بهینه‌سازی محدوده معدنکاری زیرزمینی با روش برنامه‌ریزی پویا

سید محمد اسماعیل جلالی[i]؛ مجید عطایی‌پور[ii]

چکیده

با وجود آنکه الگوریتم‌های متعددی به منظور بهینه‌سازی محدوده نهایی معدنکاری روباز ارائه شده است؛ اما تاکنون تدوین و توسعه چنین الگوریتم‌هایی برای بهینه‌سازی محدوده نهایی معدنکاری زیرزمینی به دلیل تعدد روش‌های استخراج زیرزمینی، پیچیدگی محاسبه پارامترهای اقتصادی و عدم وجود فرهنگ استفاده از این الگوریتم‌ها، با موفقیت چشمگیری همراه نبوده است. در این مقاله یک الگوریتم دو بعدی با اتکا به منطق برنامه‌ریزی پویا برای تعیین محدوده بهینه معدنکاری زیرزمینی بر روی یک مدل اقتصادی ویژه ارائه شده است. در مدل اقتصادی مورد نظر، محدودیت‌های طول و ارتفاع کارگاه استخراج، از طریق مفهوم زیرکارگاه‌ها، که اجزای سازنده کارگاه‌های استخراج هستند؛ اعمال شده است. الگوریتم ارائه شده با بهره‌گیری از یک تابع دو ضابطه‌ای تکرار شونده بر روی مدل اقتصادی مذکور اجرا می‌شود و محدوده بهینه برای دست‌یابی به سود بیشینه را تعیین می‌کند. از این الگوریتم می‌توان برای بهینه‌سازی محدوده معدنکاری در کانسارهای رگه‌ای با کاربرد هر یک از روش‌های استخراج زیرزمینی سود جست.

کلمات کلیدی

معدنکاری زیرزمینی، محدوده معدنکاری زیرزمینی، بهینه‌سازی، برنامه‌ریزی پویا

Stope Boundaries Optimisation Using a Dynamic Programming Algorithm

S.E. Jalali; M. Ataee-pour

ABSTRACT

A large number of algorithms have been developed for optimisation of mining limits in open pit boundaries, however, little amount of research is available for underground cases. This is mostly due to variability of the underground mining methods, complexity of economic factors in underground mines and lack of acceptability of computer algorithms among the underground mine design practitioners. This paper presents a new algorithm to optimise ultimate stope geometry, using the dynamic programming technique. The algorithm employs a conventional 2D economic block model, called the "primary model". The minimum stope height and length are imposed to the primary to construct intermediate and final models. The dynamic programming algorithm is then applied on the final model to maximize the stope total net value. The task is performed through a recursive formula, which consists of two criteria. The proposed dynamic programming algorithm is best suited for vein type orebodies using any type of underground mining methods.

KEYWORDS

Underground Mining, Stope Boundaries, Optimisation, Dynamic Programming

[i] دانشجوی دکترای مهندسی استخراج معدن، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، Jalalisme@aut.ac.ir.

[ii] استادیار دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، map60@aut.ac.ir.

۱- مقدمه

در چند دهه اخیر به دلیل استفاده گسترده از کامپیوتر و ضرورت توجه به تفکر بهینه‌سازی، استفاده از روش‌های طراحی کامپیوتری مبتنی بر الگوریتم‌های بهینه سازی اقتصادی، مطرح و روز به روز گسترش یافته است. طرح و گسترش الگوریتم‌های بهینه سازی محدوده نهایی معادن در مورد معدنکاری روباز بسیار چشمگیر و قابل توجه می‌باشد و این در حالی است که به دلیل تعدد روش‌های استخراج زیرزمینی، پیچیدگی محاسبه پارامترهای اقتصادی محدوده معدنکاری و عدم وجود فرهنگ استفاده از این الگوریتم‌ها، طراحی و پیشرفت چنین الگوریتم‌هایی برای تعیین محدوده معدنکاری زیرزمینی بسیار اندک و کند است.

با توجه به محدودیت‌های مذکور، هر یک از الگوریتم‌هایی که تا کنون ارائه شده‌اند با تمرکز بر روی برخی از محدودیت‌ها و مشکلات موجود، سعی داشته‌اند که بخشی از پیچیدگی‌های تعیین محدوده نهایی معدنکاری زیرزمینی را حل کنند و یا تنها برای استفاده در روش استخراج خاصی تدوین شده‌اند.

الگوریتم ارائه شده در این مقاله، یک الگوریتم دو بعدی با منطق ریاضی است که بر روی نوع ویژه‌ای از مدل بلوکی اقتصادی محدوده معدنکاری تعریف می‌شود. تابع هدف در این الگوریتم دست‌یابی به حداکثر ارزش اقتصادی بدون در نظر گرفتن ارزش زمانی پول است. در الگوریتم ارائه شده جستجوی محدوده بهینه معدنکاری و تعیین ارزش اقتصادی متناسب با محدوده مذکور با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا و از طریق یک تابع تکرار شونده انجام می‌شود.

۲- الگوریتم‌های بهینه‌سازی محدوده نهایی معادن زیرزمینی

به طور کلی، الگوریتم‌های ارائه شده برای بهینه‌سازی اقتصادی محدوده نهایی معادن زیرزمینی را از نظر منطق مورد استفاده در آنها می‌توان به دو گروه "الگوریتم‌های دارای منطق ریاضی" (Rigorous Algorithms) و "الگوریتم‌های دارای منطق جستجوگر" (Heuristic Algorithms) تقسیم کرد.

۲-۱- الگوریتم‌های دارای منطق ریاضی

در این گروه می‌توان به الگوریتم "برنامه‌ریزی پویا" (Dynamic Programming) که در سال ۱۹۷۷ ارائه شده‌است[۸] و الگوریتم "شاخه و حد" (Branch and Bound) که مبانی آن در سال ۱۹۹۵ بیان شده است، اشاره کرد [۶]، [۷]. این الگوریتم‌ها پشتوانه قوی ریاضی اما کاربردهای محدودی دارند و تنها در روش‌های استخراج زیرزمینی خاصی قابل استفاده هستند. مهم‌ترین وجه اشتراک این الگوریتم‌ها این است که تاکنون تنها در مدل‌های اقتصادی (Economic Models) دو و یک بعدی استفاده شده‌اند.

۲-۲- الگوریتم‌های دارای منطق جستجوگر

الگوریتم "کارگاه شناور" (Floating Stope) که در سال ۱۹۹۵ ارائه شده است [۱] و الگوریتم "با ارزش‌ترین همسایگی" (Maximum Value Neighbourhood) که در سال ۱۹۹۷ تدوین شده‌است [۲] منطق جستجوگر دارند. این گروه از الگوریتم‌ها در مقایسه با الگوریتم‌های دارای منطق ریاضی از جامعیت و عمومیت بیشتری برخوردار هستند و می‌توان آنها را بر روی مدل‌های اقتصادی سه بعدی بکار برد؛ اما تجربه نشان داده است که چنین الگوریتم‌هایی به واسطه عدم قطعیت در تعیین محدوده بهینه معدنکاری و همچنین دور ماندن بعضی از ظرائف و نکات اساسی از دید پدید آورندگان آنها، بارها بازنگری و ترمیم شده‌اند. به این ترتیب، همواره باید منتظر اعمال تصحیحات جدید برای سازگار کردن الگوریتم‌های موجود با شرایط فنی روش‌های استخراج و رفع کاستی‌های آنها بود.

علاوه بر الگوریتم‌های فوق، دو گروه دیگر از الگوریتم‌ها (یا رهیافت‌ها) را که بر خلاف الگوریتم‌های ذکر شده بر روی مدل‌های اقتصادی تعریف نشده‌اند، می‌توان نام برد. این الگوریتم‌ها بر روی نوع خاصی از مدل‌های بلوکی زمین‌شناسی محدوده معدنکاری تعریف می‌شوند. گروه اول، الگوریتم تقسیم هشت‌گانه (Octree Division) که در سال ۱۹۸۹ ارائه شده است[۳] و همچنین رهیافت‌های زمین آماری (Geostatistical Approach) که در سال ۱۹۸۴ ارائه شده است [۴] را در بر می‌گیرد. گروه دوم، رهیافت‌هایی است که در آنها عمدتاً بهینه‌سازی محدوده معدنکاری زیرزمینی با نگرش به موضوع عدم قطعیت و مخاطره عیار و با کاربرد یکی از الگوریتم‌های موجود انجام می‌پذیرد [۵].

مهم‌ترین نقطه ضعف این الگوریتم‌ها پیچیدگی آنها و عدم دخالت مستقیم پارامترهای اقتصادی در مدلسازی محدوده معدنکاری است.

۳- مدلسازی محدوده معدنکاری

برای کاربرد الگوریتم ارائه شده در این مقاله، یک مدل اقتصادی دو بعدی ویژه که در آن محدودیت‌های ارتفاع و طول

کارگاه‌های استخراج منظور شده باشد، توسعه داده شده است. برای دست‌یابی به چنین مدلی باید ابتدا مدل اقتصادی محدوده معدنکاری با توجه به اطلاعات فنی و اقتصادی روش معدنکاری، به‌عنوان مدل اولیه، ساخته شود و سپس با اضافه کردن محدودیت‌های فنی و هندسی روش استخراج، طی دو مرحله، ابتدا مدل اقتصادی میانی و سپس مدل اقتصادی نهایی که الگوریتم مورد نظر بر روی آن اجرا می‌شود، تولید شود.

۳-۱- مدل اقتصادی اولیه

مدل اقتصادی اولیه در واقع یک مدل اقتصادی دو بعدی مرسوم (2D Conventional Economic Model) است که برای ساخت آن، محدوده معدنکاری در هر طبقه یا پهنه در جهات متعامد به بلوک‌هایی با ابعاد مشخص تقسیم می‌شود و بعد سوم محدوده معدنکاری (کانسار) بر روی صفحه‌ای که شامل امتداد و شیب آن است، تصویر می‌شود. به این ترتیب، با توجه به مقدار و عیار ماده معدنی و همچنین پارامترهای اقتصادی روش استخراج، می‌توان ارزش اقتصادی هر بلوک، BEV، (Block Economic Value) را محاسبه و مدل اقتصادی اولیه محدوده معدنکاری را تولید کرد.

در مدل اقتصادی اولیه، ابعاد بلوک‌ها در جهت امتدادی و شیبی می‌تواند با هم متفاوت باشد و بر اساس روش استخراج، شرایط زمین‌شناسی، توزیع عیار و عوامل دیگر تعیین شود. در شکل(۱) نمونه‌ای از مدل اقتصادی اولیه محدوده معدنکاری که در جهت امتدادی شامل ۱۰ بلوک و در جهت شیبی شامل ٤ بلوک است، مشاهده می‌شود. عددی که داخل هر یک از بلوک‌ها نوشته شده‌است، به صورت نسبی نشان دهنده تفاضل درآمد حاصل از فروش مواد استخراج شده از هر بلوک با هزینه‌های معدنکاری آن است. عدد ۱- ارزش بلوک‌هایی را نشان می‌دهد که از فروش آنها هیچ درآمدی کسب نشده و با استخراج آنها تنها هزینه‌های معدنکاری به بهره‌بردار معدن تحمیل می‌شود. در بلوک‌هایی که دارای ارزش صفر هستند، هزینه‌های معدنکاری با درآمد حاصل از استخراج بلوک برابر است و بالاخره بلوک‌هایی که ارزش مثبت دارند بر این واقعیت دلالت می‌کنند که درآمد حاصل از استخراج آنها بیش از هزینه‌های استخراج آنهاست.

y										
4	-1	1	1	0	-1	-1	-1	-1	1	1
3	0	1	2	1	-1	-1	2	0	2	2
2	2	2	0	2	0	1	1	2	1	1
1	1	1	-1	1	-1	1	0	1	2	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

x

شکل(۱): نمونه‌ای از مدل اقتصادی اولیه از یک کانسار

با توجه به آنچه گفته شد، مدل اقتصادی اولیه در واقع یک ماتریس دو بعدی است که هر یک از درایه‌های آن، $m_{y,x}$، ارزش اقتصادی یک بلوک را که در ستون x ام و سطر y ام واقع است نشان می‌دهد. تعداد ستون‌های این ماتریس، X، نشان‌دهنده تعداد بلوک‌ها در جهت امتدادی و تعداد سطرهای آن، Y، بیان کننده تعداد بلوک‌های مدل اقتصادی اولیه در جهت شیبی است.

۳-۲- مدل اقتصادی میانی

مدل اقتصادی میانی به منظور انتقال محدودیت ارتفاعی کارگاه استخراج به مدل اقتصادی محدوده معدنکاری و حذف آن از محدودیت ها و قیود الگوریتم، ساخته می‌شود. برای ساخت مدل اقتصادی میانی، باید در هر ستون از مدل اقتصادی اولیه، تمامی حالات ممکن برای جانمایی بخشی از یک کارگاه با عرض یک بلوک و با ارتفاع‌های مختلف و قابل قبول که زیرکارگاه (Sub Stope) نامیده می‌شوند، بررسی و ارزش اقتصادی تمام زیرکارگاه‌های مورد نظر در هر ستون محاسبه شود. تعداد زیرکارگاه‌های استخراج محتمل در هر ستون به محدودیت ارتفاعی کارگاه استخراج (محدودیت در جهت شیب محدوده معدنکاری) بستگی دارد. حداکثر تعداد زیرکارگاه‌های محتمل در هر ستون که در جهت شیب محدوده معدنکاری متشکل از یک یا چند بلوک مجاور هم می‌باشند، برابر با مجموع ارقام ۱ تا Y خواهد بود:

$$NS_x = \sum_{y=1}^{Y} y \quad , \quad 1 \le x \le X \qquad (۱)$$

که در آن NS_x تعداد زیرکارگاه‌های محتمل در ستون x ام، x شماره ستون، X تعداد ستون‌ها، y شماره سطر، Y تعداد سطرها است.

به عنوان مثال، اگر مدل اقتصادی اولیه شامل ٤ سطر باشد، (Y=٤)، تعداد زیرکارگاه‌های محتمل در هر ستون از این مدل اقتصادی بدون در نظر گرفتن محدودیت ارتفاعی کارگاه استخراج برابر است با:

$$NS_x = \sum_{y=1}^{4} y = 1+2+3+4 = 10$$

در این شرایط، یک زیرکارگاه به ارتفاع چهار بلوک، دو

زیرکارگاه به ارتفاع سه بلوک، سه زیرکارگاه به ارتفاع دو بلوک و بالاخره چهار زیرکارگاه به ارتفاع یک بلوک می‌تواند وجود داشته باشد. به‌طور کلی، در یک مدل بلوکی که شامل Y سطر و X ستون است، اگر حداقل ارتفاع کارگاه برابر با h بلوک در نظر گرفته شود، تعداد زیرکارگاه‌های محتمل در هر ستون که در جهت شیب محدوده معدنکاری از تعدادی بلوک مجاور هم تشکیل شده باشند، از (۲) قابل محاسبه است.

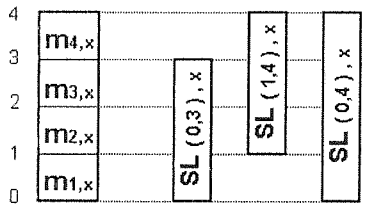
$$NS_{x,h} = \sum_{y=h}^{Y} (y-h+1) \quad , \quad 1 \le x \le X \qquad (۲)$$

که در آن $NS_{x,h}$ تعداد زیرکارگاه‌های محتمل در ستون x ام با حداقل ارتفاع h و h حداقل ارتفاع زیرکارگاه بر حسب تعداد بلوک است. سایر پارامترها پیش از این تعریف شده‌اند.

چنانچه حداقل ارتفاع کارگاه‌های استخراج در مثال قبل برابر با سه بلوک (h=۳) در نظر گرفته‌شود، تعداد زیرکارگاه‌های محتمل در هر ستون، x، برابر است با:

$$NS_{x,3} = \sum_{y=3}^{4} (y-2) = 1+2 = 3$$

موقعیت هر یک از زیرکارگاه‌های محتمل در هر ستون، x، با یک کد به‌صورت $SL_{(f,c),x}$ (Stope Location) مشخص می‌شود که در آن اندیس (f,c) زوج مرتبی است که عضو اول آن، f، موقعیت کف زیرکارگاه و عضو دوم آن، c، موقعیت سقف زیرکارگاه در ستون x ام را نشان می‌دهد. اگر زیرکارگاه شامل سه بلوک مجاور واقع در ردیف‌های اول، دوم و سوم از ستون x ام باشد، در این صورت کد موقعیت آن به صورت $SL_{(0,3),x}$ نشان داده می‌شود. در شکل(۲) موقعیت هر یک از سه زیرکارگاه محتمل برای ستون x ام از مدل اقتصادی ارائه شده در شکل(۱) آورده شده است. در این زیرکارگاه، ارزش اقتصادی بلوک‌های واقع در سطرهای اول تا چهارم به ترتیب با $m_{1,x}$، $m_{2,x}$، $m_{3,x}$ و $m_{4,x}$ نشان داده شده است.



شکل(۲): موقعیت زیرکارگاه‌های محتمل با حداقل ارتفاع سه بلوک

پس از تعیین و جانمایی زیرکارگاه‌های محتمل ارزش اقتصادی هر کارگاه در هر ستون را می‌توان از (۳) به دست آورد:

$$M_{(f,c),x} = \sum_{y=f}^{c} m_{y+1,x} \qquad (۳)$$

subject to :

$1 \le x \le X, 0 \le f \le Y\text{-}h,\ h \le c \le Y$

که در آن $M_{(f,c),x}$ ارزش اقتصادی زیرکارگاه واقع در موقعیت $SL_{(f,c),x}$، $m_{y,x}$ ارزش اقتصادی بلوک واقع در سطر yام و ستون xام از مدل اقتصادی اولیه محدوده معدنکاری، f موقعیت کف زیرکارگاه و c موقعیت سقف زیرکارگاه است.

پس از محاسبه ارزش اقتصادی هر یک از زیرکارگاه‌های محتمل می‌توان مدل اقتصادی میانی را که تعداد ستون‌های آن برابر با تعداد ستون‌های مدل اقتصادی اولیه و تعداد سطرهای آن یکی بیشتر از تعداد زیرکارگاه‌های محتمل در هر ستون (یعنی $NS_{x,h}$+1) است ایجاد کرود.

در شکل (۳) مدل اقتصادی میانی برای یک محدوده معدنکاری که مدل اقتصادی اولیه آن در شکل(۱) آمده است، با فرض اینکه حداقل ارتفاع کارگاه سه بلوک باشد، مشاهده می‌شود. پایین‌ترین سطر این مدل، ارزش اقتصادی زیرکارگاه‌هایی در موقعیت $SL_{(0,0),x}$ را نشان می‌دهد که در واقع زیرکارگاه‌های مجازی با ارتفاع صفر بلوک است. سایر سطرهای این مدل اقتصادی به ترتیب از پایین به بالا نشانگر ارزش اقتصادی زیرکارگاه‌هایی با موقعیت‌های $SL_{(0,3),x}$، $SL_{(1,4),x}$ و $SL_{(0,4),x}$ است. بنابراین، مدل اقتصادی میانی در هر ستون، بدون در نظر گرفتن سطر مجازی که دارای موقعیت $SL_{(0,0),x}$ است، مشتمل بر سه بلوک دیگر است که در هر بلوک آن ارزش اقتصادی یک زیرکارگاه محتمل؛ یعنی $M_{(f,c),x}$، درج شده است.

M(0,4)	2	5	2	4	-3	0	2	2	6	5
M(1,4)	1	4	3	3	-2	-1	2	1	4	4
M(0,3)	3	4	1	4	-2	1	3	3	5	4
M(0,0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

شکل (۳) : مدل اقتصادی میانی

همان طور که ذکر شد، ارزش اقتصادی زیرکارگاه‌های مجازی، واقع در پایین‌ترین سطر مدل اقتصادی فوق، برابر با صفر است و این سطر صرفا به منظور تسهیل در کاربرد الگوریتم برنامه‌ریزی پویا اضافه شده است. به‌عبارت دیگر:

$$M_{(0,0),x} = 0 \quad , \quad 1 \le x \le X \qquad (۴)$$

۳-۳- مدل اقتصادی نهایی

با در دست داشتن مدل اقتصادی میانی می‌توان مدل اقتصادی نهایی محدوده معدنکاری را تولید کرد که در آن،

علاوه بر محدودیت ارتفاع کارگاه استخراج، محدودیت طول کارگاه استخراج (در جهت امتدادی) نیز منظور می‌شود.

حداقل طول کارگاه‌های استخراج به روش استخراج و تجهیزات مورد استفاده در آن روش بستگی دارد. عموماً حداقل طول کارگاه‌های استخراج در روش‌های استخراج زیرزمینی بیش از یک بلوک است که از کنار هم قرار گرفتن چند زیرکارگاه (در جهت امتدادی) پدید می‌آید. اگر محدودیت حداقل طول کارگاه استخراج اعمال نشود ممکن است با کاربرد الگوریتم ارائه شده در این مقاله، محدوده‌هایی با ارزش اقتصادی زیاد؛ اما طولی کمتر از حداقل طول مجاز کارگاه استخراج، ایجاد شوند که عملاً قابل استخراج نباشند.

معمولاً محدودیتی از نظر حداکثر طول مجاز کارگاه استخراج منظور نمی‌شود و اگر گسترش طولی (امتدادی) محدوده بهینه معدنکاری از حداکثر طول مجاز کارگاه بیشتر شود، می‌توان محدوده مورد نظر را با در نظر گرفتن حداقل طول مجاز کارگاه استخراج به دو یا چند محدوده کوچک‌تر تقسیم کرد.

مدل اقتصادی نهایی با اعمال محدودیت حداقل طول کارگاه استخراج و بر مبنای مدل اقتصادی میانی ساخته می‌شود. با ساخت این مدل، زمینه لازم برای استفاده از الگوریتم ارائه شده و تعیین محدوده بهینه معدنکاری فراهم می‌شود.

در هر یک از بلوک‌های مدل اقتصادی نهایی، حداکثر ارزش اقتصادی یک کارگاه استخراج، که از سمت راست منتهی به بلوک مورد نظر می‌باشد، با رعایت حداقل طول کارگاه استخراج درج می‌شود. در صورتی که حداقل طول کارگاه برابر با l بلوک باشد، باید تعداد $l-1$ ستون مجازی از سمت چپ به ستون‌های مدل اقتصادی میانی اضافه شود؛ زیرا در غیر این‌صورت در هیچ یک از بلوک‌های واقع در $l-1$ ستون اول مدل اقتصادی امکان تشکیل کارگاه‌هایی که دارای حداقل طول، l، باشند، وجود نخواهد داشت. اعمال چنین شرایطی با توجه به منطق الگوریتم ارائه شده به منظور عمومیت بخشیدن به نحوه جستجوی محدوده بهینه معدنکاری ضروری است. بنابراین چنانچه تعداد سطرهای مدل اقتصادی نهایی را با I و تعداد ستون‌های آن را با J نشان دهیم، می‌توان گفت که تعداد سطرهای مدل اقتصادی نهایی، I، با تعداد سطرهای مدل‌های اقتصادی اولیه و میانی برابر است و تعداد ستون‌های آن، J، به تعداد $l-1$ ستون از تعداد ستون‌های مدل اقتصادی میانی بیشتر است. به عبارت دیگر:

$$I = Y \quad , \quad J = X + l - 1 \qquad (۵)$$

اگر شماره هر ستون در مدل اقتصادی نهایی با $j \geq 1$ نشان داده شود، بین شماره ستون‌های مدل اقتصادی اولیه و نهایی رابطه زیر برقرار است:

$$j = x + l - 1 \qquad (۶)$$

همچنین اگر شماره هر سطر در مدل اقتصادی نهایی با $i \geq 1$ نشان داده شود، بین i و اندیس‌های f و c که به ترتیب موقعیت کف و سقف زیرکارگاه‌های محتمل را در هر ستون از مدل اقتصادی میانی نشان می‌دهند، رابطه زیر برقرار است:

$$i = \begin{cases} 1 & where \;\; c = 0, f = 0 \\ 1 - (Y - c) + \sum_{k=h}^{c-f} (Y - k + 1) & otherwise \end{cases} \qquad (۷)$$

که در آن k یک شمارنده است.

به عنوان مثال، شماره سطر زیرکارگاه‌هایی که در ستون‌های مختلف و در موقعیت $SL_{(1,4),x}$ در مدل اقتصادی میانی شکل (۳) واقع شده‌اند در شرایطی که $Y=4$ و $h=3$ است، به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$i = 1 - (Y - c) + \sum_{k=h}^{c-f} (Y - k + 1)$$

$$i = 1 - (4 - 4) + \sum_{k=3}^{3} (4 - k + 1)$$

$$i = 3$$

استفاده از پارامتر i برای شماره‌گذاری سطرهای مدل اقتصادی نهایی تنها با هدف سهولت آدرس‌دهی محل زیرکارگاه‌های محتمل مطرح شده است؛ اما معرفی محل زیرکارگاه‌ها با استفاده از اندیس‌های f و c کاراتر و مناسب‌تر است، به همین دلیل در این مقاله عمدتاً از روش اخیر برای آدرس‌دهی موقعیت کارگاه‌های استخراج استفاده شده است.

برای ساخت مدل اقتصادی نهایی، ابتدا ارزش اقتصادی تمام زیرکارگاه‌هایی که در خارج از محدوده معدنکاری (یعنی $j=1$ تا $j=l-1$) قرار دارند، برابر با یک مقدار منفی بسیار بزرگ منظور می‌شود. به عبارت دیگر:

$$M_{(f,c),j} = -u \quad , \quad 1 \leq j \leq l-1 \qquad (۸)$$

که در آن u یک مقدار مثبت بسیار بزرگ است و سایر پارامترها پیش از این تعریف شده‌اند.

تخصیص یک عدد منفی بزرگ به عنوان ارزش اقتصادی زیرکارگاه‌هایی که در خارج از محدوده معدنکاری قرار دارند، سبب می‌شود زیرکارگاه‌های مجازی مورد نظر که تنها به دلیل عمومیت بخشیدن به موضوع مدلسازی به مدل اقتصادی نهایی اضافه شده اند، در محدوده معدنکاری واقع نشوند.

تعیین حداکثر ارزش اقتصادی کارگاه‌های استخراج منتهی به بلوک‌های واقع در ستون‌هایی که در آنها $j \geq 1$ است با بررسی محدودیت هم‌ترازی زیرکارگاه‌های مجاور انجام می‌شود. این محدودیت بیان کننده میزان تغییرات مجاز موقعیت کف و سقف هر زیرکارگاه در هر ستون در مقایسه با موقعیت

زیرکارگاه واقع در ستون مجاور آن، بر حسب تعداد بلوک، است. مثلاً در روش استخراج تخریب توده‌ای اگر نقاط تخلیه در یک کارگاه استخراج هم تراز باشند باید کف همه زیرکارگاه‌ها در تمام ستون‌ها در یک تراز واقع باشند. به عبارت دیگر تغییرات مجاز عضو اول ، f ، در موقعیت زیرکارگاه $SL_{(f,c),x}$ از یک ستون به ستون دیگر برابر با صفر بلوک است. حال آنکه تغییرات عضو دوم، c ، که موقعیت سقف زیرکارگاه در هر ستون را نشان می‌دهد، ممکن است به اندازه یک یا چند بلوک باشد. بنابراین در بهینه سازی محدوده استخراج معدن باید توجه داشت که تغییرات موقعیت سقف و کف زیرکارگاه در هر ستون در مقایسه با موقعیت زیرکارگاه در ستون ماقبل خود نمی‌تواند از یک مقدار مشخص که به روش استخراج مورد نظر وابسته است، بیشتر باشد.

در صورتی که، $SL_{(f,c),x}$ موقعیت کارگاه در ستون x ام را نشان دهد، در ستون $(x-1)$ام موقعیت زیرکارگاه می‌تواند یکی از موقعیت‌های $SL_{(f+rf,c+rc),x-1}$ با اعمال شرایط زیر باشد:

$$f+rf \geq 0\ ,\ c+rc \leq Y\ ,\ (c+rc)-(f+rf) \geq h$$
$$|rf| = 0,1,2,\ldots,n_f\ ,\ n_f < h$$
$$|rc| = 0,1,2,\ldots,n_c\ ,\ n_c < h$$

که در آن rf یک عدد صحیح (مثبت یا منفی) است که محدودیت هم‌ترازی کف زیرکارگاه واقع در هر ستون نسبت به زیرکارگاه واقع در ستون مجاور آن را نشان می‌دهد، n_f حداکثر تعداد بلوک‌های هم‌ترازی در کف زیرکارگاه و rc یک عدد صحیح (مثبت یا منفی) است که نشان‌دهنده محدودیت هم‌ترازی سقف زیرکارگاه واقع در هر ستون نسبت به زیرکارگاه واقع در ستون مجاور آن است و n_c حداکثر تعداد بلوک‌های هم‌ترازی در سقف زیرکارگاه را نشان می‌دهد.

در شرایطی که $n_c = n_f = 0$ در نظر گرفته شود، سقف و کف زیرکارگاه‌ها در تمام محدوده بهینه معدنکاری در یک تراز قرار خواهند داشت. همچنین اگر $n_c = n_f = 1$ در نظر گرفته شود، سقف و کف زیرکارگاه در هر ستون نسبت به ستون مجاور آن می‌تواند به اندازه یک بلوک پایین‌تر یا بالاتر و یا بدون تغییر موقعیت واقع شود. به عبارت دیگر، در این شرایط $rf = -1,0,1\ ,\ rc = -1,0,1$. بدیهی است در صورتی که سقف یا کف زیرکارگاه واقع در یک ستون به سقف و کف محدوده مدلسازی شده محدود باشد، تعداد زیرکارگاه‌های محتمل در ستون بعدی نسبت به تعداد حالت حداکثر، کاهش می‌یابد.

در بررسی زیرکارگاه‌های محتمل باید توجه داشت که با تغییر موقعیت سقف و کف زیرکارگاه در هر ستون، ارتفاع زیرکارگاه از حد مجاز آن (h) کوتاه‌تر نشود. اعمال شرط $(c+rc)-(f+rf) \geq h$ تضمین کننده این حالت است.

بنابراین، چنانچه در شکل (۲) موقعیت زیرکارگاه در ستون xام، $SL_{(0,3),x}$ باشد، برای زیرکارگاه واقع در ستون $(x-1)$ام، با فرض اینکه $n_f = 0$ و $n_c = 1$ باشد، موقعیت‌های $SL_{(0,3),x-1}$ و $SL_{(0,4),x-1}$ متصور است و در صورتی که موقعیت زیرکارگاه در ستون xام، $SL_{(1,4),x}$ باشد، برای زیرکارگاه واقع در ستون $(x-1)$ ام، تنها موقعیت $SL_{(1,4),x-1}$ را می‌توان در نظر گرفت.

اکنون با اعمال محدودیت هم‌ترازی می‌توان حداکثر ارزش اقتصادی کارگاه‌های استخراج با حداقل طول مجاز را از (۹) به دست آورد:

$$if\ f=0, c=0 \quad MSV_{(0,0),j} = 0$$
$$if\ f \neq 0, c \neq 0$$
$$MSV_{(f,c),j} = \begin{cases} -u & ;\ 1 \leq j < l \\ M_{(f,c),j-l+1} + \sum_{r=1}^{l-1} max\{M_{(f+rf,c+rc),j-l-r+1}\} & ;\ l \leq j \leq J \end{cases} \quad (۹)$$

subject to:

$$f+rf \geq 0,\ c+rc \leq I, (c+rc)-(f+rf) \geq h$$
$$|rf| = 0,1,2,\ldots,n_f, |rc| = 0,1,2,\ldots,n_c$$

که در آن $MSV_{(f,c),j}$ حداکثر ارزش اقتصادی کارگاه استخراج با حداقل طول مجاز و منتهی به موقعیت $SL_{(f,c),j}$ ، u یک عدد مثبت بسیار بزرگ، l حداقل طول مجاز کارگاه استخراج، $M_{(f,c),j}$ ارزش اقتصادی زیرکارگاه واقع در موقعیت $SL_{(f,c),j}$ ، r اندیس شمارنده و I تعداد سطرها در مدل اقتصادی میانی است.

به عنوان مثال، حداکثر ارزش اقتصادی یک کارگاه استخراج با حداقل طول مجاز $(l=3)$ و منتهی به موقعیت $SL_{(0,4),12}$ بر روی مدل اقتصادی نهایی متناظر با مدل اقتصادی میانی ارائه شده در شکل (۳) به ترتیب زیر قابل محاسبه است:

چون $j=12$ از $l=3$ بزرگتر است، طبق (۹):

$$MSV_{(f,c),j} = M_{(f,c),j-l+1} + \sum_{r=1}^{l-1} max\{M_{(f+rf,c+rc),j-l-r+1}\}$$
$$MSV_{(0,4),12} = M_{(0,4),10} + \sum_{r=1}^{2} max\{M_{(0,4),10-r}, M_{(0,3),10-r}\}$$
$$MSV_{(0,4),12} = M_{(0,4),10} + max\{M_{(0,4),9}, M_{(0,3),9}\} + max\{M_{(0,4),8}, M_{(0,3),8}\}$$
$$MSV_{(0,4),12} = 5 + max\{6,5\} + max\{2,3\}$$
$$MSV_{(0,4),12} = 5+6+3 = 14$$

آدرس کارگاهی که در موقعیت $SL_{(0,4),12}$ واقع است بر حسب شماره سطر آن از (۷) قابل محاسبه است:

$$i = 1-(4-4)+\sum_{k=3}^{4}(4-k+1) = 1+0+2+1$$
$$i = 4$$

بنابراین، ارزش اقتصادی کارگاهی که در موقعیت $SL_{(0,4),12}$ قرار دارد باید در سطر چهارم و ستون دوازدهم مدل اقتصادی نهایی درج شود.

هر عضو از مدل اقتصادی نهایی معرف حداکثر ارزش اقتصادی کارگاهی با طول حداقل و منتهی به عضو مورد نظر است. در مثال فوق، کارگاهی که از کنار هم قرار دادن زیرکارگاه‌هایی با موقعیت $SL_{(0,3),8}$، $SL_{(0,4),9}$ و $SL_{(0,4),10}$ در مدل اقتصادی میانی حاصل می‌شود، بیشترین ارزش اقتصادی را داراست. به همین ترتیب می‌توان حداکثر ارزش اقتصادی تمامی کارگاه‌های استخراج را محاسبه و سپس مدل اقتصادی نهایی را تشکیل داد. درشکل(۴) مدل اقتصادی نهایی متناظر با مدل میانی ارائه شده در شکل (۳)، آورده شده است:

l												
	4	-u	-u	-u	-u	10	11	3	2	1	6	12	14
	3	-u	-u	-u	-u	8	10	4	0	-1	2	7	9
	2	-u	-u	-u	-u	9	11	4	3	2	7	11	13
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
							j						

شکل(۴): مدل اقتصادی نهایی

٤- منطق الگوریتم پیشنهاد شده

الگوریتمی که در این مجموعه ارائه شده یک الگوریتم دو بعدی است که بر روی مدل اقتصادی نهایی تعریف شده است. جستجوی محدوده بهینه معدنکاری و تعیین ارزش اقتصادی متناسب با محدوده مذکور بر روی این مدل اقتصادی با استفاده از یک تابع دو ضابطه‌ای تکرار شونده انجام می‌شود که منطق آن مشابه منطق الگوریتم برنامه‌ریزی پویاست.

با استفاده از این الگوریتم و توابع دو ضابطه‌ای زیر، ارزش یک محدوده معدنکاری که از سمت راست به زیرکارگاه مورد نظر منتهی می‌شود، محاسبه و باارزش‌ترین محدوده معدنکاری بر روی مدل اقتصادی نهایی جانمایی می‌شود.

$$P_{(0,0),j} = \begin{cases} 0 & ; 1 \le j < l \\ max\left\{P_{(f+rf,c+rc),j-1}, P_{(0,0),j-1}\right\} & ; l \le j \le J \end{cases} \quad (۱۰)$$

$$P_{(f,c),j} = \begin{cases} -u & ; 1 \le j \le l \\ max\left\{P_{(f+rf,c+rc),j-l}, P_{(0,0),j-l}\right\} & \\ + MSV_{(f,c),j} + NSVP_{(f,c),j} & ; l < j \le J \end{cases} \quad (۱۱)$$

subject to:

$$f + rf \ge 0,\ c + rc \le I,\ (c + rc) - (f + rf) \ge h$$

$$|rf| = 0,1,2,\ldots,n_f,\ |rc| = 0,1,2,\ldots,n_c$$

که در آن $P_{(f,c),j}$ حداکثر ارزش محدوده معدنکاری منتهی به زیرکارگاه واقع در موقعیت $SL_{(f,c),j}$ ، $P_{(0,0),j}$ حداکثر ارزش محدوده معدنکاری منتهی به زیرکارگاه مجازی واقع در موقعیت $SL_{(0,0),j}$ ، $NSVP_{(f,c),j}$ پارامتر ارزش کارگاه جدید منتهی به زیرکارگاه واقع در موقعیت $SL_{(f,c),j}$ است

مقدار پارامتر ارزش کارگاه جدید، تنها در آغاز اجرای الگوریتم و یا در شرایطی که هنگام اجرای الگوریتم در بخشی از مدل اقتصادی نهایی، محدوده یک کارگاه استخراج پایان یابد و کارگاه استخراج جدیدی آغاز شود، محاسبه و در غیر این صورت مقدار آن صفر منظور می‌شود. در یک کارگاه استخراج جدید چنانچه طول کارگاه استخراج منتهی به بلوک واقع در ستون jام، L ، بیش از حداقل طول مجاز کارگاه استخراج، l و کمتر از $2l$ باشد، آنگاه در محاسبه ارزش اقتصادی محدوده کارگاه منتهی به بلوک مورد نظر، ارزش کارگاه‌های واقع در محدوده $L-l$ ستون ابتدای کارگاه جدید محاسبه نمی‌شود. بنابراین باید این مقدار را با محاسبه پارامتر ارزش کارگاه جدید به ارزش محدوده استخراج اضافه کرد.

پارامتر کارگاه جدید در هر محدوده تنها $l-1$ بار محاسبه و سپس مقدار صفر به آن داده می‌شود. وقتی که در هر ستون مثل j ، رابطه $P_{(f,c),j} < P_{(0,0),j}$ برقرار باشد، کارگاه منتهی به موقعیت $SL_{(f,c),j-1}$ پایان می‌یابد و موقعیت $SL_{(f,c),j-1}$ انتهای کارگاه مورد نظر را نشان می‌دهد. پس از آن یک کارگاه جدید تشکیل می‌شود که با توجه به ارزش اقتصادی زیرکارگاه‌های واقع در ستون‌های بعد از ستون jام ممکن است به‌صورت یک کارگاه مستقل باشد و یا به انتهای کارگاه قبلی متصل شود.

پارامتر کارگاه جدید به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$NSVP_{(f,c),j} = \begin{cases} max\left\{M_{(f+rf,c+rc),j-2l+1},\ 0\right\} & \\ - max\left\{\left(max\left(P_{(f+rf,c+rc),j-l}\right) - P_{(0,0),j-l}\right),\ 0\right\} & \\ + NSVP_{(f,c),j-1} & ;\ l \le j \le J,\ l < L < 2l \\ 0 & Otherwise \end{cases} \quad (۱۲)$$

subject to:

$$f + rf \ge 0,\ c + rc \le I,\ (c + rc) - (f + rf) \ge h$$

$$|rf| = 0,1,2,\ldots,n_f,\ |rc| = 0,1,2,\ldots,n_c$$

پارامترهای (۱۲) پیش از این تعریف شده‌اند.

برای تشریح موضوع بعضی از مقادیر $P_{(f,c),j}$ در شرایطی که n_f=0 ،n_c=1 و l=3 باشد، با توجه به مدل اقتصادی نهایی ارائه شده در شکل (٤) محاسبه می‌شود؛ اما قبل از محاسبه ارزش اقتصادی محدوده معدنکاری باید به این نکته مهم توجه داشت که چنانچه موقعیت زیرکارگاه در ستون jام، $SL_{(0,0),j}$ باشد، با فرض اینکه n_f=0 و n_c=1 ، برای زیرکارگاه واقع در ستون $(j-1)$ام، همه موقعیت‌های محتمل، یعنی موقعیت‌های $SL_{(0,3),j-1}$، $SL_{(1,4),j-1}$ و $SL_{(0,4),j-1}$ متصور است و اگر موقعیت زیرکارگاه در ستون jام، $SL_{(0,3),j}$ یا $SL_{(0,4),j}$ باشد، برای کارگاه واقع در ستون $(j-1)$ام، با توجه به محدودیت‌های هم ترازی

سقف و کف زیرکارگاه، تنها موقعیت‌های $SL_{(0,3),j-1}$ و $SL_{(0,4),j-1}$ متصور است، به همین ترتیب، در صورتی که موقعیت زیرکارگاه در ستون jام، $SL_{(1,4),j-1}$ باشد، برای زیرکارگاه واقع در ستون $(j-1)$ام، تنها موقعیت $SL_{(1,4),j-1}$ محتمل خواهد بود.

به ازای $j<3$، طبق (۱۱)، مقدار $P_{(0,0),j}$ برابر با صفر و مقادیر $P_{(f,c),j}$ که با توجه به مفروضات ذکر شده شامل $P_{(0,3),j}$، $P_{(1,4),j}$ و $P_{(0,4),j}$ است، برابر با $-u$ می‌باشد. بنابراین:

$$P_{(0,0),1}=0\ ,\ P_{(0,3),1}=-u\ ,\ P_{(1,4),1}=-u\ ,\ P_{(0,4),1}=-u$$

$$P_{(0,0),2}=0\ ,\ P_{(0,3),2}=-u\ ,\ P_{(1,4),2}=-u\ ,\ P_{(0,4),2}=-u$$

به ازای $j=3$ با توجه به (۱۰):

$$P_{(0,0),j}=max\left\{P_{(f+rf,c+rc),j-1}\ ,\ P_{(0,0),j-1}\right\}$$

$$P_{(0,0),3}=max\left\{P_{(0,3),2},P_{(1,4),2},P_{(0,4),2},P_{(0,0),2}\right\}$$

$$P_{(0,0),3}=max\left\{-u,-u,-u,0\right\}=0$$

و با توجه به (۱۱):

$$P_{(f,c),3}=-u\Rightarrow P_{(0,3),3}=P_{(1,4),3}=P_{(0,4),2}=-u$$

به ازای $j=4$ با توجه به (۱۰):

$$P_{(0,0),4}=\max\left\{P_{(0,3),3},P_{(1,4),3},P_{(0,4),3},P_{(0,0),3}\right\}$$

$$P_{(0,0),4}=\max\left\{-u,-u,-u,0\right\}=0$$

و با توجه به (۱۱):

$$P_{(f,c),j}=max\left\{P_{(f+rf,c+rc),j-1},P_{(0,0),j-1}\right\}+MSV_{(f,c),j}+NSVP_{(f,c),j}$$

$$P_{(f,c),4}=max\left\{P_{(f+rf,c+rc),1},P_{(0,0),1}\right\}+MSV_{(f,c),4}+NSVP_{(f,c),4}$$

بنابراین باید مقادیر $P_{(0,3),4}$، $P_{(1,4),4}$ و $P_{(0,4),4}$ از رابطه فوق محاسبه شود. برای محاسبه این مقادیر باید همه جملات رابطه فوق به ازای $j=4$ محاسبه شود. مقادیر $MSV_{(f,c),4}$ از جدول ارائه شده در شکل (۴) استخراج شده است.

$$P_{(0,0),1}=0\ ,\ P_{(0,3),1}=-u\ ,\ P_{(1,4),1}=-u\ ,\ P_{(0,4),1}=-u$$

$$MSV_{(0,3),4}=-u\ ,MSV_{(1,4),4}=-u\ ,MSV_{(0,4),4}=-u$$

چون تا کنون کارگاه استخراج جدیدی تشکیل نشده است، همه مقادیر $NSVP_{(f,c),4}$ برابر با صفر است. بنابراین می‌توان هر یک از مقادیر $P_{(0,3),4}$، $P_{(1,4),4}$ و $P_{(0,4),4}$ را محاسبه کرد.

$$P_{(0,3),4}=max\left\{P_{(0,3),1},P_{(0,4),1},P_{(0,0),1}\right\}+MSV_{(0,3),4}+NSVP_{(0,3),4}$$

$$P_{(0,3),4}=max\left\{-u,-u,0\right\}+(-u)+0$$

$$P_{(0,3),4}=-u$$

$$P_{(1,4),4}=\max\left\{P_{(1,4),1},P_{(0,0),1}\right\}+MSV_{(1,4),4}+NSVP_{(1,4),4}$$

$$P_{(1,4),4}=\max\left\{-u,0\right\}+(-u)+0$$

$$P_{(1,4),4}=-u$$

$$P_{(0,4),4}=max\left\{P_{(0,3),1},P_{(0,4),1},P_{(0,0),1}\right\}+MSV_{(0,4),4}+NSVP_{(0,4),4}$$

$$P_{(0,4),4}=max\left\{-u,-u,0\right\}+(-u)+0$$

$$P_{(0,4),4}=-u$$

به ازای $j=5$ با توجه به (۱۰):

$$P_{(0,0),5}=\max\left\{P_{(0,3),4},P_{(1,4),4},P_{(0,4),4},P_{(0,0),4}\right\}$$

$$P_{(0,0),5}=\max\left\{-u,-u,-u,0\right\}=0$$

و با توجه به (۱۱):

$$P_{(f,c),5}=max\left\{P_{(f+rf,c+rc),2},P_{(0,0),2}\right\}+MSV_{(f,c),5}+NSVP_{(f,c),5}$$

بنابراین باید مقادیر $P_{(0,3),5}$، $P_{(1,4),5}$ و $P_{(0,4),5}$ از رابطه فوق محاسبه شود. برای محاسبه این مقادیر باید همه جملات رابطه فوق به ازای $j=5$ محاسبه شود. مقادیر $MSV_{(f,c),5}$ از جدول ارائه شده در شکل شماره (٤) استخراج شده است.

$$P_{(0,0),2}=0\ ,\ P_{(0,3),2}=-u\ ,\ P_{(1,4),2}=-u\ ,\ P_{(0,4),2}=-u$$

$$MSV_{(0,3),5}=9\ ,MSV_{(1,4),5}=8\ ,MSV_{(0,4),5}=10$$

چون تا کنون کارگاه استخراج جدیدی تشکیل نشده است، مقدار $NSVP_{(f,c),5}$ برابر با صفر است. با این تفاصیل می‌توان هر یک از مقادیر $P_{(0,3),5}$، $P_{(1,4),5}$ و $P_{(0,4),5}$ را محاسبه کرد.

$$P_{(0,3),5}=max\left\{P_{(0,3),2},P_{(0,4),2},P_{(0,0),2}\right\}+MSV_{(0,3),5}+NSVP_{(0,3),5}$$

$$P_{(0,3),5}=max\left\{-u,-u,0\right\}+9+0$$

$$P_{(0,3),5}=9$$

$$P_{(1,4),5}=\max\left\{P_{(1,4),2},P_{(0,0),2}\right\}+MSV_{(1,4),5}+NSVP_{(1,4),5}$$

$$P_{(1,4),5}=\max\left\{-u,0\right\}+8+0$$

$$P_{(1,4),5}=8$$

$$P_{(0,4),5}=max\left\{P_{(0,3),2},P_{(0,4),2},P_{(0,0),2}\right\}+MSV_{(0,4),5}+NSVP_{(0,4),5}$$

$$P_{(0,4),5}=max\left\{-u,-u,0\right\}+10+0$$

$$P_{(0,4),5}=10$$

به ازای $j=6$ با توجه به (۱۰):

$$P_{(0,0),6}=\max\left\{P_{(0,3),5},P_{(1,4),5},P_{(0,4),5},P_{(0,0),5}\right\}$$

$$P_{(0,0),4}=\max\left\{9,8,10,0\right\}$$

$$P_{(0,0),4}=10$$

و با توجه به (۱۱):

$$P_{(f,c),6}=max\left\{P_{(f+rf,c+rc),3},P_{(0,0),3}\right\}+MSV_{(f,c),6}+NSVP_{(f,c),6}$$

بنابراین باید مقادیر $P_{(0,3),6}$، $P_{(1,4),6}$ و $P_{(0,4),6}$ از رابطه فوق محاسبه شود. برای محاسبه این مقادیر همه جملات رابطه فوق به ازای $j=6$ محاسبه می‌شود. مقادیر $MSV_{(f,c),6}$ از جدول شکل (۴) استخراج شده است.

$$P_{(0,0),3}=0\ ,\ P_{(0,3),3}=-u\ ,\ P_{(1,4),3}=-u\ ,\ P_{(0,4),3}=-u$$

$MSV_{(0,3),6} = 11, MSV_{(1,4),6} = 10, MSV_{(0,4),6} = 11$

چون در مرحله قبل به ازای $j = 5$ یک کارگاه استخراج با طول حداقل تشکیل شده‌است، محتمل است که به ازای $j = 6$ نیز کارگاهی به طول $L = 4$ تشکیل شود، پس باید مقادیر $NSVP_{(1,4),6}$ ، $NSVP_{(0,3),6}$ و $NSVP_{(0,4),6}$ را محاسبه کرد.

$$NSVP_{(f,c),j} = max\{M_{(f+rf,c+rc),j-2l+1}, 0\} - max\{(max(P_{(f+rf,c+rc),j-l}) - P_{(0,0),j-l}), 0\} + NSVP_{(f,c),j-1}$$

$$NSVP_{(0,3),6} = max\{M_{(0,3),1}, M_{(0,4),1}, 0\} - max\{(max(P_{(0,3),3}, P_{(0,4),3},) - P_{(0,0),3}), 0\} + NSVP_{(0,3),5}$$

مقادیر $M_{(f,c),j}$ از جدول شکل (۳) استخراج می‌شود.

$M_{(0,3),1} = 3, M_{(1,4),1} = 1, M_{(0,4),1} = 2$

بنابراین:

$NSVP_{(0,3),6} = \max\{3,2,0\} - \max\{(-u-0), 0\} + 0$

$NSVP_{(0,3),6} = 3$

به همین ترتیب:

$NSVP_{(0,4),6} = \max\{3,2,0\} - \max\{(-u-0), 0\} + 0$

$NSVP_{(0,4),6} = 3$

$NSVP_{(1,4),6} = \max\{1,0\} - \max\{(-u-0), 0\} + 0$

$NSVP_{(1,4),6} = 1$

اکنون می‌توان مقادیر $P_{(f,c),6}$ یعنی $P_{(0,3),6}$ ، $P_{(1,4),6}$ و $P_{(0,4),6}$ را محاسبه کرد.

$$P_{(0,3),6} = max\{P_{(0,3),3}, P_{(0,4),3}, P_{(0,0),3}\} + MSV_{(0,3),6} + NSVP_{(0,3),6}$$

$P_{(0,3),6} = max\{-u, -u, 0\} + 11 + 3$

$P_{(0,3),6} = 14$

$P_{(1,4),6} = \max\{P_{(1,4),3}, P_{(0,0),3}\} + MSV_{(1,4),6} + NSVP_{(1,4),6}$

$P_{(1,4),6} = \max\{-u, 0\} + 10 + 1$

$P_{(1,4),6} = 11$

$$P_{(0,4),6} = max\{P_{(0,3),3}, P_{(0,4),3}, P_{(0,0),3}\} + MSV_{(0,4),6} + NSVP_{(0,4),6}$$

$P_{(0,4),6} = max\{-u, -u, 0\} + 11 + 3$

$P_{(0,4),6} = 14$

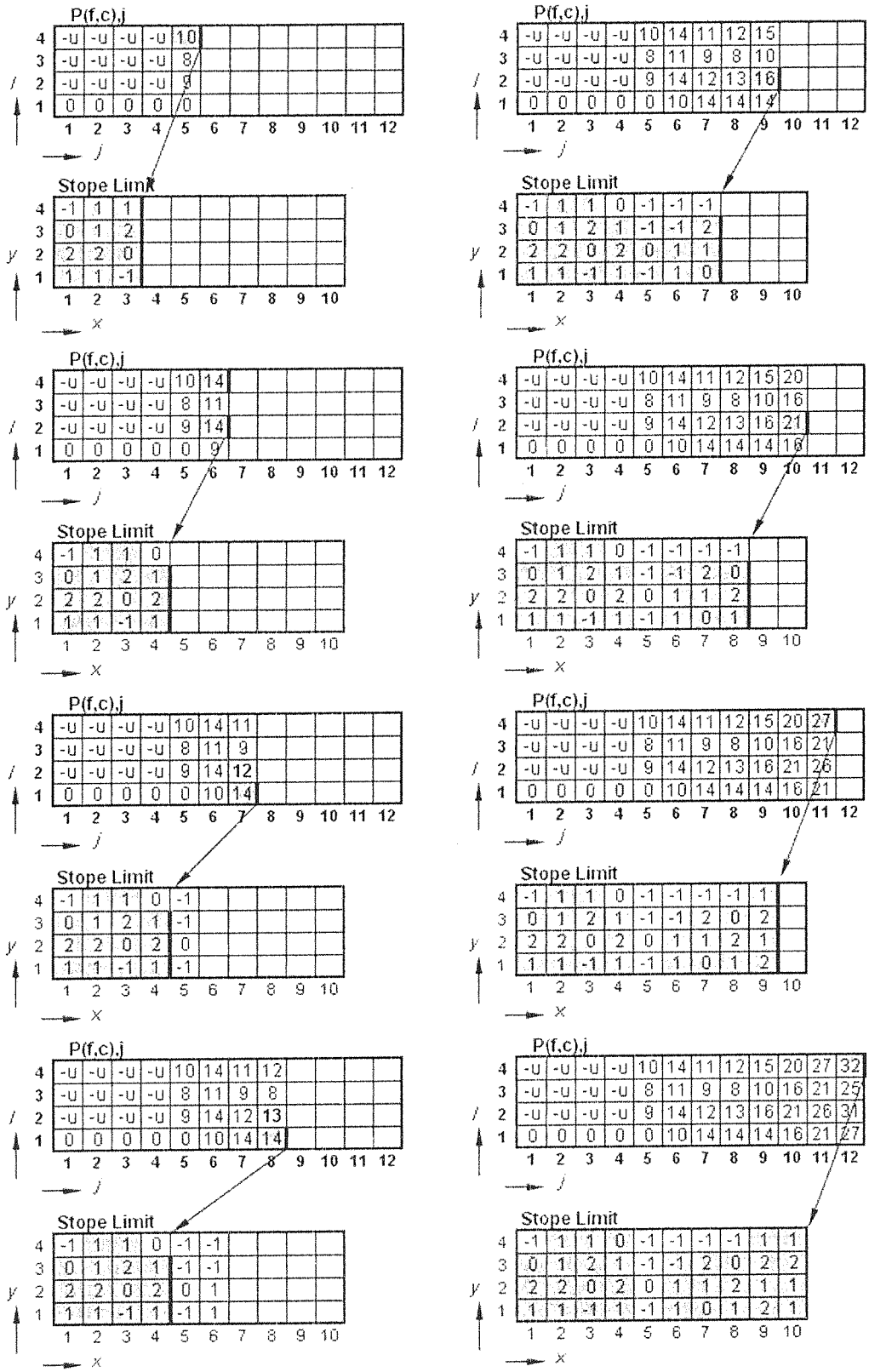
به همین ترتیب می‌توان سایر مقادیر $P_{(f,c),6}$ را محاسبه کرد. تا ستون $j = 4$ که معادل ستون $x = 2$ در مدل اقتصادی اولیه است، هیچ کارگاه استخراجی تشکیل نمی‌شود. در ستون $j = 5$ که متناظر با ستون $x = 3$ در مدل اقتصادی اولیه است، می‌توان کارگاه‌های استخراجی با طول ۳ بلوک را تشکیل داد. در صورتی که کارگاه مورد نظر به موقعیت $SL_{(0,3),5}$ که در سطر دوم واقع است، ختم شود، حداکثر ارزش اقتصادی آن برابر با ۹ واحد خواهد بود و اگر به موقعیت $SL_{(1,4),5}$ ، که در سطر سوم واقع است، ختم شود، حداکثر ارزش اقتصادی آن برابر با ۸ واحد و به همین ترتیب چنانچه به موقعیت $SL_{(0,4),5}$ که در سطر چهارم واقع است، ختم شود، حداکثر ارزش اقتصادی آن برابر با ۱۰ واحد خواهد بود. بنابراین در حالتی که محدوده معدنکاری به ستون پنجم مدل اقتصادی نهایی که معادل با ستون سوم مدل اقتصادی اولیه است، منتهی شود، حداکثر ارزش اقتصادی آن برابر با ۱۰ واحد خواهد بود.

در شرایطی که یک کارگاه استخراج جدید با حداقل طول ایجاد شود، مجموعه زیرکارگاه‌هایی که محدوده بهینه معدنکاری را معرفی می‌کنند در واقع، مجموعه‌ای از زیرکارگاه‌ها هستند که معرف حداکثر مقدار $MSV_{(f,c),j}$ می‌باشند. پس از آن با افزایش طول کارگاه استخراج، محدوده بهینه معدنکاری از متصل کردن زیرکارگاهی که دارای حداکثر ارزش اقتصادی است به محدوده معدنکاری قبلی حاصل می‌شود. بنابر این، چون در حالتی که $j = 5$ است، یک کارگاه استخراج جدید تشکیل می‌شود، باید مجموعه زیرکارگاه‌هایی که مقدار $MSV_{(0,4),5}$ با توجه به ارزش اقتصادی آنها محاسبه شده است، برای یافتن محدوده بهینه معدنکاری در نظر گرفته شوند. مقدار $MSV_{(0,4),5}$ با احتساب ارزش اقتصادی کارگاه‌هایی که در موقعیت‌های $SL_{(0,3),1}$، $SL_{(0,4),2}$ و $SL_{(0,4),3}$ در مدل اقتصادی اولیه قرار دارند، به دست آمده‌است. در این شرایط باید کارگاه‌هایی که در موقعیت‌های $SL_{(0,3),1}$، $SL_{(0,4),2}$ و $SL_{(0,4),3}$ در مدل اقتصادی اولیه قرار دارند، در محدوده بهینه معدنکاری گنجانده شوند.

در شکل (۵) نتیجه اجرای الگوریتم ارائه شده بر روی مدل اقتصادی نهایی به صورت گام به گام به ازای $j = 5$ تا $j = 12$ به همراه محدوده متناظر با حداکثر ارزش اقتصادی بر روی مدل اقتصادی اولیه آورده شده است. همان طور که در شکل (۵) مشاهده می‌شود، حداکثر ارزش اقتصادی محدوده معدنکاری برابر با ۳۲ واحد برآورد شده است.

۵- مثال عددی

به منظور اعتبارسنجی الگوریتم ارائه شده، محدوده بهینه معدنکاری بر روی یک مدل اقتصادی دو بعدی که در شکل (۶) نشان داده شده است، با کاربرد الگوریتم مذکور جستجو می‌شود. پیش از این، محدوده بهینه معدنکاری به روش تخریب توده‌ای بر روی مدل مذکور با الگوریتم برنامه ریزی پویا و برنامه کامپیوتری متناظر با آن توسط ریدل جستجو و تعیین شده است[۸].



شکل (۵): ارزش اقتصادی محدوده‌های معدنکاری مختلف با کاربرد الگوریتم ارائه شده

5	-1	5	0	0	2	0	-1	1	0	-2
4	-2	-2	1	-1	1	1	4	8	1	0
3	1	-1	6	-1	-2	-2	2	6	1	3
2	1	3	3	-2	-1	-1	2	4	2	2
1	3	4	5	-1	-1	-4	1	2	10	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

x ↑ — → y

شکل (۶): مدل اولیه محدوده معدنکاری[۸]

برای اینکه در این مثال، محدودیت‌های فنی روش استخراج تخریب توده‌ای متناظر با محدودیت‌های بیان شده توسط ریدل باشد، حداقل ارتفاع و طول کارگاه برابر با دو بلوک و محدودیت های هم‌ترازی کف و سقف نیز به ترتیب برابر با صفر و یک بلوک منظور شده است.

در شکل (۷-الف)، ارزش اقتصادی و محدوده معدنکاری بهینه با کاربرد الگوریتم ارائه شده در این مقاله مشاهده می‌شود. همان طور که در این شکل مشخص است ارزش اقتصادی این محدوده برابر با ۷۷ واحد محاسبه شده است. در شکل (۷-ب) نیز ارزش اقتصادی و محدوده بهینه معدنکاری که با کاربرد الگوریتم ریدل تعیین شده است. مشاهده می‌شود. در این شرایط، محدوده‌ای متفاوت و با ارزش ۷۶ واحد حاصل شده‌است.

مقایسه محدوده‌های بهینه معدنکاری نشان می‌دهد که با استفاده از الگوریتم توصیف شده در این مقاله محدوده‌ای با ارزش اقتصادی بیشتر در مقایسه با کاربرد الگوریتم ریدل حاصل شده‌است.

5	-1	5	0	0	2	0	-1	1	0	-2
4	-2	-2	1	-1	1	1	4	8	1	0
3	1	-1	6	-1	-2	-2	2	6	1	3
2	1	3	3	-2	-1	-1	2	4	2	2
1	3	4	5	-1	-1	-4	1	2	10	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Y ↑ — → X

Max. Stope Value = 77

شکل (۷-الف): محدوده بهینه معدنکاری با کاربرد الگوریتم ارائه شده در این مقاله

5	-1	5	0	0	2	0	-1	1	0	-2
4	-2	-2	1	-1	1	1	4	8	1	0
3	1	-1	6	-1	-2	-2	2	6	1	3
2	1	3	3	-2	-1	-1	2	4	2	2
1	3	4	5	-1	-1	-4	1	2	10	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Y ↑ — → X

Max. Stope Value = 76

شکل (۷-ب): محدوده بهینه معدنکاری با کاربرد الگوریتم ریدل[۸]

شکل (۷): مقایسه محدوده بهینه معدنکاری

۶- نتیجه

الگوریتم ارائه شده یک الگوریتم دو بعدی با اتّکا به منطق برنامه‌ریزی پویا برای تعیین محدوده بهینه معدنکاری زیرزمینی بر روی یک مدل اقتصادی ویژه است. در مدل اقتصادی مورد نظر محدودیت‌های طول و ارتفاع کارگاه استخراج، از طریق مفهوم زیرکارگاه‌ها که اجزای سازنده کارگاه‌های استخراج هستند، اعمال شده است. الگوریتم ارائه شده با بهره‌گیری از یک تابع دو ضابطه‌ای تکرار شونده بر روی مدل اقتصادی مذکور اجرا می‌شود و محدوده بهینه برای دست‌یابی به سود بیشینه را تعیین می‌کند.

الگوریتم‌هایی که تا کنون در این زمینه ارائه شده اغلب فرضیات ساده کننده متعددی داشته بوده و تنها برای روش یا روش‌های استخراج خاصی قابل استفاده هستند؛ اما در الگوریتم ارائه شده از طریق بیان مفاهیمی چون حداقل طول و ارتفاع کارگاه استخراج و نیز محدودیت هم‌ترازی سقف و کف کارگاه‌های مجاور تسهیلاتی فراهم آمده است که بتوان محدودیت‌ها و قیود الگوریتم مورد نظر را با شرایط فنی و هندسی تمام روش‌های استخراج معادن زیرزمینی برای تعیین محدوده نهایی در کانسارهای رگه‌ای یا لایه‌ای که معمولاً مدل‌های اقتصادی دو بعدی از آنها تهیه می‌شود،به خوبی تطبیق داد.

با وجود آنکه مدلسازی محدوده معدنکاری و فرمول‌بندی الگوریتم ارائه شده دارای پیچیدگی زیادی است؛ اما بر اساس الگوریتم مورد نظر یک برنامه کامپیوتری به نام SBO در دست تدوین و پیاده‌سازی با C++ است که به زودی ارائه خواهد شد.

۷- مراجع

[۱] Alford, C.; *"Optimisation in Underground Mine Design"*, 25th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, pp. 213-218 ,1995.

[۲] Ataee-pour, M.; *"A Heuristic Algorithm to Optimise Stope Boundaries"*, Ph.D. Thesis, University of Wollongong, pp. 2_24 – 3_36, 2000.

[۳] Cheimanoff, N., M.; Deliac, E., P.; Mallet, J., L.; *"GEOCAD: An Alternative CAD Artificial Inteligence Tool that Helps Moving from Geological Resources to Mineable Reserves"*, 21st International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc., Colorado, pp. 471-478, 1989.

Deraisme, J.; de Fouquent, C.; Fraisse, H.; *"Geostatistical Ore-body Model for Computer Optimisation of Profits from Different Underground Mining Methods"*, 18th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, The Institution of Mining and Metallurgy, pp. 583-590, 1984. [۴]

Grieco, N.; Dimitrakopoulos, R.; *"Grade Uncertainty in Stope Design: Improving the Optimisation Process"*, Proceedings Orebody Modeling and Strategic Mine Planning, The Australian Institute of Mining and Metallurgy, Perth, pp. 1-8, 2004. [۵]

Ovanic, J.; Young, D.; *"Economic Optimisation of Open Stope Geometry"*, 28th International Symposium on Computer Applications in the Minerals Industries, K. Dagdelen (ed.), Colorado School of Mines, pp. 855-862, 1999. [۶]

Ovanic, J.; Young, D.; *"Economic Optimisation of Stope Geometry Using Separable Programming with Special Branch and Bound Techniques*, Third Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industry, H. Mitri (ed.), Balkema, Rotterdam, pp.129-135, 1995. [۷]

Riddle, J.; *"A Dynamic Programming Solution of a Block-Caving Mine Layout"*, 14th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Colorado, pp. 767-780, 1977. [۸]