

ارائه روشهای تحلیلی و اجزاء محدود برای بررسی عملکرد موتور القائی دیسکی

مهران میرزائی

کارشناسی ارشد

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مجتبی میرسلیم

دانشیار

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

سید احسان عبداللهی

دانشجوی کارشناسی ارشد

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده

در این مقاله برای بررسی عملکرد موتور القائی دیسکی، یک روش تحلیلی الکترومغناطیسی و مدل تقریبی اجزاء محدود دو بعدی به همراه نتایج آزمایشگاهی ارائه می‌گردد. با تکیه بر این موارد، مشخصه گشتاور-سرعت حاصل از مطالعات تئوری با نتایج آزمایشگاهی مقایسه، و مشاهده می‌شود که نتایج تئوری بدست آمده در مقایسه با نتایج عملی دقت مناسبی دارند و می‌توانند بعنوان کام اول طراحی مورد استفاده قرار گیرند.

کلمات کلیدی

موتور القائی دیسکی، روش تحلیلی، اجزاء محدود

Presentation of Analytical and Finite Element Methods for Analysis of A Disk Induction Motor Performance

M. Mirzayee

Graduate Student

Amirkabir University of Technology

M. Mirsalim

Associate Professor

Amirkabir University of Technology

S. E. Abdollahi

M.Sc. Student

Iran University of Science and Technology

Abstract

In this paper, a 2-D analytical electromagnetic method and a 2-D finite element method along with experimental results for performance analysis of a disk induction motor are presented. The torque-speed curve that has been obtained from the proposed theoretical studies is compared with the experimental one. It is observed that the theoretical results in comparison with the practical ones have sufficient accuracy and they can be used in a first step design for disk induction motors.

Keywords

Disk induction motor, Analytical method, Finite element

ماشینهای القائی دیسکی با رتور یکپارچه با توجه به ساختار ساده آنها، می‌توانند برای ساخت وسایل مختلف از قبیل دستگاههای گریز از مرکز، مبردهای کمپرسوری، پمپهای سانتریفیوژ هرمتیکی، بادبزنها، کنترل سیستمهای مهندسی صنعتی، خودرو برقی و غیره مورد استفاده قرار گیرند.

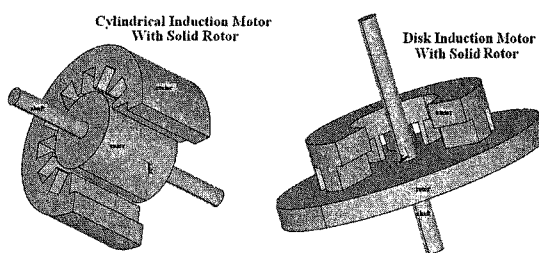
همچنین با توجه به ساختار سبک، صلب و محکم بودن رتور، این نوع ماشینها می‌توانند انتخاب خوبی در مصارف سرعت بالا (High-Speed) و خیلی سرعت بالا (Super High-Speed) باشند. از آن جمله مولد القائی سرعت بالا را می‌توان نام برد که بوسیله میکروتوربین گازی سرعت بالا چرخانده می‌شود و به اصطلاح، کل مجموعه آن میکروتوربین مولد نامیده می‌شود. در این دستگاه ولتاژ با فرکانس بالا تولید، و بوسیله مبدل‌های الکترونیک قدرت به برق با فرکانس شهری تبدیل می‌گردد. نکته قابل توجه، کم حجم بودن عناصر الکتریکی و مکانیکی به دلیل سرعت و فرکانس بالا در میکروتوربین مولد است که در مواقعی که حجم کم در بعضی وسیله‌ها مانند هواپیما و فضاپیما حائز اهمیت است مزیت مهمی می‌باشد.

ماشینهای الکتریکی دیسکی در مقایسه با نوع استوانه‌ای از چگالی توان بالاتری برخوردارند. در یک بررسی پژوهشی که توسط پولارد [1] انجام گرفت، نشان داده شد که مقدار مس و آهن مصرفی در موتور القائی دیسکی، در مقایسه با موتورهای القائی متداول استوانه‌ای با توان خروجی یکسان به ترتیب ۱۳ تا ۱۴ درصد و ۲۱/۵ تا ۳۲/۵ درصد کمتر می‌باشد.

برای تحلیل موتور القائی دیسکی با رتور یکپارچه احتیاج به ابزار قوی می‌باشد تا بتوان به کمک آنها عملکرد موتور مزبور را مورد تجزیه و تحلیل قرار داد و از بررسی نتایج بدست آمده در طراحی و ساخت موتور استفاده کرد. برای این منظور دو روش عددی و تحلیلی در این مقاله ارائه می‌شود. مقالات زیادی در این مورد ارائه شده‌اند که اکثر آنها دقیق نیستند یا بسیار زمانبر و پرهزینه می‌باشند. همچنین در اکثر آنها نتایج گشتاور موتور ذکر نشده است که تا در مورد صحت آنها به درستی بحث و بررسی انجام داد [2-10].

۱- معرفی موتورهای القائی دیسکی

موتورهای القائی در گروه ماشینهای جریان متناوب (AC) قرار دارند. نوع خاصی از این نوع موتورها وجود دارد که رتور آنها یکپارچه (solid) می‌باشد. به این صورت که قسمت هادی الکتریکی رتور آن به هم پیوسته است و منقطع نمی‌باشد. البته در صورت فرورمغناطیسی بودن هادی رتور، این قسمت همچنین می‌تواند نقش هادی فوران مغناطیسی را ایفا کند. ساختار این موتورها می‌تواند استوانه‌ای یا دیسکی باشد. در شکل (۱) نماهای سه بعدی برش داده شده این نوع موتورها با رتور آهنی یکپارچه نشان داده شده است. آهن رتور نقش هادی الکتریکی و مغناطیسی را به طور همزمان دارد. مطابق شکل (۱)، در موتورهای القائی استوانه‌ای جهت فوران مغناطیسی در فاصله هوایی در راستای شعاعی است ولی در نوع دیسکی، فوران مغناطیسی در جهت محور موتور می‌باشد.



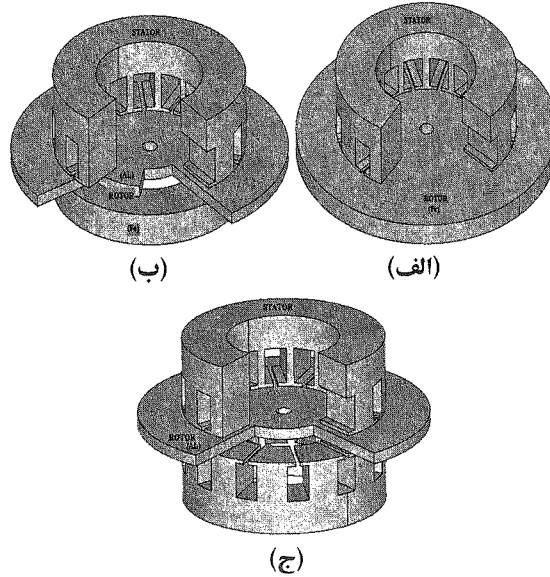
شکل (۱) ساختارهای دیسکی و استوانه‌ای موتور القائی با رتور یکپارچه.

موضوع این مقاله، موتورهای القائی دیسکی با رتور یکپارچه است. سه نوع ساختار مختلف برای این نوع موتور در زیر اشاره می‌شود:

- ۱- موتور القائی دیسکی تک لبه با رتور تک لایه
- ۲- موتور القائی دیسکی تک لبه با رتور دو لایه

۳- موتور القائی دیسکی دولبه

در شکل (۲) این سه ساختار مختلف برای یک موتور ۱۲ شیاره نمایش داده شده است. ساختار سیم پیچهای استاتور موتور به دلیل دیسکی بودن آن، با سیم پیچی موتورهای القائی استوانه‌ای تفاوت دارد. دو نوع سیم پیچی ساده و گرامه (Gramme) برای موتورهای القائی دیسکی استفاده می‌شود. در شکل (۳) این دو نوع توپولوژی نشان داده شده‌اند.

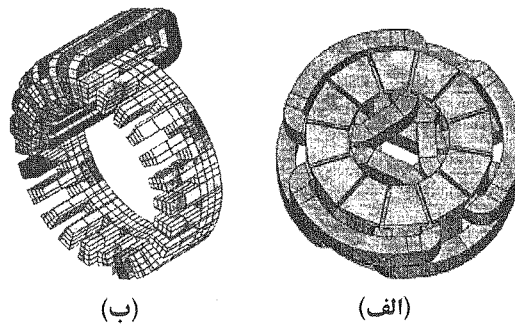


شکل (۲) نماهای انواع موتورهای القائی دیسکی شکل.

الف - نوع دیسکی تک لبه با رتور تک لایه

ب - نوع دیسکی تک لبه با رتور دو لایه

ج - نوع دیسکی دو لبه



شکل (۳) انواع سیم پیچی ها الف - سیم پیچی ساده از نوع تک لایه ب - سیم پیچی گرامه Gramme.

۲- معادلات حاکم بر موتور القائی دیسکی

معادلات حاکم بر هر دستگاه الکترومغناطیسی با معادلات ماکسول قابل بیان است:

$$\nabla \cdot D = \rho$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla \times H = J$$

(۱)

که در آنها D چگالی میدان الکتریکی، E شدت میدان الکتریکی، H شدت میدان مغناطیسی، B چگالی فوران مغناطیسی، J چگالی جریان الکتریکی و ρ چگالی بار الکتریکی است. البته باید توجه داشت که تمام کمیت‌های الکتریکی و مغناطیسی و کمیت سرعت در تمام روابط به صورت برداری هستند.

$$\begin{aligned} D &= \epsilon.E \\ B &= \mu.H \\ J &= \sigma.E \end{aligned} \quad (2)$$

ϵ ضریب نفوذپذیری الکتریکی، μ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی و σ ضریب هدایت الکتریکی می‌باشند. برای مسائل الکترومغناطیسی متغیر با زمان فرکانس پائین، فرمولهای دوم، سوم و چهارم رابطه (۱) لازم است. چگالی جریان در هسته فرومغناطیسی استاتور و همچنین در هوا مساوی صفر است. در داخل شیارهای استاتور بدلیل سیم‌پیچی، چگالی جریان برابر چگالی جریان اعمال شده بوسیله منبع است که در حالت ماندگار برابر یک مقدار ثابت است. در هادی رتور رابطه چگالی جریان به صورت زیر است:

$$J = \sigma(V \times B - \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla U) \quad (3)$$

که U پتانسیل الکتریکی اسکالر، V سرعت نقاط مختلف رتور نسبت به استاتور و A پتانسیل مغناطیسی برداری است. با توجه به صفر بودن دیورژانس چگالی فوران مغناطیسی رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\nabla \times A = B \quad (4)$$

امکان اینکه کمیت پتانسیل الکتریکی U را از روابط حذف کرد تا یکی از متغیرها کم شود، وجود دارد. به این منظور، مقدار پتانسیل الکتریکی با ضرب درونی V و A جایگزین می‌گردد [10]:

$$U = A \bullet V \quad (5)$$

با جایگذاری رابطه‌های (۴) و (۵) در رابطه (۳)، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$J = \sigma(V \times (\nabla \times A) - \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla(A \bullet V)) \quad (6)$$

با توجه به تساوی ریاضی زیر:

$$V \times (\nabla \times A) = \nabla(A \bullet V) - (V \bullet \nabla)A \quad (7)$$

و جایگذاری آن در (۶) رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$J = \sigma(-\frac{\partial A}{\partial t} - (V \bullet \nabla)A) \quad (8)$$

به این ترتیب تمام روابط به صورت توابعی از پتانسیل مغناطیسی برداری A نوشته شده‌اند و بنابراین حل این معادلات راحت می‌شود. البته نکته قابل توجه این است که هر بردار برای مشخص شدن نیاز به معلوم بودن دیورژانس و کرل آن بردار دارد.

کرل کمیت پتانسیل مغناطیسی برداری طبق رابطه (۴) برابر چگالی فوران مغناطیسی است که معلوم می‌باشد. ولی دیورژانس این کمیت مشخص نمی‌باشد. برای رفع این مشکل در بیشتر مسائل الکترومغناطیسی دیورژانس A را برابر صفر قرار می‌دهند:

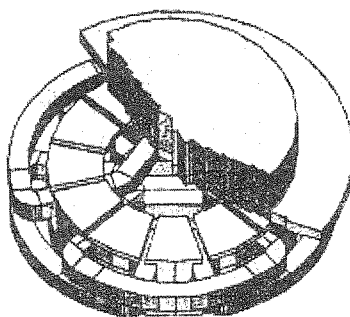
$$\nabla \cdot A = 0 \quad (۹)$$

۳- تحلیل عملکرد موتور به روش دوبعدی

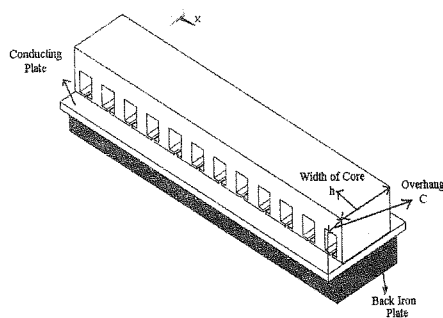
برای تحلیل موتور القایی دیسکی شکل بدلیل ساختار خاص آن، یک تحلیل سه بعدی لازم است. ولی یک تحلیل سه بعدی کامل به دلیل پیچیده بودن و زمانبر بودن آن مقرون به صرفه نمی‌باشد. در این قسمت تحلیل دو بعدی با برخی فرضیات و ساده‌سازیها ارائه می‌گردد. روش تحلیلی و روش اجزای محدود دو بعدی در مختصات کارتیزین ارائه می‌شود. روش اجزای محدود دو بعدی بیشتر جهت تعیین دقیق فورانها و پتانسیل مغناطیسی اعمال می‌شود.

برای تحلیل، موتور دیسکی تک لبه شکل (۴)، که رتور آن دولایه، و ثانویه فرومغناطیسی آن مورق است، انتخاب می‌گردد. روشهای ارائه شده، قابل بکارگیری و بسط در دیگر ساختارهای موتورهای القایی دیسکی نیز می‌باشند.

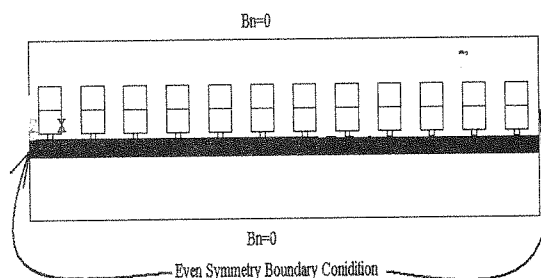
در تحلیل دوبعدی، موتور از وسط پهنای استاتور باز، و به صورت خطی در آورده می‌شود. این مسئله در شکل (۵) به طور سه بعدی و در شکل (۶) به صورت دوبعدی نمایش داده شده است.



شکل (۴) نمای کامل موتور القایی دیسکی تک لبه ۴ قطب با استاتور ۱۲ شیار.



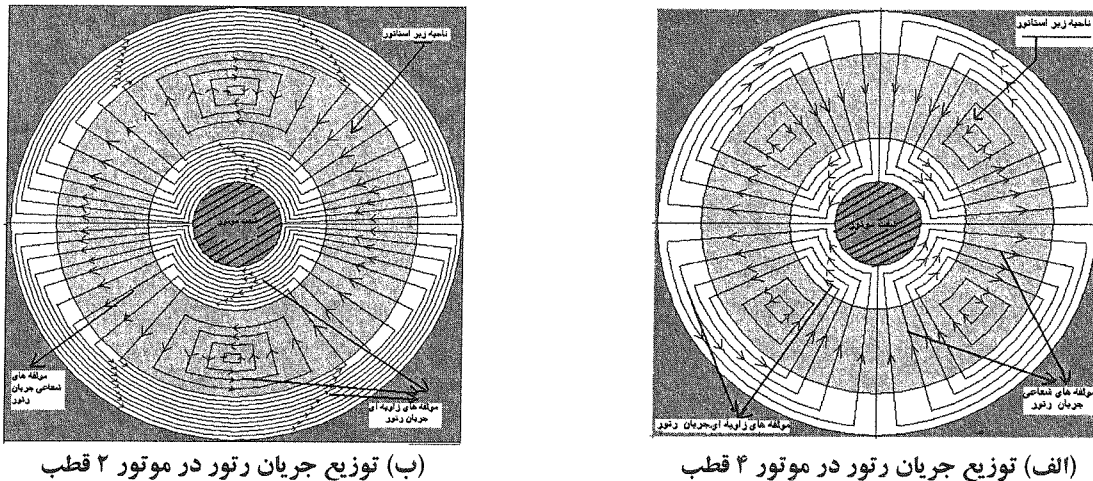
شکل (۵) نمای سه بعدی باز شده موتور القایی دیسکی با رتور دو لایه.



شکل (۶) مدل دوبعدی موتور القایی دیسکی ۱۲ شیار.

قبل از پرداختن به عملیات تحلیل، یک نکته باید رعایت شود. به دلیل دوبعدی بودن تحلیل و یکپارچه بودن صفحه هادی ثانویه، باید اثر بعد سوم نیز لحاظ شود.

توزیع ایده آل جریان رتور در شکل (۷) برای موتورهای ۲ و ۴ قطب نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که بعضی از حلقه‌های جریان در زیر هسته استاتور بسته می‌شوند این مسئله به دلیل یکپارچه بودن رتور است و باعث تضعیف فوران مغناطیسی در زیر هسته استاتور می‌گردد. البته این تضعیف فوران در موتور القائی قفس سنجابی یا موتور القایی با رتور شیار داده شده رخ نمی‌دهد.



شکل (۷).

برای در نظر گرفتن اثر مذکور مطابق شکل (۵) ضریب هدایت شونده σ_{se} در ضریب راسل - نورثوسی، k_{R-N} ضرب می‌شود:

$$\sigma'_{se} = k_{R-N} \cdot \sigma_{se}$$

$$k_{R-N} = 1 - \frac{\tanh\left(\frac{\pi h}{\tau 2}\right)}{\frac{\tau h}{\pi 2} \left[1 + \tanh\left(\frac{\pi h}{\tau 2}\right) \cdot \tanh\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot C\right)\right]} \quad (10)$$

که τ گام قطب، h عمق هسته و C طول پیشانی ثانویه می‌باشند.

الف - روش تحلیلی دوبعدی

دقیق‌ترین راه برای حل مسائل الکترومغناطیس، روش دقیق ریاضی است، هرچند در بسیاری از مسایل چنین راه حلهای تحلیلی دست نیافتنی است و باید به جواب عددی تقریبی رضایت داد، اما روشهای تحلیلی در ارزیابی و تصحیح روشهای عددی بسیار مفید هستند. معمول ترین روشهای حل تحلیلی مسایل میدان عبارتند از:

۱) روش جداسازی متغیرها (۲) روش بسط سریها (۳) روشهای انتگرالی (۴) روش نگاشت همدیس در ادامه برای روش تحلیلی حل معادلات ماکسول، از روش جداسازی متغیرها یا همان فوریه استفاده می‌شود. برای حل یک مساله الکترومغناطیس بگونه تحلیلی، ابتدا باید معادلات با مشتقات جزئی (PDE) توصیف کننده آن مشخص گردند و سپس ناحیه حل و شرایط مرزی در نظر گرفته شوند. در پی، هر یک از مراحل زیر انجام خواهد گرفت:

۱- جداسازی متغیرهای مستقل

۲- پیدا کردن جواب خصوصی معادله که برخی شرایطی مرزی را برآورده سازد.

۳- ترکیب این جواها به گونه‌ای که بقیه شرایط مرزی را در بر بگیرد.

حال با توجه به آنچه بیان شد به اعمال روش تحلیلی جداسازی متغیرها پرداخته می‌شود. برای اعمال این روش، جریان‌ها، فورانها و پتانسیل‌ها بصورت سری‌های فوریه بیان می‌شوند. برای شروع، باید نیرومحرکه مغناطیسی کل تولید شده بوسیله سیم پیچهای استاتور، mmf ، به صورت سری فوریه نوشته شود. مطابق شکل (۶) از آنجا که مشخصات عملکردی ماشین در دو قسمت چپ و راست کاملاً مشابهند، لذا شرایط مرزی در دو انتهای راست و چپ به صورت زوج یا مثبت در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \sum mmf &= mmf_a + mmf_b + mmf_c \\ &= \sum A_v \exp(j(\omega t - \frac{2\pi v}{l} x)) \\ l &= 2\pi r_{mean}, v = \text{harmonic orders}, \\ A_v &: \text{value depends on} \\ &\text{stator windings structure} \end{aligned} \quad (11)$$

که v مرتبه هماهنگ، r_{mean} شعاع متوسط استاتور و ω فرکانس زاویه‌ای هستند. برای ساده‌سازی حل معادلات ماکسول به روش تحلیلی به جای شیارها، دندانه‌ها، و سیم پیچی‌ها از یک صفحه جریان در زیر هسته استاتور مطابق شکل (۸) استفاده می‌شود که اندازه چگالی جریان آن از رابطه (۱۲) بدست می‌آید:

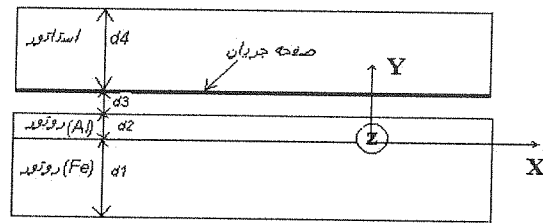
$$\begin{aligned} \sum J_s v &= \frac{\partial \sum mmf}{\partial x} \\ &= \sum -j \frac{2\pi v}{l} A_v \exp(j(\omega t - \frac{2\pi v}{l} x)) \end{aligned} \quad (12)$$

با توجه به آنکه، شیارها، دندانه‌ها و سیم پیچی‌ها با یک صفحه جریان مدل شد، لحاظ کردن اثر شیارها بر اندازه فاصله هوایی در محاسبات لازم است. لذا برای این کار اندازه فاصله هوایی در ضریب کارتر (K_c) ضرب، که منجر به افزایش اندازه فاصله هوایی می‌شود:

$$\begin{aligned} K_c &= \frac{t_1}{t_1 - \gamma_t g_t} \\ g_t &= g + d \\ \gamma_t &= \frac{4}{\pi} \left\{ \frac{bb}{2.g_t} \arctan \frac{bb}{2.g_t} - \ln \left[1 + \left(\frac{bb}{2.g_t} \right)^2 \right] \right\} \\ K_c &> 1 \\ g_{(new)} &= (K_c . g_t - d) \end{aligned} \quad (13)$$

که g اندازه فاصله هوایی مکانیکی بین رتور و استاتور، t_1 اندازه گام شیار، bb اندازه دهانه شیار و d اندازه ضخامت قسمت هادی غیرومغناطیسی رتور هستند

مطابق شکل (۸) چون جریانها در جهت عمود بر صفحه (در جهت z) هستند، پتانسیل مغناطیسی برداری نیز هم جهت با آنها در جهت عمود بر صفحه می‌باشد (یعنی پتانسیل مغناطیسی برداری A تنها دارای مؤلفه A_z می‌باشد).



شکل (۸) مدل دوبعدی برای روش تحلیلی.

در این شکل ماشین مدل شده شامل چهار ناحیه می‌باشد: ناحیه (۱) قسمت آهنی روتور، (۲) قسمت هادی الکتریکی رتور، (۳) فاصله هوایی بین روتور و استاتور و ناحیه (۴) استاتور است. با توجه به معادلات ماکسول داریم:

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} + \vec{V} \times \vec{B} \quad (14)$$

و از آنجا که معادلات در حالت ماندگار سینوسی حل می‌شوند، روابط زیر برقرار است:

$$E = -j\omega A + \vec{V} \times \vec{B} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times A &= \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A = \\ &= -j\omega(1 - \nu(1 - s)) \cdot A_{z,\nu,n} \cdot \mu \cdot \sigma'_{se} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\nabla^2 A = j\omega(1 - \nu(1 - s)) A \cdot \mu \cdot \sigma'_{se} \quad (17)$$

چون هسته‌های فرومغناطیس رتور و استاتور موق هستند و هدایت الکتریکی آنها مساوی صفر است، لذا سمت راست معادله (۱۷) در نواحی (۱)، (۳) و (۴) (n=۱,۳,۴) صفر می‌باشد. بنابراین معادلات دیفرانسیل بدست آمده از معادلات ماکسول در نواحی مختلف ماشین به صورت زیر است. در نواحی غیرهادی:

$$\frac{\partial^2 A_{z,\nu,n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{z,\nu,n}}{\partial y^2} = 0 \quad (18)$$

در ناحیه هادی (n=۲):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A_{z,\nu,2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{z,\nu,2}}{\partial y^2} = \\ j\omega(1 - \nu(1 - s)) A_{z,\nu,2} \cdot \mu_2 \cdot \sigma'_{se} \end{aligned} \quad (19)$$

رابطه (۱۹) در صورت در نظر نگرفتن اثر هماهنگ‌ها به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial^2 A_{z,\nu,2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{z,\nu,2}}{\partial y^2} = j\omega(s) A_{z,\nu,2} \cdot \mu_2 \cdot \sigma'_{se}$$

با حل کردن معادلات (۱۸) و (۱۹) در حوزه فوریه، جوابها به صورت (۲۰) و (۲۲) حاصل می‌شوند.
در نواحی غیرهادی:

$$A_{z,v,n} = C_{n1} \cdot \exp\left(j\left(\omega t - \frac{2\pi v}{l} x\right)\right). \quad (20)$$

$$\left(\cosh(\lambda_1 y) + C_{n2} \cdot \sinh(\lambda_1 \cdot y)\right)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{2\pi v}{l}\right)^2} \quad (21)$$

در ناحیه هادی:

$$A_{z,v,2} = C_{21} \cdot \exp\left(j\left(\omega t - \frac{2\pi v}{l} x\right)\right). \quad (22)$$

$$\left(\cosh(\lambda_2 y) + C_{22} \cdot \sinh(\lambda_2 \cdot y)\right)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{2\pi v}{l}\right)^2 + j\omega(1-v(1-s)) \cdot \sigma'_{se} \cdot \mu_2} \quad (23)$$

از معادلات (۲۰) و (۲۲) مقادیر پتانسیلهای مغناطیسی برداری برای مرتبه‌های هماهنگی مختلف در نواحی (۱)، (۲)، (۳) و (۴) محاسبه می‌شوند. چگالی فورانها و شدت میدان مغناطیسی در این نواحی نیز از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \quad (24)$$

$$H_x = \frac{B_x}{\mu} \quad (25)$$

$$B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad (26)$$

$$H_y = \frac{B_y}{\mu} \quad (27)$$

مقادیر چگالی فوران در نواحی (۱)، (۳) و (۴) از روابط (۲۸) و (۲۹) حاصل می‌گردند:

$$B_{x,v,n} = C_{n1} \cdot \lambda_1 \cdot \exp\left(j\left(\omega t - \frac{2\pi v}{l} x\right)\right). \quad (28)$$

$$\left(\sinh(\lambda_1 y) + C_{n2} \cosh(\lambda_1 y)\right)$$

$$B_{y,v,n} = \left(j \frac{2\pi v}{l}\right) C_{n1} \cdot \exp\left(j\left(\omega t - \frac{2\pi v}{l} x\right)\right). \quad (29)$$

$$\left(\sinh(\lambda_1 y) + C_{n2} \cosh(\lambda_1 y)\right)$$

و همچنین چگالی فوران مغناطیسی در ناحیه (۲) با معادلات (۳۰) و (۳۱) بیان می‌شوند:

$$B_{x,v,2} = C_{21} \cdot \lambda_2 \cdot \exp(j(\omega t - \frac{2\pi v}{l} x)) \quad (30)$$

$$.(\sinh(\lambda_2 y) + C_{22} \cosh(\lambda_2 y))$$

$$B_{y,v,2} = (j \frac{2\pi v}{l}) C_{21} \cdot \exp(j(\omega t - \frac{2\pi v}{l} x)) \quad (31)$$

$$.(\sinh(\lambda_2 y) + C_{n2} \cosh(\lambda_2 y))$$

C_{n1} و C_{n2} ها از شرایط مرزی حاکم مطابق روابط (32) تا (39) بدست می آیند:

$$B_{y,v,1} |_{y=-d_1} = 0 \quad (32)$$

$$H_{x,v,1} |_{y=0} = H_{x,v,2} |_{y=0} \quad (33)$$

$$B_{y,v,1} |_{y=0} = B_{y,v,2} |_{y=0} \quad (34)$$

$$H_{x,v,2} |_{y=d_2} = H_{x,v,3} |_{y=d_2} \quad (35)$$

$$B_{y,v,2} |_{y=d_2} = B_{y,v,3} |_{y=d_2} \quad (36)$$

$$H_{x,v,3} |_{y=d_2+d_3} - H_{x,v,4} |_{y=d_2+d_3} = J_s \quad (37)$$

$$B_{y,v,3} |_{y=d_2+d_3} = B_{y,v,4} |_{y=d_2+d_3} \quad (38)$$

$$B_{y,v,1} |_{y=d_2+d_3+d_4} = 0 \quad (39)$$

در نتیجه ضرایب C_{n1} و C_{n2} را به صورت (40) تا (46) خواهیم داشت:

$$C_{12} = \cotan(\lambda_1 d_1) \quad (40)$$

$$C_{22} = \frac{\lambda_1 \mu_2}{\lambda_2 \mu_1} C_{12} \quad (41)$$

$$C_{21} = \frac{C_{31} \cdot (\cosh(\lambda_1 d_2) + C_{32} \sinh(\lambda_1 d_2))}{\cosh(\lambda_2 d_2) + C_{22} \sinh(\lambda_2 d_2)} \quad (42)$$

$$C_{31} = \frac{J_s}{B_{1v}} \quad (43)$$

$$C_{32} = \frac{A_{1v} \cdot \tanh(\lambda_1 d_2) - 1}{\tanh(\lambda_1 d_2) - A_{1v}} \quad (44)$$

$$A_{1v} = \frac{\lambda_1 (1 + C_{22} \cdot \tanh(\lambda_2 d_2))}{\lambda_2 \tanh(\lambda_2 d_2) + C_{22}} \quad (45)$$

$$C_{41} = C_{31} \cdot \left\{ \frac{1 + C_{32} \cdot \tanh(\lambda_1 (d_2 + d_3))}{1 + C_{42} \cdot \tanh(\lambda_1 (d_2 + d_3))} \right\} \quad (46)$$

$$= C_{31} \cdot D_{1v}$$

$$B_{1v} = \frac{\lambda_1}{\mu_3} \{ \text{Sinh}(\lambda_1 (d_2 + d_3)) + C_{32} \text{Cosh}(\lambda_1 (d_2 + d_3)) - \} \quad (47)$$

$$D_{1v} = \frac{\lambda_1}{\mu_4} \{ \text{Sinh}(\lambda_1 (d_2 + d_3)) + C_{42} \text{Cosh}(\lambda_1 (d_2 + d_3)) \}$$

با مشخص شدن ضرایب C_{n1} و C_{n2} ، مقادیر پتانسیل مغناطیسی برداری و چگالی فوران مغناطیسی بدست می‌آید. برای محاسبه گشتاور موتور از رابطه تنش ماکسول استفاده می‌شود:

$$\text{Torque} = r_{\text{mean}} \cdot h \cdot \text{real} \left[\int_0^l \frac{B_y \cdot B_x^*}{2\mu_0} dx \right] \Big|_{y=d_2} \quad (48)$$

بعد از جاگذاری و ساده‌کردن، رابطه گشتاور به صورت (49) بدست می‌آید:

$$\text{Torque} = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} 2\pi v \cdot |C_{31}|^2 \cdot \frac{\lambda_1}{\mu_0} \text{Im}(C_{32}) \cdot h \cdot r_{\text{mean}} \quad (49)$$

ب - روش عددی اجزای محدود دوبعدی

در این پژوهش از روش اجزای محدود دو بعدی برای تعیین چگالی فوران و پتانسیل‌های مغناطیسی استفاده می‌شود و در ادامه با استفاده از نتایج حاصله گشتاور محاسبه می‌شود. همچنین، برای اعمال روش اجزاء محدود از نرم‌افزار Ansys استفاده شده است. معادله جریان به صورت زیر است:

$$\nabla \times H = J \quad (50)$$

$$J = J_s + J_v + J_e \quad (51)$$

که برای جریان ترانسفورمیری القاء شده در رتور داریم:

$$J_e = -\sigma'_{se} \frac{\partial A}{\partial t} \quad (52)$$

و برای جریان سرعتی القاء شده در رتور می‌نوان چنین نوشت:

$$J_v = \sigma'_{se} (V \times (\nabla \times A)) \quad (53)$$

برای شروع، اول باید موتور مورد نظر را مدل کرد. مدل ارائه شده در اینجا همانند شکل (۶) است و شرایط مرزی آن نیز تفاوتی نمی‌کند. پس از حل مساله، پتانسیل‌های مغناطیسی برداری بطور مستقیم بدست می‌آیند و چگالی فورانها، جریانهای القائی در هادی روتور و گشتاور از مقادیر پتانسیل‌های مغناطیسی برداری حاصل می‌شوند. برای چشم پوشی از اثر هماهنگها، مولفه سرعتی جریان رتور در روابط جریان رتور برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. در این حالت برای در نظر گرفتن سرعت رتور بمانند قسمت روش تحلیلی، اندازه مولفه ترانسفورمیری جریان رتور در اندازه لغزش ضرب می‌گردد:

$$J_{rotor} = J_e = -s\sigma'_{se} \frac{\partial A}{\partial t} = -sj\omega\sigma'_{se} A$$

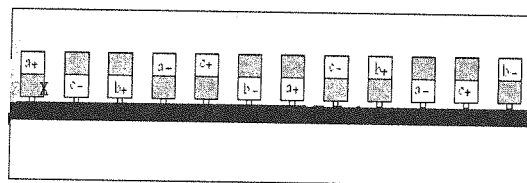
رابطه مورد استفاده برای محاسبه گشتاور به صورت زیر است:

$$Torque = r_{mean} \cdot h \cdot \int_s J \times B ds \quad (54)$$

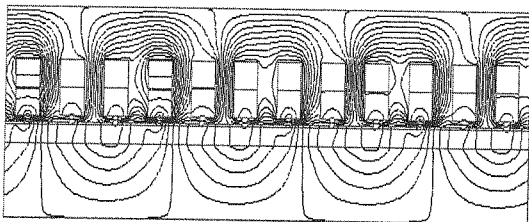
که در آن سطح انتگرالگیری، هادی رتور یا آلومینیوم می‌باشد.

۳- بررسی نتایج

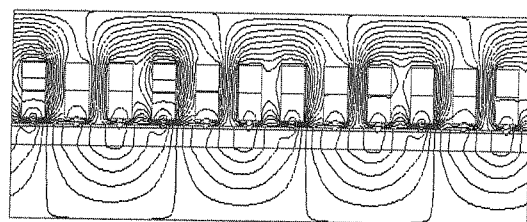
در شکل (۹) توپولوژی سیم پیچی موتور ۴ قطب انتخاب شده برای شبیه‌سازی نشان داده شده است. سیم‌پیچی از نوع تک لایه است که در این حالت با توجه به شیارهای کم، و تعداد شیار در قطب در فاز مساوی ۱ هماهنگ‌های فضایی حالت بیشینه خود را دارد. مشخصات ابعادی موتور در [10] آورده شده است. در شکل‌های (۱۰) الی (۱۳) توزیع فوران مغناطیسی بدست آمده بوسیله روش FEM با در نظر گرفتن هماهنگها و با چشم‌پوشی از آنها در سرعت‌های صفر و سنکرون نمایش داده شده است.



شکل (۹) توپولوژی سیم پیچی.

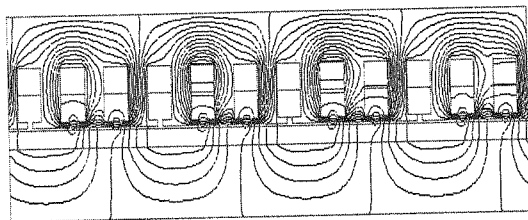


(ب) با در نظر گرفتن هماهنگها.

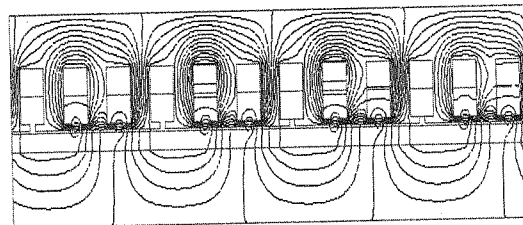


(الف) بدون در نظر گرفتن هماهنگها.

شکل (۱۰) توزیع فوران در مدل دوبعدی موتور القائی دیسکی در سرعت صفر و $\omega t = 0$.



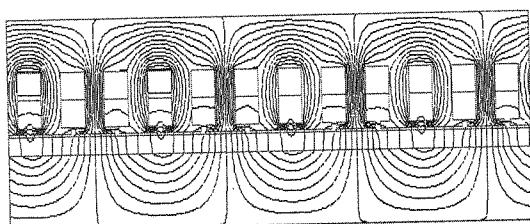
(ب) با در نظر گرفتن هماهنگها



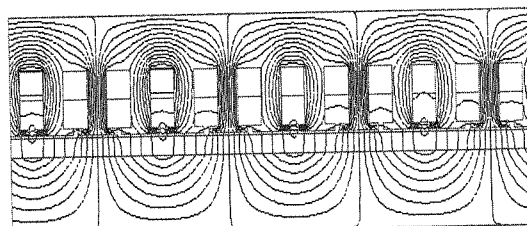
(الف) بدون در نظر گرفتن هماهنگها.

شکل (۱۱) توزیع فوران در مدل دوبعدی موتور القایی دیسکی در سرعت صفر و $wt=90$.

در سرعت صفر بدلیل القای جریان زیاد در رتور (و با فرکانس استاتور)، فوران در رتور کمتر نفوذ می‌کند، ولی در سرعت سنکرون نفوذ فوران در رتور بیشتر می‌باشد که دلیل آن جریان کم رتور، حتی با وجود هماهنگها است. شکلها با اختلاف فاز ۹۰ درجه نمایش داده شده‌اند تا اطلاعات بیشتری در اختیار خواننده قرار دهد. در ظاهر، با در نظر گرفتن هماهنگها تأثیری در توزیع فوران دوبعدی در موتور دیده نمی‌شود.

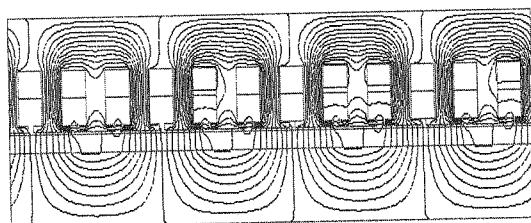


(ب) با در نظر گرفتن هماهنگها

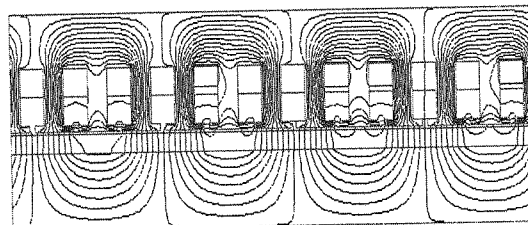


(الف) بدون در نظر گرفتن هماهنگها

شکل (۱۲) توزیع فوران در مدل دوبعدی موتور القایی دیسکی در سرعت سنکرون و $wt=0$.



(ب) با در نظر گرفتن هماهنگها



(الف) بدون در نظر گرفتن هماهنگها

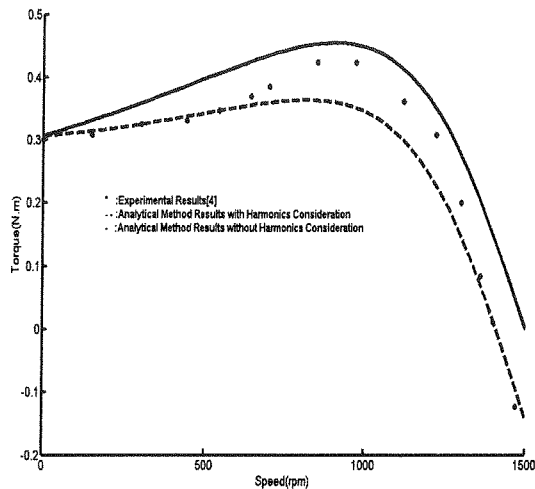
شکل (۱۳) توزیع فوران در مدل دوبعدی موتور القایی دیسکی در سرعت سنکرون و $wt=90$.

شکلهای (۱۴) تا (۱۶)، نتایج گشتاور بدست آمده بوسیله روش تحلیلی و عددی FEM را نمایش می‌دهند. مشاهده می‌شود که هماهنگها بر مقدار گشتاور موتور القایی دیسکی با رتور یکپارچه حتی در سرعتهای پایین و فرکانس تغذیه کم (۵۰ هرتز) اثر چشمگیر دارند.

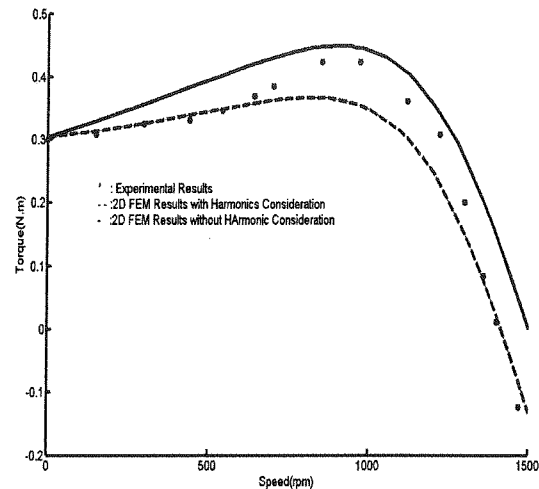
روش FEM دوبعدی، پیش‌بینی گشتاور موتور را با دقت قابل قبولی ممکن می‌سازد. زمان انجام و مقدار حافظه لازم این محاسبات در مقایسه با روش FEM سه بعدی [۱۰] خیلی کمتر است. روش تحلیلی دوبعدی نیز به اندازه روشهای FEM دو بعدی و سه بعدی، دارای دقت مناسب در محاسبه گشتاور و زمان محاسبات بسیار کمتر می‌باشد. نکته قابل توجه آنکه دقت روشهای دوبعدی ارائه شده تا حدود دقت روش FEM سه بعدی است.

نتیجه گیری

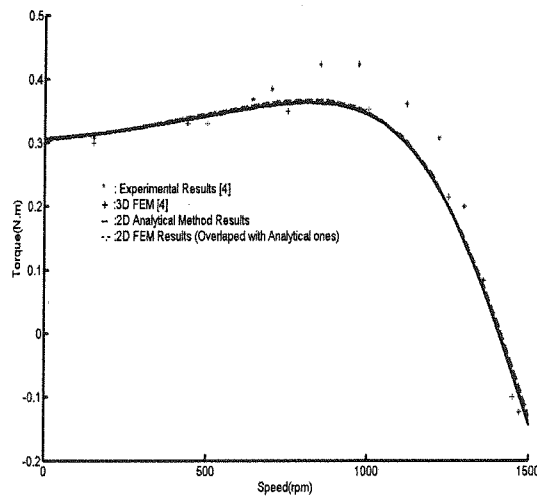
ملاحظه شد که روشهای پیشنهادی دقت قابل قبولی در تخمین گشتاور موتور القایی دیسکی با رتور یکپارچه دارند و تا حد زیادی طراح را به اهداف مورد نظر نزدیک می‌سازند. همچنین، اثر هماهنگهای فضایی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی گشتاور موتور القایی دیسکی با رتور یکپارچه دارند ولی در شکل توزیع شار تفاوتی ملاحظه نمی‌شود.



شکل (۱۵) مقایسه نتایج تئوری تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی.



شکل (۱۴) مقایسه نتایج تئوری عددی با نتایج آزمایشگاهی.



شکل (۱۶) مقایسه نتایج تئوری تحلیلی و عددی FEM دو بعدی با نتایج سه بعدی FEM، و آزمایشگاهی.

مراجع

- [1] J.Polard, "La Structure du Moteur Asynchrone Face a 'L'evolution des Methodes de Production," Rev. Gen.Elec. Vol.88, No.2, pp.149-160, 1979
- [2] S. Kubzdela, B. Weglinski, "Magneto- Dielectrics in Induction Motors with Disk Rotor", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, No.1, pp. 635-638, 1988
- [3] I. Boldea, et al, "Finite Width, Finite Thickness and Saturation Effects in Solid-Rotor Induction Machines", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, No.5, pp. 1500-1507, 1975
- [4] H. May, et al, "Analysis, Performance and Equivalent Circuit of a Disk-Rotor Induction Machine", ETZ A, Vol. 104, No.10, pp. 574-577, 1973 (in German)
- [5] H. Mosebach, et al, "Analysis and Characteristics of The Disk-Rotor Induction Machine", Electric Machines and Electro-mechanics, Vol. 1, pp.87-98, 1976
- [6] N. Esposito, et al, "Electromagnetic Analysis of An Induction Motor with Massive Disk", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.31, No.3, pp.2076-2079, 1995
- [7] E. Mendrela , et al "Analysis of Electromagnetic Field in A Disk Induction Motor with Double-Sided Stator and Twin Rotors Using A 3-D Reluctance Network Method ", ICEM. 98, pp. 286-289, Istanbul, Turkey
- [8] E. Mendrela , et al "Evaluation of Magnetic Field and Forces in A Single-Phase Induction Disk Motor with Multi-Layer Rotor ", Archives of Electrical Engineering, Vol.XLIV, no.2 , pp.263-273, 1996
- [9] A. I. Inkin, B. V. Litvinov, "The Electromagnetic Field in The Gap of A.C. Faceplate Motors", Elektrichestvo, no. 11, 67-71, 1974
- [10] D.Rodger, et al "Modeling Axial Air Gap Induction Machine", IEE conference, 2001