

## شناسایی مدل غیر خطی آیرودینامیک هواپیما در مانور اسپین با استفاده از مدل چند نقطه‌ای توسعه یافته

میرابوالفضل مختاری، مهدی سبزه پرور\*

دانشکده مهندسی هوا فضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۰ بهمن ۱۳۹۵  
بازنگری: ۹ خرداد ۱۳۹۶  
پذیرش: ۱۵ شهریور ۱۳۹۶  
ارائه آنلاین: ۱۱ مهر ۱۳۹۶

### کلمات کلیدی:

مانور اسپین  
مدل آیرودینامیکی  
مدل چند نقطه‌ای  
خطای خروجی

**چکیده:** در این تحقیق مدل آیرودینامیکی چند نقطه‌ای توسعه یافته بر پایه تئوری استریپ برای محاسبه و تخمین پارامترهای پروازی در رژیم پروازی کاملاً غیر خطی اسپین که توام با زاویه حمله بالا و نیز نرخ چرخش بالا می‌باشد، ارائه می‌گردد. برای فرآیند شناسایی، تکنیک تخمین استفاده شده رگرسیون حداکثر شباهت با دیدگاه خطای معادله می‌باشد. هدف از این مطالعه استخراج مدل ریاضی آیرودینامیک غیر خطی مناسب برای پدیده اسپین که از غیر خطی‌ترین و غیر قابل پیش‌بینی‌ترین مانورهای پروازی است، می‌باشد. از آنجاییکه در پدیده اسپین رفتار هر سطح از هواپیما متفاوت با سطح دیگر است، مزیت مدل استخراج شده با استفاده از دیدگاه مدل‌سازی چند نقطه‌ای در این است که به هر نیروی آیرودینامیکی تولید شده توسط هر سطح جداگانه اجازه می‌دهد تا بطور مستقل در رابطه نیرو و گشتاور کل شرکت کند بجای آنکه مقدار میانگینی با توجه به موقعیت مرکز جرم در نظر گرفته شود. مدل استخراج شده به دو ست داده‌های واقعی اندازه‌گیری شده از پرواز تست اسپین اعمال شده و نتایج نشان‌دهنده تولید دوباره نیروها و گشتاورهای تولید شده در یک مانور اسپین دیگر با دقت بسیار بالا تر در مقایسه با روش بسط سری تیلور و نیز مدل چند نقطه‌ای ساده می‌باشد.

### ۱- مقدمه

پدیده اسپین (فرچرخ) از همان نخستین روزهای پروازی انسان سانحه آفرین بوده است و از آن زمان تا کنون بسیاری جان خود را بر اثر این پدیده از دست داده‌اند. به طوری که می‌توان گفت سوانح هوایی به علت اسپین به عنوان بیشترین نوع سانحه و سقوط در طول تاریخ پرواز در نظر گرفته می‌شوند. برای نمونه در طول سال‌های ۱۹۶۵ تا ۱۹۷۲ میلادی نیروی دریایی آمریکا جمعاً ۱۶۹ هواپیما از دست داده است (به طور متوسط دو هواپیما در ماه)، که در این لیست بیشترین آن‌ها مربوط به هواپیمای فانتوم یا اف-۴ می‌باشد [۱]. همچنین طبق آمار اتحادیه خلبانان و صاحبان هواپیماها در آمریکا (AOPA) در طی سال‌های ۱۹۹۳ تا ۲۰۰۱ تعداد ۴۵۰ سانحه مربوط به استال و اسپین گزارش شده است که به تفکیک سال در شکل ۱ قابل مشاهده است.

نحوه بازیافت از پدیده اسپین در ابتدا به صورت تجربی به دست آمد که این فرآیند برای همه انواع هواپیماها جوابگو نبود. درک بیشتر از طبیعت مانور اسپین به تدریج با تحقیقات مستقیم بر روی این پدیده از اوایل دهه بیستم شروع گردید. به طوری که با استفاده از تکنیک‌های جدید عملی تست‌های تونل اسپین و در نهایت با پرواز تست با مدل‌های با مقیاس

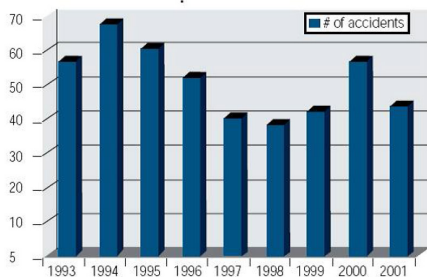


Fig. 1. Accidents caused by stall and spin  
شکل ۱: نمودار سوانح در اثر استال و اسپین

اصلی و نزدیک به مقیاس اصلی تکمیل گردیده است. با توجه به تعداد زیاد سوانح به وجود آمده در اثر اسپین و نیز اجتناب ناپذیر بودن وقوع آن در پرواز و نیز خصوصیات خاص غیر خطی حاکم بر این پدیده، بررسی رفتار هواپیما در اسپین در این تحقیق مورد توجه گرفته است. از این رو به دنبال توسعه مدل ریاضی به نحوی بودیم که توانایی شبیه‌سازی دقیق پدیده اسپین را داشته باشد. مدل‌سازی آیرودینامیکی، که ابزاری را برای ارائه یک رابطه بین سه نیروی  $X$  و  $Y$  و  $Z$  در راستای محورهای دکارتی از مختصات بدنه و ممان‌های  $L$  و  $M$  و  $N$  حول سه محور به عنوان تابعی از متغیرهای حرکت انتقالی سرعت‌های خطی  $u$  و  $v$  و  $w$  و نرخ‌های چرخشی  $p$  و  $q$  و  $r$  ارائه می‌کند، توسط برابان در اوایل قرن بیستم عنوان شد. این مقوله سر آغاز تکامل شناسایی پارامترهای پروازی گردید [۱]. سال‌های

1 Aircraft Owners and Pilots Association

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: sabzeh@aut.ac.ir

جمع توابع موجک مادر و نیز توابع موجک دختر نوشته می‌شود. در این روش نیز همانند شبکه‌های عصبی هیچ گونه معنای فیزیکی را نمی‌توان از خروجی شناسایی استنتاج کرد و پاسخ شناسایی به صورت ماتریس‌هایی از ضرایب انتقال و مقیاس است. همچنین به علت این که در این روش سیگنال خروجی به صورت حاصل جمع توابع از پیش تعریف شده مادر نوشته می‌شود، این نوع روش شناسایی زیاد قابلیت تطبیقی نداشته و می‌توان گفت در رژیم‌های پروازی مانند اسپین که بسیار غیر خطی می‌باشد شاید نتوانند پاسخگو باشند. پس از تبدیل موجک انتقال هیلبرت به عنوان یکی از قوی‌ترین روش‌ها در تحلیل سیگنال‌های غیر خطی و غیر ایستا مطرح شد. باقرزاده و سبزه‌پرور [۲۱] توانستند موده‌های طولی پرواز را با استفاده از انتقال هیلبرت استخراج کنند. سپس توسط مختاری و سبزه‌پرور [۲۲] موده‌های طولی و کوپل پروازی در مانور اسپین با استفاده از انتقال هیلبرت استخراج گردید. در این روش شناسایی به صورت مدل جعبه سیاه صورت می‌گیرد به این صورت که کل هواپیما به صورت جعبه سیاهی در نظر گرفته می‌شود و خروجی‌های پروازی توسط انتقال هیلبرت مورد بررسی قرار می‌گیرد از این رو در این روش نیز نمی‌توان اطلاعات کاملی در مورد مدل آیرودینامیکی و نحوه توزیع نیروها و ممان‌ها در طول بال و بدنه هواپیما استخراج کرد.

تلاش‌های تحقیقاتی در سال‌های اخیر به سمت تولید مدل جامع دینامیکی و حرکتی و آیرودینامیکی برای رژیم‌های با سرعت کم سوق پیدا کرده است که توانایی تولید رفتار واقعی اسپین را به منظور استفاده در شبیه‌سازهای زمان واقعی و نیز طراحی کنترلر دارند. این مقاله در مورد دیدگاه اولیه مدل‌سازی آیرودینامیکی صحبت می‌کند. پیچیدگی میدان جریان در مانور اسپین و الزامات توانمندی محاسباتی حل عددی برای مدل آیرودینامیک را با مشکل مواجه می‌کند. با توجه به پیچیدگی جریان در مانوری مانند اسپین مدل‌های متداول آیرودینامیک چون بسط مرتبه اول تیلور نمی‌توانند برای چنین حالت‌هایی پاسخگو باشند. در صورت استفاده از مرتبه‌های بالاتر سری تیلور نیز پیچیدگی محاسبات و نیز تعداد ضرایب بشدت بالا خواهد رفت یانگ سانگ و ناگاتی [۱۵ و ۱۶] با استفاده از مدل چند نقطه‌ای مدل ریاضی آیرودینامیکی را برای نیروها و ممان‌های کوپل به دست آوردند که برای مدل‌سازی آیرودینامیکی پدیده اسپین مناسب به نظر می‌آید. از این‌رو در این مقاله با توسعه این مدل چند نقطه‌ای و با افزایش ضرایب شناسایی و استفاده از روش شناسایی تخمین خطای خروجی با استفاده از الگوریتم حداکثر شباهت مدل جدیدی برای آیرودینامیک هواپیما به منظور استفاده در مانورهایمانند اسپین تولید می‌گردد. ابتدا مروری بر مدل متداول آیرودینامیک که از بسط مرتبه اول سری تیلور حاصل می‌شود داشته و در ادامه مدل چند نقطه‌ای معرفی می‌گردد.

## ۲- مدل متعارف آیرودینامیکی [۵]

در ابتدا بر نحوه مدل‌سازی ریاضی دینامیکی هواپیما مروری انجام می‌شود. به طور کلی مدل‌سازی رفتار یک هواپیما را می‌توان از دو دیدگاه مورد مطالعه قرار داد:

کمی پس از معرفی پایداری کلاسیک توسط برابان، تحقیقات گلارت [۳] در سال ۱۹۱۹ بر روی تحلیل حرکت فوگوید و همچنین فعالیت‌های نورتون در سال‌های ۱۹۱۹ تا ۱۹۲۳ بر روی تخمین تعدادی از مشتقات پایداری نظیر  $M_w, N_w, L_p, Y_v, L_v$  سرآغاز تحقیقات عملی و تجربی بر دینامیک و پایداری در حین پرواز گردید [۴]. تمایل به بررسی رفتارهای دینامیکی هواپیما به آرامی رشد پیدا کرد. تیلور و ایلیف [۵] یک برنامه کامپیوتری برای تخمین پارامترهای پروازی به کمک روش خطای خروجی و الگوریتم حداکثر شباهت نوشتند که تا سال‌های متمادی در ناسا لارک مورد استفاده قرار می‌گرفت. در طی سال‌های ۱۹۹۰ تا ۱۹۹۳ یوسف و هیس [۶ و ۷] از شبکه‌های عصبی برای تخمین ضرایب آیرودینامیکی استفاده کردند. نتایج شناسایی به کمک شبکه عصبی منجر به ارائه یک مدل جعبه سیاه از هواپیما می‌شود که هیچ گونه معنای فیزیکی را نمی‌توان از آن استنتاج کرد و همچنین این روش دارای حجم محاسبات بسیار بالایی بود. در مراجع [۹-۶] گزارشات کاملی از این نوع مدل‌سازی آورده شده‌اند. در سال‌های اخیر دو روش مدل‌سازی کلی آیرودینامیک تحت عنوان مدل‌سازی غیر خطی پارامتری کلی و مدل آیرودینامیک چند نقطه‌ای توسط مورلی ارائه شده‌اند [۱۶-۱۰]، که این روش‌ها مبنای اصلی کار این مقاله قرار گرفته است. در سال‌های اخیر نیز گودهاری روش فیلتر کالمن توسعه یافته، به عنوان یک روش تئوری بهتر از فیلتر کالمن برای برآورد غیرخطی‌های آیرودینامیک را در سال ۲۰۰۶ ارائه نموده است که یک روش متداول بازگشتی با قابلیت فیلترینگ بالاست و بر پایه‌ی تشخیص مدل مرتبه‌ی اول دینامیک سیستم بنا نهاده شده است، که نتایج حاصل از روش فیلتر کالمن را بهبود می‌بخشد؛ با این حال امکان ارائه‌ی روشی برای توسعه از یک مدل محلی به یک مدل کلی را ندارد [۱۷]. گیریش و راویندرا [۱۸] در سال ۲۰۱۰ روش استفاده از مشتقات جزئی خروجی شبکه عصبی را ارائه نمودند که در آن بر خلاف روش‌های خطای خروجی و خطای فیلترینگ از حدس اولیه استفاده نکرد. این امر موجب ایجاد همخوانی مناسب بین اطلاعات اندازه‌گیری شده و شناسایی شده می‌شود. ولی با این حال این روش نیز مشکلات عمومی روش‌های شبکه عصبی را دارد. وانگ و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۲ توانستند مدل آیرودینامیکی را با استفاده از داده‌های سیستم ضبط اطلاعات سریع به دست آورند. در این مدل‌سازی از فیلتر کالمن توسعه یافته بهبود یافته بر اساس فیلتر برایسون برای تخمین زاویه حمله و زاویه لغزش و نیز از روش دلتا برای تخمین مشتقات پایداری استفاده شده است. این تکنیک برای مدل‌سازی آیرودینامیکی هواپیماهای تجاری که بیشتر در رژیم‌های پروازی نرمال پرواز می‌کنند استخراج شده و از این رو برای رژیم غیر خطی چون اسپین پاسخگو نمی‌باشد. با پیشرفت روش‌های شناسایی سیستم و معرفی روش‌هایی چون تبدیل موجک و نیز تبدیل هیلبرت، این روش‌ها در مدل‌سازی آیرودینامیکی و نیز شناسایی وسیله پرنده مورد استفاده قرار گرفت. محمدی و همکاران [۲۰] توانستند مدل مرتبه بالای آیرودینامیکی را برای هواپیما با استفاده از تبدیل موجک به دست آورند. در این روش سیگنال خروجی به صورت حاصل

بقیه ضرایب را نیز می‌توان مشابه روند بالا استخراج نمود. از مدل حاضر در روش‌هایی استفاده می‌گردد که ضرایب آیرودینامیکی را به صورت یکپارچه برای هواپیما در نظر می‌گیرند. این امر به نظر می‌آید برای رژیم‌های غیر خطی ملایم به خوبی کار کند ولی در تولید نتایج برای مانورهای مانند اسپین که در اثر زاویه حمله بالا و نرخ چرخش زیاد بسیار غیر خطی می‌باشد شکست می‌خورد. در حین چنین مانورهای رفتار یک المان سطح می‌تواند به صورت اساسی با المان دیگر متفاوت باشد. در این مدل این نیروهای در مرکز جرم جمع شده و باهم به عنوان یک نیرو در نظر گرفته می‌شوند. در نتیجه نمی‌توان از رگراسیون انتظار داشت که بتواند رفتار یک اسپین را با استفاده از داده‌های جمع شده اسپین دیگر پیش بینی کند. این مدل برای داده‌های خاصی که محاسبه شده است طراحی شده و از این رو نیاز به داده‌های تفکیک شده در بازه‌هایی از متغیرهای مستقل است. مدل چند نقطه‌ای به نظر می‌آید که این مشکل را برطرف نماید. در مراجع [۱۰-۶] این حقیقت با استفاده از کاربردهای جزئی روش با استفاده از مدل ساده نشان داده شده است. در ادامه کاربرد کامل این نوع مدل‌سازی توضیح داده می‌شود.

### ۳- مدل چند نقطه‌ای [۱۰-۱۶]

مدل استفاده شده برای این گزارش بر پایه تئوری استریپ<sup>۱</sup> می‌باشد. استریپ در واقع همان بخش می‌باشد که با این روش نیرو در هر مقطع بال می‌تواند با معین بودن زاویه حمله محلی و فشار دینامیکی محلی محاسبه گردد. در این روش برای هر یک از سطوح هواپیما نظیر بال یک نقطه مرجع معرفی می‌کنیم که این روش معادلات نیرو و ممان را حول این نقطه می‌دهد که اگر این نیروها بخواهند از این نقطه به مرکز ثقل هواپیما منتقل شوند یک ممان اضافی نیز می‌بایست در نظر گرفته شود و از طرفی گفته شد که نیروی روی هر قسمت هواپیما می‌تواند با تعیین زاویه جریان محلی و فشار دینامیکی محاسبه شود و از آنجاییکه سرعت زاویه‌ای و فشار دینامیکی تابعی از موقعیت بر روی سطح هواپیما هستند لذا پارامتر  $\eta$  که بیانگر فاصله می‌باشد را معرفی می‌کنیم و برای به دست آوردن توزیع نیروی موضعی

$$x = \{V, \alpha, \beta, P, Q, R\}^T$$

$$u = \{\delta_A, \delta_E, \delta_R, \delta_T\}^T$$

$$\Delta F = \tilde{q}(\eta).C_F[\alpha(\eta), \beta(\eta)].S(\eta) \quad (4)$$

کافی است که ضریب نیرو را در فشار دینامیکی و مساحت ضرب کنیم؛ که با فرض این که هر مقطع دارای عمق نامحدود باشد مساحت را بر اساس حاصلضرب  $C$  و  $d$  نوشته و داریم:

$$dF = \tilde{q}(\eta).C_F(\eta).c(\eta).d(\eta) \quad (5)$$

بنابراین

$$F = \int_{\eta=\eta_1}^{\eta=\eta_2} \tilde{q}(\eta).C_F(\eta).c(\eta).d(\eta) \quad (6)$$

که در آن :



Fig. 2. Black box identification model  
شکل ۲: مدل‌سازی جعبه سیاه کل هواپیما

دیدگاه اول: کل هواپیما را بعنوان یک مدل دینامیک در نظر گرفته و با توجه به ورودی و خروجی آن به شناسایی مدل هواپیما می‌پردازد شکل ۲. دیدگاه دوم: در این دیدگاه معادلات حرکت را بعنوان بخشی از مدل به صورت معین در نظر گرفته و تابع آیرودینامیکی را به عنوان قسمت مجهول مدل با توجه به ورودی و خروجی هواپیما مورد شناسایی قرار می‌دهند. مزیت این دیدگاه در این می‌باشد که در این حالت به دلیل دوری جستن از غیرخطی‌های حاکم بر معادلات حرکت و نیز کوپلینگ معادلات که کاملاً مشخص است، مدل ساده‌تر و جامع‌تری نسبت به مدل دیدگاه اول به دست می‌آید و مدل شبیه سازی شده رفتار نزدیک‌تری به مدل واقعی نسبت به دیدگاه اول دارد. همچنین در این حالت حساسیت به تغییر شرایط پروازی کمتر از دیدگاه اول خواهد بود [۲] (شکل ۳).

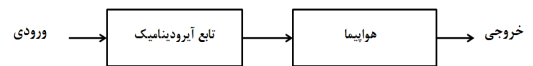


Fig. 3. Airplane Aerodynamic function modeling  
شکل ۳: مدل‌سازی تابع آیرودینامیک هواپیما

از این رو در این مقاله دنبال مدل آیرودینامیکی مناسب برای توصیف پدیده اسپین هستیم. برای مدل آیرودینامیکی که اکثراً برای تخمین پارامترها استفاده شده است از یک سری معادلات ممان و نیرو به صورت تابعی از یک سری متغیر حالت و ورودی کنترلی تشکیل شده است. این معادلات دارای مقادیر مجهول اغلب در قالب مشتقات جزئی متغیرهای حالت و کنترل هستند. اینها پارامترهایی هستند که باید تخمین زده شوند. بردار حالت شامل سرعت نسبی، زاویه حمله و زاویه لغزش جانبی تعریف شده در مرکز جرم و مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای می‌باشد. بردار کنترل نیز شامل میزان انحراف سطوح کنترلی و تراست می‌باشد.

$$x = \{V, \alpha, \beta, P, Q, R\}^T \quad (1)$$

$$u = \{\delta_A, \delta_E, \delta_R, \delta_T\}^T$$

می‌توان گفت که نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی تابعی از  $x$  و  $u$  می‌باشند برای مثال ممان رول را می‌توان به صورت زیر به فرم یک تابع نوشت:

$$L = L(\beta, P, R, \delta_A, \delta_R) \quad (2)$$

با بسط تیلور حول بعضی متغیرهای حالت یا شرایط مرجع  $x_0, u_0$  و کوتاه کردن در مرتبه مناسب داریم:

$$L(x, u) = L(x_0, u_0) + \frac{\partial L}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial L}{\partial P} \Delta P + \frac{\partial L}{\partial R} \Delta R + \frac{\partial L}{\partial \delta_A} \Delta \delta_A + \frac{\partial L}{\partial \delta_R} \Delta \delta_R + \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 L}{\partial \beta^2} (\Delta \beta)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 L}{\partial P^2} (\Delta P)^2 + \dots$$

$$\begin{aligned}
 a_0 &= C_1 \cdot \tilde{q} + C_2 \cdot \tilde{q} \cdot a + C_3 \cdot \tilde{q} \cdot a^2 + C_4 \cdot \tilde{q} \cdot a^3 + C_5 \cdot \tilde{q} \cdot a^4 \\
 a_1 &= C_1 \cdot \delta \tilde{q} + C_2 \cdot \{\tilde{q} \cdot \delta \alpha + \delta \tilde{q} \cdot \alpha\} + C_3 \cdot \{2 \cdot \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha + \delta \tilde{q} \cdot \alpha^2\} + \\
 &C_4 \cdot \{3 \tilde{q} \delta \alpha \cdot \alpha^2 + \delta \tilde{q} \cdot \alpha^3\} + C_5 \cdot \{4 \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^3 + \delta \tilde{q} \cdot \alpha^4\} \\
 a_2 &= C_1 \cdot \delta^2 \tilde{q} + C_2 \cdot \{\tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha + \delta^2 \tilde{q} \cdot \alpha + \delta \tilde{q} \cdot \delta \alpha\} \\
 &+ C_3 \cdot \{2 \cdot \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha + \delta^2 \tilde{q} \cdot \alpha^2 + 2 \delta \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha \\
 &+ \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2\} + C_4 \cdot \{3 \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 + \delta^2 \tilde{q} \cdot \alpha^3\} \\
 &+ C_5 \cdot \{4 \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^3 + \delta \tilde{q} \cdot \alpha^4\} \\
 a_3 &= C_2 \cdot \{\delta \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha + \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta \alpha\} + C_3 \cdot \{2 \delta \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha \\
 &+ \delta^2 \tilde{q} \cdot \alpha^2 + 2 \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha + \delta q \cdot (\delta \alpha)^2\} + \\
 &C_4 \cdot \{3 \delta \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 + 3 \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^2 + 3 \delta \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha\} \\
 &+ C_5 \cdot \{4 \delta \tilde{q} \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 + 4 \delta^2 \tilde{q} \delta \alpha \cdot \alpha^3 + 6 \delta \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2\} \\
 a_4 &= C_2 \cdot \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha + C_3 \cdot \{2 \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha + \delta^2 q \cdot (\delta \alpha)^2\} \\
 &+ C_4 \cdot \{3 \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 + 3 \delta^2 \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha\} + C_5 \cdot \{4 \delta^2 \tilde{q} \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 \\
 &+ 6 \delta^2 \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2\}
 \end{aligned} \tag{۱۷}$$

مؤلفه‌های عمومی منجر شده از انتگرال‌گیری توزیع  $F(\eta)$  در طول خط مرجع برابر است با

$$\begin{aligned}
 F &= \int_0^b F(\eta) d\eta \\
 &= [C_1 \cdot k_1 + C_2 \cdot k_2 + C_3 \cdot k_3 + C_4 \cdot k_4 + C_5 \cdot k_5] \cdot \bar{c}
 \end{aligned} \tag{۱۸}$$

که در آن ضرایب  $k_i$ ، شدیداً به حالت جنبشی هواپیما و نیز چگالی هوا وابسته است. بنابراین:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \tilde{q} \cdot b + \frac{1}{2} \delta \tilde{q} \cdot b^2 + \frac{1}{3} \delta^2 \tilde{q} \cdot b^3 \\
 k_2 &= \tilde{q} \cdot \alpha \cdot b + \left\{ \frac{1}{2} \tilde{q} \cdot \delta \alpha + \frac{1}{2} \delta \tilde{q} \cdot \alpha \right\} \cdot b^2 + \left\{ \frac{1}{3} \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{3} \delta^2 \tilde{q} \cdot \alpha + \frac{1}{3} \delta \tilde{q} \cdot \delta \alpha \right\} \cdot b^3 + \left\{ \frac{1}{4} \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha + \frac{1}{4} \delta^2 \tilde{q} \cdot \alpha \right\} \cdot b^4 \\
 &+ \frac{1}{5} \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot b^5 \\
 k_3 &= \tilde{q} \cdot \alpha^2 \cdot b + \left\{ \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha + \frac{1}{2} \delta \tilde{q} \cdot \alpha^2 \right\} \cdot b^2 + \left\{ \frac{1}{3} \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \right. \\
 &+ \left. \frac{2}{3} \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha + \frac{1}{3} \delta^2 \tilde{q} \cdot \alpha^2 + \frac{2}{3} \delta \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha \right\} \cdot b^3 \\
 &+ \left\{ \frac{1}{2} \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha + \frac{1}{4} \delta \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 + \frac{1}{2} \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha \right\} \cdot b^4 \\
 &+ \left\{ \frac{2}{5} \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha + \frac{1}{5} \delta^2 \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \right\} \cdot b^5 \\
 k_4 &= \tilde{q} \cdot \alpha^3 \cdot b + \left\{ \frac{3}{2} \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha + \frac{1}{2} \delta \tilde{q} \cdot \alpha^3 \right\} \cdot b^2 \\
 &+ \left\{ \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha + \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 + \frac{1}{3} \delta^2 \tilde{q} \cdot \alpha^3 + \delta \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^2 \right\} \cdot b^3 \\
 &+ \left\{ \frac{3}{4} \delta \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 + \frac{3}{4} \delta \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha + \frac{3}{4} \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^2 \right\} \cdot b^4 \\
 &+ \left\{ \frac{3}{5} \delta^2 \tilde{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 + \frac{3}{5} \delta^2 \tilde{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha \right\} \cdot b^5
 \end{aligned} \tag{۱۹}$$

$$\tilde{q}(\eta) = \tilde{q} + \frac{d\tilde{q}}{d\eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{d^2\tilde{q}}{d\eta^2} \eta^2 \tag{۷}$$

$$C_F(\eta) = C_F + \frac{dC_F}{d\eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{d^2C_F}{d\eta^2} \eta^2$$

با توجه به اینکه در اکثر هواپیماهای متداول بال به صورت مستطیلی می‌باشد می‌توان فرض کرد که:

$$c(\eta) = c(\text{constant}) \tag{۸}$$

با جایگذاری روابط (۷) و (۸) در رابطه (۶) داریم:

$$\begin{aligned}
 F &= \int_0^b \left\{ \tilde{q} + \frac{d\tilde{q}}{d\eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{d^2\tilde{q}}{d\eta^2} \eta^2 \right\} \times \\
 &\left\{ C + \frac{dC}{d\eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{d^2C}{d\eta^2} \eta^2 \right\} \cdot \bar{c} d\eta
 \end{aligned} \tag{۹}$$

چون  $C = f[\alpha(\eta)]$  پس داریم:

$$\begin{aligned}
 \frac{dC}{d\eta} &= \frac{dC}{d\alpha} \frac{d\alpha}{d\eta} \\
 \frac{d^2C}{d\eta^2} &= \frac{dC}{d\alpha} \frac{d^2\alpha}{d\eta^2} + \frac{d^2C}{d\alpha^2} \left( \frac{d\alpha}{d\eta} \right)^2
 \end{aligned} \tag{۱۰}$$

با جایگذاری روابط بالا در رابطه (۹) داریم:

$$\begin{aligned}
 F &= \int_0^b \left[ \tilde{q} + \frac{d\tilde{q}}{d\eta} \eta + \frac{1}{2} \frac{d^2\tilde{q}}{d\eta^2} \eta^2 \right] \times \\
 &\left[ C + \frac{dC}{d\alpha} \frac{d\alpha}{d\eta} \eta + \frac{1}{2} \left\{ \frac{dC}{d\alpha} \frac{d^2\alpha}{d\eta^2} + \frac{d^2C}{d\alpha^2} \left( \frac{d\alpha}{d\eta} \right)^2 \right\} \right] \cdot \bar{c} d\eta
 \end{aligned} \tag{۱۱}$$

با تعریف

$$\begin{aligned}
 \delta \tilde{q} &= \frac{d\tilde{q}}{d\eta}, \delta \alpha = \frac{d\alpha}{d\eta}, dC = \frac{dC}{d\alpha} \\
 \delta^2 \alpha &= \frac{1}{2} \frac{d^2\alpha}{d\eta^2}, \delta^2 \tilde{q} = \frac{1}{2} \frac{d^2\tilde{q}}{d\eta^2}, d^2C = \frac{1}{2} \frac{d^2C}{d\alpha^2}
 \end{aligned} \tag{۱۲}$$

داریم:

$$\begin{aligned}
 F(\eta) &= [\tilde{q} + \delta \tilde{q} \cdot \eta + \delta^2 \tilde{q} \eta^2] \cdot \\
 &[C + dC \cdot \delta \alpha \cdot \eta + dC \cdot \delta^2 \alpha \cdot \eta^2 + d^2C \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \eta^2] \cdot \bar{c}
 \end{aligned} \tag{۱۳}$$

اگر فرض کنیم که ضریب نیرو با زاویه حمله به صورت زیر وابسته باشد:

$$C(\alpha) = C_1 + C_2 \cdot \alpha + C_3 \cdot \alpha^2 + C_4 \cdot \alpha^3 + C_5 \cdot \alpha^4 \tag{۱۴}$$

با جایگذاری در معادله (۱۳) داریم:

$$\begin{aligned}
 F(\eta) &= [\tilde{q} + \delta \tilde{q} \cdot \eta + \delta^2 \tilde{q} \eta^2] \cdot \\
 &[C_1 + C_2 \cdot \alpha + C_3 \cdot \alpha^2 + C_4 \cdot \alpha^3 \\
 &+ C_5 \cdot \alpha^4 + C_2 \cdot \delta \alpha \cdot \eta + 2C_3 \cdot \delta \alpha \cdot \alpha \cdot \eta \\
 &+ 4C_5 \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 \cdot \eta^2 + C_2 \cdot \delta^2 \alpha \cdot \eta^2 \\
 &+ 2C_3 \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha \cdot \eta^2 + 4C_5 \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 \cdot \eta^2 \\
 &+ C_3 \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \eta^2 + 3C_5 \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha \cdot \eta^2 \\
 &+ 6C_5 \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2 \cdot \eta^2] \cdot \bar{c}
 \end{aligned} \tag{۱۵}$$

می‌توان معادله بالا را به فرم زیر نوشت:

$$F(\eta) = [a_0 + a_1 \cdot \eta + a_2 \cdot \eta^2 + a_3 \cdot \eta^3 + a_4 \cdot \eta^4] \cdot \bar{c} \tag{۱۶}$$

که در آن:

استفاده شده است که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از این که جریان یکنواخت بوده و اثرات بال و بدنه بر روی سایر سطوح به طور مستقیم محاسبه نشده است. انتظار می‌رود که رگراسیون این اثرات را به طور غیر مستقیم محاسبه و لحاظ نماید.

#### ۴- توسعه مدل برای شناسایی

در این بخش ابتدا نحوه محاسبه فشار دینامیکی محلی و نیز زاویه حمله و مشتقات آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد. همانطور که بیان گردید مدل ارائه شده بر اساس تئوری استریپ می‌باشد که در این روش هواپیما را به چندین مؤلفه (نقطه مرجع) تقسیم بندی می‌کنیم که می‌توان نیروها و ممان‌ها را بر روی این سطوح محاسبه نمود. برای این منظور از سیستم مختصات استریپ که متشکل از سه محور عمود برهم است استفاده می‌کنیم و برای استاندارد سازی انتقال زوایای زیر را تعریف می‌کنیم. دوران به اندازه  $\Gamma$  حول محور  $x$

$$C(\Gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Gamma) & \sin(\Gamma) \\ 0 & -\sin(\Gamma) & \cos(\Gamma) \end{bmatrix} \quad (22)$$

دوران به اندازه  $\Lambda$  حول محور  $z$

$$C(\Lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\Lambda) & \sin(\Lambda) & 0 \\ -\sin(\Lambda) & \cos(\Lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

دوران به اندازه  $\alpha$  حول محور  $y$

$$C(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (24)$$

با توجه به دلیل تقارن در نیمه سمت راست و چپ هواپیما برای سهولت در محاسبات سیستم مختصات چپگرد را برای نیمه سمت چپ هواپیما معرفی می‌کنیم که این زوایا در این سیستم مختصات به صورت  $\alpha$  و  $-\Lambda$  و  $-\Gamma$  می‌باشد.

$$\begin{aligned} C_{sb}^{rh} &= R(y).C(\alpha).C(-\Lambda).C(-\Gamma) \\ C_{sb}^{rh} &= C(\alpha).C(\Lambda).C(\Gamma) \end{aligned} \quad (25)$$

که در معادله بالا بالانویس lf نشان‌دهنده سمت چپ و بالانویس rh نشان‌دهنده سمت راست می‌باشد همچنین:

$$R(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

قدم نخست برای به دست آوردن رابطه‌ای برای متغیر دینامیکی این است که میدان سرعت را به صورت ترمی که به طور آیرودینامیکی متناسب با مؤلفه‌های مختلف هواپیما می‌باشد را بیان کنیم که برای انتقال سرعت‌های دورانی و بردارهای شتاب داریم:

$$\begin{aligned} k_5 &= \bar{q} \cdot \alpha^4 \cdot b + \left\{ 2\bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^3 + \frac{1}{2} \delta \bar{q} \cdot \alpha^4 \right\} b^2 \\ &+ \left\{ 2\bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2 + \frac{4}{3} \delta \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^3 \right\} b^3 \\ &+ \left\{ \delta \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 + \frac{3}{2} \delta \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2 + \delta^2 \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^3 \right\} b^4 \\ &+ \left\{ \frac{4}{5} \delta^2 \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 + \frac{6}{5} \delta^2 \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2 \right\} b^5 \end{aligned}$$

گشتاور تولید شده با استفاده از نیروی توزیع شده به فرم زیر ساده می‌شود:

$$M = \int_0^b F(\eta) \cdot \eta d\eta \quad (20)$$

$$= [C_1 \cdot h_1 + C_2 \cdot h_2 + C_3 \cdot h_3 + C_4 \cdot h_4 + C_5 \cdot h_5] \cdot \bar{c}$$

که در آن  $h_i$  ضرایبی شبیه به  $k_i$  ها هستند. توجه داشته باشید که پارامترهای  $k$  و  $h$  فاکتورهای حرکتی (جنبشی) هستند که به توزیع فشار دینامیکی و زاویه حمله در طول  $\eta$  وابسته هستند و از این رو مقادیر معلومی برای هر اندازه گیری می‌باشند. این ضرایب برای محاسبه لغزش طبق قانون  $\cos^2 \beta$ ، در  $\cos^2 \beta$  ضرب می‌شوند. مهم است که بدانیم ضرایب یکسان هم در معادلات نیرو و هم در معادلات گشتاور ظاهر می‌شود.

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2} \bar{q} \cdot b^2 + \frac{1}{3} \delta \bar{q} \cdot b^3 + \frac{1}{4} \delta^2 \bar{q} \cdot b^4 \\ h_2 &= \frac{1}{2} \bar{q} \cdot \alpha \cdot b^2 + \left\{ \frac{1}{3} \delta \bar{q} \cdot \alpha + \frac{1}{3} \bar{q} \cdot \delta \alpha \right\} b^3 \\ &+ \left\{ \frac{1}{4} \delta^2 \bar{q} \cdot \alpha + \frac{1}{4} \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \right\} b^4 + \frac{1}{5} \delta^2 \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot b^5 \\ h_3 &= \frac{1}{2} \bar{q} \cdot \alpha^2 \cdot b^2 + \left\{ \frac{1}{3} \delta \bar{q} \cdot \alpha^2 + \frac{2}{3} \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha \right\} b^3 + \left\{ \frac{1}{4} \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \right. \\ &+ \frac{1}{4} \delta^2 \bar{q} \cdot \alpha^2 + \frac{1}{2} \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 + \frac{1}{2} \delta \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha \left. \right\} b^4 + \left\{ \frac{1}{2} \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha \right. \\ &+ \frac{1}{4} \delta \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 + \frac{1}{2} \delta^2 \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha \left. \right\} b^5 + \left\{ \frac{2}{5} \delta^2 \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha \right. \\ &\left. + \frac{1}{5} \delta^2 \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \right\} b^6 \\ h_4 &= \frac{1}{2} \bar{q} \cdot \alpha^3 \cdot b^2 + \left\{ \frac{1}{3} \delta \bar{q} \cdot \alpha^3 + \bar{q} \cdot \delta \bar{q} \cdot \alpha^2 \right\} b^3 + \left\{ \frac{3}{4} \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha \right. \\ &+ \frac{1}{4} \delta^2 \bar{q} \cdot \alpha^3 + \frac{3}{4} \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 + \frac{3}{4} \delta \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^2 \left. \right\} b^4 + \left\{ \frac{3}{5} \delta \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha \right. \\ &+ \frac{3}{5} \delta \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha + \frac{3}{5} \delta^2 \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^2 \left. \right\} b^5 + \left\{ \frac{1}{2} \delta^2 \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^2 \right. \\ &+ \frac{1}{2} \delta^2 \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha \left. \right\} b^6 \\ h_5 &= \frac{1}{2} \bar{q} \cdot \alpha^4 \cdot b^2 + \left\{ \frac{1}{3} \delta \bar{q} \cdot \alpha^4 + \frac{4}{3} \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^3 \right\} b^3 + \left\{ \frac{3}{2} \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2 \right. \\ &+ \frac{1}{4} \delta^2 \bar{q} \cdot \alpha^4 + \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 + \delta \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^3 \left. \right\} b^4 + \left\{ \frac{6}{5} \delta \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2 \right. \\ &+ \frac{4}{5} \delta \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 + \frac{4}{5} \delta^2 \bar{q} \cdot \delta \alpha \cdot \alpha^3 \left. \right\} b^5 + \left\{ \frac{2}{3} \delta^2 \bar{q} \cdot \delta^2 \alpha \cdot \alpha^3 \right. \\ &+ \delta^2 \bar{q} \cdot (\delta \alpha)^2 \cdot \alpha^2 \left. \right\} b^6 \end{aligned} \quad (21)$$

در ادامه این معادلات برای هر نقطه سطح هواپیما توسعه داده شده و سپس به سیستم مختصات بدنه هواپیما منتقل می‌شوند. در نهایت معادلات نیرو و گشتاور برای کل هواپیما تولید می‌شود. برخی از فرضیات ساده سازی

اینجا این مقادیر برای نقطه مرجع ( $\eta = 0$ ) محاسبه می‌گردد و از طرفی داریم:

$$q = \frac{1}{2} \rho \cdot (U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0)^2$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{U_N + \omega_F \cdot y_0 - \omega_s \cdot x_0}{U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0} \right) \quad (33)$$

و همچنین داریم:

$$\frac{dq}{d\eta} = \rho(-\omega_N) \cdot (U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0)$$

$$\frac{d^2q}{d\eta^2} = \rho(\omega_N^2) \quad (34)$$

برای زاویه حمله نیز:

$$\frac{d\alpha}{d\eta} = \{ \omega_F \cdot (U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0) + \omega_N (U_N + \omega_F \cdot y_0 - \omega_s \cdot x_0) \} / \{ (U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0)^2 + (U_N + \omega_F \cdot y_0 - \omega_s \cdot x_0)^2 \}$$

$$\frac{d^2\alpha}{d\eta^2} = \{ -2[(-\omega_N) \cdot (U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0) + \omega_F \cdot (U_N + \omega_F \cdot y_0 - \omega_s \cdot x_0)] / [(U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0)^2 + (U_N + \omega_F \cdot y_0 - \omega_s \cdot x_0)^2] \} \times \{ \omega_F \cdot (U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0) + \omega_N (U_N + \omega_F \cdot y_0 - \omega_s \cdot x_0) \} / [(U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0)^2 + (U_N + \omega_F \cdot y_0 - \omega_s \cdot x_0)^2] \} \quad (35)$$

اکنون می‌توان سهم هر یک از اجزا هواپیما را مدل نمود.

جدول ۱ المان‌های سطح (نقاط) و مؤلفه‌های نیروی مربوط به هر کدام را نشان می‌دهد. این مؤلفه‌های نیرو باعث به وجود آمدن مؤلفه‌های گشتاور می‌شوند که در ستون سوم نشان داده شده‌اند. با ضرایب نیروی محوری  $C_A$  و ضرایب نیروی نرمال (عمود)  $C_N$  برای نقاط سطح آیرودینامیکی و مدل تراست موتور شروع می‌کنیم. بیشتر مدل‌های کلی شامل ۵ پارامتر مانند همان‌هایی که برای بال استفاده شد هستند (جدول ۱). این پارامترهایی که باید در جریان رگرسیون تخمین زده شوند ضرایب سری توانی زاویه حمله محلی هستند. برای کاهش تعداد پارامترهای مجهول لازم است که کمترین تعداد پارامتر را برای مدل کردن مناسب هر نقاط سطح انتخاب کنیم. برای مثال ضریب  $C_N$  شهپر (ایلرون) فرض می‌شود وابستگی خطی به زاویه حمله داشته باشد، به علت اینکه در معرض گردابه‌های بدنه و بال قرار ندارد. البته این فرض در مورد دم پایدار کننده عمودی صادق نمی‌باشد و برای آن از رابطه مکعبی (توان سوم) استفاده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = C_{sb}^{rh} \begin{bmatrix} X_{ref} \\ Y_{ref} \\ Z_{ref} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} U_F \\ U_s \\ U_N \end{bmatrix} = C_{sb}^{rh} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_F \\ \omega_s \\ \omega_N \end{bmatrix} = C_{sb}^{rh} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \omega_F \\ \omega_s \\ \omega_N \end{bmatrix} = C_{sb}^{lh} \begin{bmatrix} p \\ -q \\ r \end{bmatrix}$$

لازم است زاویه حمله جریان و فشار دینامیکی را در طول یک منحنی خاص مشخص کنیم. (منحنی که یک چهارم کوردها را بهم وصل می‌کند و به عنوان «خط مطلوب» بال معروف می‌باشد) که برای هواپیماهایی با بال مستطیلی به مفهوم خط علاقه می‌باشد. شکل ۴ ارتباط این خط را با محور مختصات استریپ بیان می‌کند.

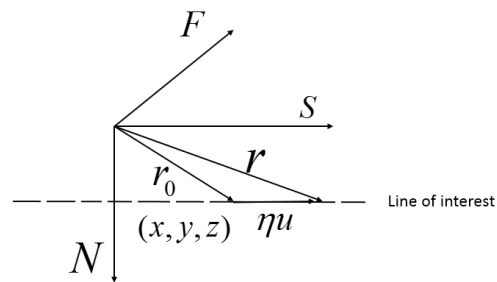


Fig. 4. Line of interest diagram  
شکل ۴: منحنی خط مطلوب

با توجه به شکل ۴ داریم:

$$r = r_0 + \eta u \quad (38)$$

لذا مختصات این نقطه در محور مختصات استریپ به صورت زیر می‌باشد:

$$x = x_0 \quad y = y_0 + \eta \quad z = z_0 \quad (39)$$

در مرحله بعد میدان سرعت جنبشی محاسبه می‌گردد که مجموع سرعت انتقالی و سرعت زاویه‌ای روی آن موقعیت می‌باشد:

$$V_k(x, y, z) = V + \omega \times r \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} U_F(x, y, z) \\ U_s(x, y, z) \\ U_N(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_F \\ U_s \\ U_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i & j & k \\ \omega_F & \omega_s & \omega_N \\ x & y & z \end{bmatrix} \quad (40)$$

بنابراین داریم:

$$U_F(x, y, z) = U_F + \omega_s \cdot z - \omega_N \cdot y$$

$$U_s(x, y, z) = U_s + \omega_N \cdot x - \omega_F \cdot z \quad (41)$$

$$U_N(x, y, z) = U_N + \omega_F \cdot y - \omega_s \cdot x$$

با جایگذاری رابطه (۳۹) داریم:

$$U_F(\eta) = U_F + \omega_s \cdot z_0 - \omega_N \cdot y_0 - \omega_N \cdot \eta$$

$$U_s(\eta) = U_s + \omega_N \cdot x_0 - \omega_F \cdot z_0 \quad (42)$$

$$U_N(\eta) = U_N + \omega_F \cdot y_0 - \omega_s \cdot x_0 + \omega_F \cdot \eta$$

با محاسبات این سرعت می‌توان در هر نقطه از «خط مطلوب» مقدار زاویه حمله و فشار دینامیکی محلی و گرادیان‌های آنها را محاسبه نمود. در

بالا بر: نیمه راست:

$$\begin{aligned} C_{A_{ele}} &= C_{13} + C_{14} \cdot \alpha + C_{15} \cdot \alpha^2 \\ C_{N_{ele}} &= C_{48} \cdot \alpha \end{aligned} \quad (42)$$

نیمه چپ:

$$\begin{aligned} C_{A_{ele}} &= C_{28} + C_{29} \cdot \alpha + C_{30} \cdot \alpha^2 \\ C_{N_{ele}} &= C_{59} \cdot \alpha \end{aligned} \quad (43)$$

دم عمودی:

$$\begin{aligned} C_{A_v} &= C_{31} + C_{32} \cdot \alpha + C_{33} \cdot \alpha^2 + C_{34} \cdot \alpha^3 \\ C_{N_v} &= C_{60} + C_{61} \cdot \alpha + C_{62} \cdot \alpha^2 + C_{63} \cdot \alpha^3 \end{aligned} \quad (44)$$

سکان عمودی (رادِر):

$$\begin{aligned} C_{A_{rad}} &= C_{35} + C_{36} \cdot \alpha + C_{37} \cdot \alpha^2 \\ C_{N_{rad}} &= C_{64} \cdot \alpha \end{aligned} \quad (45)$$

بدنه:

$$C_{N_{bu}} = C_{65} + C_{66} \cdot \alpha + C_{67} \cdot \alpha^2 + C_{68} \cdot \alpha^3 \quad (46)$$

موتور:

$$\begin{aligned} R_p &= \rho_h / \rho_0 \\ P_h &= P_0 \{R_p - [(1 - R_p) / 7.55]\} \\ P_A &= P_h (\omega_p / \omega_{max})^3 \\ J_{75} &= U_p / (\omega_p R_{75}) \\ R_j &= J_{75} / J_{max} \\ eff &= 4eff_{max} R_j | (1 - R_j) \\ F_x &\approx \chi_{prop} = 550 [eff \cdot P_A] / U_p \end{aligned} \quad (47)$$

نیروهای نرمال و محوری نقاط سطح در ادامه بعنوان ترم‌هایی از مقادیر جنبشی  $K$  و  $h$  داده شده است که این مقادیر در طول محورهای بدنی  $(x, y, z)$  دوباره حل شده‌اند. همچنین گشتاورهای مربوط به نیروها نیز در همان محورها محاسبه شده‌اند. انتقال شامل زاویه نصب سطح  $t$  و زاویه آنها در  $\Gamma$  می‌باشد. (چون در مورد هواپیمای مورد تست زاویه سوپیت وجود ندارد)

#### ۴-۱- بال:

نیروهای محوری و نرمال:

$$\begin{aligned} F_{A_w} &= [C_1 \cdot k_1 + C_2 \cdot k_2 + C_3 \cdot k_3 + C_4 \cdot k_4 + C_5 \cdot k_5] \cdot \bar{c}_w \\ F_{N_w} &= [C_{38} \cdot k_{38} + C_{39} \cdot k_{39} \\ &\quad + C_{40} \cdot k_{40} + C_{41} \cdot k_{41} + C_{42} \cdot k_{42}] \cdot \bar{c}_w \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} F_{A_w} &= [C_{16} \cdot k_{16} + C_{17} \cdot k_{17} \\ &\quad + C_{18} \cdot k_{18} + C_{19} \cdot k_{19} + C_{20} \cdot k_{20}] \cdot \bar{c}_w \\ F_{N_w} &= [C_{49} \cdot k_{49} + C_{50} \cdot k_{50} + C_{51} \cdot k_{51} \\ &\quad + C_{52} \cdot k_{52} + C_{53} \cdot k_{53}] \cdot \bar{c}_w \end{aligned} \quad (49)$$

نیروی  $F_x$  در راستای محور  $x$

$$\begin{aligned} F_{x_w} &= -F_{A_w} \cdot \cos(i_w) - F_{N_w} \cdot \sin(i_w) \\ F_{x_w} &= F_{x_w}^R + F_{x_w}^L \end{aligned} \quad (50)$$

نیروی  $F_y$  در راستای محور  $y$

$$\begin{aligned} F_{y_w} &= -[F_{N_w} \cdot \cos(i_w) - F_{A_w} \cdot \sin(i_w)] \cdot \sin(\Gamma) \\ F_{y_w} &= F_{y_w}^R - F_{y_w}^L \end{aligned} \quad (51)$$

جدول ۱: مؤلفه‌های نیرو و ممان به علت نقاط سطحی  
Table I. Force and moment elements because of surface points

مؤلفه ممان	مؤلفه نیرو	نقطه سطح
$N, M$ $L$ $L, M$	$X$ $Y$ $Z$	بال چپ و راست
$N$	$Y$	بدنه
$N$ $L, M$	$X$ $Z$	دم افقی
-- $L, N$	$X$ $Y$	دم عمودی
-- $N$	$X$ $Y$	تراست
-- $M$	$X$ $Z$	بالا بر (الوتور)
-- $L, N$	$X$ $Y$	رادِر (سکان عمودی)
$N$	$X$	شهپر (ایلرون)

بال: نیمه راست:

$$\begin{aligned} C_{A_w} &= C_1 + C_2 \cdot \alpha + C_3 \cdot \alpha^2 + C_4 \cdot \alpha^3 + C_5 \cdot \alpha^4 \\ C_{N_w} &= C_{38} + C_{39} \cdot \alpha + C_{40} \cdot \alpha^2 + C_{41} \cdot \alpha^3 + C_{42} \cdot \alpha^4 \end{aligned} \quad (36)$$

نیمه سمت چپ:

$$\begin{aligned} C_{A_w} &= C_{16} + C_{17} \cdot \alpha + C_{18} \cdot \alpha^2 + C_{19} \cdot \alpha^3 + C_{20} \cdot \alpha^4 \\ C_{N_w} &= C_{49} + C_{50} \cdot \alpha + C_{51} \cdot \alpha^2 + C_{52} \cdot \alpha^3 + C_{53} \cdot \alpha^4 \end{aligned} \quad (37)$$

شهپر (ایلرون): نیمه راست:

$$\begin{aligned} C_{A_{rad}} &= C_6 + C_7 \cdot \alpha + C_8 \cdot \alpha^2 \\ C_{N_{rad}} &= C_{43} \cdot \alpha \end{aligned} \quad (38)$$

نیمه چپ:

$$\begin{aligned} C_{A_{ele}} &= C_{21} + C_{22} \cdot \alpha + C_{23} \cdot \alpha^2 \\ C_{N_{ele}} &= C_{54} \cdot \alpha \end{aligned} \quad (39)$$

دم افقی: نیمه راست:

$$\begin{aligned} C_{A_{dv}} &= C_9 + C_{10} \cdot \alpha + C_{11} \cdot \alpha^2 + C_{12} \cdot \alpha^3 \\ C_{N_{dv}} &= C_{44} + C_{45} \cdot \alpha + C_{46} \cdot \alpha^2 + C_{47} \cdot \alpha^3 \end{aligned} \quad (40)$$

نیمه چپ:

$$\begin{aligned} C_{A_{dv}} &= C_{24} + C_{25} \cdot \alpha + C_{26} \cdot \alpha^2 + C_{27} \cdot \alpha^3 \\ C_{N_{dv}} &= C_{55} + C_{56} \cdot \alpha + C_{57} \cdot \alpha^2 + C_{58} \cdot \alpha^3 \end{aligned} \quad (41)$$

ممان پیچشی  $M$ :

$$\begin{aligned} M_{ail}^L &= -[F_N \cdot \cos(i_w - \delta a) - \\ &F_A \cdot \sin(i_w - \delta a)] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_{ail} + F_{x_{ail}} \cdot dz_{ail} \\ M_{ail}^R &= [F_N \cdot \cos(i_w + \delta a) - \\ &F_A \cdot \sin(i_w + \delta a)] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_{ail} - F_{x_{ail}} \cdot dz_{ail} \\ M_{ail} &= M_{ail}^L + M_{ail}^R \end{aligned} \quad (۶۲)$$

ممان یابینگ  $N$ :

$$\begin{aligned} N_{ail}^R &= -\int_0^b [F_A(\eta) \cdot \cos(i_w + \delta a) \\ &+ F_N(\eta) \cdot \sin(i_w + \delta a)] \cdot \eta d\eta \\ &= -\{[C_6 \cdot h_6 + C_7 \cdot h_7 + C_8 \cdot h_8] \cdot \cos(i_w + \delta a) \cdot \bar{c}_{ail} \\ &+ C_{43} \cdot h_{43} \cdot \sin(i_w + \delta a)\} \cdot \bar{c}_w \\ N_{ail}^L &= [C_{21} \cdot h_{21} + C_{22} \cdot h_{22} + C_{23} \cdot h_{23}] \cdot \cos(i_w - \delta a) \cdot \bar{c}_{ail} \\ &+ C_{54} \cdot h_{54} \cdot \sin(i_w - \delta a) \cdot \bar{c}_w \\ N_{ail} &= N_{ail}^R + N_{ail}^L \end{aligned} \quad (۶۳)$$

۴-۳- دم افقی (پایدار کننده افقی)

نیروهای محوری و نرمال:

$$\begin{aligned} F_A &= [C_9 \cdot k_9 + C_{10} \cdot k_{10} \\ &+ C_{11} \cdot k_{11} + C_{12} \cdot k_{12}] \cdot \bar{c}_{ht} \\ F_N &= [C_{29} \cdot k_{29} + C_{30} \cdot k_{30} \\ &+ C_{31} \cdot k_{31} + C_{32} \cdot k_{32}] \cdot \bar{c}_{ht} \end{aligned} \quad (۶۴)$$

نیروی  $F_x$  در راستای محور  $x$

$$\begin{aligned} F_{x_{ht}} &= -F_A \cdot \cos(i_{ht}) - F_N \cdot \sin(i_{ht}) \\ F_{x_{ht}} &= F_{x_{ht}}^R + F_{x_{ht}}^L \end{aligned} \quad (۶۵)$$

نیروی  $F_z$  در راستای محور  $z$

$$\begin{aligned} F_{z_{ht}} &= [-F_N \cdot \cos(i_{ht}) + F_A \cdot \sin(i_{ht})] \cdot \cos(\Gamma) \\ F_{z_{ht}} &= F_{z_{ht}}^R + F_{z_{ht}}^L \end{aligned} \quad (۶۶)$$

ممان پیچشی  $M$ :

$$\begin{aligned} M_{hs}^R &= [F_N \cdot \cos(i_{hs}) - F_A \cdot \sin(i_{hs})] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_{hs} \\ &- F_{x_{hs}}^R \cdot dz_{hs} \\ M_{hs}^L &= -[F_N \cdot \cos(i_{hs}) - F_A \cdot \sin(i_{hs})] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_{hs} \\ &- F_{x_{hs}}^L \cdot dz_{hs} \end{aligned} \quad (۶۷)$$

$$\begin{aligned} M_{hs} &= M_{hs}^L + M_{hs}^R \\ M_{hs}^R &= [F_N \cdot \cos(i_{hs}) - F_A \cdot \sin(i_{hs})] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_{hs} \\ &- F_{x_{hs}}^R \cdot dz_{hs} \\ M_{hs}^L &= -[F_N \cdot \cos(i_{hs}) - F_A \cdot \sin(i_{hs})] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_{hs} \\ &- F_{x_{hs}}^L \cdot dz_{hs} \\ M_{hs} &= M_{hs}^L + M_{hs}^R \end{aligned} \quad (۶۸)$$

۴-۴- بالابر (الویتور)

نیروهای محوری و نرمال:

$$F_A = [C_{13} \cdot k_{13} + C_{14} \cdot k_{14} + C_{15} \cdot k_{15}] \cdot \bar{c}_{ele} \quad (۶۹)$$

$$\begin{aligned} F_N &= [C_{48} \cdot k_{48}] \cdot \bar{c}_{ele} \\ F_A &= [C_{28} \cdot k_{28} + C_{29} \cdot k_{29} + C_{30} \cdot k_{30}] \cdot \bar{c}_{ele} \\ F_N &= [C_{59} \cdot k_{59}] \cdot \bar{c}_{ele} \end{aligned} \quad (۷۰)$$

نیروی  $F_z$  در راستای محور  $z$

$$\begin{aligned} F_{z_w} &= [-F_N \cdot \cos(i_w) + F_A \cdot \sin(i_w)] \cdot \cos(\Gamma) \\ F_{z_w} &= F_{z_w}^R + F_{z_w}^L \end{aligned} \quad (۵۲)$$

ممان رول  $L$ :

$$\begin{aligned} L_w &= \int_0^b [F_N(\eta) \cdot \cos(i_w) - F_A(\eta) \cdot \sin(i_w)] \cdot \eta d\eta + F_{y_w} \cdot dz_w \\ &= \{[C_{38} \cdot h_{38} + C_{39} \cdot h_{39} + C_{40} \cdot h_{40} + C_{41} \cdot h_{41} \\ &+ C_{42} \cdot h_{42}] \cos(i_w) - [C_1 \cdot h_1 + C_2 \cdot h_2 + \\ &C_3 \cdot h_3 + C_4 \cdot h_4 + C_5 \cdot h_5] \cdot \sin(i_w)\} \cdot \bar{c}_w \cdot \cos(\Gamma) + F_{y_w} \cdot dz_w \\ L_w &= L_w^L - L_w^R \end{aligned} \quad (۵۳)$$

ممان پیچشی  $M$ :

$$\begin{aligned} M_w &= [F_N \cdot \cos(i_w) - F_A \cdot \sin(i_w)] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_w - F_{x_w} \cdot dz_w \\ M_w &= M_w^L + M_w^R \end{aligned} \quad (۵۴)$$

ممان یابینگ  $N$ :

$$\begin{aligned} N_w &= \int_0^b [F_A(\eta) \cdot \cos(i_w) - F_N(\eta) \cdot \sin(i_w)] \cdot \eta d\eta \\ &= \{[C_{38} \cdot h_{38} + C_{39} \cdot h_{39} + C_{40} \cdot h_{40} + C_{41} \cdot h_{41} \\ &+ C_{42} \cdot h_{42}] \sin(i_w) \cdot \bar{c}_w + [C_1 \cdot h_1 + C_2 \cdot h_2 + C_3 \cdot h_3 \\ &+ C_4 \cdot h_4 + C_5 \cdot h_5] \cdot \cos(i_w)\} \cdot \bar{c}_w \\ N_w &= N_w^R - N_w^L \end{aligned} \quad (۵۵)$$

۴-۲- شهپر (ایلرون):

نیروهای محوری و نرمال:

$$\begin{aligned} F_{A_4} &= [C_6 \cdot k_6 + C_7 \cdot k_7 + C_8 \cdot k_8] \cdot \bar{c}_{ail} \\ F_{N_4} &= [C_{43} \cdot k_{43}] \cdot \bar{c}_{ail} \end{aligned} \quad (۵۶)$$

$$\begin{aligned} F_A &= [C_{21} \cdot k_{21} + C_{22} \cdot k_{22} + C_{23} \cdot k_{23}] \cdot \bar{c}_{ail} \\ F_N &= [C_{54} \cdot k_{54}] \cdot \bar{c}_{ail} \end{aligned} \quad (۵۷)$$

نیروی  $F_x$  در راستای محور  $x$

$$\begin{aligned} F_{x_{ail}} &= -F_A \cdot \cos(i_w + \delta a) - F_N \cdot \sin(i_w + \delta a) \\ F_{x_{ail}} &= F_{x_{ail}}^R + F_{x_{ail}}^L \end{aligned} \quad (۵۸)$$

نیروی  $F_y$  در راستای محور  $y$

$$\begin{aligned} F_{y_{ail}} &= -[F_N \cdot \cos(i_w + \delta a) - F_A \cdot \sin(i_w + \delta a)] \cdot \sin(\Gamma) \\ F_{y_{ail}} &= F_{y_{ail}}^R - F_{y_{ail}}^L \end{aligned} \quad (۵۹)$$

نیروی  $F_z$  در راستای محور  $z$

$$\begin{aligned} F_{z_{ail}} &= [-F_N \cdot \cos(i_w + \delta a) - F_A \cdot \sin(i_w + \delta a)] \cdot \cos(\Gamma) \\ F_{z_{ail}} &= F_{z_{ail}}^R + F_{z_{ail}}^L \end{aligned} \quad (۶۰)$$

ممان رول:

$$\begin{aligned} L_{ail}^R &= -\int_0^b [F_N(\eta) \cdot \cos(i_w + \delta a) - F_A(\eta) \cdot \sin(i_w + \delta a)] \\ &\cdot \eta d\eta + F_{y_{ail}}^R \cdot dz_{ail} = [C_{43} \cdot h_{43}] \cdot \cos(i_w + \delta a) - [C_6 \cdot h_6 + \\ &C_7 \cdot h_7 + C_8 \cdot h_8] \cdot \sin(i_w + \delta a) \cdot \bar{c}_{ail} \cdot \cos(\Gamma) + F_{y_{ail}}^R \cdot dz_{ail} \\ L_{ail}^L &= [C_{54} \cdot h_{54}] \cdot \cos(i_w - \delta a) - [C_{21} \cdot h_{21} + C_{22} \cdot h_{22} + \\ &C_{23} \cdot h_{23}] \cdot \sin(i_w - \delta a) \cdot \bar{c}_{ail} \cdot \cos(\Gamma) + F_{y_{ail}}^L \cdot dz_{ail} \\ L_{ail} &= L_{ail}^R + L_{ail}^L \end{aligned} \quad (۶۱)$$



۴-۸- موتور:

نیروی  $F_x$  در راستای محور  $x$

$$F_{x_{eng}} = -C_{69}.rpm + C_{70}.rpm^2 \quad (۸۳)$$

نیروی  $F_y$  در راستای محور  $y$

$$F_{y_{eng}} = C_{71}.rpm \quad (۸۴)$$

ممان رول  $L$ :

$$L_{eng} = C_{72}.rpm \quad (۸۵)$$

در نهایت مؤلفه‌های کلی نیرو و ممان برای کل هواپیما،  $F_x, F_y, F_z, L, M, N$  از جمع نیروها و ممان‌های همه سطوح به دست می‌آیند.

برای به دست آوردن ضرایب  $C$  و  $k$  و  $h$  از داده‌های پروازی استفاده می‌کنیم. به این ترتیب که با داشتن یک دسته داده پروازی که شامل مؤلفه‌های نیروها ممان‌ها، زاویه حمله، زاویه لغزش، سرعت نسبی، ارتفاع، توان موتور و همچنین ورودی‌های کنترلی هستند در ابتدا زاویه حمله به همراه مشتقاتش و نیز فشار دینامیکی محلی به همراه مشتقاتش را برای هر نقطه مرجع مربوط به هر سطح هواپیما محاسبه می‌کنیم. سپس مقادیر  $k$  و  $h$  را برای هر نقطه مرجع حساب کرده و با داشتن این مقادیر می‌توانیم مقادیر ضرایب را محاسبه کنیم و در نهایت در روند شبیه سازی با داشتن مقادیر ورودی و نیز این ضرایب مقدار نیرو و ممان را در هر لحظه به دست می‌آوریم. و در آخر مؤلفه‌های کلی نیرو و ممان برای کل هواپیما،  $F_x, F_y, F_z, L, M, N$  از جمع نیروها و ممان‌های همه سطوح به دست می‌آیند.

۵- شناسایی بروش خطای خروجی

پس از مدل سازی ماتریس ضرایب  $C$  به فرم زیر تشکیل می‌گردد

$$C = [C_1 \ C_2 \ \dots \ C_{71} \ C_{72}]^T \quad (۸۶)$$

با در دسترس بودن داده‌های اندازه‌گیری مربوط به  $(L, M, N, F_x, F_y, F_z)$  برای هر اندازه‌گیری از سرعت‌های خطی و زاویه‌ای در طول زمان اسپین می‌توانیم ضرایب ماتریس  $C$  را از طریق معادلات زیر به دست آوریم:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ F_x \\ \vdots \\ \vdots \\ F_x \\ \vdots \\ \vdots \\ F_x \\ \vdots \\ \vdots \\ L \\ \vdots \\ \vdots \\ M \\ \vdots \\ \vdots \\ N \\ \vdots \end{bmatrix}_{6m \times 1} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{71} & x_{72} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_1 & y_2 & \dots & y_{71} & y_{72} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1 & z_2 & \dots & z_{71} & z_{72} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_1 & l_2 & \dots & l_{71} & l_{72} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_1 & m_2 & \dots & m_{71} & m_{72} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_1 & n_2 & \dots & n_{71} & n_{72} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{6m \times 72} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}_{72 \times 1} \quad (۸۷)$$

نیروی  $F_x$  در راستای محور  $x$

$$F_{x_{ele}} = -F_A \cdot \cos(i_{ht} + \delta e) - F_N \cdot \sin(i_{ht} + \delta e) \quad (۷۱)$$

$$F_{x_{ele}} = F_{x_{ele}}^R + F_{x_{ele}}^L$$

نیروی  $F_z$  در راستای محور  $z$

$$F_{z_{ele}} = [-F_N \cdot \cos(i_{ht} + \delta e) + F_A \cdot \sin(i_{ht} + \delta e)] \cdot \cos(\Gamma) \quad (۷۲)$$

$$F_{z_{ele}} = F_{z_{ele}}^R + F_{z_{ele}}^L$$

ممان پیچشی  $M$ :

$$M_{ele}^R = [F_N \cdot \cos(i_{ht} + \delta e) - F_A \cdot \sin(i_{ht} + \delta e)] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_{ele} - F_{x_{ele}}^R \cdot dz_{ele} \quad (۷۳)$$

$$M_{ele}^L = [-F_N \cdot \cos(i_{ht} + \delta e) - F_A \cdot \sin(i_{ht} + \delta e)] \cdot \cos(\Gamma) \cdot dx_{ele} - F_{x_{ele}}^L \cdot dz_{ele}$$

$$M_{ele} = M_{ele}^L + M_{ele}^R$$

۴-۵- دم عمودی (پایدار کننده عمودی)

نیروی  $F_x$  در راستای محور  $x$

$$F_{x_{vis}} = -[C_{31} \cdot K_{31} + C_{32} \cdot K_{32} + C_{33} \cdot K_{33} + C_{34} \cdot K_{34}] \cdot \bar{c}_{vis} \quad (۷۴)$$

نیروی  $F_y$  در راستای محور  $y$

$$F_{y_{vis}} = -[C_{60} \cdot K_{60} + C_{61} \cdot K_{61} + C_{62} \cdot K_{62} + C_{63} \cdot K_{63}] \cdot \bar{c}_{vis} \quad (۷۵)$$

ممان رول  $L$ :

$$L_{vis} = -[C_{60} \cdot h_{60} + C_{61} \cdot h_{61} + C_{62} \cdot h_{62} + C_{63} \cdot h_{63}] \cdot \bar{c}_{vis} \quad (۷۶)$$

ممان یابینگ  $N$ :

$$N_{vis} = -[C_{60} \cdot h_{60} + C_{61} \cdot h_{61} + C_{62} \cdot h_{62} + C_{63} \cdot h_{63}] \cdot \bar{c}_{vis} \cdot dx_{vis} \quad (۷۷)$$

۴-۶- سکان عمودی (رادار)

برای رادر هواپیما نیروهای محوری و نرمال عبارتند از:

$$F_{A_{rud}} = [C_{35} \cdot k_{35} + C_{36} \cdot k_{36} + C_{37} \cdot k_{37}] \cdot \bar{c}_{rud} \quad (۷۸)$$

$$F_{N_{rud}} = [C_{64} \cdot k_{64}] \cdot \bar{c}_{rud}$$

نیروی  $F_x$  در راستای محور  $x$

$$F_{x_{rud}} = -F_A \cdot \cos(-\delta r) - F_N \cdot \sin(-\delta r) \quad (۶۵)$$

نیروی  $F_y$  در راستای محور  $y$

$$F_{y_{rud}} = F_A \cdot \sin(-\delta r) - F_N \cdot \cos(-\delta r) \quad (۷۹)$$

ممان رول  $L$ :

$$L_{rud} = -C_{64} \cdot h_{64} \cdot \bar{c}_{rud} \cdot \cos(-\delta r) + [C_{35} \cdot h_{35} + C_{36} \cdot h_{36} + C_{37} \cdot h_{37}] \cdot \bar{c}_{rud} \cdot \sin(-\delta r) \quad (۸۰)$$

ممان یابینگ  $N$ :

$$N_{rud} = [F_N \cdot \cos(-\delta r) - F_A \cdot \sin(-\delta r)] \cdot dx_{rud} \quad (۸۱)$$

۴-۷- بدنه:

نیروی  $F_y$  در راستای محور  $y$

$$F_{y_{fus}} = -[C_{65} \cdot K_{65} + C_{66} \cdot K_{66} + C_{67} \cdot K_{67} + C_{68} \cdot K_{68}] \cdot \bar{c}_{fus} \quad (۸۲)$$

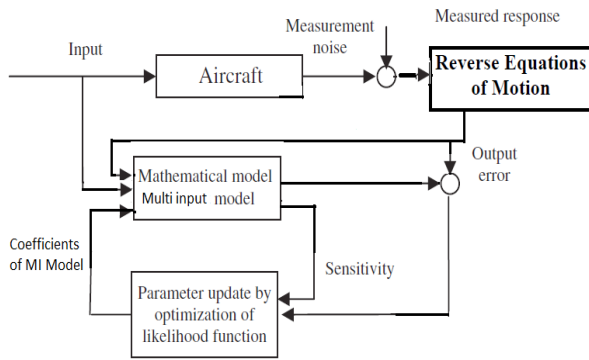


Fig. 5. Multi input identification diagram

شکل ۵: دیاگرام شناسایی ضرایب مدل چند نقطه‌ای

مانورهای اسپین‌های استفاده شده در این مطالعه با حروف  $A$  و  $B$  که از داده‌های دیجیتال مرکز لانگلی ناسا به دست آمده‌اند نامگذاری شده‌اند. این داده‌ها مربوط به مانور اسپین رو به بالا<sup>۱</sup> که متداول‌ترین نوع مانور اسپین و قابل بازیافت می‌باشد هستند. اطلاعات کامل مربوط به داده‌ها و نحوه انجام تست مانور اسپین در مرجع [۲۳] به تفصیل آمده است. فرآیند تخمین و شناسایی فقط با استفاده از داده‌های اسپین اول انجام شده است. در هر مورد ضرایب با استفاده از ورودی‌های کنترلی در طول زمان و مشخصات سینماتیکی محاسبه شده‌اند تا نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی را برای هر دو اسپین بازسازی کنند. در شکل ۶ و ۷ شناسایی هم با استفاده از دیدگاه چند نقطه‌ای و هم با استفاده از بسط تیلور متداول نشان داده شده است همان‌گونه که مشاهده می‌گردد شناسایی با استفاده از بسط تیلور قادر به تعقیب داده‌های واقعی پروازی نبوده در حالی که نتایج حاصل از مدل‌سازی چند نقطه‌ای توسعه یافته به خوبی داده‌های پروازی را تعقیب نموده است. میزان درصد تعقیب داده‌های واقعی پرواز در جدول ۳ آمده است. به منظور صحت‌سنجی الگوریتم مدل به دست آمده از مانور  $A$  برای بازسازی نیرو و ممان مانور  $B$  استفاده شده است. رگرسیون فقط برای داده‌های مانور  $A$  اعمال شده است و با استفاده از ماتریس ضرایب به دست آمده از اسپین  $A$  برای بازسازی نیروها و ممان‌های اسپین  $B$  استفاده شده است. نتایج این موارد در شکل‌های ۸ و ۹ نشان داده شده است. مقایسه مقادیر محاسبه شده با مقادیر واقعی اندازه‌گیری شده نشان‌دهنده یک سطح قابل قبول از اختلاف می‌باشد لازم به ذکر است که اختلاف مشاهده شده به علت برخی ساده‌سازی‌ها می‌باشد که برای حل مسئله فرض شده است. به عنوان مثال اثرات فرو ریزش یا ریزش پهلو بال به بدنه و سایر اجزا، گردابه حاصل از چرخش ملخ هواپیما در محاسبات لحاظ نشده است و همچنین اثر دم پایدار کننده افقی در ممان رول چشم پوشی شده است.

۷- نتیجه‌گیری

استفاده از مدل‌های متداول همچون بسط مرتبه سری تیلور برای مدل‌سازی آیرودینامیکی رژیم غیر خطی همچون پدیده اسپین همان‌گونه که از نتایج مشهود است، مناسب نمی‌باشد. در این مدل‌ها که ضرایب

که در آن  $m$  تعداد نقطه بهینه‌سازی شده برای هر پارامتر است که با توجه به زمان اندازه‌گیری ۴۰ ثانیه و نیز سرعت داده برداری ۱، ۰، ۱ برابر با ۴۰۰ می‌باشد. مقادیر اندازه گرفته شده در مدت ۴۰ ثانیه از اسپین هواپیما سبک هوانوردی یک موتور بال پایین که دارای دم  $T$  شکل می‌باشد که توسط مرکز تحقیقات ناسا اندازه‌گیری شده است. مشخصات کامل هواپیما و نیز داده‌های اندازه‌گیری شده طبق مرجع [۲۳] در دسترس می‌باشد.

برای بهینه‌سازی ماتریس ضرایب  $C$  از روش خطای خروجی به همراه الگوریتم حداکثر شباهت در پروسه شناسایی استفاده می‌کنیم. این روش یک روش بهینه‌سازی غیر خطی است که به طور گسترده در تخمین پارامترهای پروازی مورد استفاده قرار گرفته است. در تخمین زنده حداکثر احتمال وقوع  $\hat{\theta}$  طوری محاسبه می‌شود که تابع احتمال  $p(y|\theta)$  حداکثر شود. به عبارت دیگر  $\hat{\theta}$  طوری محاسبه گردد که [۲۴]:

$$\left[ \frac{\partial p(y|\theta)}{\partial \theta} = 0 \right] \quad (88)$$

برای یافتن تابع احتمال از تخمین بیز استفاده می‌کنیم [۲۴]. برای این منظور کافیت  $p(e)$  را به دست آورده و سپس بجای  $e$  رابطه  $e = u - U\theta$  را جایگزین کنیم:

$$p(y|\theta) = p(e)|_{e=y-U\theta} \quad (89)$$

پروسه تخمین بدین صورت است که ابتدا مقادیر اولیه‌ای برای بردار پارمترهای مجهول در نظر گرفته می‌شود و متغیرهای حالت و خروجی مدل به کمک انتگرال‌گیری عددی از معادلات حرکت به دست می‌آیند. در این روش با مقایسه خروجی مدل و خروجی واقعی که در تست پرواز ثبت شده است و به کمک الگوریتم‌های شناسایی، پارامترهای مجهول در طی یک پروسه تکرارپذیر متناوباً تا زمانی که خطای نسبی مطلوبی حاصل شود، تخمین زده می‌شوند تا در نهایت رفتار مدل با رفتار واقعی هواپیما همخوانی داشته باشد. به عبارت دیگر اساس این روش بر مبنای اختلاف رفتار هواپیما با نتایج شبیه‌سازی می‌باشد. در این پروسه ضرایب مجهول به کمک الگوریتم حداکثر شباهت تخمین زده می‌شوند. هسته اصلی روش حداکثر شباهت را روش نیوتن رافسون تشکیل می‌دهد این روش جزء روش‌های گرادیانی مرتبه دوم بوده و چنانچه این الگوریتم‌ها در نواحی مطلوبی نزدیک جواب قرار گیرد نتایج به خوبی همگرا می‌شوند. برای همگرایی بهتر می‌توان حدس اولیه را با استفاده از روش حداقل مربعات به دست آورد. الگوریتم شناسایی در شکل ۵ آمده است.

۶- شبیه‌سازی و نتایج

اندازه‌گیری‌هایی از چندین مانور اسپین که توسط مرکز تحقیقات لانگلی ناسا برای هواپیما سبک تک موتور انجام شده است؛ و همچنین مشخصات هواپیما تست در مرجع [۲۳ و ۲۵] در دسترس می‌باشد. این اندازه‌گیری‌ها در طول ۴۰ ثانیه و با فواصل زمانی ۱، ۰ ثانیه مربوط به پارامترهای نیروها در سه راستای  $x, y, z$  ممان‌ها در سه راستای  $x, y, z$ ، سرعت‌های زاویه‌ای، سرعت نسبی، زاویه حمله، زاویه لغزش، ارتفاع، توان موتور و ورودی‌های کنترلی می‌باشد.

شده است طراحی شده و از این رو نیاز به داده‌های تفکیک شده در بازه‌هایی از متغیرهای مستقل است. مدل‌های نوین شناسایی نیز مانند شبکه‌های عصبی یا تبدیل موجک و یا انتقال هیلبرت نیز چون هواپیما را به صورت جعبه سیاه مورد شناسایی قرار می‌دهند هیچ‌گونه معنای فیزیکی نمی‌توان از آن‌ها استنباط کرد و چون کل هواپیما را به عنوان یک جسم در نظر می‌گیرند نمی‌توان در مورد مدل آیرودینامیک و مخصوصاً توزیع نیرو و ممان بر روی سطوح مختلف هواپیما اطلاعاتی از این مدل‌ها به دست آورد.

مدل چند نقطه‌ای قبلاً در سال‌های ۱۹۹۵ و ۲۰۰۰ توسط جارمیلو و همکاران برای مدل‌سازی ریاضی مدل آیرودینامیک هواپیما در پدیده اسپین ارائه شده است. در این مقاله با توسعه دادن این مدل و افزایش تعداد ضریب‌ها (در مدل جارمیلو ۴۶ ضریب وجود داشت و در مدل توسعه یافته ارائه شده در این مقاله ۷۲ ضریب) و نیز استفاده از روش شناسایی خطای حالت خروجی به همراه الگوریتم بیشترین شباهت به جای روش حداقل مربعات استفاده شده توسط سانگ مدل جدیدی برای شناسایی مدل آیرودینامیک هواپیما در مانور اسپین استخراج شد که نتایج مدل حاصل بهتر از مدل قبلی بود. مدل ارائه شده در این مقاله یک دسته از پارامترهای جدید را شامل می‌شود که توزیع نیروی آیرودینامیکی در طول سطح هر مؤلفه از

جدول ۲: درصد تعقیب نتایج نیرو و ممان محاسبه شده توسط مدل چند نقطه‌ای و روش بسط سری تیلور در مقایسه با داده‌های واقعی  
Table 2. Following percentage of Force and moment by multi input model and Taylor series

روش مدل‌سازی	$F_x$	$F_y$	$F_z$	$L$	$M$	$N$
مدل‌سازی چند نقطه‌ای	%۹۷,۲۳	%۹۲,۴۸	%۹۶,۳۱	%۹۲,۱۸	%۹۴,۶۸	%۹۵,۳۴
مدل بسط سری تیلور	%۶۲,۳۸	%۵۱,۴۶	%۵۵,۱۲	%۴۸,۲۲	%۵۴,۱۴	%۵۸,۱۲

آیرودینامیکی را به صورت یکپارچه برای هواپیما در نظر می‌گیرند، این امر به نظر می‌آید برای رژیم‌های غیر خطی ملایم به خوبی کار کند ولی در تولید نتایج برای مانورهایی مانند اسپین که در اثر زاویه حمله بالا و نرخ چرخش زیاد بسیار غیر خطی می‌باشد شکست می‌خورد. در حین چنین مانورهایی رفتار یک المان سطح می‌تواند به صورت اساسی با المان دیگر متفاوت باشد. در مدل‌های متعارف این نیروهای در مرکز جرم جمع شده و باهم به عنوان یک نیرو در نظر گرفته می‌شوند. در نتیجه نمی‌توان از رگراسیون انتظار داشت که بتواند رفتار یک اسپین را با استفاده از داده‌های جمع شده اسپین دیگر پیش‌بینی کند. این مدل‌ها برای داده‌های خاصی که محاسبه

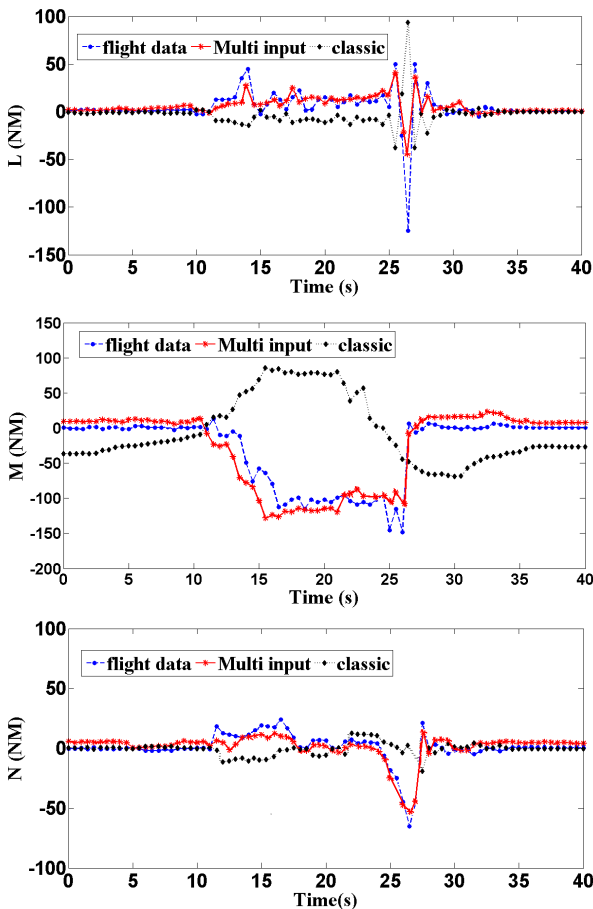


Fig. 7. Comparison of reconstructing moments for A maneuver by using A maneuver data

شکل ۷: مقایسه ممان‌های بازسازی شده و اندازه‌گیری شده برای مانور A (بازسازی مانور A با استفاده از داده‌های مانور A با استفاده از بسط تیلور و مدل‌سازی چند نقطه‌ای)

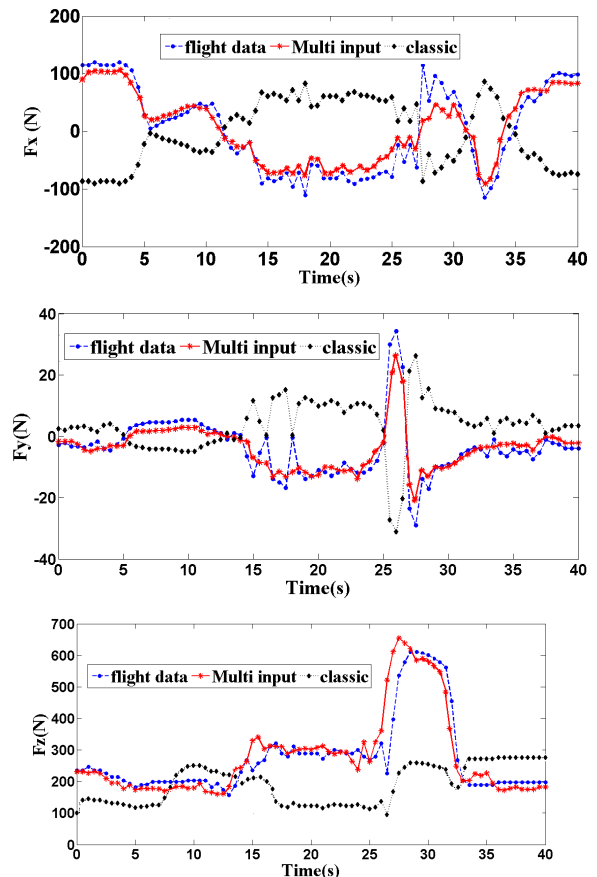


Fig. 6. Comparison of reconstructing forces for A maneuver by using A maneuver data

شکل ۶: مقایسه نیروهای بازسازی شده و اندازه‌گیری شده برای مانور A (بازسازی مانور A با استفاده از داده‌های مانور A با استفاده از بسط تیلور و مدل‌سازی چند نقطه‌ای)

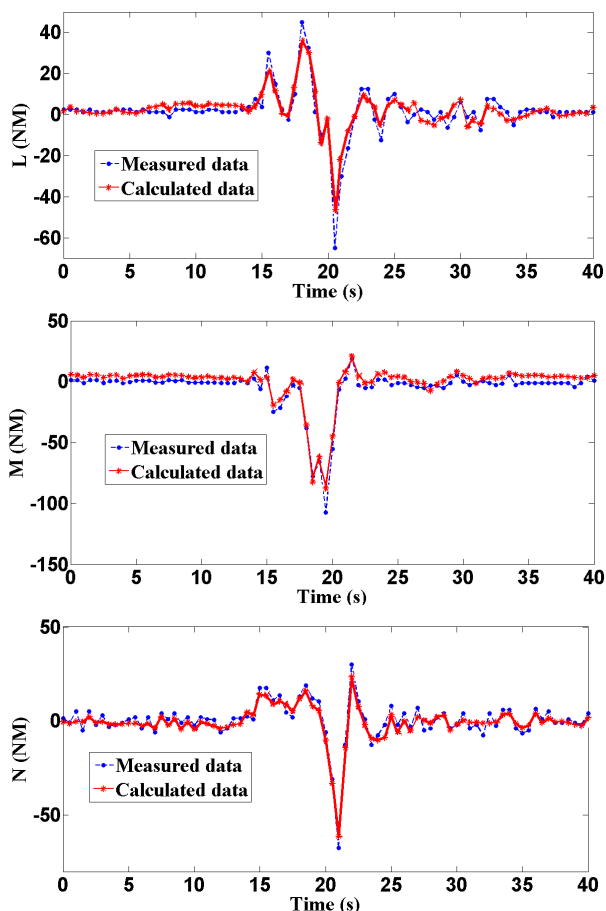


Fig. 9. Comparison of reconstructing moments for B maneuver by using A maneuver data

شکل ۹: مقایسه ممان‌های بازسازی شده و اندازه‌گیری شده برای مانور B (بازسازی مانور B با استفاده از داده‌های مانور A با استفاده از بسط تیلور و مدل‌سازی چند نقطه‌ای)

روی سطوح مختلف هواپیما می‌باشد که اجازه تجزیه تحلیل رفتار آن سطح را می‌دهد. با توجه به نتایج حاصله دیدگاه ارائه شده در این مقاله دارای این پتانسیل هست که بتواند یک مدل قابل اطمینان برای تحلیل‌های عملکرد آیرودینامیکی در رژیم‌های غیر خطی به منظور استفاده در شبیه‌سازی و نیز طراحی کنترلر تولید نماید.

### فهرست علائم

دهنه بال (اسپن)	$b$
ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری بی بعد شده	$C$
ضرایب نیرو	$C_i$
مسافت	$d$
مؤلفه عمومی نیرو	$F$
بردار نیرو	$\mathbf{F}$
پارامترهای وابسته به انرژی جنبشی در زمان $t$	$\mathbf{h}, \mathbf{k}$

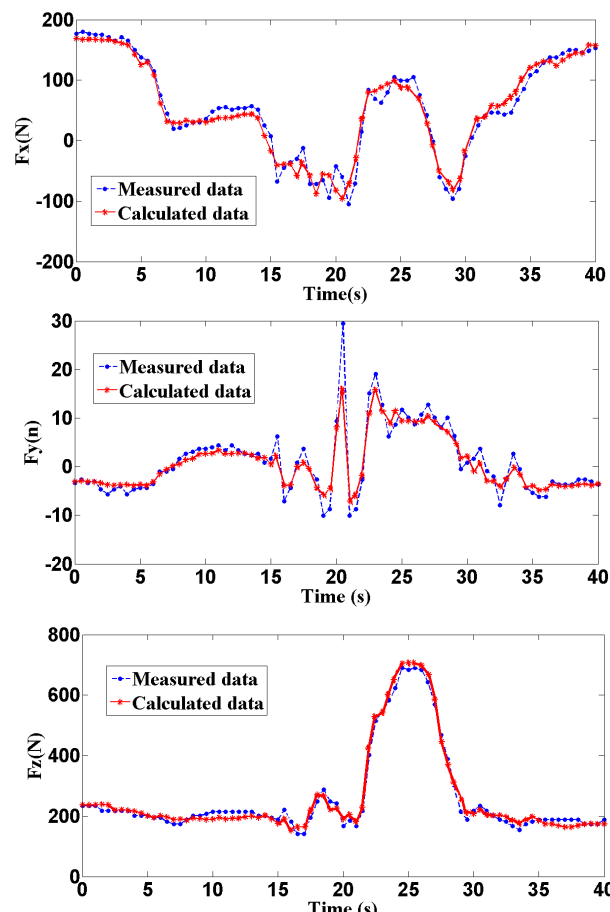


Fig. 8. Comparison of reconstructing forces for B maneuver by using A maneuver data

شکل ۸: مقایسه نیروهای بازسازی شده و اندازه‌گیری شده برای مانور B (بازسازی مانور B با استفاده از داده‌های مانور A با استفاده از بسط تیلور و مدل‌سازی چند نقطه‌ای)

هواپیما را توصیف می‌کند. این مدل اجازه کولپینگ بین سه نیرو و سه مؤلفه گشتاور را که در مدل محاسبه شده‌اند می‌دهد. تکنیک‌های موجود برای تخمین پارامتر نیروهای و ممان‌های آیرودینامیکی بر اساس تخمین جداگانه نیروها و ممان‌ها پایه‌گذاری شده است. در حالی که اگرچه معادلات ممان‌ها مستقل از معادلات نیروهای آیرودینامیکی می‌باشد ولی به یاد داشته باشیم که عوامل یکسانی مانند اختلاف فشار باعث تولید هم نیروها و هم ممان‌ها می‌گردد. از این رو ضرایب یکسانی که در این مقاله توضیح داده شده‌اند با استفاده هم‌زمان از معادلات نیرو و ممان به دست آمده‌اند. این امر با استفاده از مدل چند نقطه‌ای و اعمال این مدل به سطوح مختلف هواپیما امکان‌پذیر شده است. نتایج حاصله بیانگر این امر می‌باشد که این دیدگاه روش مناسبی برای مدل‌سازی آیرودینامیکی پدیده‌ای مانند اسپین که در آن جریان بسیار غیرخطی و همراه با نرخ چرخش بالا هست می‌باشد. مزیت دیگر این مدل این است که به هر نیروی آیرودینامیکی تولید شده توسط هر سطح جداگانه اجازه می‌دهد تا به طور مستقل در رابطه نیرو و گشتاور کل شرکت کند به جای آنکه مقدار میانگینی با توجه به موقعیت مرکز جرم در نظر گرفته شود. همچنین یکی دیگر از مزایای این مدل‌سازی جداسازی توزیع نیرو بر

- AIAA-93-3639-CP (Aug 1993).
- [7] Hess. R. A, On the Use of Back Propagation with Feed Forward Neural Networks for the Aerodynamic Estimation Problem, *AIAA paper*, AIAA- 93-36380-CP (Aug1993).
- [8] Lines. D. J, Stengel. R. F, Identification of Aerodynamic Coefficients Using Computational Neural Networks, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 16(6) (1993) 1018-1025.
- [9] Rokhsaz. K, Steck. J. E, USE of Neural Network in control of High-Alpha maneuvers, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 16(5) (1993) 934-939.
- [10] Pamadi. B. N, Taylor. Jr, Estimation of Aerodynamic Forces and Moments on a Steadily Spinning Airplane, *Journal of Aircraft*, 21(12) (1984) 943-958.
- [11] Jaramillo. P. T, Cho. Y and Nagati. M. G, Validation of a Multipoint Approach for Modeling Spin Aerodynamics, *Journal of Aircraft*, 32(6) (1995) 1409 – 1412.
- [12] Cho. Y, Nagati. M. G and Jaramillo. P. T, Parameter Estimation with a Multi-Point Model, *AIAA Paper*, AIAA- 95-3498-CP (Aug. 1995).
- [13] Jaramillo. P. T, *A Multi-Point Model for the Analysis of Aircraft Motion in Complex Flow-Fields*, Ph.D. Dissertation Dept. of Aerospace Engineering, Wichita State Univ, Wichita, KS, (May. 1994).
- [14] Jaramillo. P. T, Cho. Y and Nagati. M. G, Multipoint Approach for Aerodynamic Modeling in Complex Flow. Elds, *Journal of Aircraft*, 32(6) (1995) 1335 – 1341.
- [15] Yongseun. Cho and M. G. Nagati,, Coupled Force and Moment Parameter Estimation for Aircraft, *Journal Of Aircraft*, 35(2) (1998) 247-260.
- [16] Cho. Y, *Coupled Force and Moment Parameter Estimation for Aircraft*, Ph.D. Dissertation in Dept. of Aerospace Engineering, Wichita State Univ, Wichita, KS, (May 1996).
- [17] Rajesh. A. K, Das. S, Sinha. M, Aircraft Parameter Estimation Using Neural Network, *Journal of Department of Aerospace Engineering*, IIT Kharagpur, 91 (2010) 271-302.
- [18] Girish. Chowdharya, Ravindra. Jategaonkarb, Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter, *Aerospace Science and Technology*, 14(2) (March 2010) 106–117.
- [19] WANG. Qinga, W. U. Kaiyuanb, ZHANG. Tianjiaoa, KONG. Yi'nana, QIAN. Weiqi, Aerodynamic Modeling and Parameter Estimation from QAR Data of an Airplane Approaching a High-altitude Airport, *Chinese Journal of Aeronautics* 25 (2012) 361-371.
- ممان رول  $L$
- مؤلفه عمومی ممان پیچ  $M$
- ممان یاو یا مؤلفه عمودی  $N$
- سرعت زاویه‌ای رول، سرعت زاویه‌ای بی بعد رول  $P, p$
- سرعت زاویه‌ای پیچ، سرعت زاویه‌ای بی بعد پیچ  $Q, q$
- فشار دینامیکی  $\bar{q}$
- سرعت زاویه‌ای یاو، سرعت زاوی  $R, r$
- مساحت المان هواپیما  $S$
- بردار کنترلی  $\mathbf{u}$
- سرعت نسبی  $V$
- مؤلفه‌های نیرو در طول محور  $x$   $X$
- بازوی گشتاور در جهت محور  $x$   $x$
- بردار حالت  $\mathbf{x}$
- مؤلفه نیرو در راستای محور  $y$   $Y$
- بازوی گشتاور در جهت محور  $y$   $y$
- مؤلفه نیرو در طول محور  $z$   $Z$
- بازوی گشتاور در جهت محور  $z$   $z$
- زاویه حمله  $\alpha$
- زاویه لغزش  $\beta$
- تغییرات شهبور  $\delta_A$
- تغییرات بالابر  $\delta_E$
- تغییرات رادر  $\delta_R$
- تغییرات تراست rpm  $\delta_T$
- پارامتر جهت دهنه بال  $\eta$
- مراجع**
- [1] Bryen. G. H, *Stability in Aviation*, Macmillan, London, 1911.
- [2] Rodbari. Ali, Sagafi. Fariborz, *Airplane dynamic intelligent modeling by flight data*, Master's Thesis in Aerospace Department Sharif University of Technology, Tehran, 2006 (In Persian).
- [3] Glauert. H, Analysis of Phugoids Obtained by Recording Airspeed Indicator, *Aeronautical Research Council R&M* 576, 576 (Jan1919).
- [4] Norton. F. H, The Measurement of the Damping in Roll on a JN4h in Flight, *NACA Rept.* 170 (1923).
- [5] Klein. V, Estimation of Aircraft Aerodynamic Parameters from Flight-Test Data, *Progress in Aerospace Sciences*, 26(1) (1989) 1 – 77.
- [6] Youssef. H. M, Juamg. J. C, Estimation of Aerodynamic Coefficients Using Neural Networks, *AIAA paper* ,

- 17(1) (2017) 322-323 (In Persian).
- [23] Stough. H. P, Patton. J, M. Jr and Sliwa. S. M, Flight Investigation of the Effect of Tail Configuration on Stall, Spin, and Recovery Characteristics of a Low-Wing General Aviation Research Airplane, *NASA TP-2644*, (Feb. 1987).
- [24] M. Karrari, *System Identification*, Amir Kabir University Publication, Tehran, (2011) 175-183 (In Persian).
- [25] Bihrl. W, Jr. Barnhart, B Pantason. P, Static Aerodynamic Characteristics of a Typical Single-Engine Low Wing General Aviation Design for an Angle of Attack Range of 28 to 90, *NASA CR- 2971*, (July. 1978).
- [20] S. J. Mohammadi, M. Sabzehparvar, M. Karrari, Aircraft stability and control model using wavelet transform, *Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers*, 224(10) (2010) 1107-1117.
- [21] S. Bagherzade, M. Sabzehparvar, Estimation of flight modes with Hilbert-Huang transform, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology Journal*, 87(5) (2015) 402 – 417.
- [22] M. Mokhtari, M. Sabzehparvar, Nonlinear Estimation of Flight Mode characteristics in Spin Maneuver by using Empirical Mode Decomposition Algorithm and Hilbert Transform, *Tarbiate Modarres journal of mechanic*,

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

A. Mokhtari, M. Sabzehparvar, Airplane Nonlinear Aerodynamic Model Identification in Spin Maneuver by Using Extended Multi Input Approach , *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(5) (2018) 201-214.

DOI: 10.22060/mej.2017.12359.5329

