

مطالعه عددی اثرات اعداد برینکمن بر انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال با انبساط ناگهانی

امین شهبانی ظهیری^۱، محمد محسن شاه‌مردان^۲، حسن حسن زاده^{۳*}، محمود نوروزی^۴

^۱دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
^۲دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۷ خرداد ۱۳۹۶
بازنگری: ۱۳ مهر ۱۳۹۶
پذیرش: ۸ آبان ۱۳۹۶
ارائه آنلاین: ۸ آبان ۱۳۹۶

کلمات کلیدی:

سیال ویسکوالاستیک
اعداد برینکمن
اتلافات لزجت
عدد ناسلت محلی
بخش انبساط‌یافته

چکیده: در این مقاله، جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک در کانال صفحه‌ای متقارن با انبساط ناگهانی ۱:۳ برای محدوده اعداد برینکمن $0.1 \leq Br \leq 20$ بررسی شده است. برای مدل‌سازی رفتار سیال ویسکوالاستیک، از مدل رئولوژیکی و غیرخطی فن-تین-تتر استفاده شده است. از روش حجم محدود برای گسسته‌سازی معادلات حاکم و از الگوریتم پیروز برای حل همزمان این معادلات استفاده شده است. جریان سیال غیر قابل تراکم و دارای خواص متغیر بوده و جمله اتلافات ناشی از لزجت در معادله انرژی در نظر گرفته شده است. در این مقاله، تأثیر اتلافات ناشی از لزجت توسط عدد برینکمن برای انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک عبوری از کانال بررسی شده است. بدین منظور، خطوط جریان، خطوط همدمای، منحنی سرعت، توزیع دما و اعداد ناسلت محلی در مقاطع عرضی مختلف، روی خط مرکزی و در مجاورت دیواره‌های بخش انبساط‌یافته کانال ترسیم و بررسی شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که برای ناحیه در حال توسعه هیدرودینامیکی و حرارتی، بیشترین اعداد ناسلت محلی مربوط به دیواره‌های پایینی و بالایی بخش انبساط‌یافته کانال به ترتیب در انتهای گردابه اول و گردابه دوم واقع می‌شوند.

طبیعت سیالات غیرنیوتنی (برخلاف سیالات نیوتنی) مطالعات زیادی در مورد رفتار آنها در این مجراها، به خصوص در حضور گرادیان دما انجام نشده است. از این‌رو، در این مقاله قصد این است که انتقال حرارت سیالات ویسکوالاستیک را برای اعداد برینکمن مختلف در مجراهای با انبساط ناگهانی مورد مطالعه قرار گیرد.

دارویش^۱ و همکاران [۱] و میسیرلیس^۲ و همکاران [۲] با استفاده از مدل رئولوژیکی ماکسول همرفتی بالادست^۳، جریان متقارن سیال ویسکوالاستیک داخل کانال با نسبت انبساط ناگهانی ۱:۴ را به صورت عددی مدل‌سازی کردند. نوروزی و همکاران [۳] نیز تأثیر اعداد رینولدز و وایزنبرگ روی تغییرات طول گردابه‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. آنها با استفاده از مدل فن-تین-تتر^۴ نمایه‌ی جریان‌های متقارن و نامتقارن سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای را برای سه زاویه انبساطی ۳۰ و ۴۵ و ۶۰ درجه مدل‌سازی کردند. همچنین شاه‌مردان و همکاران [۴] جریان سیال ویسکوالاستیک

۱- مقدمه

سیالات معمولاً به دو دسته نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم می‌شوند. در سیالات نیوتنی، تنش برشی با نرخ کرنش برشی متناسب بوده و ضریب تناسب خاصیتی از سیال است که به آن لزجت می‌گویند. سیالات غیرنیوتنی رفتار پیچیده‌تری نسبت به سیالات نیوتنی داشته و از رابطه ساده و خطی سیالات نیوتنی پیروی نمی‌کنند؛ در این راستا، بعضی از سیالات غیرنیوتنی رفتار دوگانه‌ای داشته و مانند جامدات دارای تنش تسلیم هستند و بعضی از آنها رفتارشان وابسته به زمان است. سیالات غیرنیوتنی کاربرد گسترده‌ای در مهندسی، صنایع نفت و پتروشیمی، صنایع غذایی، مواد دارویی و بهداشتی، صنایع رنگ و پلاستیک دارند. برای مثال در صنعت پلاستیک، مذاب‌های پلیمری رفتارهای رئولوژیکی پیچیده‌ای از نوع سیالات ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهند که این رفتارها نه تنها وابسته به نوع مذاب بلکه وابسته به دما و نرخ کرنش برشی آنها نیز هستند؛ بنابراین سیالات غیرنیوتنی در هنگام جریان و تغییر دما بخصوص در مسیرهای با انبساط ناگهانی و تدریجی، رفتارهای خاصی را از خود بروز می‌دهند و به دلیل پیچیده بودن

¹Darwish

²Missirlis

³Upper-Convected Maxwell (UCM)

⁴Exponential Phan Thien-Tanner (EPTT)

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: h.hassanzadeh@birjand.ac.ir

ناسلت جریان را بدست آورند. لیتلیر^۸ و همکاران [۱۳] به صورت تحلیلی و با استفاده از فرم اصلاح شده مدل فن تین-تر، مسأله گراتز^۹ را برای جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال مستقیم با سطح مقطع عرضی اختیاری مطالعه کرده و جریان ثانویه، نحوه تغییرات دما و عدد ناسلت را مورد بررسی قرار دادند.

همان طور که ملاحظه می شود، بیشتر تحقیقات انجام شده روی انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی مربوط به جریان داخل کانال و لوله مستقیم است و مطالعه درباره انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه ای واگرا با انبساط ناگهانی بسیار کم صورت گرفته است. نکته قابل توجه در مطالعات گذشته این است که برای جریان آرام سیال غیرنیوتنی در داخل لوله^{۱۰} و اگر، الگوی جریان دارای تقارن است؛ درحالی که در کانال صفحه ای واگرای متقارن، الگوی جریان نامتقارن است؛ بنابراین نحوه تغییرات الگوی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک داخل لوله^{۱۱} و اگر با تقارن محوری و کانال صفحه ای واگرا بسیار با یکدیگر متفاوت هستند. وازجر^{۱۲} و زدانسکی^{۱۳} [۱۴] جریان خزشی مذاب پلیمری را داخل کانال صفحه ای با انبساط ناگهانی نامتقارن مدل سازی کردند. آنها با بکارگیری معادله نیوتنی تعمیم یافته^{۱۲} کراس^{۱۳} و با در نظر گرفتن وابستگی دمایی برای لزجت و زمان رهایی از تنش، توزیع دما را بررسی کردند. زدانسکی و وازجر [۱۵] با استفاده مدل کراس، جریان خزشی مذاب پلیمری را داخل انبساط ناگهانی نامتقارن با نسبت انبساط ۱:۲ به صورت عددی شبیه سازی کردند. همچنین زدانسکی و وازجر [۱۶] اثر نسبت انبساط های مختلف و دماهای ورودی متفاوت را روی ضریب افت فشار جریان خزشی مذاب پلیمری داخل کانال واگرای نامتقارن با انبساط ناگهانی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها با استفاده از معادلات نیوتنی تعمیم یافته کراس و فرم اصلاح شده قانون توانی^{۱۴} نشان دادند که با افزایش نسبت انبساط، ضریب افت فشار افزایش می یابد.

شهبانی ظهیری و همکاران [۱۷] با شبیه سازی عددی انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه ای متقارن با انبساط ناگهانی ۱:۳، تأثیر نیروی اینرسی روی توزیع سرعت، توزیع دما و تغییرات اعداد ناسلت را مورد بررسی قرار دادند. با توجه به تحقیقات گذشته، اکثر مطالعات صورت گرفته مربوط به انتقال حرارت جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه ای با انبساط ناگهانی نامتقارن است و مقدار عدد وایزنبرگ جریان و اختلاف دما بین ورودی و دیواره کانال بسیار کم در نظر گرفته شده است. به دلیل خزشی بودن جریان، اثرات نیروی اینرسی (عدد رینولدز) جریان ناچیز است و نواحی گردابه ای شکل کوچک هستند. همچنین در تحقیقات پیشین، از مدل های نیوتنی تعمیم یافته و اصلاح شده برای مدل سازی رفتار

داخل کانال واگرای تدریجی ۱:۳ را به صورت عددی شبیه سازی کرده و اثرات خاصیت الاستیک و نیروی اینرسی را روی نواحی گردابه ای شکل و طول گردابه ها مورد مطالعه قرار دادند. در مطالعات دیگری، نوروزی و همکاران [۵۶] تنش ها، ضریب تلفات و افت فشار جریان اینرسی و همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال با انبساط تدریجی را با فرم نمایی مدل رئولوژیکی فن تین-تر مورد مطالعه قرار دادند. آنها نشان دادند که در یک زاویه انبساطی ثابت، با افزایش اعداد رینولدز یا وایزنبرگ، مقادیر ضریب تلفات و ضریب افت فشار کاهش می یابد.

در دهه های اخیر، محققین زیادی جریان همدمای سیال غیرنیوتنی داخل کانال ها و لوله های مستقیم را مورد مطالعه قرار داده اند و این در حالی است که تحقیقات انجام شده روی جریان غیر همدمای سیال غیرنیوتنی در کانال با انبساط ناگهانی بسیار کم است. پینهو^۱ و الیویرا^۲ [۷] با استفاده از فرم ساده شده معادله رئولوژیکی فن تین-تر در حل تحلیلی جابه جایی اجباری جریان سیال ویسکوالاستیک داخل لوله و کانال صفحه ای مستقیم، توزیع دما و عدد ناسلت را برای اعداد دیورای^۳ مختلف ($10 \leq De \leq 100$) بدست آوردند. نتایج آنها نشان می دهد که با رشد خاصیت الاستیک (عدد دیورا)، نرخ انتقال حرارت جریان افزایش می یابد. نوبرگا^۴ و همکاران [۸] انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال مستقیم را با استفاده از فرم خطی مدل فن تین-تر به صورت عددی و تحلیلی بررسی کردند. نوروزی و همکاران [۹] انتقال حرارت جابه جایی جریان آزاد و اجباری سیال ویسکوالاستیک داخل یک کانال مستطیلی مستقیم مورد مطالعه قرار دادند. آنها با استفاده از مدل رئولوژیکی کریمینال-اریکسون-فیلبی^۵، جریان ثانویه^۶ و اختلاف تنش نرمال دوم^۷ و اثرات آنها را بر نرخ انتقال حرارت جریان بررسی کردند. جلالی و همکاران [۱۰] با استفاده از فرم ساده شده مدل رئولوژیکی فن تین-تر، جریان در حال توسعه سیال ویسکوالاستیک همراه با انتقال حرارت را در کانال مستطیلی به صورت عددی شبیه سازی کردند. آنها با در نظر گرفتن وابستگی دمایی برای خواص سیال، توزیع دما و تغییرات عدد ناسلت را در محدوده اعداد برینکمن $10 \leq Br \leq 100$ - بررسی کردند. نوروزی [۱۱] با انجام حل تحلیلی روی انتقال حرارت جابه جایی سیال ویسکوالاستیک در یک لوله متقارن محوری مستقیم و استفاده از مدل رئولوژیکی فن تین-تر، توزیع دما و عدد ناسلت را بدست آورد. منتهایی و همکاران [۱۲] از فرم غیرخطی مدل فن تین-تر برای شبیه سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک داخل لوله متقارن محوری استفاده کردند. آنها با صرف نظر کردن از جمله اتلافات ناشی از لزجت در معادله انرژی، توزیع فشار و عدد

⁸Letelier

⁹Graetz problem

¹⁰Vaz Jr

¹¹Zdanski

¹²Generalized Newtonian fluid

¹³Cross

¹⁴Modified power-law model

¹Pinho

²Oliveira

³Deborah number

⁴Nóbrega

⁵Criminale-Eriksen-Filbey (CEF)

⁶Secondary flow

⁷Second normal stress difference

۲- معادلات حاکم بر مسأله

معادلات بقاء، اندازه حرکت و انرژی حاکم بر جریان آرام و تراکم‌ناپذیر

سیال ویسکوالاستیک به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۸]:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (۱)$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_s + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_p \quad (۲)$$

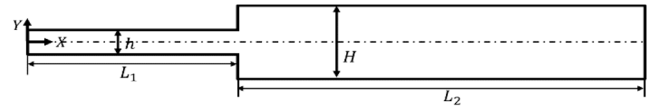
$$\nabla \cdot (\rho c_p (T) \mathbf{U} T) = \nabla \cdot (k_f (T) \nabla T) + [\boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_p] : \mathbf{D} \quad (۳)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T] \quad (۴)$$

متغیرهای U و p و T در این روابط به ترتیب نشان دهنده بردار سرعت، فشار و دما هستند. پارامترهای ρ و $c_p(T)$ و $k_f(T)$ به ترتیب چگالی سیال، ظرفیت حرارتی ویژه و ضریب هدایت حرارتی هستند و نهایتاً D بیان کننده تانسور نرخ تغییر شکل است. همچنین در این مسأله چگالی ثابت فرض شده و از اثرات نیروهای حجمی مثل نیروی گرانش صرف نظر شده است. سیالات ویسکوالاستیک معمولاً به صورت محلول‌هایی همگن متشکل از حلال نیوتنی و محلول پلیمری در نظر گرفته می‌شوند؛ یعنی شامل حلال نیوتنی بوده که مواد پلیمری به آنها افزوده شده است. به این دلیل در معادله اندازه حرکت، دو عبارت برای تنش وجود دارد، یک عبارت مربوط به تنش محلول پلیمری (τ_p) و عبارت دیگر مربوط به حلال نیوتنی (τ_s) است. همچنین تانسور تنش کل جریان سیال ویسکوالاستیک از مجموع تانسور تنش حلال نیوتنی (τ_s) و تانسور تنش محلول پلیمری (τ_p) بدست می‌آید. تانسور تنش حلال نیوتنی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}_s = \eta_s(T) [\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T] \quad (۵)$$

پارامتر $\eta_s(T)$ لزجت حلال نیوتنی است که تابعی از دما در نظر گرفته شده است. هنگامی که نسبت لزجت حلال نیوتنی به لزجت کل $(\beta = \eta_s / (\eta_s + \eta_p))$ برابر با ۰/۵ یا بیشتر است؛ خاصیت الاستیک به صورت یک عامل پایدارکننده رژیم جریان سیال عمل کرده و باعث کاهش طول نواحی گردابه‌ای شکل می‌شود؛ ولی برای $(\beta < ۰/۵)$ ، افزایش عدد وایزنبرگ سبب ناپایداری رژیم جریان و رشد نواحی گردابه‌ای شکل می‌شود [۳]. در تحقیق حاضر، برای بررسی رفتار سیال ویسکوالاستیک در لزجت پلیمری بالا، مقدار نسبت لزجت نیوتنی به لزجت کل بسیار کوچک در نظر گرفته شده است ($\beta \approx ۱/۱۵$). از طرف دیگر برای مدل‌سازی رفتار غیرخطی محلول پلیمری، از فرم نمایی مدل فن تین-تنر استفاده شده است. در این مدل رئولوژیکی دو ثابت قابل تنظیم (ϵ و ζ) مربوط به خواص سیال ویسکوالاستیک وجود دارد که به صورت تجربی تعیین می‌شوند. معادله متشکله فن تین-تنر به صورت زیر بیان می‌شود [۱۹].



شکل ۱: شماتیک کانال صفحه‌ای واگرای ناگهانی با نسبت انبساط ۱:۳

Fig. 1. Schematic plan of the planar sudden expansion channel with an expansion ratio of 1:3

پیچیده و رئولوژیکی جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای واگرای ناگهانی استفاده شده است.

از نوآوری مطالعه حاضر، استفاده از فرم نمایی مدل رئولوژیکی فن تین-تنر برای شبیه‌سازی انتقال حرارت جریان غیر خزشی سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن ۱:۳ است که برای خواص سیال، وابستگی دمایی در نظر گرفته شده و جمله اتلاف ناشی از لزجت در معادله انرژی لحاظ شده است و اختلاف دما بین سیال ورودی و دیواره‌های کانال نیز زیاد می‌باشد؛ بنابراین بررسی خطوط جریان، خطوط هم‌دما، منحنی سرعت، توزیع دما و اعداد ناسلت محلی برای انتقال حرارت جریان غیر خزشی سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن در اعداد برینکمن مختلف دارای اهمیت است. خواص لزجت و زمان‌هایی از تنش تغییرات زیادی با دما دارند و به دلیل اتلافات لزجت و خاصیت الاستیک سیال، انرژی حرارتی در جریان تولید و ذخیره می‌شود. هنگامی که تغییرات دما زیاد است، فرض وابستگی دمایی برای خواص سیال و در نظر گرفتن جمله اتلافات لزجت در معادله انرژی تأثیرات قابل ملاحظه‌ای روی الگوی جریان و نرخ انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک دارند [۸]. شکل شماتیک کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن در شکل ۱ نشان داده شده است. همانطور که در این شکل ملاحظه می‌شود، ارتفاع و طول بخش‌های اول و دوم کانال به ترتیب با علائم h و L_1 و H و L_2 نام‌گذاری شده‌اند. در مطالعه حاضر، طول مربوط به بخش‌های اول و دوم کانال به ترتیب ۶۰ و ۱۲۰ برابر ارتفاع بخش اول کانال در نظر گرفته شده است تا شرایط کاملاً توسعه‌یافته برای جریان هیدرودینامیکی و حرارتی در کانال حاصل شود. شبیه‌سازی در نرم افزار متن باز این فوم^۱ با استفاده از روش حجم محدود^۲ و الگوریتم پیروز^۳ انجام شده است. در این مطالعه که ادامه تحقیق شهبانی ظهیری و همکاران [۱۷] است، توزیع سرعت و دما برای مقاطع عرضی مختلف، روی خط مرکزی و در مجاورت دیواره‌های بخش انبساط‌یافته کانال و نیز الگوی جریان، منحنی تغییرات طول گردابه‌ها، خطوط هم‌دما و اعداد ناسلت محلی در بخش انبساط‌یافته‌ی کانال برای محدوده اعداد برینکمن $20 \leq Br \leq 100$ (در اعداد رینولدز ۵۰، وایزنبرگ ۱۰ و پکلت ۵۰) مورد بررسی قرار گرفته است.

^۱OpenFOAM

^۲Finite element method (FVM)

^۳Pressure-Implicit with Splitting of Operators (PISO)

$$\begin{aligned}
 Re &= \frac{\rho U_i D_h}{\eta_0(T_i)} \\
 Br &= \frac{\eta_0(T_i) U_i^2}{k_f(T_i) [T_w - T_i]} \\
 Pe &= \frac{\rho U_i D_h c_{p,i}}{k_f(T_i)} \\
 We &= \frac{\lambda(T_i) U_i}{D_h}
 \end{aligned} \tag{۸}$$

پارامترهای U_i و T_w و T_i به ترتیب سرعت سیال در ورودی کانال، دمای دیواره‌های کانال و دمای سیال در ورودی کانال هستند. همچنین نشان‌دهنده قطر هیدرولیکی کانال است که مقدار آن دو برابر ارتفاع بخش اول کانال می‌باشد ($D_h = 0.7$). پارامتر $\eta_0(T)$ لزجت کل سیال در نرخ کرنش برشی صفر است که از مجموع لزجت نیوتنی ($\eta_s(T)$) و لزجت پلیمری ($\eta_p(T)$) بدست می‌آید $(\eta_0(T) = \eta_p(T) + \eta_s(T))$. از طرف دیگر، خواص سیال ویسکوالاستیک از قبیل لزجت، زمان رهایی از تنش، ظرفیت حرارتی ویژه و ضریب هدایت حرارتی وابسته به دما فرض شده که این وابستگی به صورت زیر بیان می‌شود [۲۴ و ۸].

$$\begin{aligned}
 \eta_0(T) &= \eta_0(T_i) \times a(T) \\
 k_f(T) &= k_f(T_i) \times [k_0^* + k_s^* T] \\
 \lambda(T) &= \lambda(T_i) \times a(T) \\
 c_p(T) &= c_p(T_i) \times [c_{p,0}^* + c_{p,s}^* T]
 \end{aligned} \tag{۹}$$

$$\begin{aligned}
 &F(\text{tr} \tau_p) \tau_p + \lambda(T) [\nabla \cdot (U \tau_p) - \tau_p \cdot \nabla U \\
 &- (\nabla U)^T \cdot \tau_p] + \zeta [\tau_p D + D \tau_p] \\
 &= \eta_p(T) [\nabla U + \nabla U^T]
 \end{aligned} \tag{۶}$$

پارامترهای $\lambda(T)$ و $\eta_p(T)$ به ترتیب ضریب رهایی از تنش و لزجت محلول پلیمری هستند که تابع دما در نظر گرفته می‌شوند. در مطالعه حاضر، از فرم نمایی برای تابع ضریب تنش پلیمری ($F(\text{tr} \tau_p)$) استفاده شده است که به صورت زیر بیان می‌شود [۲۰]:

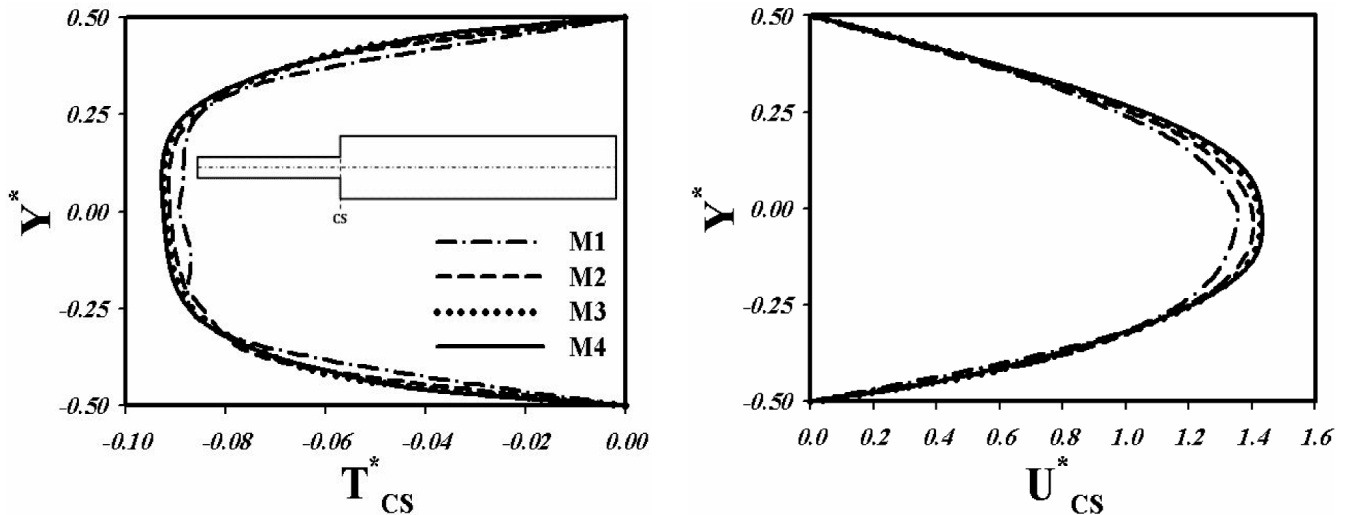
$$F(\text{tr} \tau_p) = \exp\left(\frac{\varepsilon \lambda(T)}{\eta_p(T)} \text{tr} \tau_p\right) \tag{۷}$$

رفتار کششی سیال ویسکوالاستیک وابسته به مقدار ε بوده و میزان اثرگذاری انرژی جنبشی جریان روی خاصیت کششی سیال توسط تابع ضریب تنش پلیمری ($F(\text{tr} \tau_p)$) تعیین می‌شود. هنگامی که از فرم نمایی برای تعریف تابع ضریب تنش پلیمری استفاده می‌شود، با تغییرات نرخ کشسانی سیال، بیشترین خاصیت کششی برای سیال ویسکوالاستیک حاصل می‌شود؛ بنابراین برای جریان‌هایی که در آنها نرخ کرنش برشی سیال بالا است، رفتار کشسانی و رقیق شونده سیال ویسکوالاستیک به درستی مدل می‌شود [۲۱]. در تحقیق حاضر، مقادیر ثوابت قابل تنظیم مدل فن-تین-تر (ζ و ε) با توجه به تحقیق کرووز و پینهو [۲۲] انتخاب شده است ($\zeta = 0.04$ و $\varepsilon = 0.02$). در این تحقیق، از اعداد بدون بعد رینولدز (Re)، برینکمن (Br)، پکلت (Pe) و وایزبرگ (We) استفاده شده که به صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۳]:

جدول ۱: مقادیر ثوابت و پارامترهای مورد استفاده در تحقیق حاضر [۲۴ و ۸]

Table 1. The values of constants and parameters used in the present study [8,24]

$\eta_0(T_i) = 4 / 0.7 \text{ Pa}\cdot\text{s}$	$\alpha = 1720 \text{ K}$	$T_i = 190 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_0 = 190 \text{ }^\circ\text{C}$
$C_{p,s}^* = -0.00112 \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$C_{p,0}^* = 1.2122$	$T_w = 290 \text{ }^\circ\text{C}$	$\lambda(T_i) = 2 / 40.96 \text{ s}$
$k_s^* = 0.00118 \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$k_0^* = 0.7753$	$\rho = 1226 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$U_i = 0.83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



شکل ۲: توزیع سرعت و دمای بدون بعد روی مقطع عرضی در ابتدای بخش انبساط یافته کانال برای جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک در چهار شبکه بندی مختلف

Fig. 2. Distribution of dimensionless velocity and temperature on the cross-section area at the beginning of the channel expanded part for the inertial and non-isothermal flow of viscoelastic fluid in the four different grids

۳-۱- روش حل عددی

همان طور که اشاره شد، برای شبیه سازی جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال واگرای ناگهانی متقارن با نسبت انبساط ۱:۳، از نرم افزار متن باز این فوم استفاده شده و معادلات توسط روش حجم محدود، گسسته سازی شده است. با توجه به وابستگی دمایی خواص سیال ویسکوالاستیک، حل هم زمان معادلات حاکم بر مسأله در الگوریتم پیزو انجام شده است [۲۵]. برای گسسته سازی ترم جابه جایی معادلات حاکم از روش اختلاف بالادست خطی و برای ترم های دیورژانس و لاپلاسیان از روش تفاضل مرکزی استفاده شده که دقت آن از مرتبه دوم است [۲۶ و ۲۷]. همچنین برای مرزها و جمله جابه جایی، مقدار متغیرها روی وجوه سلول با روش درون یابی خطی روی مقادیر مرکز سلول ها تخمین زده می شوند. با گسسته سازی معادلات حاکم، دستگاه معادلات خطی بوجود می آید. این دستگاه معادلات با استفاده از روش گردایان مزدوج^۱ با شروع کننده چند شبکه ای جبری^۲ برای متغیر فشار و روش گردایان غیر مزدوج پایدار شده^۳ با شروع کننده چولسکی^۴ برای مؤلفه های بردار سرعت، تانسور تنش و دما حل می شوند [۲۸ و ۲۹]. برای حل دستگاه معادلات خطی با روش های صریح و تکراری، نیاز به مقدار خطای مجاز برای توقف حلقه ی تکرار می باشد. مقدار خطای مجاز برای مؤلفه های سرعت، تانسور تنش و دما برابر با 10^{-7} برای متغیر فشار برابر با 10^{-8} در نظر گرفته شده است.

پارامترهای $c_p(T_i)$ و $k_f(T_i)$ و $\lambda(T_i)$ و $\eta_0(T_i)$ نشان دهنده لزجت کل، زمان رهایی از تنش، ضریب هدایت حرارتی و ظرفیت حرارتی ویژه سیال در دمای ورودی کانال هستند. مقادیر پارامترهای $\lambda(T_i)$ و $\eta_0(T_i)$ در جدول ۱ داده شده است و مقادیر پارامترهای $k_f(T_i)$ و $c_p(T_i)$ با توجه به اعداد بدون بعد برینکمن و پکلت و مقادیر جدول ۱ بدست می آیند. همچنین تابع تغییرات دما $a(T)$ به صورت زیر بیان می شود [۸ و ۲۴]:

$$a(T) = \exp \left[\alpha \left(\frac{1}{T+273.15} - \frac{1}{T_0+273.15} \right) \right] \quad (10)$$

پارامترهای T_0 و α به ترتیب دمای مرجع و ثابت تابع تغییرات دما هستند که مقدار آنها ثابت و براساس دمای سیال در ورودی کانال محاسبه شده اند. همچنین مقادیر ثابت مورد استفاده در روابط (۸) تا (۱۰) در جدول ۱ نشان داده شده است [۸ و ۲۴].

در ورودی کانال، توزیع سرعت و دما ثابت و یکنواخت است و مقدار تنش و گرادایان فشار نیز صفر در نظر گرفته شده است. در خروجی کانال مقدار فشار نسبی و مقادیر گرادایان متغیرهای سرعت، تنش و دما صفر در نظر گرفته شده است. به دلیل شرط عدم لغزش، سرعت سیال روی دیواره های کانال صفر و دما روی دیواره کانال ثابت و یکنواخت فرض شده است. همچنین در راستای عمود بر دیواره های کانال، برای گرادایان فشار و تنش اصلاح شده، مقادیر صفر در نظر گرفته شده است.

۳-۲ روش حل عددی و استقلال حل عددی از شبکه بندی هندسه

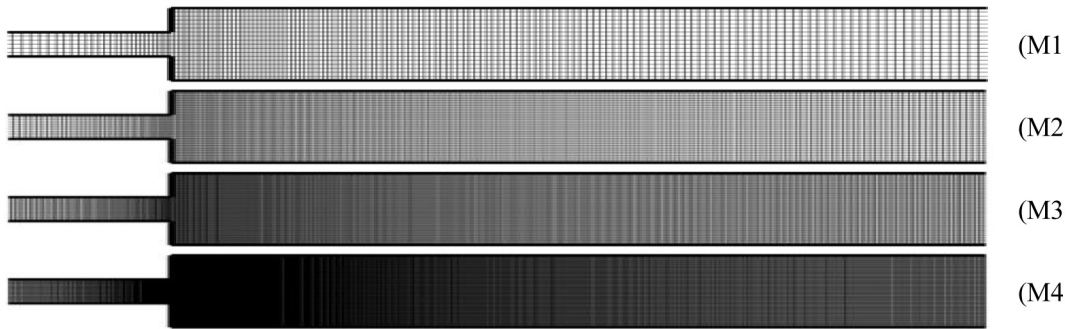
در این قسمت، روش حل عددی مورد استفاده در این مسأله بیان شده و استقلال حل عددی از شبکه بندی هندسه مورد بررسی قرار گرفته است.

¹Conjugated Gradient (CG)

²Algebraic Multigrid (AMG) preconditioner

³Bi-conjugate Gradient Stabilized (BiCGstab)

⁴Cholesky preconditioner



شکل ۳: چهار شبکه بندی مختلف برای کانال واگرای ناگهانی با نسبت انبساط ۱:۳

Fig. 3. Four different grids for the sudden expansion channel with an expansion ratio of 1:3

نتیجه حل تحلیلی انجام شده، تطابق بسیار خوبی وجود داشته و مقدار بیشینه خطای نسبی حدود ۰/۷ درصد است که این نشان دهنده صحت و درستی روش حل عددی در این تحقیق می باشد.

۴-۲- ترسیم و تفسیر نتایج

هدف اصلی این مقاله، تحلیل جریان در کانال با انبساط ناگهانی و بررسی اعداد برینکمن بر توزیع دما و اعداد ناسلت محلی است. در این قسمت، الگوی جریان، منحنی تغییرات طول گردابه ها، خطوط همدمای، منحنی سرعت و توزیع دما روی خط مرکزی، در مجاورت دیواره ها و در مقاطع عرضی مختلف بخش انبساط یافته کانال و نیز توزیع اعداد ناسلت محلی (مربوط به دیواره های پایینی و بالایی کانال) در بخش انبساط یافته کانال برای اعداد برینکمن مختلف ($0.1 \leq Br \leq 20$) در عدد رینولدز ۵۰، عدد وایزبرگ ۱۰

۳-۲- استقلال حل عددی از شبکه بندی هندسه

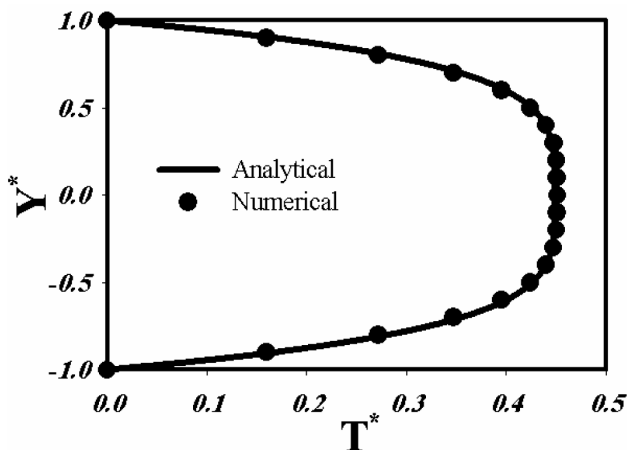
برای بررسی استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی، توزیع سرعت و توزیع دما در انتقال حرارت جریان اینرسی سیال ویسکوالاستیک در مقطع عمودی کانال بررسی شده است. همان طور که در شکل ۲ ملاحظه می شود، برای چهار شبکه بندی مختلف در عدد رینولدز ۶۰، عدد برینکمن ۱، عدد وایزبرگ ۱۰ و عدد پکلت ۶۰، پروفیل سرعت بدون بعد ($U^* = U/U_1$) و توزیع دمای بدون بعد ($T^* = (T_w - T)/(T_w - T_1)$) روی مقطع عرضی در ابتدای بخش انبساط یافته کانال ترسیم و باهم مقایسه شده اند. این چهار شبکه بندی مختلف از شبکه درشت تا شبکه بسیار ریز به ترتیب با $M1$ و $M2$ و $M3$ و $M4$ نام گذاری شده و در شکل ۳ نشان داده شده اند. با توجه به شکل ۲، منحنی سرعت و توزیع دما در شبکه بندی های $M3$ و $M4$ با یکدیگر تطابق بسیار خوبی دارند. از طرف دیگر، با ازدیاد تعداد سلول های شبکه، خطای برشی کاهش یافته و دقت حل افزایش می یابد و افزایش هزینه محاسباتی را نیز به همراه دارد. بنابراین برای بررسی عددی این تحقیق، از شبکه بندی $M3$ استفاده شده است.

۴-۲- صحت سنجی و ارزیابی نتایج

در این قسمت، ابتدا برای صحت سنجی روش حل عددی، نتایج مطالعه حاضر با نتایج حل تحلیلی تحقیقات گذشته مقایسه شده است و در ادامه، نتایج ارائه شده مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

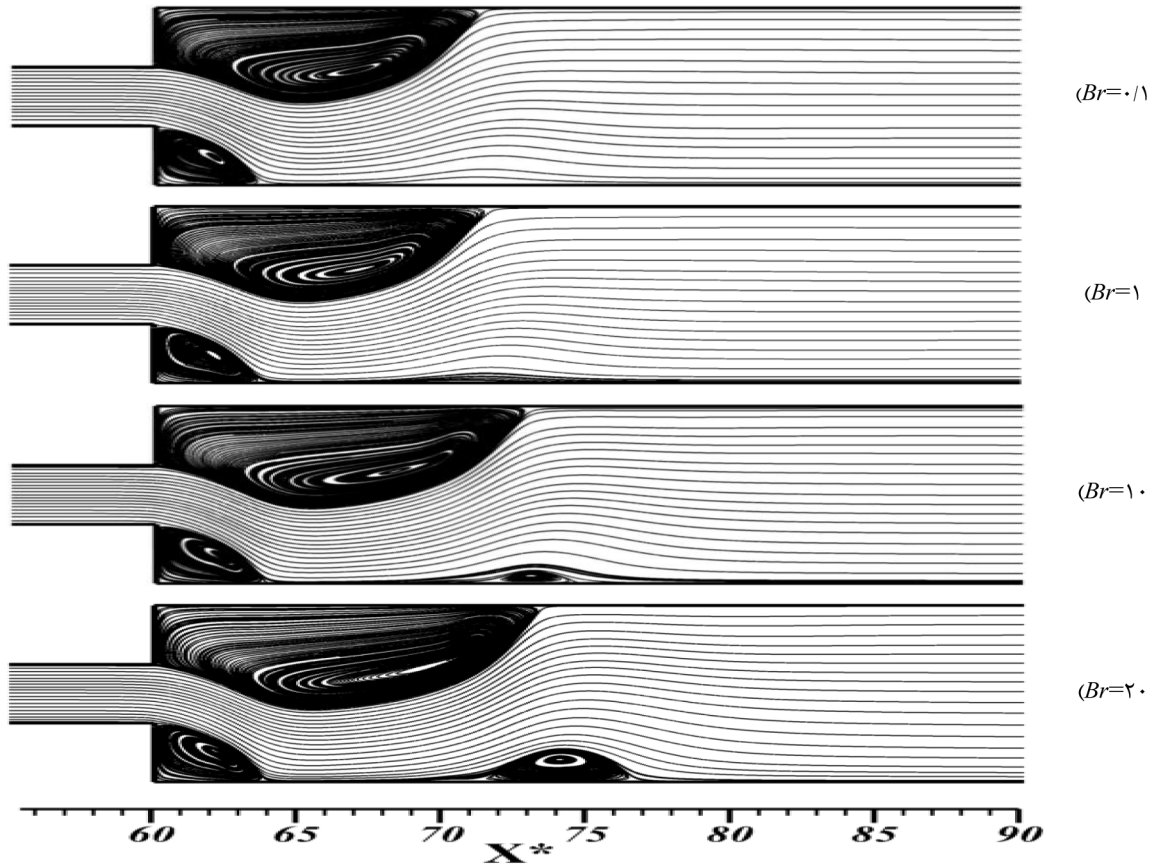
۴-۱- صحت سنجی نتایج

برای اعتبار سنجی روش حل عددی در تحقیق حاضر، شبیه سازی جریان غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک بین دو صفحه موازی با استفاده از فرم ساده شده مدل فن تین-تنر و با فرض عدم وابستگی دمایی برای خواص سیال انجام شده است. نتیجه مربوط به توزیع دمای بدون بعد حاصل از این شبیه سازی عددی با نتیجه ی حل تحلیلی تحقیق کوئلهو و همکاران [۳۰] برای $Re=10$ و $Br=-1$ و $Pr=100$ و $We^2=0.1$ مقایسه شده و در شکل ۴ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۴، بین نتیجه عددی مطالعه حاضر و



شکل ۴: مقایسه منحنی توزیع دمای بدون بعد حل عددی حاضر با حل تحلیلی برای جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک بین دو صفحه موازی

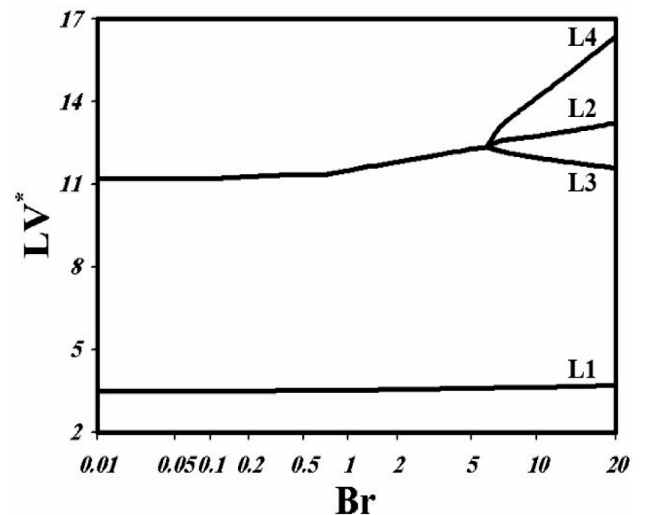
Fig. 4. Comparison of the dimensionless temperature distribution related to the present numerical solution with the analytical solution for the inertial and non-isothermal flow of viscoelastic fluid between two parallel plates



شکل ۵: خطوط جریان غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی برای اعداد برینکمن مختلف

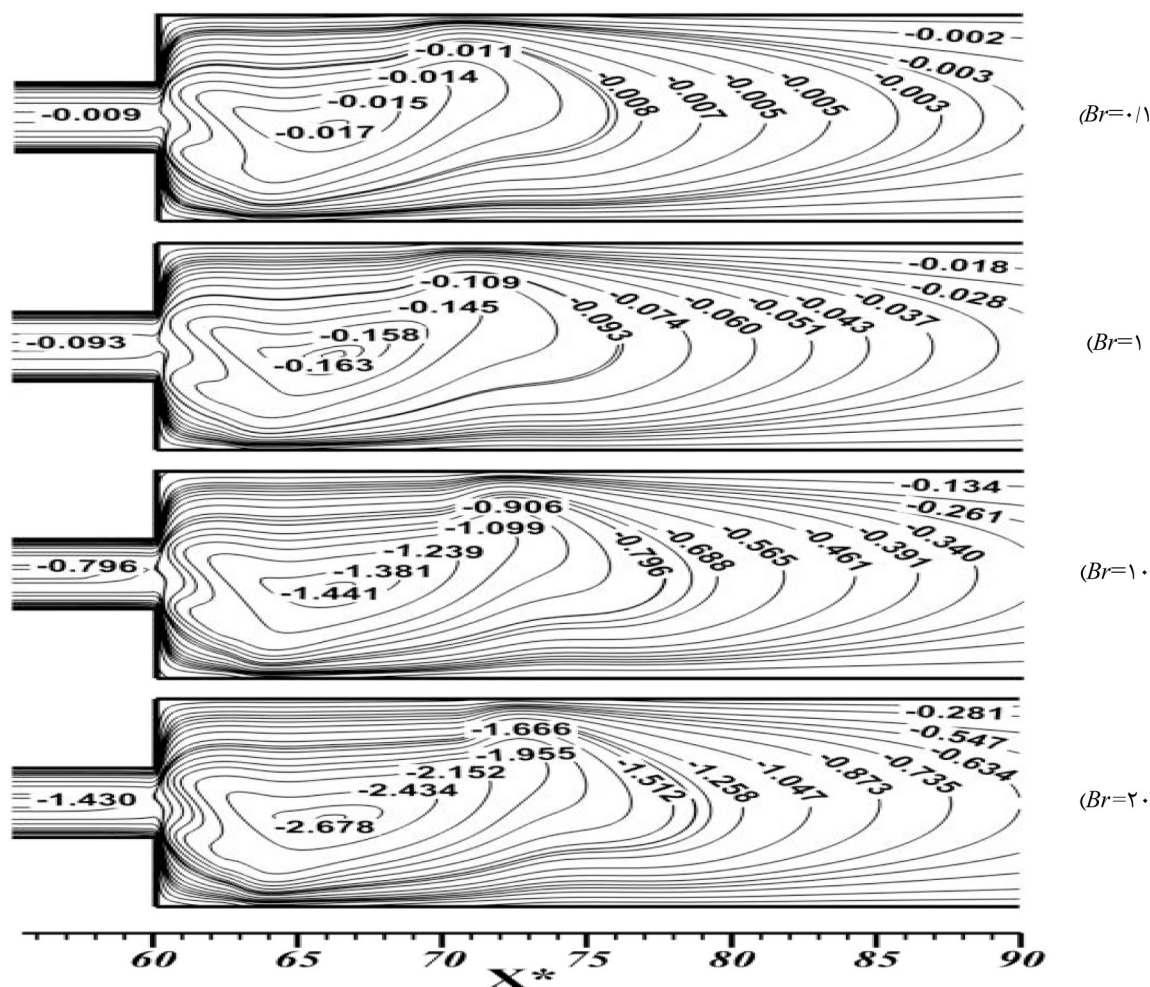
Fig. 5. Streamlines of non-isothermal viscoelastic fluid flow in the planar channel with a sudden expansion for different Brinkman numbers

و عدد پکلت ۵۰ ترسیم و ارزیابی شده است. در شکل ۵، الگوی جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک در کانال واگرای ناگهانی برای اعداد برینکمن مختلف ترسیم شده است. برای مشاهده بهتر روند تغییرات طول گردابه‌ها با عدد برینکمن، نمودار طول گردابه‌ها بصورت بدون بعد $(LV^* = LV/h)$ در شکل ۶ نمایش داده شده است. در شکل ۶ طول گردابه‌های اول و دوم به ترتیب با $L1$ و $L2$ نام‌گذاری شده و طول‌های ابتدایی و انتهایی گردابه‌ی سوم از ابتدای بخش انبساط‌یافته کانال به ترتیب با $L3$ و $L4$ نشان داده شده‌اند. به عبارت دیگر، فاصله بین خطوط $L3$ و $L4$ نشان دهنده طول گردابه سوم می‌باشد. در ابتدا که عدد برینکمن بسیار کوچک است، به دلیل زیاد بودن نیروی اینرسی جریان، اختلافات نامتقارن جریان بالادست بر خاصیت لزجت و اختلافات متقارن جریان پایین‌دست غلبه کرده و با انحراف جریان به یک سمت دیواره‌های کانال (دیواره پایینی) نواحی گردابه‌ای شکل نامتقارن با دو گردابه تشکیل می‌شود. از طرف دیگر، در این تحقیق جمله اتلافات لزجت در معادله انرژی اعمال شده و خواص سیال نیز وابستگی دمایی دارند. با زیاد شدن عدد برینکمن، انرژی حرارتی در جریان سیال ویسکوالاستیک داخل بخش انبساط‌یافته کانال تولید می‌شود؛



شکل ۶: منحنی تغییرات طول گردابه‌های بدون بعد براساس عدد برینکمن برای جریان غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی

Fig. 6. Variation curve related to the dimensionless length of vortices versus the Brinkman number for the non-isothermal flow of viscoelastic fluid in the sudden expansion channel



شکل ۷: توزیع خطوط همدمای بدون بعد در جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی برای اعداد برینکمن مختلف

Fig. 7. Distribution of dimensionless isothermal lines related to the inertial and non-isothermal flow of viscoelastic fluid inside the planar sudden expansion channel for different Brinkman numbers

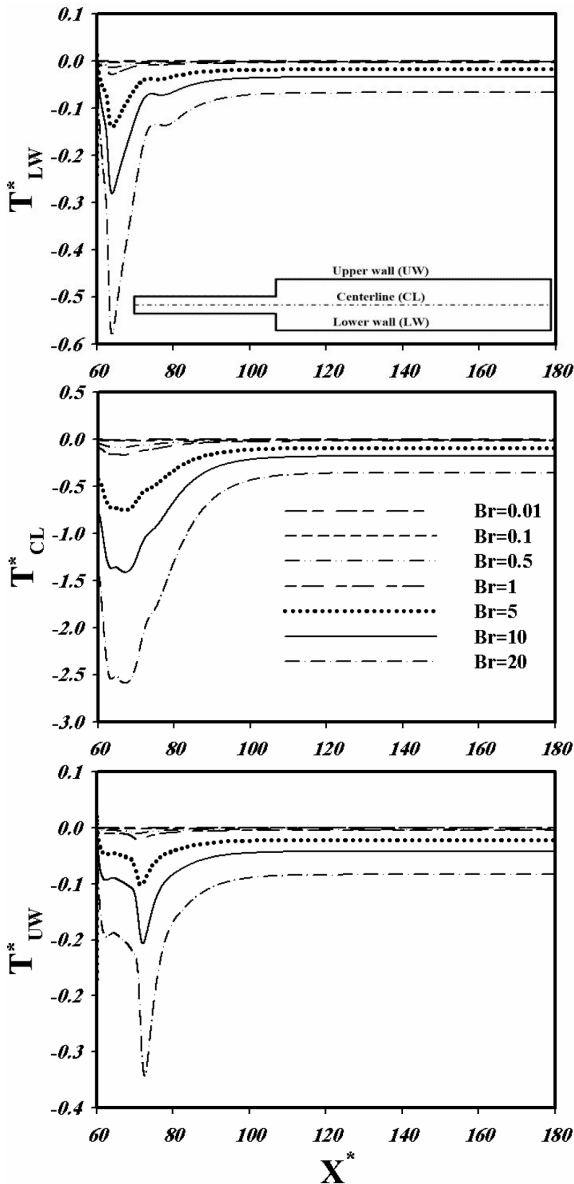
جریان پایین‌دست، جریان به سمت دیواره دیگر کانال (دیواره بالایی) منحرف می‌شود و حالت جدیدی از پایداری با تشکیل گردابه سوم پدید می‌آید. با افزایش عدد برینکمن تا مقدار ۲۰ بعد از تشکیل سومین گردابه، حرارت تولیدی و دمای سیال خیلی بیشتر افزایش یافته و به تبع وابستگی خواص به دما، خواص لزجت و الاستیک سیال نیز بیشتر کاهش می‌یابند؛ در نتیجه طول گردابه‌های اول و دوم نیز به ترتیب به میزان ۲/۸ و ۷/۱ درصد افزایش می‌یابند. در شکل ۷، اثرات اعداد برینکمن بر خطوط همدمای بدون بعد $(T^* = (T_w - T) / (T_w - T_i))$ در جریان اینرسی و غیرهمدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی بررسی شده است. همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، با افزایش عدد برینکمن، اثرات ترم اتلافات لزجت در معادله انرژی افزایش یافته و انرژی حرارتی بیشتری تولید می‌شود. در نتیجه با زیاد شدن عدد برینکمن، اختلاف دما بین سیال و دیواره‌های بخش انبساط‌یافته کانال بسیار بیشتر می‌گردد. از طرف

در نتیجه دمای سیال افزایش یافته و مقادیر خواص لزجت و الاستیک سیال کاهش پیدا می‌کنند.

برای اعداد برینکمن کوچکتر از یک، مقدار حرارت تولیدی و تغییرات دما با رشد عدد برینکمن بسیار کم است و در نتیجه طول گردابه‌های اول و دوم به ترتیب رشد بسیار کمی در حدود ۱/۴ و ۲/۷ درصد دارند. با زیاد شدن عدد برینکمن از ۱ تا ۶ (قبل از تشکیل گردابه سوم)، حرارت بیشتری در جریان سیال ویسکوالاستیک تولید شده و دمای سیال نیز بیشتر افزایش می‌یابد؛ در نتیجه خواص لزجت و الاستیک سیال نیز بیشتر کاهش پیدا می‌کنند و با غلبه نیروی اینرسی بر خاصیت لزجت، طول گردابه‌های کوچکتر (گردابه اول) و بزرگتر (گردابه دوم) به ترتیب به میزان ۱/۷ و ۷ درصد رشد می‌کنند. با بزرگتر شدن عدد برینکمن، مقدار حرارت تولیدی و دمای سیال بیشتر شده و مقدار لزجت نیز کاهش بیشتری دارد؛ در نتیجه، اختلافات نامتقارن جریان بالادست توسعه یافته و با غلبه بر خاصیت لزجت و اختلافات متقارن

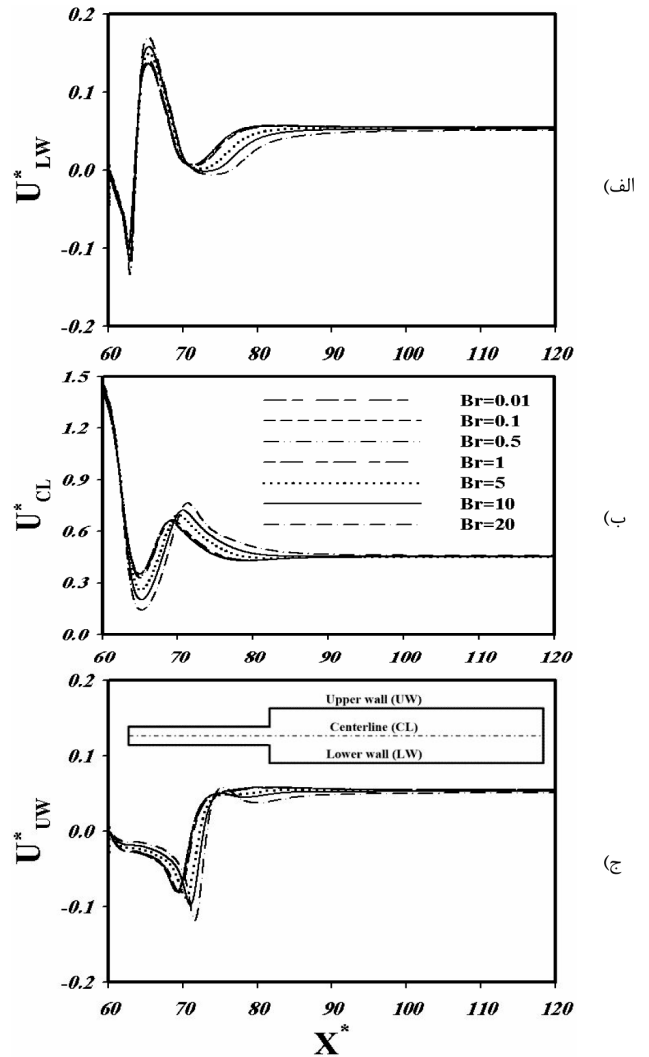
گردابه بزرگتر در مجاورت دیواره بالایی بخش انبساط یافته کانال، سرعت ابتدا به تدریج کاهش یافته و با خروج از نواحی گردابه‌ای شکل، افزایش می‌یابد.

با پیشروی جریان در بخش انبساط یافته کانال و رسیدن به نواحی کاملاً توسعه یافته هیدرودینامیکی و حرارتی، مقدار سرعت به یک مقدار ثابت می‌رسد که مستقل از عدد برینکمن است. با زیاد شدن عدد برینکمن، دمای



شکل ۱۰: اثرات اعداد برینکمن بر توزیع دمای بدون بعد در جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل بخش انبساط یافته کانال (الف) در مجاورت دیواره پایینی (ب) روی خط مرکزی (ج) در مجاورت دیواره بالایی

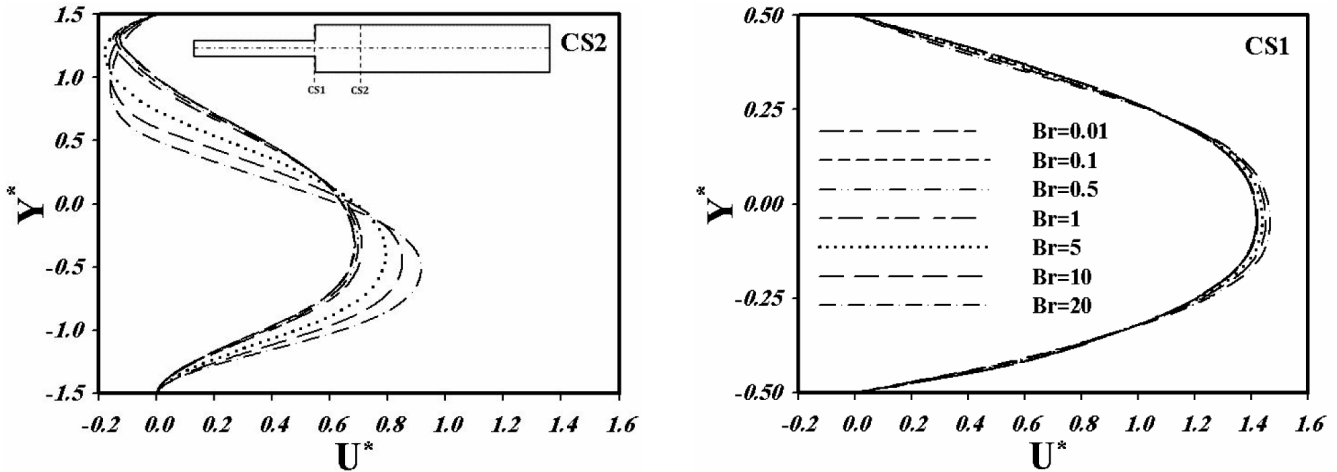
Fig. 10. Effects of Brinkman numbers on the dimensionless temperature distribution of the inertial and non-isothermal viscoelastic fluid flow inside the channel expanded part a) in the vicinity of the lower wall b) on the centerline c) in the vicinity of the upper wall



شکل ۸: اثرات اعداد برینکمن بر منحنی سرعت جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل بخش انبساط یافته کانال (الف) در مجاورت دیواره پایینی (ب) روی خط مرکزی (ج) در مجاورت دیواره بالایی

Fig. 8. Effects of Brinkman numbers on the velocity profile of the inertial and non-isothermal viscoelastic fluid flow inside the channel expanded part a) in the vicinity of the lower wall b) on the centerline c) in the vicinity of the upper wall

دیگر، مکان نقطه‌ای که در آن سیال بیشترین دما را دارد، در نواحی مرکزی کانال و در کنار گردابه بزرگتر (در مجاورت دیواره بالایی کانال) واقع است. در نقطه بیشینه دما، ارتفاع گردابه دوم دارای بیشترین مقدار است و مجرای عبور جریان کمترین سطح مقطع عرضی را دارد. در نتیجه گرادینان سرعت جریان عبوری از این مقطع عرضی افزایش یافته و انرژی حرارتی بیشتری بواسطه اتلافات لزجت در جریان سیال تولید می‌شود. همچنین مکان نقطه بیشینه دما در بخش انبساط یافته کانال مستقل از مقدار عدد برینکمن است. همچنین در مقطعی که منحنی سرعت در مجاورت دیواره پایینی کانال دارای مقدار بیشینه است، مقدار دما نیز بیشترین مقدار را دارد. به دلیل تشکیل

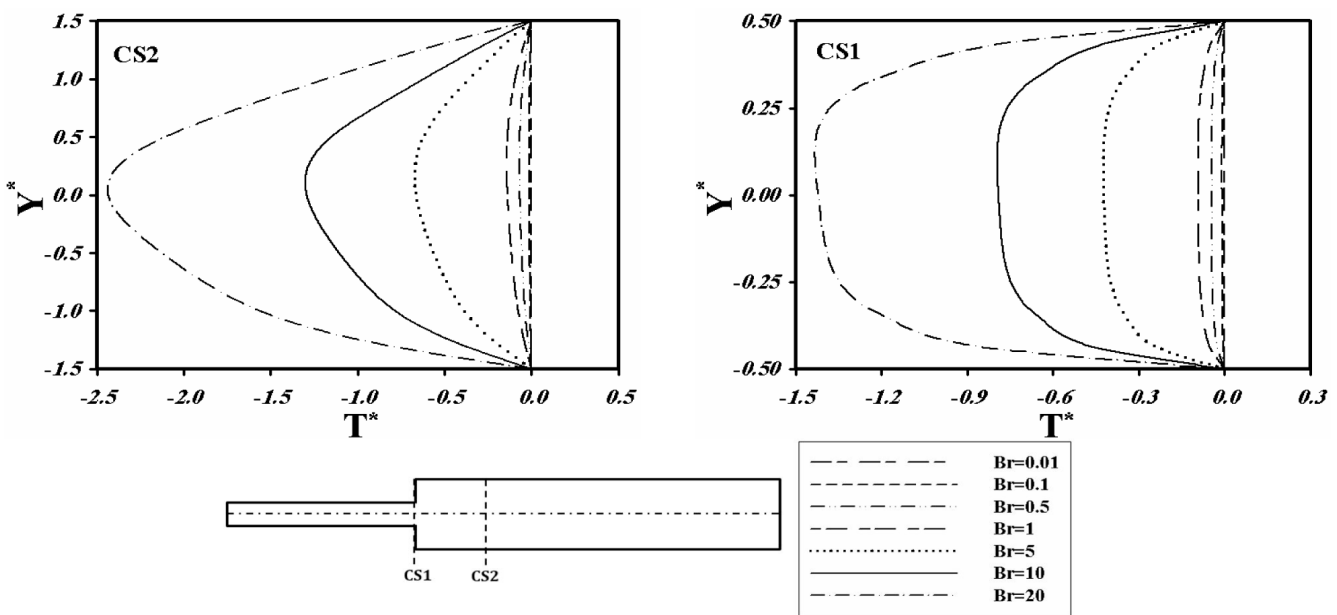


شکل ۹: منحنی سرعت جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک در دو مقطع عرضی کانال برای اعداد برینکمن مختلف

Fig. 9. Velocity profile of the inertial and non-isothermal viscoelastic fluid flow on two different cross-sections of the channel for various Brinkman numbers

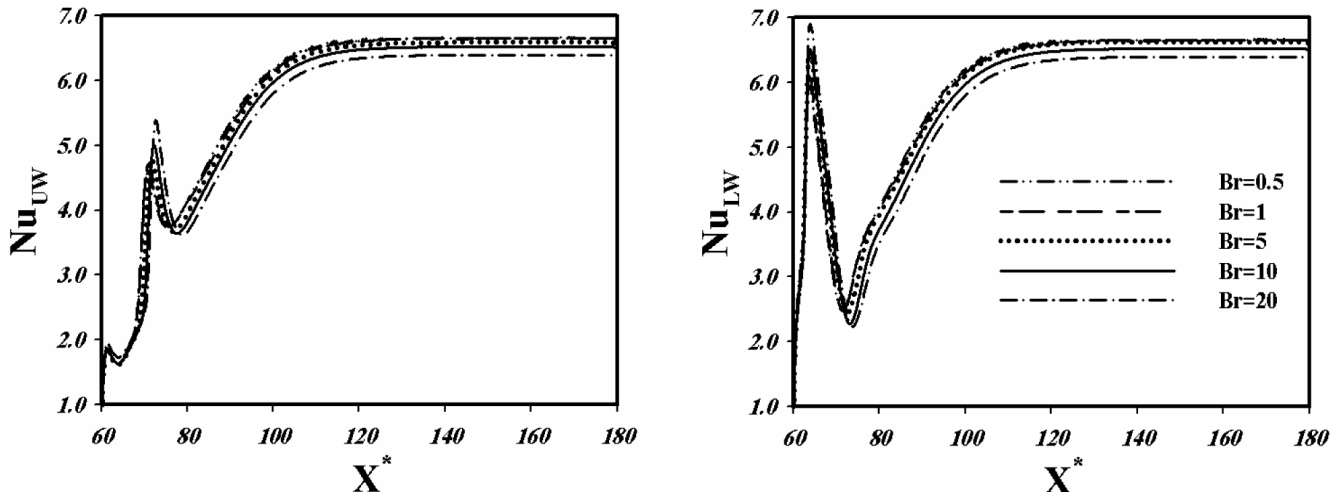
به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد. در شکل ۹، تأثیر عدد برینکمن بر منحنی سرعت بدون بعد ($U^* = U/U_1$) جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک روی دو مقطع عرضی کانال نشان داده شده است. مقطع عرضی CS1 در ابتدای بخش انبساط یافته کانال و مقطع عرضی CS2 در فاصله ۷۰ برابری ارتفاع بخش بالادست کانال از ورودی کانال واقع شده است ($x/h=70$). افزایش عدد برینکمن سبب رشد گردابه بزرگتر در مجاورت دیواره بالایی بخش انبساط یافته کانال می‌شود؛ به همین دلیل در مقطع

جریان سیال بالا رفته و مقدار لزجت سیال کاهش می‌یابد؛ در نتیجه طول و قدرت گردابه‌ها افزایش می‌یابد؛ بنابراین با زیاد شدن عدد برینکمن از ۱ تا ۲۰، مقدار کمینه سرعت در مجاورت دیواره بالایی کانال به میزان ۴۷/۵ درصد کاهش می‌یابد. توزیع سرعت روی خط مرکزی بخش انبساط یافته کانال دارای یک نقطه کمینه و یک نقطه بیشینه است که این نقاط به ترتیب در بعد از گردابه اول و قبل از گردابه سوم قرار دارند. با افزایش عدد برینکمن و رشد نواحی گردابه‌ای شکل، مقادیر این نقاط کمینه و بیشینه



شکل ۱۱: اثرات اعداد برینکمن بر منحنی دمای بدون بعد در جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک برای دو مقطع عرضی کانال

Fig. 11. Effects of Brinkman numbers on the dimensionless temperature distribution in the inertial and non-isothermal flow of viscoelastic fluid for two cross-sections of the channel



شکل ۱۲: اثرات عدد برینکمن بر توزیع اعداد ناسلت محلی مربوط به دیواره‌های پایینی و بالایی بخش انبساط‌یافته‌ی کانال در جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک

Fig. 12. Effects of Brinkman number on the distribution of local Nusselt numbers related to the lower and upper walls of the channel expanded part in the inertial and non-isothermal viscoelastic fluid flow

سبب افزایش دمای جریان سیال می‌شود.

در شکل ۱۲، اثر تغییرات عدد برینکمن بر توزیع اعداد ناسلت محلی روی دیواره‌های پایینی و بالایی بخش انبساط‌یافته کانال برای جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. با ایجاد گردابه‌های نامتقارن، اتلافات لزجت و تولید حرارت افزایش یافته و بیشترین عدد ناسلت محلی در انتهای گردابه اول (در مجاورت دیواره پایینی کانال) واقع می‌شود. تشکیل گردابه‌های نامتقارن و کاهش لزجت (بواسطه افزایش دما) سبب افزایش سرعت و کشیدگی زیاد جزء سیال در ناحیه مرکزی کانال می‌شود؛ در نتیجه، حرارت زیادی در این ناحیه تولید و ذخیره می‌گردد. با پیشروی جریان سیال در طول بخش انبساط‌یافته کانال و خاتمه یافتن گردابه‌ها، این گرمای ذخیره شده داخل ساختار سیال از ناحیه مرکزی به سمت دیواره‌های کانال هدایت می‌شود. در نتیجه، مقدار عدد ناسلت محلی بعد از اتمام گردابه‌ها افزایش می‌یابد و در ناحیه کاملاً توسعه‌یافته حرارتی به مقدار ثابت می‌رسد. همچنین زیاد شدن عدد برینکمن از ۰/۵ تا ۲۰ سبب تولید بیشتر انرژی حرارتی شده و برای نواحی در حال توسعه و کاملاً توسعه‌یافته هیدرودینامیکی و حرارتی، افزایش عدد ناسلت محلی بترتیب به میزان ۱۶/۵ درصد و ۴/۱ درصد را نتیجه می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک در کانال واگرایی ناگهانی با نسبت انبساط ۱:۳ شبیه‌سازی شده است. برای مدل‌سازی رفتار پیچیده و غیرخطی سیال ویسکوالاستیک، از فرم نمایی مدل رئولوژیکی فن تین-تنر استفاده شده است. همچنین جمله‌ی اتلافات ناشی از لزجت در معادله‌ی انرژی لحاظ شده و خواص سیال وابسته به دما در نظر

عرضی $CS1$ ، زیاد شدن عدد برینکمن سبب انحراف منحنی سرعت به سمت دیواره پایینی کانال می‌گردد. از طرف دیگر با افزایش عدد برینکمن دمای جریان سیال زیاد شده و لزجت سیال کاهش می‌یابد؛ بنابراین با زیاد شدن عدد برینکمن از ۰/۱ تا ۲۰، مقدار بیشینه سرعت (قله منحنی سرعت) در مقاطع عرضی مختلف کانال به میزان ۳۳/۵ درصد رشد می‌کند. همچنین در ابتدای بخش انبساط‌یافته کانال، افزایش عدد برینکمن بیشترین تأثیر را بر تغییرات منحنی سرعت در مقطع عرضی کانال دارد.

در شکل ۱۰، اثرات اعداد برینکمن بر توزیع دمای بدون بعد $(T^* = (T_w - T) / (T_w - T_i))$ روی خط مرکزی و در مجاورت دیواره‌های بخش انبساط‌یافته کانال بررسی شده است. همچنین در شکل ۱۱ نیز اثرات اعداد برینکمن بر توزیع دمای بدون بعد در جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک برای دو مقطع عرضی کانال بررسی شده است. بیشترین مقادیر دما در مجاورت دیواره‌های پایینی و بالایی بخش انبساط‌یافته کانال به ترتیب در انتهای گردابه‌های اول و دوم واقع می‌شود. همچنین روی خط مرکزی بخش انبساط‌یافته کانال، مقدار بیشینه دما بعد از خروج از ناحیه گردابه‌ای شکل دوم اتفاق می‌افتد. با ایجاد حرکت چرخشی در نواحی گردابه‌ای شکل، حرارت بیشتری از دیواره‌های کانال به مرکز کانال انتقال می‌یابد؛ در نتیجه، نواحی مرکزی بخش انبساط‌یافته کانال دارای بیشترین دما می‌باشد (با توجه به شکل ۱۱). با خاتمه یافتن طول گردابه‌ها جریان از نواحی مرکزی به سمت دیواره‌های کانال تغییر مسیر داده و سیال با دمای بالا در مجاورت دیواره‌های کانال قرار می‌گیرد. با زیاد شدن عدد برینکمن، اتلافات جریان سیال در نواحی گردابه‌ای شکل افزایش یافته و انرژی حرارتی بیشتری تولید می‌شود؛ به همین خاطر، برای نواحی در حال توسعه و کاملاً توسعه‌یافته هیدرودینامیکی و حرارتی، رشد عدد برینکمن

توسعه و کاملاً توسعه یافته هیدرودینامیکی و حرارتی به ترتیب به میزان ۱۶/۵ درصد و ۴/۱ درصد افزایش می‌یابد.

مراجع

- [1] M.S. Darwish, J.R. Whiteman, M.J. Bevis, Numerical modelling of viscoelastic liquids using a finite-volume method, *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, 45(3) (1992) 311-337.
- [2] K.A. Missirlis, D. Assimacopoulos, E. Mitsoulis, A finite volume approach in the simulation of viscoelastic expansion flows, *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, 78(2) (1998) 91-118.
- [3] M. Norouzi, M.M. Shahmardan, A. Shahbani Zahiri, Bifurcation phenomenon of inertial viscoelastic flow through gradual expansions, *Rheologica Acta*, 54(5) (2015) 423-435.
- [4] M.M. Shahmardan, M. Norouzi, H. Hassanzadeh, A. Shahbani Zahiri, The influence of elastic property and inertial force on the length of vortices in viscoelastic fluid flow inside planar channel with the gradual expansion, *Modares Mech. Eng.*, 15(4) (2015) 281-291. (in Persian)
- [5] M. Norouzi, A. Shahbani Zahiri, M.M. Shahmardan, H. Hassanzadeh, M. Davoodi, Investigation of stresses and normal stress differences behavior on symmetric and asymmetric polymeric fluid flow through planar gradual expansions, *Meccanica*, 52(8) (2017) 1889-1909.
- [6] M. Norouzi, A. Shahbani Zahiri, M.M. Shahmardan, H. Hassanzadeh, Z. Talebi, A numerical study on pressure losses in asymmetric viscoelastic flow through symmetric planar gradual expansions, *Eur. J. Mech. B Fluids*, 65 (2017) 199-212.
- [7] F.T. Pinho, P.J. Oliveira, Analysis of forced convection in pipes and channels with the simplified Phan-Thien-Tanner fluid, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 43(13) (2000) 2273-2287.
- [8] J.M. Nóbrega, F.T.d. Pinho, P.J. Oliveira, O.S. Carneiro, Accounting for temperature-dependent properties in viscoelastic duct flows, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 47(6) (2004) 1141-1158.
- [9] M. Norouzi, M.H. Kayhani, M.R.H. Nobari, Mixed and forced convection of viscoelastic materials in straight duct with rectangular cross section, *World Appl. Sci. J.*, 7(3) (2009) 285-296.
- [10] A. Jalali, M.A. Hulsen, M. Norouzi, M.H. Kayhani, Numerical simulation of 3D viscoelastic developing flow and heat transfer in a rectangular duct with a nonlinear constitutive equation, *Korea-Australia Rheol. J.*, 25(2) (2013) 95-105.
- [11] M. Norouzi, Analytical solution for the convection of

گرفته شده‌اند. در این مطالعه، اثرات عدد برینکمن بر الگوی جریان، توزیع دما و اعداد ناسلت محلی در بخش انبساط یافته کانال برای اعداد برینکمن مختلف بررسی شده است. بدین منظور، خطوط جریان، خطوط همدمای، منحنی سرعت و توزیع دما در مقاطع عرضی مختلف، روی خط مرکزی و در مجاورت دیواره‌های بخش انبساط یافته کانال و اعداد ناسلت محلی (مربوط به دیواره‌های پایینی و بالایی کانال) در محدوده اعداد برینکمن $20 \leq Br \leq 40$ ترسیم و مورد بحث قرار گرفته است. نتایج حاصل از این تحقیق را می‌توان به‌طور خلاصه به‌صورت زیر بیان کرد.

۱. با افزایش عدد برینکمن از ۱ تا ۶ (قبل از تشکیل گردابه سوم) برای جریان اینرسی و غیر همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی، طول گردابه‌های کوچکتر (گردابه اول) و بزرگتر (گردابه دوم) به ترتیب به میزان $1/7$ و 7 درصد بیشتر می‌شوند. همچنین با زیاد شدن عدد برینکمن تا مقدار ۲۰ بعد از تشکیل سومین گردابه، طول گردابه‌های اول و دوم نیز به ترتیب به میزان $2/8$ و $7/1$ درصد افزایش می‌یابند.

۲. مکان نقطه‌ای که در آن جریان سیال بیشترین دما را دارد، در نواحی مرکزی کانال و در کنار گردابه بزرگتر (در مجاورت دیواره بالایی کانال) واقع است و در این نقطه، گردابه دوم دارای بیشترین ارتفاع است. همچنین مکان نقطه بیشینه دما در بخش انبساط یافته کانال مستقل از مقدار عدد برینکمن است.

۳. با افزایش عدد برینکمن از ۱ تا ۲۰، مقادیر بیشینه و کمینه سرعت در مجاورت دیواره پایینی بخش انبساط یافته کانال به ترتیب به میزان $23/2$ درصد افزایش و 31 درصد کاهش می‌یابند. همچنین با افزایش عدد برینکمن از ۱ تا ۲۰، مقدار کمینه سرعت در مجاورت دیواره بالایی بخش انبساط یافته کانال به میزان $47/5$ درصد کاهش پیدا می‌کند. علاوه بر این، در مقطع عرضی از کانال که منحنی سرعت در مجاورت دیواره پایینی دارای مقدار بیشینه است، مقدار دما نیز بیشترین مقدار را دارد.

۴. برای نواحی در حال توسعه هیدرودینامیکی و حرارتی، زیاد شدن عدد برینکمن از $0/1$ تا ۲۰ سبب رشد مقدار بیشینه سرعت (قله منحنی سرعت) به میزان $33/5$ درصد در مقاطع عرضی مختلف کانال می‌شود. همچنین در ابتدای بخش انبساط یافته کانال صفحه‌ای، افزایش عدد برینکمن بیشترین تأثیر را بر تغییرات منحنی سرعت در مقطع عرضی کانال دارد.

۵. برای ناحیه در حال توسعه هیدرودینامیکی و حرارتی، بیشترین مقادیر دما در مجاورت دیواره‌های پایینی و بالایی بخش انبساط یافته کانال به ترتیب در انتهای گردابه اول و گردابه دوم اتفاق می‌افتد. همچنین برای نواحی در حال توسعه و کاملاً توسعه یافته هیدرودینامیکی و حرارتی، رشد عدد برینکمن سبب افزایش اختلاف دمای سیال با دیواره‌های کانال می‌شود. ۶. برای ناحیه در حال توسعه هیدرودینامیکی و حرارتی، بیشترین اعداد ناسلت محلی مربوط به دیواره‌های پایینی و بالایی بخش انبساط یافته کانال به ترتیب در انتهای گردابه اول و گردابه دوم واقع می‌شوند. همچنین با زیاد شدن عدد برینکمن از $0/5$ تا ۲۰، اعداد ناسلت محلی برای نواحی در حال

- [21] R.B. Bird, J.M. Wiest, Constitutive equations for polymeric liquids, *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 27(1) (1995) 169-193.
- [22] D.O.A. Cruz, F.T. Pinho, Fully-developed pipe and planar flows of multimode viscoelastic fluids, *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, 141(2) (2007) 85-98.
- [23] R.B. Bird, R.C. Armstrong, O. Hassager, Dynamics of polymeric liquids: Fluid mechanics, Second ed., New York: John Wiley and Sons Inc., 1987.
- [24] J.E. Mark, Physical properties of polymers handbook, American Institute of Physics, New York, 1996.
- [25] P.J. Oliveira, F.T.d. Pinho, G.A. Pinto, Numerical simulation of non-linear elastic flows with a general collocated finite-volume method, *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, 79(1) (1998) 1-43.
- [26] J.L. Favero, A.R. Secchi, N.S.M. Cardozo, H. Jasak, Viscoelastic flow analysis using the software OpenFOAM and differential constitutive equations, *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, 165(23) (2010) 1625-1636.
- [27] S.V. Patankar, D.B. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 15(10) (1972) 1787-1806.
- [28] M.A. Ajiz, A. Jennings, A robust incomplete Choleski conjugate gradient algorithm, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 20(5) (1984) 949-966.
- [29] J. Lee, S. Yoon, Y. Kwon, S. Kim, Practical comparison of differential viscoelastic constitutive equations in finite element analysis of planar 4: 1 contraction flow, *Rheologica Acta*, 44(2) (2004) 188-197.
- [30] P.M. Coelho, F.T. Pinho, P.J. Oliveira, Fully developed forced convection of the Phan-Thien-Tanner fluid in ducts with a constant wall temperature, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 45(7) (2002) 1413-1423.
- Phan-Thien-Tanner fluids in isothermal pipes, *Int. J. Therm. Sci.*, 108 (2016) 165-173.
- [12] A. Montahae, M.M. Shahmardan, M. Norouzi, The numerical simulation of flow and heat transfer of temperature dependent properties of viscoelastic fluid in an axisymmetric sudden expansion, *Modares Mech. Eng.*, 16(12) (2016) 39-49. (in Persian)
- [13] M.F. Letelier, C.B. Hinojosa, D.A. Siginer, Analytical solution of the Graetz problem for non-linear viscoelastic fluids in tubes of arbitrary cross-section, *Int. J. Therm. Sci.*, 111 (2017) 369-378.
- [14] M. Vaz Jr, P.S.B. Zdanski, A fully implicit finite difference scheme for velocity and temperature coupled solutions of polymer melt flow, *Commun. Numer. Methods Eng.*, 23(4) (2007) 285-294.
- [15] P.S.B. Zdanski, M. Vaz Jr, Three-dimensional polymer melt flow in sudden expansions: Non-isothermal flow topology, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 52(15) (2009) 3585-3594.
- [16] P.S.B. Zdanski, M. Vaz Jr, Non-isothermal polymer melt flow in sudden expansions, *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, 161(1) (2009) 42-47.
- [17] A. Shahbani-Zahiri, M.M. Shahmardan, H. Hassanzadeh, M. Norouzi, Investigation of inertial force effects on the heat transfer of viscoelastic fluid flow inside expanded planar channel with the symmetric abrupt expansion, *Modares Mech. Eng.*, 17(6) (2017) 139-148. (in Persian)
- [18] R.B. Bird, R.C. Armstrong, O. Hassager, Dynamics of polymeric liquids. Vol 1: Fluid mechanics, Wiley, 1987.
- [19] N. Phan-Thien, R.I. Tanner, A new constitutive equation derived from network theory, *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, 2(4) (1977) 353-365.
- [20] N. Phan-Thien, A nonlinear network viscoelastic model, *J. Rheol.*, 22(3) (1978) 259-283.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

A. Shahbani-Zahiri, M. Shahmardan, H. Hassanzadeh, M. Norouzi, Numerical Study of Brinkman Number Effects on Heated Viscoelastic Fluid Flow in Channel with Sudden Expansion, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 51(2) (2019) 483-495.
DOI: 10.22060/mej.2017.13023.5501

