بررسی اثر مقیاس پذیری و ناهمسانگردی پارامترهای تخلخل و نفوذپذیری به کمک روش‌های زمین آماری

علی پرهیزکار میاندهی[i]، وامق رسولی[ii] و ناصر علیزاده[iii]

چکیده

یکی از مهم‌ترین مسائل در مهندسی مخازن، تعیین پارامترهای تخلخل و نفوذپذیری مخزن است. اندازه‌گیری دو پارامتر یاد شده، به شیوه‌های مختلف، از طریق آزمایش نمونه‌های کوچک در آزمایشگاه، تا تعیین از روی نمودارهای چاه‌پیمایی به صورت درجا انجام می‌گیرد. تفاوت دو روش فوق، ناشی از اثر مقیاس اندازه‌گیری است؛ به طوری که با تغییر حجم نمونهٔ مورد مطالعه، مقادیر متفاوتی به دست خواهد آمد.

در این مقاله (مطالعهٔ موردی)، به کمک بررسی رفتار واریانس میانگین دو پارامتر یاد شده، اثر مقیاس پذیری آنها مورد بررسی قرار گرفته است. بر این اساس و به کمک توابع خود همبسته، مشخص شد که نفوذپذیری جانبی با بزرگ شدن مقیاس افزایش می‌یابد. این رفتار، با رفتار نفوذپذیری قائم در تعارض است. همان طور که انتظار می‌رود، نفوذپذیری قائم با افزایش مقیاس کاهش پیدا می‌کند. با بررسی رفتار واریانس میانگین و همسان نمودن نتایج آن با تابع واریوگرام، مشخص شد که مخزن مورد مطالعه ناهمسانگرد بوده، برای بررسی ویژگی ناهمسانگردی، علاوه بر تابع واریوگرام می‌توان از رفتار واریانس میانگین نیز استفاده کرد.

کلمات کلیدی

اثر مقیاس، واریانس میانگین، ناهمسانگردی، زمین آمار، حجم المان معرف

Studying the Scale Effect and Anisotropy on Reservoir Porosity and Permeability Parameters Using Geostatistical Approaches (Case Study)

A. Parhizkar M., V. Rasouli, N. Alizadeh

ABSTRACT

One of the most important characteristics in the reservoir studies known as "determination of porosity and permeability". Porosity and permeability determination is done by different methods such as experiment on small samples in laboratory or insitu determination using well logs. The difference between these methods is due to scale effect as changing in sample volume has different results. In this paper, the scale effect on porosity and permeability variables from an oil reservoir using geostatistical approaches (basically variance of mean) are considered. The results of autocorrelation function show that the lateral permeability increases with scale. This is different for vertical permeability, which decreases with increasing the sample scale. Study of the variogram function shows that the reservoir is anisotropic. The results obtained by variance of mean approve this conclusion. So, variance of mean can be used for studying the anisotropic behavior.

KEYWORDS

Scale effect, Variance of mean, Anisotropy, Geostatistics, Representative elementary volume

[i] دانشجوی دکتری معدن، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات؛ Email: ali.parhizkar@gmail.com

[ii] عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی نفت، دانشگاه صنعتی امیر کبیر؛ Email: vrasouli@aut.ac.ir

[iii] عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی نفت، دانشگاه صنعتی امیر کبیر؛ Email: nalizadeh@aut.ac.ir

۱- مقدمه

بررسی «اثر مقیاس پذیری[۱]» پارامترهای تخلخل و نفوذپذیری مخزن، اهمیت بسزایی دارد. تمام کمیت‌های پتروفیزیکی در مقیاسی کاربرد دارند که با مقیاسی که در آغاز برای اندازه‌گیری آنها استفاده شده متفاوت است. این موضوع، تعدیل مقادیر اندازه‌گیری شده را قبل از استفاده ضروری می‌سازد که این تعدیل «افزایش مقیاس[۲]» نامیده می‌شود. این فرایند به علت ویژگی‌هایی که دارای توزیع فضایی «ناهمگن[۳]» هستند و «خود همبسته‌اند[۴]» پیچیده می‌شود. این پیچیدگی بدان جهت است که ویژگی‌های دارای توزیع ناهمگن، پس از افزایش مقیاس، باید به گونه‌ای تنظیم شوند که اندازه‌گیری‌های تعدیل شده به طور صحیح، عارضهٔ مورد نظر را منعکس کنند.

۲- واریانس میانگین[۵]

اگر Z به عنوان متغیری اسکالر در فضای پیوسته، گوسی، تصادفی و یک بعدی در نظر گرفته شود، واریانس مقدار میانگین Z ($\overline{Z}$) در فاصلهٔ L (مقیاس میانگین) از رابطهٔ (۱) محاسبه می‌شود:

$$Var(\overline{Z}) = \frac{2\sigma^2}{L^2}\left(\int_{\xi=0}^{\xi=L}\int_{\eta=0}^{\eta=\xi}\rho(\eta)d\eta d\xi\right) \qquad (۱)$$

در رابطهٔ (۱)، ρ «تابع خود همبستگی فضایی[۶]» و σ^2 «واریانس کل[۷]» است.

واریانس میانگین می‌بایست با افزایش L کاهش پیدا کند. وقتی L به سمت صفر میل می‌کند، واریانس میانگین به واریانس کل (σ^2) نزدیک می‌شود. واریانس یک نقطه درون L با افزایش L بیشتر می‌شود؛ زیرا خصوصیات در حجم‌های بزرگ در مقایسه با حجم‌های کوچک ناجوری بیشتری دارند. این موضوع از «رابطهٔ گسترش پذیری پراش[۸]» یا «رابطهٔ کریج» قابل فهم است [۵]:

$$\sigma^2_{o/D} = \sigma^2_{o/L} + \sigma^2_{L/D} \qquad (۲)$$

در رابطهٔ (۲):

$\sigma^2_{o/D}$: واریانس یک نقطه در یک حجم بزرگ (D)

$\sigma^2_{o/L}$: واریانس یک نقطه در حجم کوچک (L)

$\sigma^2_{L/D}$: واریانس میانگین در طول L در داخل D است.

در رابطهٔ (۱)، $Var(\overline{Z}) = \sigma^2_{L/D}$ و $\sigma^2_{o/D} = \sigma^2$. این دو تساوی، کل نمونه‌ها (جامعه[۹]) را در حجم D معرفی کرده‌اند. واریانس یک نقطه درون L از معادلهٔ (۳) به‌دست می‌آید:

$$Var(Z) = \sigma^2 - Var(\overline{Z}) = \sigma^2 - \frac{2\sigma^2}{L^2}\left(\int_{\xi=0}^{\xi=L}\int_{\eta=0}^{\eta=\xi}\rho(\eta)d\eta d\xi\right) \qquad (۳)$$

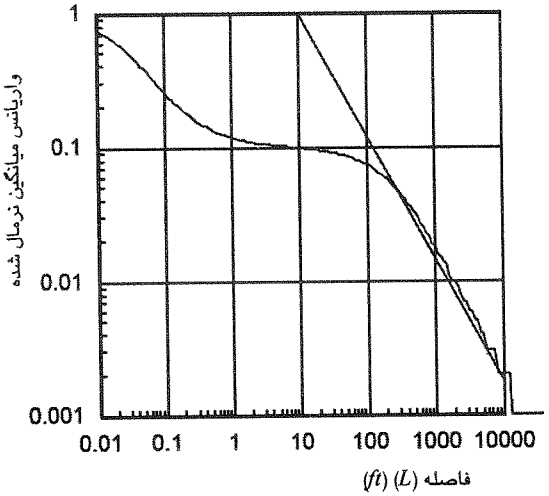
همان‌طور که اشاره شد، در روابط (۱) و (۳)، ρ تابع خود همبستگی فضایی است. دو مدل برای این تابع وجود دارد که به یکی از آنها پرداخته می‌شود:

$$\rho = \sum_{k=1}^{k=K} f_k e^{-\eta/\lambda_k} \qquad (۴)$$

مدل ارائه شده در رابطهٔ (۴)، «نمایی چند مقیاسی[۱۰]» نام دارد و به رابطهٔ (۵) برای واریانس میانگین منجر می‌شود:

$$Var(\overline{Z}) = \frac{2\sigma^2}{L}\sum_{k=0}^{k=K} f_k\lambda_k\left(1-\frac{\lambda_k}{L}\left[1-e^{-L/\lambda_k}\right]\right) \qquad (۵)$$

K در روابط (۴) و (۵)، تعداد مقیاس‌های جداگانهٔ موجود در مدل است. این مقیاس‌ها در حقیقت به زمین شناسی بر مبنای آزمایشگاهی، پایه یا حتی مقیاس‌های میکرو، ماکرو و بزرگ‌تر وابسته‌اند. در رابطهٔ (۵)، f_k سهم واریانس کل در مقیاس k و λ_k اندازهٔ همبستگی در مقیاس k است. با استفاده از این مدل، تعیین مقیاس‌های تغییرپذیری Z (به کمک λ_k) و سهمی که هر یک در واریانس نهایی دارد (به کمک f_k) ممکن می‌شود. برای بررسی رفتار کلی واریانس میانگین با مقیاس، به شکل (۱) توجه کنید. مدل مورد استفاده نمایی چند مقیاسی است.



شکل (۱): واریانس میانگین برای رابطهٔ (۵) (که به وسیلهٔ $2\sigma^2$ نرمال شده است) به عنوان تابعی از L برای مدلی با $K=۳$ که $f_1=۰/۱$، $f_2=۰$، $f_3=۰/۱$، $\lambda_1=۰/۰۱$، $\lambda_2=۱$ و $\lambda_3=۱۰۰$. خط راست شیبی در حدود ۱- دارد [۵].

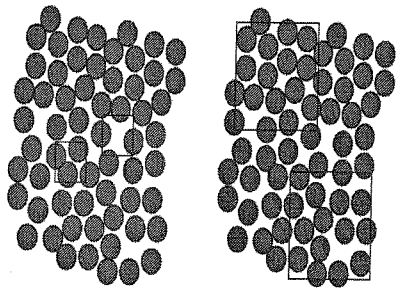
در شکل (۱)، تغییرپذیری کوچک مقیاس، ۹۰ درصد از واریانس کل را تشکیل می‌دهد. تغییرپذیری بزرگ مقیاس در ۱۰ درصد باقیمانده سهیم است. شیب نمودار برای $L > \lambda_3 = ۱۰۰$ به ۱- نزدیک می‌شود که می‌بایست به خاطر استقلال Z باشد. همان‌طور که از شکل (۱) مشخص است،

واریانس میانگین به طور پیوسته با افزایش فاصله کاهش می‌یابد و در نهایت نرخ کاهش در مقیاس‌های بزرگ‌تر از حداکثر اندازهٔ همبستگی Z، به شیب ۱- می‌رسد که نشان دهندهٔ استقلال متغیر مورد بررسی از مقیاس است.

۳- حجم المان معرف[11]

برای تفسیر تخلخل یا هر پارامتر مرتبط با مخازن نفتی تعریف مفهوم حجم المان معرف مفید است. اهمیت این مفهوم برای آن است که هر حجمی کوچک‌تر از حجم المان معرف، پارامترهای مختلفی از مخزن را تسلیم می‌دارد که برمبنای یک مکان در نمونه است. برای درک این مطلب، به شکل (۲) توجه کنید.

هر دو قسمت در شکل (۲)، یکسان است. در قسمت سمت چپ شکل، المان‌ها با اندازه‌های مساوی، دو قسمت مختلف از محیط را نشان می‌دهند که مقدار تخلخل برای هریک متفاوت است؛ یعنی تخلخل به ازای المان سمت راست بزرگ‌تر از مقدار تخلخل در المان سمت چپ است. حال می‌بایست اندازهٔ المان یا سطح مربع موردنظر را افزایش داد. این افزایش اندازه آنقدر ادامه می‌یابد که هر دو المان یک مقدار را برای تخلخل به دست دهند.



شکل (۲): حجم المان معرف [۱].

به عبارت دیگر، المان نشان داده شده در شکل (۲)، سمت راست، کوچک‌ترین المان از نظر اندازه است که معرف خصوصیت محیط بوده، مقداری را که برای تخلخل به دست می‌دهد مستقل از مکان قرارگیری آن در محیط است.

٤- بررسی تأثیر مقیاس بر درجهٔ نفوذپذیری

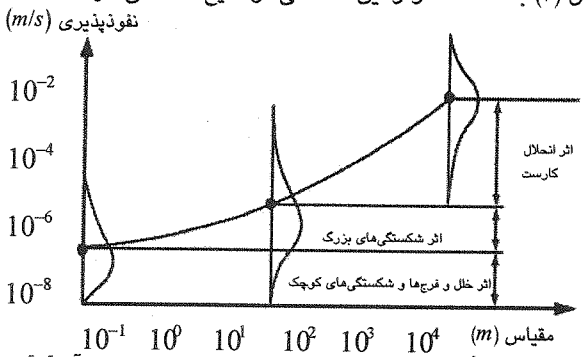
واریانس میانگین برای بررسی تغییرات میانگین نفوذپذیری با مقیاس نیز قابل استفاده است. شکل (۳) نشان می‌دهد که چگونه نفوذپذیری جانبی (افقی یا موازی) با مقیاس افزایش می‌یابد.

این موضوع، یکی از عمومی‌ترین مشاهدات در داده‌های تجربی است. این رفتار با مسئلهٔ قبلی در تعارض است؛ زیرا نفوذپذیری میانگین می‌بایست با افزایش مقیاس کاهش یابد یا ثابت بماند. این رفتار مورد انتظار است؛ زیرا ساختارهایی مانند شکستگی‌های بزرگ، کوچک و تأثیر انحلال کارست‌ها وجود دارند که به جریان سیّال کمک می‌کنند.

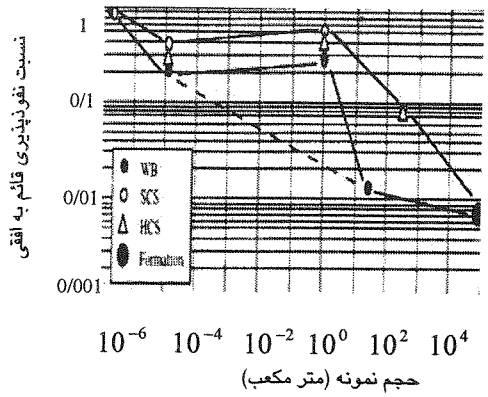
همان اثر مقیاس در ارتباط با نفوذپذیری قائم اتفاق می‌افتد، که از قبل، انتظار وقوع آن وجود داشت.

همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده است، نفوذپذیری قائم با مقیاس کاهش پیدا می‌کند؛ زیرا افزایش عمق با کاهش مقدار تخلخل همراه است و بر اثر کاهش تخلخل مقدار نفوذپذیری نیز کاهش می‌یابد.

شکل (۳) وشکل (۴) در یک جا و همزمان قابل مقایسه نیستند. وشکل (۴) نرخ نفوذپذیری قائم به افقی را نشان می‌دهد. محور X در وشکل (۴) حجم است. هر دو اثر در شکل (۳) و شکل (۴) با استفاده از زمین شناسی توضیح داده می‌شوند.



شکل (۳): تأثیر مقیاس روی نفوذپذیری جانبی و توزیع آن [۵].



شکل (۴): رابطهٔ نسبت نفوذپذیری قائم به افقی با مقیاس [۵].

بار دیگر Z به عنوان متغیر تصادفی گوسی اسکالر تعریف می‌شود. از این‌رو، $k = e^Z$ یک متغیر لاگ نرمال با توزیع تصادفی است. به علاوه، میانگین حسابی k با نام k_H به عنوان جانشین نفوذپذیری افقی و میانگین هارمونیک k با نام k_V به عنوان جانشین نفوذپذیری قائم در نظر گرفته می‌شوند. مواقعی که یک توزیع لاگ نرمال از حالت مرکزگرا خارج می‌شود، به وسیلهٔ رابطهٔ (٦) بیان می‌شود. مقیاس L در جهت

عمود بر لایه‌هاست و e^{μ} میانگین هندسی توزیع لاگ نرمال است.

$$\lambda'_j = e^{j\mu+\frac{1}{2}j^2\sigma^2_{o/L}} \qquad (۶)$$

در رابطـــهٔ (۶)، $\mu = E(Z) = E(\ln k) = \ln k_G$ کـــه k_G میانگین هندسی از توزیع لاگ نرمال k اسـت. $\sigma^2_{o/D}$ وابسته به $Var(\overline{Z})$ از رابطهٔ (۲) است. از ایـن‌رو هنگـامی کـه مقیـاس L زیاد می‌شود متوسط واریانس $Var(\overline{Z})$ کاهش می‌یابـد و واریانس یک نقطـه درون مقیـاس در نتیجـهٔ خـروج توزیـع لاگ نرمـال از حالـت مرکـزی افـزایش مـی‌یابـد. رابطـهٔ (۶) بـه ازای $j = ۱$، میانگین حسابی یا نفوذپذیری افقی را ارائه می‌کند.

$$k_H = k_G e^{\frac{\left(\sigma^2 - Var(\overline{Z})\right)}{2}} \qquad (۷)$$

نفوذپذیری قائم مساوی با میانگین هارمونیک است. یعنی:

$$\overline{Z}_{Harmonic} = \frac{\overline{Z}^2_{Geometric}}{\overline{Z}_{Arithmetic}} \qquad (۸)$$

پس:

$$k_V = k_G e^{\frac{-\left(\sigma^2 - Var(\overline{Z})\right)}{2}} \qquad (۹)$$

نسبت نفوذپذیری قائم به افقی می‌شود:

$$\frac{k_V}{k_H} = e^{-\left(\sigma^2 - Var(\overline{Z})\right)} \qquad (۱۰)$$

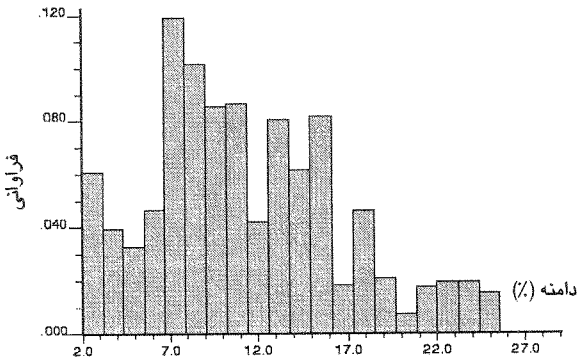
۵- مطالعهٔ موردی

۵-۱- مشخصات مخزن

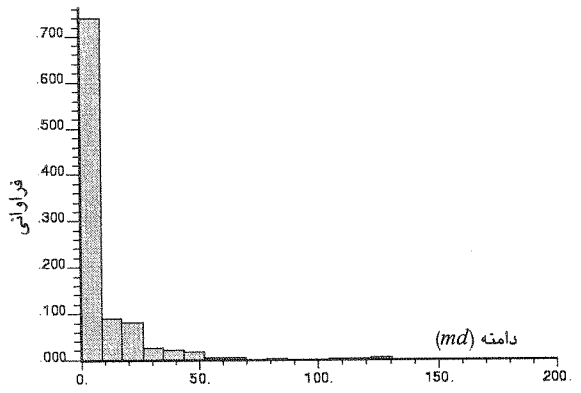
مخزن مورد نظر، در منطقهٔ پارس جنوبی واقع شده است. طول مخزن نزدیک ۳۰ کیلومتر و عرض آن ۳۵ کیلومتر است. مخزن از ۱۳ لایه تشکیل شده است که مجموع ضخامت آنها ۴۱۶ متر است. جنس لایه‌های مخزن کربناته با میان لایه‌های شیل است [۱].

۵-۲- مطالعات آماری

داده‌های استفاده شده در انجام طرح، مجموعه داده‌های تفسیر شدهٔ لاگ‌های تخلخل و نفوذپذیری اند، که برای انجام مطالعات و تحلیل‌های آماری از آنها استفاده شده است. تعداد داده‌ها ۴۷۶۵۸ داده است که از تفسیر لاگ‌های چاه‌ها حاصل شده‌اند. در اولین گام، به رسم هیستوگرام داده‌ها پرداخته شد تا به‌طور کلی توزیع مقادیر تخلخل و نفوذپذیری مشخص شود. شکل (۵) هیستوگرام داده‌های تخلخل و شکل (۶) هیستوگرام داده‌های نفوذپذیری را نشان می‌دهد.مقایسهٔ هیستوگرام داده‌های تخلخل و نفوذپذیری، بر نزدیکی توزیع داده‌های تخلخل به توزیع نرمال و نامناسب بودن توزیع داده‌های نفوذپذیری دلالت می‌کند. توزیع نامناسب داده‌های نفوذپذیری، ناشی از وجود مقادیر خارج از ردیف است. در مباحث آماری به مقادیری که به طور معنی داری نسبت به سایر مقادیر اختلاف دارند، مقادیر خارج از ردیف می‌گویند. عامل ایجاد کنندهٔ چنین داده‌هایی می‌تواند به خطاهای تجربی مانند خطای آماده‌سازی و خطای آنالیز مربوط باشد. وجود مقادیر خارج از ردیف در داده‌ها باعث افزایش خطا می‌شود. برای جلوگیری از اثرات نامطلوب ناشی از آنها، این مقادیر باید از بین داده‌ها حذف و یا به گونه‌ای تصحیح شوند [۲].



شکل (۵): هیستوگرام داده‌های تخلخل.



شکل (۶): هیستوگرام داده‌های نفوذپذیری.

برای تشخیص مقادیر خارج از ردیف، روش‌های متعددی مانند نمودار دورفل، نمودار جعبه و شاخک، روش تجربی و... وجود دارد. با توجه به تعداد زیاد داده‌ها، از نمودار جعبه و شاخک برای شناخت این مقادیر استفاده شد. حذف مقادیر خارج از ردیف تأثیر بسزایی به روی اندازهٔ میانگین و واریانس داده‌های نفوذپذیری می‌گذارد؛ به‌طوری‌که با خارج کردن تنها ۲۹۱۶ داده از بین کل داده‌ها، مقدار واریانس کل به طور چشمگیری کاهش یافت. به عنوان مثال در مورد نفوذ پذیری این مقدار از (md^2) ۲۸۲/۲۰ به (md^2) ۵۶/۰۰ کاهش یافت. یکی دیگر از موارد مهم، تأثیر مقادیر خارج از ردیف بر واریانس

میانگین است. از آنجا که در محاسبهٔ واریانس، مربع اختلاف با مقدار میانگین منظور می‌شود، مقادیر خارج از ردیف قادرند مقدار واریانس را به‌طور قابل ملاحظه‌ای تغییر دهند. جدول (۱) مشخصات آماری تخلخل و نفوذپذیری مخزن را نشان می‌دهد.

جدول (۱): مشخصات آماری مقادیر تخلخل و نفوذپذیری.

مقادیر آماری	تخلخل	نفوذپذیری
میانگین	۱۱/۳ (٪)	۹/۱۸ (*md*)
میانه	۱۰/۷۰ (٪)	۳/۲۶ (*md*)
مُد	۱۱/۱۰ (٪)	۱/۱۳ (*md*)
انحراف معیار	۵/۲۰ (٪)	۱۶/۸۶ (*md*)
واریانس	۲۹/۲۰ (٪^{2})	۲۸۲/۲۰ (*md*^{2})
چولگی	۰/۵۰	۲/۱۱
کمترین مقدار	۲/۰۲ (٪)	۰/۰۰۵ (*md*)
بیشترین مقدار	۲۵/۵۷ (٪)	۱۷۴/۰۰ (*md*)
چارک پایین	۷/۲۸ (٪)	۵/۶۰ (*md*)
چارک بالا	۱۲/۸۲ (٪)	۹/۱۹ (*md*)

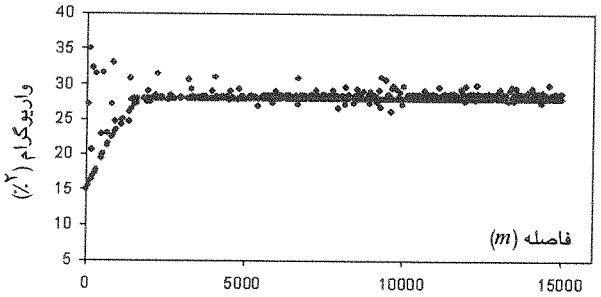
۵-۳- بررسی ساختارهای فضایی موجود در مخزن

روش‌های زمین آماری، همبستگی فضایی داده‌ها را در نظر می‌گیرند. اساس این‌گونه روش‌ها بر وجود ساختار فضایی داده‌ها است. واریوگرام (تغییرنما) مهم ترین ابزار بررسی همبستگی‌های فضایی بین داده‌ها است؛ در واقع واریوگرام، میانگین مربعات تفاضل دو مقدار را به عنوان تابعی از نمو فاصلهٔ بین آنها نشان می‌دهد. واریوگرام، پایهٔ بسیاری از محاسبات زمین آماری است و از رابطهٔ (۱۱) به‌دست می‌آید [۳]:

$$\gamma(h)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-X_{i+h})^2 \qquad (۱۱)$$

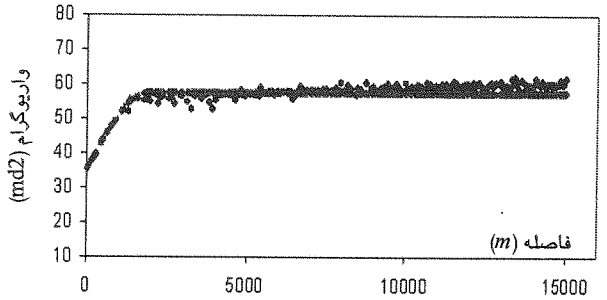
$\gamma(h)$، سمی واریوگرام (نیمه تغییرنما) و $\gamma(h)$۲، واریوگرام نامیده می‌شوند. با این وجود به عنوان یک قرارداد در اکثر مراجع از $\gamma(h)$ استفاده می‌شود و به آن واریوگرام می‌گویند. در رابطهٔ (۱۱)، n تعداد جفت نقاطی است که به فاصلهٔ h (گام) از یکدیگر قرار دارند و در محاسبه واریوگرام شرکت می‌کنند، x_i مقدار متغیر مورد بررسی در نقطه i و x_{i+h} مقدار متغیر مورد بررسی در نقطه ای به فاصله h از نقطه i است. با محاسبه مقدار واریوگرام به ازای گام‌های مختلف، می‌توان نمودار $\gamma(h)$ برحسب h را رسم کرد. واریوگرامی را که به این طریق حاصل می شود واریوگرام تجربی می‌نامند. برای تخمین پارامترهای واریوگرام تجربی، می‌بایست مدل مناسبی به آن برازش شود. پارامترهای یک واریوگرام شامل سقف، دامنه و اثر قطعه‌ای است. از دیدگاه زمین آمار، هر نمونه تا یک حداکثر فاصلهٔ معین با نمونه‌های اطراف خود ارتباط فضایی دارد که این فاصلهٔ حداکثر، همان دامنهٔ تأثیر است [۳].

اگر در محاسبهٔ واریوگرام فقط از زوج نقاطی که بردار h آنها (برداری که دو نقطه را به هم وصل می‌کند) در امتداد معین معلومی قرار داشته باشد استفاده شود، آن واریوگرام را واریوگرام جهتی می‌نامند. در یک مخزن همسانگرد واریوگرام‌های رسم شده در تمام جهات مشابه هم است و با واریوگرام غیر جهتی نیز مطابقت دارد، ولی در مخازن ناهمسانگرد واریوگرام‌های رسم شده در جهات مختلف، بسته به نوع ناهمسانگردی (هندسی یا منطقه‌ای) دارای دامنهٔ تأثیر و یا سقف متفاوتی خواهند بود. به جهت بررسی وجود یا عدم وجود ساختار فضایی در منطقه، واریوگرام‌های غیرجهتی برای مقادیر تخلخل و نفوذپذیری رسم شد. شکل (۷)، واریوگرام غیر جهتی مقادیر تخلخل و مدل برازش شده به آن را نشان می‌دهد. مدل برازش شده از نوع کروی است.



شکل (۷): واریوگرام غیر جهتی تخلخل و مدل کروی برازش شده.

شکل (۸) نیز واریوگرام غیر جهتی نفوذپذیری و مدل برازش شده به آن را نشان می‌دهد.



شکل (۸): واریوگرام غیر جهتی نفوذپذیری و مدل کروی.

نتایج حاصل از برازش مدل کروی به واریوگرام‌های غیر جهتی تخلخل و نفوذپذیری در جدول (۲) آمده است.

جدول (۲): نتایج برازش مدل کروی به واریوگرام‌های غیر جهتی.

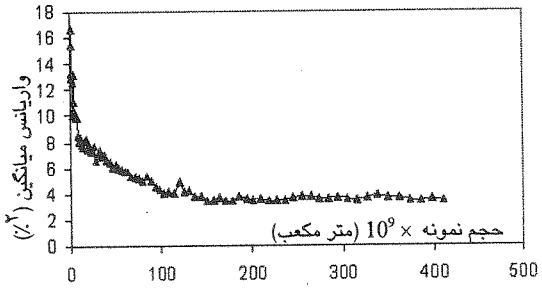
متغیر	تخلخل	نفوذپذیری
مدل برازش شده	کروی	کروی
دامنهٔ تأثیر (*m*)	۲۰۰۰	۲۰۰۰
سقف	۲۸ (٪^{2})	۵۷ (*md*^{2})
اثر قطعه‌ای	۱۵ (٪^{2})	۳۵ (*md*^{2})

مقدار دامنهٔ تأثیر معرف فاصله‌ای است که ارتباط فضایی

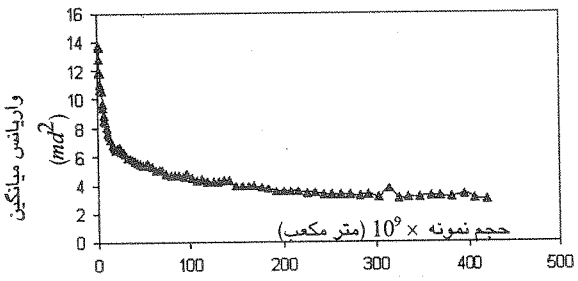
وجود دارد؛ بنابراین هر یک از مقادیر تخلخل و نفوذپذیری تا فاصلهٔ ۲ کیلومتر ارتباط فضایی دارند.

۵-٤- بررسی اثر مقیاس پذیری و ناهمسانگردی پارامترهای تخلخل و نفوذپذیری مخزن

همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، برای بررسی اثر مقیاس‌پذیری پارامترهای تخلخل و نفوذپذیری مخزن، می‌بایست رفتار واریانس میانگین هر یک از آنها بررسی شود. برای دستیابی به این هدف، برنامه‌ای رایانه‌ای به زبان ویژوال بیسیک طراحی و توسعه یافت. به کمک این نرم افزار، بررسی رفتار واریانس میانگین در مقیاس‌های مختلف ممکن می‌شود. با استفاده از نرم افزار یاد شده، رفتار واریانس میانگین دو پارامتر مزبور، بر اثر تغییر حجم نمونه بررسی شد. شکل (۹) رفتار واریانس میانگین تخلخل با مقیاس و شکل (۱۰) همان موضوع را برای پارامتر نفوذپذیری نشان می‌دهند.



شکل (۹): رفتار واریانس میانگین تخلخل با مقیاس.



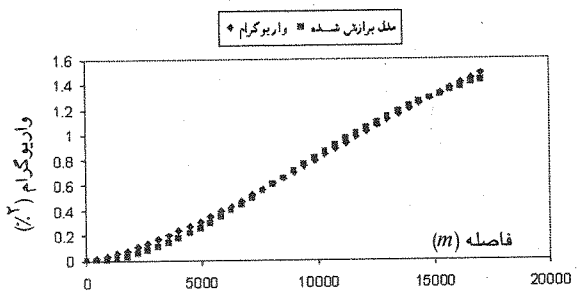
شکل (۱۰): رفتار واریانس میانگین نفوذپذیری با مقیاس.

توجه به شکل (۹) و شکل (۱۰) نشان می‌دهد که با افزایش حجم نمونه، مقدار واریانس میانگین کاهش می‌یابد و در مقدار معینی ثابت می‌شود. از این موضوع در بیان مفهوم حجم المان معرف استفاده می‌شود. رابطهٔ معکوس بین حجم نمونه و مقدار واریانس از رابطهٔ هازن، معادلهٔ (۱۲)، نیز قابل برداشت است. در این رابطه، S_1^2 و S_2^2 واریانس داده‌هایی با حجم پایهٔ V_1 و V_2 هستند. ملاحظه می‌شود که با افزایش حجم پایه، مقدار واریانس کاهش می‌یابد.

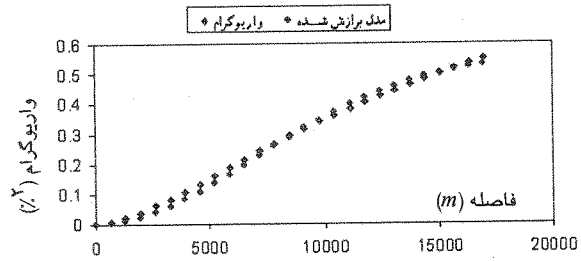
$$S_1^2 \times V_1 = S_2^2 \times V_2 \qquad (۱۲)$$

برای بررسی ناهمسانگردی، از واریوگرام جهتی استفاده می‌شود. واریوگرام‌های جهتی، در راستاهای اصلی (آزیموت‌های ۰ و ۹۰ درجه) رسم و پارامترهای آنها باهم مقایسه می‌شود [۲].

شکل (۱۱) و شکل (۱۲) واریوگرام‌های جهتی تخلخل را در دو راستای اصلی به همراه مدل برازش شده به آنها نشان می‌دهد (از آوردن واریوگرام‌های نفوذپذیری در این دو راستا صرفنظر شده است). نتایج برازش مدل به واریوگرام‌های جهتی برای هر دو پارامتر تخلخل و نفوذپذیری در جدول (۳) وجدول (۴) آمده است. با توجه به مقادیر متفاوت پارامترهای واریوگرام در جهت‌های اصلی، نتیجه می‌شود که مخزن مورد مطالعه دارای ویژگی ناهمسانگردی است.



شکل (۱۱): واریوگرام جهتی تخلخل در راستای شمالی ـ جنوبی.



شکل (۱۲): واریوگرام جهتی تخلخل در راستای شرقی ـ غربی.

جدول (۳): نتیجهٔ برازش مدل به واریوگرام‌های جهتی تخلخل.

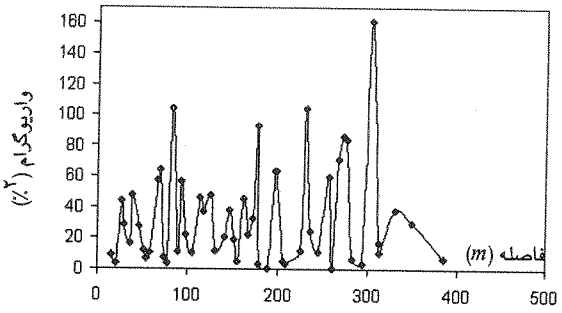
آزیموت (درجه)	دامنه (متر)	سقف ($\%^2$)	اثر قطعه‌ای ($\%^2$)	مدل برازش شده
۰	۱۲۰۰۰	۱/۵	صفر	گوسی
۹۰	۱۰۰۰۰	۰/۶	صفر	گوسی

جدول (۴): نتیجهٔ برازش مدل به واریوگرام‌های جهتی نفوذپذیری.

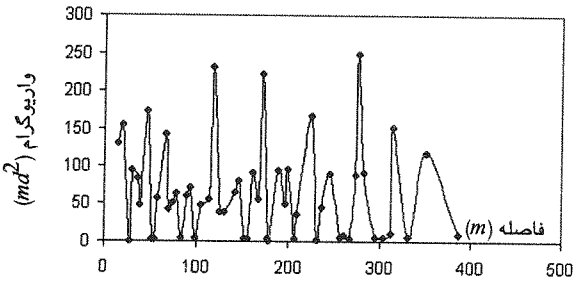
آزیموت (درجه)	دامنه (متر)	سقف (md^2)	اثر قطعه‌ای(md^2)	مدل برازش شده
۰	۱۷۹۰۰	۱۳/۳	صفر	کروی
۹۰	۲۱۰۰۰	۱۲	صفر	کروی

شکل (۱۳) و شکل (۱۴) واریوگرام‌های جهتی مقادیر تخلخل و نفوذپذیری را در راستای عمق مخزن نشان می‌دهند. تناوبی

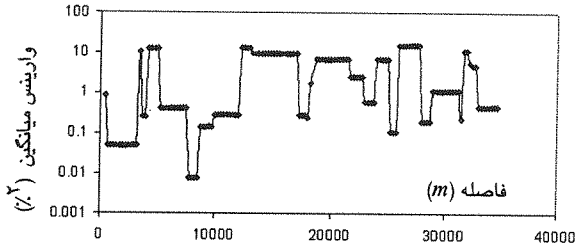
بودن رفتار واریوگرام در راستای عمق مخزن، ناشی از وجود لایه بندی مخزن در راستای مزبور است. اینک رفتار واریانس میانگین پارامترهای یاد شده در سه راستای شمالی ـ جنوبی، شرقی ـ غربی و عمق بررسی می‌گردد تا مشخص شود با مقایسهٔ آنها نیز می‌توان به ویژگی ناهمسانگردی مخزن پی برد. شکل (۱۵) وشکل (۱۶)، رفتار واریانس میانگین تخلخل را در دو راستای شمالی ـ جنوبی و شرقی ـ غربی نشان می‌دهند.



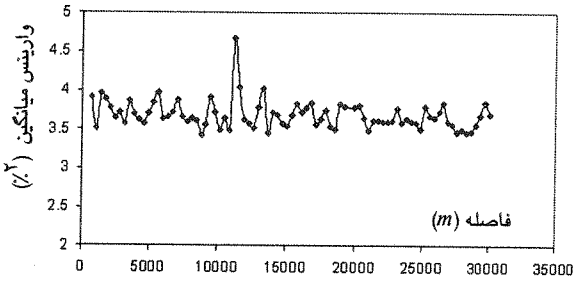
شکل (۱۳): واریوگرام جهتی تخلخل در راستای عمق.



شکل (۱۴): واریوگرام جهتی نفوذپذیری در راستای عمق.



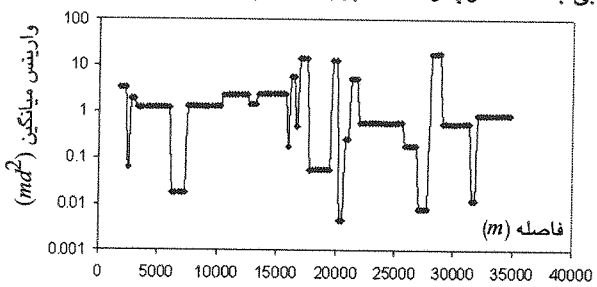
شکل (۱۵): واریانس میانگین تخلخل در راستای شمالی ـ جنوبی.



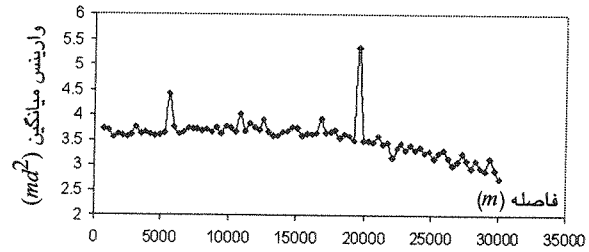
شکل (۱۶): واریانس میانگین تخلخل در راستای شرقی ـ غربی.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، رفتار متفاوت واریانس میانگین در دو راستای یاد شده، نشان دهندهٔ ناهمسانگردی مخزن است. همچنین از مقایسهٔ دو شکل اخیر نتیجه می‌شود که در راستای شمالی ـ جنوبی تغییر پذیری بیشتری وجود دارد که بزرگ‌تر بودن سقف واریوگرام جهتی تخلخل در این راستا آشکار کنندهٔ همین موضوع است (جدول (۳)). شکل (۱۷) و شکل (۱۸) رفتار واریانس میانگین نفوذپذیری را در دو آزیموت ۰ و ۹۰ درجه نشان می‌دهند. مقایسهٔ دو شکل یاد شده نشان دهندهٔ ناهمسانگردی مخزن و وجود تغییر پذیری شدیدتر در راستای شمالی ـ جنوبی است که جدول (۴) نیز این مطلب را نشان می‌دهد.

همان‌طور که جدول (۴) نشان می‌دهد، در راستای شمالی ـ جنوبی با دامنهٔ کوچتر، سقف بزرگ‌تری به‌دست آمده است.

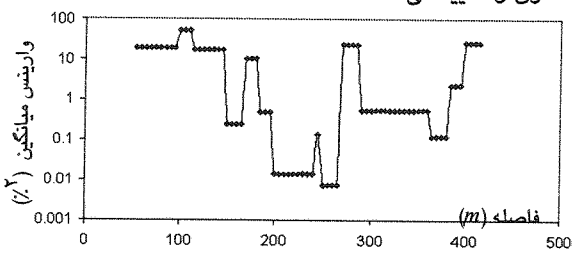


شکل (۱۷): واریانس میانگین نفوذپذیری ،راستای شمالی- جنوبی.

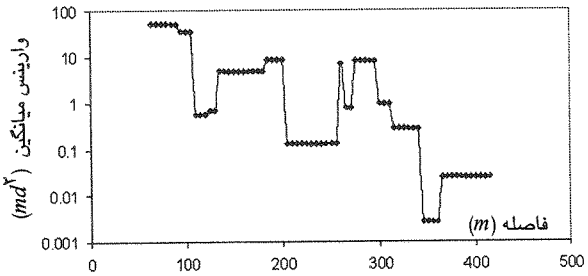


شکل (۱۸): واریانس میانگین نفوذپذیری در راستای شرقی ـ غربی.

توجه به واریوگرام‌های جهتی، نشان دهندهٔ وجود بیشترین تغییرپذیری در راستای عمق مخزن برای هر دو پارامتر تخلخل و نفوذپذیری است. شکل (۱۹) رفتار واریانس میانگین تخلخل و شکل (۲۰) رفتار واریانس میانگین نفوذپذیری را در راستای عمق مخزن نشان می‌دهد. تغییرات شدید دو شکل اخیر، نتایج حاصل از واریوگرام‌های جهتی تخلخل و نفوذپذیری در جهت عمق مخزن را تأیید می‌کند.



شکل (۱۹): واریانس میانگین تخلخل در راستای عمق.

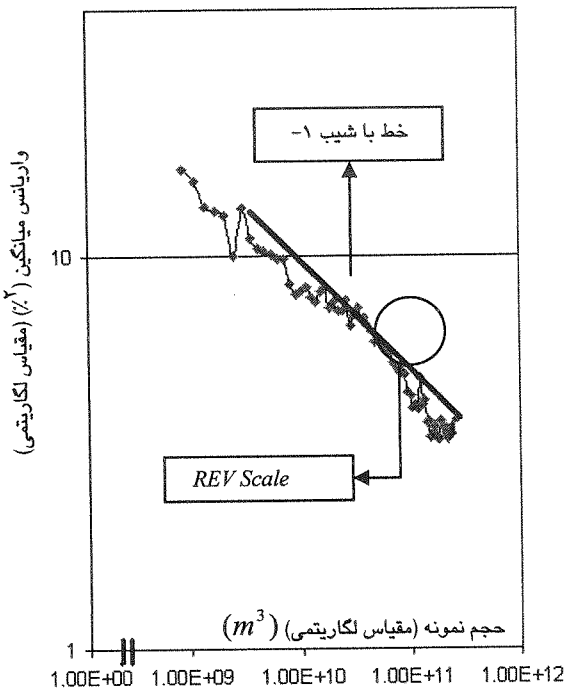


شکل (۲۰): واریانس میانگین نفوذپذیری در راستای عمق.

۵-۵- تعیین حجم المان معرف برای مخزن

در این قسمت، با توجه به آنچه در بخش ۱۱ (حجم المان معرف) آورده شد، رفتار واریانس میانگین تخلخل (شکل (۹)) در مقیاس لگاریتمی بررسی شد. شکل (۲۱) این موضوع را نشان می‌دهد. علت بررسی رفتار واریانس میانگین در مقیاس لگاریتمی تغییر پذیری شدید موجود در محورهای افقی و قائم شکل (۹) است.

برای تعیین حجم المان معرف، خطی با شیب ۱- به نمودار لگاریتمی واریانس میانگین در مقابل حجم نمونه برازش شد. با توجه به این مسئله، مقدار حجم المان معرف برای پارامتر تخلخل تعیین شد (مطابق آنچه در بخش ۱۱، حجم المان معرف، آمد، منطقهٔ استقلال پارامتر مورد بررسی از مقیاس جایی است که داده‌ها در شیب ۱- قرار می‌گیرند). حجم المان معرف برای پارامتر تخلخل ٪ ۵ حجم کل مخزن است. همین روند برای نفوذپذیری اعمال شد و به کمک آن حجم المان معرف برای این پارامتر ٪ ۷ حجم مخزن تعیین شد.



شکل (۲۱): رابطهٔ واریانس میانگین تخلخل با حجم نمونه.

۶- نتایج

- اثر مقیاس به روی نفوذپذیری جانبی و نفوذپذیری قائم متفاوت است. به عبارت بهتر، تأثیر مقیاس روی نفوذپذیری قائم، عکس نفوذپذیری جانبی است. نفوذپذیری جانبی برخلاف نفوذپذیری قائم با بزرگ‌تر شدن مقیاس، افزایش می‌یابد زیرا با افزایش مقیاس، به ترتیب، عواملی مانند خلل و فرج‌ها و شکستگی‌های کوچک، شکستگی‌های بزرگ و انحلال کارست‌ها تأثیر خود را نشان می‌دهند و باعث افزایش نفوذپذیری جانبی می‌شوند.
- مقایسهٔ رفتار واریانس میانگین با رفتار واریوگرام در جهت های مختلف، به نتایج یکسانی در مورد ناهمسانگردی مخزن منجر شد؛ بنابراین می‌توان برای بررسی ویژگی ناهمسانگردی، از رفتار واریانس میانگین نیز استفاده نمود.
- نسبت ابعاد حجم المان معرف در هر جهت به ابعاد مخزن در همان جهت، در راستایی که تغییرپذیری بیشتر باشد، بزرگ‌تر است. به عنوان مثال در جهت طول، نسبت طول حجم المان معرف به طول مخزن (یعنی $\frac{X_{REV}}{X_{Reservoir}}$) مد نظر است.
- مقایسهٔ مقادیر حجم المان معرف یک کمیت دردو جامعهٔ مختلف، ملاکی برای تشخیص تغییرپذیری دو جامعه است؛ به گونه‌ای که هر چه حجم المان معرف بزرگ‌تر باشد، تغییرپذیری جامعهٔ مورد نظر بیشتر است.

۷- مراجع

[۱] پرهیزکار میاندهی، علی؛ "ارائهٔ مدل زمین آماری جهت بررسی ویژگی مقیاس پذیری پارامترهای تخلخل و نفوذپذیری" پایان نامهٔ کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تیر ماه ۱۳۸۵.

[۲] حسنی پاک، علی اصغر؛ "تحلیل داده‌های اکتشافی"، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ اول، ۱۳۸۰.

[۳] حسنی پاک، علی اصغر؛ "زمین‌آمار"، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ اول، ۱۳۷۷.

[۴] Larry W, Lake and Sanjay Srinivasan. "Statistical scale-Up: Concepts and application to reservoir flow simulation practice". Department of Petroleum and Geosystems Engineering. The University of Texas at Austin, 2004.

[۵] Larry W, Lake and Sanjay Srinivasan. "Statistical scale-Up: Tools for Forcasting Production under Uncertainty". Department of Petroleum and Geosystems Engineering. The University of Texas at Austin, 2004.

۸- زیرنویس‌ها

[1]. Scale effect.
[2]. Scale up.
[3]. Heterogeneity.
[4]. Autocorrelated.
[5]. Variance of mean.
[6]. Spatial autocorrelation function.
[7]. Population variance.
[8]. Variance additivity relationship.
[9]. Population.
[10]. Multiscale exponential model.
[11]. Representative elementary volume.