



بررسی اثر اصلاحات ماکرو-هندسی و میکرو-هندسی بر روی خطای انتقال استاتیکی و ضریب توزیع بار چرخنده‌های مارپیچ

امیرعباس زارع ده‌آبادی، مهرداد پورسینا^{*}، محسن رضایی، کورش حسن‌پور

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

چکیده: هدف از انجام این پژوهش بررسی تأثیر پارامترهای طراحی و اصلاح پروفیل دندانه بر روی خطای انتقال استاتیکی و ضریب توزیع بار یک جفت چرخنده مارپیچ به روش تحلیلی با استفاده از نرم‌افزار متلب می‌باشد. در این تحقیق در ابتدا به تعریف دقیق خطای انتقال چرخنده‌ها به‌عنوان مهم‌ترین عامل ایجاد سروصدا در یک جفت چرخنده درگیر پرداخته می‌شود. سپس ضریب توزیع بار و خطای انتقال استاتیکی با استفاده از سفتی درگیری چرخنده‌ها محاسبه می‌گردد. در این مقاله از روش انرژی پتانسیل جهت تعیین خطای انتقال و ضریب توزیع بار چرخنده‌های مارپیچ استفاده می‌شود. در مرحله بعد پس از صحت‌سنجی نتایج با پژوهش‌های گذشته، تأثیر پارامترهای طراحی مانند مدول، زاویه مارپیچ، پهنا، تعداد دندانه و زاویه فشار بر روی میانگین و دامنه خطای انتقال و ضریب توزیع بار چرخنده‌ها بررسی می‌شود. به این پارامترها اصطلاحاً پارامترهای ماکرو-هندسی چرخنده گفته می‌شود. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد اصلاحات همزمان پارامترهای طراحی (اصلاحات ماکرو-هندسی) و اصلاح نوک دندانه (اصلاحات میکرو-هندسی) باعث توزیع بار یکنواخت‌تر و کاهش چشم‌گیر خطای انتقال چرخنده‌های مارپیچ و به تبع آن کاهش ارتعاشات و سروصدای جعبه‌دنده‌ها می‌شود.

تاریخچه داوری:
دریافت:
بازنگری:
پذیرش:
ارائه آنلاین:

کلمات کلیدی:
چرخنده مارپیچ
خطای انتقال استاتیکی
ضریب توزیع بار
اصلاحات ماکرو-هندسی
اصلاحات میکرو-هندسی

۱- مقدمه

در سال ۱۹۹۰ مونرو^۳ [۱] به توصیف و تحقیق خطای انتقال در چرخنده‌ها پرداخت و یک روش تحلیلی جهت پیش‌بینی خطای انتقال ارائه داد. ولکس^۴ و اجمی^۵ [۶] در سال ۲۰۰۶ با شبیه‌سازی اجزاء محدود چرخنده‌های مارپیچ و ساده، خطای انتقال را محاسبه نمودند و به نتایج قابل قبولی دست یافتند. آن‌ها همچنین با شبیه‌سازی سه‌بعدی چرخنده‌ها و با در نظر گرفتن شرایط تماس بین دندانه‌ها، تغییر شکل‌ها، گشتاور و کوپل پیچشی، خطای انتقال استاتیکی را در حالت بارگذاری و بی‌باری اندازه گرفتند. بهلول^۶ و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۰ روی مشخصات چرخنده اینولوت از جمله خطای انتقال چرخنده‌های درگیر مطالعه کردند. آن‌ها با هدف کاهش نویز چرخنده ساده، یک مدل برای نمایش اثر اصلاحات عمده بر روی پروفیل دندانه به روش اجزاء محدود ارائه دادند و به این نتیجه رسیدند که اصلاح نوک دندانه بهترین نتیجه را نشان می‌دهد و به کاهش خطای انتقال کمک می‌کند. هوتایت^۷ و کهرمان^۸ [۸] در سال ۲۰۱۳ با جمع‌آوری یک مجموعه کامل از داده‌های تجربی خطای انتقال دینامیکی و ضریب دینامیکی تنش روی چرخنده‌های یکسان، به تکمیل تئوری‌های

یکی از شایع‌ترین منابع ایجاد آلودگی صوتی در صنایع، صدای برخاسته از جعبه‌دنده‌ها است. صدای جعبه‌دنده از درگیری دندانه چرخنده‌ها سرچشمه می‌گیرد، جایی که نیرو و حرکت از یک چرخنده به چرخنده درگیر دیگر منتقل می‌شود به عبارتی دیگر ضربه بین چرخنده‌های در حال تماس به‌عنوان یکی از اصلی‌ترین منابع تولید سروصدا در سیستم‌های انتقال قدرت شناخته می‌شود. مهمترین منبع تولید صدا در جعبه‌دنده خطای انتقال^۱ می‌باشد که نوسانات آن موجب تحریک^۲ (ارتعاشی) چرخنده‌ها می‌شود. تحریک چرخنده‌ها موجب لرزش آن و انتقال این لرزش به سایر اجزای جعبه‌دنده و پایه‌های نگه‌دارنده آن موجب سروصدای سیستم می‌شود. در دو دهه اخیر بسیاری از پژوهش‌های انجام گرفته بر روی چرخنده‌ها بر محوریت کاهش سروصدا و لرزش چرخنده متمرکز بوده است و تقریباً همه آن‌ها خطای انتقال را عامل اصلی تولید سروصدا در یک جفت چرخنده در حال تماس می‌دانند [۳-۱]. آن‌ها همچنین بهینه‌سازی پارامترهای طراحی و اصلاح پروفیل دندانه را از مهمترین راه‌کارهای کاهش خطای انتقال و کاهش ارتعاش و نویز به شمار آورده‌اند [۴ و ۵].

3 Munro
4 Velez
5 Ajmi
6 Bhole
7 Hotait
8 Kahraman

1 Transmission Error
2 Excitation

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: Mehrdad.poursina@gmail.com

۲- تعاریف اولیه

۲-۱- خطای انتقال استاتیکی

یک جفت چرخنده صلب با هندسه کامل و پروفیل دندانه کاملاً اینولوت^۴ حرکت زاویه‌ای را دقیقاً انتقال می‌دهد اما در عمل چنین چیزی غیر ممکن به نظر می‌رسد [۶]. به تفاوت بین موقعیت واقعی چرخنده رانده شده (برای هر موقعیت داده شده) از موقعیت همان چرخنده در حالت ایده‌آل آن یعنی هندسه کامل، چرخنده تغییرشکل ناپذیر و تماس پیوسته را خطای انتقال می‌گویند [۱]. مطابق شکل ۱ در حالت ایده‌آل میزان چرخش تئوری چرخنده رانده شده، θ_{gear} ، باید به اندازه میزان چرخش راننده، θ_{pinion} ، باشد، در شرایطی که نسبت تبدیل یک به یک باشد، اما در عمل این چنین نیست و با دوران پینیون راننده به اندازه θ_{pinion} ، چرخنده رانده شده مقداری کمتر از دوران می‌کند که این مقدار همان خطای انتقال می‌باشد. رابطه (۱) خطای انتقال استاتیکی را نشان می‌دهد.

$$TE = r_{b_2} \left(\theta_2 - \frac{r_{b_1}}{r_{b_2}} \theta_1 \right) = r_{b_2} \theta_2 - r_{b_1} \theta_1 \quad (1)$$

در رابطه (۱)، θ_1 و θ_2 به ترتیب موقعیت زاویه‌ای چرخنده راننده و رانده شده، r_{b_1} و r_{b_2} به ترتیب بیان‌گر شعاع دایره مبنای راننده و رانده شده می‌باشند.

خطای انتقال استاتیکی به صورت تئوریک برابر با مجموع انحراف دندانه‌ها (δ)، خطاهای ساخت و خطاهای پروفیل می‌باشد. در این پژوهش فقط انحراف الاستیک دندانه‌های درگیر و اصلاحات پروفیل حائز اهمیت می‌باشد و از عوامل دیگر صرف نظر می‌شود. بنابراین با صرف نظر از خطاهای ساخت و پروفیل، خطای انتقال استاتیکی از رابطه (۲) به دست می‌آید [۱۲]. در این رابطه K بیان‌گر سفتی درگیری چرخنده ماریچ می‌باشد که از روابط بخش ۳-۳ به دست می‌آید.

$$STE = F/k \quad (2)$$

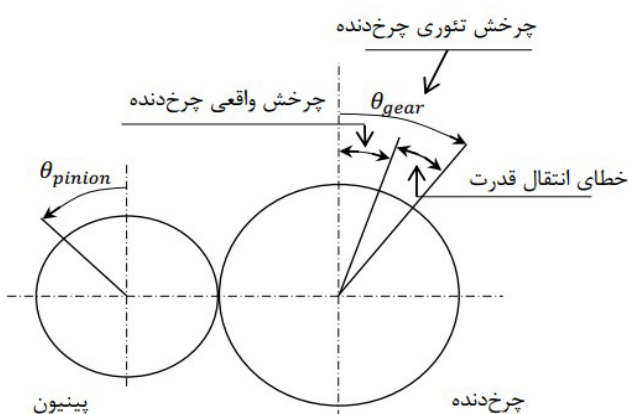


Fig. 1.

شکل ۱: تعریف خطای انتقال.

انجام شده پرداختند. آن‌ها همچنین با اندازه‌گیری خطای انتقال دینامیکی و ضریب تنش بین یک چرخنده اصلاح‌شده و اصلاح‌نشده، رابطه بین دو چرخنده را به صورت تجربی استخراج کردند. وان^۱ و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۵ به محاسبه سفتی درگیر یک جفت چرخنده ماریچ با استفاده از روش انرژی پتانسیل پرداختند. آن‌ها با در نظر گرفتن چرخنده ماریچ به صورت لایه‌های نازکی از چرخنده‌های ساده به هم چسبیده، سفتی درگیری کل را از مجموع سفتی هر لایه به دست آوردند. هی‌زین^۲ و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۶ به مطالعه پارامتری اصلاح پروفیل چرخنده ماریچ پرداختند. آن‌ها همچنین با استفاده از روش اجزاء محدود، اثرات اصلاح سر دندانه را بر روی تنش چرخنده‌ها مورد بررسی قرار دادند. گوانگ جین وانگ^۳ و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۷ پس از ارائه معادلات دینامیکی چرخنده ساده، به محاسبه سفتی درگیری و خطای انتقال دینامیکی آن از روش اجزاء محدود پرداختند. آن‌ها همچنین تأثیرات بار و سرعت‌های مختلف را بر روی خطای انتقال دینامیکی مورد ارزیابی قرار دادند.

در تحقیق حاضر تلاش می‌شود تا با شناخت کامل بر روی خطای انتقال به عنوان اصلی‌ترین منبع ایجاد سروصدا و لرزش در چرخنده‌ها، با استفاده از روش تحلیلی خطای انتقال استاتیکی و ضریب توزیع بار چرخنده‌های ماریچ محاسبه شود. بدین منظور دستوری در نرم‌افزار متلب نوشته می‌شود تا پس از دریافت اطلاعات چرخنده‌ها سفتی درگیری جفت چرخنده‌های درگیر از روش انرژی پتانسیل انباشته محاسبه شود. سپس با توجه به روابط موجود، خطای انتقال و ضریب توزیع بار به دست آورده می‌شود. پس از به دست آوردن خطای انتقال اثر تغییر پارامترهای مهم طراحی مانند زاویه فشار، زاویه ماریچ، تعداد دندانه، مدول، تعداد دندانه و پهنا بر روی نمودارهای ضریب توزیع بار و خطای انتقال بررسی می‌شود. از آنجایی که تغییر دادن این پارامترها سخت و پرهزینه است، قبل از طراحی باید تأثیر آن‌ها بر صدای چرخنده مدنظر قرار گیرد و طراحی جعبه‌دنده بر مبنای حداقل سروصدا انجام شود. از این رو به آن‌ها پارامترهای ماکرو-هندسی گفته می‌شود. همچنین در بخش آخر این مقاله به اصلاح پروفیل دندانه چرخنده‌ها پرداخته می‌شود. بدین منظور از اصلاح نوک دندانه با در نظر گرفتن دو متغیر طول و مقدار اصلاح، انجام می‌گیرد. از آنجا که در این نوع اصلاح حجم بسیار کمی ماده از سر دندانه برداشته می‌شود، اصطلاحاً به آن اصلاح میکرو-هندسی گفته می‌شود. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد با اعمال اصلاحات ماکرو-هندسی مقدار خطای انتقال به طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد و هم چنین با اصلاح سر دندانه (اصلاح میکرو-هندسی) تغییرات ناگهانی نمودار خطای انتقال کاهش و توزیع بار در چرخنده‌ها نرم‌تر و یکنواخت‌تر انجام می‌گیرد. بنابراین لرزش و سروصدای جعبه‌دنده‌ها به حداقل می‌رسد.

- 1 Wan
- 2 He Zeyin
- 3 Wang Guangjian

۲-۲- ضریب توزیع بار

در سیستم چرخنده‌ها در زمان‌هایی از سیکل درگیری که بیش از یک جفت دندانه در تماس با یکدیگر هستند نسبت تماس بزرگتر از یک می‌باشد. بنابراین تحت این وضعیت نمی‌توان فرض کرد که بار به‌طور مساوی بین جفت دندانه‌های در حال تماس به اشتراک گذاشته می‌شود. به‌منظور محاسبه بار به اشتراک گذاشته شده بین جفت دندانه‌ها، ضریب توزیع بار^۱ به‌صورت نسبت بار اشتراکی به کل بار از رابطه (۳) تعریف می‌شود. اسپیتاس^۲ و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۱ به صورت تجربی و با استفاده از روابط ریاضی که از عکس‌برداری‌های امواج استنتاج شده بود، این ضریب را برای چرخنده‌های با نسبت تماس پایین به‌دست آوردند و به مقایسه نتایج خود با نتایج دو استاندارد ایزو و آگما^۳ پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که می‌توان از روابط ارائه شده توسط دو استاندارد گفته‌شده (رابطه‌های (۳) و (۴)) استفاده نمود. در این پژوهش از روابط استاندارد آگما به‌منظور محاسبه ضریب توزیع بار استفاده می‌شود [۱۳].

$$LSF = \frac{F_i}{F} = \frac{k_i}{k_{total}} \quad (3)$$

$$LSF(\omega) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \frac{\omega}{\theta_{LPSTC}} \quad 0 \leq \omega \leq \theta_{LPSTC}$$

$$LSF(\omega) = 1 \quad \theta_{LPSTC} \leq \omega \leq \theta_{HPSTC} \quad (4)$$

$$LSF(\omega) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \frac{\theta - \omega}{\theta - \theta_{LPSTC}} \quad \theta_{HPSTC} \leq \omega \leq \theta$$

در روابط فوق θ معرف زاویه کل درگیری یا به عبارت دیگر زاویه چرخش چرخنده برای یک سیکل کامل درگیری است و از رابطه (۷) محاسبه می‌شود. زاویه هر لحظه از درگیری، θ_{LPSTC} و θ_{HPSTC} به ترتیب بیان‌گر زاویه‌های درگیری مرتبط با پایین‌ترین و بالاترین نقطه از یک جفت دندانه درگیر هستند که از روابط (۵) و (۶) محاسبه می‌شوند.

$$\theta_{LPSTC} = \varepsilon_{r_{LPSTC}} - \varepsilon_{r_{n_1}} \quad (5)$$

$$\theta_{HPSTC} = \varepsilon_{r_{HPSTC}} - \varepsilon_{r_{n_1}} \quad (6)$$

$$\theta = \varepsilon_{r_{n_2}} - \varepsilon_{r_{n_1}} \quad (7)$$

در روابط فوق ε نسبت تماس چرخنده، n_1 نقطه‌ای است که دایره نوک چرخنده راننده خط عمل را قطع می‌کند و n_2 نقطه‌ای است که دایره نوک چرخنده راننده خط عمل را قطع می‌کند. اندیس‌های ۱ و ۲ بیان‌گر چرخنده راننده و راننده شده می‌باشد.

۲-۳- اصلاح ماکرو-هندسی

این اصلاح شامل پارامترهای طراحی چرخنده از جمله تعداد دندانه‌ها، مدول، قطر‌ها، پهنا و زاویه فشار مشخص می‌شود. تغییر دادن این پارامترها سخت و پرهزینه است اما طراح چرخنده در اولین گام فرآیند طراحی می‌تواند با در نظر گرفتن اثرات این عوامل، سیستمی با خطای انتقال و سروصدای کمتر طراحی نماید. در گذشته نیز پژوهش‌هایی در این راستا انجام گرفته است که در مهمترین آن‌ها کهرمان^۴ [۱۴] به تأثیر پارامترهای طراحی و نسبت تماس چرخنده‌ها بر روی خطای انتقال دینامیکی چرخنده ساده پرداخته است. نتایج تجربی و تحلیلی او نشان می‌دهد با بهینه‌سازی این پارامترها، چرخنده‌ها بی‌صداتر کار می‌کنند. در نتیجه بهتر است طراح قبل از طراحی چرخنده‌ها تأثیرات این پارامترها را لحاظ نماید تا جعبه‌دنده جعبه‌دنده‌ها بی‌سروصداتر کار کنند.

۲-۴- اصلاح میکرو-هندسی

اساس این نوع اصلاح شامل برداشتن بخشی از ماده در اطراف پروفیل اینولوت می‌باشد. در نتیجه بخشی از منحنی غیر اینولوت می‌شود. از آنجایی که بخشی از ماده حذف شده، سفتی دندانه کاهش می‌یابد در نتیجه انحراف دندانه مقداری بیشتر می‌شود. اما این عمل باعث یکنواخت‌تر شدن نمودار ضریب توزیع بار و کاهش شکستگی‌های نمودار خطای انتقال می‌شود که در بخش نتایج به آن‌ها اشاره می‌گردد. به‌طور کلی اصلاح دندانه از این روش شامل سه دسته زیر می‌باشد.

۲-۴-۱- اصلاح سر دندانه^۵

در این نوع اصلاح همانند شکل ۲-الف ضخامت نوک دندانه کاهش می‌یابد. دو پارامتر مؤثر در این جا طول و مقدار اصلاح سر دندانه می‌باشد. مقدار اصلاح سر دندانه که در این شکل با C_a نشان داده می‌شود، برابر با طولی از دندانه بر روی دایره سر دندانه است و طول اصلاح نوک، (L_a) ، طولی است که از روی پروفیل اینولوت برداشته می‌شود. بر اساس مرجع [۱۵] ماکزیمم این طول $0.6m$ (مدول m) است. هنگامی که قطر شروع اصلاح برابر با قطر بالاترین نقطه تماس از حداقل جفت دندانه باشد، اصطلاحاً اصلاح بلند نامیده می‌شود در حالی که اصلاح کوتاه نصف طول اصلاح بلند می‌باشد. اصلاح سر دندانه باعث برداشته شدن نوک تیز دندانه می‌شود که این عمل باعث حذف تنش‌های ناشی از درگیری نوک دندانه می‌گردد. بنابراین تغییرات نمودار خطای انتقال ملایم‌تر شده و از شکستگی‌های آن کاسته می‌شود. از آنجایی که بخشی از حجم ماده برداشته شده، سفتی دندانه کاهش می‌یابد و در نتیجه خطای انتقال مقدار اندکی افزایش می‌یابد ولی مطالعات گذشته نشان می‌دهد که در بعضی از موارد دامنه آن کاهش می‌یابد [۱۲].

1 Load Shearing Factor (LSF)

2 Spitas

3 American Gear Manufacturers Association (AGMA)

4 Kahraman

5 Tip Relief

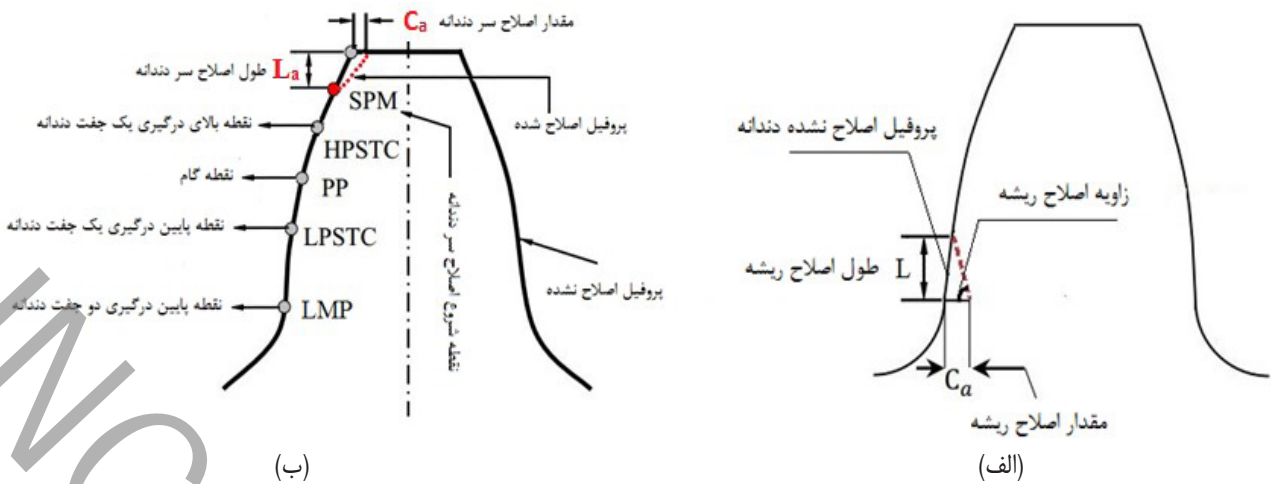


Fig. 2.

شکل ۲: الف) اصلاح سر دندانه [۱۴]. ب) اصلاح ریشه دندانه.

به دست می‌آید. جهت محاسبه سفتی چرخنده‌های مارپیچ از روش انرژی پتانسیل انباشته استفاده می‌شود. در این روش چرخنده مارپیچ به صورت مجموعه‌ای از چرخنده‌های ساده کم‌پهنا، با زاویه مارپیچ کم که هیچ نوع کوپل الاستیکی بین آن‌ها وجود ندارد در نظر گرفته می‌شود. در این صورت سفتی کل دندانه از طریق انتگرال‌گیری در طول دندانه به دست می‌آید. سرانجام خطای انتقال استاتیکی از رابطه (۲) و ضریب توزیع بار از رابطه (۳) محاسبه می‌شود. با اعمال اثرات اصلاح نوک دندانه بخشی از دندانه از حالت اینولوت خارج می‌شود و جهت محاسبه سفتی کل باید سفتی این قسمت غیر اینولوت محاسبه و با سفتی بقیه دندانه جمع گردد.

۳-۱- محاسبه سفتی درگیری چرخنده ساده

در حالتی که پروفیل دندانه‌ها کاملاً اینولوت باشد و با صرف نظر کردن از خطاهای ساخت و اصطکاک بین دندانه‌ها، انرژی ذخیره شده در یک سیستم چرخنده‌ای از چهار مؤلفه تشکیل می‌شود: ۱- انرژی خمشی، ۲- انرژی برشی، ۳- انرژی فشاری محوری، ۴- انرژی هرتزین. با استفاده از هر کدام از این مؤلفه‌های انرژی و رابطه انرژی پتانسیل، $U = F^2/2k$ ، می‌توان سفتی دندانه را محاسبه نمود. بنابراین سفتی یک چرخنده از چهار بخش تشکیل می‌شود که از روابط زیر به دست می‌آید [۱۵]:

• سفتی خمشی^۲

$$\frac{1}{k_b} = \int_0^d \frac{[(l-x)\cos(\alpha_1) - h\sin(\alpha_1)]^2}{EI_x} dx \quad (8)$$

• سفتی برشی^۳

$$\frac{1}{k_s} = \int_0^d \frac{1.2 \cos^2(\alpha_1)}{GA_x} dx \quad (9)$$

۲-۴-۲- اصلاح ریشه دندانه^۱

در این حالت مطابق با شکل ۲-ب از ضخامت ریشه دندانه کاسته می‌شود و تأثیر آن همانند اصلاح سر دندانه است. با توجه به شکل در این حالت سه پارامتر مستقل اصلاح دندانه وجود دارد که عبارتند از: مقدار اصلاح ریشه، طول اصلاح ریشه و زاویه اصلاح است. اصلاح ریشه دندانه باعث ایجاد یک فرورفتگی در پایه دندانه می‌شود این عمل باعث می‌شود هنگام درگیری، تماس نوک دندانه چرخنده درگیر دوم با ریشه این دندانه قطع شود و توزیع بار یکنواخت‌تر انجام گیرد. اصلاح ریشه دندانه دارای دو عیب بزرگ می‌باشد: برداشتن ماده از پایه باعث تضعیف دندانه و کاهش استحکام آن می‌شود همچنین ریشه‌تراشی در عمل کار سخت و هزینه‌بری است. بنابراین در صنعت از این اصلاح به ندرت استفاده می‌شود.

۲-۵- اصلاح همزمان نوک و ریشه دندانه

این روش ترکیبی از دو اصلاح قبل به صورت همزمان می‌باشد. در بین تمام روش‌های اصلاح پروفیل، اصلاح نوک و ریشه بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجایی که اثر اصلاح ریشه دندانه معادل اصلاح نوک دندانه است [۱۵] و همچنین در عمل اصلاح ریشه به مراتب سخت‌تر از اصلاح نوک دندانه می‌باشد، در این پژوهش فقط به اصلاح نوک دندانه چرخنده‌های مارپیچ پرداخته می‌شود.

۳- روش حل

اولین قدم در محاسبه خطای انتقال از روش تحلیلی، تعیین چگونگی توزیع بار بر روی دندانه چرخنده است. روابط محاسبه بار اشتراکی در هر لحظه از زمان درگیری بر حسب دوران چرخنده در بخش ۲-۲ بیان گردید. مرحله دوم تعیین سفتی درگیری دندانه‌ها می‌باشد. سفتی کل با توجه به نسبت تماس چرخنده‌ها، از مجموع سفتی تعداد دندانه‌های درگیر

2 bending Stiffness

3 Shear Stiffness

1 Root Relief

• سفتی محوری^۱

$$\frac{1}{k_a} = \int_0^d \frac{\sin^2(\alpha_1)}{EA_x} dx \quad (10)$$

• سفتی یاتاقانی یا هرتزین^۲

$$\frac{1}{k_H} = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi EL} \quad (11)$$

در روابط فوق E مدول یانگ، G مدول برشی، I_x ممان اینرسی سطح و A_x مساحت دندان در فاصله x از ریشه دندان و α_1 زاویه بار مطابق با شکل ۳ می‌باشد. از آنجا که موقعیت دایره مبنای چرخنده‌ها به تعداد دندان چرخنده بستگی دارد، در این پژوهش سفتی درگیری چرخنده‌ها در دو حالت محاسبه می‌شوند: الف) حالتی که دایره ریشه کوچک‌تر از دایره مینا باشد. ب) حالتی که دایره ریشه بزرگتر از دایره مینا باشد. نقاط شروع منحنی اینولوت در این دو حالت مطابق با شکل ۳ می‌باشد.

۳-۱-۱- سفتی پایه یا بدنه^۳

از آنجایی که بدنه چرخنده‌ها نیز انعطاف‌پذیر است، هنگام اعمال نیرو به چرخنده، بدنه آن تغییرشکل می‌دهد. پس سفتی حاصل از پایه نیز باید در معادلات تعیین سفتی لحاظ گردد. با توجه به مرجع [۱۷]، سفتی پایه از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$\frac{1}{k_f} = \frac{\delta_f}{F_f} \quad (12)$$

در رابطه فوق k_f سفتی پایه، F_f نیروی اعمالی به دندان و δ_f تغییر شکل بدنه چرخنده می‌باشد که نحوه محاسبه آن در مرجع [۱۷] ذکر شده است.

۳-۲- سفتی کل

یک جفت دندان درگیر همانند یک جفت فنر سری عمل می‌کند و می‌توان از رابطه (۱۳) سفتی کل یک جفت دندان را در هر لحظه از سیکل درگیری بدست آورد.

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{f2}} + \frac{1}{k_H}} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) اندیس‌های ۱ و ۲ مرتبط با دندان درگیر از چرخنده اول و دوم می‌باشد.

- 1 Axial Stiffness
- 2 Hertzian Stiffness
- 3 Fillet-foundation stiffness

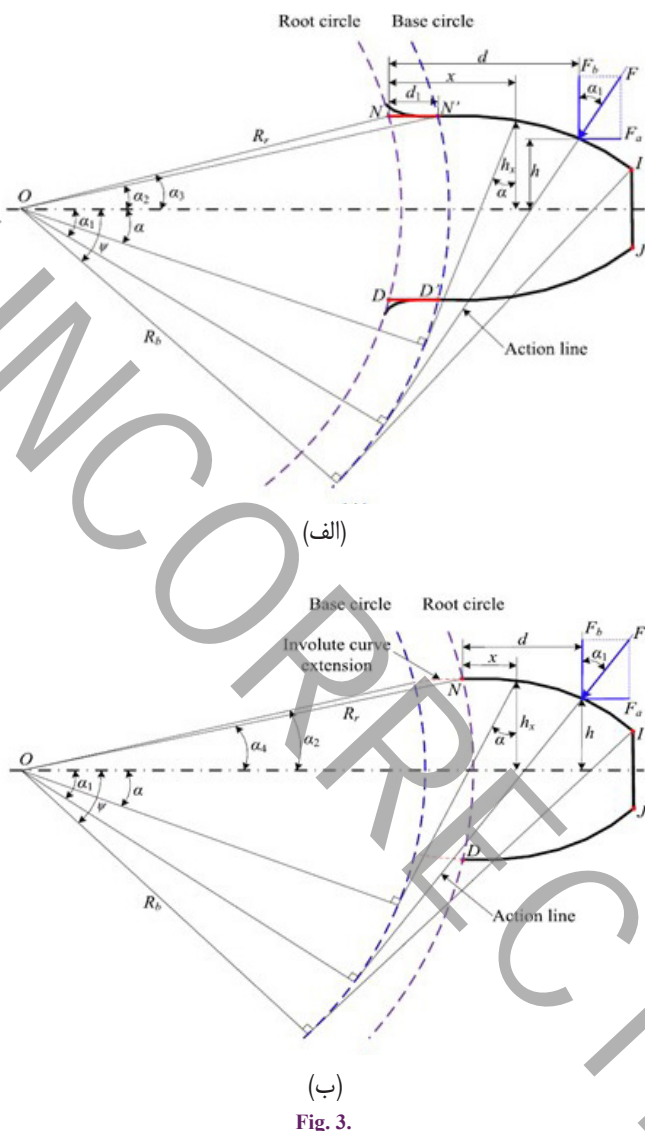


Fig. 3.

شکل ۳: نقطه شروع منحنی اینولوت. الف) دایره مینا بزرگتر از دایره ریشه. ب) دایره مینا کوچکتر از دایره ریشه [۱۶]

۳-۳- سفتی درگیری چرخنده ماریپچ

سفتی درگیری چرخنده‌های ماریپچ را به دلیل وجود زاویه ماریپچ نمی‌توان مشابه با چرخنده ساده محاسبه کرد. با این حال اگر چرخنده ماریپچ همانند شکل ۴ به تکه‌های نازک با ضخامت Δl تقسیم‌بندی شود، می‌توان سفتی درگیری را از روش انرژی پتانسیل انتگرالی انباشته^۴ به دست آورد [۹]. در این روش چرخنده ماریپچ به صورت مجموعه‌ای از چرخنده‌های ساده کم‌پهنای با زاویه ماریپچ کم در نظر گرفته می‌شود. در این صورت سفتی کل دندان از طریق انتگرال‌گیری در طول دندان به دست می‌آید.

بر اساس این ایده، نمو سفتی خمشی دندان ماریپچ از رابطه انتگرالی (۱۴)

به دست می‌آید.

انتگرال ناپذیر است، نمی‌توان نتیجه دقیقی از آن به‌دست آورد. برای حل این مشکل از روش مجموع به جای انتگرال‌گیری استفاده می‌شود. در نتیجه روابط سفتی به صورت زیر بازنویسی می‌شوند.
سفتی خمشی:

$$k_b = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\int_{-\alpha_i}^{\alpha_i} \frac{3 \{1 + \cos \alpha_i' [(\alpha_2 - \alpha_i') \sin \alpha - \cos \alpha]\}^2 (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha}{2E [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]^3} dx} \Delta y \quad (17)$$

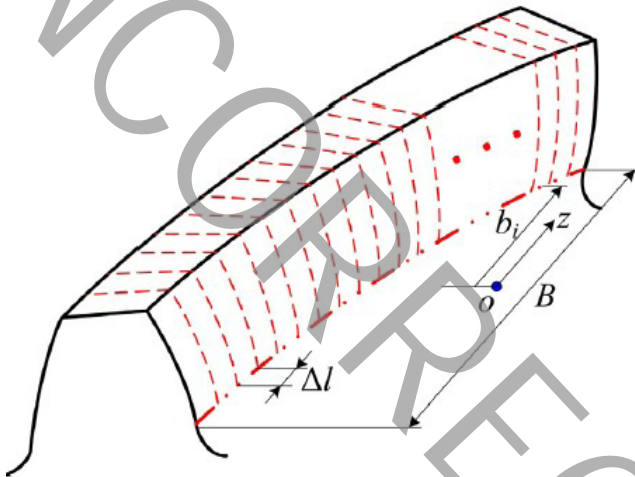


Fig. 4.

شکل ۴: دندانه تقسیم شده چرخنده مارپیج.

$$\frac{1}{dk_b} = \int_0^{d(y)} \frac{3 [(d(y) - x) \cos(\alpha_1(y)) - h(y) \sin(\alpha_1(y))]^2}{2Eh^3_x} dy \quad (14)$$

با انتگرال‌گیری از متغیر y سفتی خمشی کل یک دندانه با رابطه (۱۵) بیان می‌گردد.

$$k_b = \int_0^l \frac{1}{\int_0^{d(y)} \frac{3 [(d(y) - x) \cos(\alpha_1(y)) - h(y) \sin(\alpha_1(y))]^2}{2Eh^3_x} dx} dy \quad (15)$$

در رابطه بالا $\alpha_1(y)$ زاویه اعمال نیرو، E مدول الاستیک و $h(y)$ فاصله نیروی محوری از مرکز دندانه می‌باشد. سایر پارامترهای آن در شکل ۵ نشان داده شده است. بر اساس ویژگی‌های پروفیل اینولوت می‌توان پارامترهای $h(x)$ و $h(y)$ را از روابط زیر محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} dy &= r_b [\cos \alpha_1(y) + (\alpha_1(y) - \alpha_2) \cos \alpha_1(y) - \cos \alpha_2] \\ h(y) &= r_b [(\alpha_1(y) + \alpha_2) \cos \alpha_1(y) - \sin \alpha_1(y)] \\ x &= r_b [\cos \alpha + (\alpha - \alpha_2) \cos \alpha - \cos \alpha_2] \\ h(x) &= r_b [(\alpha + \alpha_2) \cos \alpha - \sin \alpha] \end{aligned} \quad (16)$$

از آنجایی که مخرج رابطه (۱۵) یک انتگرال نامعین بوده و

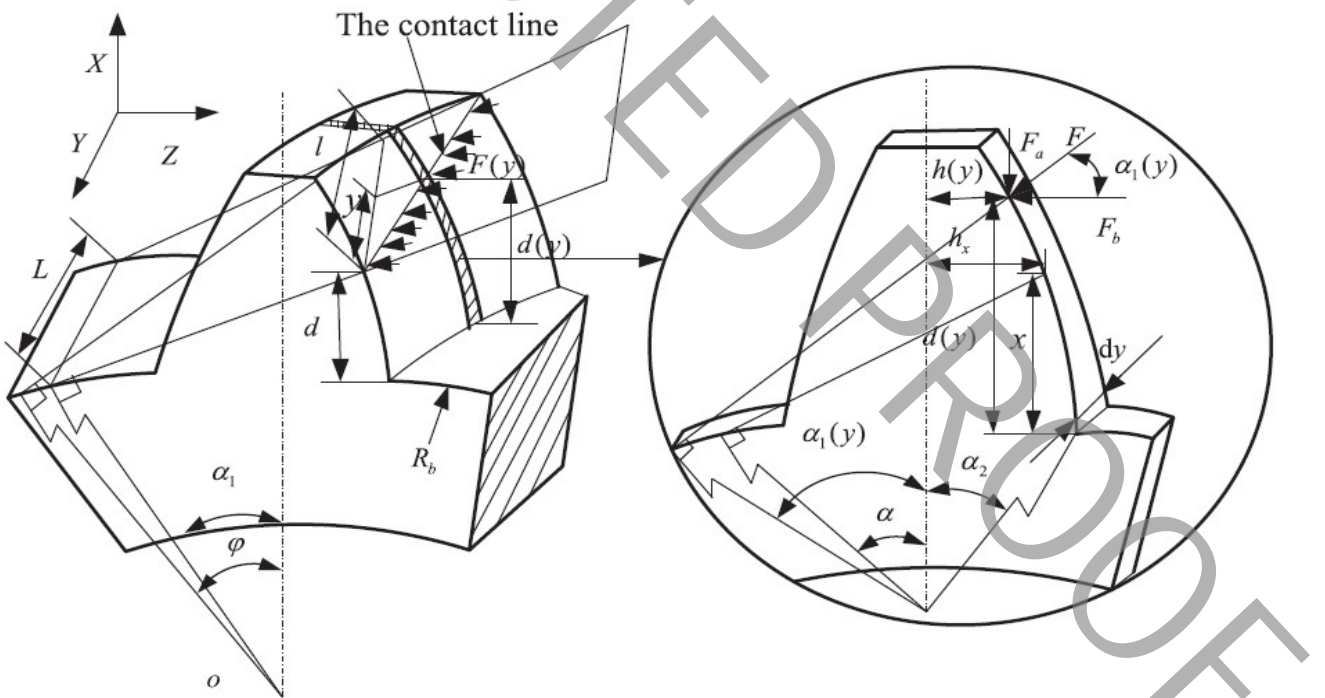


Fig. 5.

شکل ۵: روش انرژی پتانسیل انتگرالی انباشته [۹].

سفتی برشی:

$$k_s = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\int_{-\alpha'_1}^{\alpha_2} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha'_1}{E [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} dx} \Delta y \quad (18)$$

سفتی محوری:

$$k_a = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\int_{-\alpha'_1}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \sin^2 \alpha'_1}{2E [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} dx} \Delta y \quad (19)$$

در روابط فوق $\alpha'_1 = \alpha_1 + (\varphi - \alpha_1) \left(\frac{i}{N} \right)$ تعداد N تکه‌های نازک تقسیم‌شده چرخنده ماریپیچ است. نتایج روش انرژی پتانسیل انباشته در زاویه ماریپیچ‌های پایین ($\gamma > 0$) دقیق است اما برای زاویه ماریپیچ‌های بالاتر نتایج با خطاهایی همراه است.

۳-۴ اصلاح نوک دندان

اگر در هنگام محاسبه سفتی درگیری چرخنده ماریپیچ اثرات اصلاح نوک دندان اضافه گردد، نواحی محاسبه سفتی دندان دستخوش تغییراتی می‌شود. در این حالت مطابق با شکل ۶ بخش یک از دندان از حالت اینولوت خارج می‌گردد. جهت محاسبه سفتی کل دندان باید سفتی قسمت غیر اینولوت محاسبه و با سفتی بقیه دندان جمع گردد.

در شکل ۶ ناحیه اصلاح شده با شماره یک نشان داده شده است. جهت محاسبه سفتی کل این دندان باید بازه‌های انتگرالی روابط (۸) تا (۱۰) به چهار ناحیه شماره‌گذاری شده همانند شکل فوق شکسته شود و برای

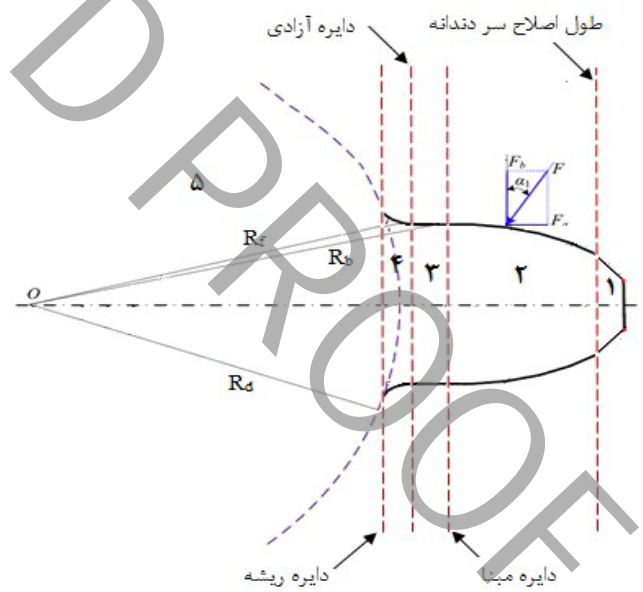


Fig. 6.

شکل ۶: تعریف خطای انتقال.

هر ناحیه سفتی‌های خمشی، برشی و محوری به‌صورت مجزا محاسبه و با یکدیگر جمع گردند.

۴- نتایج و بحث

در بخش‌های قبل نحوه محاسبه سفتی درگیری، خطای انتقال و ضریب توزیع بار چرخنده‌های ماریپیچ به همراه اصلاح نوک دندان بیان شد و روابط و اطلاعات لازم آن ارائه گردید. در این بخش، به نتایج به‌دست آمده از این روش‌ها پرداخته می‌شود. در قسمت اول این بخش به اعتبارسنجی نتایج با پژوهش‌های گذشته پرداخته می‌شود و در بخش دوم تأثیر پارامترهای ماکروهندسی مختلف مانند گشتاور، تعداد دندان، مدول، زاویه فشار، زاویه ماریپیچ و پهنا بر روی نمودار خط انتقال و ضریب توزیع بار بررسی می‌شود. و در قسمت سوم نتایج اصلاح پروفیل دندان ارائه می‌گردد.

۴-۱- صحت‌سنجی نتایج

به‌منظور صحت‌سنجی نتایج، سفتی درگیری چرخنده برای داده‌های جدول ۱ به‌دست می‌آید و با مرجع [۹] مقایسه می‌گردد.

با صرف نظر کردن از خطاهای ساخت، اثرات اصطکاک و شافت، نمودار سفتی برحسب دوران چرخنده برای چرخش دو دندان درگیر، $2 \times \frac{360}{N_p}$ ، مطابق شکل ۷ می‌باشد.

در شکل ۷ سفتی درگیری کل چرخنده‌های ماریپیچ با توجه به رابطه ۱۳، از جمع سفتی دندان‌های درگیر محاسبه می‌شود. زمانی که حداقل جفت دندان درگیر باشند، نمودار در مقدار مینیمم خود قرار دارد و هنگامی که تعداد جفت دندان‌های درگیر افزایش یابد، نمودار در ماکزیمم مقدار خود قرار می‌گیرد. به خاطر وجود زاویه ماریپیچ، بین این دو حالت تغییرات ناگهانی وجود ندارد که این امر مهمترین عامل کاهش سروصدا در چرخنده ماریپیچ نسبت به چرخنده ساده است.

جدول ۱: مشخصات چرخنده ماریپیچ [۹].

Table 1.

مقدار	واحد	تعداد	
۴۰	-	N_p	تعداد دندان
۱	-	n	نسبت تبدیل
۴	mm	m_n	مدول نرمال
۲۰	deg	α	زاویه فشار
۱۵	deg	β	زاویه ماریپیچ
۲۰	mm	L	پهنا
۸۰۰	N.m	T	گشتاور
۲۰۶	GPa	E	مدول یانگ
۰/۳	-	ν	نسبت پواسون

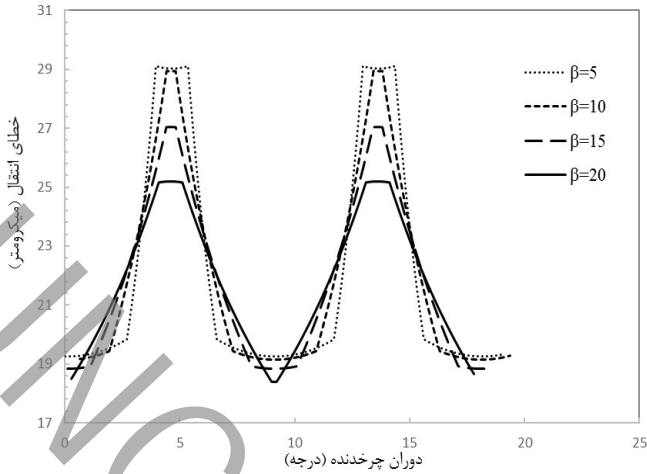


Fig. 8.

شکل ۸: تأثیر زاویه ماریچ β (برحسب درجه) بر روی خطای انتقال.

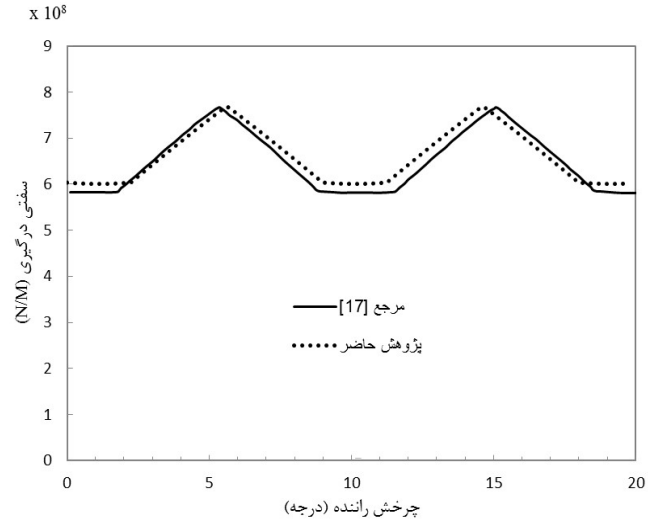


Fig. 7.

شکل ۷: سفتی درگیری چرخنده‌های ماریچ.

۴-۲- تأثیر پارامترهای ماکروهندسی بر خطای انتقال

در این بخش به بررسی تأثیر پارامترهای طراحی بر نمودار خطای انتقال استاتیکی پرداخته می‌شود. مشخصات چرخنده‌های مورد استفاده در این بخش مطابق با جدول ۱ می‌باشد در صورتی که از پارامترهای دیگری استفاده شود در همان بخش ذکر می‌گردد.

۴-۲-۱- اثر زاویه ماریچ بر روی خطای انتقال استاتیکی

شکل ۸ تأثیر افزایش زاویه ماریچ بر روی خطای انتقال را نشان می‌دهد. در این شکل تمامی پارامترهای چرخنده ثابت در نظر گرفته شده و زاویه ماریچ از ۵ تا ۲۰ درجه افزایش می‌یابد.

وجود زاویه ماریچ باعث افزایش تدریجی درگیری دندانه‌ها و انتقال آرام بار از یک دندانه به دندانه دیگر می‌شود. در یک چرخنده ماریچ با پهنای ثابت هرچه قدر زاویه ماریچ افزایش یابد سطح درگیری دندانه که با پهنای رویه چرخنده متناسب است افزایش می‌یابد در نتیجه نیروی وارده به دندانه به سطح بزرگتری اعمال می‌شود و فشار تماسی کاهش می‌یابد. بنابراین همان‌طور که از شکل ۸ نیز مشخص است با افزایش زاویه ماریچ، میانگین و دامنه خطای انتقال چرخنده‌ها کاهش می‌یابد. افزایش زاویه ماریچ، افزایش بار محوری را به همراه دارد و وجود بار محوری زیاد عمل یاتاقان‌بندی را سخت می‌کند. پس در این چرخنده‌ها زاویه ماریچ نباید بیش از حد افزایش یابد.

۴-۲-۲- اثر زاویه ماریچ بر ضریب توزیع بار

نسبت تماس چرخنده‌های ماریچ همواره بزرگتر از چرخنده‌های ساده است در این چرخنده‌ها توزیع بار یکنواخت‌تر انجام می‌گیرد بنابراین نمودار ضریب توزیع بار آن پیوسته و دارای شیب ملایم‌تری است. شکل ۹ نمودار ضریب توزیع بار بر حسب دوران چرخنده ماریچ را برای دو زاویه ماریچ

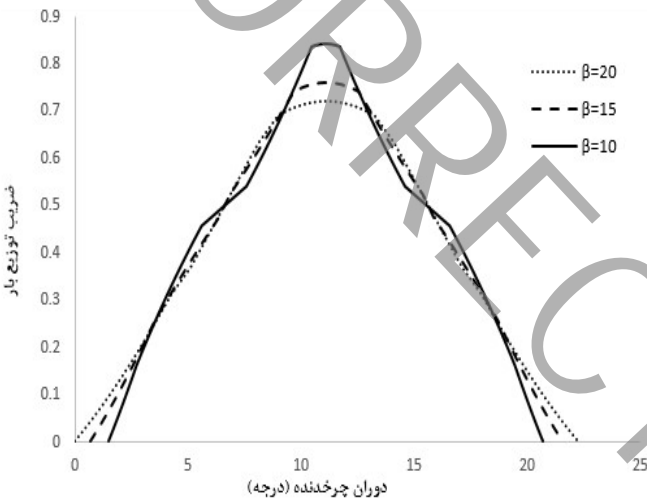


Fig. 9.

شکل ۹: تأثیر زاویه ماریچ β بر ضریب توزیع بار چرخنده ماریچ.

۱۰ و ۱۵ درجه نشان می‌دهد.

به‌علت وجود زاویه ماریچ همواره نسبت تماس چرخنده‌های ماریچ بالاتر از ۲ است. بنابراین در این چرخنده‌ها همیشه بیشتر از یک جفت دندانه درگیر است. پس ماکزیمم نمودار ضریب توزیع بار کمتر از یک می‌باشد و این مقدار به زاویه ماریچ چرخنده بستگی دارد. همان‌طور که از شکل ۹ مشاهده می‌شود شیب نمودار ضریب توزیع بار در چرخنده‌های ماریچ پیوسته و نمودار بدون جهش می‌باشد و با افزایش زاویه ماریچ، سطح منحنی هموارتر و در نتیجه توزیع بار بهتر صورت می‌گیرد.

۴-۲-۳- اثر مدول نرمال

شکل ۱۰ خطای انتقال استاتیکی چرخنده ماریچ با مدول‌های متفاوت را نشان می‌دهد. در این بخش تمامی پارامترهای چرخنده ثابت در نظر گرفته می‌شود و خطای انتقال با مدول‌های استاندارد ۲، ۳، ۴ و ۵ میلیمتر با

سفتی درگیری راننده هنگام خروج یک جفت دندان از درگیری، انحراف در نوک این دندان بیشتر از انحراف ته دندان هنگام شروع درگیری جفت بعدی می‌باشد. بنابراین در این حالت انحراف سمت چپ بیشتر از سمت راست آن است. در حالتی که تعداد دندانهای چرخنده رانده شده از تعداد دندانهای راننده کمتر باشد $N_2 < N_1$ ، عکس حالت قبل به وجود می‌آید و بیشینه نمودار در سمت راست قله اتفاق می‌افتد.

۴-۳- نتایج اصلاح پروفیل

پس از بیان نحوه اصلاح پروفیل دندان چرخنده‌های مارپیچ در بخش ۴-۳، یک برنامه رایانه‌ای در نرم‌افزار متلب توسعه داده شد تا خطای انتقال و ضریب توزیع بار چرخنده‌های مارپیچ اصلاح شده را محاسبه نماید. مشخصات چرخنده‌های مورد استفاده در این بخش مطابق با جدول ۱ می‌باشد با این تفاوت که جهت وضوح بهتر تغییرات، پهنای چرخنده‌ها ۲۷ میلیمتر در نظر گرفته شده است. از آنجایی که اصلاح سر دندان دارای دو متغیر است، در هر نمودار متغیر مقدار اصلاح، c_a ، ثابت در نظر گرفته می‌شود تا اثر تغییرات طول اصلاح، L_a ، بهتر نشان داده شود. این پارامترها در شکل ۲ نشان داده شده‌اند.

۴-۳-۱- تأثیر اصلاح سر دندان بر خطای انتقال استاتیکی

شکل ۱۲ منحنی خطای انتقال استاتیکی چرخنده مارپیچ در حالت‌های مختلف اصلاح نوک دندان مانند اصلاح بلند و کوتاه و زمانی که دندانها بدون اصلاح می‌باشند را نشان می‌دهند.

شکل ۱۲ تأثیر اصلاح سر دندان بر خطای انتقال استاتیکی چرخنده مارپیچ را نشان می‌دهد. در این شکل مقدار اصلاح نوک، c_a ، ثابت و برابر با ۰/۵ میلیمتر در نظر گرفته شده است و اصلاح بلند (خط قرمز رنگ) و کوتاه (خط با رنگ آبی) انجام شده است. به منظور اصلاح بلند، طول اصلاح (L_a) برابر با ۲/۴ میلیمتر و برای اصلاح کوتاه از نصف این مقدار استفاده شده است. از شکل فوق استنباط می‌شود که هرچقدر مقدار L_a افزایش یابد جابه‌جایی از حالت یک جفت دندان درگیر به دو جفت دندان نرم‌تر و با تغییرات ملایم‌تر انجام می‌گیرد. همچنین هنگامی که مقدار c_a کوچک باشد دامنه خطای انتقال تقریباً بدون تغییر می‌ماند و میانگین آن به مقدار بسیار کمی افزایش می‌یابد.

شکل ۱۳ مقادیر متفاوتی از طول اصلاح نوک دندان را در $c_a = 1.25\text{mm}$ نشان می‌دهد. جهت وضوح بیشتر روند تغییرات در قله نمودار، این شکل فقط بر روی یک مش درگیری متمرکز شده است. نمودار با خط مشکی رنگ نشان می‌دهد خطای انتقال استاتیکی در پروفیل دندانهای چرخنده اصلاح نشده زمانی که تعداد جفت دندانهای در حال تماس تغییر می‌کنند دچار تغییرات ناگهانی می‌شود.

شکل ۱۳ نشان می‌دهد زمانی که اصلاح کوتاه انجام می‌گیرد رفتار نمودار خطای انتقال استاتیکی تغییر چندانی نسبت به حالت اصلاح نشده

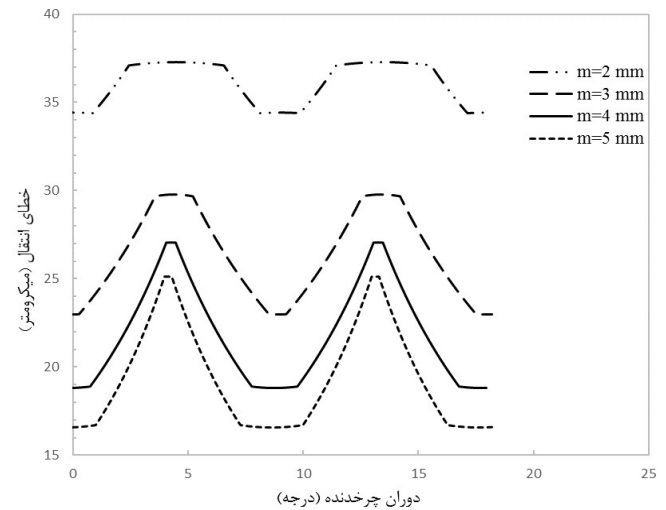


Fig. 10.

شکل ۱۰: تأثیر مدول‌های متفاوت بر خطای انتقال استاتیکی.

یکدیگر مقایسه می‌گردد.

مدول به عنوان شاخص اندازه چرخنده‌ها شناخته می‌شود و با ضخامت دندان ارتباط مستقیم دارد. هنگامی که تعداد دندانها ثابت باشد با افزایش مدول، قطر دایره‌گام افزایش می‌یابد در نتیجه چرخنده بزرگتر شده و ضخامت دندانها افزایش می‌یابد. دندان ضخیم‌تر بار بیشتری را تحمل می‌کند و دچار تغییر شکل کمتری می‌شود. در نتیجه با افزایش مدول، خطای انتقال کاهش می‌یابد. در شکل ۱۰ دامنه نمودار با مدول ۲ میلیمتر ۲/۸۸ میکرون، دامنه نمودار با مدول ۳ میلیمتر ۶/۷۸ میکرون، دامنه نمودار با مدول ۴ میلیمتر ۸/۲۳ میکرون و دامنه نمودار با مدول ۵ میلیمتر ۸/۵۵ میکرون است که این امر نشان می‌دهد با افزایش مدول، میانگین خطای انتقال به صورت غیر خطی کاهش می‌یابد اما دامنه آن بیشتر می‌شود.

۴-۲-۴- اثر نسبت تبدیل و تعداد دندان

در این بخش تأثیر نسبت تبدیل و تعداد دندانها بر روی خطای انتقال بررسی می‌شود. بدین منظور با ثابت بودن مدول، گشتاور و دیگر پارامترها، خطای انتقال برای چرخنده‌ها با نسبت تبدیل کوچکتر، مساوی و بزرگتر از یک مطابق با شکل ۱۱ محاسبه می‌شود.

زمانی که تعداد دندان چرخنده‌های راننده و رانده شده با یکدیگر برابر باشد منحنی خطای انتقال استاتیکی دارای رفتاری متقارن نسبت به نقطه گام می‌باشد و در مواقعی که سیستم انتقال قدرت کاهنده و یا افزایشنده باشد این تقارن به هم می‌خورد. قله نمودار خطای انتقال مربوط به زمانی است که کمترین جفت دندانها با یکدیگر درگیر هستند. شروع بیشینه نمودار سمت چپ قله، هنگامی است که درگیری جفت دندان قبلی به پایان می‌رسد و سمت راست قله مربوط زمانی است که درگیری جفت دندان بعدی آغاز می‌شود. با توجه به این که شروع درگیری در چرخنده راننده از ته دندان شروع می‌شود و به سمت نوک آن حرکت می‌کند، زمانی که تعداد دندانهای راننده از چرخنده رانده شده کوچکتر باشد $N_1 < N_2$ ، به علت کمتر بودن

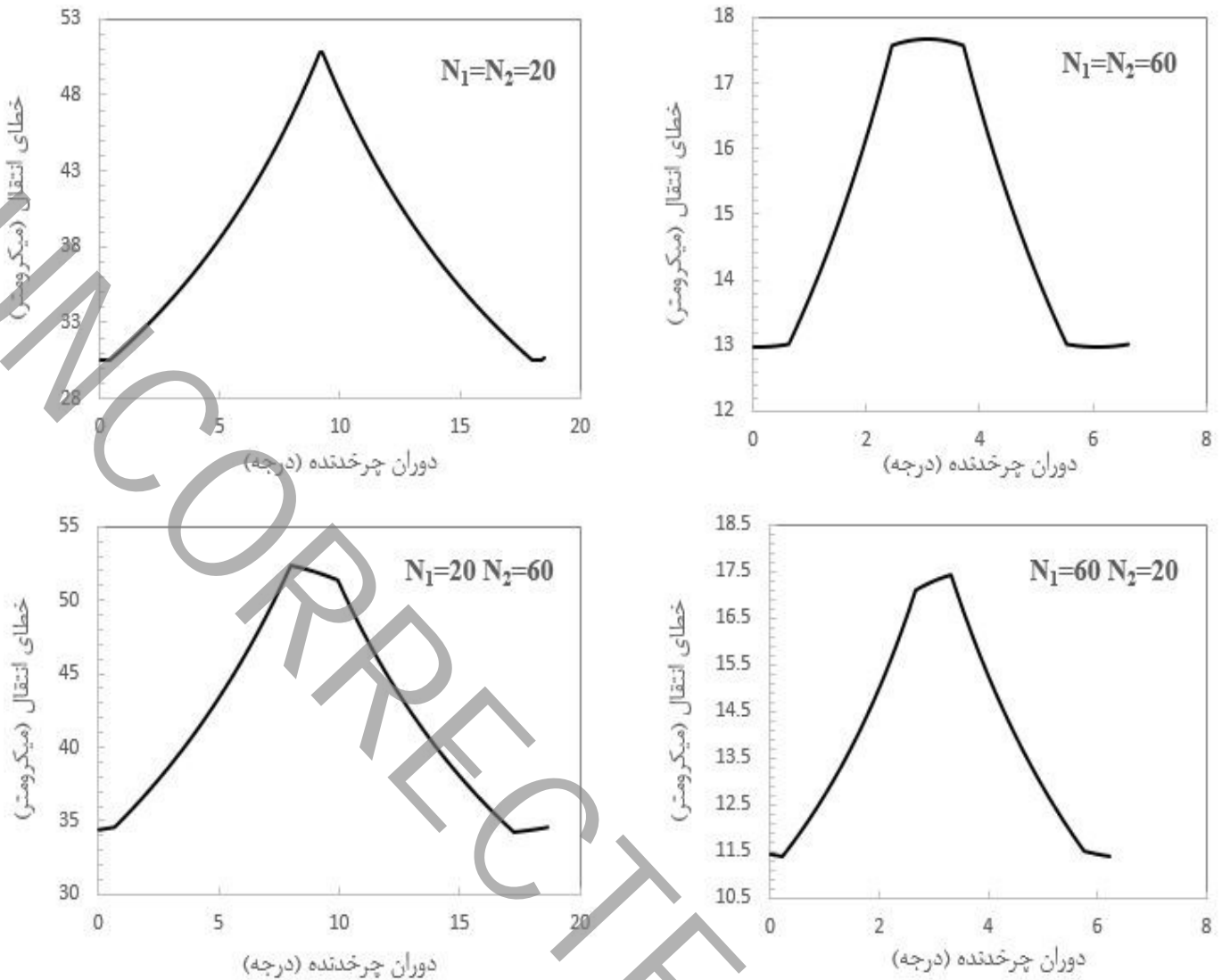


Fig. 11.

شکل ۱: تأثیر نسبت تبدیل و تعداد دندانه بر روی خطای انتقال.

ندارد درحالی که با انجام اصلاح بلند، نمودار خطای انتقال نسبت به حالت بدون اصلاح تغییر قابل مشاهده‌ای دارد.

۴-۳-۲- تأثیر اصلاح سردندانه بر ضریب توزیع بار

شکل ۱۴ اثر اصلاحات متفاوت را روی نمودار ضریب توزیع بار نشان می‌دهد. در این بخش به منظور بهتر نشان دادن اثر اصلاح نوک دندانه، زاویه ماریچ چرخنده‌ها ۱۰ درجه انتخاب شده است.

همانند نمودار خطای انتقال، هرچه قدر شکستگی‌های نمودار ضریب توزیع بار کمتر باشد نیرو بین دندانه‌ها ملایم‌تر جابه‌جا می‌شود. خطوط قرمز رنگ در شکل ۱۴ اصلاح بلند سردندانه را نشان می‌دهد و همان گونه که از شکل مشخص است با این اصلاح شیب نمودار ملایم‌تر شده و زاویه تقریباً ۹۰ درجه قله نمودار در حالت بدون اصلاح، به یک منحنی تبدیل می‌شود. نمودار آبی رنگ در شکل ۱۴ نیز بیان گر اصلاح کوتاه سردندانه می‌باشد که تغییرات آن نسبت به اصلاح بلند مقداری ناگهانی‌تر است

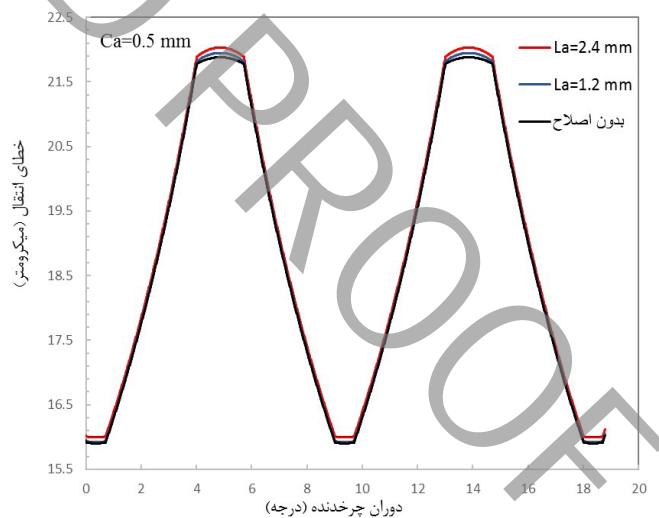


Fig. 12.

شکل ۱۲: سفتی درگیری چرخنده‌های ماریچ.

سروصدای چرخنده‌های مارپیچ کمتر از چرخنده ساده با ابعاد مشابه است. همچنین با اعمال اصلاحات قبل از طراحی که تحت عنوان اصلاحات ماکرو-هندسی شناخته می‌شود و هم چنین اصلاح پروفیل دندانه، اصلاح میکرو-هندسی، می‌توان توزیع بار و خطای انتقال این چرخنده‌ها را به گونه‌ای ساخت که لرزش و سروصدای جعبه‌دنده به حداقل برسد. بخش آخر این پژوهش نشان می‌دهد که بهترین اصلاح نوک دندانه، اصلاح بلند می‌باشد که نمودار خطای انتقال را بسیار بهبود می‌بخشد.

منابع

- [1] Munro, R. G. "A review of the theory and measurement of gear transmission error." *Gearbox noise and vibration* (1990): 3-10.
- [2] Munro, R. G., and D. Houser. "Transmission Error Concepts." *The Gear Noise Short Course* (2003).
- [3] Glover, Rodney C., and David G. Rauen. *Gear Transmission Error Metric for Use with Gear Inspection Machine*. No. 2003-01-1663. SAE Technical Paper, 2003.
- [4] Kahraman, A., J. Lim, and H. Ding. "A dynamic model of a spur gear pair with friction." *Proceedings of the 12th IFToMM World Congress*. 2007.
- [5] Sainsot, Philippe, Philippe Velex, and Olivier Duverger. "Contribution of gear body to tooth deflections-A new bidimensional analytical formula." *transactions-american society of mechanical engineers journal of mechanical design* 126.4 (2004): 748-752.
- [6] Velex, P., and M. Ajmi. "On the modelling of excitations in geared systems by transmission errors." *Journal of Sound and Vibration* 290.3 (2006): 882-909.
- [7] Paul, I. D., and G. P. Bhole. "Modification of Spur Gear Using Computational Method-Involutes Profile Being Modify." *ICIEOM Spring conference*. 2010.
- [8] Hotait, M. A., and A. Kahraman. "Experiments on the relationship between the dynamic transmission error and the dynamic stress factor of spur gear pairs." *Mechanism and Machine Theory* 70 (2013): 116-128.
- [9] Wan, Zhiguo, et al. "Mesh stiffness calculation using an accumulated integral potential energy method and dynamic analysis of helical gears." *Mechanism and Machine Theory* 92 (2015): 447-463.
- [10] Zeyin, He, et al. "Parametric modeling and contact analysis of helical gears with modifications." *Journal of Mechanical Science and Technology* 30.11 (2016): 4859-4867.
- [11] Guangjian, Wang, et al. "Research on the dynamic transmission error of a spur gear pair with eccentricities by finite element method." *Mechanism and Machine Theory* 109 (2017): 1-13.

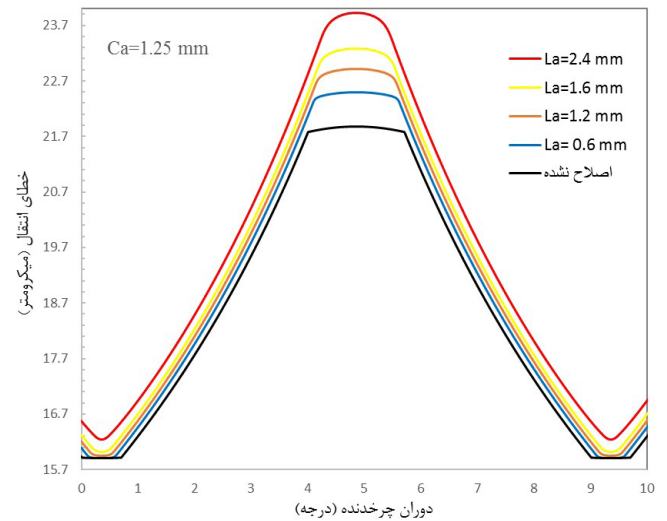


Fig. 13.

شکل ۱۳: سفتی درگیری چرخنده‌های مارپیچ.

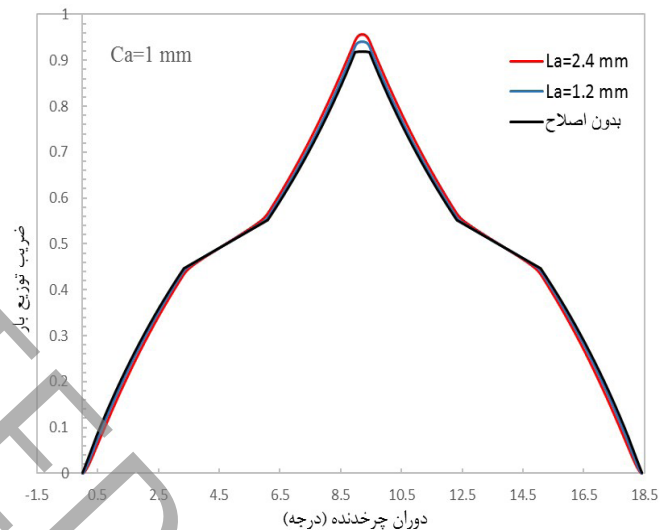


Fig. 14.

شکل ۱۴: تأثیر اصلاح سردندانه بر خطای انتقال استاتیکی ($c_a = 1.25 \text{ mm}$)

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش تلاش شد تا راهکارهایی برای کاهش سروصدای تولید شده از جعبه‌دنده‌ها پیشنهاد شود. به‌عنوان جمع‌بندی می‌توان اشاره کرد در این پژوهش ابتدا مفهوم دقیق خطای انتقال چرخنده مارپیچ بررسی شد و با استفاده از روش انرژی پتانسیل انباشته، سفتی درگیری، خطای انتقال استاتیکی و ضریب توزیع بار این چرخنده‌ها محاسبه گردید در ادامه تأثیر پارامترهای ماکرو-هندسی مانند مدول، تعداد دندانه، زاویه فشار، زاویه مارپیچ و غیره بر نمودار خطای انتقال بررسی شد و در بخش آخر این پژوهش پروفیل دندانه به‌منظور کاهش خطای انتقال اصلاح گردید.

نتایج این پژوهش نشان می‌دهد به‌دلیل وجود زاویه مارپیچ، سطح

- calculation of a spur gear pair with tooth profile modification and tooth root crack." *Mechanism and Machine Theory* 62 (2013): 63-74.
- [16] Liang, Xihui, Ming J. Zuo, and Mayank Pandey. "Analytically evaluating the influence of crack on the mesh stiffness of a planetary gear set." *Mechanism and Machine Theory* 76 (2014): 20-38.
- [17] Mohammed, Omar D., and Matti Rantatalo. "Dynamic response and time-frequency analysis for gear tooth crack detection." *Mechanical Systems and Signal Processing* 66 (2016): 612-624.
- [12] Velex, Philippe, and Mondher Ajmi. "Dynamic tooth loads and quasi-static transmission errors in helical gears—Approximate dynamic factor formulae." *Mechanism and Machine Theory* 42.11 (2007): 1512-1526.
- [13] Spitas, V., et al. "Experimental Investigation of Load Sharing in Multiple Gear Tooth Contact Using the Stress-Optical Method of Caustics." *Strain* 47.s1 (2011).
- [14] Kahraman, A., and G. W. Blankenship. "Effect of involute contact ratio on spur gear dynamics." *Transactions-American Society Of Mechanical Engineers Journal Of Mechanical Design* 121 (1999): 112-118.
- [15] Chen, Zaigang, and Yimin Shao. "Mesh stiffness