



بررسی جریان سه بعدی جابه جایی آزاد نانو سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی با استفاده از روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل زمان آرامش چندگانه دوتایی

حسن سجادی^{*}، امین امیری دولئی

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بجنورد، بجنورد، ایران

چکیده: در این مقاله اثر میدان مغناطیسی بر روی جریان جابه جایی طبیعی سه بعدی نانو سیال مس/آب داخل یک حفره مکعبی با استفاده از روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل جدید زمان آرامش چندگانه دوتایی مورد بررسی قرار گرفت. به منظور اعمال مدل زمان آرامش چندگانه دوتایی شبکه D3Q19 برای حل معادله جریان و شبکه D3Q7 نیز برای حل میدان دما استفاده شد و تأثیر اعداد گراشف ($Gr = 10^5 - 10^7$) و هارتمن ($Ha = 100 - 1000$) برای میزان نسبت حجمی های نانوذره متفاوت ($\varphi = 0 - 12\%$) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج برای صفحات و خطوط مختلف مکعب نشان داده شد و با توجه به دقت نتایج به دست آمده، روش عددی استفاده شده روشی مناسب برای حل جریان های پیچیده ارزیابی شد. همچنین با افزایش عدد هارتمن در حالت سیال بدون نانوذره مقدار انتقال حرارت کاهش یافت به طوری که بیشترین مقدار کاهش عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن از صفر تا ۱۰۰ برابر ۷۱٪ برای عدد گراشف ۱۰۴ مشاهده شد. در صورتی که با افزایش عدد گراشف و نسبت حجمی نانوذره میزان انتقال حرارت برای تمام اعداد هارتمن افزایش یافت و بیشترین میزان تأثیر نانو ذره در عدد گراشف ۱۰۴ و عدد هارتمن ۵۰ مشاهده گردید به طوری که با افزایش ۱۲٪ حجمی نانوذره عدد ناسلت به میزان ۴۳٪ افزایش یافت.

تاریخچه داوری:

دریافت:
بازنگری:
پذیرش:
ارائه آنلاین:

کلمات کلیدی:

روش شبکه بولتزمن
مدل زمان آرامش چندگانه دوتایی
نانو سیال
میدان مغناطیسی
جابه جایی آزاد

۱- مقدمه

انجام دادند. هندسه مورد بررسی آن ها مربع دو بعدی بود و نشان دادند که مدل معادلات آنتروپی شبکه بولتزمن برتری خاصی نسبت به مدل های زمان آرامش یگانه و لتیس-باتنگر-گراس-کروک ندارد، اما مدل های زمان آرامش چندگانه و زمان آرامش دوگانه نسبت به مدل های زمان آرامش یگانه و لتیس-باتنگر-گراس-کروک از پایداری و دقت حل بالاتری برخوردارند. اخیراً لی و همکاران^۶ [۹] جریان جابه جایی آزاد داخل مکعب را برای اولین بار با استفاده از روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل زمان آرامش چندگانه دوتایی مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که این روش جدید قابلیت بالایی برای حل جریان های سه بعدی داشته و نیاز به گسترش برای حل جریان های پیچیده احساس می شود.

جریان جابه جایی آزاد داخل حفره همیشه به عنوان یک مساله بنیادی در مکانیک سیالات مطرح بوده است و در مسائل کاربردی زیادی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۰ و ۱۱]. با توجه به توانایی کنترل میزان انتقال حرارت با استفاده از میدان الکترومغناطیسی بدون تغییر خواص مواد، این نوع جریان ها مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است [۱۲-۱۴]. به طور مثال رودپاهه و همکاران^۷ [۱۵] اثر میدان مغناطیسی بر جریان جابه جایی آزاد داخل یک مربع دو بعدی را مورد بررسی قرار داده و نشان داده اند عدد ناسلت

با توجه به قابلیت های گسترده روش شبکه بولتزمن در تحلیل عددی جریان های پیچیده از جمله جریان نانو سیال، جریان های چند فازی و جریان های مغشوش، در سه دهه گذشته این روش مورد توجه بسیاری از دانشمندان قرار گرفته است [۳-۱]. این روش از دو مرحله اصلی برخوردار جابه جایی تشکیل شده است که مشهورترین مدل برای انجام مرحله برخورد مدل لتیس-باتنگر-گراس-کروک^۱ است. در این مدل از زمان آرامش یگانه^۲ استفاده می شود. نتایج پژوهش ها نشان می دهد که استفاده از این مدل برای حل میدان دما سبب ایجاد ناپایداری در حل خواهد شد [۵ و ۶]. به منظور حل این مشکل مدل های دیگری مانند: زمان آرامش دوگانه^۳، زمان آرامش چندگانه^۴ و معادلات آنتروپی شبکه بولتزمن^۵ مورد بررسی قرار گرفته است که در نهایت نتیجه گرفته شده است که مدل زمان آرامش چندگانه دقت و پایداری حل بیشتری نسبت به سایر مدل ها دارد [۷ و ۸]. لائو و همکاران^۵ [۷] مقایسه جامعی بین مدل های مختلف موجود برای انجام مرحله برخورد

- 1 Lattice Bhatnagar-Gross-Krook (LBGK)
- 2 Two Relaxation Time (TRT)
- 3 Multi Relaxation Time (MRT)
- 4 Entropic Lattice Boltzmann Equation (ELBE)
- 5 Luo et al.

6 Li et al.

7 Rudraiah et al.

مغناطیسی افقی است. علاوه بر این اثر پارامترهای مختلف از جمله اعداد گراش و هارتمن، همچنین تأثیر میزان نانوذره مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم

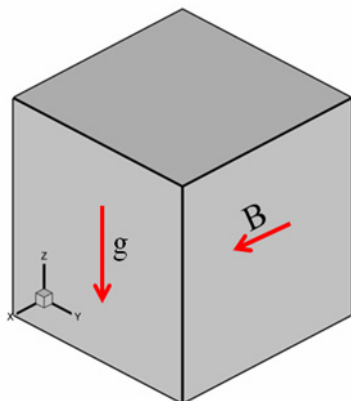
هندسه مورد بررسی در این مقاله همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده است یک مکعب با چهار دیواره ثابت است. دمای دیواره‌های چپ و راست ثابت و بقیه دیواره‌ها آدیاباتیک در نظر گرفته شدند. سیال مورد بررسی تراکم‌ناپذیر و نیوتونی بوده و میدان مغناطیسی (B) به صورت افقی و در جهت X اعمال گردید در نتیجه نیروهای الکترومغناطیسی در راستای Y و Z عمل می‌کنند. معادلات کلی حاکم بر مساله در حالت بی بعد به صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) - Ha^2 \text{Pr} V \quad (3)$$

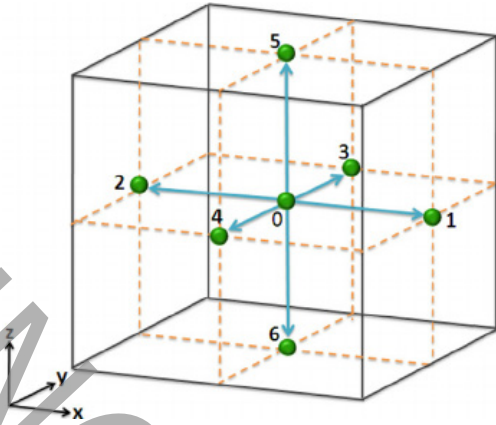
$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) + Ra \text{Pr} T - Ha^2 \text{Pr} W \quad (4)$$



شکل ۱: هندسه مورد بررسی

که بیانگر میزان انتقال حرارت است با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. همچنین ژانگ و چه^۱ [۱۶] از روش شبکه بولتزمن برای حل جریان دو بعدی نانوسیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی در یک مربع مورب که دارای چهار منبع حرارتی بود استفاده کردند. آن‌ها از مدل زمان آرامش چندگانه دوتایی استفاده نموده و از شبکه‌های $D2Q5$ و $D2Q9$ به ترتیب برای حل میدان سرعت و دما بهره بردند. آن‌ها در مورد اثر پارامترهای مختلف از جمله عدد هارتمن، عدد رایلی، زاویه انحراف و میزان نسبت حجمی نانوذره بر روی میزان انتقال حرارت بحث کرده و نشان دادند میزان انتقال حرارت با افزایش مقدار نانوذره افزایش و با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. علاوه بر این پژوهش‌های دیگری نیز با استفاده از روش حجم محدود در این زمینه انجام شده است، بطوری که سیواسانکاران و همکاران^۲ [۱۷] جریان دو بعدی جابه‌جایی مخلوط داخل حفره مربعی را در حضور میدان مغناطیسی بررسی نمودند، همچنین بووانسواری و همکاران^۳ [۱۸] شرایط مرزی پیچیده‌تری را در نظر گرفته و جریان داخل حفره مربعی دو بعدی با دیواره‌هایی که دمای آن‌ها به صورت سینوسی تغییر می‌کند و تحت تأثیر میدان مغناطیسی قرار دارند را مورد بحث قرار دادند و نتایجی مشابه نتایج قبلی گزارش کردند. با توجه به پیشرفت روزافزون فن‌آوری نانو و خواص منحصر به فرد این فن‌آوری، امروزه استفاده از آن مورد توجه بسیاری قرار گرفته است و یک روش نوین برای بهبود بخشیدن انتقال حرارت، به کاربرد ذرات ریز نانو در سیال پایه است [۱۹ و ۲۰]. خانافر و همکاران^۴ [۲۱] برای اولین بار به بررسی تأثیر استفاده از نانوذرات بر میزان انتقال حرارت با استفاده از روش‌های عددی پرداختند و از نانوذره مس در سیال پایه آب بهره بردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که میزان انتقال حرارت با افزایش مقدار نسبت‌های حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. اخیراً الصابری و همکاران^۵ [۲۲] نیز جریان نانوسیال داخل حفره مربعی و تأثیر نانوذرات مختلف از جمله مس، جیوه، اکسید آلومینیوم و اکسید تیتانیوم را مورد بررسی قرار داده و نتایج مشابهی را گزارش کردند. همان‌طور که در بررسی کارهای انجام شده مشهود است، تحلیل عددی جریان سه بعدی به دلیل پیچیدگی برنامه‌نویسی و اجرای آن مورد بررسی کمتری قرار گرفته است در حالی که جریان‌های واقعی موجود در طبیعت سه بعدی هستند، به همین دلیل برای رسیدن به یک حل واقعی با دقت و جزئیات بیشتر حل سه بعدی مسائل مورد نیاز خواهد بود. از طرفی با توجه به بررسی‌های انجام شده روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل زمان آرامش چندگانه دوتایی روشی مناسب برای حل میدان دما و جریان است که نیاز به بهبود و گسترش برای جریان پیچیده دارد. هدف اصلی در این مقاله بهبود و گسترش روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل زمان آرامش چندگانه دوتایی برای حل میدان جریان و دمای نانوسیال در داخل یک مکعب تحت تأثیر میدان

- 1 Zhang and Che.
- 2 Sivasankaran et al.
- 3 Bhuvanewari et al.
- 4 Khanafer et al.
- 5 Alsabery et al.



شکل ۳: بردارهای سرعت برای شبکه D۳Q۷

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 6 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۲۷)$$

$$Q_{ij} = \text{diag}(q_0, q_1, \dots, q_6) \quad (۲۸)$$

$$q_0 = q_4 = q_5 = q_6 = 1 \quad (۲۹)$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = \frac{1}{(4\alpha + 0.5)} \quad (۳۰)$$

n_k و تابع تعادلی آن n_k^{eq} به صورت روابط زیر داده شده‌اند:

$$n = N \cdot [g_0, \dots, g_5, g_6]^T \quad (۳۱)$$

$$n^{eq} = [T, uT, vT, wT, 3T/4, 0, 0]^T \quad (۳۲)$$

پس از مشخص شدن مقادیر تابع توزیع دما در جهات مختلف مقدار ماکروسکوپی دما قابل محاسبه است:

$$T = \sum_{i=0}^6 g_i \quad (۳۳)$$

۳-۳- نانو سیال

به دلیل وجود نانوذرات در سیال پایه خصوصیات ترموفیزیکی نانو سیال به صورت روابطی که در ادامه ارائه خواهد شد تغییر می‌کنند و این موضوع باعث تغییر مقدار نیروی خارجی (F_i) در معادله (۱۰) شده و توابع توزیع را نیز دستخوش تغییرات می‌کند در نتیجه خواص ماکروسکوپی نانو سیال نیز با سیال پایه متفاوت خواهد بود. برای چگالی مؤثر و همچنین ظرفیت گرمایی ویژه نانو سیال داریم [۲۴]:

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (۳۴)$$

$$s_{16} = s_{17} = s_{18} = 1.98 \quad (۱۹)$$

مقادیر m_k و تابع تعادلی آن m_k^{eq} نیز در مرجع [۲۳] به طور کامل بررسی شده‌اند. F_i بیانگر نیروی خارجی کل اعمال شده بر جریان است که با توجه به معادلات (۲) تا (۴) برای مساله مورد بررسی در این مقاله دارای سه جزء مختلف است که به صورت زیر در روش شبکه بولتزمن قابل محاسبه هستند:

$$F_i = F_{yi} + F_{zi} \quad (۲۰)$$

$$F_{zi} = 3\rho\omega_i g \beta \Delta T - \frac{3\omega_i (Ha^2)\mu w}{L^2} \quad (۲۱)$$

$$F_{yi} = -\frac{3\omega_i (Ha^2)\mu v}{L^2} \quad (۲۲)$$

در رابطه‌های (۲۱) و (۲۲) ω_i تابع وزنی برای شبکه $D۳Q۱۹$ بوده و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\omega_i = \begin{cases} 1/3 & i=0 \\ 1/18 & i=1,2,\dots,6 \\ 1/36 & i=7,8,\dots,18 \end{cases} \quad (۲۳)$$

در نهایت پس از محاسبه توابع توزیع سرعت مقادیر ماکروسکوپی سرعت و چگالی از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\rho(x,t) = \sum_i f_i(x,t), \quad (۲۴)$$

$$\rho u(x,t) = \sum_i f_i(x,t) c_i$$

۳-۲- میدان دما

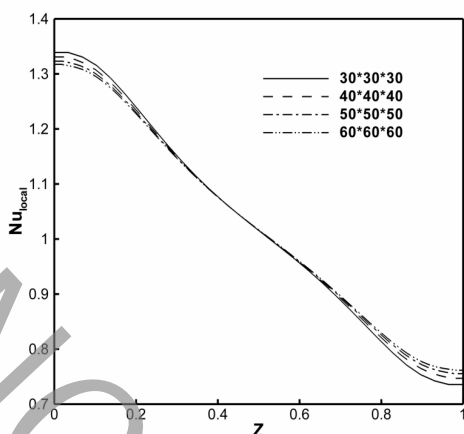
برای به دست آوردن دما از شبکه D۳Q۷ (شکل ۳) استفاده شد. تابع توزیع دما همانند تابع توزیع سرعت که در بخش قبلی محاسبه شد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$h_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) = h_i(x, t) - N_{ij}^{-1} Q_{jk} \cdot [n_k(x, t) - n_k^{eq}(x, t)] \quad (۲۵)$$

که e_i با توجه به شکل ۳ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_i = \begin{cases} 0 & i=0 \\ c(\pm 1, 0, 0) & i=1,2 \\ c(0, \pm 1, 0) & i=3,4 \\ c(0, 0, \pm 1) & i=5,6 \end{cases} \quad (۲۶)$$

و مقادیر ماتریس N_{ij} و Q_{ij} به صورت زیر ارائه می‌شوند:



شکل ۴: مقایسه شبکه بندی های مختلف استفاده شده برای حالت $Gr = 10^5$, $Ha = 50$, $\phi = 0.04$

(۴۰) محاسبه می شوند انجام شده است.

$$Ha = BL\sqrt{\sigma/\mu} \quad (39)$$

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} \quad (40)$$

در روابط بالا B اندازه میدان مغناطیسی، σ رسانایی الکتریکی و L طول مکعب است. برای محاسبه عدد ناسلت از روابط زیر استفاده شده است:

$$Nu = \frac{L}{\Delta T} \left. \frac{-\partial T}{\partial x} \right|_{x=0,L} \quad (41)$$

$$Nu_{avg} = \int_0^L \int_0^L Nudydz \quad (42)$$

مقایسه عدد ناسلت میانگین به دست آمده از حل حاضر برای اعداد هارتمن مختلف و $Gr = 2 \times 10^5$ با مقادیر به دست آمده در گذشته در جدول ۳ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود نتایج حل جریان تحت تأثیر میدان مغناطیسی هم خوانی خیلی خوبی با نتایج قبلی دارد و مقدار میانگین خطا نسبت به کار ژانگ و چه [۱۶] حدود ۱٪ و نسبت به کار رودپاهه و همکاران [۱۵] حدود ۲/۳ درصد مشاهده می شود.

جدول ۳: مقایسه عدد ناسلت میانگین برای $Gr = 2 \times 10^5$

عدد هارتمن	حل حاضر	رودپاهه و همکاران [۱۵]	ژانگ و چه [۱۶]
صفر	۵/۰۲	۴/۹۲	۵/۰۸
۵۰	۲/۹۹	۲/۸۴	۲/۹۹
۱۰۰	۱/۴۴	۱/۴۳	۱/۴۶

$$(\rho c_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s \quad (35)$$

برای محاسبه ویسکوزیته نانو سیال از مدل برینکمن و برای ضریب هدایت حرارتی از فرض ماکسول استفاده شد [۲۴]:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \quad (36)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)} \quad (37)$$

و در نهایت مقدار ضریب انبساط حرارتی از رابطه زیر به دست می آید:

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s \quad (38)$$

خواص استفاده شده در معادلات (۳۴) تا (۳۸) برای فاز مایع و جامد در جدول ۲ نشان داده شده اند.

جدول ۲: خواص ترموفیزیکی فاز مایع و جامد

خواص	آب (فاز مایع)	مس (فاز جامد)
ویسکوزیته (μ)	8.9×10^{-4}	---
ظرفیت گرمایی ویژه (C_p)	۴۱۷۹	۳۸۳
چگالی (ρ)	۹۹۷	۸۹۵۴
ضریب انبساط حرارتی (β)	2.1×10^{-4}	1.67×10^{-5}
ضریب هدایت حرارتی (k)	۰/۶	۴۰۰

۴- اعتبار سنجی

در این بخش ابتدا استقلال نتایج به دست آمده از شبکه بندی استفاده شده مورد بررسی قرار گرفت. برای بررسی استقلال از شبکه، چهار شبکه بندی مختلف برای حالتی که عدد گراش برابر 10^5 و نسبت حجمی نانوذره برابر ۰/۰۴ همچنین عدد هارتمن برابر ۵۰ است بررسی شدند. همان طور که در شکل ۴ مشاهده می شود با افزایش تعداد شبکه تغییرات زیادی در عدد ناسلت موضعی بر روی دیواره گرم دیده نمی شود و این اختلاف برای شبکه $50 \times 50 \times 50$ و $60 \times 60 \times 60$ بسیار ناچیز است به همین دلیل در این مقاله برای شرایط ذکر شده شبکه بندی $50 \times 50 \times 50$ استفاده شد.

به منظور راستی آزمایی حل حاضر، نتایج به دست آمده برای دو مساله جداگانه، جریان جابه جایی آزاد سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی با نتایج رودپاهه و همکاران [۱۵] و ژانگ و چه [۱۶]، همچنین جریان جابه جایی آزاد نانو سیال مس/آب با نتایج عددی خانافر و همکاران [۲۱] مقایسه شده است. مقایسه ها برای عدد ناسلت میانگین روی دیواره مکعب، که پارامتری بسیار مهم در مباحث انتقال حرارت است، همچنین تغییرات سرعت سیال در وسط مکعب برای اعداد هارتمن و گراش مختلف که با استفاده از روابط (۳۹) و

همچنین شیب آن‌ها در نزدیک دیواره‌ها افزایش می‌یابد که این موضوع باعث افزایش میزان انتقال حرارت و عدد ناسلت بر روی دیواره‌های گرم و سرد می‌گردد.

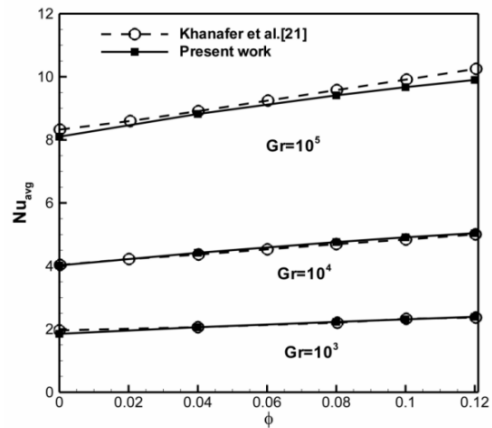
از طرفی باتوجه به صفحات هم‌دم (شکل ۶) با افزایش ارتفاع (Z) فاصله صفحه با دمای $0/9$ از دیواره گرم افزایش و فاصله صفحه $0/1$ با دیواره سرد کاهش می‌یابد که این موضوع باعث افزایش میزان انتقال حرارت و در نتیجه افزایش عدد ناسلت موضعی با بالا رفتن ارتفاع برای دیواره سرد و کاهش عدد ناسلت موضعی برای دیواره گرم می‌شود (شکل ۷). همچنین همان‌طور که در شکل ۷ قابل مشاهده است عدد ناسلت موضعی با افزایش عدد گراشف با توجه به افزایش نیروی بویانسی به صورت محسوس افزایش می‌یابد.

۵-۲- بررسی اثر میدان مغناطیسی

با توجه به اهمیت صفحات هم‌دم در بررسی نحوه تغییرات میزان انتقال حرارت، در این بخش نیز همانند قسمت قبلی به منظور بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر جریان جابه‌جایی آزاد نانوسیال، ابتدا صفحات هم‌دم در عدد گراشف 10^4 و نسبت حجمی $0/04$ برای اعداد هارتمن مختلف در شکل ۸ نشان داده شده است. با توجه به معادلات (۳) و (۴) علامت جملات مربوط به نیروی بویانسی و نیروی لورنتز مخالف یکدیگر هستند در نتیجه همان‌طور که مشاهده می‌شود تأثیر افزایش عدد هارتمن عکس تأثیر افزایش عدد گراشف است به طوری که بر خلاف شکل ۶ که با افزایش عدد گراشف صفحات هم‌دم افقی‌تر می‌شوند در اینجا صفحات هم‌دم عمودتر شده و شیب آن‌ها در نزدیک دیواره‌های سرد و گرم کاهش می‌یابد که این موضوع با توجه به معادلات عدد ناسلت (معادلات (۴۱) و (۴۲)) باعث کاهش عدد ناسلت بر روی دیواره‌ها خواهد شد.

خطوط هم‌دم و جریان در موقعیت‌های مختلف مکعب مورد نظر، برای اعداد هارتمن متفاوت در شکل‌های ۹ تا ۱۴ نشان داده شده‌اند. در نگاه اول تقارن موجود در صفحات $X = 0/5$ و $Z = 0/5$ کاملاً مشهود است که این موضوع با توجه به شرایط مرزی قابل توجیه است، زیرا همان‌طور که در معادلات (۶) تا (۹) نشان داده شده است چهار دیواره بالا، پایین، جلو و

شکل ۵ مقایسه نتایج به دست آمده از حال حاضر برای نسبت حجمی نانوذره مختلف و اعداد گراشف متفاوت را با حل عددی خانافر و همکاران [۲۱] نشان می‌دهد. خطای میانگین نتایج به دست آمده برای عدد گراشف 10^3 و 10^4 کمتر از ۱٪ و برای عدد گراشف 10^5 حدود ۲٪ است.



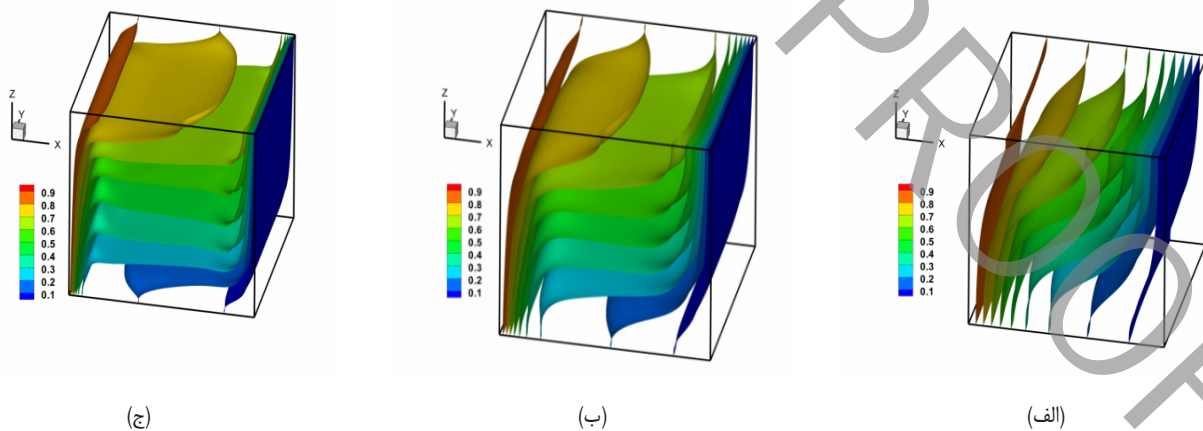
شکل ۵: مقایسه عدد ناسلت میانگین

۵- نتایج

نتایج به دست آمده در این قسمت در سه بخش مختلف ارائه گردید و تأثیر اعداد گراشف، هارتمن و نسبت حجمی نانوذره مورد بررسی قرار گرفت.

۵-۱- بررسی اثر عدد گراشف

به منظور بررسی نحوه تغییرات میزان انتقال حرارت، شکل ۶ صفحات هم‌دم برای سیال پایه در اعداد گراشف مختلف و عدد هارتمن صفر را نشان داده است. با توجه به معادله ۴ با افزایش عدد گراشف یا رابلی میزان نیروی بویانسی افزایش می‌یابد در نتیجه همان‌طور که به وضوح مشاهده می‌شود با افزایش عدد گراشف صفحات هم‌دم بیشتر در داخل محفظه بخش می‌شوند،

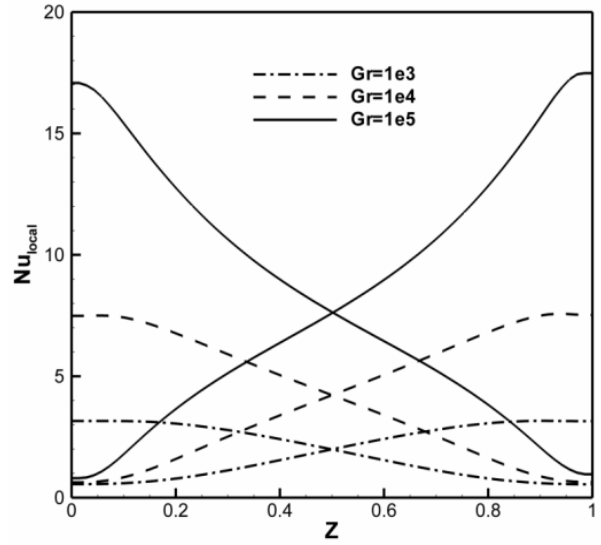


شکل ۶: صفحات هم‌دم برای اعداد گراشف مختلف و عدد هارتمن صفر و نسبت حجمی نانوذره برابر صفر (الف) $Gr = 10^3$ (ب) $Gr = 10^4$ (ج) $Gr = 10^5$

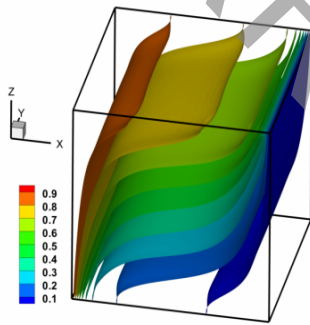
عقب آدیاباتیک بوده و این موضوع باعث می‌شود که جریان مورد نظر تقارن داشته و به جریان دو بعدی نزدیک باشد.

خطوط هم‌دما در صفحه $Z = 0.5$ با افزایش عدد هارتمن به دلیل افزایش نیروی لورنتز از دیواره‌ها فاصله گرفته و به سمت داخل حفره حرکت می‌کنند که این موضوع باعث کاهش میزان انتقال حرارت خواهد شد (شکل ۱۳). نتایج به دست آمده در شکل ۱۱ با نتایج دو بعدی گذشته هم‌خوانی خوبی دارد و همان‌طور که خطوط هم‌دما نشان می‌دهد با افزایش عدد هارتمن شیب آن‌ها که بیان‌گر میزان انتقال حرارت است کاهش می‌یابد که دلیل آن در توضیح شکل ۸ آمده است.

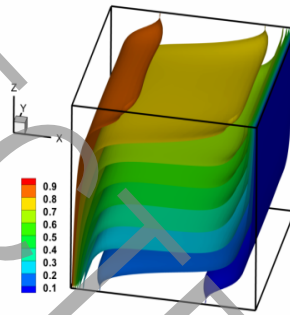
شکل ۱۰ خطوط جریان را برای صفحه $X = 0.5$ نشان داده است که با افزایش عدد هارتمن گردابه‌های موجود در این موقعیت از بین رفته و از شدت سرعت جریان کاسته می‌شود. از طرفی در صفحه $Y = 0.5$ با افزایش عدد هارتمن گردابه‌های افقی موجود در جریان به مرور به گردابه‌هایی عمودی تبدیل می‌شوند (شکل ۱۲).



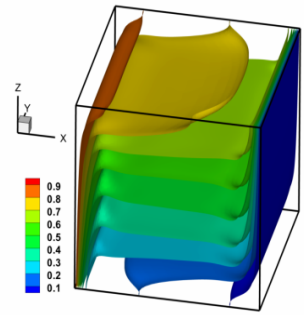
شکل ۷: تغییرات عدد ناسلت موضعی



(ج)

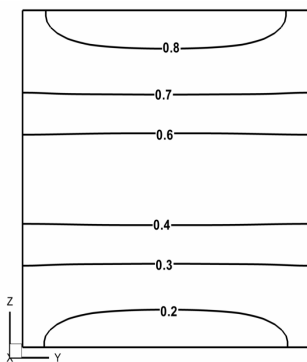


(ب)

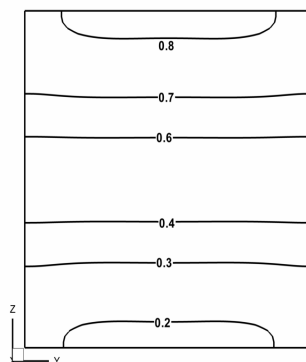


(الف)

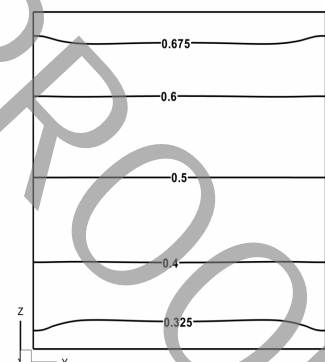
شکل ۸: صفحات هم‌دما برای اعداد هارتمن مختلف و عدد گراشف 10^0 و نسبت حجمی نانوذره برابر 0.4 (الف) $Ha=0$ (ب) $Ha=50$ (ج) $Ha=100$



(الف)

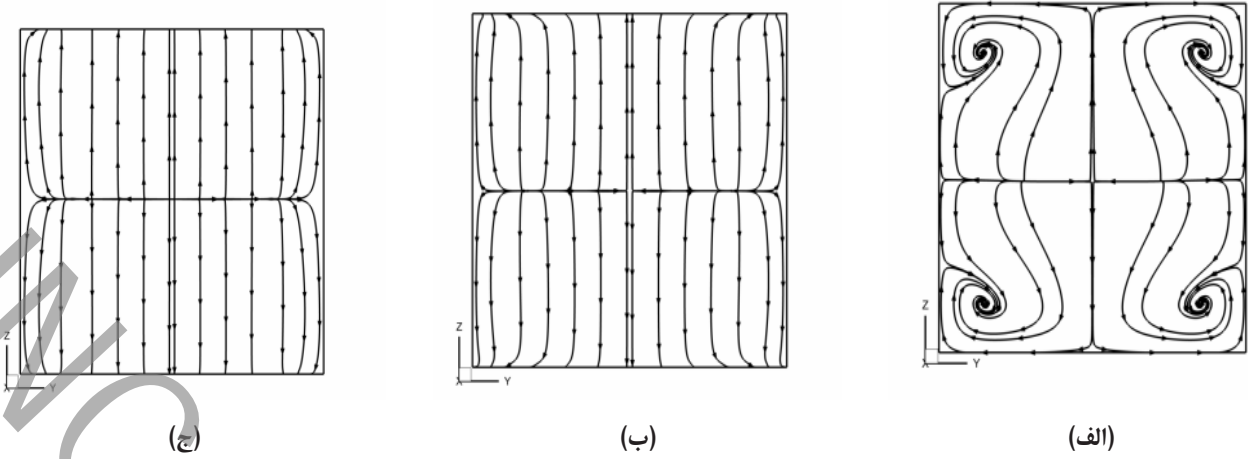


(ب)

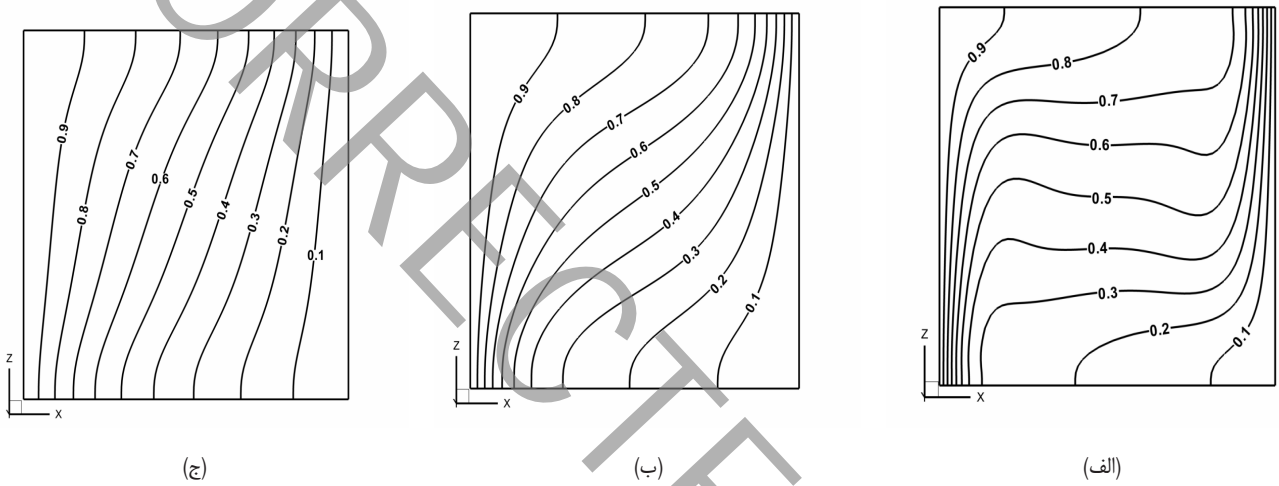


(ج)

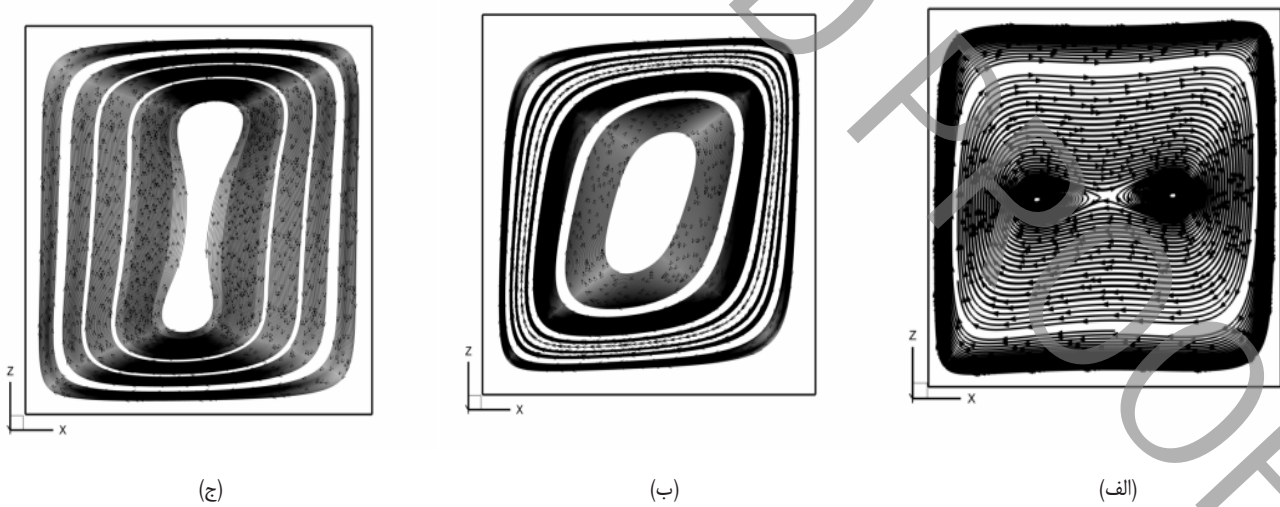
شکل ۹: خطوط هم‌دما در صفحه $X=0.5$ برای عدد گراشف 10^4 ، نسبت حجمی نانوذره برابر 0.4 و اعداد هارتمن مختلف (الف) $Ha=0$ (ب) $Ha=50$ (ج) $Ha=100$



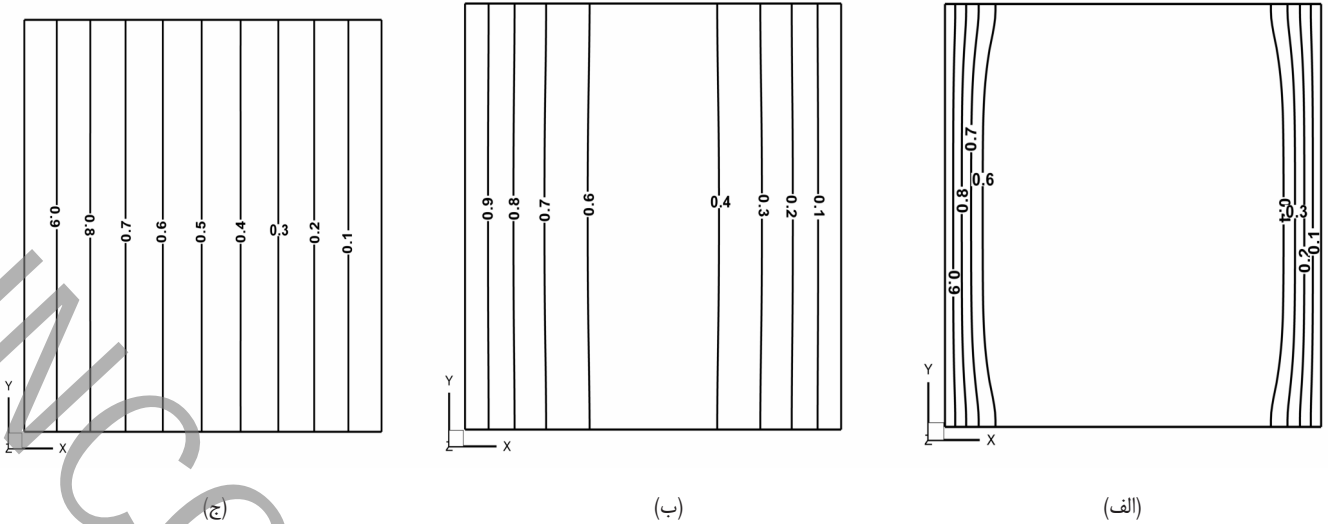
شکل ۱۰: خطوط جریان در صفحه $X=0/5$ برای عدد گراشف 10^4 ، نسبت حجمی نانوذره برابر $0/04$ و اعداد هارتمن مختلف (الف) $Ha=0$ (ب) $Ha=50$ (ج) $Ha=100$



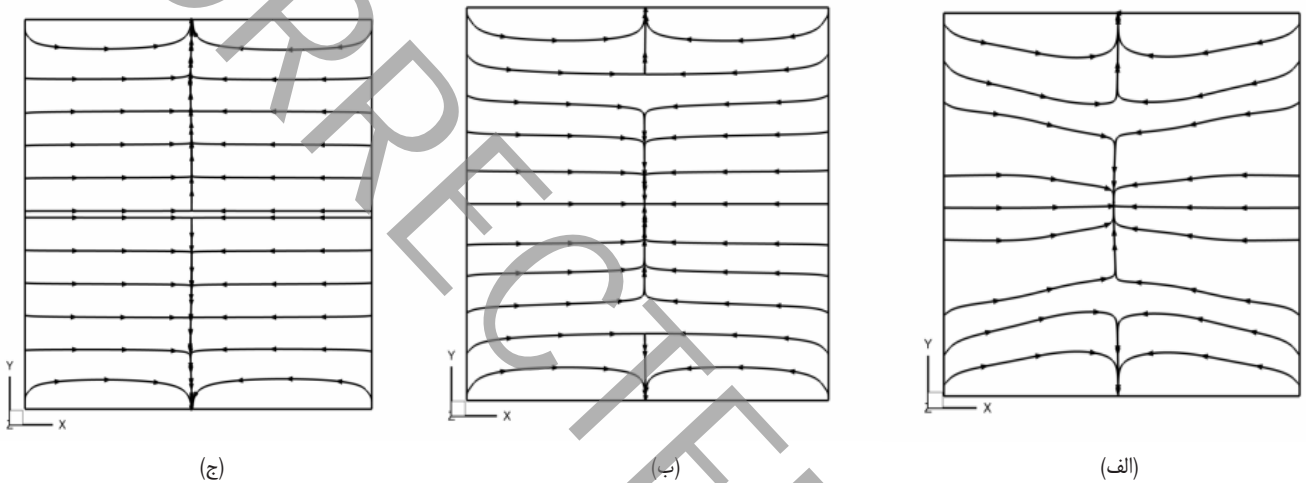
شکل ۱۱: خطوط هم‌دما در صفحه $Y=0/5$ برای عدد گراشف 10^4 ، نسبت حجمی نانوذره برابر $0/04$ و اعداد هارتمن مختلف (الف) $Ha=0$ (ب) $Ha=50$ (ج) $Ha=100$



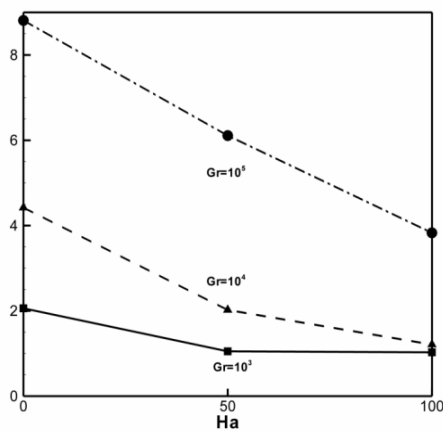
شکل ۱۲: خطوط هم‌دما در صفحه $Y=0/5$ برای عدد گراشف 10^4 ، نسبت حجمی نانوذره برابر $0/04$ و اعداد هارتمن مختلف (الف) $Ha=0$ (ب) $Ha=50$ (ج) $Ha=100$



شکل ۱۳- خطوط هم‌دما $Z=0/5$ برای عدد گراشف 10^4 ، نسبت حجمی نانوذره برابر 0.04 و اعداد هارتمن مختلف (الف) $Ha=0$ (ب) $Ha=50$ (ج) $Ha=100$



شکل ۱۴: خطوط هم‌دما در صفحه $Z=0/5$ برای عدد گراشف 10^4 ، نسبت حجمی نانوذره برابر 0.04 و اعداد هارتمن مختلف (الف) $Ha=0$ (ب) $Ha=50$ (ج) $Ha=100$

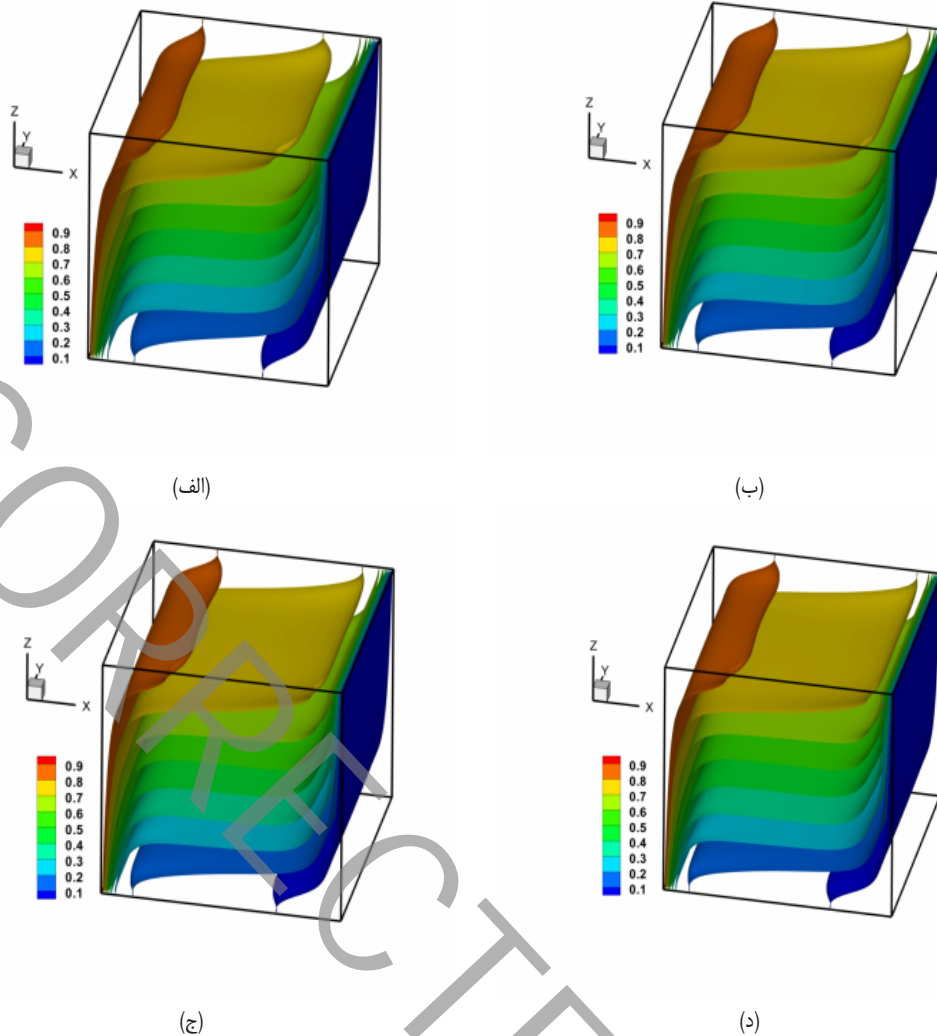


شکل ۱۵: مقایسه عدد ناسلت میانگین برای اعداد هارتمن مختلف

در نهایت به منظور بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر روی میدان دما، تغییرات عدد ناسلت میانگین برای دیواره گرم در اعداد گراشف و هارتمن مختلف در شکل ۱۵ نشان داده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن کاهش محسوسی دارد که این کاهش برای عدد گراشف 10^5 نسبت به 10^4 و 10^3 بیشتر است، به طوری که برای عدد گراشف 10^3 تغییر محسوسی بین عدد هارتمن ۵۰ و ۱۰۰ نخواهد داشت. با توجه به معادلات حاکم (معادلات (۳) و (۴)) برای عدد گراشف 10^3 سرعت سیال نسبت به اعداد گراشف 10^4 و 10^5 کمتر است در نتیجه تأثیر افزایش عدد هارتمن برای گراشف 10^3 نسبت به اعداد گراشف بزرگ‌تر نیز کمتر خواهد بود.

۵-۳- بررسی اثر نانو ذره

همان‌طور که در مقدمه این مقاله مورد بررسی قرار گرفت امروزه افزودن



شکل ۱۶: صفحات هم‌دما برای نسبت حجمی نانوذره مختلف، عدد گراشف 10° و عدد هارتمن ۵۰ (الف $\phi=0$)، ۱۰۰ (ب $\phi=0$)، ۵۰ (ج $\phi=\pi/4$)، ۱۰۰ (د $\phi=\pi/4$)

مقدار میدان مغناطیسی تأثیر نانوذره بر روی میزان انتقال حرارت کاهش و در نتیجه درصد افزایش عدد ناسلت نیز کاهش می‌یابد. اما با افزایش عدد گراشف رفتار نانوسیال تغییر می‌کند و همان طور که در شکل ۱۷-ج قابل ملاحظه است برای عدد هارتمن ۱۰۰ با افزایش نانو ذره عدد ناسلت نرمالایز شده از مقادیر موجود برای اعداد هارتمن ۵۰ و صفر بیشتر است که این نتیجه بر خلاف نتایج مربوط به سیال پایه بدون نانوذره است.

۶- نتیجه‌گیری

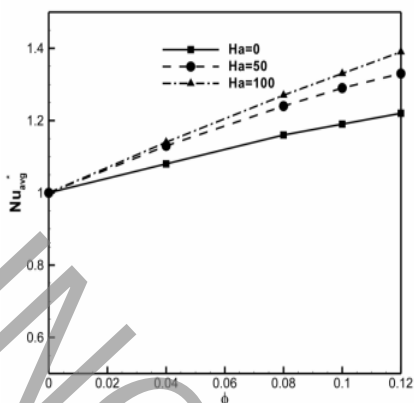
در این مقاله از روش جدید شبکه بولتزمن بر پایه زمان آرامش چندگانه دوتایی بهبود داده شده برای تحلیل عددی جریان جابه‌جایی آزاد سه بعدی نانوسیال مس/آب داخل مکعب تحت تأثیر میدان مغناطیسی افقی استفاده گردید. نتایج به دست آمده با نتایج موجود در دو بخش نانوسیال و سیال پایه تحت تأثیر میدان مغناطیسی مقایسه گردید و صحت حل موجود با توجه به همخوانی قابل قبول با کارهای گذشته تأیید شد. با توجه به نتایج به دست

نانوذره به سیال پایه برای افزایش میزان انتقال حرارت بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این بخش تأثیر مقدار نانوذره بر روی میدان دما و میزان انتقال حرارت بررسی شده است. با توجه به شکل ۱۶، با افزایش نسبت حجمی نانوذره صفحات هم‌دما در بالا و پایین مکعب به سمت دیواره‌های گرم و سرد کشیده شده‌اند که این موضوع باعث افزایش گرادیان دما و در نتیجه افزایش میزان انتقال حرارت خواهد شد.

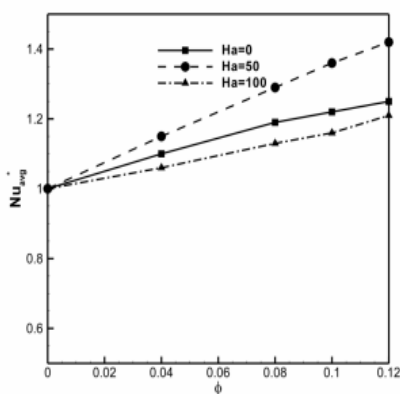
برای بررسی میزان تأثیر نانوذره بر عدد ناسلت میانگین در این بخش از عدد ناسلت نرمالایز شده که از رابطه زیر به دست خواهد آمد استفاده شد:

$$Nu_{avg}^* = \frac{Nu_{avg}(\phi)}{Nu_{avg}(\phi=0)} \quad (41)$$

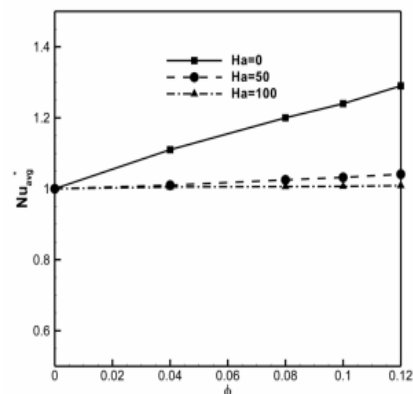
در رابطه بالا ϕ بیانگر نسبت حجمی نانوذره است. همانطور که در شکل ۱۷-الف مشاهده می‌شود برای عدد گراشف 10^3 تأثیر میزان نانوذره هنگامی که میدان مغناطیسی وجود ندارد ($Ha=0$) بیشتر از حالتی است که نانو سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد. از طرفی با افزایش



(ج)



(ب)



(الف)

شکل ۱۷- تأثیر نسبت حجمی نانوذره بر عدد ناسلت میانگین نرمالایز شده (الف) $Gr = 10^2$ (ب) $Gr = 10^4$ (ج) $Gr = 10^5$

برابر $h(1,0,y,z)$ است که با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$h(1,0,y,z) = \omega_T(2) \times T_w + \omega_T(1) \times T_w - h(2,0,y,z) \quad (1.پ)$$

که در رابطه (ب) ω_T فاکتور وزنی برای شبکه $D3Q7$ است که به صورت $\omega_T(0) = \frac{1}{4}$ و $\omega_T(1-6) = \frac{1}{8}$ می‌باشد. همچنین داریم $T_w = 1$ برای دیواره سرد که در $(X=L)$ قرار دارد تابع توزیع مجهول $h(2,NX,y,z)$ است که داریم:

$$h(2,NX,y,z) = \omega_T(2) \times T_e + \omega_T(1) \times T_e - h(1,NX,y,z) \quad (2.پ)$$

در رابطه بالا $T_e = 0$ و $NX=NY=NZ$ تعداد شبکه‌های استفاده شده در حل مساله می‌باشند.

شرط مرزی آدیاباتیک:

تابع توزیع مجهول در دیواره‌های بالا، پایین، جلو و عقب به ترتیب برابر $h(4,x,NY,z)$ ، $h(5,x,y,0)$ ، $h(6,x,y,NZ)$ می‌باشند که داریم:

$$h(6,x,y,NZ) = h(6,x,y,NZ-1) \quad (3.پ)$$

$$h(5,x,y,1) = h(5,x,y,2) \quad (4.پ)$$

$$h(3,x,1,z) = h(3,x,2,z) \quad (5.پ)$$

$$h(4,x,NY,z) = h(4,x,NY-1,z) \quad (6.پ)$$

آمده افزایش عدد گرافش باعث افزایش میزان انتقال حرارت برای تمام اعداد هارتمن و همچنین تمام نسبت‌های حجمی نانوذره می‌شود، همچنین افزایش سرعت سیال را نیز به همراه خواهد داشت.

نتایج نشان داد که افزایش عدد هارتمن در سیال پایه برای تمام اعداد گرافش باعث کاهش میزان انتقال حرارت می‌شود به طوری که بیشترین مقدار کاهش عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن از صفر تا ۱۰۰ برابر ۷۱٪ برای عدد گرافش 10^4 مشاهده شد، اما با افزودن نانوذره رفتار نانوسیال تغییر می‌کند و در اعداد گرافش بالا و نسبت حجمی نانوذره بالا با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت نرمالایز شده نیز افزایش خواهد یافت، به طوری که با افزایش عدد هارتمن از صفر تا ۱۰۰ برای عدد گرافش 10^5 و نسبت حجمی نانوذره 0.08 عدد ناسلت نرمالایز شده حدود ۱۰٪ افزایش یافت. مشاهده گردید با افزودن نانوذره به سیال پایه برای تمام اعداد گرافش میزان انتقال حرارت افزایش یافت که مقدار افزایش با توجه به عدد هارتمن تغییر می‌کند و برای عدد گرافش پایین (10^3) درصد افزایش عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد به طوری که میزان افزایش عدد ناسلت نرمالایز شده برای عدد هارتمن ۱۰۰ با افزایش نسبت نانوذره از صفر تا ۱۲٪ حجمی حدود ۱٪ می‌باشد در حالی که این مقدار برای عدد هارتمن صفر برابر حدود ۳۰٪ است، البته این موضوع برای عدد گرافش 10^5 صدق نمی‌کند و شیب نمودار عدد ناسلت نرمالایز شده با افزایش عدد هارتمن افزایش می‌یابد.

۷- پیوست شرایط مرزی دمایی

شرایط مرزی استفاده شده در این مقاله برای میدان دما شرط مرزی دما ثابت و آدیاباتیک است که با توجه به شکل ۳ برای اعمال آن‌ها داریم:

شرط مرزی دما ثابت:

با توجه به اینکه شبکه استفاده شده برای میدان دما $D3Q7$ می‌باشد تابع توزیع مجهول بعد از مراحل برخورد و جابه‌جایی در دیواره گرم ($X=0$)

فهرست علائم

علائم انگلیسی

g	شتاب جاذبه زمین
k	ضریب هدایت حرارتی،
L	طول، m
p	فشار
T	دما، K
t	زمان، S
u	سرعت در راستای x ، m/s
v	سرعت در راستای y ، m/s
w	سرعت در راستای z ، m/s

علائم یونانی

ρ	چگالی، kg/m^3
μ	ویسکوزیته دینامیکی
β	ضریب انبساط حرارتی
ν	ویسکوزیته سینماتیکی

زیرنویس

f	سیال
nf	نانوسیال
s	جامد

مراجع

- of the lattice Boltzmann method: effects of collision models on the lattice Boltzmann simulations, *Physical Review E*, 83 (2011) 056710.
- [8] A. Chikatamarla., I. Karlin, Entropic lattice Boltzmann models for hydrodynamics in three dimensions, *Physical Review Letter*, 97 (2006) 010201.
- [9] Z. Li, M. Yang, Y. Zhang, Lattice Boltzmann method simulation of 3-D natural convection with double MRT model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 94 (2016) 222-238.
- [10] S. Ostrach, Natural convection in enclosures, *Journal of Heat Transfer*, 110 (1988) 1175-1190.
- [11] D.V. Davis, Natural convection of air in a square Cavity; a benchmark numerical solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 3 (1983) 1053-1065.
- [12] G.R. Kefayati, M. Gorji, H. Sajjadi, D. D. Ganji, Lattice Boltzmann simulation of MHD mixed convection in a lid-driven square cavity with linearly heated wall, *ScientiaIranica Transactions B - Mechanical Engineering*, 19 (2012) 1053-1065.
- [13] G.R. Kefayati, M. Gorji, H. Sajjadi, D. D. Ganji, Investigation of Prandtl number effect on natural convection MHD in an open cavity by Lattice Boltzmann Method, *Engineering Computations*, 30 (2013) 97-116.
- [14] H. Sajjadi, G.H. R. Kefayati, MHD Turbulent and Laminar Natural Convection in a Square Cavity utilizing Lattice Boltzmann Method, *Heat Transfer Asian Research*, 45 (2016) 795-814.
- [15] N. Rudraiah, R. Barron, M. Venkatachalappa, C. Subbaraya, Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure, *International Journal of Engineering Science*, 33 (1995) 1075-1084.
- [16] T. Zhang, D. Che, Double MRT thermal lattice Boltzmann simulation for MHD natural convection of nanofluids in an inclined cavity with four square heat sources, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 94 (2016) 87-100.
- [17] S. Sivasankaran, A. Malleswaran, J. Lee, P. Sundar, Hydro-magnetic combined convection in a lid-driven cavity with sinusoidal boundary conditions on both sidewalls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54 (2011) 512-525.
- [18] M. Bhuvaneshwari, S. Sivasankaran, Y. J. Kim, Magnetoconvection in a square enclosure with sinusoidal temperature distributions on both side walls, *Numerical Heat Transfer Part A*, 59 (2011) 167-184.
- [19] G.R. Kefayati, H. Tang, Simulation of natural convection and entropy generation of non-Newtonian nanofluid in a porous cavity using Buongiorno's mathematical model, *Computational and Applied Mechanics*, 10 (2016) 1-12.
- [1] H. Sajjadi, M. Salmanzadeh, G. Ahmadi, S. Jafari, Turbulent Indoor Airflow Simulation Using Hybrid LES/RANS Model Utilizing Lattice Boltzmann Method, *Computers and fluids*, 150(1) (2017) 66-75.
- [2] H. Sajjadi, M. Salmanzadeh, G. Ahmadi, S. Jafari, Combination of Lattice Boltzmann Method and RANS Approach for Simulation of Turbulent Flows and Particle Transport and Deposition, *Particuology*, 30(2) (2017) 62-72.
- [3] H. Sajjadi, M. Salmanzadeh, G. Ahmadi, S. Jafari, LES and RANS Model Based on LBM for Simulation of Indoor Airflow and Particle Dispersion and Deposition, *Building and Environment*, 102 (2016) 1-12.
- [4] G.R. Kefayati, S. F. Hosseinizadeh, M. Gorji, H. Sajjadi, Lattice Boltzmann simulation of natural convection in an open enclosure subjected to Water/copper nanofluids, *International Journal of Thermal Science*, 30 (2012) 329-364.
- [5] S. Chen, G. Doolen, Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30 (1998) 329-364.
- [6] P. Lallemand, L. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability, *Physical Review E*, 61 (2000) 6546-6562.
- [7] L. Luo, W. Liao, X. Chen, Y. Peng, W. Zhang, Numerics

sinusoidal temperature variations on both horizontal walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 100 (2016) 835-850.

- [23] M. Pattison, K. N. Premnath, S. Banerjee, Computation of turbulent flow and secondary motions in a square duct using a forced generalized Lattice Boltzmann equation, *Physical Review E*, 79 (2009) 026704-026701-002670-026713.
- [24] H. Sajjadi, M. Gorji, G.H. R. Kefayati, D.D. Ganji, Lattice Boltzmann simulation of turbulent natural convection in tall enclosures using Cu/water nanofluids, *Numerical Heat Transfer Part A*, 62 (2012) 512-530.

International Journal of Heat and Mass Transfer, 112 (2017) 709-744.

- [20] G.R. Kefayati, Simulation of heat transfer and entropy generation of MHD natural convection of non-Newtonian nanofluid in an enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 92 (2016) 1066-1089.
- [21] K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancydriven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46 (2003) 3639-3653.
- [22] A.I. Alsabery, A. J. Chamkha, S. H. Hussain, H. Saleh, I. Hashim, Heatline visualization of conjugate natural convection in a square cavity filled with nanofluid with

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

H. Sajjadi, A. Amiri Delouei, Investigation of 3-D Nanofluid Natural Convection in Presence of Magnetic Field using Double MRT Lattice Boltzmann method, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 51(4) (2019) 1-14.

DOI:



UNCORRECTED PROOF