نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۱، شماره ۳، سال ۱۳۹۸، صفحات ۱ تا ۱۱
DOI:

مدل‌سازی ارتعاشات آزاد غیرخطی برج توربین بادی

حسن ملائکه، حمید معین فرد*

دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

چکیده: هدف این مقاله بررسی ارتعاشات آزاد دامنه بلند برج توربین باد می‌باشد که به صورت تیر مقطع متغیر با جرم خارج از مرکز مدل شده است. در این مدل‌سازی، تاثیر اعمال نیروی محوری متغیر بر تیر ناشی از میدان جاذبه در نظر گرفته شده است. معادلات دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات غیرخطی سیستم و شرایط مرزی مربوطه با استفاده از اصل همیلتون به همراه فرضیات اولر-برنولی استخراج شده است. سپس از یک روش تفاضل محدود برای بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سیستم استفاده شده است. در ادامه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم بر دینامیک سیستم با استفاده از روش گلرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی بر حسب جابجایی‌های انتهایی کاهش یافته‌اند که به دلیل وجود خارج از مرکزی طولی به هم وابسته‌اند. این معادلات زمانی با استفاده از روش اغتشاشاتی مقیاس‌های زمانی چندگانه به‌صورت تحلیلی حل شده‌اند. نتایج بدست‌آمده از حل تحلیلی تطابق خوبی با نتایج شبیه‌سازی عددی دارد. نتایج این پژوهش می‌تواند به‌منظور بررسی اثرات وجود جرم نوک خارج از مرکز، مقطع متغیر و جاذبه بر ارتعاشات دامنه بلند برج توربین باد، با هدف بهبود رفتار دینامیکی آن مورد استفاده قرار گیرد.

تاریخچه داوری:
دریافت:
بازنگری:
پذیرش:
ارائه آنلاین:

کلمات کلیدی:
برج توربین باد
ارتعاشات دامنه بلند
تیر مقطع متغیر
جرم خارج از مرکز
مقیاس‌های زمانی چندگانه

۱- مقدمه

گسترش روزافزون استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر در سال‌های اخیر موجب توجه ویژه‌ای به توسعه این نوع انرژی‌ها از جمله انرژی باد برای تولید انرژی الکتریکی شده است [۱و۲]. در این میان، نیروگاه‌های بادی نقش مهمی در تامین انرژی پاک در کشورهای مختلف داشته و تحقیقات فراوانی در زمینه توسعه و بهبود کارایی توربین‌های بادی انجام می‌شود. بسیاری از کشورها از جمله هلند، دانمارک و سوئد سرمایه‌گذاری گسترده‌ای در جهت بهره‌برداری از مزارع بادی داشته و هم‌چنان به‌دنبال توسعه بیشتر توربین‌های بادی می‌باشند. در کشور ما نیز طی سال‌های اخیر، تحقیقاتی در ارتباط با احداث مزارع بادی در مناطق مختلف جهت تامین انرژی برق شده است [۳و۵].

یکی از مهم‌ترین مباحث در طراحی توربین‌های بادی، تعیین رفتار دینامیکی اجزای سازنده آن‌ها و به دنبال آن، پیش‌بینی پاسخ ارتعاشی کل سازه تحت اثر نیروهای خارجی می‌باشد. در این میان، برج توربین باد یکی از مهم‌ترین اجزای سازه‌ای توربین محسوب شده و تعیین رفتار ارتعاشی آن از اهمیت فراوانی برخوردار است. برج توربین باد، سازه‌ای بلند و ستون‌مانند بوده که مجموعه نازل و پره‌ها در بالای آن قرار گرفته‌اند. معمولا برج توربین دارای مقطعی لوله‌ای بوده که به‌صورت مخروطی تغییر می‌کند. پژوهش‌های انجام شده در ارتباط با مدل‌سازی برج توربین باد عموما با استفاده از تحلیل اجزای محدود انجام شده است [۶و۹]. با این‌که توسعه نرم‌افزارهای اجزای محدود از جمله انسیس و آباکوس امکان شبیه‌سازی اثرات نیروهای مختلف بر رفتار توربین را فراهم آورده است، اما باید در نظر داشت که در کنار دقت مناسب این روش بایستی زمان زیادی را صرف تحلیل نمود که با افزایش دقت، بیشتر به چشم می‌آید. در نتیجه هم‌چنان مدل‌های تحلیلی از اهمیت فراوانی برخوردار هستند، چراکه موجب صرفه‌جویی در زمان شده و امکان انجام مطالعات پارامتری را نیز در اختیار طراح قرار می‌دهند. از جمله تحقیقات در زمینه مدل‌سازی تحلیلی برج توربین باد می‌توان به روش ارایه شده توسط مورتاق و همکاران [۱۰] اشاره کرد که توانستند با استفاده از تقریب جرم متمرکز، فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودهای برج را بدست آورند. در پژوهشی دیگر، ونگ و همکاران [۱۱] مدل ریاضی برج و روتور توربین باد را با استفاده از تئوری تیرهای جدارنازک بدست آورده و پاسخ آزاد و اجباری سیستم را ارایه کردند. از روش‌های دیگر استفاده شده در تحلیل ارتعاشات برج توربین می‌توان به روش ماتریس انتقال اشاره کرد که در عین سادگی از دقت مناسبی برخوردار بوده و کاربرد فراوانی در تحلیل ارتعاشات تیرها و روتورها دارد [۱۶-۱۲]. ونگ و همکاران [۱۷] با درنظرگرفتن برج توربین به عنوان یک تیر-ستون با قطر متغیر، مدلی برای تغییرشکل خمشی و پیچشی برج بر پایه روش ماتریس انتقال ارایه دادند. هم‌چنین منگ و ژانگی [۱۸] فرکانس‌های طبیعی برج توربین را با استفاده از همین روش بدست آوردند. فیض‌الله زاده و محمودی [۱۹و۲۰] نیز به توسعه روشی تحلیلی

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: Email: h_moeenfard@um.ac.ir

برای تحلیل دینامیکی برج توربین بر پایه روش ماتریس انتقال پرداخته‌اند. در کنار روش‌های ریاضی و محاسباتی، آنالیز مودال نیز به عنوان یکی از روش‌های کاربردی در شناسایی ویژگی‌های دینامیکی اجزای مختلف توربین باد محسوب می‌شود. در این زمینه می‌توان به تعیین فرکانس طبیعی پره توربین [۲۱و۲۲] و سازه برج [۲۳] با استفاده از روش‌های آنالیز مودال اشاره کرد.

بسیاری از اجزای سازه‌های مهم مهندسی می‌توانند به صورت تیرهای یکسرگیردار با جرم متمرکز در انتها مدل‌سازی شوند. به عنوان نمونه می‌توان به بازوهای منعطف ربات‌ها، برج مخزن‌های آب، فیکسچر نگهدارنده مدل در تونل باد، بال هواپیماهای حامل مخازن خارجی، میکروسکوپ نیروی اتمی، بسیاری از سازه‌های آنتن‌مانند و غیره اشاره کرد. مدل سازه‌ای برج توربین باد و مجموعه نازل آن نیز می‌تواند توسط یک تیر با جرم نوک خارج از مرکز مدل‌سازی شود. وجود جرم نوک باعث اعمال نیروهای اینرسی بر تیر شده که خود تابع حرکت تیر می‌باشد و نقش مهمی در مشخصه‌های دینامیکی سیستم ایفا می‌کند. این موضوع در ادبیات مورد توجه بسیاری قرار گرفته است [۲۶-۲۴]. رامابات و واگنر [۲۷] پاسخ تقریبی معادله فرکانسی تیر یکنواخت با جرم نوک خارج از مرکز طولی را با استفاده از تکنیک پرتوربیشن بدست آورده‌اند. تو [۲۸] نیز عبارت دقیقی برای فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای چنین سازه‌ای را در حضور تحریک پایه ارایه کرد. آوسیلو [۲۹] تحلیل دقیق ارتعاشات آزاد تیر مخروطی با جرم خارج از مرکز طولی و اینرسی دورانی مورد بررسی قرار داد. باید گفت که مدل‌سازی برج توربین به صورت تیر با مقطع متغیر منجر به پیچیدگی معادلات حاکم بر مساله می‌شود که در حالت کلی به صورت تحلیلی قابل حل نمی‌باشند. با این حال، حل دقیق معادله فرکانسی تیرها در حالات خاصی برحسب توابع بسل [۳۲-۳۰]، چندجمله‌ای‌های متعامد [۳۳]، سری‌های هایپرجیومتری [۳۴] و سری‌های توانی [۳۵] ارایه شده است.

موضوع دیگری که باید در نظر داشت این است که در صورت کوچک بودن دامنه ارتعاشات، دینامیک تیر می‌تواند بخوبی توسط معادلات خطی توصیف شود، اما با افزایش دامنه ارتعاشات، اثرات غیرخطیت هندسی اهمیت پیدا می‌کنند. غیرخطیت هندسی ممکن است در اثر کشیدگی و یا انحناهای بزرگ ناشی شود. کشیدگی غیرخطی صفحه میانی تیر منجر به ارتباطی غیرخطی بین کرنش و تغییر مکان می‌شود. در صورتی که ارتعاشات دامنه‌بلند تیر با تغییرات زیاد انحنا همراه باشد، لازم است از رابطه غیرخطی بین انحنا و تغییر مکان استفاده شود [۳۶]. زاودنی و نایفی [۳۷] ارتعاشات غیرخطی تیر یکسرگیردار شامل جرم و اینرسی را به تحریک پارامتری پایه مورد بررسی قرار دادند. سپس از روش مقیاس‌های چندگانه برای تعیین پاسخ تقریبی معادله زمانی تیر استفاده کردند. همدان و شعبانه [۳۸] به تحلیل ارتعاشات آزاد دامنه‌بلند یک تیر یکسرگیردار با ریشه انعطاف‌پذیر دورانی شامل جرم متمرکز در طول تیر را با در نظر گرفتن اثرات اینرسی طولی و انحنای غیرخطی پرداختند.

در پژوهش حاضر، ارتعاشات آزاد غیرخطی تیر یکسرگیردار با مقطع متغیر و با جرم خارج از مرکز در دو جهت طولی و عرضی به‌عنوان مدل سازه‌ای برج توربین باد و نازل آن مورد بررسی قرار گرفته است. در نظرگرفتن جرم نوک با خروج از مرکزی در دو جهت طولی و عرضی منجر به وابستگی حرکت‌های طولی و عرضی شده که به پیچیدگی مسئله می‌افزاید. هم‌چنین اثر نیروی محوری متغیر بر اثر گرانش لحاظ شده است. معادلات و شرایط مرزی حاکم با در نظر گرفتن خواص متغیر تیر، جرم نازل و غیرخطیت هندسی ناشی از تغییرشکل‌های بزرگ در کنار فرضیات اولر-برنولی، با استفاده از اصل همیلتون بدست آمده‌اند. به‌منظور پیدا کردن فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودهای سیستم موردنظر، از یک روش تفاضل محدود استفاده شده است. روش ارایه شده علاوه بر در نظر گرفتن خواص متغیر تیر می‌تواند اثرات جرم خارج از مرکز و نیروی محوری متغیر را مدل‌سازی کند. با استفاده از تقریب تک‌مودی، معادله دیفرانسیل معمولی حاکم بر ارتعاشات غیرخطی سیستم بدست آمده است. این معادلات به دلیل وجود خروج از مرکزی در راستای عرضی به یکدیگر وابسته‌اند. سپس از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه برای بدست آوردن پاسخ فرم-بسته معادلات استفاده شده است. مقایسه نتایج تحلیلی بدست آمده با نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی تطابق بسیار خوبی را نشان می‌دهد.

۲- فرمول بندی ریاضی

در شکل ۱، یک تیر مقطع متغیر با جرم خارج مرکز به‌عنوان مدل برج و نازل توربین باد نشان داده شده است. در این شکل، $\hat{a}$ و $\hat{b}$ به‌ترتیب بیانگر مقادیر خروج از مرکز در جهت عرضی و طولی، CG مرکز ثقل جرم انتهای تیر، $\hat{M}$ جرم آن و l نشان‌دهنده‌ی طول تیر می‌باشد. علاوه بر این، $\hat{J}$ معرف ممان اینرسی قطبی جرم نوک تیر است.

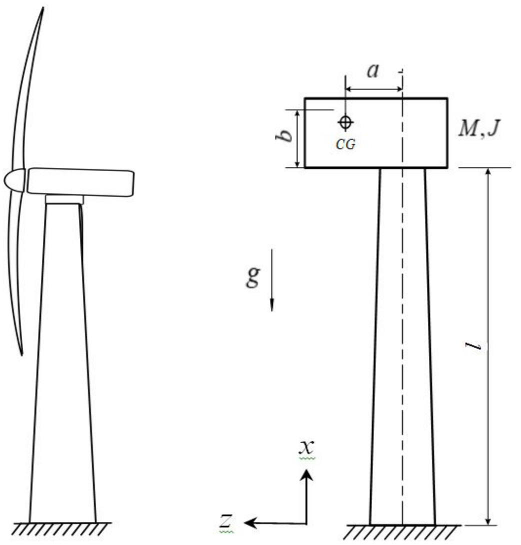

Fig. 1.

شکل ۱: مدل سازه‌ای برج توربین باد.

به‌منظور پیدا کردن معادلات حرکت حاکم بر سیستم از اصل همیلتون استفاده می‌شود. طبق این اصل، رفتار دینامیکی هر سیستمی به‌گونه‌ای است که رابطه زیر بین دو زمان دلخواه t_1 و t_2 برقرار باشد:

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(\pi - K + W_e)dt \tag{۱}$$

که δ اپراتور تغییرات، K و π به‌ترتیب بیانگر انرژی جنبشی و پتانسیل کل سیستم هستند و W_e کار نیروهای خارجی وارد بر سیستم است.

با بکارگیری اصل همیلتون به همراه فرضیات تیر اولر-برنولی و استفاده از رابطه غیرخطی کرنش-تغییر مکان فون-کارمن، معادلات و شرایط مرزی حاکم بر ارتعاشات سیستم به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{gathered}\left(EI(x)w_{,xx}\right)_{,xx} - \left(EA(x)\left(u_{,x}+\frac{1}{2}w_{,x}^2\right)w_{,x}\right)_{,x} + \\ cw_{,t}+\rho A(x)w_{,tt}=0\end{gathered} \tag{۲}$$

$$\rho A(x)u_{,tt} - \left(EA(x)\left(u_{,x}+\frac{1}{2}w_{,x}^2\right)\right)_{,x} + g\rho A(x)=0 \tag{۳}$$

شرایط مرزی در $x=0$:

$$u(x,t)=w(x,t)=w_{,x}(x,t)=0 \tag{۴}$$

شرایط مرزی در $x=l$:

$$EA(x)\left(u_{,x}+\frac{1}{2}w_{,x}^2\right)+Mu_{,tt}-Maw_{,xtt}+Mg=0 \tag{۵}$$

$$\begin{gathered}EA(x)\left(u_{,x}+\frac{1}{2}w_{,x}^2\right)w_{,x}-\left(EI(x)w_{,xx}\right)_{,x}+ \\ Mw_{,tt}+Mbw_{,xtt}=0\end{gathered} \tag{۶}$$

$$\begin{gathered}EI(x)w_{,xx}+Mbw_{,tt}-Mau_{,tt}+ \\ M\left(a^2+b^2+\kappa^2\right)w_{,xtt}+Mga=0\end{gathered} \tag{۷}$$

در معادلات فوق، u و w به‌ترتیب بیانگر جابجایی طولی و عرضی تیر، g شتاب جاذبه، E و ρ به‌ترتیب مدول الاستیسیته یانگ و چگالی تیر و، A و I به‌ترتیب مساحت و ممان دوم سطح مقطع تیر حول محور خنثی آن می‌باشند. هم‌چنین K نشان‌دهنده‌ی شعاع ژیراسیون جرم نوک تیر است. لازم به ذکر است که فرض شده است تیر بر روی یک بستر میرا نوسان کرده که c ضریب میرایی عرضی بر واحد طول آن بوده و از میرایی طولی صرف نظر شده است. روابط (۵) و (۶) در واقع تعادل نیرویی انتهای تیر در جهت‌های محوری و عرضی را نشان می‌دهند، درحالی‌که معادله (۷) بیانگر تعادل ممان خارج صفحه در انتهای تیر است. لازم به ذکر است که عبارت $EA\left(u_{,x}+0.5w_{,x}^2\right)$ که در معادلات فوق ظاهر شده است، نشان‌دهنده‌ی نیروی محوری در طول تیر است.

معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی غیر خطی(۲) و (۳) در حالت کلی فاقد حل تحلیلی می باشند. با این حال، می‌توان از روش‌های تقریبی-تحلیلی از جمله تقریب گلرکین و یا روش مودهای فرضی استفاده کرد که معادلات فوق را به معادلات دیفرانسیل معمولی برحسب یک متغیر کاهش می‌دهند. در این مقاله، روش تقریب تک-مودی به کار گرفته می‌شود که در نتیجه‌ی آن وابستگی به متغیر مکان در معادلات حذف شده و معادلات دیفرانسیل زمانی حاکم بر رفتار غیرخطی تیر استخراج می‌گردد.

به‌منظور راحتی نوشتاری روابط ریاضی، متغیرهای بی‌بعد زیر معرفی می‌شوند و ادامه‌ی فرمول‌بندی ریاضی برحسب پارامترهای بدون بعد (بدون نوشتن علامت *) بیان می‌شود.

$$\begin{gathered}w^*=\frac{w}{l},\quad u^*=\frac{u}{l},\quad x^*=\frac{x}{l},\quad a^*=\frac{a}{l}, \\ b^*=\frac{b}{l},\quad \kappa^*=\frac{\kappa}{l}, I^*(x)=\frac{I(x)}{I(0)}, A(x)=\frac{A(x)}{A(0)}, \\ A^*(x)=\frac{A(x)l^2}{I(0)},\ M^*=\frac{M}{l\rho A(0)}, \\ t^*=\frac{t}{l^2}\sqrt{\frac{EI(0)}{\rho A(0)}},\quad g^*=gl^3\frac{\rho A(0)}{EI(0)}, \\ c^*=\frac{cl}{\sqrt{\rho A(0)\times EI(0)}}\end{gathered} \tag{۸}$$

در سیستم مورد بررسی، سختی عرضی بسیار کمتر از سختی طولی است و بنابراین بیشترین درصد شکل‌مود اساسی سیستم ناشی از حرکت عرضی است. طبق تعریف، معادله بی‌بعد و شرایط مرزی حاکم بر شکل‌مود عرضی سیستم با در نظرگرفتن پاسخ هارمونیک $w(x,t)=\varphi(x)\exp(i\omega_n t)$ ، صرف‌نظر کردن از عبارت‌های شامل میرایی، غیرخطیت و نیروی خارجی در معادله (۲) و شرایط مرزی مربوطه، و استفاده از متغیرهای بی‌بعد (۸) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\left(EI(x)\varphi_{i,xx}\right)_{,xx}-\left(N(x)\varphi_{i,x}\right)_{,x}-\rho A(x)\omega_i^2\varphi_i=0 \tag{۹}$$

$$\varphi_i(0)=\varphi_{i,x}(0)=0 \tag{۱۰}$$

$$\begin{gathered}x=1:\ -\left(EI(x)\varphi_{i,xx}(x)\right)_{,x}+ \\ \left(N(x)-\omega_i^2Mb\right)\varphi_{i,x}(x)-\omega_i^2M\varphi_i(x)=0\end{gathered} \tag{۱۱}$$

$$\begin{gathered}x=1:\ EI(x)\varphi_{i,xx}(x)- \\ \omega_i^2M\left(a^2+b^2+\kappa^2\right)\varphi_{i,x}(x)-\omega_i^2Mb\varphi_i(x)=0\end{gathered} \tag{۱۲}$$

که N بیانگر نیروی محوری در طول تیر است.

در حالت کلی، بدست‌آوردن پاسخ تحلیلی برای معادله (۹) امکان‌پذیر نیست، حال آن‌که شرایط مرزی وابسته به فرکانس‌های آورده شده در روابط (۱۱) و (۱۲) نیز بر پیچیدگی مساله می‌افزاید. در این مقاله از یک روش تفاضل محدود برای رسیدن پیدا کردن فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودهای سیستم استفاده شده است که توسعه‌یافته روش ارائه‌شده در مرجع [۳۹] می‌باشد.

با بسط مشتقات مرتبه بالا در معادله دیفرانسیل (۹) و تعریف بردار $\vec{\Phi}^{(i)} = \left[\varphi_i(x)\ \ \varphi_i'(x)\ \ \varphi_i''(x)\ \ \varphi_i'''(x)\right]^{\mathrm{T}}$، این معادله را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\Phi}^{(i)}(x)}{\mathrm{d}x} = [\mathbf{A}]_{(x,\omega_i)}\,\vec{\Phi}^{(i)}(x) \qquad (۱۳)$$

که $[\mathbf{A}]_{(x,\omega_i)}$ ماتریس مربعی از مرتبه ۴ است و مولفه‌های غیر صفر آن عبارتند از:

$$\begin{aligned}
&a_{1,2}(x,\omega_i) = a_{2,3}(x,\omega_i) = a_{3,4}(x,\omega_i) = 1,\\
&a_{4,1}(x,\omega_i) = \frac{\rho A(x)\omega_i^2}{EI(x)},\ a_{4,2}(x,\omega_i) = \frac{N_{,x}(x)}{EI(x)},\\
&a_{4,3}(x,\omega_i) = \frac{N(x) - \left(EI(x)\right)_{,xx}}{EI(x)},\\
&a_{4,4}(x,\omega_i) = \frac{-2\left(EI(x)\right)_{,x}}{EI(x)}
\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

با گسسته‌سازی طول تیر به n المان با طول Δx و استفاده از تقریب مرتبه اول مشتق بردار $\vec{\Phi}^{(i)}(x)$ در معادله (۱۳) خواهیم داشت:

$$\vec{\Phi}^{(i)}(x+\Delta x) = \left[[\mathbf{A}]_{(x,\omega_i)}\,\Delta x + \mathbf{I}_{4\times 4}\right]\vec{\Phi}^{(i)}(x) \qquad (۱۵)$$

در نتیجه می‌توان مقدار بردار $\vec{\Phi}\ ^{i}\ \ x$ درانتهای تیر را به مقدار آن در انتهای گیردار تیر به صورت زیر ارتباط داد:

$$\vec{\Phi}^{(i)}(1) = [\mathbf{B}]_{(\omega_i)}\,\vec{\Phi}^{(i)}(0) \qquad (۱۶)$$

که ماتریس مربعی $[\mathbf{B}]$ تنها تابعی از فرکانس بوده و عبارتست از:

$$[\mathbf{B}]_{(\omega_i)} = \prod_{i=1}^{n}\left([\mathbf{A}]_{((n-i).\Delta x,\omega_i)}\,\Delta x + \mathbf{I}_{4\times 4}\right) \qquad (۱۷)$$

در آخرین گام، با بهره‌گیری از شرایط مرزی حاکم (معادلات (۱۰) تا (۱۲)) می‌توان معادله (۱۷) را به‌صورت چهار معادله خطی برحسب $\varphi_i(1)$، $\varphi_i'(1)$، $\varphi_i''(0)$ و $\varphi_i'''(0)$ بازنویسی کرد که نتیجه آن به صورت ماتریسی در رابطه زیر بیان شده است:

$$[\mathbf{D}]_{(\omega_i)}\,\vec{\varphi}^{(i)} = [0] \qquad (۱۸)$$

در رابطه (۱۸)، بردار $\vec{\varphi}^{(i)}$ و مولفه‌های غیر صفر ماتریس $[\mathbf{D}]$ عبارتند از:

$$\vec{\varphi}^{(i)} = \left[\varphi_i(1)\ \ \varphi_i'(1)\ \ \varphi_i''(0)\ \ \varphi_i'''(0)\right]^{\mathrm{T}} \qquad (۱۹)$$

$$\begin{aligned}
&\left(d_{1,1}, d_{1,3}, d_{1,4}, d_{2,2}, d_{2,3}, d_{2,4}, d_{3,3}, d_{3,4}, d_{4,3}, d_{4,4}\right)\\
&= \left(1, -b_{1,3}, -b_{1,4}, 1, -b_{2,3}, -b_{2,4}, -b_{3,3}, -b_{3,4}, -b_{4,3}, -b_{4,4}\right),\\
&d_{3,1} = \frac{Mb\omega_i^2}{EI(1)},\quad d_{3,2} = \frac{M\omega_i^2}{EI(1)}\left(\kappa^2 + a^2 + b^2\right),\\
&d_{4,1} = -\frac{M\omega_i^2}{\left(EI(1)\right)^2}\left[\left(EI(x)\right)_{,x}\Big|_{x=1} b + EI(1)\right],\\
&d_{4,2} = -\frac{M\omega_i^2}{\left(EI(1)\right)^2}\left[\left(EI(x)\right)_{,x}\Big|_{x=1}\left(\kappa^2 + a^2 + b^2\right)\right] -\\
&\frac{1}{EI(1)}\left[Mb\omega_i^2 + N(1)\right]
\end{aligned} \qquad (۲۰)$$

معادله (۲۰)، یک مساله مقدار ویژه می‌باشد که با صفر قراردادن دترمینان ماتریس $[\mathbf{D}]_{(\omega_i)}$ جواب‌های غیربدیهی آن بدست خواهد آمد. ریشه‌های معادله $\det\left([\mathbf{D}]_{(\omega_i)}\right) = 0$ فرکانس‌های طبیعی سیستم را مشخص می‌کنند. با داشتن مقادیر ویژه، بردار ویژه $\vec{\varphi}^{(i)}$ متناظر بدست می‌آید که در نتیجه شکل مود سیستم می‌تواند با استفاده از رابطه (۱۵) مشخص گردد.

۳- آنالیز دینامیکی

یکی از روش‌های معمول در مدل‌سازی ارتعاشات خطی و غیرخطی سیستم‌های دینامیکی، در نظر گرفتن پاسخ سیستم به صورت ترکیب خطی شکل‌مودهای آن سیستم است. در بسیاری از سیستم‌های دینامیکی، شکل‌مود اول از نظر دینامیکی مهم‌ترین بوده و بیشترین درصد از انرژی دینامیکی سیستم را در بر دارد. همان‌طور که ذکر شد، در سیستم مورد بررسی، سختی عرضی بسیار کمتر از سختی طولی است و بنابراین شکل‌مود اول سیستم ناشی از حرکت عرضی است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$w(x,t) = \frac{\varphi(x)}{\varphi(1)}W(t) \qquad (۲۱)$$

که $W(t)$ پاسخ زمانی نوک تیر و $\varphi(x)$ شکل‌مود اول سیستم خطی می‌باشد.

با در نظرگرفتن معادله فوق و استفاده از روش گلرکین، معادلات زمانی حاکم بر ارتعاشات سیستم به کمک معادلات لاگرانژ به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned}
&c_1\ddot{W}(t) + c_2W(t) + c_3\dot{W}(t) + c_4W^3(t) +\\
&c_5W(t)U(t) + c_6\left[\ddot{U}(t) - g\right] = 0
\end{aligned} \qquad (۲۲)$$

$$M\ddot{U}(t) + c_7U(t) + c_6\ddot{W}(t) + c_8W^2(t) + Mg = 0 \qquad (۲۳)$$

که:

$$c_1 = \int_0^1 \rho A(x)\left(\frac{\varphi(x)}{\varphi(1)}\right)^2 dx + M\left(1+\left(a^2+b^2+\kappa^2\right)\left(\frac{\varphi'(1)}{\varphi(1)}\right)^2 + 2b\frac{\varphi'(1)}{\varphi(1)}\right) \tag{۲۴}$$

$$c_2 = \int_0^1 EI(x)\left(\frac{\varphi''(x)}{\varphi(1)}\right)^2 dx - g\int_0^1 \rho A(x)\left(\int_0^x \left(\frac{\varphi'(\xi)}{\varphi(1)}\right)^2 d\xi\right)dx + gR\left(\int_0^1\left(\frac{\varphi'(x)}{\varphi(1)}\right)^2 dx\right)\left(\int_0^1 \rho A(x)\left(\int_0^x \frac{1}{EA(\xi)}d\xi\right)dx\right) \tag{۲۵}$$

$$c_3 = \int_0^1 c\left(\frac{\varphi(x)}{\varphi(1)}\right)^2 dx \tag{۲۶}$$

$$c_4 = R\left(\int_0^1\left(\frac{\varphi'(x)}{\varphi(1)}\right)^2 dx\right)^2 \tag{۲۷}$$

$$c_5 = R\int_0^1\left(\frac{\varphi'(x)}{\varphi(1)}\right)^2 dx \tag{۲۸}$$

$$c_6 = -Ma\frac{\varphi'(1)}{\varphi(1)} \tag{۲۹}$$

$$c_7 = R\left(1+g\int_0^1 \rho A(x)\left(\int_0^x\left(\frac{\varphi'(\xi)}{\varphi(1)}\right)^2 d\xi\right)dx\right) \tag{۳۰}$$

$$c_8 = c_5 = \frac{R}{2}\int_0^1\left(\frac{\varphi'(x)}{\varphi(1)}\right)^2 dx \tag{۳۱}$$

در معادلات فوق، پارامتر R به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R = \left(\int_0^1 \frac{1}{EA(x)}dx\right)^{-1} \tag{۳۲}$$

برای راحتی، معادلات (۲۲) و (۲۳) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\ddot{W}(t)+\omega_1^2 W(t)+C_1\dot{W}(t)+C_2W^3(t)+C_3W(t)U(t)+C_4\left(\ddot{U}(t)-g\right)=0 \tag{۳۳}$$

$$\ddot{U}(t)+\omega_2^2U(t)+C_4\ddot{W}(t)+C_5W^2(t)+g=0 \tag{۳۴}$$

که ثابت‌های جدید عبارتند از:

$$\left(\omega_1^2, C_1, C_2, C_3, C_4, \omega_2^2, C_5\right) = \left(\frac{c_2}{c_1}, \frac{c_3}{c_1}, \frac{c_4}{c_1}, \frac{c_5}{c_1}, \frac{c_6}{c_1}, \frac{c_7}{c_1}, \frac{c_8}{c_1}\right) \tag{۳۵}$$

به‌منظور یافتن پاسخی تحلیلی برای معادلات (۳۳) و (۳۴) که قابلیت بررسی تاثیر پارامترهای مختلف برای یک طراحی بهینه را داشته باشد، در این پژوهش از روش اغتشاشی مقیاس‌های چندگانه استفاده می‌شود. در این روش، متغیر t برحسب مقیاس‌های زمانی $T_0 = t$ و $T_1 = \varepsilon t$ بیان می‌شود که ε یک پارامتر کوچک مصنوعی است [۳۶]. با استفاده از قاعده مشتق زنجیره‌ای، مشتقات اول و دوم بر حسب متغیر t عبارتند از:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}(\,) = \dfrac{\partial}{\partial T_0}(\,) + \varepsilon\dfrac{\partial}{\partial T_1}(\,) \\ \dfrac{d^2}{dt^2}(\,) = \dfrac{\partial^2}{\partial T_0^2}(\,) + 2\varepsilon\dfrac{\partial^2}{\partial T_0\partial T_1}(\,) + \varepsilon^2\dfrac{\partial^2}{\partial T_1^2}(\,) \end{cases} \tag{۳۶}$$

اگرچه فرض شده است که تیر تحت تاثیر ارتعاشات دامنه‌بلند قرار می‌گیرد، اما خیز عرضی تیر هم‌چنان یک مرتبه کوچکتر از طول تیر است. علاوه بر این، با توجه به فیزیک سیستم می‌توان دریافت که جابجایی طولی نوک تیر یک مرتبه کوچکتر از خیز عرضی آن می‌باشد. در نتیجه می‌توان گفت که $U(t) \approx O(\varepsilon^2)$ و $W(t) \approx O(\varepsilon)$. بنابراین پاسخ معادلات (۳۳) و (۳۴) را می‌توان به صورت زیر فرض کرد:

$$\begin{cases} U(T_0,T_1) = \varepsilon^2\left[U_0(T_0,T_1) + \varepsilon U_1(T_0,T_1) + \dots\right] \\ W(T_0,T_1) = \varepsilon\left[W_0(T_0,T_1) + \varepsilon W_1(T_0,T_1) + \dots\right] \end{cases} \tag{۳۷}$$

با توجه به کوچک بودن مقدار میرایی و هم‌چنین در نظر داشتن شیوه بی‌بعدسازی معرفی‌شده در معادله (۸) فرض می‌شود که:

$$C_1 = \varepsilon\bar{C}_1\ , \qquad C_4 = \varepsilon\bar{C}_4\ , \qquad g = \varepsilon^2 g_0 \tag{۳۸}$$

لازم به ذکر است که فرض فوق هیچ محدودیتی در حل مساله بوجود نمی‌آورد، زیرا پارامتر ε، یک پارامتر مصنوعی است. با جایگذاری معادلات (۳۶) تا (۳۸) در معادلات (۳۳) و (۳۴) و فاکتورگیری از عبارات شامل توان‌های مشابه ε داریم:

$$O(\varepsilon):\quad \frac{\partial^2 W_0(T_0,T_1)}{\partial T_0^2} + \omega_1^2 W_0(T_0,T_1) = 0 \tag{۳۹}$$

$$O\left(\varepsilon^2\right):\quad \frac{\partial^2 W_1\left(T_0,T_1\right)}{\partial T_0^2}+\omega_1^2 W_1\left(T_0,T_1\right)= -2\frac{\partial^2 W_0\left(T_0,T_1\right)}{\partial T_0\partial T_1}-\bar{C}_1\frac{\partial W_0\left(T_0,T_1\right)}{\partial T_0} \tag{۴۰}$$

$$O\left(\varepsilon^2\right):\quad \frac{\partial^2 U_0\left(T_0,T_1\right)}{\partial {T_0}^2}+\omega_2^2 U_0\left(T_0,T_1\right)= -\bar{C}_4\frac{\partial^2 W_0\left(T_0,T_1\right)}{\partial T_0\partial T_1}-C_5 W_0\left(T_0,T_1\right)-g_0 \tag{۴۱}$$

$$O(\varepsilon^3):\quad \frac{\partial^2 U_1\left(T_0,T_1\right)}{\partial T_0^2}+\omega_2^2 U_1\left(T_0,T_1\right)= -2\frac{\partial^2 U_0\left(T_0,T_1\right)}{\partial T_0\partial T_1}-\bar{C}_4\frac{\partial^2 W_1\left(T_0,T_1\right)}{\partial T_0^2}- 2C_5 W_0\left(T_0,T_1\right)W_1\left(T_0,T_1\right)-2\bar{C}_1\frac{\partial^2 W_0\left(T_0,T_1\right)}{\partial T_0\partial T_1} \tag{۴۲}$$

پاسخ معادله (۳۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$W_0\left(T_0,T_1\right)=A\left(T_1\right)\exp\left(i\omega_1 T_0\right)+cc \tag{۴۳}$$

در معادله فوق، $A\left(T_1\right)$ تابعی نامعلوم است که با حذف کردن بخش‌های سکولار از پاسخ معادله (۴۰) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$A\left(T_1\right)=\frac{1}{2}A_0\exp\left(-\frac{1}{2}\bar{C}_1 T_1+i\alpha_0\right) \tag{۴۴}$$

که A_0 و α_0 اعدادی ثابت هستند. لازم به ذکر است که در معادله (۴۴) و در ادامه این مقاله از نماد cc برای نشان‌دادن مزدوج مختلط عبارت‌ها استفاده شده است.

با استفاده از معادله (۴۳)، $W_0\left(T_0,T_1\right)$ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$W_0\left(T_0,T_1\right)=A_0\exp\left(-\frac{1}{2}\bar{C}_1 T_1\right)\cos\left(\omega_1 T_0+\alpha_0\right) \tag{۴۵}$$

پاسخ خصوصی معادله (۴۱) با بکارگیری رابطه (۴۴) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$U_0\left(T_0,T_1\right)=-\frac{C_5 A\left(T_1\right)\bar{A}\left(T_1\right)}{\omega_2^2}-\frac{\bar{C}_4 A^2\left(T_1\right)\exp\left(2i\,\omega_1 T_0\right)}{\omega_2^2-4\omega_1^2} +\frac{\bar{C}_4 A\left(T_1\right)\omega_1^2\exp\left(i\,\omega_1 T_0\right)}{\omega_2^2-\omega_1^2}+B\left(T_1\right)\exp\left(I\,\omega_2 T_0\right)-\frac{g_0}{2\omega_2^2}+cc \tag{۴۶}$$

که $\bar{A}\left(T_1\right)$ مزدوج مختلط $A\left(T_1\right)$ بوده و $B\left(T_1\right)$ تابعی نامعلوم است که

با حذف کردن بخش‌های سکولار از پاسخ معادله (۴۲) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$U_0\left(T_0,T_1\right)=-\frac{C_5 A\left(T_1\right)\bar{A}\left(T_1\right)}{\omega_2^2}-\frac{\bar{C}_4 A^2\left(T_1\right)\exp\left(2i\,\omega_1 T_0\right)}{\omega_2^2-4\omega_1^2} +\frac{\bar{C}_4 A\left(T_1\right)\omega_1^2\exp\left(i\,\omega_1 T_0\right)}{\omega_2^2-\omega_1^2}+B\left(T_1\right)\exp\left(I\,\omega_2 T_0\right)-\frac{g_0}{2\omega_2^2}+cc \tag{۴۷}$$

با جایگذاری معادلات (۴۵) و (۴۷) در معادله (۳۷) و حذف کردن پارامتر ε با استفاده از معادله (۳۸)، تقریب مرتبه اول پاسخ زمانی انتهای تیر به صورت زیر بدست می‌آید:

$$W\left(t\right)=A\exp\left(-\frac{1}{2}C_1 t\right)\cos\left(\omega_1 t+\alpha_0\right) \tag{۴۸}$$

$$U\left(t\right)=-\frac{g}{\omega_2^2}+B\cos\left(\omega_2 t+\beta_0\right)+ C_4 A\,\omega_1^2\exp\left(-\frac{1}{2}C_1 t\right)\left(\frac{\cos\left(\omega_1 t+\alpha_0\right)}{\omega_2^2-\omega_1^2}\right) -\frac{1}{2}C_5 A^2\exp\left(-C_1 t\right)\left(\frac{1}{\omega_2^2}+\frac{\cos\left(2\left(\omega_n t+\alpha_0\right)\right)}{\omega_2^2-4\omega_1^2}\right) \tag{۴۹}$$

که $A=\varepsilon A_0$ و $B=\varepsilon B_0$ ثابت های جدیدی هستند و از شرایط اولیه به دست می آیند.

٤- نتایج و جمع‌بندی

در این بخش به بررسی عددی رفتار ارتعاشی سازه برج توربین باد پرداخته می‌شود. همان‌طور که در مقدمه اشاره گردید، تعیین فرکانس طبیعی برج از مهم‌ترین اهداف تحلیل دینامیکی توربین باد می‌باشد. به همین منظور، در ابتدا به بررسی روش ارایه‌شده برای تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه و صحه‌گذاری آن پرداخته می‌شود و پاسخ گذرای سیستم مورد توجه قرار می‌گیرد.

نمودار تغییرات فرکانس طبیعی برج با نسبت تغییر مقطع (TR) برای یک تیر مخروطی در شکل‌های ۲ تا ۴ نمایش داده شده است. برای انجام مقایسه و صحه‌گذاری نتایج بدست آمده از مرجع [۴۰] استفاده شده است که فرکانس طبیعی تیر مخروطی در دو حالت الف) مقطع با عمق ثابت و عرض متغیر و ب) مقطع با عرض و عمق متغیر گزارش شده است. ملاحظه می‌شود که در هر دو حالت با افزایش نسبت تغییر مقطع، فرکانس طبیعی اول تیر افزایش یافته در حالی که فرکانس‌های دوم و سوم کاهش می‌یابند. بنابراین افزایش نسبت تغییر مقطع در طول تیر موجب کاهش فاصله بین فرکانس‌های متوالی شده که باید در طراحی چنین سازه‌هایی مورد توجه قرار گیرد.

به منظور شبیه‌سازی پاسخ گذرای سیستم، یک تیر مقطع متغیر مخروطی با جرم خارج از مرکز دوطرفه (طولی و عرضی) و اینرسی دورانی با مشخصات داده‌شده در جدول ۱ در نظر گرفته شده است. فرض شده است که مقطع تیر به صورت لوله‌ای باشد که کاربرد بسیاری در برج توربین‌های باد دارد. هم‌چنین به علت اثر جاذبه، نیروی محوری متغیری بر طول تیر وارد می‌شود. با استفاده از روش تفاضل محدود ارایه شده در بخش قبل، سه فرکانس

طبیعی اول تیر به‌ترتیب برابر با $\omega_1=2/738$، $\omega_2=18/120$ و $\omega_3=52/348$ بدست آمده است. همچنین در شکل ۵، سه شکل‌مود اول متناظر به‌صورت بدون بعد نمایش داده‌شده است.

شکل‌های ۶ و ۷ به ترتیب پاسخ گذرای عرضی و محوری ارتعاشات آزاد انتهای برج و مرکز جرم نازل را تحت شرایط اولیه ناشی از تغییرمکان استاتیکی بر اثر وزن مجموعه‌ی نازل نشان می‌دهند. علاوه بر این، نتایج حاصل از حل عددی با استفاده از دستور *ode45* نرم‌افزار متلب برای مقایسه نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که شرایط اولیه با حذف عبارت‌های وابسته به زمان در معادلات (۳۳) و (۳۴) و حل آن‌ها بدست آمده است. ملاحظه می‌شود که نتایج تحلیلی تطابق بسیار خوبی را با نتایج عددی نشان می‌دهد. طبق شکل ۶، پاسخ گذرای عرضی تیر به‌صورت موج سینوسی با فرکانس پایین می‌باشد که از رابطه (۴۸) نیز قابل پیش‌بینی است. لازم به ذکر است که فرکانس نوسانات عرضی مطابق روابط (۲۴) و (۲۵) به عواملی مانند نحوه تغییر مقطع، گرانش، جرم انتهای تیر و میزان خروج از مرکزی آن بستگی دارد. بر خلاف پاسخ عرضی که تنها شامل یک موج سینوسی فرکانس پایین است، پاسخ محوری متشکل از بخشی با فرکانس پایین و بخشی با فرکانس بالا می‌باشد. این موضوع به‌وضوح در شکل ۸ که بزرگنمایی پاسخ محوری مرکز جرم نازل را نشان می‌دهد، قابل مشاهده است. در واقع پاسخ محوری از یک بخش فرکانس پایین با دامنه بلند و یک بخش فرکانس بالا با دامنه کوچک تشکیل شده است. پاسخ فرکانس پایین ناشی از تاثیر ارتعاشات عرضی بر نوسانات محوری بوده و پاسخ فرکانس بالا، نتیجه سختی زیاد تیر در جهت محوری می‌باشد.

شکل‌های ۹ و ۱۰ نمودارهای فاز ارتعاشات عرضی و محوری برای نقاط انتهای برج و مرکز جرم نازل را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که به‌دلیل وجود میرایی و نبود نیروی خارجی، پاسخ‌ها با گذشت زمان به نقطه پایداری

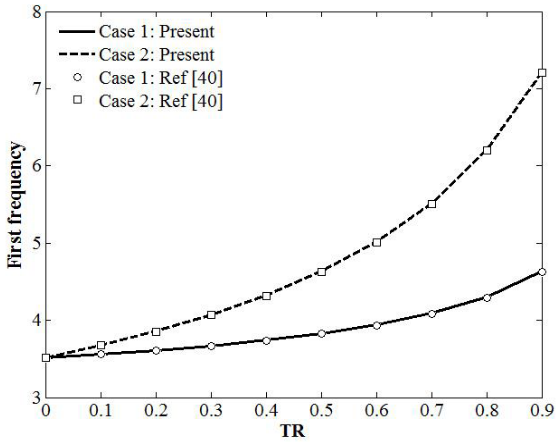

Fig. 2.

شکل ۲: نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول برج توربین با نسبت تغییر مقطع..

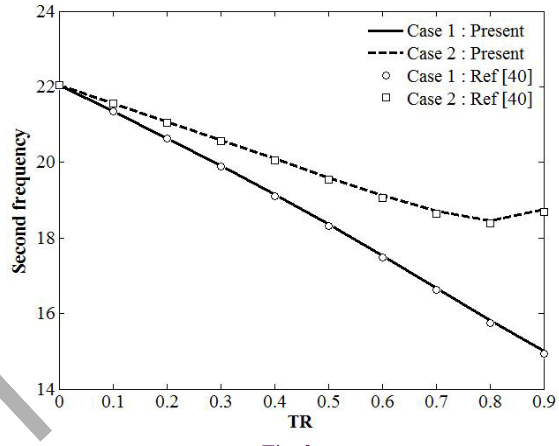

Fig. 3.

شکل ۳: نمودار تغییرات فرکانس طبیعی دوم برج توربین با نسبت تغییر مقطع..

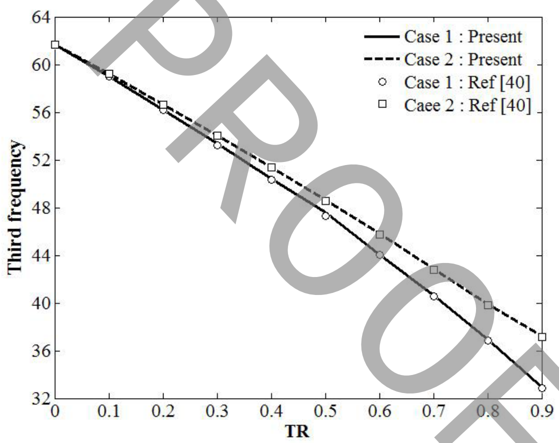

Fig. 4.

شکل ٤: نمودار تغییرات فرکانس طبیعی سوم برج توربین با نسبت تغییر مقطع.

جدول ۱: مشخصات فیزیکی و هندسی برج و نازل توربین.

Table 1.

متغیر	واحد	مقدار
مدول‌الاستیسیته	GPa	۲۱۰
چگالی جرمی	kg/m^3	۷۶۸۰
جرم نازل توربین	kg	۵۰۰۰
طول برج توربین	m	۳۰
قطر ریشه‌ی برج	m	۱/۵
قطر انتهای برج	m	۱/۲
ضخامت سطح مقطع برج	cm	۳
شعاع ژیراسیون نازل	m	۰/۱۰
خروج از مرکزی طولی نازل	m	۰/۵
خروج از مرکزی عرضی نازل	m	۱

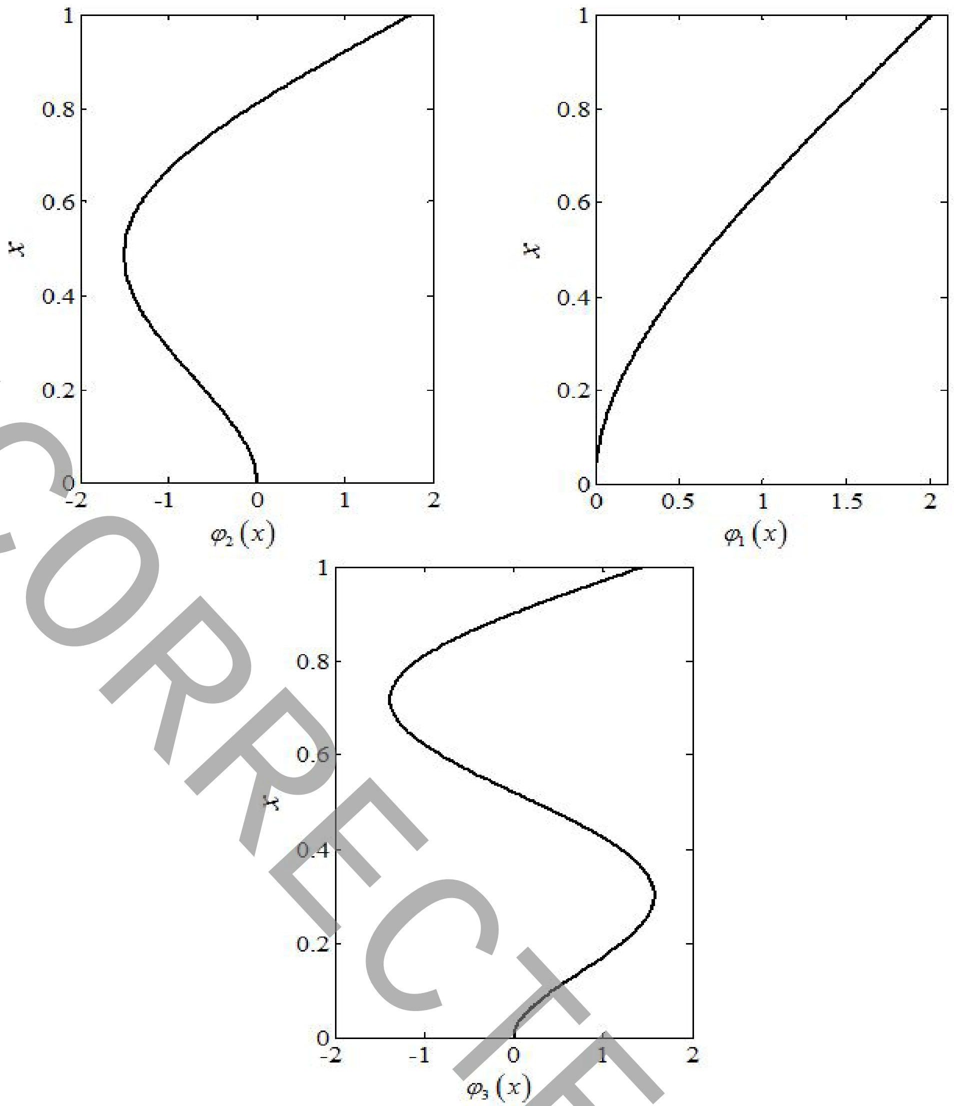

Fig. 5.

شکل ۵: سه شکل‌مود اول (بدون بعد) برج توربین باد.

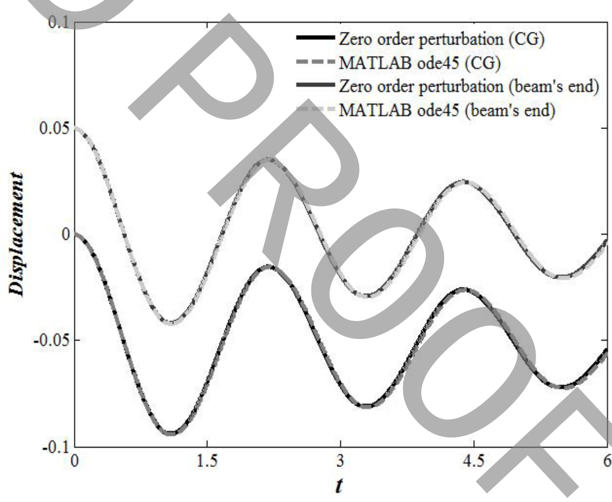

Fig. 6.

شکل ٦: مقایسه نتایج تحلیلی و عددی برای ارتعاشات آزاد عرضی انتهای برج و مرکز جرم نازل (CG).

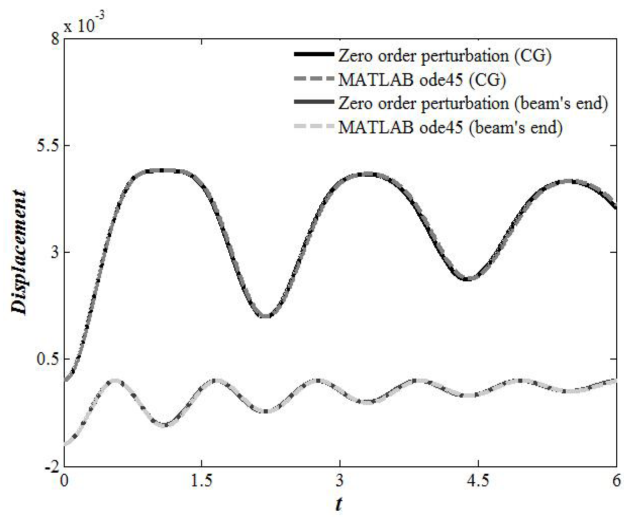

Fig. 7.

شکل ۷: مقایسه نتایج تحلیلی و عددی برای ارتعاشات آزاد انتهای برج و مرکز جرم نازل (CG).

خودشان نزدیک می‌شوند. با این حال، نحوه رسیدن به نقطه‌ی پایداری در مورد نوسانات عرضی و محوری با یکدیگر متفاوت است. بر اساس شکل ۹، پاسخ عرضی با چرخش حول نقطه‌ی پایداری به آن نزدیک می‌شود، در حالی‌که طبق شکل ۱۰ پاسخ محوری به‌صورت یک‌طرفه در نزدیکی نقطه پایداری نوسان می‌کند که کاملا مطابق با فیزیک حاکم بر مساله است. نکته دیگری که در نمودارهای فاز قابل مشاهده است، تفاوت نقطه پایداری برای انتهای تیر و مرکز جرم نازل است. نقطه پایداری انتهای تیر همان وضعیت بدون تغییرشکل تیر بوده و برای مرکز جرم نازل، نقطه تعادل استاتیکی مجموعه‌ی تیر و نازل می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

اهمیت مطالعه‌ی رفتار دینامیکی سازه‌هایی مانند توربین باد به‌خوبی

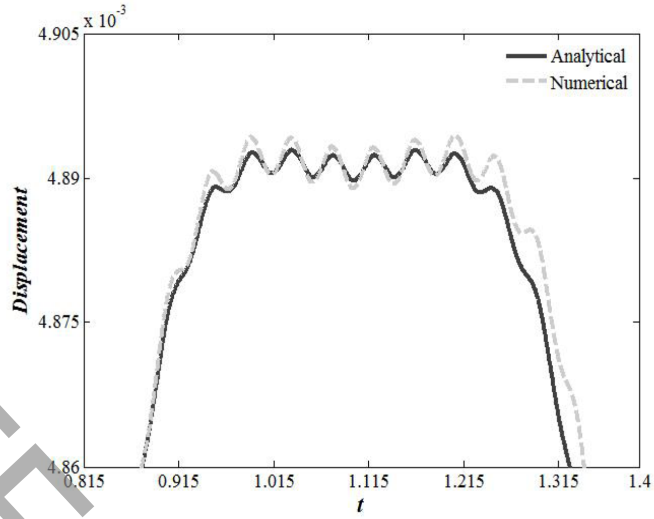

Fig. 8.

شکل ۸: نمای بزرگنمایی شده از پاسخ محوری مرکز جرم نازل (CG).

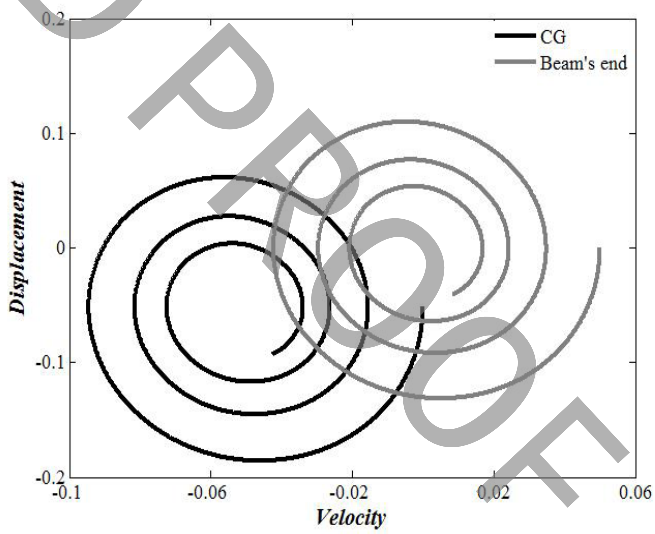

Fig. 9.

شکل ۹: نمودار فاز حرکت عرضی انتهای برج و مرکز جرم نازل (CG).

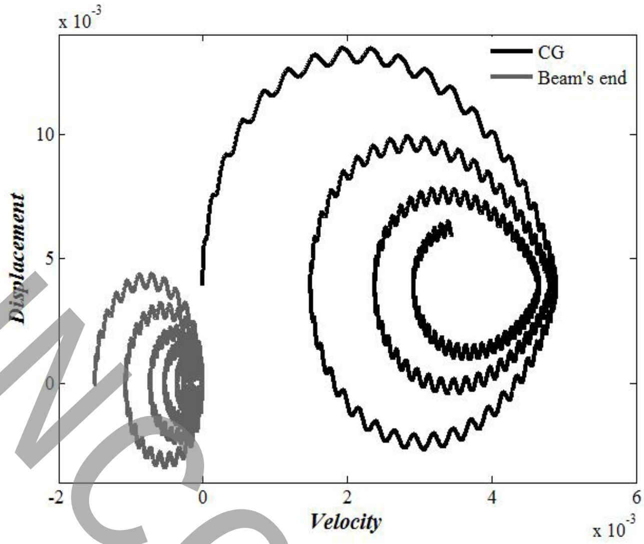

Fig. 10.

شکل ۱۰: نمودار فاز حرکت محوری انتهای برج و مرکز جرم نازل (CG).

شناخته شده است. با این حال، مدل‌سازی بخش‌های مختلف توربین از جمله نازل و پره‌های توربین و برهم‌کنش آن‌ها موجب پیچیدگی بررسی رفتار آن می‌شود. در این پژوهش یک مدل سازه‌ای از برج توربین باد ارائه شد و ارتعاشات دامنه بلند آن مورد بررسی قرار گرفت. معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله به همراه شرایط مرزی مربوطه با استفاده از اصل همیلتون بدست آمد. روشی برای یافتن فرکانس طبیعی و شکل‌مودهای سیستم معرفی شد که توانایی پیش‌بینی تاثیر عوامل مختلفی از جمله تغییر سطح مقطع، جرم خارج از مرکز، گرانش و نیروی محوری را بر فرکانس‌های طبیعی سازه را دارد. سپس معادلات زمانی حاکم بر رفتار سازه بر حسب جابجایی‌های انتهای برج بدست آمد که به یک سیستم معادلات غیر خطی وابسته منجر شد. از روش مقیاس‌های چندگانه برای ارائه‌ی حل فرم-بسته معادلات غیرخطی کوپل حاکم استفاده شد. در انتها نتایج تحلیلی حاصل با حل عددی مقایسه شدند و تطابق بسیار خوبی ملاحظه شد.

منابع

[1] G.J. Herbert, S. Iniyan, E. Sreevalsan, S. Rajapandian, "A review of wind energy technologies,» Renewable and sustainable energy Reviews», 2007, vol. 11, pp. 1117-1145.

[2] J.F. Manwell, J.G. McGowan, A.L. Rogers, "Wind energy explained: theory, design and application,» John Wiley & Sons, 2010.

[3] A. Mostafaeipour, «Feasibility study of offshore wind turbine installation in Iran compared with the world,» Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2010, vol. 14, pp. 1722-1743.

[4] A. Mollahosseini, S.A. Hosseini, M. Jabbari, A. Figoli, A. Rahimpour, "Renewable energy management and market in Iran: A holistic review on current state and future

Steel Tower by Transfer Matrix," in: International Conference on Energy and Environment Technolog (ICEET), IEEE, 2009, pp. 526-529.

[18] W. Meng, W. Zhangqi, «The vibration frequencies of wind turbine steel tower by transfer matrix method,» in: Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA), IEEE, 2011, pp. 995-998.

[19] M. Feyzollahzadeh, M. Mahmoodi, «Dynamic Analysis of Offshore Wind Turbine Towers with Fixed Monopile Platform Using the Transfer Matrix Method,» Journal of Solid Mechanics, 2016, vol. 8, pp. 130-151.

[20] M. Feyzollahzadeh, M. Mahmoudi, «Free Vibration Analysis of Offshore Wind Turbine with Fixed Monopile Platform», Journal Of Marine Engineering, 2015, vol. 10, pp. 11-26, (in persian)

[21] [21] G.C. Larsen, M.H. Hansen, A. Baumgart, I. Carlén, «Modal analysis of wind turbine blades», Risø National Laboratory, Roskilde, Denmark, , 2002, pp. 1-72.

[22] S. J. Hosseininia, K. Khalili, S. M. Emam, «Modal analysis of wind turbine blade using machine vision», Modares Mechanical Engineering, 2015, vol. 15(11), pp. 377-386, (in Persian)

[23] J. Chen, D. Jiang, «Modal analysis of wind turbine tower», World Non-Grid-Connected Wind Power and Energy Conference (WNWEC), 2010, IEEE, pp. 1-3.

[24] J. Prescott, Applied elasticity: Longmans, Green and Co., 1924.

[25] L. A. Pipes, L. R. Harvill, Applied mathematics for engineers and physicists, 1970.

[26] R. Goel, «Vibrations of a beam carrying a concentrated mass,» Journal of Applied Mechanics, 1973, vol. 40, pp. 821-832.

[27] B. Bhat, H. Wagner, «Natural frequencies of a uniform cantilever with a tip mass slender in the axial direction,» Journal of Sound and Vibration, 1976, vol. 45(2), pp. 304-307.

[28] C. W. S. To, «Vibration of a cantilever beam with a base excitation and tip mass,» Journal of Sound and Vibration, 1982, vol. 83(4), pp. 445-460.

[29] N. M. Auciello, «Transverse vibrations of a linearly tapered cantilever beam with tip mass of rotary inertia and eccentricity,» Journal of Sound and Vibration, 1996, vol. 194(1), pp. 25-34.

[30] H. Conway, J. Dubil, «Vibration frequencies of truncated-cone and wedge beams,» Journal of Applied Mechanics, 1965, vol. 32(4), pp. 932-934.

[31] D. Sanger, «Transverse vibration of a class of non-uniform beams,» Journal of Mechanical Engineering Science, 1968, vol. 10(2), pp. 111-120.

demands,» Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2017, vol. 80, pp. 774-788.

[5] A. Dabbaghiyan, F. Fazelpour, M.D. Abnavi, M.A. Rosen, «Evaluation of wind energy potential in province of Bushehr, Iran,» Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2016, vol. 55, pp. 455-466.

[6] I. Lavassas, G. Nikolaidis, P. Zervas, E. Efthimiou, I. Doudoumis, C. Baniotopoulos, «Analysis and design of the prototype of a steel 1-MW wind turbine tower,» Engineering structures, 2003, vol. 25, pp. 1097-1106.

[7] N. Bazeos, G. Hatzigeorgiou, I. Hondros, H. Karamaneas, D. Karabalis, D. Beskos, «Static, seismic and stability analyses of a prototype wind turbine steel tower,» Engineering structures, 2002, vol. 24, pp. 1015-1025.

[8] J.-Y. Han, C.-H. Hong, J.-H. Jeong, B.-Y. Moon, «Dynamic Characteristics Analysis of Filament-wound Composite Towers for Large Scale Offshore Wind-Turbine,» The KSFM Journal of Fluid Machinery, 2012, vol. 15, pp. 55-60.

[9] C. You-liang, Q. Jiang-man, X. Zhan-pu, J. Yan, «Dynamic Analysis of Wind Power Turbine's Tower under the Combined Action of Winds and Waves, International Journal of Plant Engineering and Management, 2017, vol. 22(3), pp. 140-149.

[10] P. Murtagh, B. Basu, B. Broderick, «Simple models for natural frequencies and mode shapes of towers supporting utilities,» Computers & structures, 2004, vol. 82, pp. 1745-1750.

[11] J. Wang, D. Qin, T.C. Lim, «Dynamic analysis of horizontal axis wind turbine by thin-walled beam theory,» Journal of Sound and Vibration, 2010, vol. 329, pp. 3565-3586.

[12] U. Lee, «Vibration analysis of one-dimensional structures using the spectral transfer matrix method,» Engineering structures, 2000, vol. 22, pp. 681-690.

[13] S.-T. Choi, S.-Y. Mau, «Dynamic analysis of geared rotor-bearing systems by the transfer matrix method,» Journal of mechanical design, 2001, vol. 123, pp. 562-568.

[14] X. Rui, B. He, Y. Lu, W. Lu, G. Wang, «Discrete time transfer matrix method for multibody system dynamics,» Multibody System Dynamics, 2005, vol. 14, pp. 317-344.

[15] B. He, X. Rui, H. Zhang, «Transfer matrix method for natural vibration analysis of free system,» Mathematical Problems in Engineering, 2012, vol. 19, pp. 123-131.

[16] S.-C. Hsieh, J.-H. Chen, A.-C. Lee, «A modified transfer matrix method for the coupling lateral and torsional vibrations of symmetric rotor-bearing systems,» Journal of Sound and Vibration, vol. 289, pp. 294-333.

[17] M. Wang, Z. Wang, H. Zhao, «Analysis of Wind-Turbine

[32] H. Mabie, C. Rogers, «Transverse vibrations of double tapered cantilever beams with end support and with end mass,» The Journal of the Acoustical Society of America, 1974, vol. 55(5), pp. 986-991.

[33] D. Caruntu, «On bending vibrations of some kinds of beams of variable cross-section using orthogonal polynomials,» Revue Roumaine des Sciences Techniques - Série de Mécanique Appliquée, 1996, vol. 41, pp. 265-272.

[34] H. C. Wang», Generalized hypergeometric function solutions on the transverse vibration of a class of nonuniform beams,» Journal of Applied Mechanics, 1967, vol. 34(3), pp. 702-708.

[35] S. Naguleswaran, «A direct solution for the transverse vibration of Euler-Bernoulli wedge and cone beams,» Journal of Sound and Vibration, 1994, Vol. 172(3), pp. 289-304.

[36] A. H. Nayfeh, D. T. Mook, Nonlinear oscillations: John Wiley & Sons, 2008.

[37] L. Zavodney, A. Nayfeh, «The non-linear response of a slender beam carrying a lumped mass to a principal parametric excitation: theory and experiment,» International journal of non-linear mechanics, 1989, vol. 24(2), pp. 105-125.

[38] M. N. Hamdan, N. H. Shabaneh, «On the large amplitude free vibrations of a restrained uniform beam carrying an intermediate lumped mass,» Journal of Sound and Vibration, 1997, vol. 199(5), pp. 711-736.

[39] H. Moeenfard, B. Motakef Imani, M. Davoudi, A. Rahimzadeh, «Dynamic instability in tapered beams under wind excitation,» Modares Mechanical Engineering, 2015, vol. 15(3), pp. 153-161, (in Persian)

[40] J.R. Banerjee, H. Su, D.R. Jackson, «Free vibration of rotating tapered beams using the dynamic stiffness method», Journal of Sound and Vibration, 2006, vol. 298, pp. 1034–1054.