



روش پیش شرط توانی در تسریع نرخ همگرایی جریان‌های تراکم‌ناپذیر پایا و ناپایای آشفته

پوریا اکبرزاده^{*}، سید معین درازگیسو، محمد امین شهنازی، احمد عسکری له‌دارینی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۵ مرداد ۱۳۹۶
بازنگری: ۱۴ آبان ۱۳۹۶
پذیرش: ۷ آذر ۱۳۹۶
ارائه آنلاین: ۱۱ آذر ۱۳۹۶

کلمات کلیدی:

جریان‌های آشفته
مدل جبری بالدوین و لومکس
روش پیش شرط توانی
الگوریتم ضمنی دوزمانه
سرعت همگرایی

چکیده: در تحقیق حاضر، برای نخستین بار از روش پیش شرط‌سازی توانی محلی، جهت شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر آشفته پایا و ناپایا در اطراف ایرفویل‌ها در اعداد رینولدز بالا استفاده شده است. در این روش، معادلات حاکم با تغییر در جملات مشتق زمانی اصلاح می‌گردند. معادلات حاکم به کمک روش عددی حجم محدود جیمسون گسسته‌سازی می‌شوند. همچنین برای حل جریان ناپایا از الگوریتم ضمنی دوزمانه و برای شبیه‌سازی عددی جریان آشفته از مدل جبری بالدوین و لومکس استفاده شده است. محاسبات برای جریان پایا و ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل‌های NACA0012 و ONERA-A در اعداد رینولدز و زوایای حمله مختلف ارائه شده است. نتایج ارائه شده در این مطالعه شامل منحنی‌های سرعت، فشار و لزجت گردابه‌ای، توزیع ضریب فشار، ضرایب برآ و پسا و تأثیر روش پیش شرط توانی بر نرخ همگرایی می‌باشد. حل عددی ارائه شده و استفاده از روش پیش شرط توانی در هر دو جریان آشفته پایا و ناپایا در اعداد رینولدز بالا از دقت قابل قبولی برخوردار می‌باشد. همچنین استفاده از این روش سرعت همگرایی را تا حد زیادی افزایش داده به طوری که تعداد تکرار گام حل عددی و به تبع آن زمان واحد پردازش مرکزی در هر دو جریان پایا و ناپایا را به شکل قابل توجهی کاهش می‌دهد.

۱- مقدمه

در چند دهه اخیر شبیه‌سازی عددی جریان‌های آشفته پایا و ناپایا به دلیل محدودیت‌های موجود در انجام آزمون‌های آزمایشگاهی از لحاظ هزینه‌ها و عدم امکان توسعه روی همه نمونه‌های مورد نیاز، مورد توجه محققین قرار گرفته است. از این رو با توجه به افزایش روز افزون کاربردهای صنعتی و مهندسی این نوع از جریان‌ها و قرارگیری اکثر جریان‌هایی که با آن‌ها مواجه هستیم در این شاخه خاص [۱]، روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی آن‌ها در طول سال‌های اخیر ارائه و توسعه داده شده است که بیانگر اهمیت این موضوع در آیرودینامیک اجسام می‌باشد. یکی از این روش‌ها که به منظور بهبود عملکرد شبیه‌سازی عددی و کاهش نرخ همگرایی مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش پیش شرط است.

ایده روش‌های پیش شرط این است که با افزودن عبارت مشتق زمانی مجازی فشار به معادلات پیوستگی و ممتوم، میدان سرعت و فشار به یکدیگر کوپل می‌گردند. با اضافه نمودن عبارت مشتق زمانی، ماهیت بیضوی معادلات پیوستگی به هذلولوی تبدیل می‌گردد. با این وصف، الگوریتم‌هایی را که به منظور حل جریان‌های تراکم‌پذیر مورد استفاده قرار می‌گیرد، می‌توان در حل دستگاه معادلات جدید به کار گرفت و از تمامی

مزایا و پیشرفت‌های موجود در حل معادلات تراکم‌پذیر بهره جست. اولین بار کورین [۲] و پس از آن ترکل [۳] این روش را برای حل جریان‌های تراکم‌ناپذیر پیشنهاد داد. مزیت اصلی این روش، تعمیم آن جهت حل جریان سه بعدی می‌باشد. علاوه بر آن، حل همزمان میدان سرعت و فشار توسط حل معادلات حاکم امکان‌پذیر است. با توجه به این‌که در اکثر مسائل پایا بنابر ملاحظات عددی از روش‌های پیمایش زمانی استفاده می‌شود، روش پیش شرط امکان استفاده از شیوه دو زمانی ضمنی برای حل جریان‌های ناپایا را نیز فراهم می‌کند که برای اولین بار جیمسون [۴] در سال ۱۹۹۱ از این روش برای شبیه‌سازی جریان ناپایا استفاده نمود.

پس از معرفی روش پیش شرط استاندارد توسط کورین و ترکل، در سال‌های بعد مطالعات تکمیلی برای بهبود روش پیش شرط توسط سایر محققان در انواع جریان‌های پایا و ناپایا، لزج و غیر لزج، تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر صورت گرفت و هر یک از آن‌ها بهبودهای خاصی روی معادلات پیش شرط به منظور افزایش سرعت همگرایی و دقت اعمال کردند [۵-۱۰]. در اولین گام ون لیر و همکاران [۵] در سال ۱۹۹۱ یک مطالعه جامع برای بهینه‌سازی ماتریس پیش شرط انجام دادند و ماتریس پیش شرط بهینه‌سازی شده جدیدی معرفی کردند. بعد از آن‌ها مالان و همکاران [۷] در سال ۲۰۰۲ به منظور بهبود سرعت همگرایی و دقت حل عددی، یک ماتریس

محاسبه مقدار لزجت آشفته (μ_t) جریان سیال به دو لایه داخلی و خارجی تقسیم و مقدار لزجت آشفته برای هر لایه به صورت مجزا محاسبه گردید. آن‌ها مدل خود را برای یک موج شوک روی صفحه تخت، جدایش جریان برای یک پله و جریان صوت روی یک ایرفویل مورد مقایسه قرار دادند که همخوانی خوبی با نتایج تجربی نشان می‌دهد. از آنجا که این مدل در رینولدزهای بالا و زوایای حمله قبل از واماندگی نتایج بهتری نسبت به مدل‌های با درجه بالاتر از خود نشان می‌دهد [۱۷] و در ضمن دارای هزینه محاسباتی بسیار پایین‌تری است، از این مدل در این مقاله برای شبیه‌سازی عددی جریان آشفته استفاده شده است.

در این مطالعه، برای نخستین بار از روش پیش‌شرط توانی محلی برای شبیه‌سازی عددی جریان‌های تراکم‌ناپذیر آشفته پایا و ناپایای اطراف ایروفیل‌های ONERA-A و NACA0012 در محدوده اعداد رینولدز بالا استفاده و تأثیر آن بر کاهش نرخ همگرایی حل نشان داده شده است. در ابتدا معادلات پیش‌شرط شده ارائه و سپس روش پیش‌شرط توانی معرفی می‌گردد. در این روش ضریب پیش‌شرط به صورت محلی و از میدان سرعت یا فشار و به کمک یک رابطه توانی محاسبه شده و در هر گام زمانی براساس حسگرهای محلی سرعت یا فشار تصحیح می‌گردد. در ادامه معادلات حاکم به کمک روش حجم‌محدود جیمسون^۵ و روش پیش‌شرط‌سازی توانی حل می‌شوند. برای انتگرال‌گیری زمان از روش صریح رانگ-کوتای چهار مرحله‌ای^۶ و برای حل جریان‌های ناپایا، از یک الگوریتم ضمنی دوزمانه و همچنین برای شبیه‌سازی جریان آشفته از مدل بالدوین-لومکس استفاده شده است. حل عددی ارائه شده با نتایج عددی و تجربی موجود مقایسه و ارزیابی شده است و تأثیر روش پیش‌شرط توانی بر نرخ همگرایی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- معادلات حاکم پیش‌شرط‌سازی شده

معادلات جریان بی‌بعد حاکم پیش‌شرط‌سازی شده در شکل برداری به صورت معادله (۱) نوشته می‌شود [۱۸ و ۱۳ و ۷]:

$$\Gamma \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \Pi \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

که در آن، t و τ به ترتیب معرف زمان حقیقی و زمان مجازی هستند. ماتریس Γ به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \quad (2)$$

Π^{-1} ماتریس معکوس پیش‌شرط بوده و به صورت معادلات (۳) داده می‌شود:

پیش‌شرط محلی جدید ارائه نمودند. ماتریس پیش‌شرط محلی آن‌ها برخلاف ماتریس‌های پیش‌شرط قبلی که در آن‌ها از مقادیر ثابت برای ضریب پیش‌شرط استفاده می‌شد، از مقادیر متغیر ضریب پیش‌شرط که با فشار محلی تغییر می‌کرد، استفاده کردند. اصفهانیان و اکبرزاده [۹] روش پیش‌شرط‌سازی استاندارد را برای حل جریان تراکم‌ناپذیر غیرلزج و لزج عبوری از سیلندر در جریان آزاد و جریان عبوری از مانع دایروی داخل کانال به کار گرفتند. آن‌ها همچنین در سال ۲۰۱۲ به تحلیل جریان کاویتاسیون با استفاده از روش پیش‌شرط‌سازی توانی^۱ پرداختند [۱۰]. در ادامه اکبرزاده و همکاران در سال ۲۰۱۴، تأثیر دمش و مکش بر ضرایب برآ و پسای جریان‌های کاویتاسیونی و تراکم‌ناپذیر لزج عبوری از هیدروفویل‌ها را با استفاده از روش پیش‌شرط توانی مورد بررسی قرار دادند [۱۱ و ۱۲]. همچنین در سال ۲۰۱۶، درازگیسو و اکبرزاده از این روش جهت حل جریان‌های ناپایای تراکم‌ناپذیر استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که استفاده از روش پیش‌شرط توانی، ۱۰ تا ۷۵ درصد در مقایسه با سایر روش‌های پیش‌شرط تعداد گام‌های تکرار حل مسئله را کاهش می‌دهد [۱۳].

با توجه به اهمیت پیش‌شرط‌سازی و نقش آن در بهبود سرعت همگرایی شبیه‌سازی‌های عددی، استفاده از آن در جریان‌های آشفته نیز می‌تواند موضوعی مهم و حائز اهمیت باشد که یکی از اهداف مورد نظر در مقاله حاضر نیز می‌باشد. از آنجا که مدل آشفته انتخاب شده در این مطالعه، مدل جبری بالدوین و لومکس می‌باشد، تاریخچه مختصری از این مدل در ادامه آورده شده است. در ابتدا، پراتل [۱۴] در سال ۱۹۲۵ پیشنهاد داد که می‌توان یک جریان آشفته را به صورت انتقال اتفاقی از ذرات در راستای یک طول مقیاس اختلاطی در نظر گرفت (این طول مقیاس اختلاطی معیاری از اندازه ادی^۲ می‌باشد). وی با استفاده از فرضیات ریاضی و مشاهدات آزمایشگاهی فرض نمود که در داخل لایه مرزی اندازه نوسانات سرعت را می‌توان به گرادیان سرعت میدان جریان در راستای عمود بر صفحه مرتبط دانست. بر پایه همین فرض مدل‌های محاسباتی زیادی شکل گرفت. اسمیت و سبسی [۱۵] در سال ۱۹۶۷ مدل جبری خود را برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر و تراکم‌ناپذیر ارائه کردند. در مدل آن‌ها از مفهوم طول اختلاط برای حذف ترم تنش برشی رینولدز استفاده شده است. همچنین لزوم یافتن ضخامت لایه مرزی حذف و برای اولین بار لایه مرزی به دو قسمت بیرونی و داخلی تقسیم‌بندی شد. بالدوین و لومکس [۱۶] در سال ۱۹۷۸ بر پایه مدل اسمیت و سبسی یک مدل آشفته جبری جدید برای شبیه‌سازی عددی جدایش، در جریان‌های دو بعدی و سه بعدی ارائه کردند که در آن نیز نیازی به پیدا کردن ضخامت لایه مرزی وجود ندارد. آن‌ها در محاسبات خود از معادلات ناویر استوکس به عنوان معادلات اصلی استفاده و ترم لزجت مولکولی^۳ (μ) را با ترم مجموع لزجت مولکولی و آشفته^۴ ($\mu_t + \mu$) جایگزین نمودند. برای

¹Power-Law Preconditioning Method

²Eddy

³Molecular viscosity

⁴Turbulence viscosity

⁵Jameson's Finite Volume Method

⁶Explicit Four-Stage Runge-kutta Scheme

خواهد شد [۱۶]:
 $\mu_{t,outer} = \mu_{t,inner}$ می‌گردد. مقادیر μ_t برای لایه داخلی به شکل زیر محاسبه

$$\mu_{t,inner} = \rho l^2 |\omega| \quad (۸)$$

که:

$$l = ky \left[1 - \exp\left(\frac{-y^+}{A^+}\right) \right] \quad (۹)$$

که $|\omega|$ مقدار اندازه ورتیسیده است که برای حالت سه بعدی طبق رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود:

$$|\omega| = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (۱۰)$$

و داریم:

$$y^+ = \frac{\rho_w u_z y}{\mu_w} = \frac{\sqrt{\rho_w \tau_w} y}{\mu_w} \quad (۱۱)$$

که در آن مقادیر μ_t برای لایه خارجی به شکل زیر محاسبه خواهد شد [۱۶]:

$$\mu_{t,outer} = \rho R C_{cp} F_{wake} F_{kelb}(y) \quad (۱۲)$$

R و C_{cp} ثابت‌هایی هستند که مقادیر آن‌ها در انتها ذکر شده است، همچنین داریم:

$$F_{wake} = \text{Minimum}\left(y_{max} F_{max}, \frac{C_{wk} y_{max} u_{dif}^2}{F_{max}}\right) \quad (۱۳)$$

مقادیر F_{max} و y_{max} توسط تابع زیر تعیین می‌شود:

$$F(y) = y |\omega| \left[1 - \exp\left(\frac{-y^+}{A^+}\right) \right] \quad (۱۴)$$

در گرده‌ها قسمت exp در معادله بالا برابر صفر خواهد بود و مقدار F_{max} بیشترین مقدار $F(y)$ است که در یک منحنی رخ می‌دهد و y_{max} مقداری از y است که در آن F_{max} رخ می‌دهد. همچنین تابع $F_{kelb}(y)$ به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$F_{kelb}(y) = \left[1 + 5.5 \times \left(\frac{C_{kelb} y}{y_{max}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (۱۵)$$

مقدار u_{dif} تفاوت بین بیشینه و کمینه سرعت کلی در منحنی است (به‌طور مثال برای یک موقعیت x ثابت):

$$u_{dif} = \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{max} - \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{min} \quad (۱۶)$$

به‌جز در مورد گرده‌ها، u_{dif} در بخش دوم رابطه صفر فرض می‌گردد. همچنین ثابت‌های ظاهر شده در روابط قبلی به صورت زیر تعیین شده‌اند [۱۶]:

$$\begin{aligned} A^+ &= ۲۶ & C_{cp} &= ۱/۶ & C_{kelb} &= ۰/۳ \\ C_{wk} &= ۰/۲۵ & k &= ۰/۴ & R &= ۰/۱۶۸ \end{aligned}$$

$$\Pi^{-1} = \begin{bmatrix} \beta^2 & 0 & 0 \\ -\sigma u / \rho & 1 / \rho & 0 \\ -\sigma v / \rho & 0 & 1 / \rho \end{bmatrix} \quad (۳-الف)$$

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \end{bmatrix}$$

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{yx} \end{bmatrix} \quad (۳-ب)$$

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ p + \rho v^2 - \tau_{yy} \end{bmatrix}$$

که در آن، $u = \bar{u} / U_\infty$ و $v = \bar{v} / U_\infty$ به ترتیب سرعت در جهت x و y و $x = \bar{x} / L$ و $y = \bar{y} / L$ محورهای مختصات کارترین، $\rho = \bar{\rho} / \rho_\infty$ فشار استاتیکی و $p = \bar{p} / \rho_\infty U_\infty^2$ چگالی نسبی می‌باشد. همچنین $t = \bar{t} U_\infty / L$ طول مرجع و U_∞ سرعت مرجع است. همچنین τ_{xx} و τ_{xy} و τ_{yx} و τ_{yy} مؤلفه‌های تانسور تنش هستند. درماتریس پیش‌شرط (۳-الف)، σ ضریب پیش‌شرط^۱ می‌باشد. ضریب پیش‌شرط توانی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma = 0.5(1 - A_u)^m \quad (۴)$$

که در این رابطه A_u از رابطه (۵) محاسبه می‌گردد:

$$A_u = \lim_{x \rightarrow x_m^+} \frac{|\nabla u(x_m) - \nabla u(x)|}{|\nabla u(x_m)| - |\nabla u(x)|} \quad (۵)$$

$\nabla u(x_m)$ گرادیان سرعت در نقطه‌ی $x = x_m$ (نقطه m در فضای محاسباتی) می‌باشد و از رابطه‌ی (۶) به دست می‌آید:

$$\nabla u(x_m) = \lim_{x \rightarrow x_m^-} \frac{u(x) - u(x_m)}{x - x_m} \quad (۶)$$

در رابطه بالا، $u(x_m)$ سرعت در $x = x_m$ (نقطه m در فضای محاسباتی) می‌باشد، همچنین به جای A_u در رابطه (۴) می‌توان از A_p استفاده نمود که در این صورت به جای گرادیان سرعت از گرادیان فشار در رابطه (۵) و به جای مقادیر سرعت از مقادیر فشار در رابطه (۶) استفاده می‌گردد [۱۳].

مدل بالدوین لومکس، یک مدل جبری دولایه‌ای لزجت گرده‌ای^۲ است که برای هر لایه به شکل زیر محاسبه می‌گردد [۱۶]:

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_{t,inner} & y \leq y_{crossover} \\ \mu_{t,outer} & y > y_{crossover} \end{cases} \quad (۷)$$

که y فاصله نرمال از دیوار و $y_{crossover}$ کوچک‌ترین مقدار y است که در آن،

^۱Preconditioning Factor

^۲Eddy Viscosity

۳- گسسته‌سازی عددی

به منظور گسسته‌سازی معادلات حاکم از روش حجم محدود جیمسون [۱۹] استفاده شده است. در ابتدا از معادله پیش‌شرط شده (۱) حول حجم کنترل Ω که با سطح $\partial\Omega$ محصور شده است انتگرال گرفته شده است. با در نظر گرفتن قضیه دیورژانس^۱ خواهیم داشت:

$$\Pi^{-1}\Gamma \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{Q} dA + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\Omega} \bar{Q} dA + \Pi^{-1} \int_{\partial\Omega} (\bar{F} dx - \bar{E} dy) = 0 \quad (۱۷)$$

با تقریب زدن جملات $\partial \bar{Q} / \partial t$ و $\partial \bar{Q} / \partial \tau$ از معادله (۱۷) با مقدار آن در وسط حجم کنترل و خارج کردن این جملات از داخل انتگرال و همچنین اضافه کردن جملات اتلافی جیمسون، گسسته‌شده معادله (۱۱) به شکل زیر خواهد شد [۹، ۱۳ و ۱۹]:

$$\Pi^{-1}\Gamma A_{i,j} \frac{\partial Q_{i,j,k}}{\partial t} + A_{i,j} \frac{\partial Q_{i,j,k}}{\partial \tau} = -G_{i,j,k} + D_{i,j,k} \quad (۱۸)$$

که (i,j) معرف شماره جزء، ۳ و ۲ و ۱ اندیس مؤلفه‌های بردار و $A_{i,j}$ مساحت جزء (i,j) می‌باشد. همچنین $G_{i,j,k}$ معرف شار عددی روی وجوه هر جزء بوده که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$G_{i,j,1} = \beta^2 \sum_{\text{edges}} (F_1 dy - E_1 dx)_{i,j} \quad (۱۹-الف)$$

$$G_{i,j,2} = -\frac{\sigma u_{i,j} G_{i,j,1}}{\rho \beta^2} + \left(\frac{1}{\rho} \right) \sum_{\text{edges}} (F_2 dy - E_2 dx)_{i,j} \quad (۱۹-ب)$$

$$G_{i,j,3} = -\frac{\sigma v_{i,j} G_{i,j,1}}{\rho \beta^2} + \left(\frac{1}{\rho} \right) \sum_{\text{edges}} (F_3 dy - E_3 dx)_{i,j} \quad (۱۹-ج)$$

با همگرایی معادله (۱۸) در زمان مجازی $(\partial \bar{Q} / \partial \tau \rightarrow 0)$ ، τ حل معادله در زمان حقیقی t ، حاصل می‌شود. عبارت زمان حقیقی با استفاده از تفاضل پس‌روی سه‌نقطه‌ای و به صورت ضمنی گسسته‌سازی می‌شود [۴ و ۷ و ۱۳ و ۲۰]:

$$\Pi^{-1}\Gamma A_{i,j} \frac{\partial Q_{i,j,k}}{\partial t} = \Pi^{-1}\Gamma A_{i,j} \frac{3Q_{i,j,k}^{n+1} - 4Q_{i,j,k}^n + Q_{i,j,k}^{n-1}}{2\Delta t} \quad (۲۰)$$

که در آن، n بیانگر زمان فیزیکی است.

به‌منظور گسسته‌سازی مشتق زمانی از روش رانگ-کوتای اصلاح‌شده چهار مرحله‌ای استفاده شده است. روش چهار مرحله‌ای رانگ-کوتا برای شکل نیمه‌گسسته معادلات ناپایا به‌صورت زیر بیان می‌گردد [۱۳ و ۱۰ و ۷]:

$$Q_{i,j,k}^{(0)} = Q_{i,j,k}^{(N)}$$

$$Q_{i,j,k}^{(\kappa)} = Q_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_{\kappa} \frac{\Delta \tau_{i,j}}{A_{i,j} \left(1 + \Pi^{-1}\Gamma \frac{3 \Delta \tau_{i,j}}{2 \Delta t} \right)} \left[G \left(Q_{i,j,k}^{(\kappa-1)} \right) - D \left(Q_{i,j,k}^{(0)} \right) \right] \quad (۲۱)$$

$$+ A_{i,j} \Pi^{-1}\Gamma \left(\frac{-3Q_{i,j,k}^{n+1} + 4Q_{i,j,k}^n - Q_{i,j,k}^{n-1}}{2\Delta t} \right)$$

$$Q_{i,j,k}^{(N+1)} = Q_{i,j,k}^{(4)}$$

^۱Divergence Theorem

که در رابطه فوق، ۴ و ۳ و ۲ و ۱ $k=$ و ضرایب α_k به ترتیب به صورت ۰/۲۵ و ۰/۳۳ و ۰/۵ و ۰/۱ انتخاب می‌شوند. همچنین n بیانگر زمان فیزیکی و N معرف زمان مجازی است.

۴- شرایط مرزی

برای جریان‌های لزج شرط عدم لغزش یعنی $u=0$ و $v=0$ روی بدنه ایرفویل اعمال شده است. شرط مرزی فشار روی بدنه براساس رابطه $dp/dn=0$ که n بردار عمود بر سطح ایرفویل می‌باشد انتخاب شده است. در مرز ورودی، اندازه مؤلفه‌های سرعت ثابت و برابر مقدار آن‌ها در جریان آزاد قرار داده می‌شوند و فشار از داخل میدان جریان برون‌یابی می‌شود. در مرز خروجی، فشار برابر با فشار جریان آزاد و مؤلفه‌های سرعت با استفاده از برون‌یابی از داخل میدان تعیین می‌گردند.

۵- نتایج و بحث

جریان‌های آشفته جریان‌هایی سه بعدی هستند و حل آن‌ها به صورت دو بعدی باعث کاهش دقت حل عددی خواهد شد، اما انجام حل دو بعدی برای این گونه از مسائل، به دلیل محدودیت‌های سخت افزاری و زمانی، فرآیندی متداول در امر تحقیقات می‌باشد. نتایج موجود در تحقیقات فراوانی بر این امر توافق دارند که شبیه‌سازی دوبعدی آشفتگی با وجود ساده‌سازی، اطلاعات ارزشمندی در خصوص مشخصه‌های جریان به ما می‌دهند. در تحقیق حاضر، الگوریتمی موسوم به پیش‌شرط توانی برای نخستین بار به منظور شبیه‌سازی جریان‌های آشفته تراکم‌ناپذیر در عدد رینولدز بالا توسعه یافته است. برای اعتبارسنجی مطالعه حاضر، برای نتایج جریان‌های آشفته پایا از مطالعات گرگوری و اوریلی [۲۱] و بکسونو و فیداروس [۲۲] و برای نتایج جریان‌های آشفته ناپایا از مطالعات شلدال و کلیماس [۲۳]، ایدلسون و همکاران [۲۴] و جین و برازا [۲۵] استفاده شده است. اطلاعات پارامترهای حاکم بر شبیه‌سازی‌های عددی و نتایج ارائه شده، به تفکیک در جدول ۱ قابل مشاهده است. برای انجام شبیه‌سازی‌های مناسب پس از بررسی شبکه‌ها با ابعاد متفاوت، شبکه‌ای با ابعاد 220×110 به عنوان بهترین شبکه برای ایجاد تعادل در سرعت همگرایی حل عددی و دقت نتایج انتخاب گردید و فاصله اولین گره از سطح ایرفویل برای ایرفویل NACA0012، 2×10^{-5} برابر طول وتر و برای ایرفویل ONERA-A، 2×10^{-6} برابر طول وتر در نظر گرفته شد. همچنین فاصله مرز بیرونی از سطح ایرفویل ۱۰ برابر طول وتر می‌باشد. نمونه‌ای از نمای نزدیک شبکه‌های مورد استفاده برای ایرفویل‌ها و نمای نزدیک سلول‌های لایه مرزی در لبه حمله ایرفویل ONERA-A در شکل ۱ نشان داده شده است که به خوبی ابعاد سلول‌های لایه مرزی و فاصله اولین سلول از دیواره ایرفویل را نشان می‌دهد.

همچنین مطالعات مجزایی روی تأثیر تغییرات عدد کورانت فردریچ لوی^۲

^۲Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)

جدول ۱: پارامترهای حاکم بر مطالعه حاضر و نتایج ارائه شده

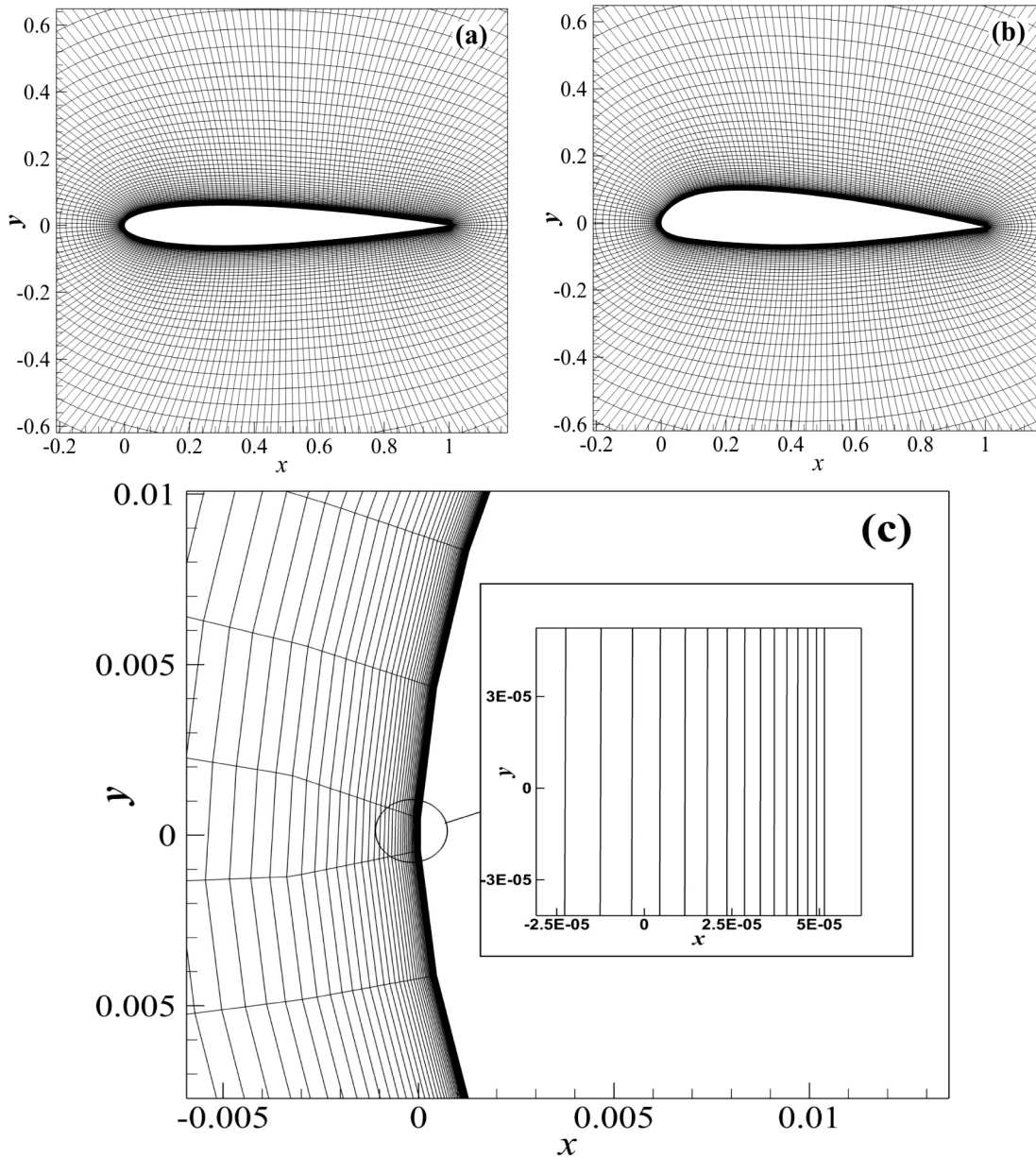
Table 1. The governing parameters on the present study and results description

شماره شکل	زاویه حمله (درجه)	عدد رینولدز ($\times 10^6$)	نوع ایرفویل	جریان	توضیحات
شکل ۲	۱۰	۶	NACA0012	پایا	نمودار تاثیر اعداد سی. اف. ال و ضریب تراکم مصنوعی
شکل ۳ (الف)	۱۰	۶	NACA0012	پایا	نمودار توزیع ضریب فشار
شکل ۳ (ب)	۴/۵	۲/۸۸	NACA0012	پایا	نمودار توزیع ضریب فشار
شکل ۴	۸	۵/۲۵	ONERA-A	پایا	نمودار توزیع ضریب فشار
شکل ۵	۲۰	۵/۲۵	ONERA-A	پایا	کانتورهای سرعت، فشار، لزجت و خطوط جریان
شکل ۶	۱۰	۶	NACA0012	پایا	نمودار توزیع ضریب فشار و تاریخچه باقی مانده
شکل ۷	۴/۵	۲/۸۸	NACA0012	پایا	نمودار توزیع ضریب فشار و تاریخچه باقی مانده
شکل ۸	۸	۵/۲۵	ONERA-A	پایا	نمودار توزیع ضریب فشار و تاریخچه باقی مانده
شکل ۹ (الف)	۰	۶	NACA0012	پایا	نمودار تاریخچه باقی مانده
شکل ۹ (ب)	۱۲	۱	ONERA-A	پایا	نمودار تاریخچه باقی مانده
شکل ۱۰	۰	۱	NACA0012	ناپایا	نمودار تغییرات ضرایب برآ، پسا و فشار متوسط
شکل ۱۱	۵	۵	NACA0012	ناپایا	نمودار تغییرات ضرایب برآ و پسا
شکل ۱۲	۱۲	۱	NACA0012	ناپایا	نمودار تغییرات ضرایب برآ و فشار متوسط
شکل ۱۳ (الف)	۵	۱	NACA0012	ناپایا	نمودار تاریخچه باقی مانده
شکل ۱۳ (ب)	۱۰	۱	NACA0012	ناپایا	نمودار تاریخچه باقی مانده
شکل ۱۴	۱۸	۶	NACA0012	ناپایا	کانتورهای سرعت، فشار و خطوط جریان

بر سرعت همگرایی در جریان پایای آشفته در $Re=6 \times 10^6$ و زاویه حمله^۱ ۱۰ درجه برای ایرفویل NACA0012 صورت گرفت که نتایج حاصل در شکل ۲ (الف) نشان می‌دهد، استفاده از مقادیر کوچک باعث واگرایی روش عددی می‌شود و با افزایش در مقادیر عدد سی. اف. ال تا یک مقدار مشخص می‌توان سرعت همگرایی روش عددی افزایش داد؛ اما با افزایش بیشتر مقدار عدد سی. اف. ال مقدار خطای روش عددی از یک محدوده خاص کمتر نخواهد شد. مطالعه دیگری نیز روی تاثیر ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی (β^2) در همان شرایط قبلی روی سرعت همگرایی روش عددی انجام شد که در شکل ۲ (ب) نشان داده شده است. نتایج بیانگر این موضوع هستند که با افزایش مقادیر ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی سرعت همگرایی افزایش می‌یابد و با رسیدن به یک مقدار مشخص این افزایش در سرعت همگرایی متوقف شده و سرعت همگرایی ثابت می‌ماند. با توجه به مطالب بیان شده و همچنین شکل ۲، در ادامه این مطالعه، از مقدار 0.09 برای سی. اف. ال و برای ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی (β^2) از مقدار 10 استفاده شده است.

بر سرعت همگرایی در جریان پایای آشفته در $Re=6 \times 10^6$ و زاویه حمله^۱ ۱۰ درجه برای ایرفویل NACA0012 صورت گرفت که نتایج حاصل در شکل ۲ (الف) نشان می‌دهد، استفاده از مقادیر کوچک باعث واگرایی روش عددی می‌شود و با افزایش در مقادیر عدد سی. اف. ال تا یک مقدار مشخص می‌توان سرعت همگرایی روش عددی افزایش داد؛ اما با افزایش بیشتر مقدار عدد سی. اف. ال مقدار خطای روش عددی از یک محدوده خاص کمتر نخواهد شد. مطالعه دیگری نیز روی تاثیر ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی

¹Angle of attack (AOA)



شکل ۱: (a) نمایی نزدیک از شبکه‌بندی حول ایرفویل NACA0012؛ (b) نمایی نزدیک از شبکه‌بندی حول ایرفویل ONERA-A در لبه حمله؛ (c) نمایی نزدیک از شبکه‌بندی حول ایرفویل ONERA-A

سلول‌های لایه مرزی ایرفویل ONERA-A در لبه حمله

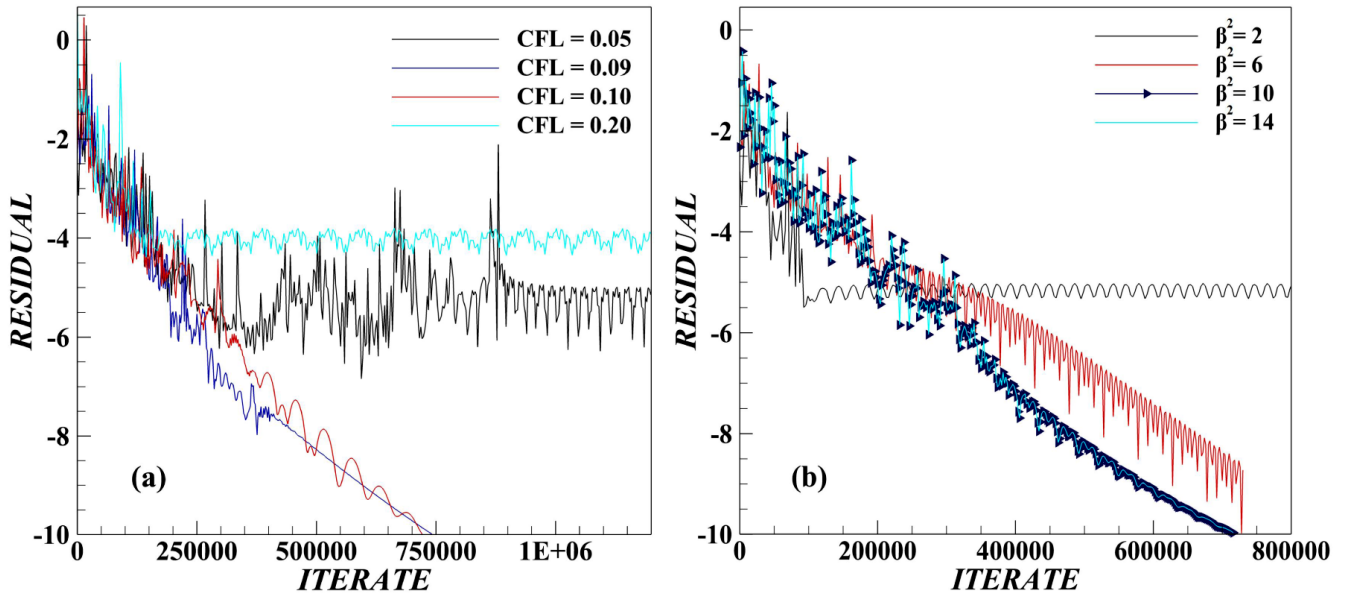
Fig. 1. a) A close-up view of computational grid around NACA0012 airfoil, b) A close-up view of computational grid around ONERA-A airfoil, c) A close-up view of boundary layer cells around ONERA-A airfoil on the leading edge

۵-۱- جریان پایا

قابل قبولی می‌باشد.

در شکل ۵، نمونه‌ای از کانتور فشار به همراه خطوط جریان، کانتور سرعت در جهت محور x ها، کانتور سرعت در جهت محور y ها و همچنین کانتور لزجت آشفته برای ایرفویل ONERA-A در زاویه حمله ۲۰ درجه و رینولدز $Re=5/25 \times 10^6$ آورده شده است. نتایج ارائه شده الگوی جدایش جریان، گردابه‌ها و گردیدان‌های سرعت منفی در لبه فرار ایرفویل را به تصویر کشیده است. همانطور که مشاهده می‌شود، مقدار لزجت گردابه‌ای در پشت ایرفویل افزایش چشم‌گیری داشته است و در محل تشکیل گردابه و جدایش

برای نمایش دقت مطالعه حاضر برای شبیه‌سازی عددی جریان آشفته پایا، توزیع فشار روی ایرفویل NACA0012 در دو عدد رینولدز $2/88 \times 10^6$ و 6×10^6 و در زوایای حمله ۱۰ و ۵/۴ درجه با مطالعات آزمایشگاهی مرجع [۲۱] و همچنین توزیع فشار روی ایرفویل ONERA-A در عدد رینولدز $Re=5/25 \times 10^6$ و زاویه حمله ۸ درجه با مطالعه آزمایشگاهی مرجع [۲۲] مقایسه گردیده است (شکل‌های ۳ و ۴). آن‌گونه که این شکل‌ها نشان می‌دهد، نتایج به دست آمده در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی دارای دقت

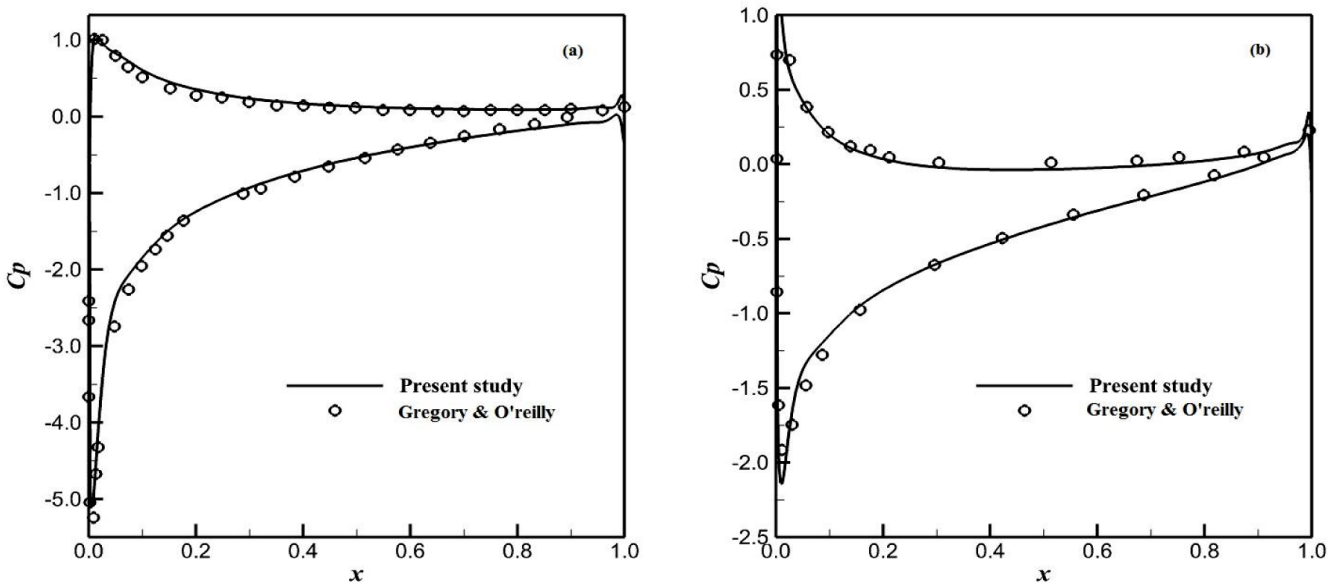


شکل ۲: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012؛ (a) تاثیر تغییرات عدد سی. اف. ال بر سرعت همگرایی روش عددی، (b) تاثیر تغییرات ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی بر سرعت همگرایی روش عددی

Fig. 2. The results of steady turbulent flow around NACA0012 airfoil; a) The effect of variation of CFL number on convergence rate of the numerical method, b) The effect of variation of artificial compressibility coefficient on convergence rate of the numerical method

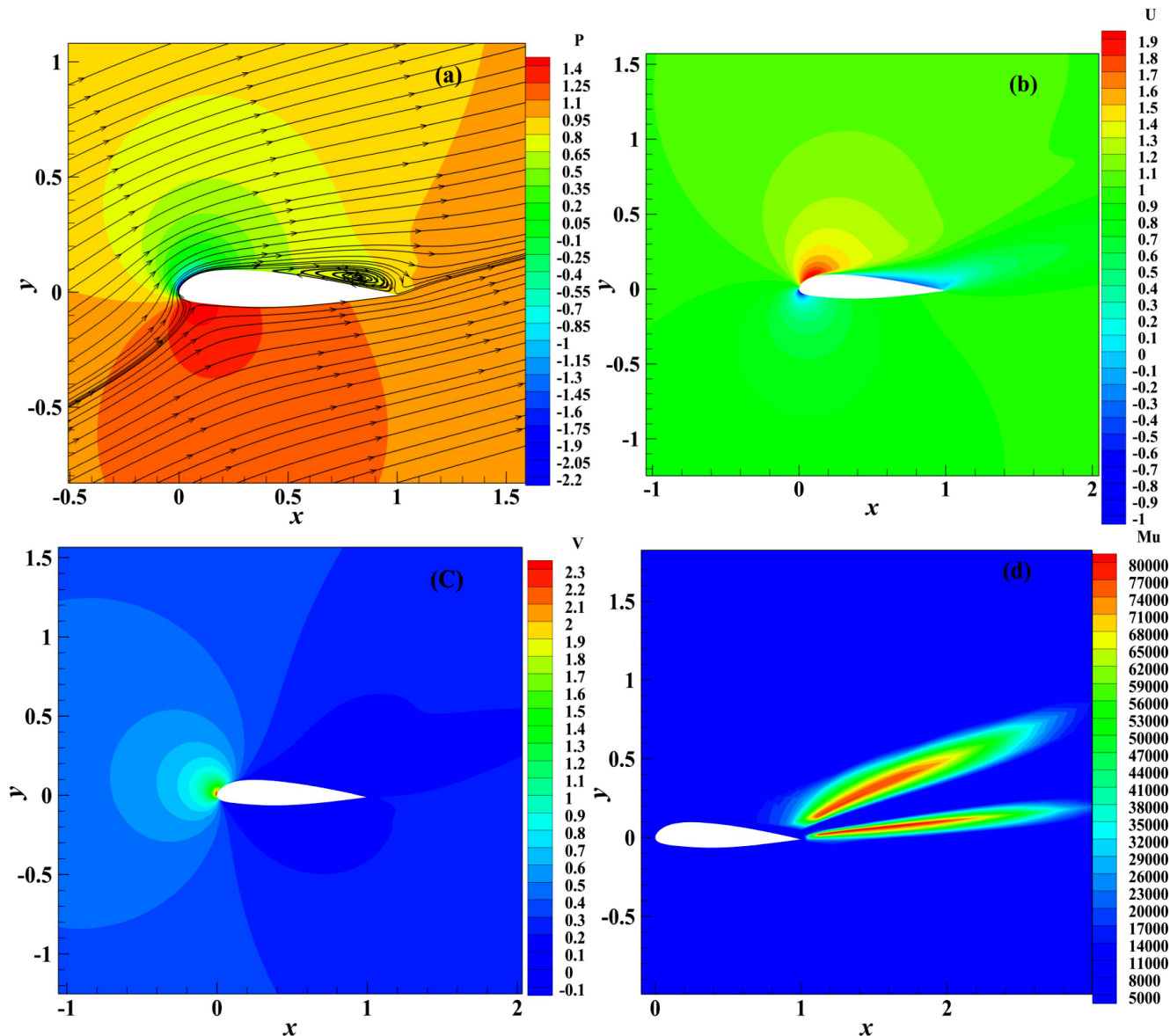
روی دقت حل و سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکیب NACA0012 در زاویه حمله 10° و $Re=6 \times 10^6$ نشان داده شده است. همانطور که مشهود است افزایش توان باعث افزایش

جریان، بیشترین مقدار لزجت گردابه‌ای به دست می‌آید که این افزایش مقدار لزجت گردابه‌ای با کاهش سرعت و افزایش فشار همراه است. در شکل ۶، تأثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط محلی



شکل ۳: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012؛ (a) توزیع ضریب فشار روی ایرفویل در $AOA=10^\circ$ و $Re=6 \times 10^6$ ؛ (b) توزیع ضریب فشار روی ایرفویل در $AOA=5.4^\circ$ و $Re=2.88 \times 10^6$

Fig. 3. The results of steady turbulent flow around NACA0012 airfoil; a) Distribution of pressure coefficient on airfoil at $Re=6 \times 10^6$ and $AOA=10^\circ$, b) Distribution of pressure coefficient on airfoil at $Re=2.88 \times 10^6$ and $AOA=5.4^\circ$



شکل ۵: نتایج جریان پایای آشسته عبوری از ایرفویل ONERA-A در $AOA=20^\circ$ و $Re=5.25 \times 10^6$ ؛ (a) کانتور فشار همراه با خطوط جریان، (b) کانتور سرعت در جهت محور x ها، (c) کانتور سرعت در جهت محور y ها، (d) کانتور لزجت آشسته

Fig. 5. The results of steady turbulent flow around ONERA-A airfoil at $Re=5.25 \times 10^6$ and $AOA=20^\circ$; a) Pressure contour with streamlines, b) u -velocity contour, c) v -velocity contour, d) Eddy viscosity contour

نشان می‌دهد. مانند شکل ۶ استفاده از روش پیش شرط توانی بدون تأثیر در دقت حل عددی، موجب افزایش سرعت همگرایی (بیش از ۵۰ درصد کاهش در تعداد گام‌های تکرار حل مسئله) نسبت به روش ترکل گردیده است و کاهش نوسانات خطای حل عددی را نیز در پی داشته است. شکل ۸ نیز تأثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش شرط محلی را روی دقت حل و سرعت همگرایی آن (۲۱ درصد کاهش تعداد گام‌های تکرار حل مسئله) در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل در $Re=5.25 \times 10^6$ و زاویه حمله ۸ درجه رای ایرفویل ONERA-A نشان می‌دهد. مشخص است که استفاده از روش پیش شرط توانی برای این ایرفویل نیز بدون تأثیر در جواب حل عددی،

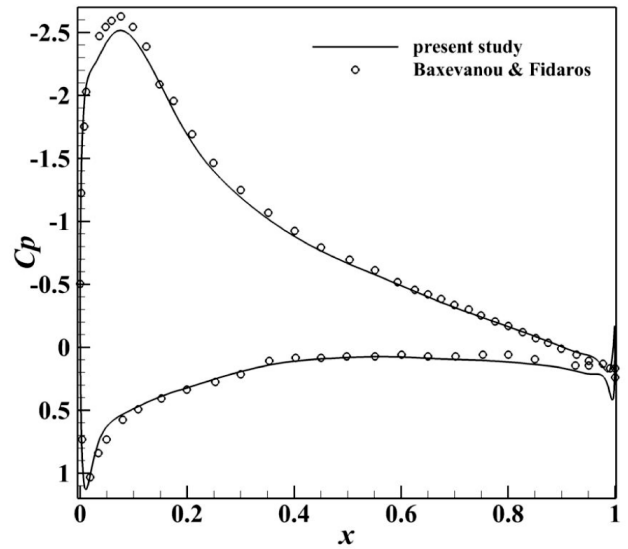
سرعت همگرایی (۳۷ درصد کاهش در تعداد گام‌های تکرار حل مسئله) و کاهش نوسانات خطای عددی در رسیدن به همگرایی شده است. اگرچه توان انتخاب شده بهینه نبوده و برای مسائل متفاوت ممکن است متفاوت باشد اما نکته قابل توجه این است که تغییر در مقدار ضریب پیش شرط توانی تقریباً تأثیری در دقت حل نداشته و تعیین مقادیر مناسب آن تأثیر به سزایی در افزایش سرعت همگرایی خواهد داشت.

شکل ۷، تأثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش شرط توانی را روی دقت حل و سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل در $Re=2.18 \times 10^6$ و زاویه حمله ۵/۴ درجه برای ایرفویل NACA0012

ایرفویل‌های ONERA-A و NACA0012 در رینولدزهای 6×10^6 و 1×10^6 و زوایای حمله ۱۲ و صفر درجه ارائه شده است. همان‌طور که مشخص است استفاده از روش پیش‌شرط توانی به خوبی تعداد گام‌های حل عددی را کاهش داده و موجب همگرایی سریع‌تر روش عددی گردیده است. به‌طور خاص در مورد ایرفویل ONERA-A این کاهش در تعداد گام‌های حل تکراری به میزان ۲۰ درصد برای بهترین توان می‌باشد. همچنین در مورد ایرفویل NACA0012 میزان کاهش در تعداد گام‌های تکراری بیش از ۳۴ درصد است که به کاهش نوسات خطای عددی نیز منجر شده است.

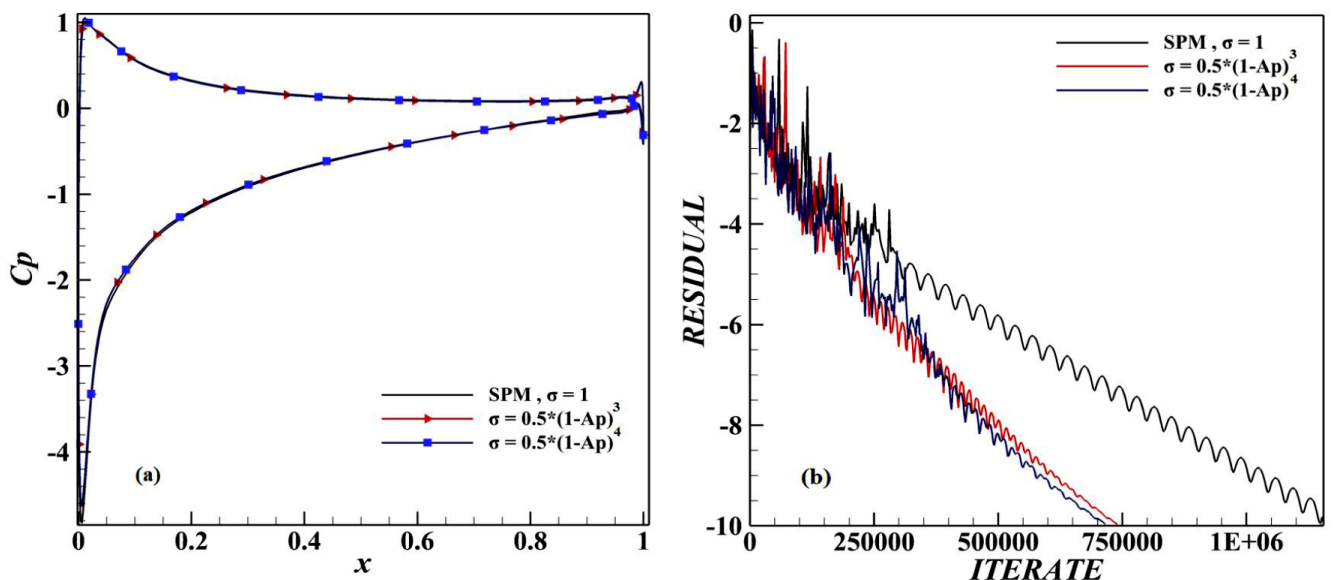
۵-۲- جریان ناپایا

برای نمایش دقت مطالعات حاضر در جریان آشفته ناپایا، تغییرات ضریب فشار متوسط (C_p) روی سطح ایرفویل و تغییرات ضریب برآ (C_l) و پسا (C_d) نسبت به زمان روی ایرفویل NACA0012 در زوایای حمله صفر و ۵ و ۱۲ درجه و اعداد رینولدز مختلف (با توجه به مقادیر موجود در جدول ۱ با مطالعات سایر محققین مقایسه شده است (شکل‌های ۱۰ تا ۱۲). شکل ۱۰ تغییرات ضریب برآ و پسا در $Re=1 \times 10^6$ و زاویه حمله صفر درجه برای ایرفویل NACA0012 در مقایسه با مطالعات آزمایشگاهی مرجع [۲۳] را نشان می‌دهد و همان‌طور که مشخص است تغییرات ضریب پسا نسبت به زمان دارای اختلاف اندکی با مقدار متوسط زمانی نتایج آزمایشگاهی است؛ اما تغییرات ضریب برآ نسبت به زمان انطباق بسیار خوبی با مقدار متوسط زمانی نتایج آزمایشگاهی دارد. همچنین تغییرات ضریب فشار متوسط در



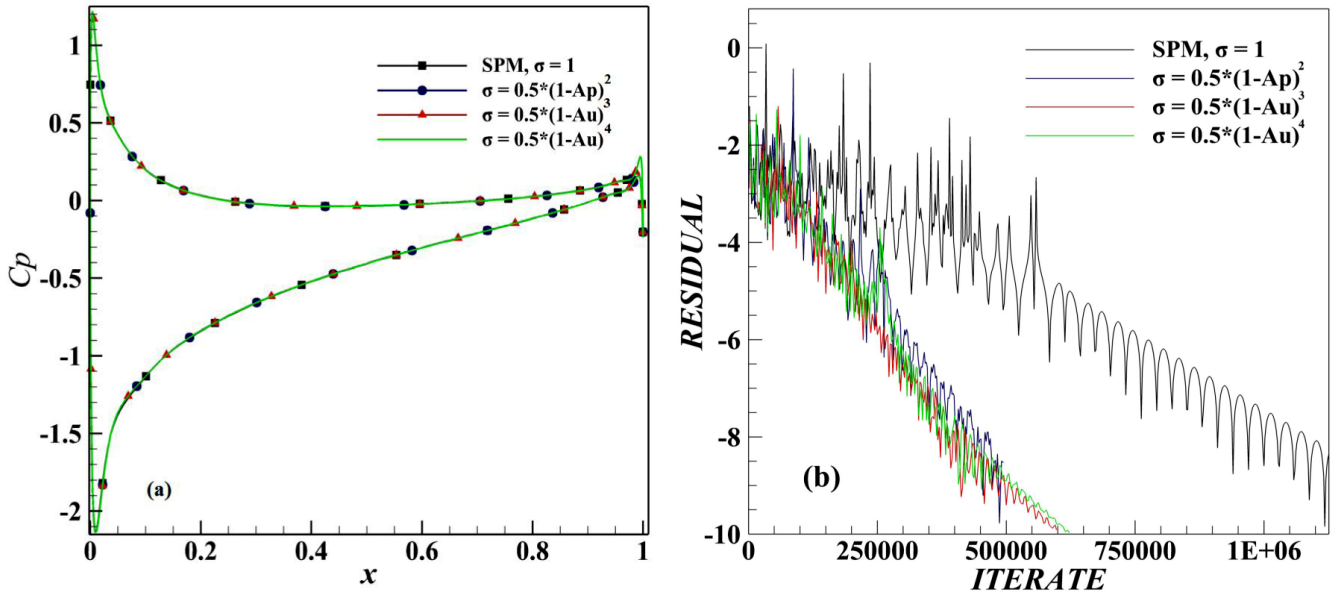
شکل ۴: نتایج توزیع ضریب فشار برای جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل ONERA-A در $AOA = 8^\circ$ و $Re = 5.25 \times 10^6$

کاهش در نوسانات خطا حتی بیشتر از ایرفویل متقارن NACA0012 را موجب شده است. در شکل ۹، تأثیر مقادیر متفاوت توان معادله ضریب پیش‌شرط محلی روی سرعت همگرایی آن در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل برای



شکل ۶: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012؛ (a) توزیع ضریب فشار روی ایرفویل در $AOA=10^\circ$ و $Re=6 \times 10^6$ تاریخچه باقی‌مانده (b)

Fig. 6. The results of steady turbulent flow around NACA0012 airfoil; a) Distribution of pressure coefficient on airfoil at $Re=6 \times 10^6$ and $AOA=10^\circ$, b) The history of residual

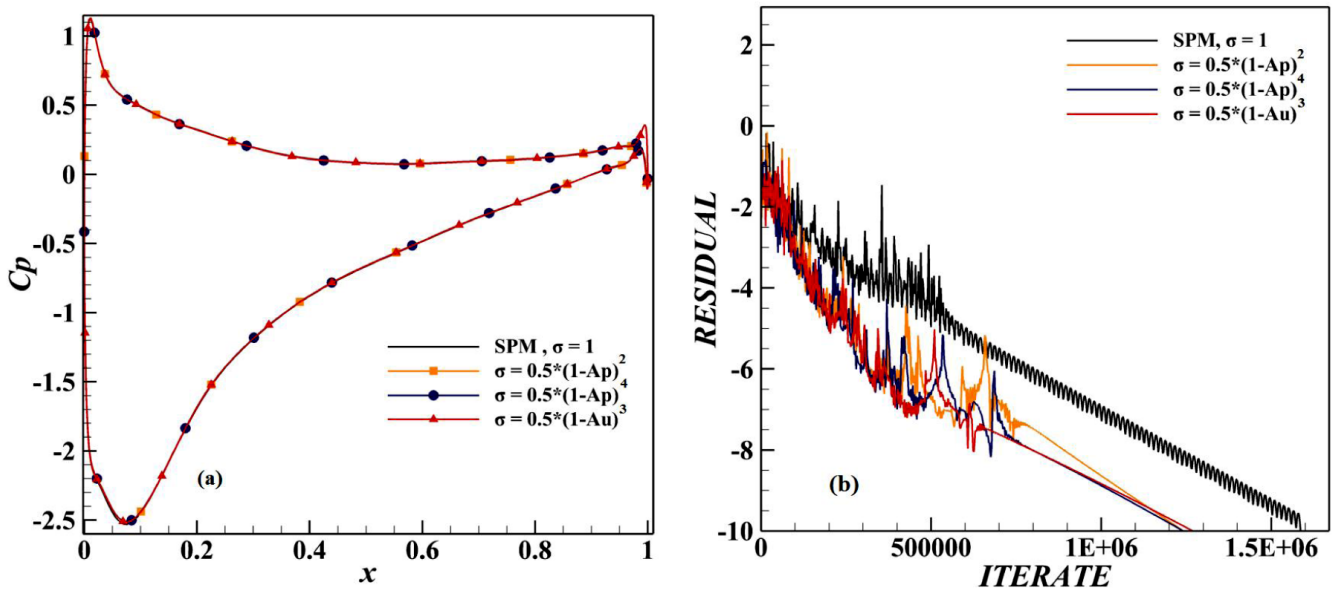


شکل ۷: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012؛ (a) توزیع ضریب فشار روی ایرفویل در $AOA=5/4$ درجه و $Re=2/88 \times 10^6$ ؛ (b) تاریخچه باقی‌مانده

Fig. 7. The results of steady turbulent flow around NACA0012 airfoil; a) Distribution of pressure coefficient on airfoil at $Re=2.88 \times 10^6$ and $AOA=5.4^\circ$, b) The history of residual

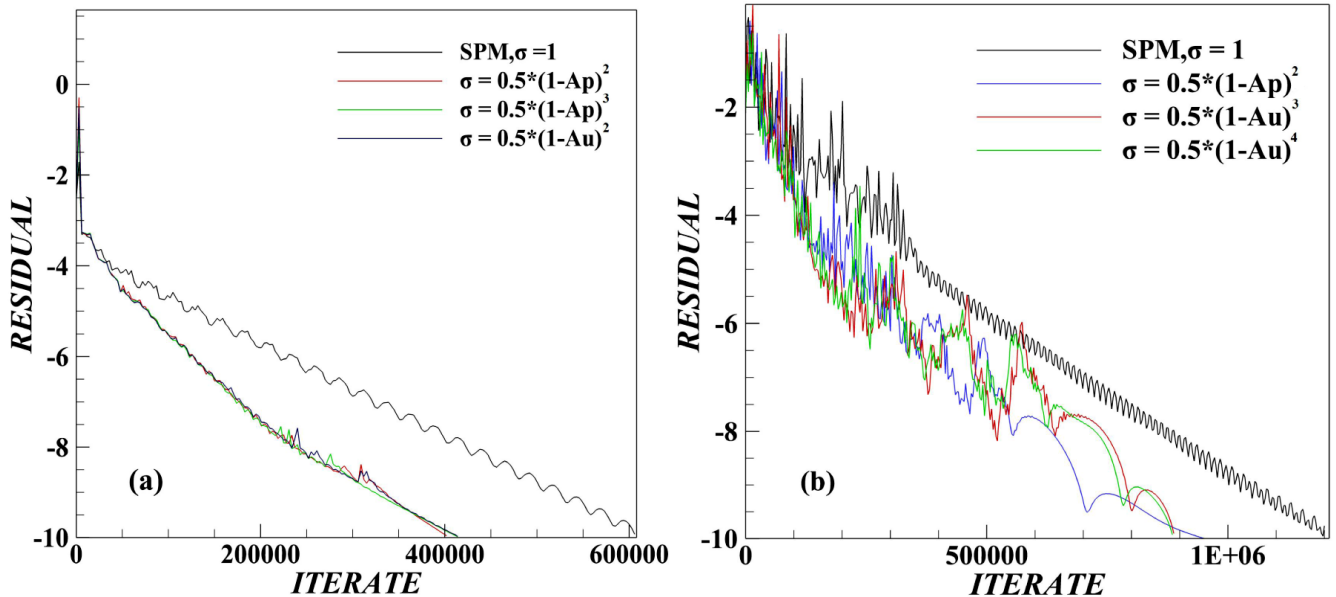
آزمایشگاهی مرجع [۲۳] آورده شده است. نتایج مربوط به ضریب برآ اختلاف اندکی با نتایج را نشان می‌دهد و نتایج مربوط به ضریب پسا انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی همان مرجع دارد. شکل ۱۲، تغییرات ضریب برآ نسبت به زمان و تغییرات ضریب فشار روی سطح ایرفویل NACA0012 در زاویه

مقایسه با نتایج مطالعات عددی مرجع [۲۴] در همان شکل نشان داده شده است که انطباق بسیار خوبی با نتایج مرجع عددی را نشان می‌دهد. در شکل ۱۱، تغییرات ضریب برآ و پسا نسبت به زمان برای $Re=5 \times 10^6$ و زاویه حمله ۵ درجه روی ایرفویل NACA0012 در مقایسه با نتایج



شکل ۸: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل ONERA-A (a) توزیع ضریب فشار روی ایرفویل در $AOA=8$ درجه و $Re=5/25 \times 10^6$ ؛ (b) تاریخچه باقی‌مانده

Fig. 8. The results of steady turbulent flow around ONERA-A airfoil; a) Distribution of pressure coefficient on airfoil at $Re=5.25 \times 10^6$ and $AOA=8^\circ$, b) The history of residual



شکل ۹: نتایج جریان پایای آشفته (a) تاریخچه باقی‌مانده برای ایرفویل NACA0012 در $AOA=0^\circ$ و $Re=6 \times 10^6$ ؛ (b) تاریخچه باقی‌مانده برای ایرفویل ONERA-A در $AOA=12^\circ$ و $Re=1 \times 10^6$

Fig. 9. The results of steady turbulent flow; a) The history of residual for NACA0012 airfoil at $Re=6 \times 10^6$ and $AOA=0^\circ$, b) The history of residual for ONERA-A airfoil at $Re=1 \times 10^6$ and $AOA=12^\circ$

می‌یابد و سپس در زمانی مشخص (که بستگی به زاویه حمله و عدد رینولدز دارد) تجزیه شده، ابعاد آن کاهش می‌یابد و به بالادست منتشر می‌گردد (پدیده انتشار گردابه^۱) و این اتفاق به صورت نوسانی ادامه خواهد داشت. در حقیقت عامل اصلی نوسانی بودن ضرایب برآ و پسا، همین نوسانی بودن الگوی جریان و رفتار گردابه‌ها می‌باشد.

جدول ۲، میزان تأثیر روش پیش‌شرط توانی در مقایسه با روش ترکل برای ایرفویل‌های NACA0012 و ONERA-A در رینولدزها و زوایای حمله مختلف در جریان آشفته پایا و ناپایا را نشان می‌دهد. مقایسه بین روش پیشنهادی ترکل و ضریب بهینه معادله پیش‌شرط توانی به خوبی میزان کاهش در تعداد گام تکرار حل عددی و زمان واحد پردازش مرکزی^۲ را نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر گزارش شده در جدول ۲، در جریان پایا حداکثر ۵۶ درصد بهبود در تعداد گام‌های حل عددی و ۵۲ درصد بهبود در میزان زمان واحد پردازش مرکزی برای همان نمونه گزارش شده است. در جریان ناپایا نیز استفاده از روش پیش‌شرط توانی در مقایسه با روش پیشنهادی ترکل حدود ۱۷ درصد موجب تسریع همگرایی و توأمافاً افزایش پایداری حل عددی شده است.

۶- نتیجه گیری

در مطالعه حاضر، برای نخستین بار از روش پیش‌شرط توانی محلی در شبیه‌سازی عددی جریان‌های آشفته پایا و ناپایا در اعداد رینولدز بالا

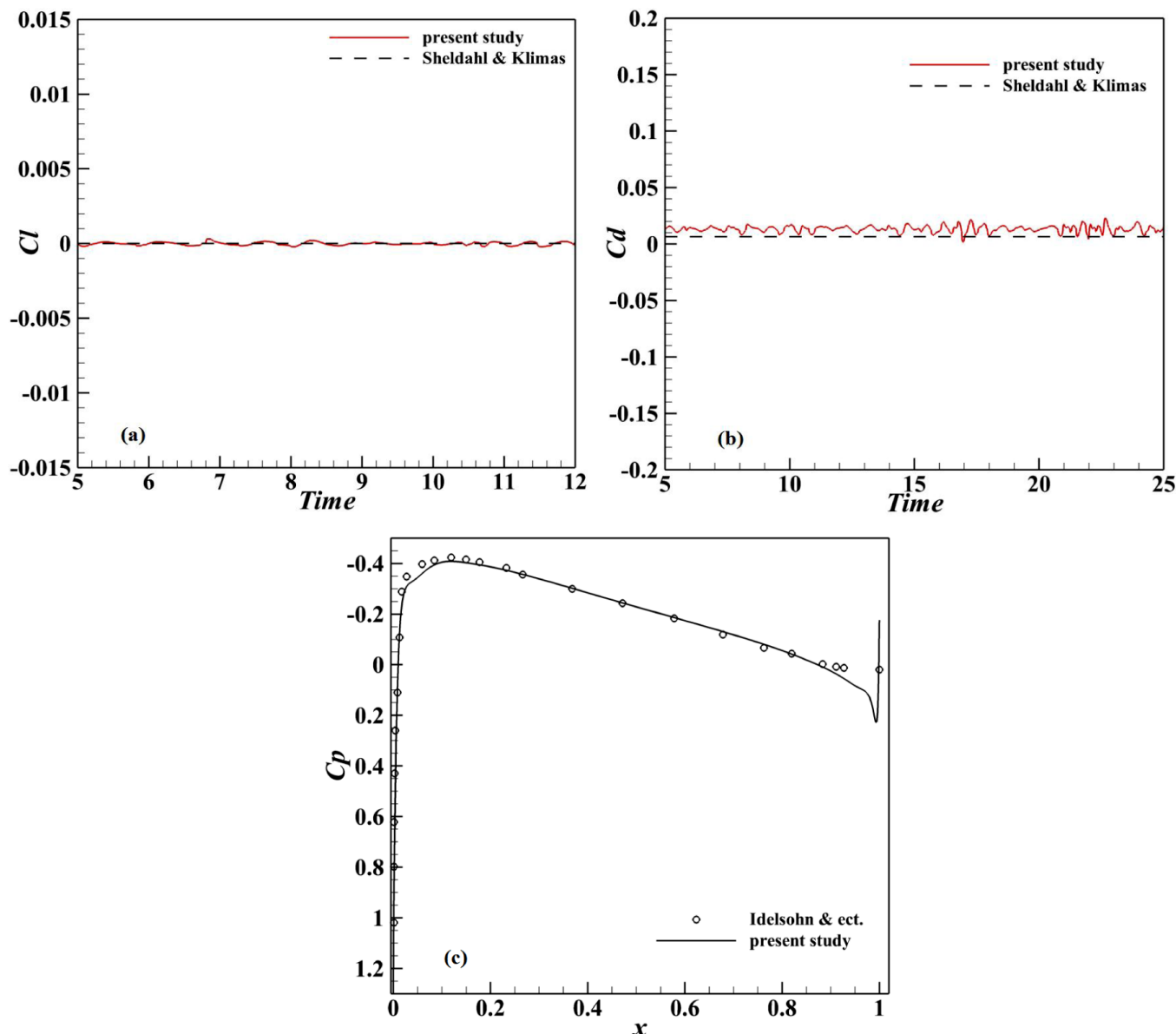
حمله ۱۲ درجه و $Re=1 \times 10^6$ را نشان می‌دهد که ضریب برآ با مطالعات آزمایشگاهی شدال و کلیماس [۲۳] و مطالعات عددی جین و برازا [۲۵] مقایسه و ضریب فشار متوسط با مطالعات عددی جین و برازا [۲۵] مقایسه شده است که هردوی آن‌ها دارای انطباق خوبی با نتایج عددی هستند.

شکل ۱۳، نتایج تاریخچه باقی‌مانده براساس تعداد گام تکرار برای جریان آشفته ناپایا را در سه گام زمانی حقیقی در رینولدز $Re=1 \times 10^6$ و زوایای حمله ۵ و ۱۰ درجه برای ایرفویل NACA0012 نشان می‌دهد. استفاده از روش پیشنهادی ترکل باعث عدم همگرایی روش عددی در رینولدز $Re=1 \times 10^6$ و زاویه حمله ۵ درجه گردیده است و عملاً هیچ گام زمانی حقیقی طی نشده است، این در حالی است که استفاده از روش پیش‌شرط توانی موجب همگرایی حل عددی گردیده است. در واقع استفاده از روش پیش‌شرط توانی علاوه بر افزایش سرعت همگرایی (رینولدز $Re=1 \times 10^6$ و زاویه‌ی حمله ۱۰ درجه) می‌تواند سبب بهبود پایداری حل عددی نیز گردد. در شکل ۱۴، کانتور فشار به همراه خطوط جریان، کانتور سرعت در جهت محور x ها و کانتور سرعت در جهت محور y ها برای ایرفویل NACA0012 در زاویه حمله ۱۸ درجه رینولدز $Re=6 \times 10^6$ در زمان بی‌بعد $t=20$ آورده شده است. خطوط جریان و گردابه‌های ایجاد شده در پشت ایرفویل به خوبی قابل مشاهده هستند.

یکی از مسائل مورد توجه در حل جریان‌های ناپایا، نحوه تغییر شکل گردابه‌های تشکیل شده و تغییرات الگوی خطوط جریان در گذر زمان می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود دو گردابه تشکیل شده روی سطح فوقانی ایرفویل با گذر زمان رشد کرده و ابعاد آن‌ها افزایش

^۱Vortex shedding

^۲Central Processing Unit (CPU)

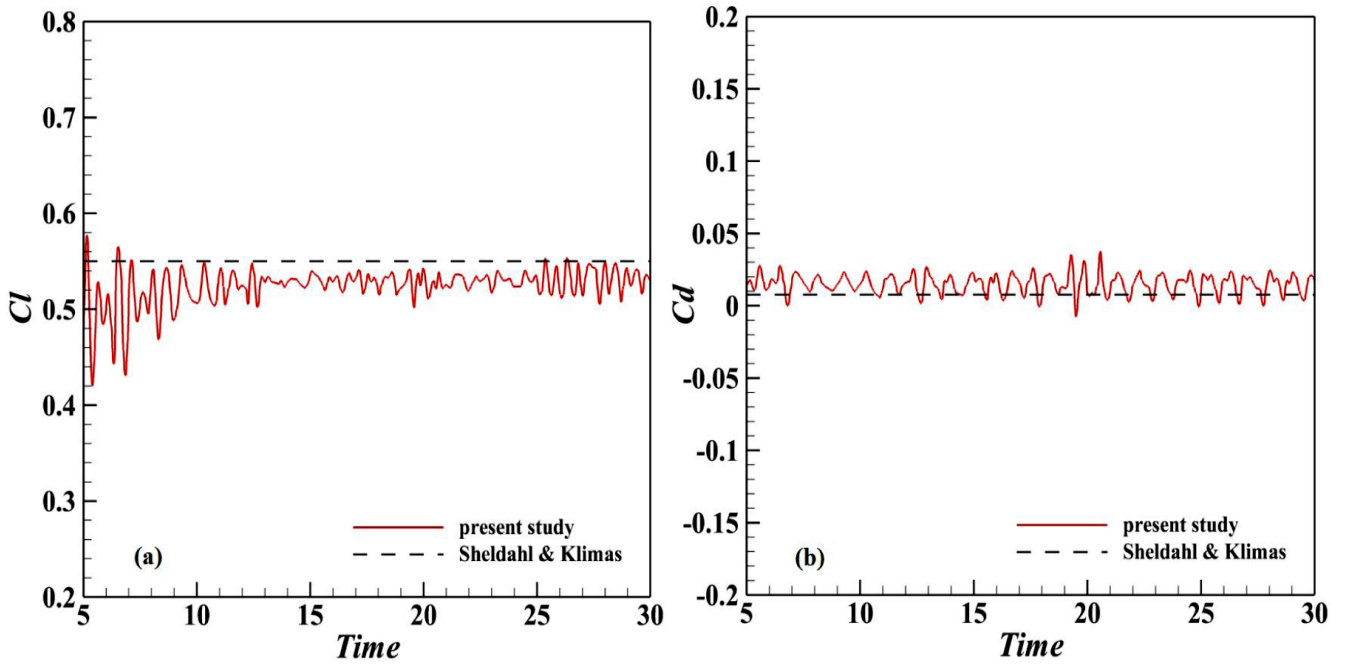


شکل ۱۰: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA=0^\circ$ و $Re=1 \times 10^6$: (a) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان، (b) تغییرات ضریب پسا (C_d) نسبت به زمان (c) تغییرات توزیع ضریب فشار متوسط (C_p) روی سطح ایرفویل

Fig. 10. The results of unsteady turbulent flow around NACA0012 airfoil at $Re=1 \times 10^6$ and $AOA=0^\circ$; a) The variation of lift coefficient (C_l) over time, b) The variation of drag coefficient (C_d) over time, c) The variation of distribution of the mean pressure coefficient (C_p) on airfoil surface

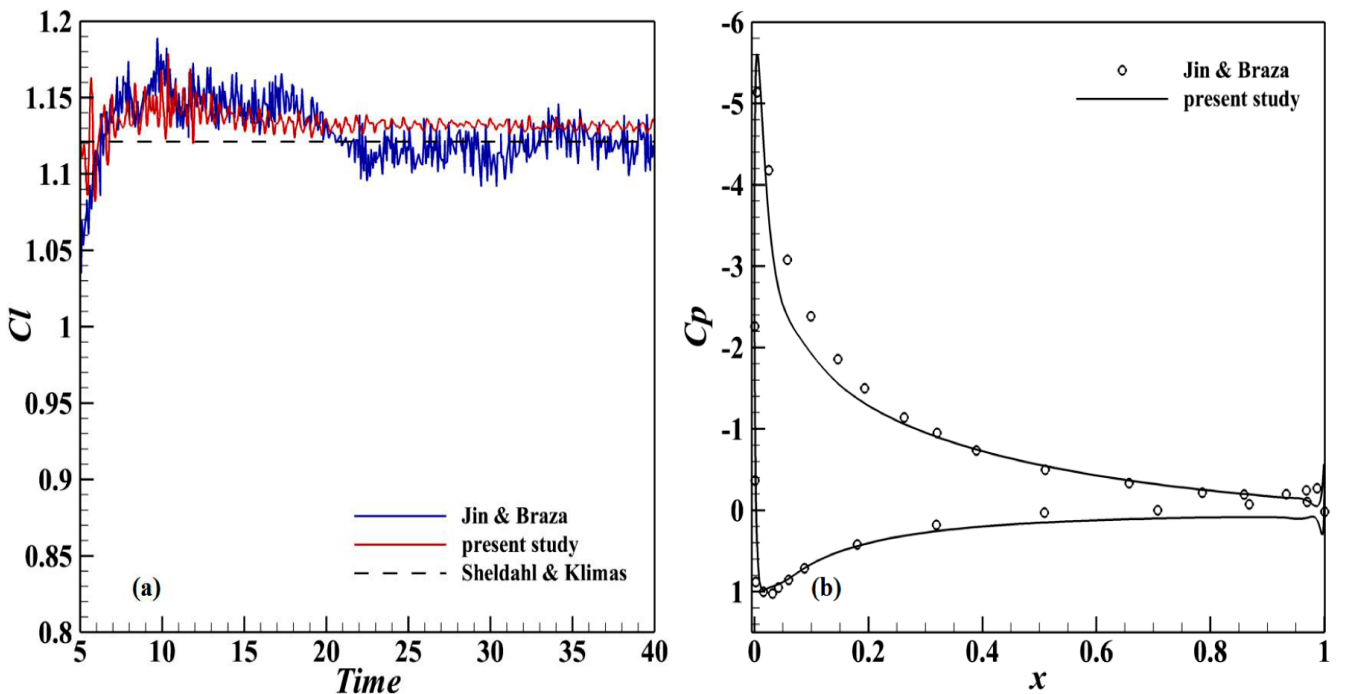
موجود در مراجع دیگر نشان می‌دهد که الگوریتم عددی حاضر و ترکیب آن با پیش‌شرط‌سازی توانی محلی، دقت و پایداری قابل قبولی در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر آشفته پایا و ناپایا پیرامون ایرفویل‌های متفاوت در زوایای حمله و اعداد رینولدز مختلف را داراست. همچنین نتایج نشان می‌دهد که ضریب پیش‌شرط‌سازی توانی محلی تاثیر بسزایی روی افزایش سرعت همگرایی دارد به‌گونه‌ای که بین ۱۷ تا ۵۶ درصد تعداد گام‌های تکرار حل مساله و بین ۱۶ تا ۵۲ درصد زمان مصرفی واحد پردازش مرکزی را در مقایسه با سایر روش‌های پیش‌شرط تقلیل داده است.

($Re > 10^6$) استفاده شده است. روش عددی به کار گرفته شده در این شبیه‌سازی‌ها، روش عددی حجم محدود جیمسون از نوع cell-center می‌باشد. برای جریان‌های پایا، جهت دستیابی به جواب دائمی، حل در زمان مجازی پیش‌رفته تا به جوابی پایا همگرا گردد. برای شبیه‌سازی جریان ناپایا از یک الگوریتم ضمنی دو زمانه استفاده شده است. موارد آزمون انتخاب شده در این تحقیق، جریان‌های آشفته پیرامون ایرفویل‌های NACA0012 و ONERA-A در زوایای حمله و اعداد رینولدز مختلف می‌باشند. مقایسه نتایج به دست آمده از این تحقیق با مطالعات تجربی و عددی



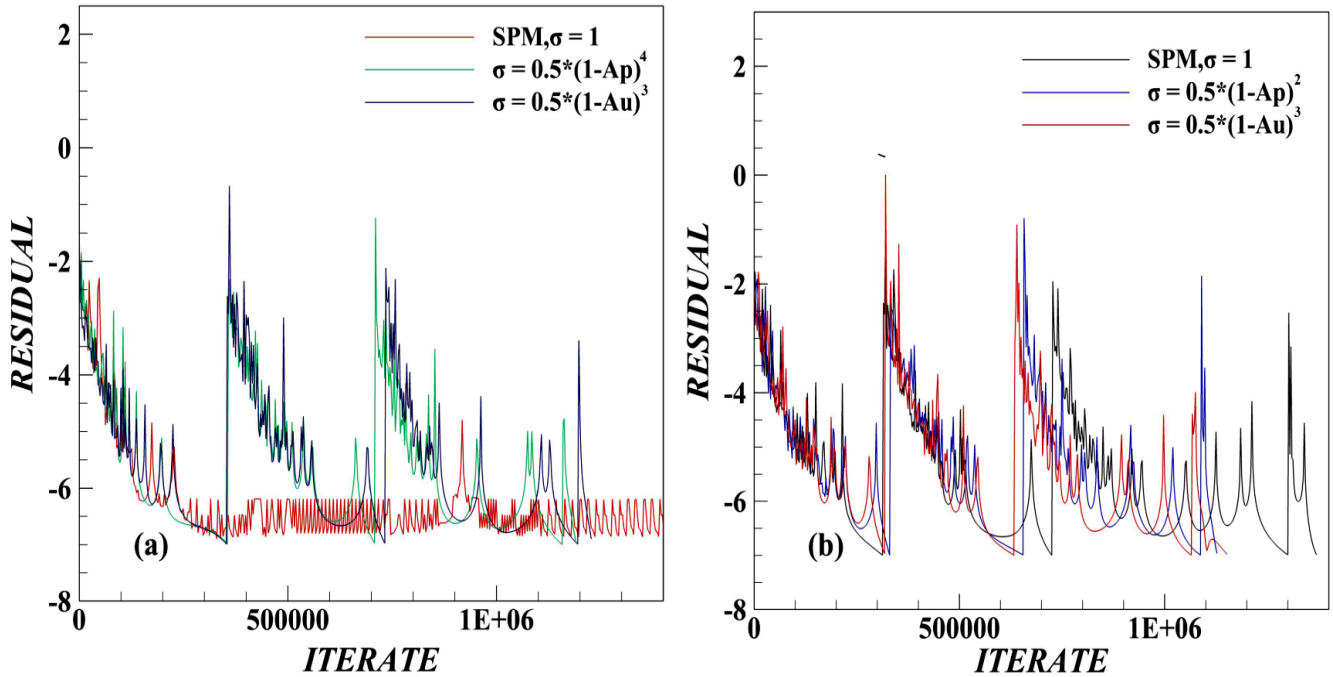
شکل ۱۱: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 درجه و $Re=5 \times 10^6$ ؛ (a) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان، (b) تغییرات ضریب پسا (C_d) نسبت به زمان

Fig. 11. The results of unsteady turbulent flow around NACA0012 airfoil at $Re=5 \times 10^6$ and $AOA=5^\circ$; a) The variation of lift coefficient (C_l) over time, b) The variation of drag coefficient (C_d) over time



شکل ۱۲: نتایج جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 درجه و $Re=1 \times 10^6$ ؛ (a) تغییرات ضریب برآ (C_l) نسبت به زمان، (b) تغییرات توزیع ضریب فشار متوسط (C_p) روی سطح ایرفویل

Fig. 12. The results of unsteady turbulent flow around NACA0012 airfoil at $Re=1 \times 10^6$ and $AOA=12^\circ$; a) The variation of lift coefficient (C_l) over time, b) The variation of distribution of the mean pressure coefficient (C_p) on airfoil surface



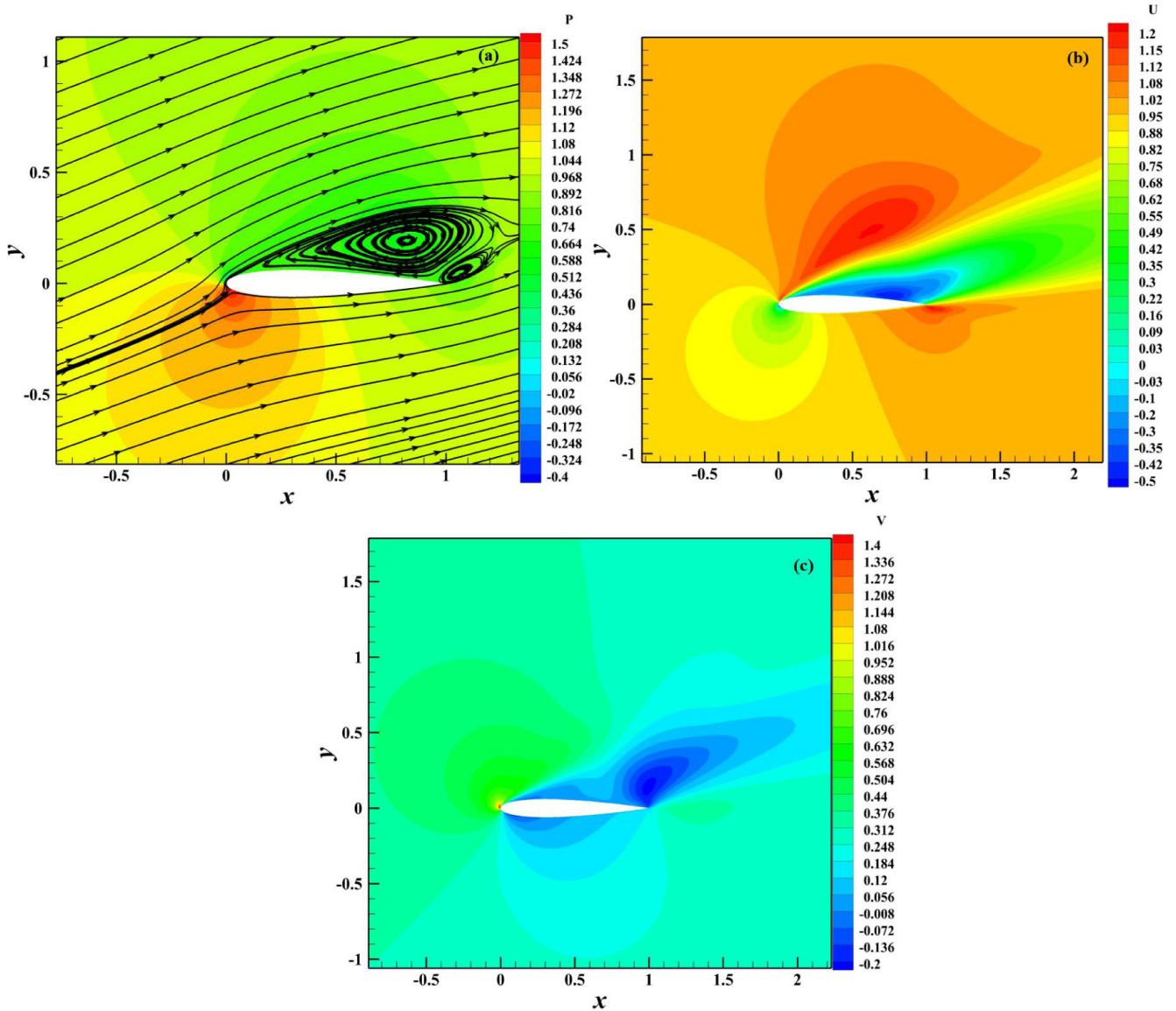
شکل ۱۳: نتایج تاریخچه باقی مانده برای جریان ناپایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 برای سه گام زمانی حقیقی (a) در $AOA=5^\circ$ و $Re=1 \times 10^6$ (b) در $AOA=10^\circ$ و $Re=1 \times 10^6$

Fig. 13. The history of residual for unsteady turbulent flow around NACA0012 airfoil at three real time step; a) $Re=1 \times 10^6$ and $AOA=5^\circ$, b) $Re=1 \times 10^6$ and $AOA=10^\circ$

جدول ۲: میزان تأثیر روش پیش شرط ارائه شده در کاهش تعداد گام حل عددی و زمان سی. پی. یو

Table 2. The effect of the presented preconditioning method on the reduction of iteration number of numerical method and CPU time

کاهش زمان (%)	زمان سی. پی. یو. روش پیش شرط محلی (sec)	زمان سی. پی. یو. روش ترکل (sec)	کاهش تعداد تکرار (%)	تعداد گام تکرار روش پیش شرط محلی	تعداد گام تکرار روش ترکل	عدد رینولدز ($\times 10^6$)	زاویه حمله (درجه)	نوع ایرفویل
۳۵	۱۷۱۰۷۷	۲۶۴۷۵۵	۳۷	۷۱۷۵۲۰	۱۱۵۶۴۹۰	۶	۱۰	NACA0012
۵۲	۱۸۹۸۷۱	۳۹۲۲۴۱	۵۶	۴۹۵۵۲۰	۱۱۳۴۴۱۰	۸۸/۲	۴/۵	NACA0012
۳۳	۸۷۳۶۹	۱۲۹۸۱۳	۳۴	۴۰۴۷۴۰	۶۰۸۰۲۰	۶	۰	NACA0012
۲۰	۳۷۸۶۹۷	۴۷۳۰۱۶	۲۱	۱۲۴۱۳۶۰	۱۵۸۶۲۶۰	۲۵/۵	۸	ONERA-A
۲۰	۲۸۳۳۵۴	۳۵۱۷۴۷	۲۰	۹۵۱۲۴۰	۱۲۰۱۱۷۰	۱	۱۲	ONERA-A
—	۴۷۵۶۹۹	—	—	۱۱۹۱۵۹۰	—	۱	۵	NACA0012
۱۶	۲۸۷۵۷۶	۳۴۴۶۰۹	—	۱۱۲۹۱۶۰	۱۳۷۰۸۸۰	۱	۱۰	NACA0012



شکل ۱۴: نتایج جریان پایای آشفته عبوری از ایرفویل NACA0012 در $AOA=18^\circ$ و $Re=6 \times 10^6$ در زمان بی‌بعد ۲۰ (a) کانتور فشار همراه با خطوط جریان، (b) کانتور سرعت در جهت محور x ؛ (c) کانتور سرعت در جهت محور y

Fig. 14. The results of steady turbulent flow around NACA0012 airfoil at $Re=6 \times 10^6$ and $AOA=18^\circ$ at dimensionless time; a) Pressure contour with streamlines, b) u -velocity contour, c) v -velocity contour

		فهرست علائم
ضریب برآ	C_l	
ضریب فشار	C_p	A مساحت بی‌بعد
طول بی‌بعد	L	AOA زاویه حمله
فشار بی‌بعد	p	CFL عدد کورانت-فردریچ-لوی
عدد رینولدز	Re	C_d ضریب پسا

- [3] E. Turkel, Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations, *Journal of computational physics*, 72(2) (1987) 277-298. زمان بی‌بعد t
- [4] A. Jameson, Time dependent calculations using multigrid, with applications to unsteady flows past airfoils and wings, AIAA paper, 1596 (1991) 1991. سرعت بی‌بعد در راستای محور x u
- [5] B. Van Leer, W.T. Lee, P.L. Roe, Characteristic time-stepping or local preconditioning of the Euler equations, 10th Computational Fluid Dynamics Conference, U.S.A.,)24-26 June 1991(260-282. سرعت بی‌بعد در راستای محور y v
- [6] D. Lee, Local preconditioning of the Euler and Navier-Stokes equations, University of Michigan, Michigan, U.S.A, Doctoral dissertation, (1996). سرعت بی‌بعد در راستای محور z w
- [7] A. Malan, R. Lewis, P. Nithiarasu, An improved unsteady, unstructured, artificial compressibility, finite volume scheme for viscous incompressible flows: Part I. Theory and implementation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 54(5) (2002) 695-714. علامت یونانی μ
- [8] A. Malan, R. Lewis, P. Nithiarasu, An improved unsteady, unstructured, artificial compressibility, finite volume scheme for viscous incompressible flows: Part II. Application, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 54(5) (2002) 715-729. لزجت دینامیکی بی‌بعد μ
- [9] V. Esfahanian, P. Akbarzadeh, The Jameson's numerical method for solving the incompressible viscous and inviscid flows by means of artificial compressibility and preconditioning method, *Applied Mathematics and Computation*, 206(2) (2008) 651-661. لزجت آشفتگی بی‌بعد μ_t
- [10] V. Esfahanian, P. Akbarzadeh, K. Hejranfar, An improved progressive preconditioning method for steady non-cavitating and sheet-cavitating flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 68(2) (2012) 210-232. چگالی بی‌بعد ρ
- [11] P. Akbarzadeh, I. Mirzaee, M.H. Kayhani, E. Akbarzadeh, Blowing and suction effect on drag and lift coefficients for viscous incompressible flows over hydrofoils by power-law preconditioning method, *Modares Mechanical Engineering*, 14(4) (2014) 129-140. (in Persian) تنش برشی بی‌بعد τ
- [12] P. Akbarzadeh, E. Akbarzadeh, Numerical investigation of blowing effect on hydrodynamic behavior of cavitating flows over hydrofoils using power law preconditioning method, *Modares Mechanical Engineering*, 14(8) (2014) 59-67. (in Persian) ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی β
- [13] S.M. Derazgisoo, P. Akbarzadeh, A dual-time implicit power-law preconditioning method for solving unsteady incompressible flows, *Modares Mechanical Engineering*, 16(2) (2016) 99-110. (in Persian) ضریب پیش‌شرط σ
- [14] L. Prandtl, Turbulent flow, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Memorandum, گام زمان حقیقی Δt
- [15] J. Blazek, Chapter 6 - Computational fluid dynamics: principles and applications, Butterworth-Heinemann, (2015) 167-211. گام زمان مجازی $\Delta \tau$
- [16] A.J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *Journal of computational physics*, 135(2) (1997) 118-125. زیرنویس‌ها
- [17] J. Blazek, Chapter 6 - Computational fluid dynamics: principles and applications, Butterworth-Heinemann, (2015) 167-211. د d
- [18] A.J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *Journal of computational physics*, 135(2) (1997) 118-125. پسا
- [19] A.J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *Journal of computational physics*, 135(2) (1997) 118-125. لایه داخلی جریان سیال inner
- [20] A.J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *Journal of computational physics*, 135(2) (1997) 118-125. برا l
- [21] A.J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *Journal of computational physics*, 135(2) (1997) 118-125. بیشینه max
- [22] A.J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *Journal of computational physics*, 135(2) (1997) 118-125. کمینه min
- [23] A.J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *Journal of computational physics*, 135(2) (1997) 118-125. لایه خارجی جریان سیال outer

مراجع

- [1] J. Blazek, Chapter 6 - Computational fluid dynamics: principles and applications, Butterworth-Heinemann, (2015) 167-211.
- [2] A.J. Chorin, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, *Journal of computational physics*, 135(2) (1997) 118-125.

- Exhibit, U.S.A., (9-12 January 1995), 1-19.
- [21] N. Gregory, C. O'reilly, Low-Speed aerodynamic characteristics of NACA 0012 aerofoil section, including the effects of upper-surface roughness simulating hoar frost, Aeronautical Research Council Reports and Memorandum, 3726 (1973).
- [22] C. Baxevanou, D. Fidaros, Validation of numerical schemes and turbulence models combinations for transient flow around airfoil, Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 2(2) (2008) 208-221.
- [23] R.E. Sheldahl, P.C. Klimas, Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines, Sandia National Labs., Albuquerque, No. SAND-80-2114 (1981).
- [24] S. Rodolfo Idelsohn, N. Marcelo Nigro, J. Marcelo Gimenez, R. Rossi, J. Marcelo Marti, A fast and accurate method to solve the incompressible Navier-Stokes equations, Engineering Computations, 30(2) (2013) 197-222.
- [25] G. Jin, M. Braza, Two-equation turbulence model for unsteady separated flows around airfoils, AIAA journal, 32(11) (1994) 2316-2320.
- 435 (1927).
- [15] A. Smith, T. Cebeci, Numerical Solution of the Turbulent-boundary-layer Equations, Douglas Aircraft Co Long Beach Ca Aircraft DIV, (No. DAC-33735) 1967.
- [16] B.S. Baldwin, H. Lomax, Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows, 16th Aerospace Sciences Meeting, U.S.A., (16-18 January 1978) 1-8.
- [17] E. Guilmineau, J. Piquet, and P. Queutey, On the use of turbulence models for the simulation of incompressible viscous flow past airfoils at high-lift static and dynamic incidence, Fifteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Berlin, Germany, (24-28 June 1997) 540-545.
- [18] S.-H. Lee, Cancellation problem of preconditioning method at low Mach numbers, Journal of Computational Physics, 225(2) (2007) 1199-1210.
- [19] A. Jameson, Time dependent calculations using multigrid, with applications to unsteady flows past airfoils and wings, AIAA paper, 1596 (1991) 1991.
- [20] A. Belov, L. Martinelli, A. Jameson, A new implicit algorithm with multigrid for unsteady incompressible flow calculations, 33rd Aerospace Sciences Meeting and

Please cite this article using:

P. Akbarzadeh, S. M. Derazgisoo, M. A. Shahnazi, A. Askari Lahdarboni, A Power-law Preconditioning Approach for Accelerating the Convergence Rate of Steady and Unsteady Incompressible Turbulent Flows, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 51(2) (2019) 437-453.

DOI: 10.22060/mej.2017.13199.5565

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

