

یک روش جدید در بررسی عدم قطعیت خطای عددی با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر اساس پالایش شبکه

مهناز دهقان^۱، مجتبی دهقان منشادی^۲، علیرضا داوری^{۳*}

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران
^۲ دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۶/۰۵/۱۷

بازنگری: ۱۳۹۶/۱۲/۰۶

پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۰۶

ارائه آنلاین: ۱۳۹۶/۱۲/۱۱

کلمات کلیدی:

عدم قطعیت

الگوریتم ژنتیک

دینامیک سیالات محاسباتی

بال سه بعدی

خلاصه: در این پژوهش روش جدیدی در بهینه‌سازی عدم قطعیت عددی ضریب فشار محلی بر روی سطح بالایی مدل استاندارد بال Onera-M6 است که اطلاعات آن تاکنون مبنای مقایسه بسیاری از روش‌های عددی بوده است. روش پیشنهاد شده در این مقاله نیاز به حل سیستمی با پالایش شبکه دارد. خطا توسط بسط سری‌های توانی به عنوان تابعی از اندازه اجزا تخمین زده شده است. تانسور خطا به صورت مجموع مربعات بیان و به عنوان تابع هدف الگوریتم ژنتیک معرفی گردیده است. نقش الگوریتم ژنتیک بدست آوردن کمینه تابع هدف است که به جای استفاده از روش سنتی مشتق‌گیری جهت رسیدن به مقادیر کمینه تابع و بدست آوردن انحراف استاندارد بهینه، از این روش بهینه‌سازی جهت رسیدن به ضرایب ثابت و مناسب بسط سری توانی استفاده گردیده است. این تخمین خطا با استفاده از یک ضریب اطمینان به عنوان عدم قطعیت حل عددی معرفی شده است. نتایج نشان داد که با ریز کردن شبکه به اندازه یک چهارم میزان اولیه مقدار خطا نصف گردید. عدم قطعیت محاسبه شده در این مسئله برابر ۰/۰۳ است که بیانگر فاصله‌های شامل حل دقیق با ۹۷/۶٪ پوشش است. قابلیت اطمینان بر روی سه خط مینا بالاتر از ۹۷٪ نشانگر دقت بالای حل عددی است. بالاترین قابلیت اطمینان ۹۹/۱۶٪ و کمترین ۹۷/۶٪ بدست آمد.

۱- مقدمه

کدهای دینامیک سیالات محاسباتی^۱ برای محاسبات کاربردی و جریان‌های مغشوش پیچیده به کار می‌رود. استفاده کنندگان نهایی نتایج حل عددی از آنالیزکنندگان عددی انتظار دارند تا کیفیت کارشان را امتحان کنند. این تخمین کیفیت در نتیجه بازبینی و صحت‌گذاری مشخص می‌شود [۱].

بازبینی^۲، یک عملیات ریاضی خالص است که نشان‌دهنده آن است که معادلات به درستی در حال حل شدن هستند در صورتی که صحت‌گذاری^۳ یک فعالیت مهندسی علمی است و بیانگر آن است که معادلاتی که درستی آنها ثابت شده، مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در واقع بازبینی، رسیدگی به خطاهای عددی است در حالیکه صحت‌گذاری مربوط به مدل‌سازی خطاها و عدم قطعیت‌هاست. به

عبارت دیگر بازبینی حل منجر به تخمین خطا و عدم قطعیت از محاسبات داده شده است برای مسأله‌ای که در حالت کلی حل دقیق آن مجهول است.

خطا معیاری از حل درست و دقیق با درجه معینی از اطمینان است و تنها با یک علامت مثبت، منفی بیان می‌شود اما عدم قطعیت مقدار مطلق از یک تخمین زنده خطا در یک فاکتور ایمنی است [۲]. خطا یک نقص قابل تشخیص در هر فاز یا فعالیت در مدل‌سازی و شبیه‌سازی است که به خاطر فقدان دانش نباشد. خطاهایی نظیر گرد کردن، گسسته‌سازی یا خطا به خاطر یک مدل بیش از حد ساده شده از یک فرایند فیزیکی شامل خطاهای قابل تشخیص است اما خطاهای غیر قابل رصد، اشتباهاتی شبیه خطاهای برنامه یا استفاده غلط از کد هستند [۳]

چندین منبع از عدم قطعیت در شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی بیان شده‌اند. عدم قطعیت عملی، عدم قطعیت هندسی و عدم قطعیت مدل. عدم قطعیت عملی به عنوان عدم قطعیت

- 1 Computational Fluid Dynamics (CFD)
- 2 Verification
- 3 Validation

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ardavari@srbiau.ac.ir



۱-۱ عدم قطعیت به کمک بسط سری ε_θ توانی

معادله اصلی جهت تخمین خطای گسسته سازی ε_θ برابر است با

$$\varepsilon_\theta \cong \delta_{RE} = \varnothing_i - \varnothing_0 = \alpha h_i^p \quad (1)$$

در این معادله: \varnothing_i مقدار جریان محلی، \varnothing_0 تخمینی از حل دقیق، α ثابتی که تعیین می‌شود، h_i سایز سلول و p مرتبه مشاهده شده از همگرایی شبکه است. جهت تعیین ε_θ لازم است که \varnothing_0 ، α و p تعیین شود. بنابراین، حداقل تعداد شبکه (n_p) که برای تخمین ε_θ لازم است ۳ است. مگر آنکه p مساوی با مقدار تئوری باشد که اغلب برای مسائل کاربردی قابل اعتماد نمی‌باشد [۱ و ۲ و ۷] فرضیات معادله (۱):

- شبکه باید در محدوده مجانب باشد تا تضمین کند که ترم اصلی از بسط سری توانی (بافرض نادیده گرفتن ترم‌های مرتبه بالا) جهت تخمین خطا کافی است.

- چگالی شبکه‌ها توسط پارامتر مستقل یعنی سایز سلول شبکه h_i قابل بیان باشد. این نیازمند آن است که شبکه‌ها از لحاظ هندسی مشابه باشند یعنی نسبت پالایش شبکه باید در میدان ثابت باشد و خصوصیات شبکه نظیر انحراف از تعامد و چولگی باید بدون تغییر باقی بماند.

با تعریف نسبت پالایش شبکه به صورت $\frac{\text{شبهه درشت}}{\text{شبهه متوسط}} = \frac{\text{شبهه متوسط}}{\text{شبهه ریز}}$ ، یک شبکه سه تایی جهت تخمین رفتار همگرایی شبکه کافی است. نسبت تفکیک، به صورت زیر بیان می‌شود: [۱ و ۲]

$$R = \frac{\varnothing_1 - \varnothing_2}{\varnothing_2 - \varnothing_3} \quad (2)$$

زیرنویس‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب دلالت بر شبکه ریز، متوسط و درشت دارد. بر این اساس:

اگر $0 < R < 1$ همگرایی یکنواخت است.

اگر $R > 1$ واگرایی یکنواخت است.

اگر $|R| < 1$ ، همگرایی نوسانی است.

اگر $|R| > 1$ واگرایی نوسانی

در مسائل ساده (هندسه ساده و معادلات ساده) معادله (۱) به تنهایی برای تخمین خطای قابل اطمینان کافی است. اما برای مسائلی که در اینجا مسائل مهندسی نامیده می‌شود یعنی هندسه‌های پیچیده و معادلات پیچیده (جریان آشفتنه)، اجابت تمامی این فرضیات بسیار

پارامتریک از آن بحث شده که اساساً در شرایط مرزی ظاهر می‌شود. مثال‌هایی از عدم قطعیت عملی شامل شرایط جریان آزاد شبیه فشار، سرعت، دما و زاویه برخورد است. از آنجایی که در دینامیک سیالات محاسباتی تغییر در هندسه نیازمند شبکه محاسباتی متفاوت است، در نتیجه عدم قطعیت هندسی نیازمند عملیات ویژه‌ای است [۳ و ۴] عدم قطعیت هندسی مستقیماً کارایی آیرودینامیک را تحت تاثیر قرار می‌دهد. بنابراین آنها سهم ویژه‌ای در صنعت دارند. یک فرم سخت‌تر از عدم قطعیت، عدم قطعیت مدل عددی است. سوال‌های متداول در این زمینه عبارت است از: آیا معادلات اوپلر مناسب است تا مسأله مورد نظر را حل کند یا اینکه برای مثال آیا مدل توربولانس حامل تنش برشی $k-w$ برای این نوع جریان درست است؟

در سال ۲۰۱۴ ایکا^۱ و هاگسترا^۲، روشی برای تخمین عدم قطعیت خطاهای عددی از یک روش عددی ارائه دادند زمانی که حل دقیق نامشخص بود. آنها به بازبینی حل با بکارگیری پالایش شبکه به کمک بسط سری توانی پرداختند [۵]. بیشترین روش‌های موجود برای تخمین عدم قطعیت [۲ و ۱۰-۶]، نیازمند داده‌هایی هستند که اصطلاحاً محدوده مجانب نامیده می‌شوند. این به آن معناست که داده بر روی شبکه‌ای به اندازه کافی ریز شده خوانده شود تا به تنهایی ترم غالبی را در بسط سری توانی از خطاها ایجاد کند. این اغلب به معنای سطحی از پالایش شبکه است که معمولاً در مسائل کاربردی استفاده می‌شود [۱۱-۱۳]. واضح است که در غیاب خطاهایی نظیر گرد کردن، اطمینان در حل برای شبکه درشت معمولاً کمتر از شبکه ریز است که باید توسط یک سطح افزاینده از عدم قطعیت نظیر انتخاب یک ضریب اطمینان منعکس شود.

در پژوهش حاضر بر بازبینی حل به کمک پالایش شبکه تمرکز شده است و روشی در بهینه‌سازی عدم قطعیت خطاهای عددی ارائه می‌دهد زمانی که حل دقیق نامشخص باشد. در این راستا، ابتدا مبانی تئوری عدم قطعیت به کمک بسط سری توانی معرفی شده است. محاسبه عدم قطعیت همراه با بسط سری توانی و بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک در بخش دوم بیان شده است. پیاده‌سازی روش بیان شده بر روی هندسه مورد نظر، نتایج حل عددی مسأله و بررسی عدم قطعیت آن، صحت‌گذاری حل عددی و نتایج حل عددی در بخش سوم انجام و در نهایت در بخش چهارم نتیجه‌گیری بیان شده است.

- 1 shear Stress Transport (SST)
- 2 L.Eca
- 3 M.Hoekstra

معادله (۱) دارای سه مجهول است. بنابراین احتمال تعیین کیفیت بر روی مقدار p فقط وقتی اتفاق می‌افتد که ۴ شبکه موجود باشد. بنابراین پیشنهاد می‌شود که حداقل ۴ شبکه استفاده شود، زمانی که پیش‌بینی پراکندگی در داده وجود داشته باشد (یعنی برای بیشتر مسائل مهندسی). در چنین شرایطی ($n_g \geq 4$) امکان تخمین خطا در کوچکترین مربعات، یعنی تعیین \varnothing_0 از حداقل توابع زیر وجود دارد [۵]. در روش ارائه شده جدید در بخش ۲ تعداد شبکه مورد نیاز با کاهش مجهولات و با تعیین سه ضریب ثابت بسط سری توانی به سه شبکه کاهش یافته است.

$$S_{RE}(\varnothing_0, \alpha, p) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_g} (\varnothing_i - (\varnothing_0 + \alpha h_i^p))^2} \quad (6)$$

$$S_1(\varnothing_0, \alpha) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_g} (\varnothing_i - (\varnothing_0 + \alpha h_i))^2} \quad (7)$$

$$S_2(\varnothing_0, \alpha) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_g} (\varnothing_i - (\varnothing_0 + \alpha h_i^2))^2} \quad (8)$$

$$S_{12}(\varnothing_0, \alpha_1, \alpha_2) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_g} (\varnothing_i - (\varnothing_0 + \alpha_1 h_i + \alpha_2 h_i^2))^2} \quad (9)$$

کمینه‌سازی کوچکترین مربعات از معادلات (۶) تا (۹) که شامل تعریف انحراف استاندارد از مقادیر مناسب σ است در مرجع [۱۶] موجود است. بطور خلاصه با مشتق‌گیری از معادلات (۶) تا (۹) بر اساس ضرایب \varnothing_0 ، α و p و مساوی صفر قرار دادن آنها، سامانه از معادلات غیر خطی برای \varnothing_0 ، α به دست آمده که منجر به تعیین انحراف استاندارد σ می‌شود.

۱-۱-۲ روش پیشنهاد شده برای تخمین خطای گسسته سازی

در این بخش روشی برای تخمین خطای گسسته‌سازی ارائه شده است. این روش با حداقل چهار داده، انتخاب مناسب سایز سلول و با فرض اینکه خطاهای گردکردن و تکراری در مقابل خطای گسسته‌سازی نادیده گرفته می‌شود، استوار است. مرحله اول تعیین مرتبه مشاهده شده از همگرایی شبکه p از حداقل S_{RE} است. اگر $p > 0$ باشد کوچکترین انحراف معیار با آن p در معادله (۶) سنجیده می‌شود.

مشکل است و نتیجه، پراکندگی که در داده‌ها ظاهر می‌شود [۱۴] دلیل اصلی پراکندگی داده، فقدان تشابه هندسی شبکه‌هاست [۱۵]، در صورتیکه شبکه‌های سازمان‌یافته ذاتاً اجازه می‌دهند تا تشابه هندسی برقرار شود. برای شبکه‌های سازمان‌یافته این امر به سختی برقرار است. منبع دیگر پراکندگی داده، محدودکننده‌های جریان هستند که معمولاً در گسسته‌سازی ترم‌های همرفتی (جابه‌جایی) استفاده می‌شوند. در این مقاله از شبکه‌های سازمان‌یافته استفاده شده تا از پراکندگی در داده‌های عددی جلوگیری شود.

به منظور دستیابی بر خطای گسسته‌سازی با کاستی‌های موجود در محاسبات کاربردی و جریان‌های پیچیده، تخمین زنده‌های دیگری را به رابطه (۱) اضافه کرده و (فرض می‌شود که کد سی. اف. دی به صورت تئوری دارای دقت مرتبه ۲ باشد)

$$\varepsilon_{\varnothing} \cong \delta_1 = \varnothing_i - \varnothing_0 = \alpha h_i \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\varnothing} \cong \delta_2 = \varnothing_i - \varnothing_0 = \alpha h_i^2 \quad (4)$$

$$\varepsilon_{\varnothing} \cong \delta_{12} = \varnothing_i - \varnothing_0 = \alpha_1 h_i + \alpha_2 h_i^2 \quad (5)$$

این سه تخمین به جای معادله (۱) بکار می‌رود اگر شرایط مسأله خیلی سخت باشد یعنی مرتبه مشاهده شده از همگرایی شبکه یا خیلی کوچک و یا خیلی بزرگ باشد. دو معادله اول (۳) و (۴) برای همگرایی یکنواخت مناسب است در صورتی که معادله (۶) با همگرایی نوسانی سازگاری دارد.

۱-۱-۱ تخمین خطا با کوچکترین مربعات:

برای تعیین خطای بیان شده در بخش قبل، سه شبکه تولید می‌شود که یک شبکه با استفاده از معادلات (۱) و (۵) و دو شبکه دیگر با استفاده از معادلات (۲) و (۴) ایجاد خواهند شد. در صورت استفاده از سه یا دو شبکه برای داده‌های پراکنده به علت حساسیت بالای تعیین p تخمین خطا به درستی انجام نمی‌شود [۱۴]. بنابراین واقعاً غیر ممکن است تا عنوان شود که آیا سری داده‌ها در محدوده مجانب است یا نه؟ به عبارت دیگر در حضور پراکندگی، مرتبه مشاهده شده از همگرایی حل کاملاً بطور اتفاقی ممکن است که مساوی با مرتبه رسمی همگرایی شبکه باشد و هیچ دلیلی برای آنکه سری داده‌ها در این حالت از محدوده مجانب پیروی کند وجود ندارد. علاوه بر این یک شبکه سه تایی تنها به صورت نمونه مقدار p را می‌دهد؛ زیرا

تعیین $U(\emptyset)$ معمولاً برای حل بهترین شبکه انجام می‌شود اما در اصل برای هر \emptyset_i قابل بیان است. اگر شبکه ریز باشد معمولاً بطور یکنواخت همگرا است و $0.1 \leq p \leq 2/1$ و $\sigma < \Delta\emptyset$ صادق است. در این حالت فاکتور ایمنی^۱ به صورت $F_s = 1/25$ تعریف می‌شود. در غیر این صورت $F_s = 3$ خواهد بود. [۱ و ۲]

عدم قطعیت برای شبکه خوب و بد یعنی $\sigma < \Delta\emptyset$ یا $\sigma \geq \Delta\emptyset$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

برای $\sigma < \Delta\emptyset$:

$$U_{\emptyset}(\emptyset_i) = F_s \epsilon_{\emptyset}(\emptyset_i) + \sigma + |\emptyset_i - \emptyset_{fit}| \quad (12)$$

برای $\sigma \geq \Delta\emptyset$:

$$U_{\emptyset}(\emptyset_i) = 3 \frac{\sigma}{\Delta\emptyset} (\epsilon_{\emptyset}(\emptyset_i) + \sigma + |\emptyset_i - \emptyset_{fit}|) \quad (13)$$

پس مطابق روابط (۱۲) و (۱۳) عدم قطعیت دارای سه مؤلفه است: قدر مطلق خطای گسسته‌سازی تخمین زده شده در یک ضریب اطمینان، انحراف استاندارد مناسب، تفاوت مابین داده واقعی و مقدار بدست آمده از مقدار منطبق شده بر شبکه با چگالی یکسان. طبق آنچه تا کنون در محاسبه عدم قطعیت بیان شده است جهت رسیدن به قابلیت اطمینان^۲ بالای حل، نیاز به حداقل چهار شبکه، عدم پراکندگی در داده‌های عددی و محاسبه انحراف استاندارد ضروری است. در ادامه روشی ارائه می‌شود که با بهینه‌سازی در روش سنتی مشتق‌گیری و به کمک بسط سری توانی معرفی شده تنها با سه شبکه و بدون نیاز به محاسبه انحراف استاندارد به محاسبه عدم قطعیت حل عددی پرداخته می‌شود.

۲- عدم قطعیت با استفاده از روش جدیدی در بسط سری توانی و بهینه‌سازی توسط الگوریتم ژنتیک

مطابق آنچه که تاکنون در مورد روش‌های تخمین خطا جهت به دست آوردن عدم قطعیت بیان شد، در سال‌های اخیر خطا بر حسب سری توانی بیان شده است [۵] و با کمینه کردن تابع انحراف استاندارد، مقادیر ضرایب جهت بسط سری توانی محاسبه می‌شود. در اینجا روشی نوینی جهت تعیین عدم قطعیت معرفی می‌گردد که به جای استفاده از روش سنتی مشتق‌گیری جهت رسیدن به

قابل ذکر است که همگرایی نوسانی به عنوان رفتار نامطلوب شناخته می‌شود. در حقیقت همگرایی نوسانی اغلب رفتار مطلوبی ارزیابی نمی‌شود و مربوط به زمانی است که داده‌ها در محدوده مجانب قرار ندارند و با شیب مثبتی رو به افزایش‌اند. منظور از همگرایی نوسانی حلی است که دارای همگرایی متناوب در بالا و زیر حل دقیق باشد حتی وقتی بیشتر از سه شبکه موجود باشد به آسانی تشخیص نوع همگرایی از نوع نوسانی مشخص نیست مخصوصاً وقتی پراکندگی در داده وجود داشته باشد [۱۷ و ۱۸]

اگر مرتبه مشاهده شده از همگرایی شبکه مثبت باشد مراحل زیر ادامه داده می‌شود. تعیین بهترین p ، ثابت α و تخمین حل دقیق. (\emptyset_0) اگر مقدار p در محدوده قابل قبول (در مقایسه با همگرایی تئوری روش) باشد، خطا از معادله (۱) تخمین زده می‌شود. برای دقت مرتبه دو، محدوده قابل قبول $0.1 \leq p \leq 2$ است.

مقدار p بزرگتر از مرتبه رسمی شبکه (یعنی $p > 2$) احتمالاً باعث تخمین خطای خیلی کوچک می‌شود در این مورد δ_{RE} افت کرده و جایگزین معادلات (۳) یا (۴) می‌شود. با حل معادلات (۷) و (۸) چهار مقدار منطبق شده تعیین می‌شود و بهترین مقدار مناسب از کمترین مقدار انحراف استاندارد بدست می‌آید.

اگر p خیلی کوچک شود ($p < 0.1$)، تخمین خطا از معادله (۵) بدست می‌آید. در این حالت شش مقدار منطبق شده لازم است که از میان آنها مقداری که منطبق بر کوچکترین انحراف استاندارد است انتخاب می‌گردد.

۱-۳ تخمین عدم قطعیت

در بخش قبل، روش تخمین خطای گسسته‌سازی بیان شد. مرتبه مشاهده شده از همگرایی شبکه p ، انحراف استاندارد σ و اندازه‌ای از کیفیت تخمین خطا در رسیدن به هدف نهایی یعنی عدم قطعیت U_{\emptyset} نقش دارند. به معنای واضح‌تر عدم قطعیت فاصله‌ای شامل حل دقیق با ۹۵٪ پوشش است.

$$\emptyset_i - U_{\emptyset} \leq \emptyset_{\text{exact}} \leq \emptyset_i + U_{\emptyset} \quad (10)$$

جهت تعیین کیفیت داده‌های مستخرج شده از حل عددی، پارامتر ویژه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta\emptyset = \frac{(\emptyset_i)_{\text{max}} - (\emptyset_i)_{\text{min}}}{n_g - 1} \quad (11)$$

1 Safety factor
2 reliability

دو روش حل جهت هم مرتبه شدن بردارها وجود دارد: نخست اینکه شبکه درشت، میانمایی شده و مقادیر جایگزین به کار برده شود. در این حالت دقت محاسبات از مرتبه یک خواهد شد که مطلوب نیست. روش دوم آن است که اضافه‌های شبکه ریز را حذف کرده تا بردارها هم مرتبه شود. در این حالت دقت از مرتبه دقت محاسبات خواهد شد.

مقادیر تانسور به صورت جداگانه به توان دو رسانده و جمع می‌شوند تا نوع خطا از جنس مجموع مربعات شود. این مقدار خطا به عنوان تابع هدف الگوریتم ژنتیک در نظر گرفته شده است. وظیفه الگوریتم ژنتیک بدست آوردن کمینه تابع هدف است در اینجا کمینه یعنی بدست آوردن مقادیر α_0 ، α_1 و α_2 ، از رابطه (۱۸)، همانگونه که روش سنتی با مشتق‌گیری از تابع هدف به آن می‌رسد. پس از بدست آوردن این ضرایب با جایگزینی در رابطه (۱۷) مقدار \varnothing_{se} (تقریباً دقیق) بدست می‌آید. هم اکنون از سه شبکه، سه مقدار برای \varnothing تقریباً دقیق بدست خواهد آمد و نهایتاً خطا بصورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{error} = \left[\left| \varnothing_{se,1} - \varnothing_{se,2} \right| \left| \varnothing_{se,2} - \varnothing_{se,3} \right| \left| \varnothing_{se,1} - \varnothing_{se,3} \right| \right] \quad (19)$$

پس از آن عدم قطعیت به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\text{uncertainty} = \max(|\text{error}|) \quad (20)$$

بر طبق تعریف عدم قطعیت که عبارت است از مقدار مطلق از یک تخمین زننده خطا در یک فاکتور ایمنی، ضریب اطمینانی بصورت $F_s = 1/25$ انتخاب می‌شود. اگر شبکه مناسب نباشد این ضریب به $F_s = 3$ افزایش خواهد یافت:

$$U_{\varnothing} = F_s \cdot \max(|\text{error}|) \quad (21)$$

این روش به کمک یک برنامه کامپیوتری برای محاسبه عدم قطعیت حل عددی ضریب فشار بر روی سطح فوقانی بال پرنده سه بعدی به همراه پالایش شبکه انجام شده که در ادامه به تفصیل بیان می‌شود.

۱-۲ الگوریتم ژنتیک به عنوان یک روش بهینه ساز

الگوریتم ژنتیک یک روش بهینه‌سازی است که در هر تکرار محاسباتی با جمعیتی از دنباله‌ها کار می‌کند و فضای جواب را به طور همه‌جانبه مورد جستجو قرار می‌دهد. این الگوریتم به جای

مقادیر کمینه تابع از روش الگوریتم ژنتیک استفاده می‌کند. بر خلاف روش‌های قبلی که از مقدار ضریب ثابت α_0 صرف نظر می‌شود، در روش ارائه شده در این مقاله جهت بالا بردن دقت تمامی ضرایب تا مرتبه h^3 جهت بسط سری توانی استخراج می‌شود. در این روش خطا بر حسب یک سری توانی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{error} = \frac{\varnothing_i - \varnothing_{exact}}{\varnothing_{exact}} = \alpha_0 + \alpha_1 h + \alpha_2 h^2 + o(h^3) \quad (14)$$

$$\varnothing_{exact} = \varnothing_{se} + o(h^3) \quad (15)$$

$$\text{error} = \frac{\varnothing_i - \varnothing_{se}}{\varnothing_{se}} = \alpha_0 + \alpha_1 h + \alpha_2 h^2 \quad (16)$$

در این روش مطابق معادله (۱۶)، مقدار ضریب ثابت α_0 نیز محاسبه می‌شود بنابراین این روش نسبت به روش‌های بیان شده در بخش ۱-۱ مطابق با روابط (۳) تا (۵) که فاقد محاسبه ضریب α_0 است از دقت بالاتری برخوردار است. برای سه شبکه، سه مقدار تقریباً دقیق از بردار تحت بررسی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\varnothing_{se,1} = \frac{\varnothing_1}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_1^2)}$$

$$\varnothing_{se,2} = \frac{\varnothing_2}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_2 + \alpha_2 h_2^2)} \quad (17)$$

$$\varnothing_{se,3} = \frac{\varnothing_3}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_3 + \alpha_2 h_3^2)}$$

در روابط بالا \varnothing_i مقدار بردار دلخواه، مقدار تقریباً دقیق همان بردار و h اندازه سائز سلول است. زیرنویس‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب منطبق بر شبکه درشت، متوسط و ریز است. تابع هدف به شکل زیر به دست می‌آید:

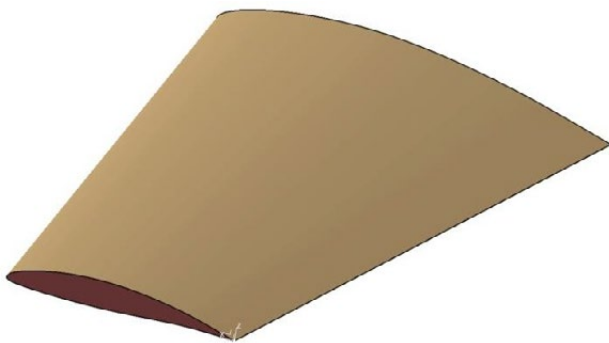
$$\text{objective function} = \left(\frac{\varnothing_1}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_1^2)} - \frac{\varnothing_2}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_2 + \alpha_2 h_2^2)} \right)^2 + \left(\frac{\varnothing_1}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_1^2)} - \frac{\varnothing_3}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_3 + \alpha_2 h_3^2)} \right)^2 + \left(\frac{\varnothing_3}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_3 + \alpha_2 h_3^2)} - \frac{\varnothing_2}{(1 + \alpha_0 + \alpha_1 h_2 + \alpha_2 h_2^2)} \right)^2 \quad (18)$$

این یک تقسیم نظیر به نظیر برداری است.

جدول ۱: مشخصات بال پرنده مورد بررسی

Table 1: The geometric parameters for the wing under consideration

مشخصات بال	اندازه
مساحت مرجع، m^2	۱۶/۴
وتر آیرودینامیکی متوسط، m	۱/۶۴
نسب منطری	۶/۵۲
دهانه بال، m	۱۰/۴



شکل ۱: نمایی از هندسه بال مورد بررسی

Fig 1: A view from the wing under consideration

تغییرات تابع بسیار تند یا کند است، کارایی خود را از دست می‌دهند، این الگوریتم قابل استفاده است و بنابراین می‌تواند پارامترهایی را که دارای توابع هدف بسیار پیچیده هستند، بهینه کند.

۳- بررسی عدم قطعیت بر مسأله تحت بررسی

در این بخش روش پیشنهاد شده در بخش دوم جهت تعیین عدم قطعیت خطای عددی ضریب فشار بر سطح بال سه بعدی همراه با پالایش شبکه انجام و به کمک آن میزان قابلیت اطمینان حل تعیین می‌گردد.

۳-۱ هندسه مسأله

بال مورد بررسی دارای پیچش^۴ آیرودینامیکی است که در آن از دو مقطع استاندارد ناکا^۵ سری ۶ با ضخامت‌های ۱۵ و ۱۲ درصد به ترتیب در ریشه و نوک بال استفاده شده است. مشخصات این بال در جدول ۱ و شکل ۱ بیان شده است.

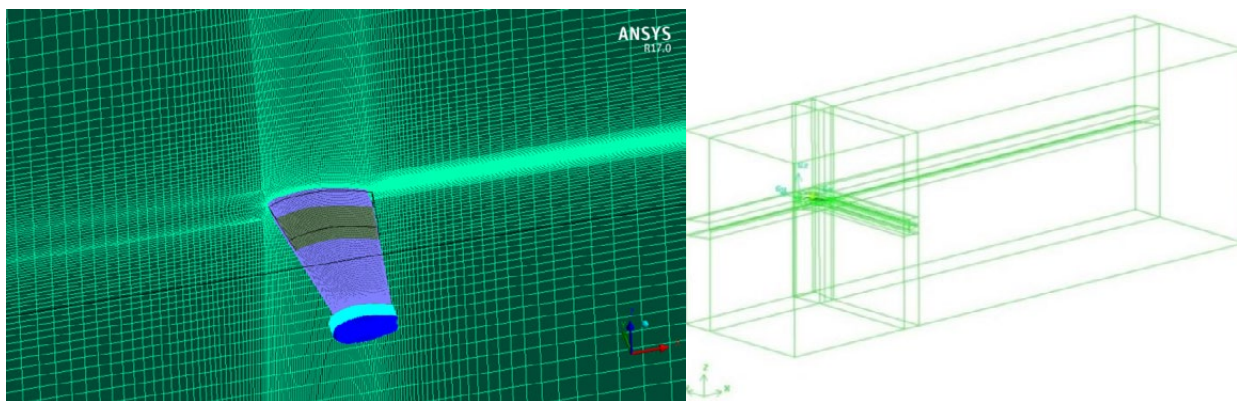
شروع از یک نقطه، جستجو را از نقاط مختلف آغاز می‌نماید. بنابراین به ندرت در دام بهینه‌های محلی گرفتار می‌شود و توانایی زیادی در یافتن بهینه مطلق دارد. جواب‌های مختلف بر اساس تابع هدف ارزیابی می‌شود [۱۷-۱۹]. در این مقاله الگوریتم ژنتیک جهت کمینه کردن تابع هدف که در این مسأله خطای عددی است به کار می‌رود. این خطا بر مقدار ضریب فشار سطح فوقانی بال سه بعدی یک پرنده انجام شده است و نقش پالایش شبکه بر تغییرات آن در طی یک شبکه سازمان یافته بررسی می‌گردد. مقدار خطا با بسط یک سری توانی از مرتبه سوم تخمین زده شده و توسط الگوریتم ژنتیک مقادیر ضرایب ثابت این بسط به دست می‌آید. الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی مقادیر ضرایب ثابت از یک تابع ترکیب^۱ استفاده می‌کند. این تابع از والدین اولیه، نسل بعد را تولید می‌کند به گونه‌ای که به صورت تصادفی تعدادی از ژن‌های والد یک و دو را انتخاب کرده و با هم ترکیب می‌کند که به تابع پراکندگی^۲ معروف است [۱۹]. به دلیل ماهیت تصادفی آن از این تابع استفاده شده است.

از نکات مهم دیگر در این الگوریتم تابع انتخاب والدین است که اعضای جمعیتی که به عنوان والدین انتخاب شده را به کار می‌گیرد. در اینجا تابع رقابت^۳ انتخاب شده است. این تابع ابتدا به صورت تصادفی جمعیتی را انتخاب کرده و سپس بهترین‌های این جمعیت را به عنوان والدین نسل بعد انتخاب می‌کند با این روش ناپایداری در سامانه کاهش می‌یابد.

از بارزترین مزایای الگوریتم ژنتیک آن است که این الگوریتم به جای یک نقطه منفرد جمعیتی از نقاط را در فضای حل مورد جستجو قرار می‌دهد پس به ندرت در دام بهینه‌های محلی گرفتار می‌شود و توانایی زیادی در یافتن بهینه مطلق دارد. همچنین در روند جستجوی خود تنها از مقدار تابع هدف در نقاط مختلف استفاده می‌کند و به مشتقات تابع و اطلاعات کمکی دیگر نیازی ندارد. از این رو، هیچ محدودیتی از قبیل مشتق‌پذیری یا پیوستگی برای تابع هدف نداشته و این روش را می‌توان در مسایل مختلف اعم از خطی، غیرخطی، پیوسته یا گسسته استفاده نمود و می‌تواند با توا تحلیلی، داده‌های تجربی و اطلاعات تولید شده عددی و آزمایشگاهی کار کند. وقتی که سایر روش‌ها بر اثر مشکلات موضعی مانند نواحی که در آنها

- 1 Crossover function
- 2 Scattered
- 3 Tournament

- 4 Twist
- 5 Naca



ب

الف

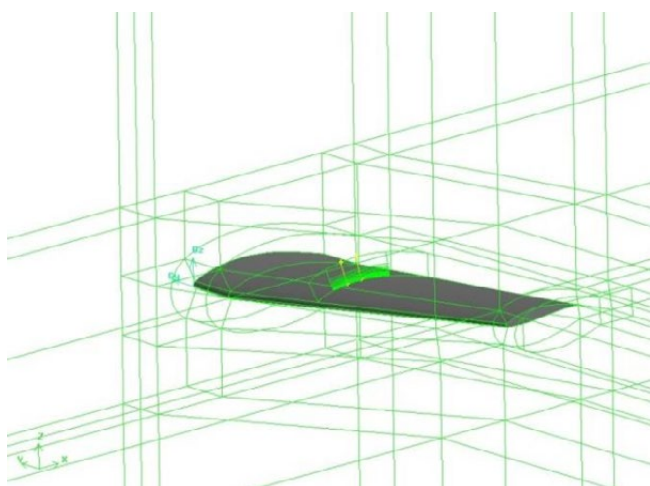
شکل ۲: نمایی از بلوک بندی ناحیه محاسباتی همراه با شبکه سازمان یافته

Fig 2: The computational domain along with structured grids

جدول ۲: مشخصات سه شبکه محاسباتی بر روی بال

Table 2: The characteristics of the three type of meshes

مشخصات شبکه	شبکه درشت	شبکه متوسط	شبکه ریز
ارتفاع اولین جزء لایه مرزی، mm	۴	۲	
تعداد ردیف لایه مرزی	۲۰	۲۰	۲۰
نسبت رشد ردیف‌های لایه مرزی	۱/۱۵	۱/۱۵	۱/۱۵
تعداد کل اجزا	۴۴۶۵۵۷۵	۷۲۱۷۲۴۷	۲۹۴۵۵۰۲۲



شکل ۳: نمایی از بلوک بندی اطراف بال

Fig 3: Various blocks around the wing

گرفته شده است. در حالت اول که شبکه درشت است ارتفاع اولین لایه ۴ میلی‌متر است که با رشد ۱/۱۵ در حالت سوم به ۶۴ ردیف سلول می‌رسد. در هر سه شبکه تمامی سلول‌ها مشابه‌اند و نسبت پالایش شبکه ثابت است. این نسبت توسط معادله زیر بیان می‌شود:

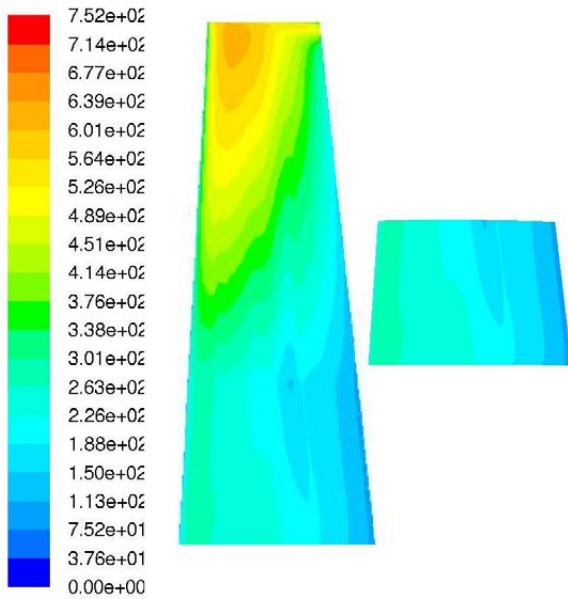
$$\frac{h_i}{h_1} = \frac{NX_1 - 1}{NX_i - 1} = \frac{NY_1 - 1}{NY_i - 1} = \frac{33 - 1}{65 - 1} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2} \quad (22)$$

که NX و NY به ترتیب تعداد سلول‌های شبکه در راستای x و y است. محاسبات برای هر سه شبکه با نرم افزار انسیس فلونت^۲ انجام شده است.

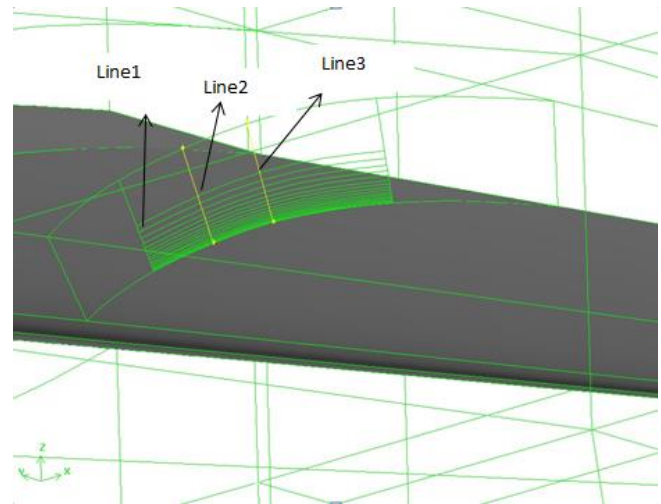
۳-۲ ایجاد مدل محاسباتی و شبکه بندی

در این تحقیق از مدل نیمه با شرط مرزی تقارن^۱ استفاده شده است. یک ناحیه مکعب مستطیلی مطابق شکل ۲ (الف) که از جلو بال ۲۱ متر و از عقب آن ۶۲/۵ متر، از بالا و پایین ۵ متر و از پهلو ۲۲/۵ متر از بال فاصله دارد به عنوان مرز دوردست در اطراف بال‌ها انتخاب شده است. یک شبکه مکعب مستطیلی شش وجهی منظم سازمان یافته مطابق شکل ۲ (ب) شامل توپولوژی C در دامنه کوچکتر اطراف بال و توپولوژی H در نواحی دورتر بکار گرفته شده، به این منظور از بلوک بندی دامنه محاسباتی بهره گرفته شده است.

سه شبکه درشت، متوسط و ریز، جهت بررسی عدم قطعیت بر پالایش شبکه مطابق جدول ۲ انجام شده است. به این منظور یک بلوک ۱۶ ردیفه در وسط بال از ۰/۱۵ تا ۰/۶۵ کورد، مطابق شکل ۳ در نظر



شکل ۵: تغییرات y^+ بر روی بال راست و بخش انتخابی بلوک مبنا برای شبکه درشت



شکل ۴: نمایی از بلوک انتخاب شده در وسط بال به همراه ۱۶ ردیف اولیه و سه خط مبنا

Fig 4: The selected block at wing half span along with 16 initial rows

Fig 5: The variations of y^+ on the starboard wing for the coarse mesh

در این معادلات ρ دانسیته سیال و \vec{v} بردار سرعت، P فشار و $\bar{\tau}$ آنسور تنش می‌باشد.

معادلات اغتشاش جریان:

در جریان آشفته سیال تحت اغتشاشات جریانی و فرآیندهای اختلاطی شدید قرار می‌گیرد و اندازه سرعت در هر نقطه متغیر می‌باشد. برای تحلیل جریان آشفته می‌توان از مدل‌سازی نیمه تجربی برای میانگین کمیت‌ها استفاده کرد. به این منظور از یک میانگین‌گیری زمانی بر روی معادلات حاکم دقیق دارای متغیر زمانی (که همان معادلات ناویر استوکس می‌باشد)، استفاده گردیده تا معادلات جدیدی که از نظر محاسباتی کم هزینه‌تر باشند، حاصل شود. این معادلات میانگین‌گیری شده رینولدز رنس نامیده می‌شوند. این معادلات دارای متغیرهای اضافی به نام تنش‌های رینولدز $\overline{\rho u_i u_j}$ بوده و بنابراین از مدل‌های آشفته‌گی برای تعریف این تنش‌ها در فرم معلوم و شناخته شده‌ای استفاده می‌گردد. جهت شبیه‌سازی از مدل توربولانسی $k - \varepsilon$ استفاده شده است.

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\delta_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_b + G_k - \rho \varepsilon \quad (25)$$

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\delta_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (26)$$

با توجه به اینکه ایرفویل این پرنده از ایرفویل‌های سری ۶ می‌باشد که در آنها تغییرات ضریب فشار در نیمه اول ایرفویل (از لبه حمله تا نیمه کورد) نسبت به نیمه دوم بیشتر است، بنابراین جهت بررسی عدم قطعیت، سه خط در موقعیت‌های ۱۵، ۲۵ و ۵۰ درصدی سطح تحتانی بلوک مبنا و عمود بر ایرفویل جهت تغییرات ضریب فشار در سه شبکه مطابق شکل ۴ ایجاد شده است. از جمله مسائل مهم در بخش پالایش شبکه، درست بودن مقدار y^+ است. در واقع مقدار y^+ برای شبکه درشت باید در محدوده معین قرار داشته باشد تا نسبت به درستی حل عددی مسأله اطمینان وجود داشته باشد و پس از آن به ریزکردن شبکه پرداخته شود. بر این اساس y^+ بر روی بلوک مبنا در حالت شبکه درشت بر روی بال در شکل ۵ قابل مشاهده است.

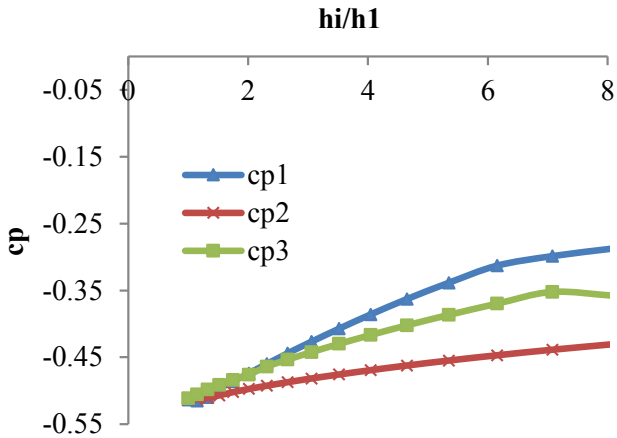
۳-۳ معادلات حاکم

معادلات حاکم بر این مسأله شامل معادله پیوستگی، معادلات ناویر استوکس^۱ در حالت تراکم پذیر، لزج، دائم و معادلات مدل‌سازی اغتشاش^۲ است.

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (23)$$

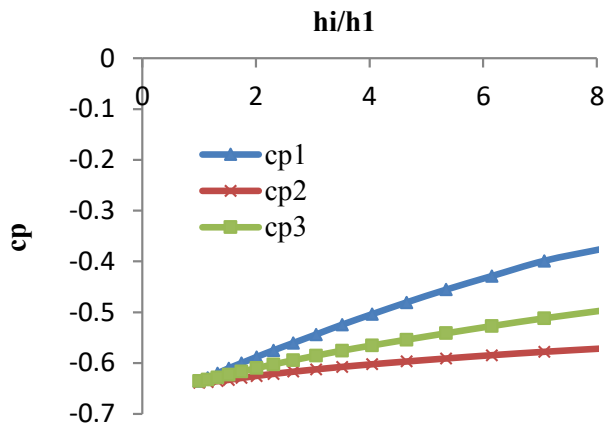
$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \cdot \vec{v}) = -\vec{\nabla} P + \vec{\nabla} \cdot \bar{\tau} \quad (24)$$

- 1 Navier stocks equations
- 2 Turbulence modeling



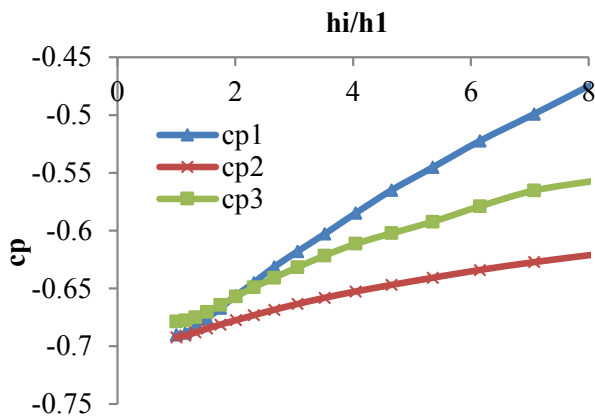
شکل ۶: نمودار ضریب فشار بر روی خط اول از بلوک مبنا

Fig 6: The pressure distribution on the first line of the baseline block



شکل ۷: نمودار ضریب فشار بر روی خط دوم از بلوک مبنا

Fig 7: The pressure distribution on the second line of the baseline block



شکل ۸: نمودار ضریب فشار بر روی خط سوم از بلوک مبنا

Fig 8: The pressure distribution on the Third line of the baseline block

معادلات (۲۵) و (۲۶) به ترتیب معادله k و ε است. در معادلات فوق C_1 و C_2 ضرایب تجربی بوده و σ_ε و σ_k اعداد اشمیت و پرانتل آشفته می‌باشند.

۳-۴ تعیین عدم قطعیت بر روی سه خط مبنا با بسط سری توانی مسأله مورد نظر با هر سه شبکه‌بندی مورد حل عددی قرار گرفته است. پس از اطمینان از همگرایی کامل حل، مقادیر ضریب فشار به عنوان نمونه جهت تخمین خطا بر روی خطوط مبنا از بلوک مرجع در هر سه شبکه استخراج شد. شکل‌های ۶ تا ۸ مقدار تغییرات ضریب فشار بر حسب فاصله بی‌بعد شده ارتفاع سلول را نشان می‌دهد. در این نمودار زیرنویس‌های ۱، ۲ و ۳ ترتیب منطبق بر شبکه درشت، متوسط و ریز است.

پس از استخراج ضرایب فشار بر روی خطوط مبنا، به کمک رابطه (۱۶) مقدار خطا تعیین می‌شود. سپس مقادیر ضرایب فشار تقریباً دقیق با رابطه (۱۷) تعیین شده و تابع هدف با رابطه (۱۸) به دست می‌آید. با اعمال الگوریتم ژنتیک مقادیر بهینه این تابع یعنی α_0 و α_1 و α_2 بدست می‌آید. در هر بار اجرای برنامه مقادیر متفاوتی برای ضرایب مذکور ارائه خواهد شد که بسیار به یکدیگر و مقدار کمینه مطلق نزدیک هستند. جدول‌های ۳ تا ۵ این ضرایب را برای ۵ بار اجرای برنامه نشان می‌دهد.

جدول ۳: ضرایب α_0 و α_1 و α_2 بر روی خط مبنا اول

Table 3: The coefficients of the power series expansion on the first baseline

تعداد اجرا	۱	۲	۳	۴	۵
α_0	۰/۰۰۵۸۶۹	۰/۰۰۰۲۳۸	۰/۰۰۱۲۴۷	۰/۰۰۰۰۲۸	۰/۰۰۳۰۰
α_1	۰/۰۴۶۱۷۱	۰/۰۰۴۳۹۳	۰/۰۰۰۰۷۵	۰/۰۰۱۷۵۵	۰/۰۲۳۰۱۶
α_2	۰/۰۱۳۷۷	۰/۰۰۹۵۳	۰/۰۳۱۴۶	۰/۰۵۲۴۲	۰/۰۷۲۴۶

جدول ۴: ضرایب α_0 و α_1 و α_2 بر روی خط مبنا دوم

Table 4: The coefficients of the power series expansion on the second baseline

تعداد اجرا	۱	۲	۳	۴	۵
α_0	۰/۰۰۸۵۵۵	۰/۰۱۳۹۵	۰/۰۰۴۷۹	۰/۰۱۹۴۸	۰/۰۷۹۶
α_1	۰/۰۳۳۲۲۳	۰/۰۰۲۵۱	۰/۰۰۹۰۲	۰/۰۲۳۱۱	۰/۰۱۴۱۶
α_2	۰/۰۲۲۳۲۰	۰/۰۴۱۲۰۷	۰/۰۱۵۶۴۷	۰/۰۲۶۱۸۶	۰/۰۰۶۵۲۹

با ضریب اطمینان ۱/۲۵ به عنوان عدم قطعیت در جدول ۹ معرفی می‌شوند:

از بین سه مقدار عدم قطعیت در جدول ۹ بیشینه مقدار انتخاب شده و به عنوان عدم قطعیت ضریب فشار بر روی سطح فوقانی بال مطابق رابطه (۲۷) معرفی می‌گردد:

$$cp_i - 0.030231 \leq cp_{exact} \leq cp_i + 0.030231 \quad (27)$$

این رابطه بیانگر همان فاصله مجاز جهت عدم قطعیت است. به معنای بهتر، عدم قطعیت فاصله‌ای شامل حل دقیق با ۹۵٪ پوشش است. در مفهوم کاربردی مسأله می‌توان چنین نتیجه گرفت که با انتخاب یک ضریب فشار بر روی شبکه درشت و اضافه و کم کردن مقدار عدم قطعیت از آن می‌توان به مقدار دقیق (معادل با شبکه ریز) دست یافت و آن را بر روی کل سطح فوقانی بال تعمیم داد.

سرانجام قابلیت اطمینان حل به صورت رابطه (۲۸) تعریف می‌شود:

$$reliability = (1 - uncertainty) \times 100\% \quad (28)$$

مطابق این رابطه قابلیت اطمینان حل عددی انجام گرفته، مطابق جدول ۱۰ برای سه خط تعریف شده است:

شکل‌های ۹ و ۱۰ مقدار خطا را برای هر سه شبکه بر روی خط مبنای اول و دوم نشان می‌دهد. واضح است که شبکه درشت خطای بالاتر و شبکه ریز، خطای کمتری دارد. با کاهش اندازه سلول به میزان یک چهارم مقدار اولیه در شبکه ریز، میزان خطا تقریباً نصف شبکه درشت می‌شود. میزان خطا بر روی خط اول به علت حساسیت

جدول ۹: مقدار عدم قطعیت محاسباتی بر روی سه خط مبنا

Table 9: The computational uncertainty on the three base-lines

تعداد اجرا	۱	۲	۳
عدم قطعیت با ضریب اطمینان	۰/۰۳۰۲۳۱	۰/۰۱۰۴	۰/۰۱۷۶۲۵

جدول ۱۰: مقدار قابلیت اطمینان حل عددی بر روی سه خط مبنا

Table 10: The computational reliability on the three base-lines

قابلیت اطمینان	۱	۲	۳
	٪۹۷/۶	٪۹۹/۱۶	٪۹۸/۶

جدول ۵: ضرایب α_0 و α_1 و α_2 بر روی خط مبنای سوم

Table 5: The coefficients of the power series expansion on the third baseline

تعداد اجرا	۱	۲	۳	۴	۵
α_0	۰/۰۰۱۵	-۰/۰۰۰۷	-۰/۰۰۰۷۲	-۰/۰۰۰۱	-۰/۰۰۰۸
α_1	۰/۰۰۶۳	-۰/۰۰۱۹	۰/۰۰۰۶	۰/۰۱۳۱	۰/۰۰۵۶۴
α_2	-۰/۰۰۳۵	۰/۰۰۸۹۷	۰/۰۱۸۱	-۰/۰۱۰۹	۰/۰۳۰۸

جدول ۶: مقدار عدم قطعیت محاسباتی بر روی خط مبنای اول

Table 6: The computational uncertainty on the first baseline

تعداد اجرا	۱	۲	۳	۴	۵
عدم قطعیت	۰/۰۲۳۸۷۵	۰/۰۲۴۰۵۴	۰/۰۲۴۰۳۵	۰/۰۲۴۰۶۹	۰/۰۲۴۱۸۵

جدول ۷: مقدار عدم قطعیت محاسباتی بر روی خط مبنای دوم

Table 7: The computational uncertainty on the second baseline

تعداد اجرا	۱	۲	۳	۴	۵
عدم قطعیت	۰/۰۰۸۱۸۵	۰/۰۰۸۲۴۴	۰/۰۰۸۲۸۷	۰/۰۰۸۳۶۹	۰/۰۰۸۱۶۸

جدول ۸: مقدار عدم قطعیت محاسباتی بر روی خط مبنای سوم

Table 8: The computational uncertainty on the third baseline

تعداد اجرا	۱	۲	۳	۴	۵
عدم قطعیت	۰/۰۱۳۹	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴۱	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴

پس از بدست آوردن مقادیر α_0 و α_1 و α_2 با جایگزینی در رابطه (۱۷) مقدار cp_{se} (تقریباً دقیق) بدست می‌آید. هم اکنون از سه شبکه سه ضریب فشار تقریباً دقیق بدست آمده است. منظور از تقریباً دقیق این است که اختلاف این سه ضریب فشار از مرتبه سوم h است. پس از آن مقدار خطا از رابطه (۱۹) استخراج و نهایتاً مقدار عدم قطعیت از رابطه (۲۰) برای اجراهای متفاوت در جدول‌های ۶ تا ۸ ارائه خواهد شد. در واقع الگوریتم ژنتیک مقادیر اکسترممی را پیدا می‌کند که همگی به مقدار کمینه مطلق نزدیک‌اند.

مقادیر بیشتر عدم قطعیت بر روی خط اول به علت نزدیک بودن این خط به لبه حمله ایرفویل و تغییرات بیشتر ضریب فشار در این ناحیه و در نتیجه حساسیت بیشتر به ریزتر شدن شبکه است. از بین مقادیر تخمین زده شده در جدول‌های ۶ تا ۸، بیشینه مقدار همراه

سنتی با پراکندگی داده

- نیازی به انتخاب مقدار p (توان در سری توانی) نیست. بسط سری توانی به صورت کامل و با محاسبه ضرایب ثابت α_0 و α_1 و α_2 انجام می‌گیرد.

۳-۵ صحنه‌گذاری حل عددی

با توجه به موجود نبودن نتایج تست تجربی در این پژوهش، جهت صحنه‌گذاری بر حل عددی، شبیه‌سازی بال ONERA M6 انجام شد و با نتایج تست‌های تونل باد موجود آن [۲۰] مقایسه شد. شرایط آنالیز این بال مطابق جدول ۱۱ است.

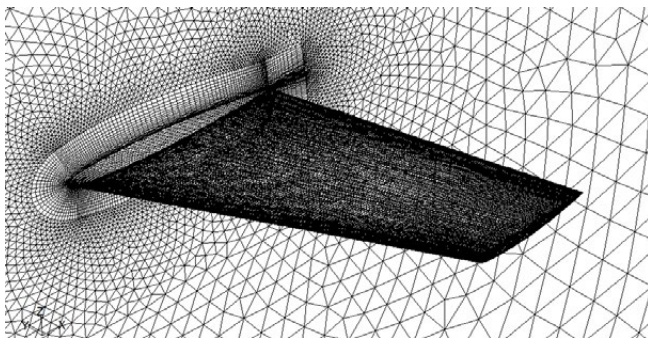
جهت تحلیل بال از یک شبکه ترکیبی سازمان یافته با توپولوژی C در دامنه کوچکتر اطراف بال و بی‌سازمان در نواحی دورتر استفاده شده است و به این منظور از بلوک بندی دامنه محاسباتی بهره گرفته شده است. مطابق شکل ۱۱، این شبکه بندی کاملاً مشابه شبکه بندی مورد استفاده در پژوهش حاضر است.

همچنین شرایط مرزی و معادلات حاکم بر این بال مشابه مسأله اصلی

جدول ۱۱: شرایط آنالیز بال Onera M6

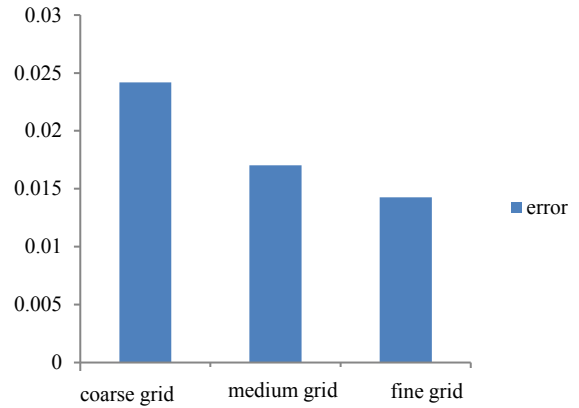
Table 11: The free stream and geometric conditions for simulating Onera M6

مقدار	مشخصات
۰/۸۳۹۵	ماخ
۵۴/۴۳۶	فشار، k Pa
۲۷۳/۱۵	دم، K
۳/۰۶	زاویه حمله، deg
۰/۶۴۶۰۷	وتر آیرودینامیک متوسط، m



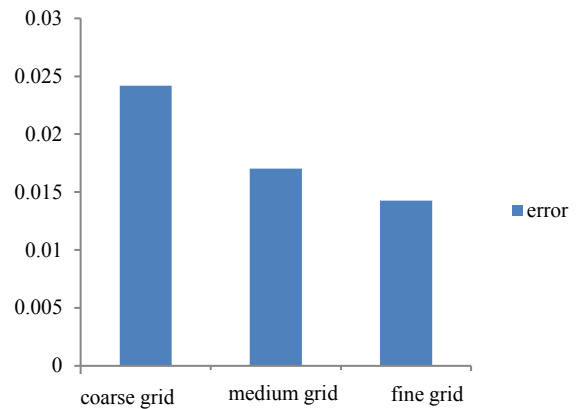
شکل ۱۱: شبکه بندی بال Onera M6

Fig 11: The meshes on Onera M6 standard model



شکل ۹: نمودار میله‌ای خطا برای سه شبکه بندی بر روی خط اول از بلوک مبنا

Fig 9: The histogram of the errors for the three meshes on the first row of the base line



شکل ۱۰: نمودار میله‌ای خطا برای سه شبکه بندی بر روی خط دوم از بلوک مبنا

Fig 10: The histogram of the errors for the three meshes on the second row of the base line

بیشتر ضریب فشار در منطقه نزدیک به لبه حمله ایرفویل نسبت به دو منطقه دیگر (دورتر از لبه حمله ایرفویل) بیشتر است.

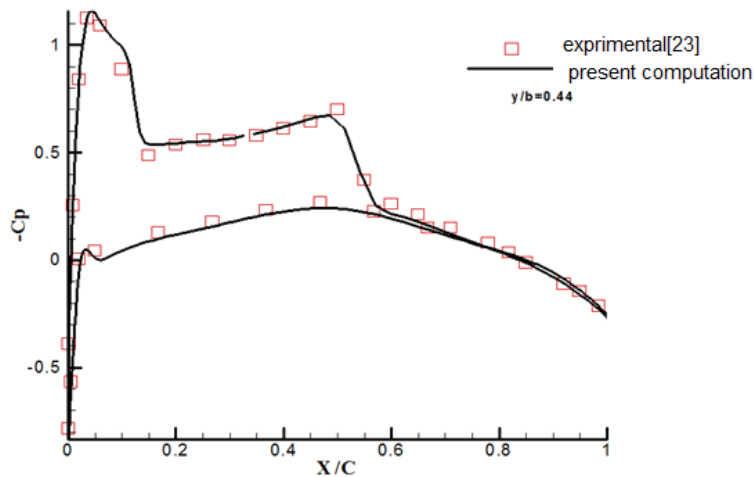
مزایای روش بهینه سازی خطای عددی با الگوریتم ژنتیک نسبت

به روش‌های سنتی در بحث عدم قطعیت:

- محاسبه مقدار ضریب ثابت α_0 در بسط سری توانی
- به دست آوردن تعداد زیادی مقادیر اکسترمم که بسیار به مقدار مطلق نزدیک است.

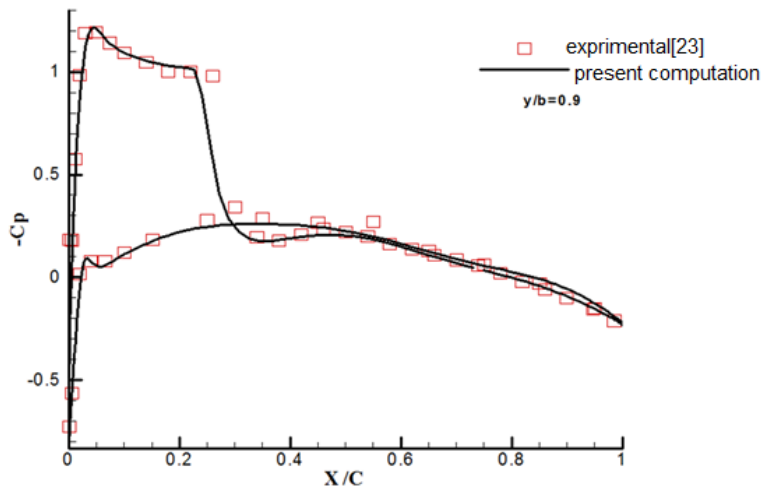
- عدم نیاز به محاسبه مقدار انحراف استاندارد
- دقت بالاتر و زمان حل پایین تر

- قابل انجام برای محاسبات بالا و شکل‌های هندسی پیچیده
- تنها با داشتن دو شبکه و با محاسبه ضرایب α_0 و α_1 می‌توان به جواب رسید در مقایسه با چهار شبکه بندی در روش‌های



شکل ۱۲: نمودار مقایسه ضریب فشار در موقعیت $y/b = 0.44$ در امتداد دهانه بال

Fig 12: The pressure distribution at $y/b=0.44$



شکل ۱۳: نمودار مقایسه ضریب فشار در موقعیت $y/b = 0.9$ در امتداد دهانه بال

Fig 13: The pressure distribution at $y/b=0.9$

عدم قطعیت به کمک یک تخمین‌زننده خطا در یک ضریب اطمینان به دست آمد. خطا به کمک بسط سری توانی از مرتبه سوم به عنوان تابعی از اندازه شبکه تعریف شد و با تعیین تابع هدف به صورت مجموع مربعات جهت بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک سازمان‌دهی شد. یک برنامه کامپیوتری جهت تخمین عدم قطعیت با تولید تابع هدف، اعمال الگوریتم ژنتیک به منظور به دست آوردن تابع هدف، محاسبه ضرایب فشار تقریباً دقیق، محاسبه خطا و نهایتاً اعمال ضریب اطمینان بر روی سه خط مبنای عمود بر ایرفویل بسط داد شد. در روش‌های سنتی جهت رسیدن به قابلیت اطمینان بالای حل،

تحقیق است. در اینجا مقایسه توزیع ضریب فشار برای نمونه در دو ایستگاه $y/b = 0.44, 0.9$ در راستای دهانه بال در دو شکل ۱۲ و ۱۳ ارائه شده است. تطابق قابل قبولی بین نتایج عددی و نتایج تجربی وجود دارد.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش تخمین عدم قطعیت خطای عددی بر روی بال پرنده در بررسی ضریب فشار با پالایش شبکه به کمک روش جدیدی در بسط سری‌های توانی و بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک انجام گرفت.

مرتبه مشاهده شده از همگرایی شبکه	p
نسبت تفکیک	R
خطای گسسته‌سازی	ε_{\emptyset}
انحراف استاندارد	σ
ضرایب بسط سری توانی	$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$

مراجع

- [1] P.J. Roache, Verification and Validation in Computational Science and Engineering, Hermosa Publishers, (1998).
- [2] P.J. Roache, Fundamentals of Verification and Validation, Hermosa Publishers, (2009).
- [3] G.J.A. Loeven, Efficient uncertainty quantification in computational fluid dynamics Technische Universiteit Delft, (2010).
- [4] W. Hasselbarth, Guide to the Evaluation of Measurement Uncertainty for Quantitative Test Results, eurolab technical secretariat, (2006).
- [5] M.H. L.Eca, A procedure for the estimation of the numerical uncertainty of CFD calculations based on grid refinement studies, Journal of Computational Physics 262 (2014) 104–130.
- [6] U.G. I.B. Celik, P.J. Roache, C.J. Freitas, H. Coleman, P.E. Raad, Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications, J. Fluids Eng. 130, (2008).
- [7] C.j. ROY, Review of code and solution verification procedures for computational simulation, Comput. Phys. 205 (1), (2005) 131–156.
- [8] R.V.W. F. Stern, H. Coleman, E. Patterson, Comprehensive approach to verification and validation of CFD simulations, Part 1: Methodology and procedures, Fluids Eng. 123 (4), (2001) 793–802.
- [9] F.S. T. Xing, Factors of safety for Richardson extrapolation, Fluids Eng. 132 (6), (2010) 061403.
- [10] E.K. I. Celik, F. E. Blancas, D. Parsons, H. Sezer, Error estimation using hybrid methods, ASME 2012 Fluids Engineering Division Summer Meeting, (2012) 1621–1642.

حداقل چهار شبکه، عدم پراکندگی در داده‌های عددی و محاسبه انحراف استاندارد لازم بود اما با بکارگیری روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک، تنها با سه شبکه و بدون نیاز به محاسبه انحراف استاندارد و دقت بالاتر به دلیل محاسبه تمام ضرایب بسط سری توانی می‌توان به عدم قطعیت خطای عددی و با قابلیت اطمینان بالا دست یافت.

در استفاده از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک در هر اجرای برنامه مقادیر متفاوتی جهت ضرایب بهینه بدست آمد که بسیار به یکدیگر و مقدار بهینه مطلق نزدیک است و از مزایای ویژه این روش است. همچنین بکارگیری تابع رقابت در بخش انتخاب والدین، با انتخاب جمعیت تصادفی اولیه کمک زیادی در عدم ناپایداری حل داشت زیرا روش‌های بهینه‌سازی قبلی جمعیت اولیه را صرفاً با والدین نخبه انجام می‌دادند. بنابراین در بسیاری موارد با عدم پایداری مواجه شده و نیاز به دو جهش جهت رسیدن به جواب‌های بهینه داشتند. به علت مطلوب بودن شبکه ضریب اطمینان $1/25$ در رسیدن به عدم قطعیت نهایی انتخاب شد. با ریز کردن شبکه به اندازه یک چهارم میزان اولیه مقدار خطا نصف گردید. عدم قطعیت محاسبه شده در این مسأله برابر $0.3/0$ است. که بیانگر فاصله‌ای شامل حل دقیق با $97/6$ درصد پوشش است. در مفهوم کاربردی مسأله می‌توان چنین نتیجه گرفت که با انتخاب یک ضریب فشار بر روی شبکه درشت و اضافه و کم کردن مقدار عدم قطعیت از آن می‌توان به مقدار دقیق (معادل با شبکه ریز) دست یافت و آن را بر روی کل سطح فوقانی بال تعمیم داد. قابلیت اطمینان بر روی سه خط مبنا بالاتر از 97% نشانگر دقت بالای این حل عددی است. بالاترین قابلیت اطمینان $99/16$ درصد و کمترین $97/6$ درصد بدست آمد. به کمک این روش می‌توان میزان عدم قطعیت را برای هر مؤلفه جریان نظیر سرعت نیز به دست آورد. از مهمترین مزایای این روش حل عدم نیاز به محاسبه مقدار انحراف استاندارد، محاسبه مقدار ضریب ثابت α_0 در بسط سری توانی، رسیدن به حل با سه شبکه‌بندی، دقت بالا و زمان حل پایین را می‌توان برشمرد.

۵- فهرست علائم

مقدار جریان محلی	\emptyset_i
تخمینی از حل دقیق	\emptyset_0
اندازه شبکه	h_i

- Regression Analysis: A Research Tool, Springer, (1998).
- [16] D.E.Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison Wesley Publishing Company, (1989).
- [17] J.D.S. R.A .Caruana, Binary Coding, 6th International Conference of Machine Learning, (1988) 153-161
- [18] W. A.H, Genetic Algorithms for Real Parameter Optimization. In Foundations of Genetic Algorithms, Morgan Kauffmann Publishers, (1991), pp. 205-218.
- [19] V.S.a. F.Charpin, Pressure Distributions On The ONERA M6-Wing at Transonic Mach Number, Experimental Data Base on Computer Program Assessment, Report of the Fluid Dynamic Panel Working Group 04, AGARD AR 138, (1979).
Working Group 04, Agard Ar 138, (May 1979).
- [11] M.H. L. Eça, P.J. Roache, H.C. Coleman, Verification of calculations: an overview of the Lisbon workshop, AIAA Computational Fluid Dynamics Conference (2005).
- [12] M.H. L. Eça, P.J. Roache, H.C. Coleman, Code verification, solution verification and validation: an overview of the 3rd Lisbon workshop, AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, (2009), pp. 36-47.
- [13] M.H. L. Eça, P.J. Roache, H.C. Coleman, An evaluation of verification procedures for CFD applications, 24th Symposium on Naval Hydrodynamics, (2002).
- [14] M.H. L. Eça, P.J. Roache, H.C. Coleman, Error estimation based on grid refinement studies: a challenge for grid generation, Conferência de Métodos Numéricos en Ingeniería, (2009).
- [15] S.G.P. J.O. Rawlings, D.A. Dickey, Applied