

به کارگیری هندسه‌ی فراکتال برای شبیه‌سازی سطوح توپوگرافی

بهزاد تخمه‌چی

مربی

دانشکده معدن و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

چکیده

شبیه‌سازی سطوح به عنوان یکی از مباحث مهم در حوزه‌های مختلف مهندسی به شمار می‌رود. در این مقاله، شیوه‌ای جدید از شبیه‌سازی سطح مبتنی بر تئوری فراکتال، با کاربرد آن در نقشه‌برداری توپوگرافی ارائه می‌شود. در این تحقیق منطق و نرم‌افزاری به منظور محاسبه بعد فراکتال خطوط و سطوح به سه روش: پرگار تقسیم‌سیار، پرگار دو بعدی و تغییر نما ارائه شده است. سپس تخمینگری با منطق فراکتال به نام جایجایی نقطه میانی جهت چگال کردن اطلاعات ارائه شده است. نحوه عمل تخمینگر بگونه‌ای است که در نهایت بعد، فراکتال سطح شبیه‌سازی شده برابر با بعد فراکتال سطح اولیه خواهد بود. به عنوان مثال اثبات شده که تخمینگر کریجینگ سطوحی را شبیه‌سازی می‌کند که بعد فراکتال آنها نسبت به بعد فراکتال سطوح اولیه کوچکتر و یا به عبارتی سطوح هموارتر هستند. بدین ترتیب در این مقاله به طریقه آماری نشان داده شده که سطوح شبیه‌سازی شده به روش فراکتال از منظر زبری سطح یا بعد فراکتال، نسبت به سطوح شبیه‌سازی شده توسط تخمینگرهای دیگر قابل اعتمادتر است.

کلمات کلیدی

هندسه فراکتال، بعد فراکتال، شبیه‌سازی سطوح.

The Use of the Fractal Method for Simulation of the Topographic Surfaces

B. Tokhmechi

Lecturer

Mining and Geophysics Department,
Shahrood University of Technology

Abstract

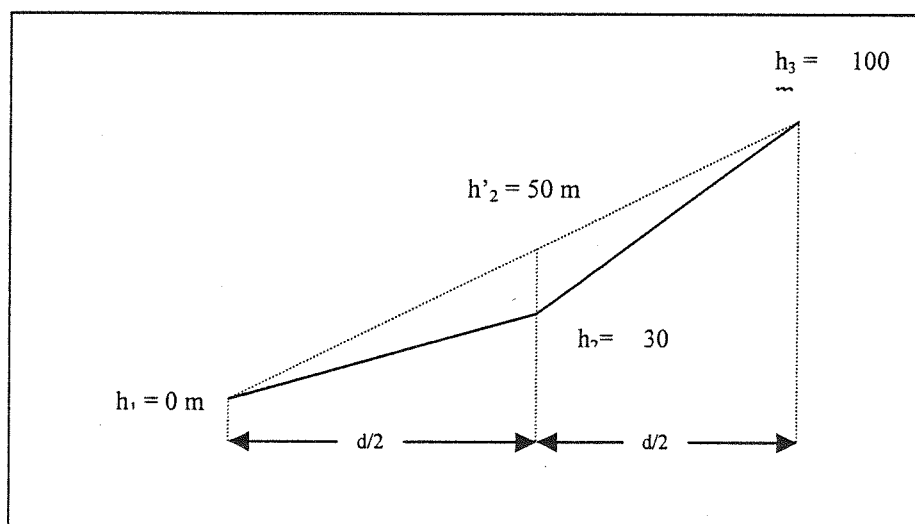
Surface simulation is one of the important aspects in different engineering fields. Here, a new method of surface simulation, using fractal theory, with its application in surface mapping is presented.

In this work, a computer software was developed to calculate the fractal dimension of surfaces using three different methods: motion and 2D motion dividers and variogram. The mid point movement method was used to generate new surfaces from an original surface while the fractal dimension of the new surface was kept to be equivalent to the original surface. This means that by using this technique the geometry of the generated surfaces are as close as possible to the original surface. This is the advantage of this method. For example using kriging estimator the simulated surfaces are smoother than the original surface, which means a smaller fractal dimension.

Keywords

Fractal geometry, fractal dimension, surface simulation

یکی از مراحل حساس تهیه و ترسیم نقشه‌های توپوگرافی، پردازش اطلاعات است. نظر به اینکه در نقشه‌برداری نسبت اطلاعات به مجهولات پائین است، باید توسط یک تخمینگر، ارتفاع بسیاری از نقاط مجهول را تخمین زد. برای این منظور تخمینگرهای بسیاری وجود دارند که به عنوان مثال می‌توان از تخمینگرهای عکس مجذور فاصله^۱، کریجینگ^۲، کمینه منحنی^۳ و درونیایی خطی^۴ نام برد. هر کدام از این تخمینگرها، در مورفولوژی‌های خاص کاربرد بهتری دارند. به عنوان مثال، احتمالاً در مورفولوژی تپه ماهوری روش عکس مجذور فاصله و در مورفولوژی‌های هموار روشهای کریجینگ و کمینه منحنی، تخمین بهتری از سطح ارائه خواهند نمود. تخمینگر خوب، تخمینگری است که ارتفاع مجهول نقاط را هر چه نزدیکتر به مقدار واقعی تخمین بزند. البته عموماً این خطا غیر قابل اغماض است. به عنوان مثال اگر در شکل (۱)، ارتفاع نقطه‌ی وسط مجهول بود، تخمینگر خطی، طبق خط چین برای نقطه وسط، ارتفاع را معادل ۵۰ متر تخمین می‌زد. حال آنکه، همچنانکه در شکل مشاهده می‌شود، ارتفاع نقطه وسط معادل ۳۰ متر و در نتیجه خطای تخمین ۲۰ متر است، که در نقشه‌های مقیاس کوچک و متوسط مورد قبول نیست. در مورد دیگر تخمینگرها نیز مثالهای مشابهی می‌توان مطرح کرد. بنابراین، انتخاب نوع تخمینگر در مورفولوژیهای مختلف بسیار اهمیت دارد. البته تخمینگرهایی همچون کریجینگ وجود دارند که در صورت چگال بودن شبکه برداشت، می‌توانند ارتباط فضایی بین نقاط اطلاعاتی را کشف کرده و در نتیجه به عنوان یک تخمینگر با کمینه پراکندگی خطای تخمین عمل کنند [۱]. اما از ویژگی‌های تخمینگر مذکور این است که نرم‌ترین منحنی را بر روی شبکه منطبق می‌کند. در صورتی که گاهی در طبیعت مورفولوژی‌هایی با شکست تیز وجود دارند که بدون شک تخمینگرهای نرم کننده برای آن مناطق مناسب نیستند. در واقع مورفولوژی سطوح طبیعی بسته به نوع فرآیندهای رسوب‌گذاری، فرسایش، محیط رشد ناهمگون، جنس سنگ، ویژگیهای هواشناسی و عوامل متعدد دیگر متنوع است.



شکل (۱): مثالی از خطای فاحش تخمینگر خطی.

همانطور که می‌دانیم در هندسه رایج (اقلیدسی) ابعاد فقط به صورت عدد صحیح وجود دارند. خط دارای بعد یک، صفحه از بعد دو و مکعب دارای بعد سه است، حال آنکه برای هر خط شکسته یا سطح ناهمواری می‌توان بُعدی را بدست آورد که عدد صحیح نیست. بسیاری از ساختارهای زمین‌شناسی همچون توپوگرافی از آمار فراکتالی پیروی می‌کنند [۲]. پس برای شبیه‌سازی سطوح می‌توان از تخمینگر فراکتال سود جست. جهت مطالعه ساختارهای فراکتالی می‌بایست بعد فراکتال ساختارها را اندازه‌گیری و محاسبه کرد. بدین ترتیب ابزار کمی بدست خواهد آمد که توسط آن می‌توان بین شکل ساختارهای مختلف تمایز قائل شد [۳].

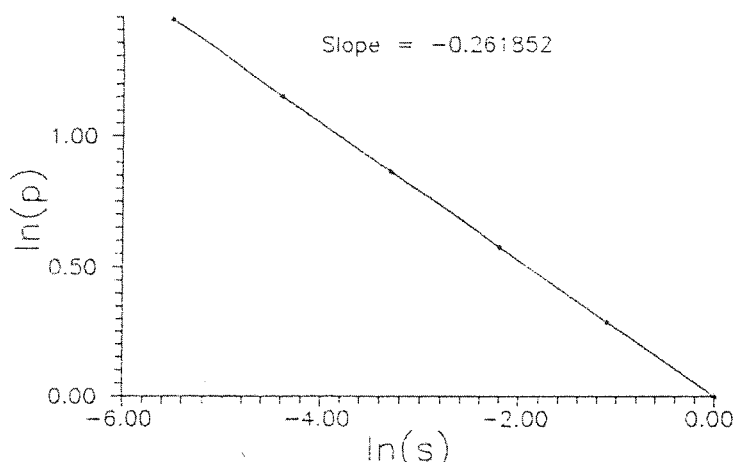
در این روش، ابتدا بعد فراکتال سطح برداشت شده محاسبه شده و سپس چگالی داده‌ها توسط تخمینگر بگونه‌ای افزایش خواهد یافت که در نهایت بعد فراکتال سطح شبیه‌سازی شده با بعد فراکتال سطح اولیه برابر باشد. برای این منظور در چندین منطقه برداشت توپوگرافی صورت گرفته و نرم‌افزارهایی جهت محاسبه بعد فراکتال و سپس شبیه‌سازی سطوح تدوین شده

۱- تئوری محاسبه بعد فراکتال و ارائه نرم افزار

از بعد فراکتالی بویژه برای دو منظور می توان استفاده کرد. اول اینکه می توان هر شکل را با این کمیت معرفی کرد؛ به معنای دیگر پیچ و تاب و تغییرپذیری آن را می توان شناساند، به گونه ای که اشکال پرشکنج تر بعد فراکتال بزرگتری خواهند داشت [۴]. استفاده دوم عرصه ای است که نیاز به کاوش و بررسی بیشتر دارد. در این موارد می بایست ارتباط بین بعد فراکتال و ویژگی های پدیده مورد پژوهش را شناخت [۵]. در این تحقیق ارتباط بین بعد فراکتال و توپوگرافی مطالعه شده است. بعد فراکتال را به روش های مختلفی می توان را محاسبه کرد. در این تحقیق سه روش پرگار تقسیم سیار^۱، پرگار تقسیم سیار دو بعدی^۲ و تغییرنما^۳ برای محاسبه بعد فراکتال خطوط و سطوح به کار گرفته شده و نرم افزاری بدین منظور به زبان برنامه نویسی دلفی و تحت ویندوز نوشته و ارائه شده است.

روش پرگار تقسیم سیار در اصل برای محاسبه بعد توپولوژی منحنی های دو بعدی استفاده می شود. روش کار به این صورت است که ابتدا طول منحنی مورد نظر با خط کشی به طول L اندازه گیری می شود. سپس در هر مرحله طول خط کش نصف شده و سپس طول منحنی اندازه گیری می شود. نهایتاً نمودار لگاریتم طول منحنی در برابر لگاریتم طول خط کش در هر مرحله رسم می گردد. شیب خطی که به روش کمترین مربعات، داده ها را درون یابی کند، برابر با b خواهد بود. در حالت کلی b مقداری منفی است. در شکل (۲) نموداری به منظور نمایش لگاریتم طول خط کش در مقابل لگاریتم طول منحنی به عنوان نمونه آورده شده است. در این حال بعد فراکتال با استفاده از رابطه ۱ محاسبه خواهد شد [۴].

$$D = 1 - b \quad (1)$$



شکل (۲): تصویری شماتیک جهت نمایش لگاریتم طول منحنی در مقابل لگاریتم طول خط کش.

این روش را می توان با تغییراتی برای محاسبه بعد فراکتال سطح نیز تعمیم داد. استفاده از این روش برای محاسبه بعد فراکتال سطح به دو صورت انجام می شود که در زیر شرح داده می شوند:

الف - ابتدا مجموعه ای مقاطع یک بعدی از سطح مورد نظر انتخاب می گردند. هر یک از مقاطع بعد فراکتال $(1-b)$ دارند که از طریق روش پرگار تقسیم سیار به دست آمده اند. میانگین بعد فراکتال مقاطع مختلف را محاسبه کرده و بعد فراکتال سطح توسط رابطه ۲ محاسبه می شود [۴].

$$D' = 1 + D \quad (2)$$

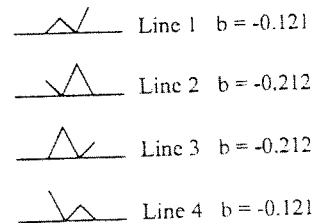
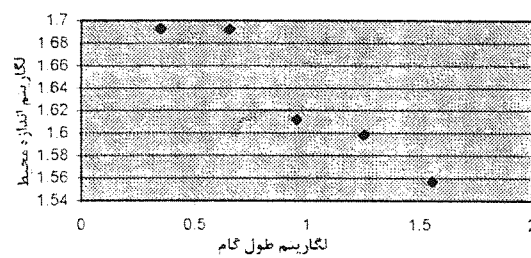
که در آن، D میانگین بعد فراکتال مقاطع مختلف و D' بعد فراکتال سطح است.

ب - ابتدا با خط کش به طول L طول کلیه مقاطع به دست آمده و مجموع آنها محاسبه می شود. در هر مرحله طول خط کش را نصف کرده و طول کلیه مقاطع با هم جمع زده می شوند. در نهایت نمودار لگاریتم جمع محیط مقاطع در مقابل لگاریتم

طول خط کش رسم شده و بعد فراکتال سطح از رابطه زیر به دست می آید:

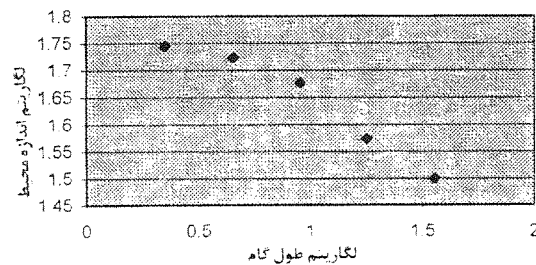
$$D = 2 - b \quad (3)$$

که در آن، D بعد فراکتال سطح و b شیب خط رگرسیون برای منحنی لگاریتم محیط سطح در مقابل لگاریتم طول خط کش است که عددی منفی است. این روش برای اولین بار در این طرح بکار برده شده و به نظر می آید نتایج معتبرتری را نسبت به روش اول ارائه می کند. در شکل (۳) نموداری برای مقایسه نتایج حاصل از روش های f و b در محاسبه بعد فراکتال به روش پرگار تقسیم سیار آورده شده است.



a- method Fractal Dim = $2 - (-0.121 - 0.212)/2 = 2.166$

b- method Fractal Dim = $2 - (-0.174)/2 = 2.174$



0	10	0	20
10	0	20	0
0	20	0	10
20	0	10	0

شکل (۳): مقایسه روش های f و b پرگار تقسیم سیار در محاسبه بعد فراکتال.

روش پرگار تقسیم سیار دو بعدی که معادل دو بعدی روش پرگار تقسیم سیار یک بعدی است، توسط کلرک^۴ (۱۹۸۶) ارائه شده است. طریقه عمل به این ترتیب است که ابتدا سلول واحد شبکه به عنوان گام اولیه در نظر گرفته می شود. مساحت این سلول برابر با حاصلضرب طول در عرض شبکه است. مقدار ارتفاع در چهار گوشه سلول مشخص است. مقدار میانگین این مقادیر به عنوان ارتفاع نقطه وسط سلول در نظر گرفته شده و از این نقطه به چهار گوشه سلول وصل می شود. مساحت رویه سلول برابر با جمع مساحت چهار مثلث حاصل است. در نهایت مساحت کلی سطح برابر با جمع مساحت رویه ها خواهد بود. در مراحل بعدی طول و عرض سلول شبکه را دو برابر کرده و بدین ترتیب مساحت سلول چهار برابر می شود. سپس مساحت کلی سطح محاسبه می شود. در نهایت نمودار لگاریتم مساحت کلی سطح در مقابل لگاریتم مساحت سلول شبکه رسم شده و خط برازش منطبق بر داده ها ترسیم می شود. خط مذکور دارای شیب b بوده و بعد فراکتال سطح از فرمول ۴ بدست می آید.

$$D = 2 - b \quad (4)$$

در روش تغییرنما، بعد فراکتال با استفاده از رابطه (۵) محاسبه می گردد. [۴]

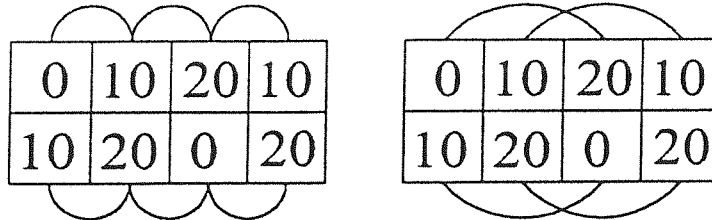
$$D = (D_T + 1) - \frac{\log \frac{\gamma(h_2)}{\gamma(h_1)}}{2 \log \left(\frac{h_2}{h_1} \right)} \quad (5)$$

که در آن D بعد فراکتال، D_T بعد اقلیدسی توپولوژی ساختار، h_1 و h_2 فاصله جدایش و $\gamma(h)$ مقدار تغییرنما برای فاصله

جدایش h است که مقدار آن از (۶) بدست می آید:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (z_{X_{i+1}} - z_{X_i})^2 \quad (۶)$$

برای مثال در شکل (۴)، $h_1 = 1$ و $h_2 = 2$ انتخاب می شود. در اینصورت مقادیر تغییرنما به صورت زیر محاسبه خواهند شد.



شکل (۴): یک شبکه نمونه جهت محاسبه مقادیر تغییرنما در گامهای مختلف.

$$h_1 = 1 \Rightarrow \gamma(h_1) = \frac{1}{12} \left((20-10)^2 + (0-20)^2 + (20-0)^2 + (10-0)^2 + (20-10)^2 + (10-20)^2 \right) = 62.5$$

$$h_2 = 2 \Rightarrow \gamma(h_2) = \frac{1}{8} \left((0-10)^2 + (20-20)^2 + (20-0)^2 + (10-10)^2 \right) = 100$$

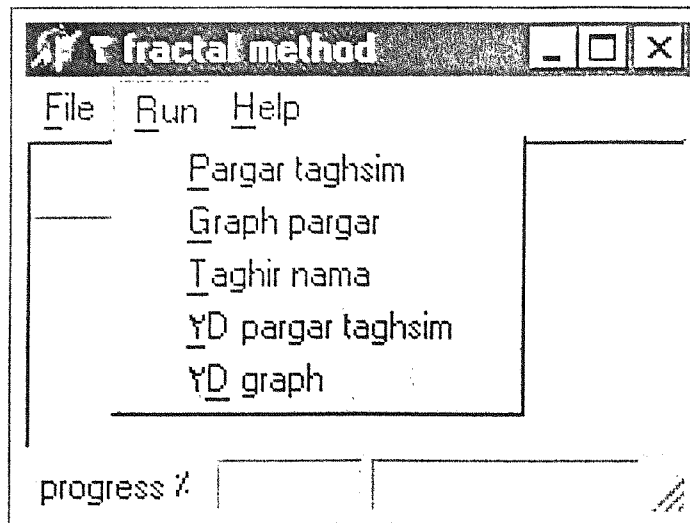
بنابراین در شکل (۴)، بعد فراکتال به صورت زیر محاسبه می شود:

$$D = (2+1) - \frac{\log\left(\frac{100}{62.5}\right)}{2 \log\left(\frac{2}{1}\right)} = 2.661$$

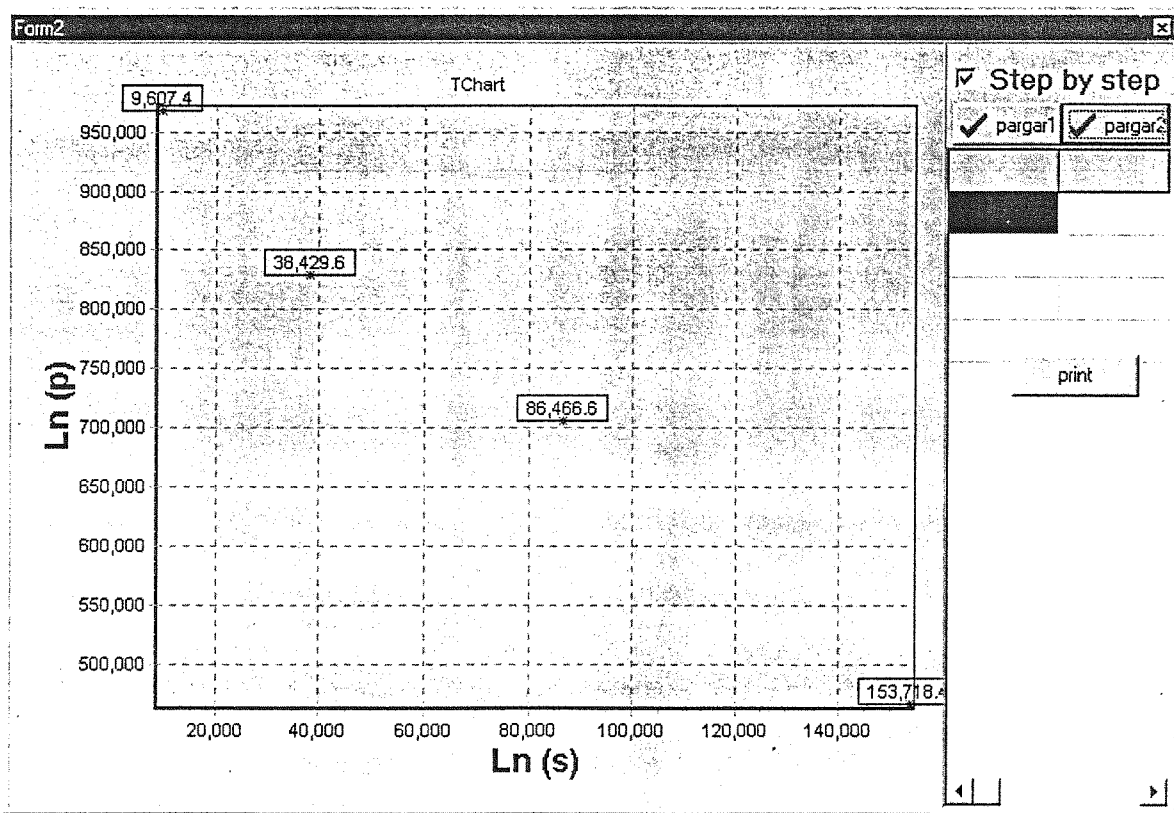
همانگونه که اشاره شد، برای محاسبه بعد فراکتال توسط هر سه الگوریتم مذکور، نرم افزاری تحت ویندوز با عنوان روشهای فراکتالی^۵ ارائه شده است. از توانمندیهای این نرم افزار قابلیت خواندن فایل های نرم افزار سورفر^۶ و ایجاد فایل های است که توسط نرم افزار مذکور قابل استفاده است. در این قسمت شمایی از عملکرد نرم افزار ارائه می شود. ابتدا توسط نرم افزار سورفر یک فایل شبکه ای از فایل داده اصلی ساخته شده و با فرمت ASCII XYZ ذخیره می گردد. این فایل توسط نرم افزار روشهای فراکتالی قابل شناسایی و خواندن است. در شکل (۵) شمایی از یک فایل شبکه ای باز شده دیده می شود. بعد فراکتال این سطح به سه روش مذکور قابل محاسبه است. انتخاب روش محاسبه بعد فراکتال از مسیر منوی Run امکان پذیر است (شکل (۶)). به عنوان نمونه پنجره نمایشگر محاسبه بعد فراکتال به روشهای پرگار تقسیم سیار و پرگار تقسیم سیار دو بعدی در شکل (۷) ارائه شده است که روشهای محاسباتی آنها طی روابط (۱) تا (۴) داده شدند. همچنین به عنوان نمونه در شکل (۸) نتیجه محاسبه بعد فراکتال به روش تغییرنما مربوط به یک فایل نمونه آورده شده است.

Y \ X	۰	۱	۲	۳	۴
۰	۹۰.۷۱۸۲۰۰۴۲۲۰۴۵	۷۷.۶۲۱۲۰۶۰۷۳۸۶۸	۶۲.۴۸۴۰۴۲۷۲۹۸۴۷	۴۹.۵۰۲۴۲۰۰۶۹۷۷۲	۵۲.۶۳۱۶۲۷۲۰۱۶۲۸
۱	۹۵.۸۵۵۱۷۴۵۶۶۹۷	۸۱.۶۱۶۶۹۲۰۶۳۲۵۲	۶۴.۱۸۱۰۶۱۵۷۴۴۷۴	۵۱.۰۲۲۲۸۱۵۴۴۹۶	۵۸.۹۸۹۷۵۷۷۲۰۷۲۴
۲	۱۰۴.۰۰۲۵۴۲۲۲۹۲۷	۸۴.۶۹۰۹۹۹۲۵۵۶۷۸	۶۶.۲۶۹۹۲۵۴۶۶۵۵	۵۶.۲۴۰۱۸۱۷۹۹۱۴۵	۶۸.۲۸۵۱۶۳۹۷۷۰۰۹
۳	۹۶.۵۶۷۲۸۲۸۵۸۲۵۵	۸۲.۲۷۰۰۶۶۸۰۲۲۲۳	۶۵.۷۴۹۷۱۲۹۶۱۴۰۱	۶۲.۲۳۶۹۸۲۳۶۰۵۹۷	۷۸.۸۳۹۴۸۹۷۲۴۵۹۶
۴	۹۰.۴۵۰۳۹۸۴۰۰۸۲۷	۷۹.۰۷۱۵۵۸۷۶۵۰۵	۶۶.۲۵۵۰۹۰۸۲۱۵۶۶	۶۶.۸۳۶۹۵۲۴۴۸۳۶	۷۹.۸۶۳۱۲۷۲۹۷۵۷
۵	۸۲.۵۳۹۹۵۹۷۹۰۱۱۴	۷۷.۱۵۵۷۰۳۶۱۹۸۲۸	۷۱.۲۸۶۶۲۵۲۹۲۴۹	۷۰.۵۰۰۵۰۶۱۹۹۰۴۹	۷۰.۸۸۲۱۰۸۳۹۹۷۴۵
۶	۷۵.۷۴۹۲۹۴۲۱۷۷۲۹	۶۹.۵۶۷۳۱۸۱۶۵۶	۷۱.۱۸۹۰۹۴۳۳۰۸۲۱	۷۴.۹۹۹۹۸۰۳۷۱۹۴۴	۶۲.۴۲۴۸۸۸۱۲۰۸۳۱
۷	۷۰.۰۰۰۰۹۳۲۹۷۸۳۲	۵۶.۴۰۵۴۰۷۸۴۱۳۹	۶۲.۳۸۸۶۱۵۸۳۴۴۳۲	۷۳.۵۴۰۷۲۱۸۵۰۶۲۵	۵۷.۴۳۲۸۴۷۵۹۷۱۰۹

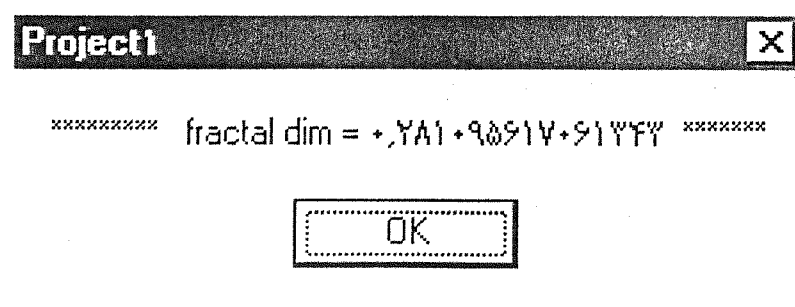
شکل (۵): شمایی ظاهری برنامه روشهای فراکتال پس از ورود اطلاعات.



شکل (۶): نحوه انتخاب دستورات مختلف محاسبه و نمایش مقادیر بعد فراکتال.



شکل (۷): نمایی از پنجره Graph.



شکل (۸): نمایش مقدار تغییرنمای سطح که توسط نرم افزار محاسبه شده است.

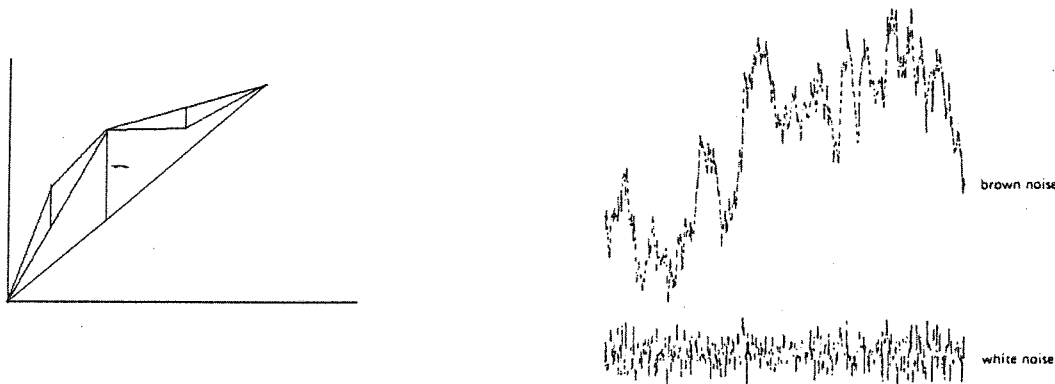
۲- ارائه نرم افزار شبیه سازی سطوح توپوگرافی

در این مرحله سطحی شبیه سازی می شود که بعد فراکتال آن با بعد فراکتال سطح اولیه برابر باشد. قدم اول در شبیه سازی ایجاد داده هایی تصادفی بر اساس الگوریتم حرکت پرسی^۷ است. حرکت براونی بر اساس حرکت تصادفی ذرات بنا شده است؛ بدین معنا که یک ذره به ازای هر واحد افزایش در محور x می تواند یک یا چند واحد در راستای محور y افزایش یا کاهش داشته باشد.

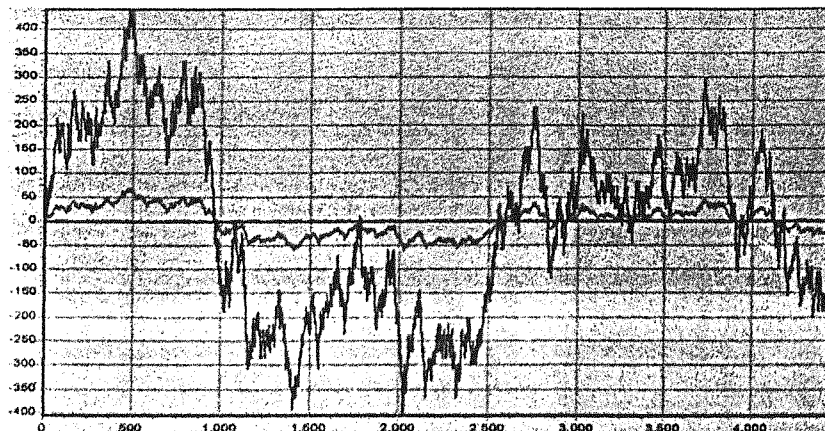
از نقطه نظر زمین آماری، حرکت براونی، مدل مفید و مهمی جهت مطالعه آماری ساختارهای زمین شناسی است [۶]. برای تولید حرکت براونی، نیاز به مجموعه ی ورودی هایی از اعداد تصادفی با توزیع نرمال به میانگین صفر و واریانس واحد است که اصطلاحاً اعداد تصادفی گوسی نامیده می شوند. روش تولید اعداد تصادفی گوسی در این مطالعه به این صورت بوده است که ابتدا یک مقدار اولیه به عنوان نقطه شروع حرکت براونی تولید می شود. سپس با استفاده از رابطه (۷) عدد تصادفی بعدی تولید می شود:

$$X(T_2) - X(T_1) \propto (T_2 - T_1)^H \quad (7)$$

در رابطه مذکور چنانچه $H = \frac{1}{2}$ باشد، حرکت براونی تصادفی استاندارد تولید خواهد شد که بعد فراکتال آن $1/5$ است. اما چنانچه H هر عدد دیگری در فاصله صفر و یک باشد ($0 < H < 1$)، حرکت براونی کسری با بعد فراکتال $D=2-H$ بدست می آید. در شکل ۹ پارازیت های سفید و همچنین پارازیت های براونی مربوطه به عنوان نمونه آورده شده اند [۴]. همچنین در شکل ۱۰ مثالی از تولید اعداد تصادفی حرکت براونی کسری توسط نرم افزار برای دو مقدار متفاوت H آورده شده است. در تحقیق حاضر مقدار H برابر با $0/5$ در نظر گرفته شده است. بدیهی است که در این صورت مقدار میانگین اعداد تصادفی تولید شده صفر خواهد بود. جالب اینکه هر چه اختلاف $T_2 - T_1$ افزایش یابد، واریانس اعداد تصادفی تولید شده افزایش خواهد یافت. از این خصلت جهت پردازش اطلاعات استفاده خواهد شد.

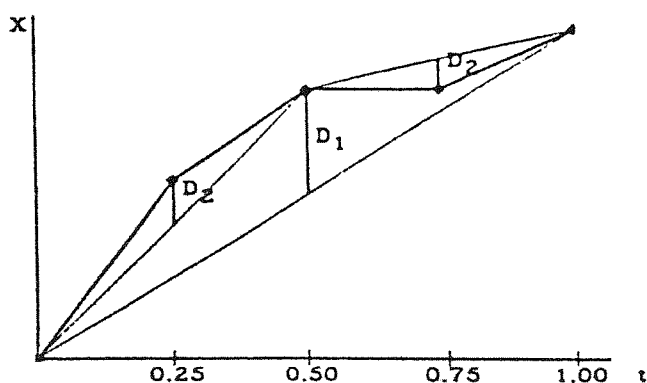


شکل (۹): حرکت براونی با پارازیت های سفید آن (پیتجن و سوپ ۱۹۸۸).



شکل (۱۰) مثالی از تولید اعداد تصادفی حرکت براونی کسری برای دو مقدار متفاوت از H که توسط نرم افزار تهیه و رسم شده است.

شبیه‌سازی خطوط توسط الگوریتم جابجایی نقطه میانی صورت گرفته است. این الگوریتم به دقت از مفهوم تکرار جابجاسازی (همچون منحنی سه‌گوش کوچک) پیروی می‌کند. در مورد خطوط، در هر مرحله از نتایج مرحله قبل به عنوان ورودی استفاده می‌شود. نقطه میانی قطعه اول به صورت متوسط دو نقطه انتهایی به علاوه یک اندازه جبرانی تصادفی محاسبه می‌شود که متناسب با اندازه قطعه است. این فرآیند روی دو قطعه جدید که شکل گرفته‌اند تکرار می‌شود تا شکل نهایی حاصل گردد. در شکل (۱۱) به صورت شمایی مثالی از جابجایی نقطه میانی برای حرکت براونی یک بعدی آورده شده است. توجه شود که اندازه جبرانی تصادفی، ضریبی متناسب با طول قطعه از یک عدد تصادفی گوسی است. به عبارت دقیقتر هر چه طول قطعه بزرگتر باشد، از مجموعه اعداد تصادفی استفاده خواهد شد که واریانس آنها بزرگتر است و بالعکس. در ضمن پس از هر مرحله جابجایی نقطه میانی، بعد فراکتال خط جدید محاسبه شده و در صورتی که بعد فراکتال آن با بعد فراکتال خط قبلی یکسان نباشد عملیات با عدد تصادفی دیگری تکرار می‌شود آنجا که در نهایت خط جدید با بعد فراکتال خط قبلی ساخته شود.



شکل (۱۱): جابجایی نقطه میانی برای حرکت براونی یک بعدی.

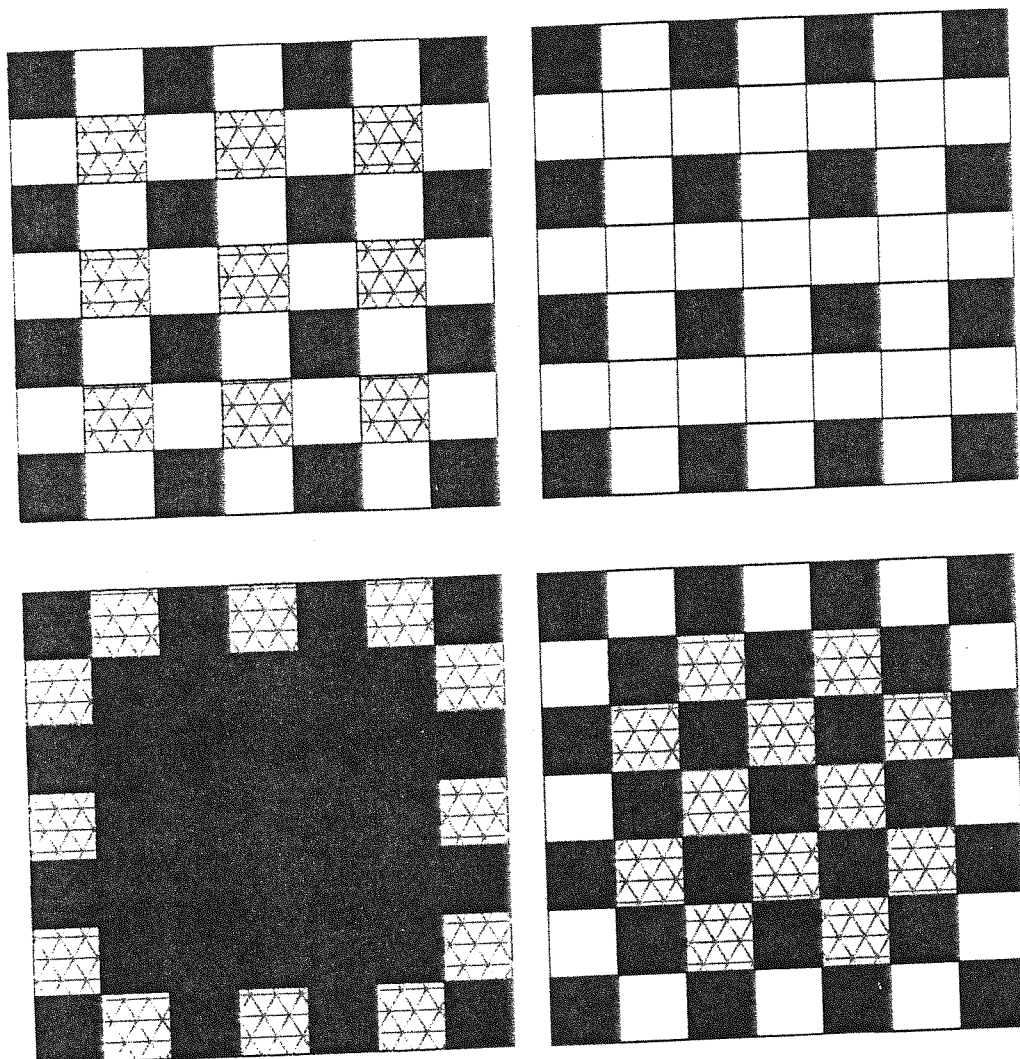
شبیه‌سازی سطوح نیز توسط الگوریتم جابجایی نقطه میانی صورت می‌گیرد. نقطه میانی یک سلول شبکه مربعی به صورت متوسط چهار نقطه گوشه‌ای بعلاوه یک جبرانی تصادفی متناسب با فاصله نقطه میانی از نقاط گوشه‌ای محاسبه می‌شود. از این روش بر روی شبکه سه ضلعی متساوی الاضلاع نیز استفاده شده است. ارتفاع نقطه میانی سه ضلعی برابر است با متوسط ارتفاع سه نقطه گوشه‌ای بعلاوه جبرانی تصادفی که متناسب با میانگین فواصل است. بدیهی است در این مورد نیز هر چه میانگین فواصل بزرگتر شده و یا بعد فراکتال سطح اولیه بزرگتر باشد، عدد تصادفی از مجموعه اعداد تصادفی با واریانس بزرگتر انتخاب خواهد شد. همچون روش یک بعدی، این مرحله از عملیات بقدری تکرار می‌شود که در نهایت سطح جدید شبیه‌سازی شده، بعد فراکتالی برابر با بعد فراکتال سطح اولیه داشته باشد. در هر مرحله از فرآیند ترکیب، نقطه میانی سلول شبکه مربعی از مرحله قبل حاصل می‌شود. اگر اندازه ضلع شبکه معمولی S باشد، شبکه جدید که 45 درجه نسبت به شبکه معمولی می‌چرخد، اندازه سلولی برابر با $\frac{S}{\sqrt{2}}$ خواهد داشت. در هر تکرار اندازه سلول شبکه در ضریب $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ضرب خواهد شد. در شکل (۱۲) سه مرحله اول الگوریتم جابجایی نقطه میانی بر روی یک شبکه منظم نشان داده شده است.





بر اساس روش‌های یاد شده، نرم‌افزاری تهیه شده که می‌تواند حرکت براونی را تولید کند. این نرم‌افزار تحت نام شبیه‌ساز فراکتال^۹ تحت ویندوز بوده و توسط زبان برنامه‌نویسی دلفی نوشته شده است. این نرم‌افزار توانایی استفاده از خروجی‌های شبکه‌بندی شده نرم‌افزار سورفر با فرمت .dat را دارد؛ همچنین می‌تواند داده‌های بلانک^{۱۰} شده را نیز به عنوان ورودی بپذیرد.

۳- مطالعه موردی

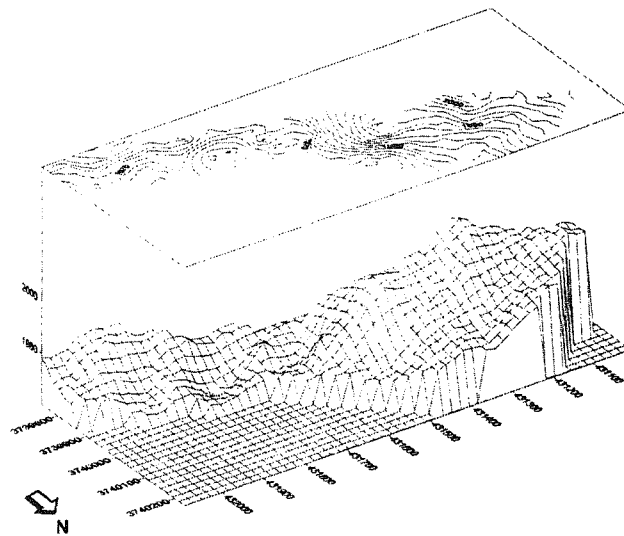
همانگونه که ذکر شد از چندین منطقه نقشه توپوگرافی تهیه شده است. عملیات پردازش، محاسبه بعد فراکتال و شبیه‌سازی سطوح با بعد فراکتال یکسان بر روی کلیه مناطق صورت گرفته که در این نوشتار به عنوان مثال، نتایج شبیه‌سازی بر روی اطلاعات منطقه محلات ارائه می‌شود.

در قدم اول، بعد فراکتال سطح توپوگرافی منطقه تنها با استفاده از اعداد اولیه برداشت شده، به روش تغییرنا محاسبه و بعد فراکتال این منطقه برابر ۲/۱۷۲ است. سپس چگالی داده‌ها به روش جابجایی نقطه میانی دو بعدی به حدود چهار برابر افزایش یافت؛ بگونه‌ایکه بعد فراکتال سطح جدید نیز برای ۲/۱۷۲ بدست آمد. این عملیات مجدداً تکرار شده است بگونه‌ایکه مجدداً بعد فراکتال تغییری نکند. در شکل‌های ۱۳ الی ۱۶ به ترتیب نقشه توپوگرافی و سه بعدی منطقه محلات در حالت پردازش با روش کریجینگ و جابجایی نقطه میانی با فواصل خطوط شبکه مختلف آورده شده است. فواصل خطوط شبکه‌بندی، نوع روش پردازش و بعد فراکتال سطح شبیه‌سازی شده در جدول (۱) ملاحظه می‌شود.

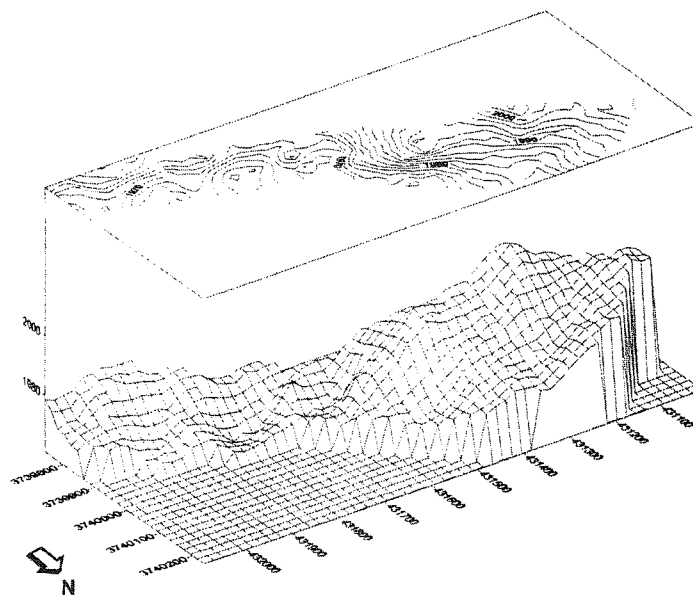


-  داده‌های مربوط به شبکه اولیه
-  داده‌های مربوط به اجرای مرحله اول الگوریتم جابجایی نقطه میانی
-  داده‌های مربوط به اجرای مرحله دوم الگوریتم جابجایی نقطه میانی
-  داده‌های مربوط به اجرای الگوریتم جابجایی نقطه میانی بر روی نقاط مرزی

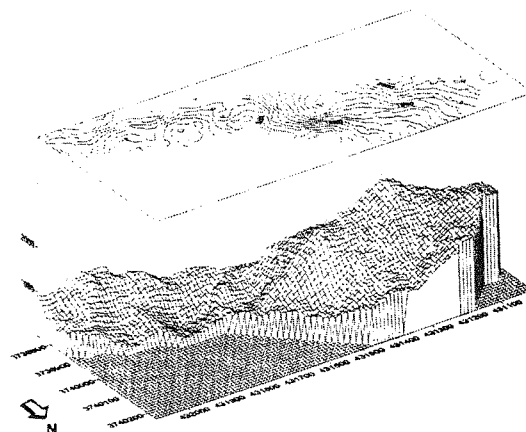
شکل (۱۲): سه مرحله اول الگوریتم جابجایی نقطه میانی بر روی یک شبکه منظم.



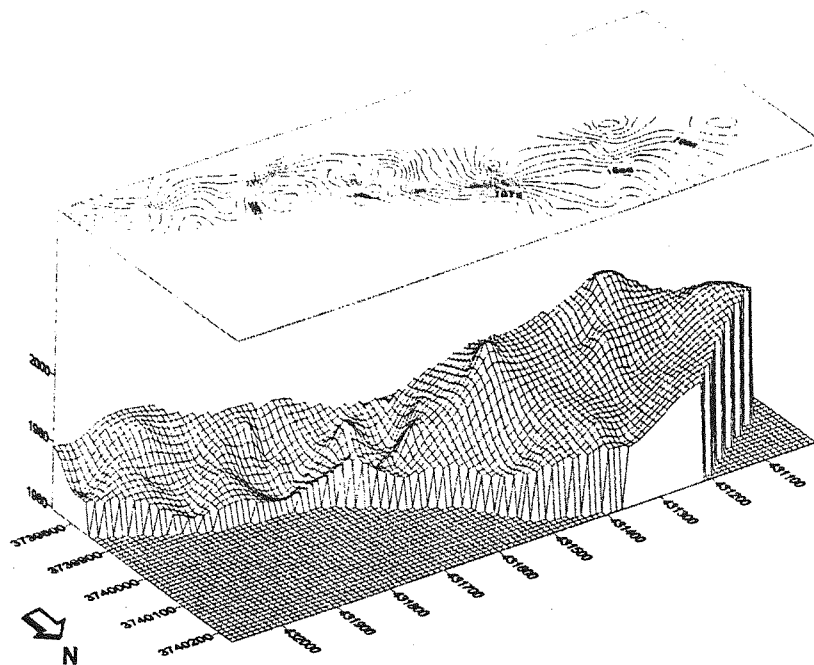
شکل (۱۳): نقشه توپوگرافی و سه بعدی حاصل از کریدینگ داده‌های منطقه محلات با فواصل خطوط شبکه ۴۰ متر.



شکل (۱۴): نقشه توپوگرافی و سه بعدی حاصل از جابجایی نقطه میانی داده‌های منطقه محلات با فواصل خطوط شبکه ۲۰ متر.



شکل (۱۵): نقشه توپوگرافی و سه بعدی حاصل از جابجایی نقطه میانی داده‌های منطقه محلات با فواصل خطوط شبکه ۱۰ متر.



شکل (۱۶): نقشه توپوگرافی و سه بعدی حاصل از کریجینگ داده‌های منطقه محلات با فواصل خطوط شبکه ۱۰ متر.

جدول (۱): نتایج چگال کردن سطوح و بعد فراکتال حاصل از آنها.

شکل	فواصل خطوط شبکه	پردازشگر	بعد فراکتال
۱۳	۴۰	کریجینگ	۲,۱۷۲
۱۴	۲۰	جابجایی نقطه میانی	۲,۱۷۲
۱۵	۱۰	جابجایی نقطه میانی	۲,۱۷۲
۱۶	۱۰	کریجینگ	۲,۰۵۶

همانگونه که در جدول ۱ ملاحظه می‌شود، در صورت استفاده از کریجینگ برای تخمین داده‌های جدید، سطح شبیه‌سازی شده بعد فراکتال کوچکتری نسبت به سطح اولیه خواهد داشت. از این منظر، پردازشگر جابجایی نقطه میانی نسبت به پردازشگر کریجینگ و یا هر پردازشگر دیگری ارجحیت دارد.

۴- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

ملاحظه شد که به روش جابجایی نقطه میانی، سطوحی را می‌توان شبیه‌سازی کرد که به لحاظ آماری شبیه سطوح اولیه هستند. همچنین اثبات شد که تخمینگرهای دیگر و در رأس آنها کریجینگ، قابلیت شبیه‌سازی سطوح معتبر آماری را ندارند، هر چند که ممکن است اینگونه تخمینگرها کمترین واریانس تخمین را نیز ارائه دهند. با توجه به مطالعات صورت گرفته، مشخص می‌شود که می‌توان از منطق فراکتال به منظور ترسیم منحنی‌های هم‌عیار، هم‌ضخامت و غیره در فعالیتهای معدنکاری و همچنین منحنی‌های هم‌گرانی، هم‌مغناطیس و غیره در برداشتهای ژئوفیزیکی بهره‌جست. در ضمن، این روش برای مطالعه زبری یا بعد فراکتال هر سطحی در طبیعت و یا صنعت قابل بهره‌برداری است؛ هر چند که ممکن است برای هر کاربردی نیاز به اعمال تغییراتی در روش و نرم‌افزار باشد.

۵- تقدیر و تشکر

گزارش حاضر، نتیجه مطالعات صورت گرفته در راستای انجام طرح پژوهشی مصوب دانشگاه صنعتی شاهرود است. از این رو، لازم است از مساعدتهای مسؤولان محترم دانشگاه صنعتی شاهرود و بالاخص مدیران محترم پژوهشی دانشگاه کمال تشکر را به

جا آورم. همچنین از آقای دکتر مهدی ایران‌نژاد به سبب ارائه نقطه نظرات راهبردی و آقای سید علی کاظمی، دانشجوی محترم رشته معدن دانشگاه صنعتی شاهرود، به دلیل برنامه نویسی کلیه نرم‌افزارها و همفکری در اجرای طرح تشکر می‌کنم.

زیر نویس‌ها

- | | |
|--|------------------------------|
| 1- inverse distance | 9- Barough |
| 2- Kriging | 10 - fractal methods |
| 3-minimum curvature | 11 - surfer |
| 4- triangulation with linear interpolation | 12 - fractal Brownian motion |
| 5- motion dividers | 13 - Hurst exponent |
| 6- 2D motion dividers | 14 - fractal simulation |
| 7- variogram | 15 - blank |
| 8- Clerck | |

مراجع

- [1] مدنی - حسن، "مبانی زمین‌آمار"، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر - واحد تفرش، ۱۳۷۳
- [۲] تخم‌چی - بهزاد، "شبیه‌سازی و مدل‌سازی زمین‌آمار و هندسه فراکتال"، سمینار کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تابستان ۱۳۷۵
- [3] Barabasi, A.L. and Stanley, H.E., "Fractal concepts in surface growth" Cambridge University Press, 1995
- [4] Kuchta, Marke. "Improved mine planning using geostatistical and fractal geometry for geologic modeling", Lulea, Sweden - June 1990
- [۵] شه‌ریاری - سهراب، خطیب - محمد مهدی، "تحلیل فراکتالی سیستم گسل نهبندان"، مجله علوم زمین، شماره ۲۳ و ۲۴، بهار و تابستان ۷۶، صفحه ۲۲ تا ۳۹
- [6] Journal, A.C and Huijbregts "Mining geostatistics" Academic Press - 1990