

مدل بیومکانیکی وزنه‌برداری یکضرب و بهینه‌سازی این حرکت با استفاده از تئوری کنترل بهینه

شهرام لنجان نژادیان^۱؛ مصطفی رستمی^۱؛ فرزاد توحیدخواه^۱

چکیده

هدف از این مطالعه، معرفی مدلی بیومکانیکی برای تکنیک وزنه‌برداری یکضرب و بهینه‌سازی آن بر پایه تحلیل دینامیکی است. مسیر حرکت وزنه را برخی از محققان به صورت تجربی ارزیابی کرده‌اند و مسیرهای بهینه‌ای را با توجه به درصد موفقیت ورزشکاران پیشنهاد کرده‌اند. در این مطالعه، از یک مدل بیومکانیکی ۵ لینکی برای ارزیابی مسیر بهینه به وسیله کمینه‌کردن معیاری خاص استفاده شده است. برای این کار معادلات دینامیکی حاکم بر حرکت همراه با معادله‌ای که بیانگر معیار عملکرد است، به طور همزمان و با استفاده از اصل ماکزیمم پونتریاگین حل شده است. مقایسه نتایج حاصل از بهینه‌سازی با نتایج تجربی نشان دهنده موفقیت مدل در پیشگویی ارزیابی مسیر بهینه است که به صورت مسیر اصلاح شده‌ای از الگوی آشنای تجربی با زمانبندی جدید پیشنهاد می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل دینامیکی، مشخصات سینماتیکی و سینتیکی مفاصل مختلف در این حرکت را نشان می‌دهد که از آنها می‌توان برای توصیه‌های عملی به ورزشکار درباره دامنه حرکتی، سرعت حرکت مفاصل، زمان‌بندی مناسب یا قدرت عضلانی مورد نیاز استفاده کرد.

کلمات کلیدی

بیومکانیک ورزش، مدل‌سازی دینامیکی، تحلیل حرکت، وزنه‌برداری یکضرب

A Biomechanical Model of Snatch Weightlifting and Optimizing this Motion using Optimal Control Theory

Sh. Lenjan Nejadian; M. Rostami; F. Towhidkhal

ABSTRACT

Introducing a biomechanical model of snatch weightlifting and optimizing this model based on dynamic synthesis, is the aim of this study. The barbell trajectory has been evaluated experimentally by several researchers, who have introduced some optimum trajectories according to the percentage of the athletes' success. In this study, a five-link model has been used to evaluate the optimum trajectory by minimizing a specific criterion. To achieve this goal, the motion equations have been solved simultaneously with an equation that represents the performance criterion, by means of Pontryagin Maximum Principle formulation. The results of this model in comparison with other researchers' experimental observations show the success of model in predicting the optimal trajectory, which is suggested as the modified well-known trajectory pattern with a new time adjusting. The results of dynamic analysis show the kinematic and kinetic characteristics of joints in this motion that could be used as the practical instructions to weightlifter about the range of motion, the velocity of joints, the appropriate timing of motion, and the required muscular strength.

KEYWORDS

Sport Biomechanics, Dynamic Modeling, Motion Analysis, Snatch Weightlifting

^۱ دانشجوی دکتری؛ دانشکده مهندسی پزشکی؛ دانشگاه صنعتی امیرکبیر: lenjani@aut.ac.ir

^۱ استادیار دانشکده مهندسی پزشکی؛ دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

نحوی حل شوند که معیار مشخصی در طول حرکت مینیمم گردد. پس مسأله‌ای در حوزه کنترل بهینه، برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت همراه با کمینه کردن تابع معیار انتخابی تعریف می‌شود. با استفاده از روش ماکزیم پونتریاگین، این مسأله فرمولبندی و دستگاه معادلات حاصل با استفاده از روش عددی مناسب حل می‌شود.

۲-۱- مدل‌سازی

برای حرکت یکضرب ورزشکار مدلی بیومکانیکی تهیه شده است که مشابه یک بازوی مکانیکی ماهر است. استفاده از این گونه مدل‌سازی در تحلیل حرکات انسانی متداول است [۷]. به این منظور، بدن به صورت مجموعه‌ای از لینک‌ها با طول، جرم و ممان اینرسی مناسب مدل می‌شود. محققان، مدل‌های آنتروپومتریکی مناسبی پیشنهاد کرده‌اند که در آن‌ها اندام‌های مختلف بدن به بازوهای مکانیکی صلب و مفاصل بدن به مفاصل مکانیکی تبدیل شده‌اند. پس از انتخاب مدل آنتروپومتریکی مناسب [۸]، مدلی سینماتیکی برای تحلیل سیستم انتخاب می‌شود. مدل سینماتیکی بیانگر تعداد لینک‌ها، تعداد مفاصل، نوع آنها و تعداد درجات آزادی است. در مدل انتخابی، که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، ساده‌سازی‌ها به گونه‌ای انجام شده است که محاسبات برای تحلیل حرکتی آن مقدور باشد. فرض دو بعدی بودن مدل، تعداد لینک‌ها و نوع مفاصل از جمله این ساده‌سازی‌هاست. در مدل مورد نظر؛ که به دفعات برای حرکت وزنه‌برداری یا بلندکردن اجسام استفاده شده است [۵]، [۹]، [۱۰]، نوع مفاصل و بازوها و نحوه قرارگیری آنها شباهت زیادی به مدل ورزشکار در حرکت وزنه‌برداری دارد. این مدل دو بعدی و در صفحه ساجیتال است که این فرض قابل قبولی در مطالعات بررسی حرکات انسانی است [۱۱].

مدل نشان داده شده در شکل (۱) شامل پنج بازوی صلب است که معرف ساق، ران، تنه، بازو و ساعد است و به ترتیب با L1 تا L5 نامگذاری شده‌اند. مفاصل لولایی O1 تا O5 معرف مچ پا، زانو، لگن، شانه و آرنج هستند. اندازه‌های D1 و H1، موقعیت افقی و قائم وزنه نسبت به مبدأ قفل شده در مچ پا را نشان می‌دهند. کاربرد مدل‌های دینامیکی مشابه برای حرکت راه رفتن و بهینه‌سازی حرکت با استفاده از کنترل بهینه به وسیله برخی محققان [۷] این اطمینان را فراهم می‌سازد که بتوان از این مدل‌ها در زمینه بهینه‌سازی حرکات ورزشی بهره برد. توصیف حرکت مدل با فرض مختصات زاویه‌ای نسبی مفاصل امکان‌پذیر می‌شود:

$$q_i = (X_i, X_{i-1})Z_0 \quad i=1, \dots, 5 \quad (Z_0 = X_0 \times Y_0) \quad (1)$$

پارامترهای سینماتیکی سرعت و شتاب مفاصل، به صورت زیر

در این مطالعه، بهینه‌سازی تکنیک وزنه‌برداری یکضرب به کمک مدل دینامیکی وزنه‌بردار مطالعه شده است. اهمیت بهینه‌سازی مسیر حرکتی وزنه با مطالعاتی که بسیاری از محققان پیرامون مقایسه اجرای مهارت بین ورزشکاران زبده و آماتور کرده‌اند، بررسی شده است؛ این مطالعات با استفاده از روش‌های تجربی بوده است.

در سال ۱۹۸۵ تحقیق درباره مسیر حرکت و سرعت وزنه با استفاده از روش تصویربرداری صورت گرفت [۱]. بررسی مسیر حرکت وزنه در تکنیک وزنه‌برداری یکضرب در سال ۱۹۸۸ و نیز در ادامه در سال ۲۰۰۱ منجر به دسته‌بندی مسیرهای حرکتی بهینه بر اساس درصد موفقیت ورزشکاران شد [۲]–[۴]. در این مطالعات، تحلیل مسیر حرکتی وزنه نشان داد که اگر خطایی در مسیر حرکت وجود داشته باشد، ناشی از حرکات نادرست مفاصل درگیر در تولید این حرکت است. در سال ۲۰۰۵ تفاوت در الگوهای حرکتی برای حرکات با اهداف خاص همچون وزنه‌برداری بررسی شد [۵]. این تفاوت‌ها ناشی از قیدهای بیومکانیکی یا پاسخ‌های فیزیولوژیکی فرض شد و محققان معتقد بودند که افزونگی درجات آزادی سیستم این امکان را فراهم می‌کند تا انتخاب بهینه‌ای از بین الگوهای مختلف حرکتی صورت گیرد.

بر اساس مطالعات فوق، مسیر حرکتی وزنه را می‌توان شاخصی مناسب برای بررسی تکنیک یکضرب دانست که آغازی برای اصلاح تکنیک است. محققان در مطالعات فوق به صورت تجربی و با مشاهده تکنیک وزنه‌برداران به مسیرهای بهینه‌ای دست یافته‌اند. در صورتی که بنا به باور ما می‌توان از رهیافت بیومکانیک برای دستیابی به مسیر بهینه بهره برد. با همین ایده در سال ۲۰۰۵ مدلی دینامیکی برای پیشگویی مسیر بهینه وزنه ارائه و تحلیل مسیر بهینه تا فاز کشش اولیه اجرا شد [۶]. در این مطالعه، مدل پیشنهادی تا پایان مرحله کشش ثانویه و آغاز مرحله زیر رفتن توسعه می‌یابد و نتایج آن ارزیابی می‌شود. در این تحقیق، دستیابی به مسیر بهینه با رهیافتی برخاسته از اصول مکانیک و ریاضی صورت می‌گیرد که تاکنون برای معرفی مسیرهای بهینه در وزنه‌برداری مشاهده نشده است.

۲- روش تحقیق

ابتدا مدل بیومکانیکی مناسبی برای وزنه‌بردار تعریف شده و معادلات حاکم بر حرکت آن به دست می‌آید. این معادلات به فرم معادلات دیفرانسیل است؛ و مطلوب است تا این معادلات به

تعریف می‌شوند:

$$T(q, \dot{q}) = 1/2 \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (6)$$

در رابطه فوق، M ماتریس اینرسی است. انرژی پتانسیل $V(q)$ نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V(q) = \sum_{i=1}^n m_i g Y_{Gi} \quad (7)$$

در رابطه فوق، m_i جرم اعضا و Y_{Gi} ارتفاع عضو از سطح مرجع است. روابط لاگرانژ برای سیستم فوق به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i^d + Q_i^a \quad (8)$$

Q_i^d بیانگر گشتاورهای محرک (active) در هر مفصل و Q_i^a بیانگر گشتاورهای مستهلک شونده (dissipative) در مفصل مربوطه است که دومی برای کاهش حجم محاسبات و به دلیل کوچکی صرف نظر شده است. با توجه به لاگرانژین و با استفاده از (8) معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q}) + G(q) = Q \quad (9)$$

$B(q, \dot{q})$ ماتریس ترم‌های غیرخطی و $G(q)$ ماتریس بیانگر ترم‌های ناشی از نیروی جاذبه است و در نهایت، ماتریس نیروهای محرک در مفاصل به صورت Q نمایش داده شده است. برای فرمول‌بندی مدل دینامیکی به صورت معادلات دیفرانسیل معمولی و در فضای حالت، معادلات به صورت هامیلتونی بازنویسی می‌شوند. ابتدا بردار p به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p = (p_1, \dots, p_5)^T$$

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \quad i = 1, \dots, 5 \quad (10)$$

با داشتن بردار سرعت‌های زاویه‌ای و بردار p ، تابع همیلتونی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H(p, q) = p^T \dot{q} - L(q, \dot{q}) \quad (11)$$

با دیفرانسیل‌گیری از تابع فوق و مقایسه با رابطه اخیر:

$$\frac{\partial H}{\partial q_i} = -\frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (12)$$

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i$$

در نهایت، معادلات دیفرانسیلی جبری (9) به صورت همیلتونی به شکل زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$\dot{q} = (\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_5)^T, \quad \ddot{q} = (\ddot{q}_1, \dots, \ddot{q}_5)^T \quad (2)$$

که در آن، سرعت و شتاب زاویه‌ای به صورت زیر به دست می‌آیند:

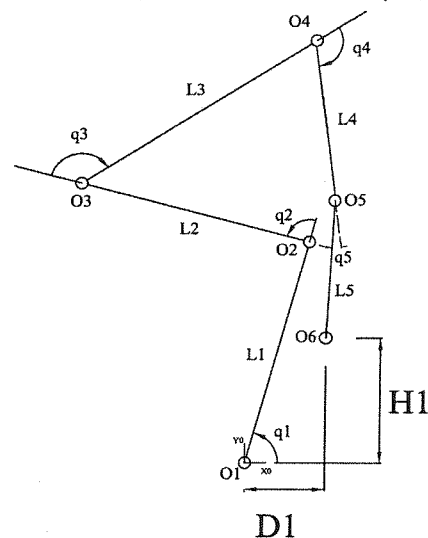
$$\dot{q}_i = dq_i / dt, \quad \ddot{q}_i = d^2 q_i / dt^2 \quad (3)$$

با توجه به شکل (1) مشخصات ابعادی مدل به صورت زیر فرض می‌شود:

$$O_i O_{i+1} = l_i X_i, i = 1, \dots, 5$$

$$O_i G_i = a_i X_i, i = 1, \dots, 5 \quad (4)$$

که در آنها، l_i طول بازو، G_i مرکز جرم بازو، L_i و a_i فاصله مرکز جرم بازو از محور دوران است. همچنین جرم m_i و I_i^{zz} ممان اینرسی بازو L_i حول محور گذرنده از O_i در نظر گرفته می‌شود. مقادیر عددی این متغیرها با استفاده از مدل آنتروپومتریک پیشنهادی [8] به دست می‌آید.



شکل (1): مدل وزنه‌بردار در شروع حرکت

برای اینکه حل مسئله بهینه مورد نظر ما با استفاده از تئوری کنترل بهینه و از طریق روش ماکزیمم پونتریاگین امکان‌پذیر شود، باید معادلات حاکم بر حرکت مدل، در شکل فضای حالت به دست آید. برخی از محققان نشان داده‌اند [7] که مدل هامیلتونی نه تنها این نیاز را پاسخ می‌دهد، بلکه موجب رفتار بهتر الگوریتم حل مسئله بهینه می‌شود. برای دستیابی به چنین مدلی ابتدا معادلات درجه دوم حاکم بر حرکت، با استفاده از روش لاگرانژ استخراج می‌شود. لاگرانژین یک بازو مکانیکی با توجه به رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q) \quad (5)$$

که در آن، V بیانگر انرژی پتانسیل و T بیانگر انرژی جنبشی است. نمایش ماتریسی انرژی جنبشی عبارت است از:

$$\dot{x}(t) = F(x(t)) + Bu(t) \equiv F(x(t), u(t)) \quad (21)$$

شرایط مرزی مدل فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$k \leq n, \begin{cases} x_k(t^i) = q_k^i, & x_k(t^f) = q_k^f \\ x_{n+k}(t^i) = p_k(t^i) = \sum_{j \leq n} M_{kj}(q^i) \dot{q}_j^i \\ x_{n+k}(t^f) = p_k(t^f) = \sum_{j \leq n} M_{kj}(q^f) \dot{q}_j^f \end{cases} \quad (22)$$

با فرض اینکه متغیرهای لاگرانژی اولیه و نهایی (موقعیت و سرعت) $q_k^i, \dot{q}_k^i, q_k^f, \dot{q}_k^f$ معلوم باشند، آنگاه متغیرهای حالت $x(t^i)$ و $x(t^f)$ در معادلات هامیلتونی معلوم خواهند بود.

۲-۲- شرایط مرزی و قیدهای حاکم بر حرکت

در این مسأله، موقعیت‌های ابتدایی و انتهای مسیر، معلوم و هدف، تولید حرکت بهینه بین این موقعیت‌ها و بر اساس یک تابع معیار مناسب است. برای تطبیق با حرکات واقعی ورزشکار، لازم است قیدهایی به حرکت ربات اعمال کرد. دسته اول شامل محدودیت‌هایی است که به متغیرهای حالت؛ یعنی موقعیت بازوها و سرعت آنها مربوط می‌شود. شرایط اولیه برای این دسته موقعیت و سرعت وزنه در ابتدای حرکت است:

$$\begin{aligned} O_1 O_6^i \cdot X_0 - D1 &= 0 & a \\ O_1 O_6^i \cdot Y_0 - H1 &= 0 & b \\ V(O_6)^i \cdot X_0 &= 0 & c \\ V(O_6)^i \cdot Y_0 &= 0 & d \end{aligned} \quad (23)$$

شرایط نهایی مشابهی (با مقدار سرعت موردنظر) برای وزنه در انتهای فاز کشش یا ابتدای فاز زیر رفتن تعریف می‌شود. همچنین برای رعایت محدوده حرکتی هر مفصل با توجه به قيود کینزیولوژیک، محدودیت‌هایی برای مفاصل تعیین می‌شود:

$$t \in [t^i, t^f], \quad i \leq n, \quad q_i^{\min} \leq q_i(t) \leq q_i^{\max} \quad (24)$$

دسته دوم، محدودیت‌هایی است که حدود نهایی گشتاورهای محرک در مفاصل را تعیین می‌کند؛ یعنی گشتاورهای بهینه محاسبه شده در هر مفصل باید در محدوده فیزیکی (یا فیزیولوژیکی) قابل قبول قرار گیرند:

$$t \in [t^i, t^f], \quad |Q_i^a(t)| \leq Q_i^{a, \max} \quad (25)$$

برای بهبود رفتار عددی مدل و همچنین یکنواختی تأثیر پارامترهای مختلف بر تابع معیار مسأله بهینه، لازم است تا بی‌بعدسازی متغیرها با فرض مقادیری مرجع برای هر یک صورت پذیرد. برای این منظور متغیرهای مرجع زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} + Q_i^a + Q_i^d \end{cases} \quad (13)$$

با استفاده از (۵) و (۶) می‌توان نوشت:

$$p = M \dot{q}, \quad \dot{q} = M^{-1} p \quad (14)$$

و با داشتن (۵) و (۱۱) تابع همیلتونی بصورت زیر نوشته خواهد شد:

$$H(p, q) = 1/2 p^T M^{-1} p + V \quad (15)$$

در نتیجه، (۱۳) نیز به فرم زیر خواهد شد:

$$\begin{cases} \dot{q}_i = G_i(q, p) \equiv \sum_{j=1}^n M_{ij}^{-1} p_j \\ \dot{p}_i = -1/2 p^T M_{,i}^{-1} p - V_{,i} + Q_i^a + Q_i^d \end{cases} \quad (16)$$

در روابط فوق:

$$M_{,i}^{-1} \equiv \partial M^{-1} / \partial q_i, \quad V_{,i} \equiv \partial V / \partial q_i \quad (17)$$

با استفاده از رابطه ریاضی $(M^{-1})_{,i} = -M^{-1} M_{,i} M^{-1}$ (۱۶) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{q}_i = G_i(q, p) \\ \dot{p}_i = 1/2 G^T M_{,i} G - V_{,i} + Q_i^a + Q_i^d \end{cases} \quad (18)$$

با به‌کاربردن معادلات همیلتونی و به دست آوردن معادلات مرتبه اول فوق، در واقع، فرمول‌بندی مدل دینامیکی به صورت معادلات فضای حالت حاصل شده است. متغیرهای فضای حالت و متغیرهای کنترل به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} x_i &= q_i \\ x_{n+i} &= p_i & i \leq n \\ u_i &= Q_i^a \end{aligned} \quad (19)$$

در روابط فوق، $x = (x_1, \dots, x_{2n})^T$ بردار متغیرهای حالت و $u = (u_1, \dots, u_n)^T \equiv (Q_1^a, \dots, Q_n^a)^T$ بردار متغیرهای کنترل (گشتاورهای محرک در هر مفصل) است. با در نظر گرفتن روابط زیر:

$$\begin{aligned} F_i &\equiv G_i = \sum_{j=1}^n M_{ij}^{-1} x_{n+j} \\ G &= (G_1, \dots, G_n)^T \\ F_{n+i} &= 1/2 G^T M_{,i} G - V_{,i} + Q_i^d \\ F &= (F_1, \dots, F_{2n})^T \end{aligned} \quad (20)$$

در نهایت، دو دسته معادلات فوق را می‌توان به صورت $2n$ تعداد درجات آزادی یا تعداد معادلات درجه دوم حاصل از روابط لاگرانژ است) معادله دیفرانسیل مرتبه یک و به صورت ماتریسی به شکل زیر نمایش داد:

سیستم به صورت زیر در نظر گرفته شوند:

$$\begin{aligned} x &= (x^1, \dots, x^n) \quad x \in X \\ u &= (u^1, \dots, u^k) \quad u \in U \end{aligned} \quad (29)$$

که X فضای برداری متغیرهای حالت و U فضای k بعدی متغیرهای قابل قبول کنترل است و اگر معادلات دیفرانسیل بیانگر رفتار سیستم، به فرم فضای حالت و شرایط مرزی آن بصورت زیر باشند:

$$\begin{aligned} \frac{dx^i}{dt} &= f^i(x^1, \dots, x^n, u^1, \dots, u^k) \\ x^i(t_0) &= x_0^i, \quad x^i(t_f) = x_f^i \end{aligned} \quad (30)$$

حال، مسأله کنترل بهینه بدین صورت خواهد بود که اگر در فضای حالت X نقاط مرزی x_0^i, x_f^i مشخص باشند در میان تمامی کنترل های قابل قبول u^k که متغیرهای حالت را از x_0^i به x_f^i انتقال می دهند، هدف پیدا کردن آن دسته از کنترل ها و مسیری است که تابعی معیار زیر را بهینه گرداند:

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t)) dt \quad (31)$$

بنا بر اصل ماکزیم پونتریاگین، مسأله بهینه فوق به این صورت حل می شود که با فرض تابع همیلتونی سیستم به صورت:

$$H(x, u, w) = w^T f(x(t), u(t)) - L(x, u) \quad (32)$$

توابع $(x(t), u(t))$ جواب مسأله بهینه سازی خواهند بود؛ اگر تابع $w(t)$ وجود داشته باشد به گونه ای که شرایط زیر ارضا شود:

$$\begin{aligned} \dot{w}^T(t) &= -\partial H / \partial x \\ H(x(t), u(t), w(t)) &= \max_{v \in U} H(x, v, w) \end{aligned} \quad (33)$$

برای بهینه سازی حرکت، تابعی معیار را می توان بر اساس زمان حرکت، انرژی مصرفی، نیروی محرک و یا ترکیبی از آنها تعریف کرد. انتخاب معیار بهینه سازی بر اساس گشتاورهای موجود در مفاصل دارای مزیت بیشتری نسبت به معیار انرژی مصرفی است؛ زیرا عامل گشتاور به طور مستقیم با قدرت عضلانی و همچنین تنش و وقوع صدمات همراه است [5].

با توجه به انتخاب گشتاور محرک مفاصل به عنوان تابع معیار، این تابع به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$L(x, u) \equiv 1/2 \sum_{i=1}^n \xi_i v_i^2 u_i^2 \quad (34)$$

که در آن، $v_i u_i$ گشتاور محرک بی بعد تعریف شده در (28) و ξ_i نیز بیانگر ضریب وزنی است که میزان اهمیت بهینه سازی

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \max(l_1, \dots, l_n) \\ \bar{M} &= \max(m_1, \dots, m_n) \\ \bar{Q} &= \max(Q_1^{a, \max}, \dots, Q_n^{a, \max}) \\ \bar{I} &= \bar{M} \bar{L}^2, \quad \bar{T} = \sqrt{\bar{I} / \bar{Q}} \end{aligned} \quad (26)$$

بنا بر این با فرض زمان بی بعد به صورت $\tau = t / \bar{T}$ متغیرهای حالت بی بعد عبارتند از:

$$i \leq n, \quad \begin{cases} x_i(\tau) = q_i(t) \\ x_{n+i}(\tau) = p_i(t) / \bar{M} \bar{L}^2 \bar{T}^{-1} \end{cases} \quad (27)$$

که به همراه متغیرهای کنترل:

$$u_i(\tau) = Q_i^a(t) / Q_i^{a, \max} \equiv Q_i^a(t) / v_i \bar{Q} \quad (28)$$

که در آن v_i ضریب بی بعد $Q_i^{a, \max} / \bar{Q}$ است، در (21) قرار می گیرند.

۲-۳- بهینه سازی

مسائل بهینه سازی حرکتی بازوهای مکانیکی را می توان به صورت ریاضی با یک مسأله کنترل بهینه توصیف کرد. هدف از کنترل بهینه، تعیین پارامترهای کنترل کننده یک سیستم به گونه ای است که در محدودیت ها یا قیود فیزیکی صدق کرده و در ضمن، نحوه عملکرد یا معیار معینی را حداقل یا حداکثر کند. روش های حل مسائل کنترل بهینه را می توان به دو گروه عمده روش های مستقیم و روش های غیرمستقیم تقسیم کرد. در این مطالعه، از روش ماکزیم پونتریاگین استفاده شده است که از جمله روش های غیرمستقیم می باشد. در این روش، معادلات اصلی مسأله با دسته جدیدی از معادلات همراه؛ که تعداد آنها برابر با تعداد معادلات اصلی است، در یک دستگاه معادلات جدید ترکیب می شود. علاوه بر این معادلات، معادلات شرایط مرزی نیز وجود دارند که مجموعه کاملی از این معادلات، تشکیل مسأله مقدار مرزی دو نقطه ای را می دهند و با روش های عددی مختلفی حل می شوند که ایده اصلی آنها، تبدیل مسأله مقدار مرزی دو نقطه ای به یک مسأله مقدار اولیه است. روش تیراندازی منفرد با حدس شرایط اولیه غایب، مسأله را به یک مسأله مقدار اولیه تبدیل می کند که با استفاده از روش های تکراری همانند رانگ کوتا حل می شود. حساسیت زیاد این روش به مقادیر حدس زده اولیه باعث می شود برخی از معادلات به سرعت واگرا شوند. روش تیراندازی چندگانه همان ایده تیراندازی منفرد را دنبال می کند؛ اما با این تفاوت که ابتدا ناحیه را به چند زیر ناحیه کوچکتر تقسیم کرده تا حساسیت به حدس اولیه را کاهش دهد.

اگر به ترتیب، متغیرهای حالت و متغیرهای کنترل یک

کوپل در هر یک از اعضا را نسبت به اعضا دیگر، تعیین می‌کند. با بکارگیری اصل ماکزیمم پونتریاگین و نوشتن تابع همیلتونی و با توجه به (۳۱) و (۳۲) معادلات کمک وضعیت با استفاده از (۳۳) به صورت زیر حاصل خواهند شد:

$$\dot{w}(t) = -F_{,x}^T w + L_{,x}^T \quad (35)$$

مهم‌ترین نتیجه استفاده از اصل پونتریاگین در به دست آوردن پارامترهای کنترل با استفاده از (۳۳) و با وجود قیدهای حاکم بر پارامترهای کنترل خلاصه می‌شود. با جایگذاری کنترل‌های به دست آمده در معادلات دیفرانسیل کمک وضعیت (۳۵)، دستگاه معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت مدل به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$t \in [t^i, t^f], \begin{cases} \dot{x}(t) = F_1(x(t), w(t)) \\ \dot{w}(t) = F_2(x(t), w(t)) \end{cases} \quad (36)$$

4n معادله فوق از نوع معادلات دیفرانسیل معمولی با دو نقطه معلوم در انتها و ابتداست که با حل عددی معادلات فوق، مقادیر $x(t)$ و $w(t)$ در طی حرکت به دست می‌آید.

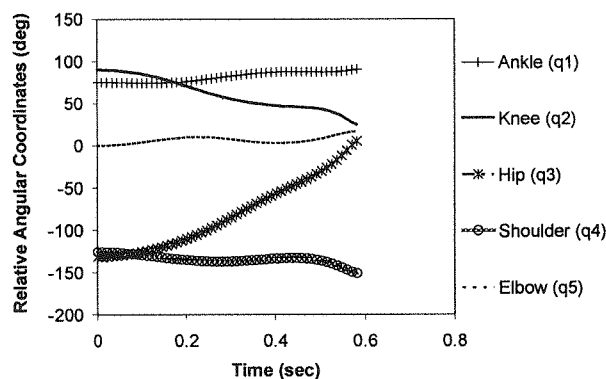
۲-۴- شبیه سازی عددی

اغلب مسائل کنترل بهینه از نوع مسائل با دو نقطه معلوم مرزی در ابتدا و انتهای مسیر است. در الگوریتم‌های عددی تکرارپذیر؛ که با استفاده از آنها می‌توان چنین مسائلی را حل کرد، ابتدا حل عددی اولیه به گونه‌ای به دست می‌آید که تعدادی از شرایط حاکم بر مسئله از جمله شرایط بهینگی را ارضا کند، سپس این حل به گونه‌ای تصحیح می‌شود تا شرایط باقیمانده ارضا شوند. مقادیر پارامترهای کنترل w_i و لذا متغیرهای حالت x_i در طول مسیر تابعی از w_i هستند. اساس استفاده از روش تیراندازی به این صورت است که چون مقادیر متغیرهای حالت در انتهای مسیر معلوم است، حدس w_i باید به گونه‌ای انجام گیرد تا در انتهای مسیر، نقاط مرزی از پیش معلوم x_f حاصل شود. مشکل اساسی حل در این روش، شروع حل و حدس اولیه w_i است. دلیل این پیچیدگی در این است که حل بهینه نسبت به شرایط مرزی بسیار حساس است و بعضاً حدس متغیرهای کمک وضعیت نامعلوم در ابتدای مسیر، به مسیرهای نادرست منجر خواهد شد.

۳- نتایج

مدل ۵ لینکی شکل (۱) برای ورزشکاری با وزن ۶۰ کیلوگرم و قد ۱/۶ متر همراه با وزنه‌ای ۹۰ کیلوگرمی تعریف و سایر پارامترهای آنتروپومتریک و بیومکانیک وی با استفاده از مدلی مناسب [۸] تعیین شد. معادلات لازم برای بهینه‌سازی طبق

اصل ماکزیمم پونتریاگین به دست آمد. تابع معیار کمینه‌سازی گشتاورهای محرک در نظر گرفته شد و حل عددی با استفاده از روش تیراندازی چندگانه صورت گرفت. برای حل به روش مذکور، ابتدا یک ناحیه کوچک بین نقاط اولیه و نهایی فرض شد و پس از حل مسئله در آن ناحیه، جواب‌های به دست آمده برای معادلات کمک وضعیت به عنوان حدس اولیه در مرحله بعدی استفاده شد. در مرحله بعدی، آن ناحیه کمی بزرگتر شد و به همین ترتیب این روند تا رسیدن به نقطه نهایی مسئله ادامه یافت. الگوی افزایش تدریجی این ناحیه با استفاده از یک مسیر تجربی حرکت وزنه تعیین شده است. این مسیر وزنه در یک روند سینماتیک معکوس با بهره‌گیری از تحلیل کیفی وزنه‌برداری [۱۲] به توالی موقعیت‌های زاویه‌ای مفاصل بدل گشت. نتایج حاصل از حل این مسئله در شکل (۲) تا شکل (۷) نمایش داده شده است. شکل (۲) نشانگر تغییرات زوایای نسبی مفاصل در مدل بهینه است. با توجه به تحلیل‌های کیفی موجود برای حرکت یکضرب، فلکشن (بازشدن) مفاصل لگن، زانو و مچ پا در این شکل دیده می‌شود که در این بین دامنه حرکتی لگن بیشترین سهم را در تولید حرکت نهایی دارد.

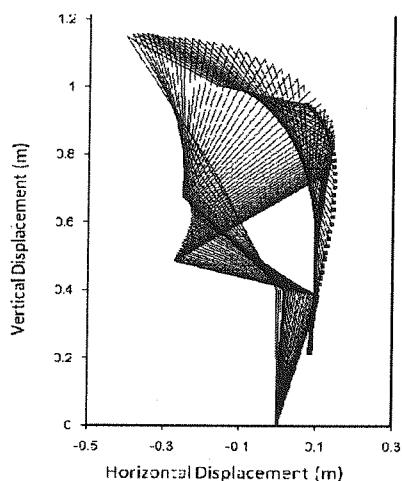


شکل (۲): نمودار تغییرات زوایای نسبی مفاصل در مدل بهینه

در شکل (۳) تغییرات سرعت‌های زاویه‌ای در مفاصل مشاهده می‌شود. مفصل لگن و مفصل زانو بیشترین سهم را در ایجاد سرعت مناسب برای وزنه دارند که موافق با پیش‌بینی اولیه‌ای است که از مشاهده حرکت مفاصل می‌توان داشت. علاوه بر نمودارهای سینماتیکی فوق، شکل (۴) گشتاورهایی را نشان می‌دهد که هر یک از مفاصل باید تولید کنند تا این حرکت بهینه حاصل شود. مشاهده می‌شود که لگن و زانو در تولید گشتاور محرک نیز بیشترین سهم را به عهده دارند که با توجه به قدرت فیزیولوژیک عضلات بازکننده یا جمع‌کننده آنها قابل توجیه است. در شکل (۵) موقعیت مدل بین نقاط ابتدا و انتها ترسیم شده است تا صحت توالی حرکت را از نظر محدودیت‌های کینزیولوژیک حاکم بر تکنیک یکضرب نشان دهد.

تجربه دیده می‌شود به سمت ورزشکار حرکت کرده است. وجود شباهت کلی در الگوی حرکتی صرف نظر از زمان شروع حرکت‌های افقی وزنه به سمت ورزشکار یا مخالف آن، آشکار می‌سازد که روند حرکتی یک ورزشکار با معیار بهینه‌سازی انتخابی هماهنگ است؛ اما زمان‌بندی این الگوی حرکتی می‌تواند به عنوان توصیه‌ای اجرایی به ورزشکار برای بهبود حرکت وی ارایه شود. بهره‌گیری از نتایج شکل (۲) در این راستا سودمند خواهد بود.

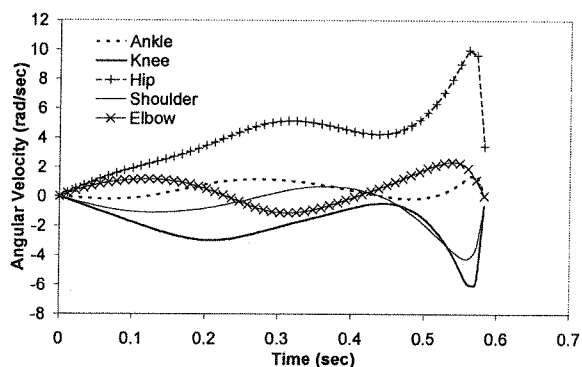
در شکل (۳)، به نقش مهم‌تر سرعت زاویه‌ای مفاصل لگن و زانو در تولید حرکت بهینه اشاره شد که مقایسه آن با داده‌های یک وزنه‌بردار واقعی می‌تواند به عنوان توصیه‌ای سینماتیکی برای بهبود حرکت ارایه شود. همین توصیه را می‌توان برای سایر مفاصل نیز مورد ارزیابی قرار داد. علاوه بر این پیشنهادات سینماتیکی، می‌توان از شکل (۴) برای ارزیابی قدرت عضلانی و توانایی عضلات برای تولید گشتاور بهینه در مفاصل بهره برد و در صورت لزوم ورزشکار را به تمرینات قدرتی مناسب راهنمایی کرد. در این بین، به نقش پر رنگ‌تر مفاصل لگن و زانو باید توجه کرد. مقایسه گشتاور ماکزیمم تولیدی هر مفصل با گشتاور مورد نیاز برای حرکت بهینه، راهنمای توصیه‌های سینماتیکی خواهد بود.



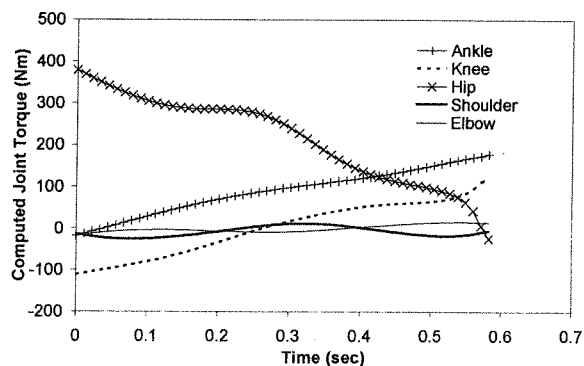
شکل (۵): توالی موقعیت مدل بهینه بین نقاط اولیه و نهایی

از نمودار شکل (۷) نیز می‌توان به عنوان فیدبکی برای رسیدن به سرعت مطلوب استفاده کرد. توانایی ورزشکار در تشخیص موقعیت مناسب برای رهایی وزنه به صورت یک پرتابه، عامل مهمی در بهبود حرکت یکضرب است. موقعیت مناسب به توانایی ورزشکار در حرکت سریع به زیر وزنه و همچنین به خصوصیات آنتروپومتریک او بستگی دارد. وجود شباهت نتایج مدل با نتایج تجربی وزنه‌برداران ماهر،

نکته‌ای که قابل ذکر است انتخاب نقطه پایانی به صورتی است که وزنه دارای شرایط مناسب برای ادامه حرکت به صورت یک پرتابه باشد. در این مطالعه، همانند [۱۲] فرض شده است که ورزشکار فقط تا این نقطه به اعمال گشتاور برای بالا بردن وزنه نیاز دارد و ادامه حرکت وزنه با بهره‌گیری از سرعت اولیه و به شکل یک حرکت پرتابی امکان پذیر خواهد بود.



شکل (۳): نمودار سرعت‌های زاویه‌ای مفاصل در مدل بهینه



شکل (۴): نمودار گشتاورهای محرک مفاصل در مدل بهینه

در شکل (۶)، مسیر حرکت وزنه تا نقطه انتهایی به دو صورت نشان داده شده است که اولی مسیر بهینه حاصل از حل مدل و دومی مسیری است که در تجربه و در بین ورزشکاران ماهر مشاهده می‌شود [۴]. ادامه مسیر نیز به صورت یک حرکت پرتابی است که با توجه به سرعت وزنه در نقطه انتهایی محاسبه و نمایش داده شده است. در شکل (۷) سرعت قائم وزنه در مدل بهینه؛ که با حرکت پرتابی یافته است، و سرعت قائم وزنه؛ که در تجربه و بین ورزشکاران ماهر ثبت شده است [۴]، مشاهده می‌شود. دستیابی به سرعت مناسب برای حرکت وزنه به صورت یک پرتابه از نکاتی است که هم در مدل و هم در تجربه بخوبی نشان داده شده است.

۴- بحث و نتیجه‌گیری

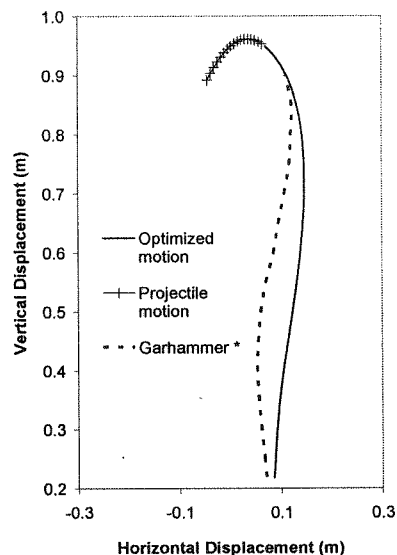
مقایسه مسیر بهینه با مسیر تجربی نشان می‌دهد که حرکت افقی رو به جلوی وزنه در مدل بهینه زودتر از زمانی است که در تجربه مشاهده می‌شود. همچنین وزنه کمتر از آنچه در

دارد که به روشی مناسب برای حل مسأله دست یافت و در مرحله دوم، آن را از نظر دینامیکی و اعمال محدودیت‌های مناسب بیومکانیکی تکمیل کرد. وجود چنین مدلی برای شناخت حرکات ورزشی و بهینه‌سازی آنها لازم است و می‌تواند برای جلوگیری از بروز صدمات به ورزشکاران در اثر اجرای تکنیک‌های نادرست نیز استفاده شود.

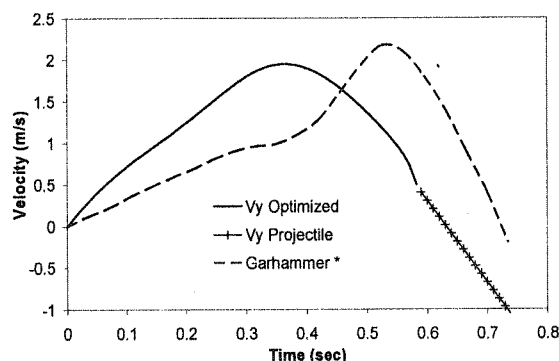
۵- مراجع

- [۱] Garhammer, J.; "Biomechanical Profiles of Olympic Weightlifters", International Journal of Sport Biomechanics, vol. 1, p.p. 122-130, 1985
- [۱] Baumann, W.; "The Snatch Technique of World Class Weightlifters at the 1985 World Championships", International Journal of Sport Biomechanics, vol. 4, p.p. 6889 1988.
- [۲] Byrd, R.; "Barbell Trajectories: Three Case Study", Strength and Health (on-line publication of York Barbell Company), vol. 3, p.p. 40-42, 2001
- [۲] Garhammer, J.; "Barbell Trajectory, Velocity, and Power Changes: Six Attempts and Four World Record", Weightlifting USA, vol. 1(8) , p.p. 2730 2001.
- [۴] Park, W.; Martin, B.J.; Choe, S.; Chaffin, D.B.; Reed, M.P.; "Representing and Identifying Alternative Movement Techniques for Goal-Directed Manual Tasks", Journal of Biomechanics, vol. 38 p.p. 519-527, 2005.
- [۵] Rezaei, T.; Rostami, M.; "Generating Optimal Motion during the Pulling Phase of the Snatch Lift", Proceeding of the Second IASTED International Conference, Spain, 2005
- [۶] Rostami, M.; Bessonnet, G.; "Sagittal Gait of a Biped Robot during the Single Support Phase. Part 2: Optimal Motion", Robotica, vol. 19, pp 241-253, 2001.
- [۷] Chaffin, D.B.; Anderson, G.B.J.; *Occupational Biomechanics*, John Wiley, 1991.
- [۸] Chang, Ch.; Brown, D.R.; Bloswick D.S.; Hsiang S.M.; "Biomechanical Simulation of Manual Lifting using Space Time Optimization", Journal of Biomechanics, vol. 34 p.p. 527-532, 2001
- [۹] Menegaldo, L.L.; Fleury, A.D.T.; Weber, H.I.; "Biomechanical Modeling and Optimal Control of Human Posture", Journal of Biomechanics, vol. 36, p.p. 17041712 2003.
- [۱۰] Ren, L.; Jones, R.K.; Howard, D.; "Dynamic Analysis of Load Carriage Biomechanics During Level Walking", Journal of Biomechanics, vol. 38, p.p. 853-863, 2005
- [۱۱] Derwin, B.P.; "The Snatch: Technical Description & Periodization Program" National Strength & Conditioning Journal, vol 12 2, pp 6-9, 1990

نشان دهنده درستی مسیر مطالعاتی است؛ زیرا فرض می‌شود الگوی حرکتی انسان به حرکت بهینه متمایل است که در اثر گذشت سال‌ها و صیقل‌خوردن الگوهای متفاوتی است که با سعی و خطا در راستای بهبود عملکرد ورزشکار پدید آمده‌اند.



شکل (۶): مسیر حرکت وزنه در مدل بهینه (خط ممتد) و مشاهدات تجربی [۴] (خط چین) تا مرحله زیررفتن و ادامه حرکت وزنه به صورت پرتابه (نقطه چین)



شکل (۷): سرعت قائم وزنه در مدل بهینه (توپر) و مشاهدات تجربی [۷] (خط چین) تا مرحله زیررفتن و ادامه آن به صورت پرتابه (نقطه چین)

مقایسه نتایج این مدل با مطالعات قبلی، نشان‌دهنده شباهت‌هایی در مسیر بهینه تئوری و تجربی است که این امر موفقیت تقریبی مدل در ارائه تصویری منطبق با واقعیت است. برتری مدل فوق، در دستیابی به امر واقع از طریق مدل‌سازی ریاضی است که تاکنون در این حیطه صورت نپذیرفته بود. بهبود این مدل و تکمیل آن می‌تواند به ایجاد مدلی پیشگو برای بهبود حرکات قهرمانان ورزشی منجر شود. شایان ذکر است که این امر در مطالعات قبلی؛ که مبنای آنها مقایسه با ورزشکاران خبره بود، نمی‌تواند برای بهبود عملکرد قهرمانان ورزشی استفاده شود. تکمیل این مدل در مرحله نخست نیاز