

کاربرد رابطه اصلی کیوبلکا - مانک در تقلید منحنی انعکاسی حاصله از مخلوط الیاف رنگی بدون محدودیت در تعداد اولیه‌ها

سید حسین رفیعی
کارشناسی ارشد

سید حسین امیر شاهی
دانشیار

دانشکده مهندسی نساجی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

در این مقاله با رفع محدودیت در تعداد اولیه‌های بکاررفته در مخلوط الیاف از قبل رنگشده از معادله اصلی کیوبلکا-مانک جهت تقلید منحنی انعکاسی حاصله از یک مخلوط سه تایی استفاده گردیده است. نتایج این تحقیق نشان دادند که همانند مخلوطهای دوتایی، مکانیسم تشکیل رنگ در مخلوطهایی با تعداد اولیه بیشتر از دو نیز یک مکانیسم دو قسمتی می‌باشد. مکانیسم اول، تشکیل نقاط رنگی در سطح، طبق قانون اختلاط کاهشی و مکانیسم دوم جمع این نقاط طبق قانون اختلاط بخشی می‌باشد. تعداد این نقاط رنگی تابعی از تعداد لایه‌هایی است که برای بوجود آوردن یک زیر لایه پشت پوش لازم است و در تعداد لایه‌های مساوی، رنگهای تشکیل شده سطحی در یک مخلوط سه تایی بسیار بیشتر از مخلوط دوتایی می‌باشند. با افزایش شفافیت الیاف تعداد لایه‌های لازم برای ایجاد یک زیر لایه پشت پوش زیاد شده و در نتیجه تعداد رنگهای بوجود آمده در سطح نیز افزایش پیدا می‌کند. احتمال ایجاد هر نقطه رنگی با یک انعکاس خاص بستگی به درصد الیاف در مخلوط دارد. با توجه به توانایی کامپیوترهای در دسترس و ایجاد تعداد بسیار بیشتری از رنگهای تشکیل شده در سطح در مخلوطهای سه گانه نسبت به مخلوطهای حاوی دو جزء متناسب با احتمال ایجاد آنها، امکان کاربرد معادله اصلی تنها تا ۹ لایه مقدور شد. با توجه به چنین محدودیتی، امکان کسب حالت کاملاً پشت پوش در طول موجهایی که شفافیت اجزاء حاضر در مخلوط بالا بود میسر نگردید. این امر نشان دهنده این است که به تعداد لایه‌های بیشتری برای رسیدن نمونه به حالت پشت پوشی نیاز می‌باشد. مقایسه نتایج حاصل از پیش گویی انعکاس با استفاده از بکارگیری معادله اصلی و معادله دو ثابتی با نتایج واقعی نشان از خطای کمتر نظریه دو ثابتی در پیش بینی انعکاس دارد.

کلمات کلیدی

کیوبلکا-مانک، پیشگویی انعکاس، مخلوط الیاف از قبل رنگشده، رنگ همانندی دوتابته

Applying the Kubelka-Munk Equation to Simulate the Reflectance Values of Blends Prepared From Pre-Colour Fibre Without any Limitation to Number of Primaries

S. H. Amirshahi
Associate Professor

S. H. Rafiee
Master Graduated

Department of Textile Engineering,
Amirkabir University of Technology

Abstract

A Basic form of the Kubelka-Munk equation is applied to simulate the reflection behaviour of tertiary blends of pre-color fibre without any limitation on the number of primaries. Similar to binary blends, the mechanism consists of two simultaneously independent processes. Firstly, the

subtractive colour mixing of fibres provides a number of colour dots on the surface of samples. Then, the portative colour mixing of these dots produce the final observed or measured colour. The number of the created colours depends on the number of layers that are necessary to produce an opaque media. An increase in the fibres' transparency leads to an increase of the number of colour dots on the surface. The probability of each colour existence, depends on the percentages of fibres in blends.

Nine layers are considered to provide the media for applying the basic form of the Kubelka-Munk equation due to the processing power of the accessible computer. The media is still translucent in some wavelengths and needs more layers to produce completely opaque substrate. The reflectance values of samples are determined by using this model as well as the Two Constant Kubelka-Munk theory. However, in comparison to the actual reflectance values of the blended samples, the results show that two constant theory leads to smaller error.

Keywords

Kubelka-Munk, Reflection Prediction, Blending of Coloured Fibres, Two Constant Colour Matching.

مقدمه

تاکنون مدل‌های مختلفی جهت توضیح رنگ مخلوط الیاف ارائه شده است. بعلاوه رفتار دو گانه‌ای که این مخلوطها از خود نشان می‌دهند، هیچ یک از قوانین اختلاط رنگها به تنهایی برای توضیح رفتار نوری این مخلوطها، مناسب نمی‌باشد. معمولاً ترکیبی از قوانین اختلاط کاهشی، افزایشی و بخشی برای توضیح این پدیده بکار می‌رود. از اولین فرمولهایی که در این زمینه ارائه گردیده، فرمولهای تجربی ارائه شده توسط استرن و نوچل بود [۱]. روابط ارائه شده توسط فرایل گرچه از پایه نظری مطلوبی برخوردار بود [۲] ولی این روابط نیز احتیاج به یک ثابت تجربی متناسب با نوع لیف داشت. به همین دلیل فرمول فرایل به عنوان یک فرمول نیمه تجربی شناخته می‌گردد. یکی از ارزشمندترین کارها در این زمینه را بورلن انجام داد [۳]. او استفاده از تئوری دو ثابتی کیوبلکا - مانک را برای مخلوط الیاف رنگی پیشنهاد داد و بر تشابه بین مخلوط الیاف رنگی و مخلوط پیگمنتها تاکید کرد [۳]. سپس الگوریتم بورلن برای محاسبه ضرایب جذب و انتشار، بوسیله والویت و همکارانش مورد اصلاح قرار گرفت و آنان این ضرایب را با استفاده از نظریه دو ثابتی کیوبلکا - مانک و الگوریتم حداقل مربعات به منظور کسب نتایج بهتر محاسبه کردند [۴-۵].

غالب الیافی که در صنعت نساجی مورد استفاده قرار می‌گیرند در گروه اجسام نیمه شفاف جای می‌گیرند. بورلن تاثیرات این شفافیت در مخلوطها را مورد بررسی قرار داد و استدلال کرد که نظریه دو ثابتی کیوبلکا - مانک برای بازه وسیعی از مخلوطها مناسب است [۶]. امیر شاهی و پیلترپ با استفاده از معادله اصلی کیوبلکا - مانک رفتار رنگی مخلوطهای دو گانه از الیاف رنگی را توضیح دادند و مکانیسم تشکیل رنگ را یک مکانیسم دو قسمتی شامل اختلاط کاهشی و بخشی دانستند و نظر بورلن را با روشی دیگر تأیید کردند [۷].

نکته قابل توجه این است که در اکثر تحقیقات یاد شده بررسی بر روی مخلوطهای دوتایی از الیاف صورت گرفته است. در این مقاله با استفاده از معادله اصلی کیوبلکا - مانک و لغو محدودیت در تعداد اولیه‌ها، رفتار انعکاسی و رنگی الیاف در مخلوط مورد بررسی قرار می‌گیرد. جهت تحلیل بهتر نتایج از دو سری مخلوط که هر سری شامل الیافی با درجه پشت پوشی و ظرافت متفاوتی بودند استفاده شد و با بکارگیری رابطه اصلی کیوبلکا - مانک رفتار انعکاسی آنان مورد بررسی قرار گرفت. به منظور بررسی کارایی مدل مذکور، نتایج حاصله با نتایج بدست آمده از تئوری دو ثابتی و مقادیر واقعی انعکاسی نمونه‌ها مقایسه شده است.

اختلاط چند جز

در اختلاط کاملاً تصادفی چند لیف با رنگهای مختلف، شانس قرار گرفتن یک لیف بر روی خودش یا بر روی الیاف دیگر در لایه‌های مختلف، بستگی به درصد وجود هر لیف رنگی در مخلوط دارد. جداول ۱ و ۲، احتمال همپوشانی الیاف در لایه‌های

مختلف به ترتیب برای مخلوطهای دوتایی و سه تایی را نشان می‌دهد. با توجه به جداول ۱ و ۲ می‌توان معادله ۱ را صورت کلی برای محاسبه تعداد رنگهای احتمالی ایجاد شده در لایه n_1 ام ارائه داد.

$$N_c = (n_f)^n \quad (1)$$

در این معادله N_c تعداد ترکیبات ممکن بعد از n لایه برای یک مخلوط از n_f لیف می‌باشد. بطور مثال تعداد همپوشانی مختلف الیاف در یک مخلوط چهارتایی پس از سه لایه برابر با (4^3) یعنی ۶۴ حالت می‌باشد. به بیان دیگر در یک مخلوط حاوی چهار اولیه به رنگهای مختلف تنها بر اثر ۳ لایه همپوشانی اولیه ها ۶۴ رنگ مختلف ایجاد می‌گردد.

جدول (۱) احتمال همپوشانی الیاف برای یک مخلوط دوتایی از الیاف A و B (درصد حضور جزء A برابر P_1 و درصد حضور جزء B برابر P_2 می‌باشد به نحویکه $P_1 + P_2 = 100$ است).

احتمال	لایه اول نوع لیف	احتمال	لایه دوم نوع لیف	احتمال	لایه سوم نوع لیف
P_1	A	P_1^2	A روی A	P_1^3	A روی A روی A
			B روی A	$P_1^2 \times P_2$	A روی A روی B
		$P_1 \times P_2$	A روی B	$P_1^2 \times P_2$	A روی B روی A
			B روی B	$P_1 \times P_2^2$	B روی B روی A
P_2	B	$P_2 \times P_1$	A روی B	$P_1^2 \times P_2$	A روی A روی B
			B روی A	$P_1 \times P_2^2$	B روی A روی B
		P_2^2	B روی B	$P_1 \times P_2^2$	A روی B روی B
			B روی B	P_2^3	B روی B روی B

جدول (۲) احتمال همپوشانی الیاف برای یک مخلوط سه تایی از الیاف A و B و C (درصد حضور جزء A برابر P_1 و درصد حضور جزء B برابر P_2 و درصد حضور جزء C برابر P_3 می‌باشد به نحویکه $P_1 + P_2 + P_3 = 100$ است).

احتمال	لایه اول نوع لیف	احتمال	لایه دوم نوع لیف
P_1	A	P_1^2	A روی A
		$P_1 \times P_2$	B روی A
		$P_1 \times P_3$	C روی A
P_2	B	$P_2 \times P_1$	A روی B
		P_2^2	B روی B
		$P_2 \times P_3$	C روی B
P_3	C	$P_3 \times P_1$	A روی C
		$P_3 \times P_2$	B روی C
		P_3^2	C روی C

نظریه کیوبلکا - مانک برای اجسام نیمه شفاف

معادله ۲ که به معادله اصلی کیوبلکا - مانک مشهور است، بطور مستقیم از تجزیه و تحلیل یک لایه نیم شفاف توسط کیوبلکا و مانک نتیجه شده است [۸].

$$R = \frac{1 - R_g (a - b \coth bsx)}{a - R_g + b \coth bsx} \quad (2)$$

که در آن R_g انعکاس زمينه، X ضخامت نمونه و S ضریب انتشار نمونه می باشند. مقدار $a = 1 + \frac{K}{S}$ و مقدار $b = (a^2 - 1)^{0.5}$ می باشد. این فرمول نشان می دهد که انعکاس یک نمونه نیم شفاف، تابعی از چهار پارامتر ضریب جذب (K)، ضریب انتشار (S)، ضخامت لایه (X) و انعکاس زمينه (R_g) می باشد. در معادله ۲ چنانچه میزان ضخامت (X) یا ضریب انتشار (S) تا حدی زیاد شود که یک سطح پشت پوش بوجود آید معادله ۳ بدست می آید که برای اجسام پشت پوش بکار می رود.

$$R = 1 + \left(\frac{K}{S} \right) - \left[\left(\frac{K}{S} \right)^2 + 2 \left(\frac{K}{S} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

که معادله ۴ شکل متداول معادله ۳ می باشد.

$$\frac{K}{S} = \frac{(1-R)^2}{2R} \quad (4)$$

معادلات ۳ و ۴ نشان می دهند که ضخامت نمونه و انعکاس زمينه هیچ تاثیری در انعکاس یک جسم پشت پوش ندارد و مقدار انعکاس فقط به نسبت $\frac{K}{S}$ بستگی دارد. مقدار K و S در مخلوطها نیز از روابط ۵ و ۶ محاسبه می گردد.

$$K = c_1 k_1 + c_2 k_2 + \dots + c_n k_n \quad (5)$$

$$S = c_1 s_1 + c_2 s_2 + \dots + c_n s_n \quad (6)$$

که در آن K و S ضرایب جذب و انتشار مخلوط و k_1 تا k_n و s_1 تا s_n به ترتیب ضرایب جذب و انتشار هر جزء و c_1 تا c_n درصد نسبی هر جزء می باشد. معادلات ۵ و ۶ به معادلات دو ثابتی کیوبلکا مانک معروف هستند.

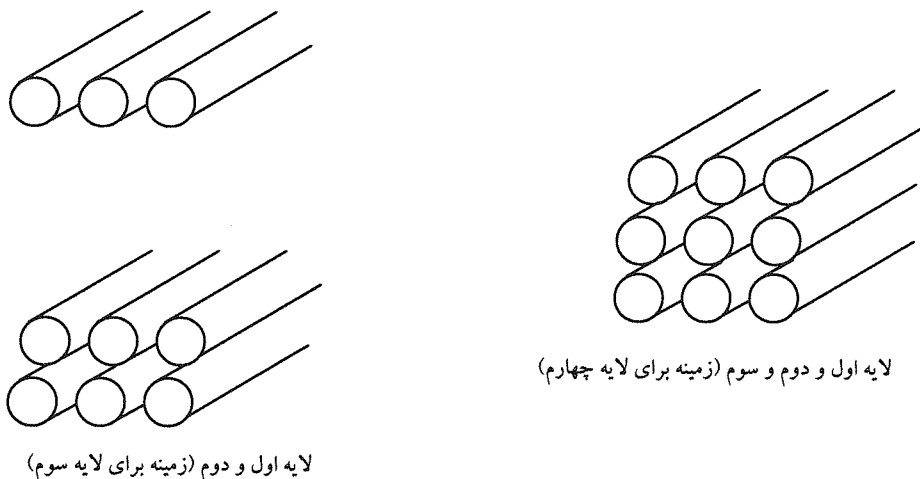
چگونگی تشکیل رنگ در مخلوط الیاف

فرمول ۲، نشان می دهد که انعکاس زمينه و میزان شفافیت الیاف برای محاسبه انعکاس آنان بسیار با اهمیت است. انعکاس هر نقطه بر روی سطح نمونه، بستگی به مقادیر K و S و انعکاس نقاط زیرین به عنوان انعکاس زمينه دارد. این امر برای لایه های زیرتر نیز مجدداً تکرار می گردد. این نقاط رنگی بوسیله همپوشانی الیاف رنگی مختلف به اشکال متفاوت تولید می گردد. طبق معادله ۱، تعداد این نقاط در لایه n ام برای یک مخلوط یکنواخت، محاسبه می گردد. هر همپوشانی یک انعکاس و رنگ خاص را ایجاد می کند که از فرمول ۲ محاسبه می گردد. احتمال ایجاد هر کدام از این نقاط رنگی بستگی به درصد اجزا تشکیل دهنده مخلوط دارد. با توجه به این تحلیل، خاصیت نیم شفافیت الیاف و همپوشانی آنها به شکلهای مختلف طبق شکل ۱ باعث بوجود آمدن نقاط رنگی مختلفی طبق قانون اختلاط کاهش می شود. بنابراین تعداد زیادی از این نقاط در سطح اندازه گیری ظاهر می شود. جمع وزن داده شده این نقاط رنگی با توجه به سطحی که اشغال کرده اند طبق قانون اختلاط بخشی باعث بوجود آمدن رنگ نهائی مخلوط می شود. بنابراین برای محاسبه انعکاس مخلوط الیاف رنگی لازم است با بکارگیری

قانون اختلاط کاهشی، انعکاس تمامی رنگهای ظاهر شده بر سطح با توجه به احتمال ایجاد رنگهای لایه‌های زیرین با استفاده از معادله ۲، محاسبه و سپس اختلاط بخشی ناشی از مجموعه رنگهای ظاهر شده در سطح با استفاده از معادله ۷ محاسبه می‌گردد [۷].

$$R_{m,\lambda} = P_1.R_{1,\lambda} + P_2.R_{2,\lambda} + \dots + P_n.R_{n,\lambda} \quad (7)$$

که در آن $R_{m,\lambda}$ انعکاس حاصل از اختلاط بخشی بین n رنگ ایجاد شده در سطح در طول موج λ و P_1 تا P_2 سطح اشغال شده توسط رنگهای ۱ تا n و $R_{1,\lambda}$ تا $R_{n,\lambda}$ میزان انعکاس رنگهای ۱ تا n در طول موج مشخص λ می‌باشد.



شکل (۱) نحوه همپوشانی الیاف در لایه‌های مختلف [۷].

تجربیات

در این تحقیق دو سری مخلوط با استفاده از دو نوع الیاف اکریلیک مختلف تهیه شد. در یک سری از مخلوطها از الیاف ظریف ۱/۵ den نیمه مات استفاده شد، در حالیکه مخلوطهای سری دیگر شامل الیاف ضخیم ۱۵ den شفاف بودند. این الیاف با سه رنگزای کاتیونیک با اسامی ژنریک قرمز ۴۶، آبی ۴۱ و زرد ۲۸ رنگریزی شدند. رنگهای دو نوع لیف تا حد امکان همانند گردید ولی بدلیل اختلاف در مقدار ماده پشت پوش کننده موجود در الیاف مورد استفاده این همانندی بطور کامل میسر نگردید. برای تهیه مخلوطهایی از الیاف رنگی، از کاردینگ آزمایشگاهی استفاده شد. برای بدست آوردن یک مخلوط کاملاً تصادفی هر نمونه حداقل پنج بار از کاردینگ عبور داده شد. هر سری مخلوط شامل بیست و چهار نمونه بود که با نسبتهای مختلف از الیاف رنگی تهیه شده بودند. به منظور برخورداری از مقدار تراکم یکسان در هنگام اندازه‌گیری که می‌تواند در مقادیر انعکاس اندازه‌گیری شده موثر باشد یک نمونه چهار گرمی از هر مخلوط در یک سل نگهدارنده با پوشش شیشه قرار داده شده و انعکاس آن بوسیله اسپکروفتومتر Textflash ساخت کمپانی Datacolor دارای هندسه $d/0$ اندازه‌گیری شد. بمنظور کاهش اثرات خطاهای بوجود آمده در تهیه نمونه بر روی انعکاس اندازه‌گیری شده، انعکاس در چهار نقطه مختلف نمونه اندازه‌گیری شد و میانگین آن، بعنوان انعکاس واقعی نمونه در نظر گرفته شد.

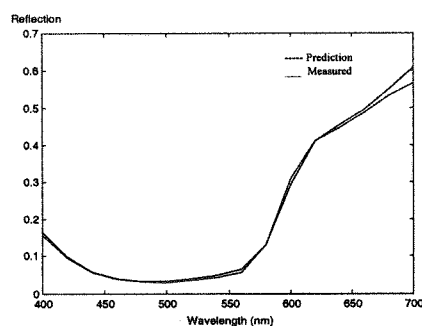
نتایج و بحث

با استفاده از الگوریتم واولویت و همکارانش [۴] برنامه کامپیوتری جهت محاسبه شبه ضرایب جذب و انتشار نوشته شد. چون الیاف بکار رفته در هر سری از مخلوطها از نظر ضخامت با یکدیگر تفاوت نداشتند، مقدار ضخامت (X در معادله ۲) برای هر مخلوط برابر واحد در نظر گرفته شد. جهت محاسبه انعکاس هر نقطه احتیاج به انعکاس زمینه است که انعکاس زمینه هر لایه انعکاس محاسبه شده در لایه قبلی با توجه به انعکاس نقطه زیرین می‌باشد. پایین ترین لایه در واقع هیچ همپوشانی ندارد و لذا می‌توان هر مقداری را به عنوان انعکاس زمینه برای آن در نظر گرفت. زیرا در نهایت باید محاسبات را آنقدر ادامه

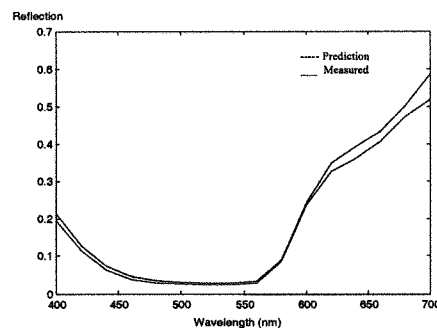
داد که انعکاس زمینه پایین‌ترین لایه بر روی انعکاس نهایی سطح مورد اندازه‌گیری تقریباً بی‌تاثیر باشد. به بیان دیگر در صورتیکه در شروع محاسبات برای لایه اول که بطور فرضی بر روی هیچ لایفی قرار ندارد، هر مقداری بعنوان انعکاس زمینه در نظر گرفته شود، در نهایت جوابهای نهایی برای انعکاس سطح رویی تفاوت نخواهد داشت [۷]. جهت محاسبه میزان انعکاس سطح رویی برنامه‌ای با استفاده از نرم افزار متلب شامل دو قسمت مجزا که ذیلا توضیح داده می‌شوند، نوشته شد.

الف - بمنظور محاسبه میزان انعکاس نقاط رنگی در هر لایه برنامه ای بر اساس رابطه اصلی کیوبلکامانک (معادله ۲) نوشته شد. پارامترهای a , b معادله با استفاده از مقادیر S , K که بر اساس الگوریتم والویت بدست آمده بودند محاسبه شد. R_g را می‌توان در ابتدا هر مقدار دلخواه در نظر گرفت و بطور مثال یک خاکستری با مقدار انعکاس برابر در کلیه طول موجهای طیف مرئی در نظر گرفت. سپس مقدار انعکاس برای لایه اول محاسبه گردید، این مقدار انعکاس برای لایه دوم به عنوان انعکاس زمینه R_g در نظر گرفته شده و به این طریق محاسبات ادامه داده شد. این روند باید تا جایی ادامه پیدا کند که جسم به یک حالت پشت پوشی برسد، یعنی با ادامه محاسبات در لایه‌های بعدی تغییر چندانی در میزان انعکاس در هر طول موج بوجود نیاید. این حالت هنگامی بوجود می‌آید که تعداد لایه‌های در نظر گرفته شده در مخلوط به حدی برسد که میزان انتقال نور از آن تقریباً صفر شود. بدلیل محدودیت در ظرفیت محاسباتی کامپیوتر مورد استفاده که یک پنتیوم ۸۰۰ با ۲۵۶ Kb حافظه قابل دسترس (RAM) بود امکان ادامه محاسبات برای بیش از نه لایه همپوشانی الیاف بوجود نیامد که این امر منجر به عدم کسب حالت پشت پوشی در برخی طول موجها گردید.

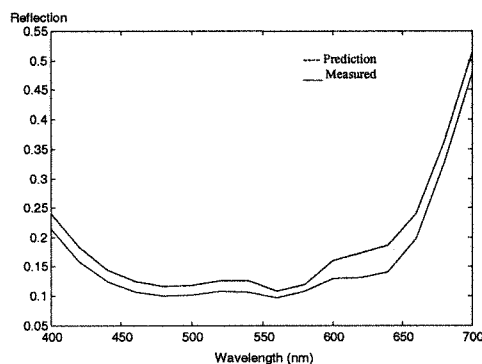
ب - احتمال ایجاد هر نقطه رنگی ناشی از همپوشانی الیاف با توجه به مقدار آنان در مخلوط محاسبه گردید. بالاخره با ضرب نتایج حاصل از قسمت الف در نتایج حاصل از قسمت ب، یعنی ضرب انعکاس هر نقطه در میزان احتمال وجود آن (بعد از نه لایه همپوشانی) و جمع این مقادیر در هر طول موج مقدار انعکاس نهایی نمونه در شازده طول موج بدست آمد. شکلهای ۲ تا ۶ منحنی انعکاسی حاصله از بکارگیری معادله اصلی کیوبلکا - مانک و همچنین مقادیر انعکاس واقعی را برای تعدادی از مخلوطها نشان می‌دهد.



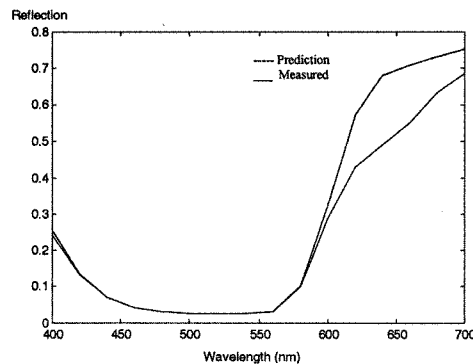
شکل (۴) نمودار انعکاس واقعی و انعکاس محاسبه شده برای مخلوط دارای ۷۰٪ لیف قرمز، ۵٪ لیف آبی و ۲۵٪ لیف زرد (تهیه شده از الیاف ۱۵ den).



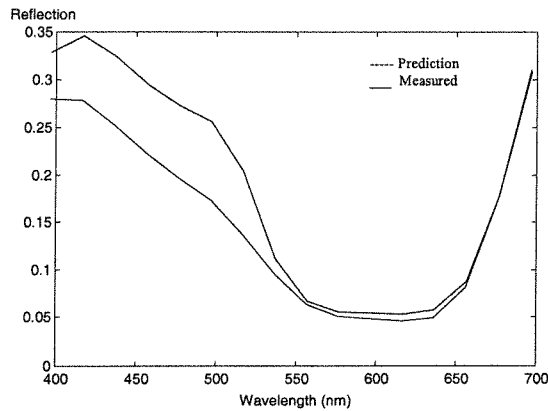
شکل (۲) نمودار انعکاس واقعی و انعکاس محاسبه شده برای مخلوط دارای ۹۰٪ لیف قرمز، ۵٪ لیف آبی، ۵٪ لیف زرد (تهیه شده از الیاف ۱۵ den).



شکل (۵) نمودار انعکاس واقعی و انعکاس محاسبه شده برای مخلوط دارای ۲۵٪ لیف قرمز، ۵۰٪ لیف آبی و ۲۵٪ لیف زرد (تهیه شده از الیاف ۱۵ den).



شکل (۳) نمودار انعکاس واقعی و انعکاس محاسبه شده برای مخلوط دارای ۹۰٪ لیف قرمز، ۵٪ لیف آبی و ۵٪ لیف زرد (تهیه شده از الیاف ۱۵ den).



شکل (۶) نمودار انعکاس واقعی و انعکاس محاسبه شده برای مخلوط دارای ۵٪ لیف قرمز، ۹۰٪ لیف آبی و ۵٪ لیف زرد (تهیه شده از الیاف ۱۵ den).

بر اساس معادله ۱، تعداد رنگهای ایجاد شده در یک مخلوط شامل n_f لیف بعد از n لایه برابر با $(n_f)^n$ خواهد بود. در نتیجه برای مخلوط حاصله از سه لیف رنگی با همپوشانی نه لایه از الیاف، تعداد رنگهای حاصله برابر $19631 = (3)^9$ (۳) رنگ بود. در هر حال همانگونه که اشاره شد این احتمال وجود دارد که این تعداد لایه برای ایجاد یک زمینه کاملاً پشت پوش برای تمامی نمونه‌ها در همه طول موجها مناسب نباشد. تعداد لایه هائی لازم برای بوجود آوردن یک سطح پشت پوش، بستگی به میزان انتقال نور توسط الیاف یعنی درجه شفافیت در هر طول موج دارد. اگر چه با استفاده از میکرواسپکتروفتومترها، امکان محاسبه مقدار انتقال الیاف میسر می‌باشد ولی بدلیل عدم دسترسی به این وسیله امکان بررسی این ویژگی در الیاف میسر نبود از این رو سعی گردید با تعریف پارامتری بنام C_t بتوان تخمینی از مقدار شفافیت الیاف را تعریف نمود.

در هنگام برخورد نور به یک نمونه نیم شفاف سه پدیده انتقال، انتشار و جذب به همراه انعکاس سطحی اتفاق می‌افتد که مجموع آنها برابر با کل نور برخورد نموده به جسم است. از آنجا که انعکاس سطحی بدلیل عدم وجود پیوستگی سطح و ضریب شکست دو محیط اتفاق می‌افتد و به دلیل یکسان بودن محیطها فرض می‌گردد که در هر مخلوط این جز ثابت باشد و لذا پارامتر C_t را می‌توان بصورت معادله ۸ تعریف نمود.

$$C_t = 1 - (K - S) \quad (A)$$

که در آن S , K ضرایب جذب و انتشار نمونه هستند که از معادلات ۵ و ۶ بدست می‌آید.

با چنین تعریفی می‌توان انتظار داشت که در صورت بالا بودن مقدار $K+S$ یک نمونه مقدار C_t آن کم باشد. بالا بودن میزان $K+S$ به مفهوم بالا بودن مجموع جذب و انتشار نور توسط جسم و در نتیجه پایین بودن مقدار انتقال نور بدلیل کم بودن مقدار شفافیت آن است.

هنگامی که C_t یک نمونه در یک طول موج نسبت به C_t همان نمونه در طول موج دیگر پایین تر باشد تعداد لایه‌های لازم برای بوجود آوردن یک سطح پشت پوش برای آن طول موج نیز کمتر می‌باشد. شکل ۷ چگونگی تشکیل یک سطح پشت پوش را برای نمونه تهیه شده از الیاف ۱۵ den که دارای ۹۰٪ لیف قرمز، ۵٪ لیف آبی و ۵٪ لیف زرد است را در سه طول موج ۴۴۰ و ۵۴۰ و ۶۴۰ نانومتر نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود در طول موج ۵۴۰ نانومتر انعکاس بعد از همپوشانی هفت لایه از الیاف به حالت پایدار رسیده است و تقریباً اضافه نمودن لایه دیگری بر آن بی تاثیر بوده و در واقع دیگر انعکاس زمینه بر روی انعکاس لایه رویی تاثیر نخواهد گذاشت که این امر به مفهوم پشت پوش شدن جسم در این طول موج است. متقابلاً در طول موجهای ۴۴۰ و ۶۴۰ نانومتر انعکاس هنوز به یک حالت پایدار نرسیده و شیب منحنی کاهش قابل توجهی دارد. این مساله نشان می‌دهد که در این طول موج، نمونه پشت پوش نشده و برای پشت پوش شدن احتیاج به استفاده از لایه های بیشتری دارد. بررسی C_t این مخلوط در این سه طول موج نیز این نکته را تأیید می‌کند. میزان C_t در طول موجهای ۴۴۰ و ۶۴۰ نانومتر بیشتر از میزان C_t در طول موج ۵۴۰ نانومتر است که به معنی بیشتر بودن شفافیت اجزاء و نیاز به استفاده از تعداد لایه‌های بیشتر برای پشت پوش شدن است. جدول ۳ مقادیر C_t و انعکاس برای چند مخلوط را در طول موجهای

مختلفی گزارش کرده است. نتایج حاصله نشان دادند که برای مقادیر C_t تا 0.58 می‌توان انتظار داشت که نمونه در آن طول موج حداکثر با نه لایه پشت پوش گردد. با توجه به جدول ۳ مشاهده می‌شود که هیچ ارتباطی بین C_t و انعکاس وجود ندارد. میزان C_t بستگی به مقدار $K+S$ و مقدار انعکاس طبق معادله ساده شده کیوبلکا - مانک بستگی به نسبت $\frac{K}{S}$ دارد.

جدول (۳) بررسی مقادیر C_t و انعکاس برای تعدادی از مخلوطها در چند طول موج انتخابی.

درصد اجزا مخلوط	طول موج (nm)	C_t	انعکاس
۹۰٪ قرمز	۴۴۰	۰/۶۵۹۷	۰/۰۶۲۳
۵٪ آبی	۵۴۰	۰/۴۶۱۳	۰/۰۲۶۳
۵٪ زرد	۶۴۰	۰/۷۶۳۱	۰/۳۶۰۵
(تهیه شده از الیاف ۱۵ den)	۷۰۰	۰/۶۸۲۴	۰/۵۰۱۰
۲۵٪ قرمز	۴۰۰	۰/۶۱۶۵	۰/۱۱۱۵
۲۵٪ آبی	۵۲۰	۰/۷۰۵۷	۰/۰۷۱۷۱
۵۰٪ زرد	۶۰۰	۰/۷۱۱۶	۰/۱۹۴۷
(تهیه شده از الیاف ۱۵ den)	۶۲۰	۰/۷۰۹۵	۰/۲۰۴۷
۵٪ قرمز	۴۲۰	۰/۷۹۳۲	۰/۲۴۰۴
۸۰٪ آبی	۴۸۰	۰/۸۱۱۰	۰/۱۷۸۷
۱۵٪ زرد	۵۶۰	۰/۷۰۸۰	۰/۰۹۸۷
(تهیه شده از الیاف ۱/۵ den)	۶۶۰	۰/۴۹۲۰	۰/۱۳۲۱

اگر یک نمونه در طول موج λ_1 نسبت به طول موج λ_2 دارای C_t کمتری باشد، سه حالت زیر متصور است:

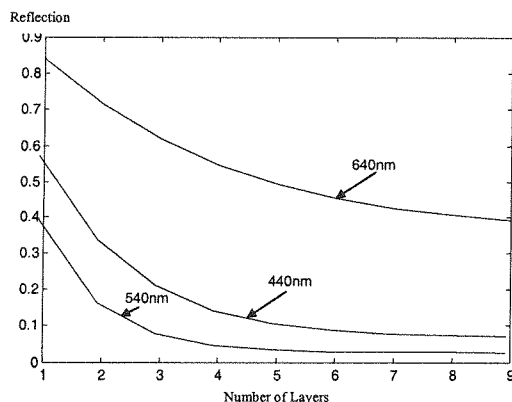
- i- $K_{\lambda_1} + S_{\lambda_1} > K_{\lambda_2} + S_{\lambda_2} \Rightarrow K_{\lambda_1} > K_{\lambda_2}$ و $S_{\lambda_1} > S_{\lambda_2}$
 ii- $K_{\lambda_1} + S_{\lambda_1} > K_{\lambda_2} + S_{\lambda_2} \Rightarrow K_{\lambda_1} > K_{\lambda_2}$ و $S_{\lambda_1} < S_{\lambda_2}$
 iii- $K_{\lambda_1} + S_{\lambda_1} > K_{\lambda_2} + S_{\lambda_2} \Rightarrow K_{\lambda_1} < K_{\lambda_2}$ و $S_{\lambda_1} > S_{\lambda_2}$

در هر سه حالت $K_{\lambda_1} + S_{\lambda_1} > K_{\lambda_2} + S_{\lambda_2}$ رابطه برقرار است. در حالت i نکته‌ای را در خصوص تفاوت انعکاس دو نمونه می‌توان پیش بینی کرد، در حالیکه در حالت ii واضح است که $\frac{K_{\lambda_1}}{S_{\lambda_1}} > \frac{K_{\lambda_2}}{S_{\lambda_2}}$ در نتیجه میزان انعکاس نمونه طبق معادله ۴ در

طول موج λ_1 کمتر از طول موج λ_2 خواهد بود. یعنی رابطه $R_{\lambda_1} < R_{\lambda_2}$ برقرار است. در حالت iii مقدار $\frac{K_{\lambda_1}}{S_{\lambda_1}} < \frac{K_{\lambda_2}}{S_{\lambda_2}}$ خواهد

شد و میزان انعکاس نمونه در طول موج λ_1 بیشتر از طول موج λ_2 خواهد بود یعنی رابطه $R_{\lambda_1} < R_{\lambda_2}$ برقرار است. با توجه به مطالب بیان شده، می‌توان نتیجه گرفت که مقدار شفافیت رابطه مستقیمی با انعکاس نداشته و در طول موجهای با قابلیت شفافیت پایین، می‌توان انعکاس بالایی داشت. بدیهی است حالت عکس نیز میسر می‌باشد. جدول ۳ صحت این مطلب را نشان می‌دهد.

جدول ۴ مجموع مربعات خطا (اختلاف بین مقادیر انعکاس واقعی و انعکاس پیش‌بینی شده از مدل) را برای مخلوطهای تهیه شده از الیافی با ظرافت متفاوت که با درصدهای یکسان از اجزا تهیه شده اند را نشان می‌دهد. این جدول نشان می‌دهد که این اختلاف در نمونه‌هایی که از الیاف ۱۵ den شفاف تهیه شده‌اند بسیار کمتر از نمونه‌هایی که از الیاف ۱/۵ den نیمه مات تهیه شده‌اند می‌باشد. شکل‌های ۳ و ۴ نیز این مطلب را برای نمونه‌ای دارای ۹۰٪ لیف قرمز، ۵٪ لیف آبی، و ۵٪ لیف زرد نشان می‌دهند. با توجه به اینکه هر دو سری نمونه‌ها در طول موجهای خاصی پشت پوش شده‌اند و این طول موجها برای هر دو سری نمونه یکسان است و مقادیر C_t آنها نیز تقریباً با هم برابرند لذا تفاوت مذکور بین مجموع مربعات خطا را نمی‌توان ناشی از اختلاف C_t نمونه‌ها و عدم پشت پوشی در برخی طول موجها دانست.



شکل (۷) چگونگی تشکیل یک سطح پشت پوش و رسیدن انعکاس به یک حالت ثابت برای مخلوطی حاوی ۹۰٪ لیف قرمز، ۵٪ لیف آبی، و ۵٪ لیف زرد (تهیه شده از الیاف ۱۵ den) در سه طول موج انتخابی.

مطابق نظر نابز [۹] کاربرد تئوری کیوبلکامانک برای مواد نیمه شفاف دارای خطا می‌باشد و بورلن [۶] اشاره کرده است که آنچیزی که در الیاف اندازه‌گیری می‌شود، انعکاس ناشی از برخورد نور به سطوح الیاف (انعکاس سطحی) است که به عنوان انتشار کاذب در نظر گرفته می‌شود و سهم این انتشار کاذب در مقابل انتشار حقیقی که در درون لیف اتفاق می‌افتد، بسیار بیشتر است و این مساله باعث دور شدن الیاف از مدل واقعی کیوبلکا - مانک برای اجسام منتشر کننده واقعی نور می‌شود. با توجه به این نظریه بدیهی است که الیاف ۱/۵ den به دلیل داشتن سطح تماس بیشتر با نور نسبت به الیاف ۱۵ den دارای انعکاس سطحی بالاتری هستند که این مساله باعث می‌گردد الیاف ۱/۵ نسبت به الیاف ۱۵ den اختلاف بیشتری از مدل واقعی کیوبلکا - مانک داشته باشند و این تفاوت باعث بوجود آمدن خطای بیشتری در انعکاس پیش بینی شده از مدل کیوبلکا - مانک برای مخلوطهایی که از الیاف ۱/۵ den تهیه شده اند می‌شوند.

جدول (۴) مجموع مربعات خطا برای چند مخلوط تهیه شده از الیاف با ظرفیتهای متفاوت.

درصد اجزاء مخلوط ↓	مجموع مربعات خطا	
	مخلوط تهیه شده از الیاف ۱۵den	مخلوط تهیه شده از الیاف ۱/۵den
۹۰٪ قرمز ۵٪ آبی ۵٪ زرد	۰/۰۹۶۵	۰/۰۰۸۷
۱۰٪ قرمز ۸۰٪ آبی ۱۰٪ زرد	۰/۰۸۱۷	۰/۰۲۲۷
۲۵٪ قرمز ۵۰٪ آبی ۲۵٪ زرد	۰/۰۷۸۳	۰/۰۶۸۱
۵٪ قرمز ۱۰٪ آبی ۸۵٪ زرد	۰/۱۳۵۵	۰/۰۳۷۸

به منظور مقایسه بین نتایج حاصل از بکارگیری معادله اصلی کیوبلکا - مانک و نتایج ناشی از بکارگیری نظریه دو ثابتی این تئوری، مقدار انعکاس مخلوطها با استفاده از روابط ۴ و ۵ و ۶ نیز محاسبه گردید. جدول ۵ مقادیر انعکاس محاسبه شده از معادله اصلی و معادله دو ثابتی و مقدار واقعی انعکاس را برای چند نمونه از مخلوطها در طول موجهایی که نمونهها پشت پوش شده‌اند را نشان می‌دهد. نتایج مندرج در این جدول نشان می‌دهند که مقادیر انعکاس پیش‌بینی شده از نظریه دو ثابتی باستثنای چند مورد دارای خطای کمتری نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده از معادله اصلی می‌باشد و این نتیجه با نظرنابز هماهنگی دارد زیرا وی معتقد است که تئوری کیوبلکا - مانک برای اجسام پشت پوش تا حدود ۸٪ و برای اجسام نیمه شفاف

تا حدود ۶٪ دارای خطاست [۹]. از آنجا که در هنگام پیش بینی مقدار انعکاس از معادله اصلی از این معادله ۹ بار متوالی برای ۹ محیط نیمه شفاف استفاده گردیده است این مساله باعث افزایش خطا به دلیل حضور خطاهای مکرر می شود. متقابلاً در صورت استفاده از معادله دو ثابتی کیوبلکا - مانک که برای محیط پشت پوش استفاده می گردد فقط آثار یک خطا ظاهر می گردد.

از دیگر دلایل بروز خطا در الگوریتم بکاررفته می توان به کاملاً تصادفی فرض نمودن توزیع الیاف در مخلوطها اشاره نمود زیرا تمامی محاسبات مربوط به احتمال ایجاد رنگهای مختلف سطحی بر اساس حصول یک مخلوط کاملاً تصادفی صورت پذیرفته است. از اینرو نحوه مخلوط شدن الیاف و عدم دستیابی به یک مخلوط کاملاً تصادفی را می توان یکی از دلایل ایجاد خطا در پیش بینی انعکاس مخلوط دانست [۱۰].

جدول (۵) مقایسه مقادیر انعکاس محاسبه شده از معادله اصلی کیوبلکا - مانک و رابطه دو ثابتی با مقدار واقعی انعکاس در چند طول موج انتخابی.

درصد اجزا مخلوط ↓	طول موج (nm)	مقدار واقعی	معادله اصلی	معادله دو ثابتی
۹۰٪ قرمز	۴۶۰	۰/۰۴۰۰	۰/۰۴۸۵	۰/۰۴۰۱
۵٪ آبی	۴۸۰	۰/۰۳۰۴	۰/۰۳۷۴	۰/۰۳۰۴
۵٪ زرد	۵۰۰	۰/۰۲۶۶	۰/۰۳۲۱	۰/۰۲۶۸
(تهیه شده از الیاف ۱۵ den)	۵۲۰	۰/۰۲۵۹	۰/۰۳۰۷	۰/۰۲۶۵
۱۵٪ قرمز	۶۴۰	۰/۰۷۹۶	۰/۰۹۲۶	۰/۰۷۵۷
۷۰٪ آبی	۶۶۰	۰/۱۱۶۶	۰/۱۲۷۲	۰/۱۱۰۶
۱۵٪ زرد	۶۸۰	۰/۲۰۲۷	۰/۲۱۷۸	۰/۲۰۴۰
(تهیه شده از الیاف ۱۵ den)	۷۰۰	۰/۳۴۰۱	۰/۳۴۰۰	۰/۳۲۹۱
۵٪ قرمز	۴۰۰	۰/۱۱۴۲	۰/۱۲۳۳	۰/۱۱۲۰
۲۵٪ آبی	۴۲۰	۰/۰۷۴۳	۰/۰۸۴۶	۰/۰۷۳۴
۷۰٪ زرد	۴۴۰	۰/۰۵۸۶	۰/۰۶۹۷	۰/۰۵۹۱
(تهیه شده از الیاف ۱/۵ den)	۴۶۰	۰/۵۵۶	۰/۰۶۴۶	۰/۰۵۵۲
۸۰٪ قرمز	۵۲۰	۰/۰۳۱۶	۰/۰۳۴۲	۰/۰۳۰۸
۱۰٪ آبی	۵۴۰	۰/۳۳۰	۰/۰۳۷۱	۰/۳۲۰
۱۰٪ زرد	۵۶۰	۰/۰۴۰۱	۰/۰۴۲۶	۰/۰۳۷۵
(تهیه شده از الیاف ۱/۵ den)	۵۸۰	۰/۱۰۲۲	۰/۱۰۷۳	۰/۱۰۲۲

نتیجه گیری

در این مقاله از معادله اصلی کیوبلکا - مانک و قوانین اختلاط کاهشی و بخشی برای پیش بینی رفتار انعکاسی مخلوطهای سه گانه تهیه شده از الیاف رنگی استفاده شد. از آنجا که در الگوریتم مورد استفاده انعکاس هر مخلوط با توجه به احتمال ایجاد هر رنگ در سطح توسط مقدار انعکاس آن با توجه به سوابق لایه های زیرین که انعکاس زمینه را فراهم می نمودند محاسبه می گردید، لذا اطمینان از حصول پشت پوشی الزامی بود. در این کار تحقیقاتی و با توجه به محدودیت در توان محاسباتی کامپیوتر مورد استفاده، امکان در نظر گرفتن نه لایه میسر گردید. در چنین حالتی انعکاس بخشی ۱۹۶۳۱ رنگ ایجاد شده، با توجه به احتمال ایجاد آنان محاسبه و بعنوان انعکاس لایه رویی در نظر گرفته شد. تعداد رنگهای تشکیل شده بستگی به تعداد لایه های لازم برای پشت پوش شدن مخلوط داشته و تعداد لایه های لازم نیز تابعی از میزان شفافیت الیاف است.

پارامتر C_4 بعنوان ضریبی از میزان شفافیت مخلوط تعریف گردید و مشاهده شد در طول موجهایی که میزان C_4 در حدود ۰/۵۸ یا پائین تر است نمونه حداکثر با نه لایه از الیاف پشت پوش می گردد در حالیکه برای مقادیر بیشتر از مقدار مذکور پشت پوشی با تعداد لایه های ذکر شده حاصل نمی گردد.

استفاده از معادله اصلی کیوبلکا - مانک نسبت به معادله ساده شده دو ثابتی برای پیش بینی انعکاس دارای خطای بیشتری بود که این نتیجه با نظر نابز در مورد کاربرد تئوری کیوبلکا - مانک برای اجسام مات و نیمه شفاف مطابق می باشد. مخلوطهای

تهیه شده از الیاف ۱/۵ den نسبت به مخلوطهای تهیه شده از الیاف ۱۵ den دارای خطای بیشتری در پیش بینی انعکاس بودند که کسب این نتیجه را می توان ناشی از خطای بیشتر بکارگیری مدل کیوبلکا - مانک برای الیاف ظریفتر بعلت سهم بیشتر انعکاس سطحی در مقادیر انعکاس اندازه گیری شده دانست.

نتایج بدست آمده از این تحقیق با پیشنهادهای بورلن و امیرشاهی - پیلترپ در مورد مکانیسم تشکیل رنگ در مخلوطهای دوتایی از الیاف رنگی تطابق دارد، بنحویکه می توان نظرات آنان را به مخلوطهایی با تعداد اولیه بیشتر نیز تعمیم داد.

مراجع

- [1] Streans, E.I. and Noechel, F. "Specterophotometric Prediction of Color Wool Blends", Am. Dyest&Rep., Vol. 33, No.9, 177-180 (1944).
- [2] Friele, L.F.C., "The Application of Colour Measurment in Relation of Fiber-Blending", J. Text. Inst., Vol. 43, 604-611 (1952).
- [3] Burlone, D.A., "Formulation of Blends of Precolored Nylon Fiber", Color Res. App. J., Vol. 8, No. 2, 114-120 (1983).
- [4] Walowit, E., McCarthy, C.J. and Berns, R.S., "An Algorithm for the Optimization of Kubelk-munk Absorbtion and Scattering Coefficients", Color Res. App. J., Vol. 12, No. 6, 340-343 (1987).
- [5] Walowit, E, McCarthy, C.J. and Berns, R.S., "Spectrophotometric Color Matching Based on Two Constant Kubelka-Munk Theory", Color Res. App. J, Vol 13, No. 6, 358-362 (1988).
- [6] Burlone, D.A., "Effect of Fiber Translucency on the Color of Blends of Precolored Fibers", Text. Res. J., Vol. 60, 162-167 (1990).
- [7] Amirshahi, S.H. and Pailthorpe, M.T., "Application of the Kubelka-Munk Equation to Explain the Color of Blends of Precolored Fibers", Text. Res. J., Vol 64, No.6 357-364 (1994).
- [8] Allen, E., Optical Radiation Measurment, Vol. 2, Chapt. 7, Academic Press, New York (1980).
- [9] Nobbs, J.H., "Kubelka-Munk Theory and the Prediction of Reflectance", Rev. Prog. Coloration, Vol. 15, 66-75 (1985).
- [10] Aspland, J.R. and Zhou, M. "Influence of Blending on Color Appearance of Black and White Fiber Blends", Text. Chem. Col., Vol. 32, No. 10, 47-51(2000).