بررسی زمان بهینه تعمیر یا تعویض قطعات دستگاه‌ها با توزیع‌های نرخ شکست

صادق رضایی[i]؛ رسول طهماسبی[ii]

چکیده

در این مقاله، پس از معرفی فرآیند تجدید، تابع هزینه برای برخی از مدل‌های آماری نظیر توزیع وایبل، توزیع آمیخته نمایی- هندسی و توزیع آمیخته نمایی- پواسن بریده شده در صفر به‌دست می‌آید و نشان داده می‌شود که این توابع، نزولی هستند (شکل ۱). با استفاده از تابع نرخ شکست و تابع هزینه، بهترین تابع چگالی احتمال برای طول عمر تعویض‌های متوالی معرفی می‌شود؛ و برای استفاده در صنعت نیز، معادلات هزینه سه توزیع معرفی شده به طور عددی حل و نمودار آنها رسم شده‌اند که کاربر می‌تواند با مقایسه نمودار ارایه شده، بهترین توزیع را انتخاب کند.

کلمات کلیدی

فرآیند تجدید؛ تعمیر کامل؛ تعمیر ناقص؛ تعمیر مینیمم؛ فرآیند پواسن ناهمگن.

Study of Optimum Time for Repair or Replacement of Equipment Using Decreasing Failure Rate Distributions

S. Rezaei; R. Tahmasbi

ABSTRACT

In this paper, after introducing the renewal process, the cost function for some statistical distributions such as Weibull, mixture of Exponential and Geometric, mixture of Exponential and zero truncated Poisson are obtained. It is shown that these cost functions are decreasing functions (Figure 1). Using the failure rate and cost functions, the optimal distribution of repair for the successive repair is achieved. Also for industrial applications, the cost functions are calculated numerically and are plotted. By this method, the user could compare the presented figures and choose the best distribution.

KEYWORDS

Renewal Process; Perfect Repair; Imperfect Repair; Minimum Repair; Non-homogeneous Poisson Process.

[i] استادیار دانشگاه شهید چمران اهواز، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، گروه آمار: srezaei@aut.ac.ir.

[ii] کارشناس ارشد دانشگاه صنعتی امیر کبیر، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، rtahmasbi@rtssp.org.

۱- مقدمه

مدل‌های معمول و مورد استفاده در تحلیل داده‌های سیستم‌های تعمیرپذیر به دو دسته تقسیم می‌شوند: مدل تعمیر کامل (Perfect Renewal Process) و مدل تعمیر مینیمم (Minimum Repair). قابل ذکر است که فعالیت‌های تعمیر در عمل چیزی بین دو فرایند است که تعمیر ناقص (Imperfect Repair) نامیده می‌شود. مدل‌بندی تحلیل سیستم‌های تعمیرپذیر با شیوه تعمیر ناقص، به دلیل کاربردهای زیاد مورد توجه محققین بسیاری قرار گرفته است [٤].در مدل Kijima [۲] فرض می‌شود که تعمیرات روی تمام دوره‌های قبلی تعمیرات اثر گذار است. شکل تحلیلی این مدل به دلیل پیچیدگی روابط ریاضی در دسترس نیست و حتی دسترسی به جواب‌های عددی آنها بسیار مشکل است [۳]، [٤].

در این مقاله دو مدل آماری جدید از توزیع‌های *آمیخته نمایی- هندسی* و توزیع *آمیخته نمایی- پواسن بریده شده در صفر*، برای طول عمر قطعه مورد نظر ارایه شده است که با نتایج [۴] مقایسه کرده‌ایم؛ همچنین برای استفاده از نتایج حاصله در صنعت، این معادلات را با روش‌های عددی حل و نتایج این سه روش را با یکدیگر مقایسه کرده‌ایم.

سازماندهی این مقاله به این صورت است که در بخش ۲ فرایندهای تجدید بررسی شده‌اند. چهارچوب تابع هزینه تعمیر قطعات در بخش ۳ ارایه شده است. در بخش ٤، زمان بهینه تعویض قطعه را بررسی و نتایج عددی آنها را در بخش ٥ ارایه کرده‌ایم.

۲- فرآیند تجدید کلی

یک سیستم تعمیر پذیر در زمان $t=0$ را در نظر بگیرید، فرض کنید $t_1, t_2, \ldots$ زمان‌های تعمیر متوالی را نشان دهد و نیز $x_1, x_2, \ldots$ فاصله زمانی بین تعمیرهای متناظر باشد؛ بنابراین $x_i = t_i - t_{i-1}$، که در آن برای سهولت $t_0 = 0$ انتخاب می‌شود. دنباله $t_1, t_2, \ldots$ زمان‌های متوالی خرابی و دنباله $x_1, x_2, \ldots$ طول زمان خرابی‌های متوالی متناظر است که اطلاعات یکسانی درباره تحقق یک فرآیند بخصوص فراهم می‌آورند. در عمل، نه تنها nامین تعمیر به $(n-1)$امین تعمیر، بلکه به تمام تعمیرهای قبلی نیز وابسته است. از این رو، فرض می‌کنیم عمل تعمیر سیستم را تا nامین تعمیر تحت تاثیر قرار می‌دهد.

اکنون بعد از توضیح مختصر فرآیند تجدید، متغیر تصادفی X_n را طول فاصله زمانی بین $(n-1)$امین و nامین تعویض درنظر بگیرید- عمل تعویض خود یک نوع تعمیر درنظر گرفته می‌شود - و نیز فرض کنید هر وقت تجدیدی رخ می‌دهد هزینه‌ای بر آن مترتب می‌شود. فرض کنید هزینه در زمان nامین تجدید R_n باشد، و بعلاوه، R_nها مستقل و هم توزیع هستند و سرانجام می‌پذیریم که ممکن است R_nها به X_nها بستگی داشته باشد، اگر قرار دهیم

$$R(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} R_n(t) \tag{۱}$$

آن‌گاه $R(t)$ کل هزینه تا زمان t را نشان می‌دهد [۴]. با فرض $E(R) = E(R_n), E(X) = E(X_n)$ قضیه زیر هزینه تعویض قطعه را ارایه می‌دهد:

قضیه ۱: اگر $E(X) < \infty, E(R) < \infty$، آن‌گاه با احتمال ۱:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{R(t)}{t} = \frac{E(R)}{E(X)}. \tag{۲}$$

این قضیه نشان می‌دهد که در دراز مدت، متوسط هزینه برابر است با حاصل تقسیم هزینه پرداختی در زمان تعویض بر متوسط طول nامین فاصله تعویض [۴].

در بخش بعدی، تابع هزینه تعویض قطعات دستگاه‌ها را ارایه می‌دهیم که در آن، زمان شکست یک قطعه متغیر تصادفی در نظر گرفته شده است؛ سپس تابع هزینه را برای چند توزیع مهم بر حسب پارامترهای آنها محاسبه می‌کنیم و نهایتا، زمان بهینه تعویض قطعه را با در نظر گرفتن هزینه، محاسبه می‌کنیم.

۳- تابع هزینه تعمیر قطعات

هزینه مربوط به تعویض قطعه بعد از بروز خرابی C_2، بیش از حالت تعمیر به‌هنگام قطعه، یعنی C_1 در نظر گرفته می‌شود؛ زیرا از کار افتادن یک قطعه در دستگاه به سایر تجهیزات آسیب می‌رساند و طبیعی است که هزینه آن بیش‌تر باشد، و بعلاوه، نرخ خرابی یک دستگاه که به‌صورت زیر تعریف می‌شود، افزایشی فرض می‌شود:

$$r(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}. \tag{۳}$$

در صورتی که تابع نرخ شکست ثابت باشد (نظیر توزیع نمائی)، آن وقت در چنین شرایطی تعویض قطعه قبل از بروز خرابی با فرض آن‌که دستگاه در زمان تعویض سالم باشد احتمال خرابی‌های بعدی را تحت تأثیر قرار نمی‌دهد. از این رو، تعویض قطعه، زمانی مفید است که نرخ شکست آن افزایشی باشد، افزون بر آن عمل تعویض قطعه وضعیت دستگاه را به

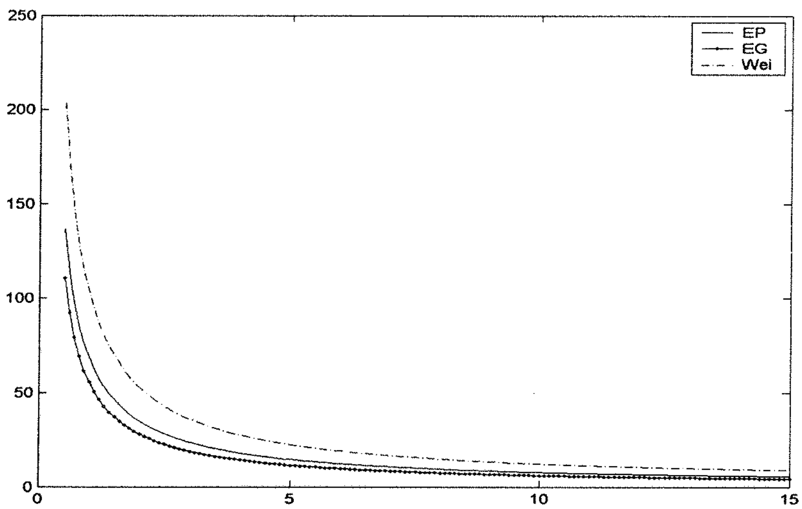
وضعیت (اولیه) سالم برمی‌گرداند.

برای محاسبه تابع هزینه فرض می‌کنیم:

الف) T، طول مدت زمان کار کرد دستگاه در لحظه تعویض قطعه است.

ب) قطعه مورد نظر دستگاه بعد از کارکردن T واحد زمانی به‌طور سیستماتیک تعویض می‌شود یا اینکه به‌محض از کارافتادن آن تعویض صورت می‌گیرد.

ج) C(T) هزینه این خط مشی را ارایه می‌دهد.



شکل (۱): تابع هزینه توزیع آمیخته نمایی- پواسن بریده شده در صفر (EP)، تابع هزینه توزیع آمیخته نمایی- هندسی (EG) و تابع هزینه توزیع وایبل (Wei)

فرض می‌کنیم طول عمر مورد نظر در jامین دفع، که فرآیند تعمیر و تعویض تکرار می‌شود U_j است، و نیز U_jها مستقل و هم‌توزیع هستند؛ در این صورت، مدت زمانی که در jامین نوبت؛ که از این قطعه بهره برداری می‌شود، عبارتند از $X_j = \min(U_j, T)$، که در آن، X_jها متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع هستند.

اگر هزینه تعویض و تعمیر را در jامین نوبت C_j فرض کنیم، در این صورت:

$$C_j = \begin{cases} C_1, & U_j > T \\ C_2, & U_j \le T \end{cases} \qquad (۴)$$

که در آن، C_1 هزینه تعویض و تعمیر $C_2 = C_1 + d$ هزینه ساقط شدن دستگاه است. به‌عبارت دیگر، هزینه ساقط شدن دستگاه از دو قسمت تشکیل شده است: هزینه تعویض و تعمیر و دیگری هزینه حاصل از ساقط شدن است که در این جا آن را با $d > 0$ نمایش می‌دهیم.

از فرآیند تجدید می‌دانیم:

$$C(T) = \frac{E(C_j)}{E(X_j)} \qquad (۵)$$

که در آن:

$$E(C_j) = C_1 \Pr(U_j > T) + C_2 \Pr(U_j \le T). \qquad (۶)$$

و

$$E(X_j) = \int_0^T \Pr(U_j > x)dx. \qquad (۷)$$

از این رو:

$$C(T) = \frac{C_1 \Pr(U_j > T) + C_2 \Pr(U_j \le T)}{\int_0^T \Pr(U_j > x)dx}. \qquad (۸)$$

بنابراین، در صورت معلوم بودن زمان کارکرد قطعه، یعنی U_j مقدار زمان بهینه تعویض قطعه را می‌توان با بهینه کردن مقدار $C(T)$ به‌دست آورد.

٤- بررسی زمان بهینه تعویض قطعه

در این بخش با درنظر گرفتن تابع توزیع‌هایی همچون وایبل، توزیع آمیخته نمایی- هندسی و توزیع آمیخته نمایی- پواسن بریده شده در صفر برای طول عمر قطعه مورد نظر، ابتدا تابع $C(T)$ را محاسبه و سپس زمان بهینه را با در نظر گرفتن هزینه، به دست می‌آوریم.

۴-۱- بررسی توزیع وایبل و محاسبه تابع هزینه

در توزیع وایبل با چگالی:

$$f(t;\alpha,\beta)=\alpha\beta\, t^{\beta-1}e^{-\alpha t^{\beta}}\,;\ t\geq 0,\alpha,\beta>0\,. \tag{۹}$$

تابع نرخ شکست عبارت است از:

$$r(t)=\alpha\beta\, t^{\beta-1} \tag{۱۰}$$

که مشتق تابع نرخ شکست عبارت است از:

$$r'(t)=\alpha\beta(\beta-1)t^{\beta-2}\,. \tag{۱۱}$$

بنابراین، وقتی $0<\beta<1$، تابع نرخ شکست کاهشی و شتاب نزولی دارد. از این رو، می‌تواند تابع مناسبی برای زمان کارکرد بعضی از قطعات باشد. نمودار این تابع در شکل (۳) رسم شده است.

با توجه به روابط (۸) و (۹) داریم:

$$C(T)=\frac{C_2-de^{-\alpha T^{\beta}}}{\int_0^T e^{-\alpha x^{\beta}}dx}\,. \tag{۱۲}$$

براحتی دیده می‌شود که تابع $C(T)$ نزولی اکید است. نمودار این تابع در شکل (۱) نشان داده شده است.

۴-۲- بررسی توزیع آمیخته نمایی- هندسی و محاسبه تابع هزینه آن

این توزیع با تابع چگالی زیر معرفی می‌شود [۵]:

$$f(t;\beta,p)=\beta(1-p)e^{-\beta t}(1-pe^{-\beta t})^{-2}\,. \tag{۱۳}$$

که در آن، $\beta,t\in\mathbb{R}_+$ و $0<p<1$. براحتی دیده می‌شود که تابع توزیع و تابع نرخ شکست عبارت هستند از:

$$F(t)=(1-e^{-\beta t})(1-pe^{-\beta t})^{-1} \tag{۱۴}$$

$$r(t)=\beta(1-pe^{-\beta t})^{-1}\,. \tag{۱۵}$$

همان‌طور که دیده می‌شود تابع نرخ شکست تابعی نزولی است و مقدار اولیه آن برابر است با $r(0)=\beta(1-p)^{-1}$ که در بی‌نهایت به مقدار ثابت β میل می‌کند. این خصوصیت در مقایسه با توزیع وایبل؛ که در آن، $r(0)=\infty$ و $r(\infty)=0$ است، خصوصیت کاربردی‌تری است. نمودار تابع نرخ شکست در شکل (۳) رسم شده است.

با توجه به روابط (۸) و (۱۳) داریم:

$$C(T)=\frac{d(1-e^{-\beta T})(1-pe^{-\beta T})+C_1}{(1-p)/(\beta p)[\ln(pe^{-\beta T}-1)-\ln(p-1)]}\,. \tag{۱۶}$$

نمودار این تابع در شکل (۱) نشان داده شده است.

۴-۳- بررسی توزیع آمیخته نمائی- پواسن بریده شده در صفر و محاسبه تابع هزینه آن

این توزیع با تابع چگالی زیر معرفی می‌شود [۶]:

$$f(t;\lambda,\beta)=\frac{\lambda\beta}{1-e^{-\lambda}}e^{-\lambda-\beta t+\lambda\exp(-\beta t)} \tag{۱۷}$$

که در آن، $\beta,\ \lambda,\ t\in\mathbb{R}_+$.

تابع توزیع و تابع نرخ شکست عبارت هستند از:

$$F(t)=(e^{\lambda\exp(-\beta t)}-e^{\lambda})/(1-e^{\lambda}) \tag{۱۸}$$

$$r(t)=\frac{\lambda\beta(1-e^{\lambda})}{(1-e^{-\lambda})}e^{-\lambda-\beta t+\lambda\exp(-\beta t)}\Big/(1-e^{\lambda\exp(-\beta t)}) \tag{۱۹}$$

تابع نرخ شکست نزولی است و $r(0)=\beta\lambda e^{\lambda}(e^{\lambda}-1)^{-1}$ و $r(\infty)=\beta$. همانند توزیع آمیخته نمایی- هندسی، این خصوصیت در مقایسه با توزیع وایبل، خصوصیت کاربردی‌تری است. از مزایای دیگر این مدل این است که نرخ شکست در لحظه صفر با دو پارامتر بیان می‌شود. نمودار تابع نرخ شکست در شکل (۳) رسم شده است.

با توجه به روابط (۸) و (۱۳) تابع هزینه عبارت است از:

$$C(T)=\frac{C_1\beta(1-e^{\lambda})+d\beta(e^{\lambda\exp(-\beta T)}-e^{\lambda})}{T\beta(1-e^{\lambda})-\lambda(1-e^{-\beta T})}\,. \tag{۲۰}$$

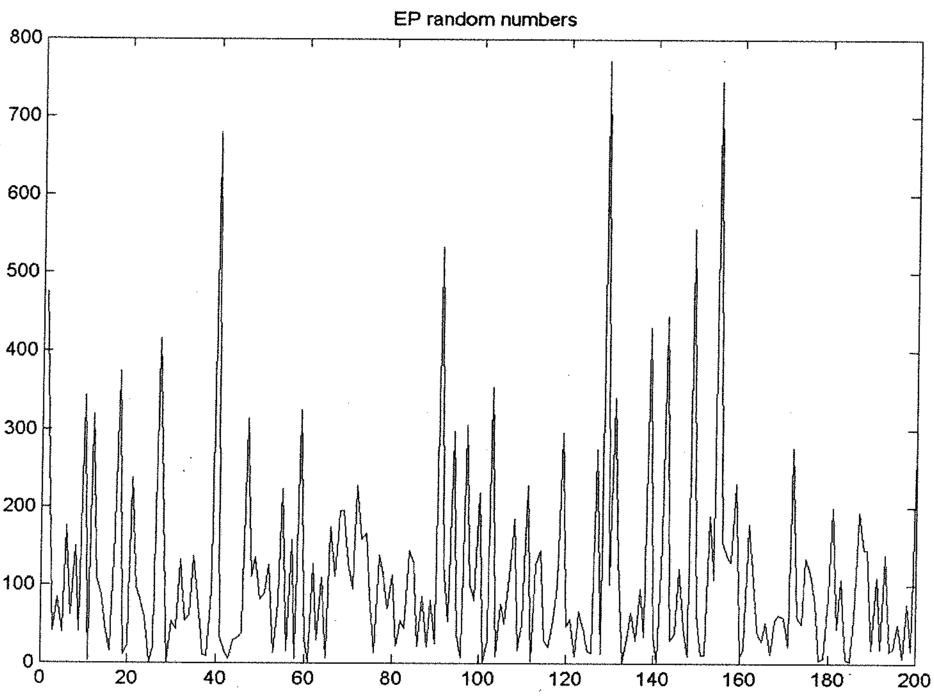
دقت شود که در رابطه فوق از تقریب $\exp(x)=1+x$ استفاده شده است. نمودار این تابع در شکل (۱) نشان داده شده است.

۵- نتایج عددی

در بررسی تابع هزینه دیدیم که زمان بهینه برای تعویض قطعات با هزینه ساقط شدن دستگاه، d و هزینه تعویض و تعمیر، C_1 رابطه مستقیم دارد. در توزیع وایبل در صورتی که $0<\beta<1$، آن‌وقت تابع نرخ شکست از صفر شروع می‌شود و هرچه افزایش یابد با وجودی که مقدار تابع نرخ شکست مثبت است؛ ولی مقدار آن کم و کم‌تر می‌شود تا اینکه در $T=\infty$ برابرصفر می‌گردد. اگر فرض کنیم زمان بین تعمیر و تعویض‌های متوالی از فرآیند تجدید کلی تبعیت می‌کند، آن وقت تابع هزینه و زمان بهینه از مقوله‌های است که تصور می‌شود با هزینه و زمان واقعی چندان فاصله‌ای ندارد و می‌تواند مفید واقع شود که هدف بعدی ما دست‌یابی به چنین شرایطی است.

اکنون نتایج عددی و شبیه سازی شده را در این قسمت ارایه می‌دهیم و تابع هزینه را برای سه توزیع ارایه شده در بخش ٤، به دست آورده و مقایسه می‌کنیم. برای این کار ۲۰۰

عدد تصادفی از توزیع آمیخته نمایی- پواسن بریده شده در صفر تولید می‌کنیم، سپس با استفاده از الگوریتم EM پارامترهای توزیع آمیخته نمایی- هندسی را بدست آورده و مزایای بیشتری- همچون سرعت همگرایی بیشتر نسبت به الگوریتم Newton-Raphson دارد، به‌همین دلیل از این روش استفاده می‌کنیم [۵].



شکل (۲): ۲۰۰ داده تصادفی تولید شده از توزیع آمیخته نمائی- پواسن بریده شده در صفر (EP)

تابع هزینه آن‌را به دست می‌آوریم. همچنین با استفاده از روش ماکزیمم درستنمایی نیز پارامترهای توزیع وایبل را برآورد می‌کنیم.

شکل (۲)، ۲۰۰ داده تصادفی تولید شده از توزیع آمیخته نمایی- پواسن بریده شده در صفر را با پارامترهای $\beta = 7.5\times10^{-3}$ و $\lambda = 1.33$ نشان می‌دهد. این اعداد تصادفی از روش معکوس تابع توزیع تجمعی با رابطه زیر به دست آمده‌اند:

$$x = \frac{\ln\lambda - \ln(\ln(u(1-e^{\lambda}) + e^{\lambda}))}{\beta} \qquad (۲۱)$$

که در آن، u اعداد تصادفی یکنواخت در بازه صفر و یک است. این اعداد را می‌توان به عنوان طول عمر ۲۰۰ قطعه در نظر گرفت [۶].

برای برآورد پارامترهای β و p به روش ماکزیمم درستنمایی باید از روش‌های عددی همچون الگوریتم Newton-Raphson استفاده کرد. از آنجا که استفاده از الگوریتم EM،

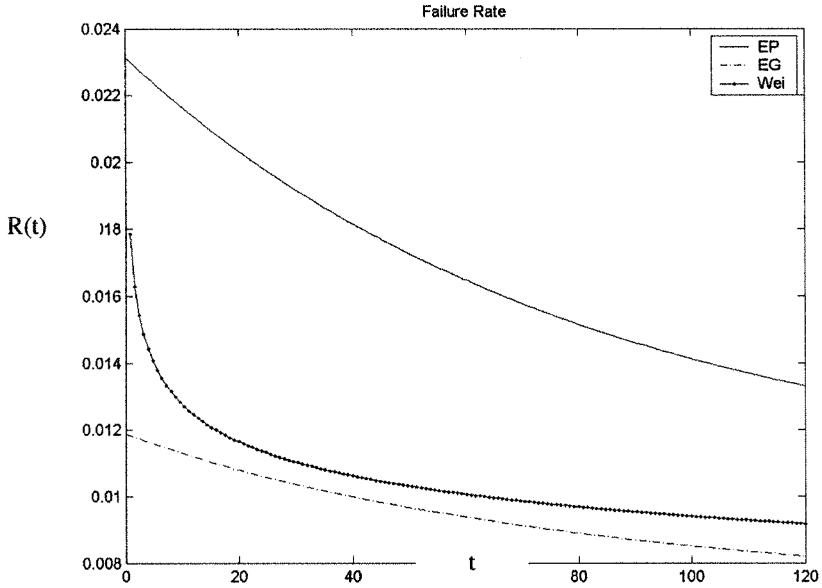
با استفاده از الگوریتم EM ارایه شده در [۵]، پارامترهای توزیع آمیخته نمایی- هندسی در گام $m+1$ توسط روابط زیر به دست می‌آید:

$$\beta^{(m+1)} = n\{\sum \frac{x_i(1-p^{(m)}e^{-\beta^{(m)}x_i})}{1-p^{(m)}e^{-\beta^{(m)}x_i}}\}^{-1} \qquad (۲۲)$$

$$p^{(m+1)} = 1 - n\{\sum \frac{(1+p^{(m)}e^{-\beta^{(m)}x_i})}{1-p^{(m)}e^{-\beta^{(m)}x_i}}\}^{-1}. \qquad (۲۳)$$

برای داده‌های ارایه شده در شکل (۲)، پارامترهای این توزیع $\beta = 0.0065$ و $p = 0.4531$ برآورد می‌شوند. تابع هزینه این توزیع با رابطه (١٦) به دست می‌آید که در شکل (۱) رسم شده است.

برای محاسبه تابع هزینه توزیع وایبل، پارامترهای این توزیع برای داده‌های شکل (۲) برآورد شده است و نمودار تابع هزینه آن در شکل (۱) رسم شده است. همان طور که دیده می‌شود، تابع هزینه برای این سه توزیع نزولی اکید است؛ پس



شکل ۳- تابع نرخ شکست توزیع امیخته نمائی- پواسن بریده شده در صفر (EP)، تابع نرخ شکست توزیع آمیخته نمائی- هندسی (EG) و تابع نرخ شکست توزیع وایبل (Wei)

هرچه زمان بیشتر سپری شود هزینه کاهش می‌یابد؛ بنابراین زمان خاصی برای تعیین بهترین زمان تعویض قطعه برای مینیمم کردن هزینه وجود ندارد (بجز در بی‌نهایت). از طرفی با توجه به اینکه اگر زمان عدم تعویض قطعه زیاد شود ممکن است سیستم تولیدی به دلیل عدم کارکرد و تولید دچار زیان شود، بنابراین لازم است که بهترین زمان تعویض قطعه یا تعمیر سیستم را با توجه به یک هزینه ثابت، که از آن به عنوان خط مشی هزینه تعمیرات یاد می‌کنیم، تعیین کنیم. این هزینه ثابت وقتی اهمیت می‌یابد که تابع هزینه پس از مدتی تقریبا ثابت می‌شود (شکل ۱). بنابراین تحلیلگر سیستم می‌تواند بهترین زمان تعویض قطعه را در ابتدای ثابت شدن تابع هزینه در نظر بگیرد تا ضرر ناشی از عدم کارکرد دستگاه، که به عدم تولید منجر می‌شود، حداقل شود. شایان ذکر است که می‌توان یک رابطه بین تابع سود ناشی از تولید محصول و تابع هزینه به‌دست آورد و سپس مینیمم ضرر را به‌دست آورد که این رابطه برای کارهای آتی پیشنهاد می‌شود و در چهارچوب این مقاله نیست.

نکته قابل توجه دیگر این است که انتخاب درست تابع توزیع عمر قطعه، بسیار مهم است و در برآورد تابع هزینه نقش کلیدی دارد (شکل ۱)؛ بنابراین توصیه می‌شود که پس از انتخاب تابع توزیع مورد نظر، آزمون‌های خوبی برازش را بررسی کنید.

همان‌طور که در شکل (۱) دیده می‌شود برای یک هزینه ثابت، توزیع‌های وایبل، آمیخته نمایی- پواسن بریده شده در صفر و توزیع آمیخته نمایی- هندسی، به ترتیب زمان تعویض طولانی‌تری را پیشنهاد می‌کنند.

۶- مراجع

[۱] Guo, R., Ascher, H. and Love ,E. "Generalize Models of Repairable systems-A Survey via Stochastic Processes formalism," ORION. Vol. 1. 16.No. 2, 87-128, 2000.

[۲] Kijima, M. and Sumita, N. "A useful generalization of renewal theory: counting process governed by nonnegative Markovian increments," *Journal of Applied Probability*, 23, 71-88, 1986.

[۳] Kijima, M., "Some results for repairable systems with general repair," *Journal of Applied Probability*, 20, 851-859, 1989.

[۴] Korram, E., Rezaei, S., "Optimum time of Repair or Replacement of Equipments", *Amirkabir J. of science and technology*, 2007.

[۵] Adamidis, K., Loukas, S., "A lifetime distribution with decreasing failure rate," *Statistics & Probability Letters,* 39, 35-42, 1998.

[۶] Coskun, K., "A new lifetime distribution," *Computational Statistics & Data Analysis*, 2006.

[۷] Kaminskiy, M., and Krivtsov, V. "A Monte Carlo approach to repairable system reliability analysis," Probabilistic Safety Assessment and Management, New York: Springer, p. 1063-1068, 1998.

[۸] Yanez, M., Joglar, F. and Modaress, M., "Generalized Renewal Process for analysis of repairable systems with limited failure experience," *Reliability Engineering and system Safety*, Vol. 77, issue. 2, pp. 167-180, 14, 2002.

[۹] Mettas, A. and Zhao, W., "Modeling and analysis of Complex Repairable system," *Technique Report Relia Soft reporation*, 2004.

[۱۰] Scarsini, M. and Shaked, "On value of an item Subject to general repair or maintenance, with general repair," *European J. of Operational Research,* 122, 625-637, 2000.

[۱۱] Guo, R., and Love, C. E. "Statistical analysis of an age model for imperfectly repair systems," *Quality and Reliability Engineering International*, 8, 507-522, 1992.

[۱۲] Guo, R., and Love, C. E. "Simulating Non-homogeneous Poisson processes with proportional intensities," *Naval Research Logistics*, 41, 507-522, 1994.

[۱۳] Love, C. E., and Guo, R. "Utilizing Weibull failure rate in repair limit analysis for equipment replacement/preventive maintence decisions," *Journal of the operational research society*, 47, 1366-1376, 1994a.

[۱۴] Love, C. E., and Guo, R. "Simulation strategies to identify the failure parameters of repairable systems under the influence of general repair," *Quality and Reliability Engineering International,* 10, 37-47, 1994b.

[۱۵] Chukova, S., and Khalil, Z., "On the moving T-screening of the non-stationary processes," comptes rendus de l, academic Bulgare des Science, 43, No 7, 27-28, 1990b.

[۱۶] Chukova, S., and Khalil, Z., "On the conservation T-screening of Non-stationary Poisson processes, applications to warranty analysis," *Comptes Rendus de l, academic Bulgare des sciences*, 43, No 8, 46-48, 1990a.

[۱۷] Chukova, S., "On the taxonomy of mathematic al models in warranty analysis," *Journal of Statistical research, Statistical data analysis*, 96, Bulgaria, Sep. 1995.

[۱۸] Dimitrov, B., Chukova, S. Khalil, Z. "Warranty costs: An age-dependent Failure/Repair model" *Naval Research Logistic Quarterly*, 51, pp. 959-976, 2004.