بعدی می‌توان گفت که حالت پایدار زمانی است که مولفه‌های تنش بر رویه تسلیم واقع باشند. در شکل ۲ در هر مرحله که میله باربرداری شود منحنی مانند خط CD برگشت پذیر بوده و یک کرنش ماندگار و ویسکو پلاستیک در ماده معادل OC دیده می‌شود.

فرضیات مدل الاستو ویسکو پلاستیک بصورت زیر بیان می‌شوند [۲]. الف- در این مدل فرض می‌شود که در لحظه اول بارگذاری، ماده رفتاری الاستیک دارد.

ب- در این مدل میدان تنش می‌تواند در حالات غیر پایدار خارج از رویه تسلیم در نظر گرفته شود و این فرض با تئوری پلاستیسیته که در آن حالت تنش خارج از رویه تسلیم یک حالت غیر ممکن تنش‌ها را نشان می‌دهد، کاملاً متفاوت است.

ج - به ازای تنش‌های خارج از رویه تسلیم، نرخ‌ی برای افزایش کرنش ویسکو پلاستیک وجود داشته که از معادله خاصی به نام معادله جریان ویسکو پلاستیک تبعیت می‌کند. این افزایش کرنش ماندگار ویسکو پلاستیک تا رسیدن به یک میدان تنش واقع بر رویه تسلیم (حالت پایدار) ادامه دارد. همچنین به ازای میدان تنش‌های داخل رویه تسلیم (محدوده الاستیک)، نرخ افزایش کرنش ویسکو پلاستیک صفر می‌باشد.

د- مفاهیم قانون جریان، تابع تسلیم و قانون سخت شونده‌گی در تئوری پلاستیسیته در اینجا نیز قابل قبول بوده و کاربرد مشابهی دارند.

معادله جریان ویسکو پلاستیک

در قانون جریان پلاستیک بردار افزایش کرنش پلاستیک متناسب با گرادیان رویه فرضی پتانسیل می‌باشد. همچنین نرخ افزایش کرنش‌های ماندگار ویسکو پلاستیک به خواص ماده و شرایط بارگذاری بستگی دارد. با توجه به این مفاهیم معادله زیر برای نرخ تغییرات کرنش ویسکو پلاستیک ارائه گردید [۲].

$$\dot{\varepsilon}^{\text{vp}} = \frac{d \varepsilon^{\text{vp}}}{dt} = \eta \cdot \langle \phi(F) \rangle \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (8)$$

در این معادله Q رویه پتانسیل، η پارامتر روانگونی ماده و $\phi(F)$ تابع جریان نام دارند. F مقدار تابع تسلیم را نشان می‌دهد. علامت $\langle \rangle$ به این منظور بکار رفته است که برای حالات $F < 0$ مقدار عبارت داخل آن صفر و برای حالات $F > 0$ مقدار عبارت داخل آن، یک مقدار غیر صفر می‌باشد.

لازم به ذکر است که در قانون جریان غیر مرتبط بردار افزایش کرنش پلاستیک بر رویه تسلیم عمود نمی‌باشد. بلکه این بردار بر رویه‌ای فرضی در فضای تنش‌ها به نام رویه پتانسیل عمود است. به همین دلیل این نوع جریان را که در آن جهت افزایش کرنش پلاستیک به رویه تسلیم بستگی ندارد جریان تسلیم غیر مرتبط می‌گویند. در این حالت بردار افزایش کرنش پلاستیک به صورت زیر در می‌آید:

$$d \varepsilon^{\text{p}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda$$

که در آن Q معادله رویه پتانسیل و λ ضریب تناسب است که رشد کرنش پلاستیک را در حوزه تنش‌ها نشان می‌دهد. در رابطه (۸) η پارامتر روانگونی (viscosity coefficient) ماده بوده و طبق رابطه $\tau = \eta \dot{\gamma}$ بیان کننده تناسب بین تنش برشی و نرخ کرنش برشی است [۳].

همانطور که ذکر شد در حالت پایدار میدان تنش‌ها بر رویه تسلیم قرار می‌گیرد و می‌توان گفت که کرنش‌های ویسکو پلاستیک نهایی در این حالت با کرنش پلاستیک حاصل از تحلیل با نظریه پلاستیسیته برابر است. بدین ترتیب می‌توان با استفاده از نظریه ویسکو پلاستیک مسائل الاستوپلاستیک را نیز تحلیل نمود.

استفاده از این مدل در حل مسائل الاستوپلاستیک به کمک روش المانهای محدود توسط زینکوویچ شرح داده شده و محققینی از آن برای تحلیل محیط‌های غیر خطی بهره گرفته‌اند [۲] [۴] و [۵]. در این روش $\phi(F)$ معمولاً معادل با تابع تسلیم در نظر گرفته شده و به صورت زیر منظور می‌شود.

$$\phi(F) = F \quad (9)$$

برای مقدار η عددی ثابت فرض کرده و از زمان نیز به عنوان عامل مصنوعی در تعیین کرنش پلاستیک استفاده می‌شود. بدین ترتیب معادله ۸ به صورت زیر در می‌آید.

که از اینجا خواهیم داشت:

$$\Delta \varepsilon^{vp} = \eta \cdot \langle F \rangle \cdot \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \Delta t \quad (13)$$

۱- از رابطه ۱۳ مقدار کرنش فرضی ویسکوپلاستیک (برای اولین سعی و خطا در شکل نشان داده شده است) تعیین می‌گردد. سپس با استفاده از رابطه زیر بردار تصحیح نیروهای گرهی هر المان تعیین می‌شود (از لحاظ حل عددی مسئله) [۲].

$$r_{1e} = \int_{VOL} B^T \cdot D \cdot \Delta \varepsilon_1^{vp} \cdot dV \quad (14)$$

با توجه به رابطه کلی روش المان‌های محدود ($K \cdot u = R$) نیروهای گرهی مطابق رابطه زیر به بردار R اضافه می‌گردد (به شکل ۴ فلوجارت برنامه کامپیوتری مراجعه شود).

$$Ku = R + \sum_{n=1}^{numel} r_{1n} \quad (15)$$

r_{1e} بیانگر بردار تصحیح نیروهای المان بوده و $numel$ تعداد المان‌ها را نشان می‌دهد. عمل فوق را می‌توان تا رسیدن به یک رواداری (tolerance) معین ادامه داد.

با توجه به اینکه در این حالت مقادیر $\langle \phi(F) \rangle$ و η اختیاری فرض گردیده‌اند، مهمترین عامل در رسیدن به همگرایی در جوابهای مسئله، تعیین Δt می‌باشد. چنانچه مقدار Δt از حدی بیشتر گردد همگرایی در مسئله مشاهده نخواهد شد. این حد را فاصله زمانی بحرانی گویند. اگر میزان Δt انتخابی در رابطه ۱۳ از زمان بحرانی کوچکتر باشد همگرایی مسئله حتمی است. اما تعداد آزمون و خطا افزایش یافته و این خود سبب افزایش هزینه و زمان تلف شده خواهدگردید. برای مدل موهر کولمب رابطه زیر پیشنهاد شده است [۲] و [۵].

$$\Delta t_{cr} = \frac{2(1-2\nu)}{\eta \cdot G \cdot (1-2\nu + \sin^2 \phi)} \quad (16)$$

در این رابطه Δt_{cr} فاصله زمانی بحرانی، ν ضریب پواسن، G مدول الاستیسیته برشی، ϕ زاویه اصطکاک داخلی ماده و η پارامتر روانگونگی فرض شده در رابطه ۱۳ می‌باشد. برای معیارهای تسلیم تجربی نظیر معیار هوک و براون در مکانیک سنگ امکان معرفی یک مقدار بحرانی برای Δt وجود ندارد. در اینجا بایستی با آزمون و خطا مقدار Δt ای را تعیین نمود که مسئله به ازای آن همگرا گردد.

روابط لازم برای تحلیل الاستوپلاستیک اطراف تونل با استفاده از مدل ویسکوپلاستیک

در این مقاله با در نظر گرفتن سه معیار مورکلمب، هوک و براون و تحلیل غیرکشش، رفتار توده سنگ بررسی می‌گردد. در این بررسی فرضیات زیر در نظر گرفته شده و بر اساس آن برنامه کامپیوتری تدوین گردیده است.

الف - توده سنگ اطراف تونل همگن و ایزوتروپ می‌باشد.

ب - معیارهای تسلیم در نظر گرفته شده از نوع مدل‌های الاستوپلاستیک کامل و ایده‌آل هستند. در اینجا قابل ذکر است که به کمک روش ویسکوپلاستیک می‌توان مدل‌هایی با رفتار سخت کرنشی و نرم کرنشی در نظر گرفت. در این مدل‌ها رویه تسلیم با توجه به حالت تنش تغییر یافته و تغییر شرایط تسلیم از قانون سخت شوندگی خاصی تبعیت می‌کند.

ج - برای بررسی تغییر شکل و کرنش پلاستیک از شرایط تعامد و قانون تسلیم مرتبط استفاده شده است. با توجه به این فرضیات روابط لازم برای تحلیل مسئله به روش ویسکوپلاستیک تعیین می‌شوند.

تعیین روابط لازم برای مدل موهر کولمب

مدل موهر کولمب را می‌توان توسط معادله زیر ارائه داد:

$$F(\sigma) = \sigma_d - 2\sigma_s \sin\phi - 2C \cdot \cos\phi = 0 \quad (17)$$

σ_s و σ_d انواریان‌های (نامتغیرهای) تنش در حالت کرنش صفحه‌ای بوده که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\sigma_s = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad \text{و} \quad \sigma_d = \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \sigma_1 - \sigma_3$$

بنابر این معادله ۱۷ مطابق رابطه زیر بیان می‌شود:

$$F(\sigma) = \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} - (\sigma_x + \sigma_y) \sin\phi - 2C \cdot \cos\phi = 0 \quad (18)$$

با توجه به رابطه ۸ یعنی قانون جریان ویسکوپلاستیک و برای حالت تحلیل پایدار که $\phi(F) = F$ می‌باشد، نرخ تغییرات کرنش ویسکوپلاستیک برای قانون جریان مرتبط به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\frac{d \varepsilon_x^{vp}}{dt} = \eta \cdot F \cdot \frac{\partial F}{\partial \sigma_x} \quad (19)$$

با توجه به رابطه ۱۸ داریم:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = (\sigma_x - \sigma_y) / \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \sin\phi \quad (20)$$

و با توجه به اینکه:

$$\sigma_x - \sigma_y = \sigma_x + \sigma_y - 2\sigma_y = 2\sigma_s - 2\sigma_y = 2(\sigma_s - \sigma_y) \quad (21)$$

که از اینجا:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = \frac{2(\sigma_s - \sigma_y)}{\sigma_d} - \sin\phi \quad (22)$$

و نرخ کرنش ویسکوپلاستیک در جهت X از رابطه ۲۳ بدست می‌آید.

$$\frac{d\varepsilon_x^{vp}}{dt} = \eta.F.[2(\sigma_s - \sigma_y) / \sigma_d - \text{Sin}\varphi] \quad (23)$$

با انجام عملیات مشابه، نرخ کرنش ویسکوپلاستیک در جهت y و نرخ کرنش ویسکوپلاستیک برشی از روابط زیر بدست می‌آیند.

$$\frac{d\varepsilon_y^{vp}}{dt} = \eta.F.[2(\sigma_s - \sigma_x) / \sigma_d - \text{Sin}\varphi] \quad (24)$$

$$\frac{d\gamma_{xy}^{vp}}{dt} = 4.\eta.F.\tau_{xy} / \sigma_d \quad (25)$$

بنابراین نرخ کرنش ویسکوپلاستیک برای معیار مورکولمب از روابط ۲۳ الی ۲۵ به دست می‌آید.

تعیین روابط لازم برای مدل هوک و براون

با استفاده از رابطه ۸ نرخ کرنش‌های ویسکوپلاستیک با توجه به معیار هوک و براون تعیین می‌گردند. معیار هوک و براون مطابق زیر بیان می‌شود.

$$F(\sigma) = \sigma_1 - \sigma_3 - (m \sigma_c \sigma_3 + s \sigma_c^2)^{1/2} \quad (26)$$

رابطه ۲۶ بر حسب انوریان‌های تنش به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F(\sigma) = \sigma_d - [m \sigma_c . (\sigma_s - \sigma_d / 2) + s \sigma_c^2]^{1/2} \quad (27)$$

با مشتق گرفتن از رابطه ۲۷ نسبت به σ_x داریم:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = \frac{\partial \sigma_d}{\partial \sigma_x} - \frac{1}{2} (m \sigma_c (\sigma_3 - \sigma_d / 2) + s \sigma_c^2)^{-1/2} . m \sigma_c \left(\frac{\partial \sigma_s}{\partial \sigma_x} - \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_d}{\partial \sigma_x} \right) \quad (28)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_d} = 2(\sigma_s - \sigma_y) / \sigma_d - \frac{m \sigma_c}{2(\sigma_d - F)} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{(\sigma_s - \sigma_y)}{\sigma_d} \right) \quad (29)$$

و از رابطه ۸ داریم:

$$\frac{d\varepsilon_x^{vp}}{dt} = \eta.F. \left\{ \frac{2(\sigma_s - \sigma_y)}{\sigma_d} - \frac{m \sigma_c}{2(\sigma_d - F)} \left(\frac{1}{2} - \frac{(\sigma_s - \sigma_y)}{\sigma_d} \right) \right\} \quad (30)$$

به همین طریق مشتقات $\frac{\partial F}{\partial \sigma_y}$ و $\frac{\partial F}{\partial \gamma_{xy}}$ مطابق روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\frac{d\varepsilon_y^{vp}}{dt} = \eta.F. \left\{ \frac{2(\sigma_s - \sigma_x)}{\sigma_d} - \frac{m \sigma_c}{2(\sigma_d - F)} \left(\frac{1}{2} - \frac{(\sigma_s - \sigma_x)}{\sigma_d} \right) \right\} \quad (31)$$

$$\frac{d\gamma_{xy}^{vp}}{dt} = 4.\mu.F.\tau_{xy} \left(1 + \frac{m \sigma_c}{4(\sigma_d - F)} \right) / \sigma_d \quad (32)$$

به این ترتیب نرخ کرنش‌های ویسکوپلاستیک برای معیار هوک و براون از روابط ۳۰ الی ۳۲ به دست می‌آیند.

معیار غیر کشش و روابط مرتبط با آن

ممکن است پس از حفاری تونل بخش‌هایی از توده سنگ که در جدار منطقه حفاری قرار دارند در اثر وزن ناحیه پلاستیک توده و یا سایر شرایط موجود به کشش افتاده و سبب تضعیف باربری سنگ گردند. لذا تعیین مقاطع کششی احتمالی قبل از تحلیل الاستوپلاستیک در تونلها ضروری است. تحلیل غیر کشش مناطق فعال ترک خوردگی در توده سنگ را بعلاوه تنش کششی نشان داده و با آن می‌توان مناطقی از توده که به تقویت و مسلح کردن نیاز دارند را تعیین نمود. برای تحلیل غیر کشش تابع تسلیم به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۲].

$$F = DTEN - \sigma_3 \quad (33)$$

در این رابطه σ_3 تنش اصلی کوچکتر و DTEN عددی ثابت و کوچک است. مقدار DTEN را می‌توان به مراتب کمتر از مقدار مقاومت کششی سنگ در نظر گرفت (این مقدار عملاً نزدیک به صفر انتخاب می‌شود). در اینجا مشابه مباحث گذشته، حالت $F < 0$ نشان دهنده عدم وجود کشش و حالت $F > 0$ بیانگر وجود تنش‌های کششی در المان مورد بررسی می‌باشد. همانطوری که از رابطه فوق پیداست، آنالیز غیر کشش یک بررسی کیفی در تعیین مناطق کشش احتمالی توده سنگی اطراف تونل به شمار می‌رود. هرگاه در هیچ نقطه‌ای از توده سنگ تنش کششی مشاهده نشود تحلیل غیر کشش و تحلیل الاستیک به نتایج یکسانی منجر می‌گردند. بطوریکه ذکر شد در این تحلیل مناطقی از توده سنگ که به تقویت نیاز دارند مشخص گردیده اما میزان این تقویت را نمی‌توان با این روش تعیین نمود. برای تعیین مقدار و کمیت این تقویت سازه‌ای می‌توان فرض کرد که المان ترک خورده پس از شکست کامل کشش در اثر وجود عامل تقویتی به شکل الاستیک عمل کرده و آن المان همراه با سایر قسمت‌های توده سنگ به صورت الاستوپلاستیک تحلیل می‌گردد. سپس با داشتن میزان تنش کششی موجود در المان و جهت آن می‌توان مقدار تقویت لازم را تعیین نمود. رابطه ۳۳ بر حسب انوارپانهای تنش به شکل زیر در می‌آید:

$$F = DTEN - \left(\sigma_s - \frac{\sigma_d}{2} \right) \quad (34)$$

برای تعیین نرخ کرنش‌های ویسکوپلاستیک، از رابطه فوق مشتق گیری می‌شود.

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = -\frac{\partial \sigma_s}{\partial \sigma_x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_d}{\partial \sigma_x} = -\frac{1}{2} + \frac{(\sigma_s - \sigma_y)}{\sigma_d} \quad (35)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_y} = -\frac{1}{2} + \frac{(\sigma_s - \sigma_x)}{\sigma_d} \quad (36)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}} = 0 + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_d}{\partial \tau_{xy}} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_d} \quad (37)$$

لذا نرخ کرنش‌های ویسکوپلاستیک معیار غیرکشش، از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d\varepsilon_x^{vp}}{dt} = \eta.F. \left[\frac{(\sigma_s - \sigma_y)}{\sigma_d} - 0.5 \right] \quad (38)$$

$$\frac{d\varepsilon_y^{vp}}{dt} = \eta.F. \left[\frac{(\sigma_s - \sigma_x)}{\sigma_d} - 0.5 \right] \quad (39)$$

$$\frac{d\gamma_{xy}^{vp}}{dt} = 2.\eta.F.\tau_{xy} / \sigma_d \quad (40)$$

پس از تعیین این روابط بدین ترتیب تمام عوامل لازم برای تهیه برنامه کامپیوتری تعیین گردیده‌اند.

برنامه کامپیوتری و ویژگیهای آن

خصوصیات و توانایی‌های این برنامه و دامنه کاربرد آنرا می‌توان در موارد ذیل خلاصه نمود.

ویژگیهای عمومی

الف - زبان برنامه: این برنامه بر اساس زبان پیشرفته QUICK BASIC تهیه گردیده است. دستورات این زبان ساده و قابل درک بوده و به راحتی می‌توان الگوریتم‌های ریاضی نسبتاً پیچیده را برای آن بیان نمود. این زبان از امکانات گرافیکی و سرعت اجرای بالا برخوردار می‌باشد. نرم افزار QUICK BASIC را می‌توان به راحتی در کامپیوترهای شخصی قرار داد. این نرم‌افزار دارای مفسر بسیار قوی و باهوش بوده که به وسیله آن می‌توان نسبت به خطاگیری و رفع نواقص برنامه اقدام نمود. با استفاده از آرایه‌های دینامیک و دستورات خاصی که در این نرم افزار وجود دارد می‌توان از حافظه اتفاقی کامپیوتر به خوبی استفاده کرده و تحلیل مسائل با ابعاد بزرگ را بوسیله کامپیوترهای شخصی امکانپذیر ساخت [7] و [8].

ب - توانایی برنامه: با استفاده از این برنامه می‌توان میدان تنش و تغییر شکل یک محیط پیوسته دو بعدی را طی یک تحلیل استاتیکی در حالات الاستیک و یا الاستوپلاستیک تعیین نمود. به این محیط پیوسته دو بعدی می‌توان حالت کرنش صفحه‌ای یا حالت تنش صفحه‌ای نسبت داد. همچنین در صورت مشخص بودن پارامترهای رفتاری تابع زمان می‌توان بر مبنای مدل الاستو ویسکوپلاستیک به بررسی تغییر شکل‌ها و تنش‌های تابع زمان این محیط پیوسته دو بعدی پرداخت.

ج - محدوده کاربرد برنامه: همانطور که ذکر شد هنگام اجرای برنامه در صورت لزوم می‌توان از حافظه اتفاقی کامپیوتر استفاده نمود. البته در استفاده از آن محدودیت‌هایی نظیر حداکثر مجاز ابعاد رشته‌ها و ماتریس‌ها در نرم افزار QUICK BASIC وجود دارد. بهرحال برای استفاده کامل و بهینه از حافظه کامپیوتر در برنامه ترتیبی اتخاذ گردیده که فقط درجات آزادی فعال در نظر گرفته می‌شوند و ماتریس سختی حاصل به صورت نواری ذخیره می‌شود. در این برنامه می‌توان مسئله‌ای با ابعاد ذیل را تحلیل نمود:

$$NEQ \leq \frac{32500}{MBAND} \quad (41)$$

در رابطه ۴۱، MBAND نصف عرض نوار ماتریس سختی و NEQ تعداد معادلات لازم برای یافتن درجات آزادی فعال می‌باشد. هرچه مقدار MBAND کوچکتر باشد ضمن کوچک‌تر شدن ابعاد ماتریس سختی نواری شده حافظه کمتری مورد استفاده قرار گرفته و با یک شماره گذاری بهینه می‌توان از حداکثر امکانات کامپیوتر استفاده نمود.

ویژگیهای خاص برنامه

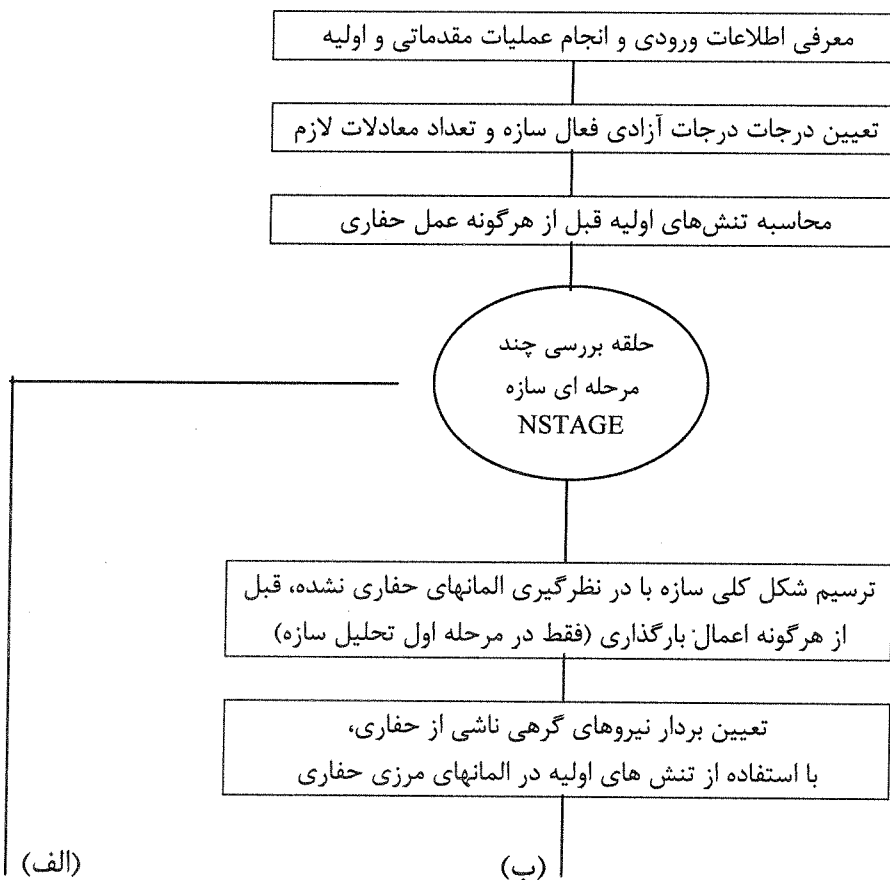
الف - مدل‌های رفتاری و معیارهای تسلیم: با توجه به اینکه در اینجا هدف تعیین فشار لازم برای سیستم نگهداری و حایل و بررسی تغییر شکل توده سنگ اطراف تونل می‌باشد از معیارهای تسلیم سنگ در این برنامه استفاده می‌شود. در اینجا معیار نظری مورکولمب و معیار تجربی هوک و براون به کار گرفته شده‌اند. محاسبه توابع تسلیم و نرخ کرنش‌های ویسکوپلاستیک این دو معیار طی زیر برنامه‌های خاصی صورت می‌پذیرد.

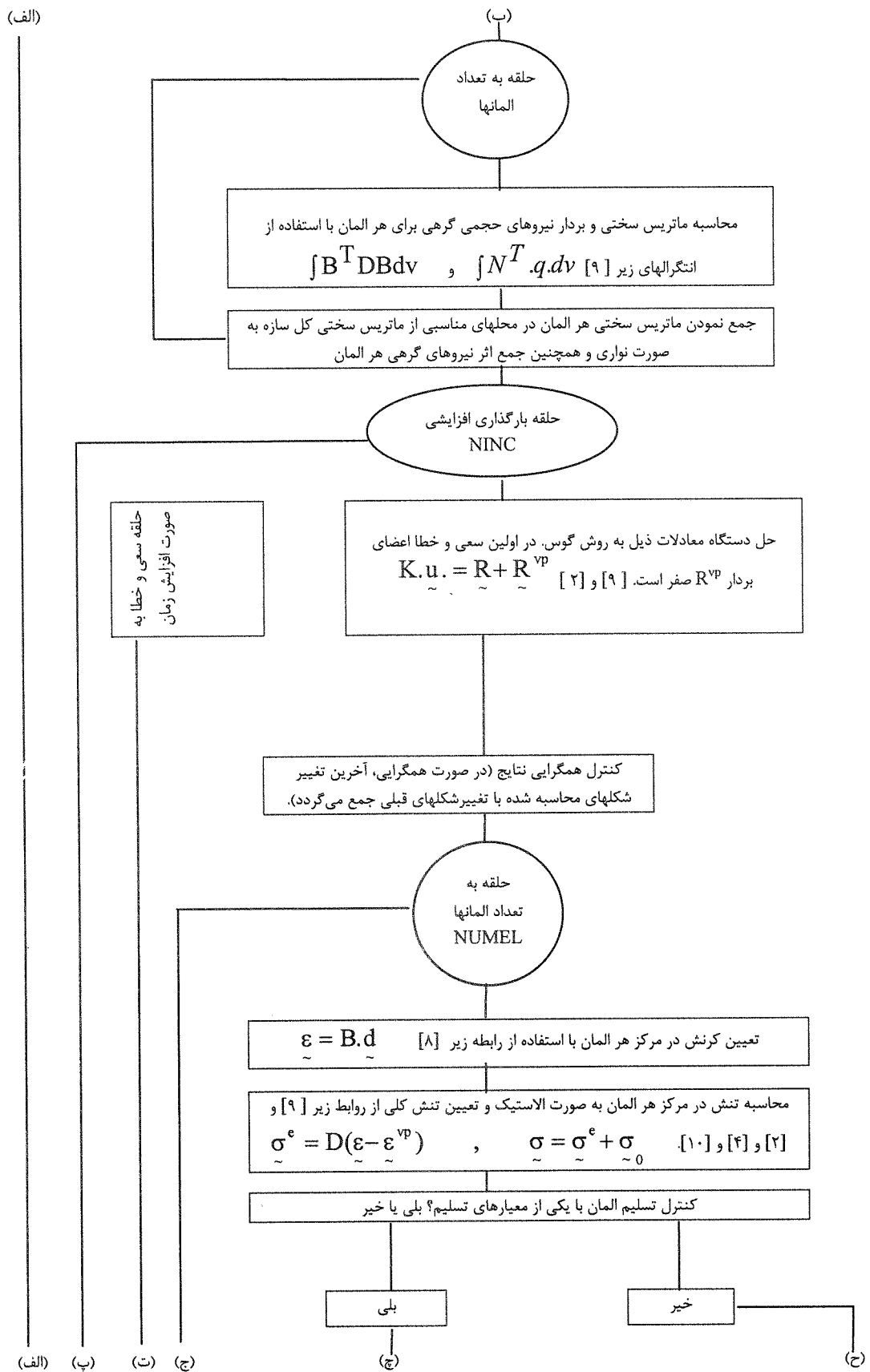
ب - مدل تحلیلی غیر کشش: بطوریکه شرح آن گذشت علاوه بر مدل‌های تسلیم معیار فرضی غیر کشش برای تعیین مناطق کششی احتمالی در اثر حفاری مقطع تونل در این برنامه گنجانیده شده است. در اینجا نیز از روش ویسکوپلاستیک برای انجام عمل سعی و خطا در برنامه استفاده شده و توسط زیر برنامه خاصی تحلیل غیرکشش انجام می‌شود. در این مدل اگر در اثر حفاری توده سنگ هیچ نقطه‌ای از آن به کشش نیافتد نتایج حاصل منطبق بر تحلیل الاستیک تونل می‌باشد.

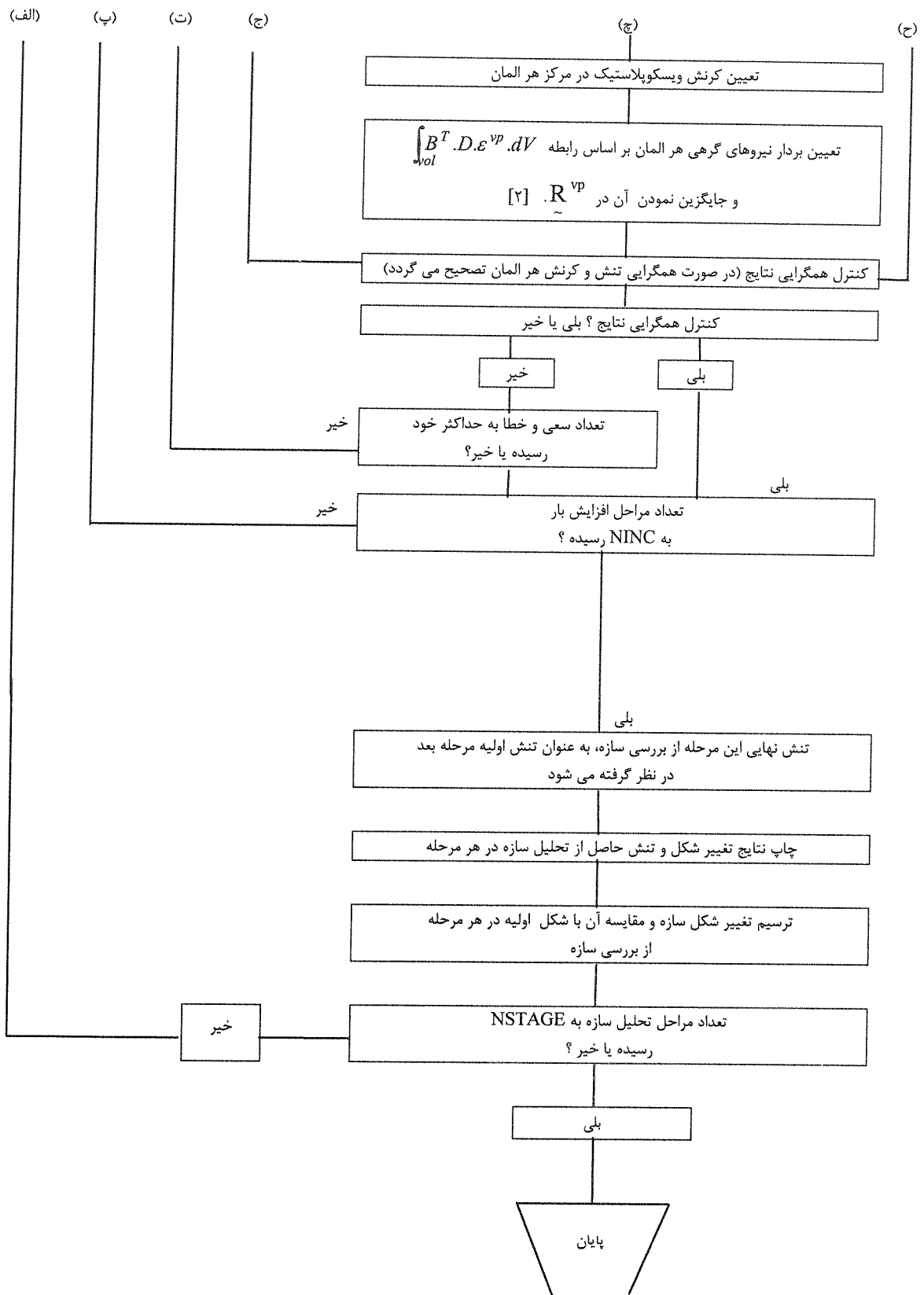
ج- مراحل حفاری: برنامه قادر است در مراحل مختلف حفاری تغییر شکل الاستوپلاستیک توده سنگ اطراف تونل را محاسبه نموده و به کمک آن اثر حفاری چند مرحله‌ای در مقایسه با حفاری یک مرحله‌ای مقطع تونل بررسی می‌شود. در این نرم افزار تا پنج مرحله حفاری می‌توان در نظر گرفت [۱۰].

فلوچارت برنامه کامپوتری

شکل (۴)، فلوچارت کامل برنامه را نشان می‌دهد. در این شکل در هر محل توضیحات لازم داده شده و دوایر به منزله حلقه تکرار می‌باشند.



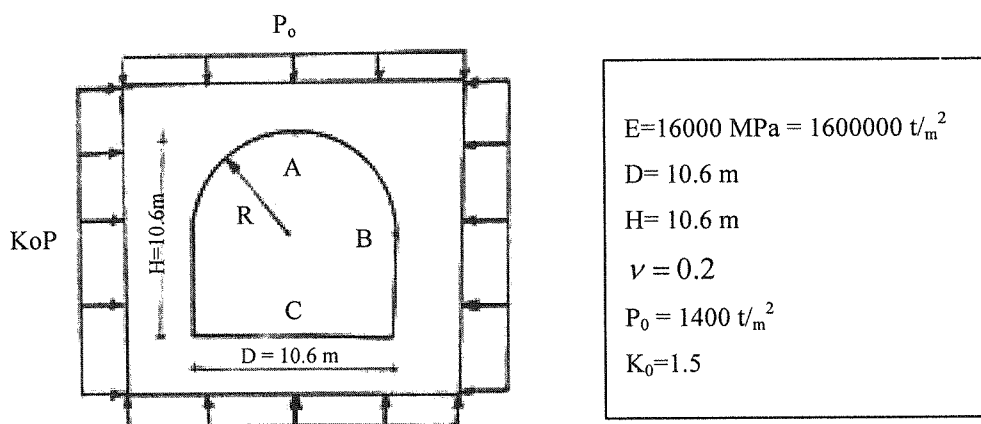




شکل (۴) فلوجارت برنامه کامپیوتری.

ارزیابی نتایج تحلیل غیرخطی تونل با مقطع نعل اسبی

به منظور تحلیل فضای زیرزمینی با مقطع غیردایره و ترسیم منحنی مشخصه زمین اطراف آن تونلی با مقطع نعل اسبی با ابعاد و مشخصات مندرج در شکل (۵) در نظر گرفته شده است. شماره گذاری گره‌ها و المانها مطابق شکل ۶ انتخاب شده است.



شکل (۵) مقطع تونل نعل اسبی با مشخصات عمومی توده سنگ اطراف آن.

در دو حالت زیر و به ازای مقادیر مختلف فشار حایل (سیستم نگهداری) منحنی‌های مشخصه زمین اطراف برای طاق و دیوارها در اشکال ۷ و ۸ برای دو معیار موهر کولمب و هوک و براون ترسیم گردیده است. شکل ۷: این شکل برای مشخصات زیر بدون در نظر گرفتن وزن المانها صادق بوده و برای معیار موهر کولمب حل شده است. وزن مخصوص سنگ $2/5 t/m^3$ منظور گردیده است.

$$C = 150 \text{ t/m}^2$$

$$\varphi = 32^\circ$$

چسبندگی توده سنگ

زاویه اصطکاک داخلی توده سنگ

ب - شکل ۸: در این شکل منحنی‌های مشخصه زمین اطراف تونل با توجه به معیار هوک و براون و با در نظرگیری وزن المانهای توده سنگ ترسیم شده است.

مشخصات توده سنگ عبارتند از:

$$s = 0.004$$

$$m = 0.7$$

$$G_s = 2.5 \text{ t/m}^3$$

وزن مخصوص توده سنگ

همانطور که شکل‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهند، هر یک از منحنی‌ها دارای دو بخش خطی و غیرخطی هستند. بخش خطی معرف رفتار الاستیک و بخش غیرخطی معرف رفتار الاستوپلاستیک توده سنگی اطراف تونل می‌باشند. همچنین با مقایسه حالات الف و ب، مشاهده می‌شود که با در نظرگیری وزن توده تغییر شکل در تاج تونل بیشتر می‌شود. با مراجعه به اینگونه منحنی‌ها می‌توان سختی حایل مورد نیاز را انتخاب و با توجه به زمان نصب سیستم نگهداری مشخصات مناسب برای طرح نگهداری را به دست آورد.

مقایسه رفتار تونل در حالت حفاری یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای

شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب تغییر شکل جداره تونل با مقطع نعل اسبی و منطقه پلاستیک اطراف تونل را در حالت حفاری یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای نشان می‌دهند.

مشخصات اجرای برنامه در این بررسی‌ها عبارتند از:

$$C=150 \text{ t/m}^2$$

$$\varphi = 32^\circ$$

چسبندگی

زاویه اصطکاک داخلی

سایر مشخصات تونل نظیر شکل می‌باشد.

بطوریکه از این شکل‌ها مشخص است، تغییر شکل جداره تونل در حالت حفاری دو مرحله‌ای کمتر از تغییر شکل آن در حالت حفاری یک مرحله‌ای است. همچنین در حالت دو مرحله‌ای ناحیه کوچکتری از توده سنگی اطراف تونل پلاستیک شده است. این اشکال بهبود شرایط طرح حایل تونل را در حالت حفاری دو مرحله‌ای نسبت به حالت یک مرحله‌ای نشان می‌دهند. برای بررسی دقیق‌تر حالات حفاری چند مرحله‌ای و اثر طول جبهه پیشروی می‌توان از تحلیل سه بعدی الاستوپلاستیک استفاده نمود.

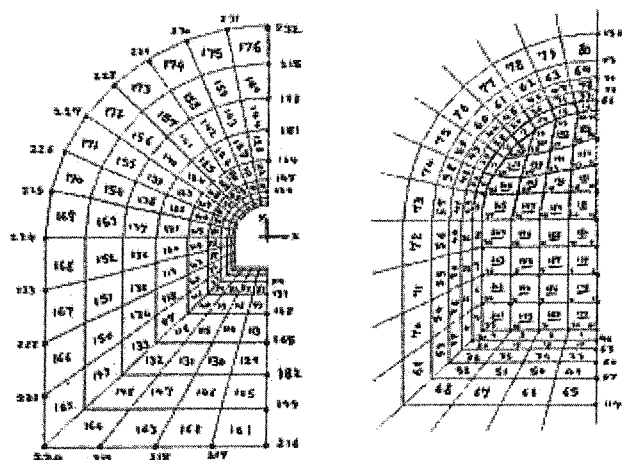
نتایج تحلیل غیر کشش تونل با مقطع نعل اسبی

در شکل ۱۱ منطقه پلاستیک اطراف تونل با توجه به تحلیل الاستوپلاستیک و بدون در نظرگیری حایل و همچنین منطقه فعال برای ترک کششی با توجه به تحلیل غیر کشش نشان داده شده است. در واقع تحلیل غیر کشش وضعیت توده سنگ را به لحاظ کیفی مشخص کرده و نقاط موضعی اطراف تونل که استعداد ترک خوردگی داشته و نیاز به تقویت دارند طی این تحلیل مشخص می‌گردد. مقدار تقویت مورد نیاز برای این محل‌های موضعی را می‌توان از تحلیل الاستوپلاستیک توده سنگی بدست آورد. در این شکل پس از تحلیل الاستوپلاستیک صحت پیش بینی تحلیل غیر کشش مشخص گردیده و می‌توان با توجه به میزان تنش کششی بدست آمده مقدار تقویت لازم را محاسبه نمود. این تقویت می‌تواند با استفاده از سنگ دوزها که در شکل نشان داده شده است و با بتن پاشی موضعی و یا سراسری انجام گردد.

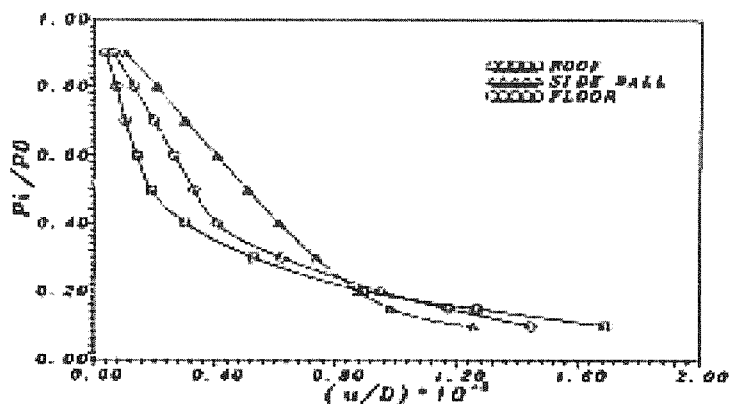
خلاصه و نتیجه گیری

با توجه به محدودیت‌های فراوان روش‌های حل بسته در تحلیل توده سنگ اطراف تونل‌ها و فضاهای زیرزمینی، از روش المان‌های محدود برای تحلیل غیرخطی میدان تنش و تغییر شکل استفاده گردید. مدل الاستوویسکوپلاستیک تشریح و سپس معادلات مربوط به معیارهای تسلیم موهر کولمب و هوک و براون برای استفاده در برنامه کامپیوتری به دست آمدند. فلوچارت برنامه در حالات کلی ترسیم گردید. برای ارزیابی روش و برنامه کامپیوتری تونلی با مقطع نعل اسبی و با مشخصات معین مورد ارزیابی قرار گرفت.

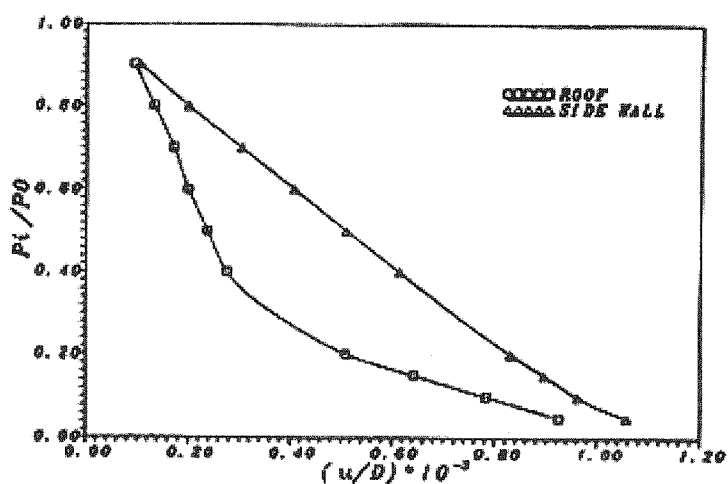
نتایج حاصل از تحلیل غیر خطی تونل و مقایسه آن با مقطع معادل دایره کارایی و صحت روش را به خوبی نشان می‌دهد.



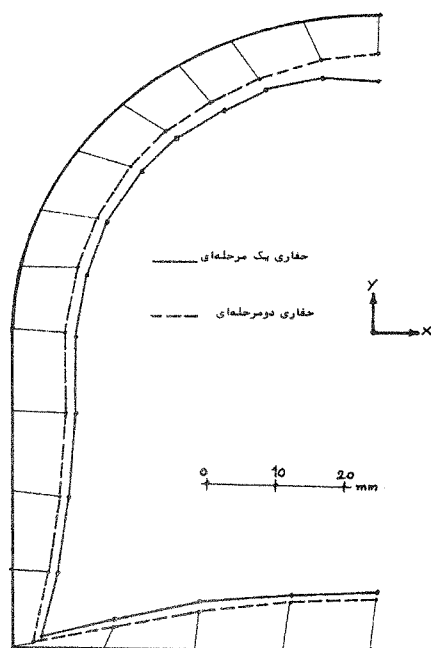
شکل (۶) شماره گذاری گره‌ها و المان‌های تونل نعل اسبی.



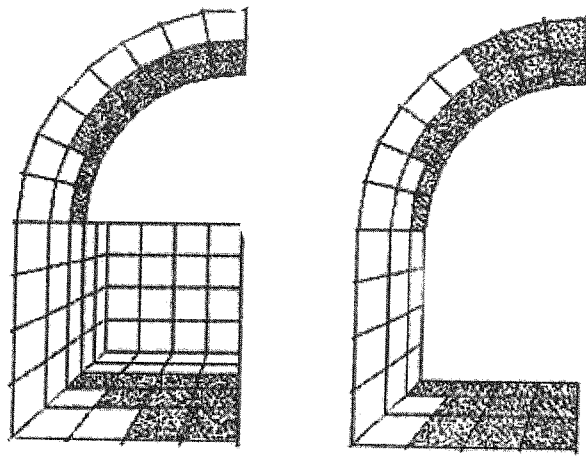
شکل (۷) منحنی‌های مشخصه طاق، دیواره و کف تونل نعل اسبی بر پایه معیار موهر-کولمب بدون در نظر گرفتن وزن المان‌ها.



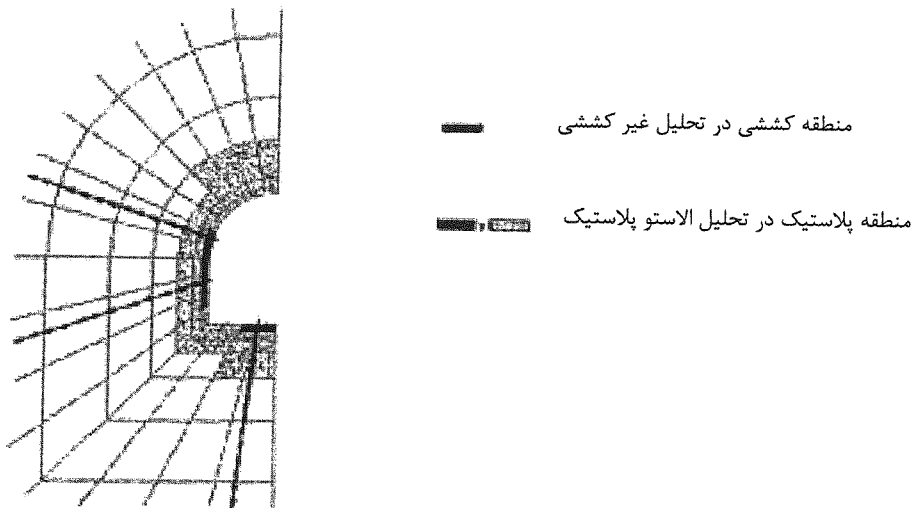
شکل (۸) منحنی‌های مشخصه طاق و دیواره تونل نعل اسبی بر پایه معیار هوک و براون.



شکل (۹) تغییر شکل جداره تونل در دو حالت حفاری یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای.



شکل (۱۰) مقایسه منطقه پلاستیک اطراف تونل در دو حالت حفاری یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای.



شکل (۱۱) نتایج تحلیل غیر کششی و محل‌های لازم برای تقویت.

مراجع

- [1] Ladanyi, B. 1974 Use of the long-term strength concept in the determination of ground pressure on tunnel linings. *Advances in Rock Mechanics, Proc. Third Cong. Int. Soc. Rock Mech.*, vol 2.
- [2] Naylor, D. J., G. N. Pande, B. Simson. 1981. *Finite elements in geotechnical engineering* Pineridge press, UK.
- [3] Goodman, R.E. 1989 *Introduction to Rock Mechanics*. John Wiley & Sons.
- [4] Sun, J. And y. S. Lee, 1985. A viscous elasto-plastic numerical analysis of underground structure interacted with families of multi-laminate rock mass using FEM. *5th Int. Con. Num. Meth. Geom.*, Nagoya.
- [5] Sharam, K. G., A. V. Vardarajan, and R. K. Srivastava, 1985. *Elasto-viscoplastic finite element analysis of tunnels*. *5th Int. Con. Num. Meth. Geom.* Nagoya.
- [6] Anagnosotou, G. And K. Kovary. 1993. Significant parameters in elasto-plastic analysis of underground openings. *J. Geot. Eng.* Vol. 119, No. 3, ASCE.
- [7] Microsoft corporation, *Q Basic*, Vol. 1. 1988.
- [8] Microsoft corporation, *Q Basic*, Vol. 2. 1988.
- [9] Cool, R. D., D.S. Malkus, and M.E. Plesha. 1989. *Concepts and applications of finite element analysis*. 3rd Ed., John wiley and son, New york.

[10] جعفری مهرآبادی، احمد، ۱۳۷۲. تحلیل رفتاری اندرکنش سنگ و حائل در سازه‌های زیرزمینی به روش المان‌های محدود. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه صنعتی امیرکبیر