

مطالعه تغییر شکل قطره در جریان بین دو صفحه موازی متحرک

محمد علی معینی^۱، مهدی سلامی حسینی^{۱*}، میرکریم رضوی آقچه^۱، مهدی مصطفائیان^۲

^۱دانشکده مهندسی پلیمر، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، شهر جدید سهند، ایران
^۲دانشکده مهندسی پلیمر، دانشگاه صنعتی درسدن آلمان

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۶/۰۴/۰۸
بازنگری: ۱۳۹۷/۰۱/۱۰
پذیرش: ۱۳۹۷/۰۲/۰۲
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۲/۰۹

کلمات کلیدی:

کلمه اجزا محدود تعمیم یافته
کلمه تغییر فرم قطره
سامانه های دوفازی
ویسکوزیته
کشش بین سطحی

خلاصه: روش اجزا محدود تعمیم یافته یکی از روش های نوین در حیطه شبیه سازی فرآیندهای دارای ناپیوستگی در خواص است که با اصلاح تابع تقریب و کاهش معنادار محاسبات نسبت به سایر روش های مرسوم، امروزه بسیار مورد توجه قرار گرفته است. با این حال، این روش در حیطه مکانیک سیالات بسیار نوپا است. لذا در این پژوهش با استفاده از روش اجزا محدود تعمیم یافته به عنوان یک ابزار، به بررسی رفتار یک قطره و عوامل تأثیرگذار بر آن در سامانه های نیوتنی-نیوتنی و غیرنیوتنی-نیوتنی اقدام گردید. نتایج به دست آمده در این پژوهش و انطباق بسیار خوب آن با نتایج سایر محققان، حاکی از قابلیت استفاده از این روش به عنوان روشی بهینه در حل عددی مسائل مربوط به سیالات است. در این پژوهش با استفاده از روش اجزا محدود تعمیم یافته، امکان مطالعه رفتار قطره برای حالتی که تفاوت زیادی میان مشخصات فیزیکی و رئولوژیکی سازنده ها از قبیل نسبت ویسکوزیته و کشش بین سطحی وجود داشت، فراهم گردید. نتایج به دست آمده در این پژوهش نشان داد که رابطه معکوس میان اندازه نهایی قطره با نسبت ویسکوزیته سازنده ها، با ثابت نگاه داشتن پارامترهای رئولوژیکی، وجود دارد. همچنین، مشاهده گردید با افزایش اندازه قطره و اثر دیواره ها، میزان تغییر فرم قطره در تمامی نسبت های ویسکوزیته افزایش می یابد.

۱- مقدمه

در سالیان اخیر و با پیشرفت سریع علم در بعد تئوری، تلاش محققان معطوف به یافتن موادی گردیده است که بتواند خصوصیات مدنظر آنها در تولید محصولات جدید را تأمین نماید. به همین منظور روش های متنوعی پیشنهاد گردیده است. از جمله روش های مقبول در این زمینه می توان به اختلاط مواد موجود با یکدیگر و آلیاژسازی اشاره نمود. آلیاژهای ساخته شده به واسطه آن که طیف وسیعی از نیاز محققان در ساخت تجهیزات را پوشش می دهند، به عنوان یک زیرشاخه جدید از علم که رشد بسیار سریعی داشت، مطرح گردید. آلیاژهای مورد استفاده در صنعت به واسطه ماهیت مواد سازنده آن و تمایل این سازنده ها به هم، به دو زیرشاخه آلیاژهای امتزاج پذیر و آلیاژهای امتزاج ناپذیر طبقه بندی می گردند. در این میان آلیاژهای امتزاج ناپذیری که سازنده های آن سازگاری نسبی با یکدیگر داشته باشند (برای مثال مواد سازنده، هر دو از طیف مواد کربنی و

غیرقطبی انتخاب شده باشند)، بیشترین اقبال را در میان صنعت گران به خود اختصاص داده اند. دو دلیل عمد را می توان در این اقبال مؤثر دانست. اولین دلیل استفاده گسترده از آلیاژهای امتزاج ناپذیر، سهولت انتخاب مواد سازنده از میان طیف وسیعی از مواد بدون نگرانی از قابلیت انحلال آن در سازنده دیگر می باشد. منتها مهمترین دلیل در استفاده روزافزون از آلیاژهای امتزاج ناپذیر را باید در خاصیت هم افزایی^۱ سازنده های این آلیاژها در کنار هم دانست. در این میان تحقیقات محققان از مطالعه رفتار سامانه های دوفازی نیوتنی بسیار رقیق تا سامانه های ویسکوالاستیک غلیظ پلیمری گسترده شده است. با این حال با توجه به پیچیدگی میدان های جریان موجود در آلیاژهای غلیظ، همچنان مدل جامعی که بتواند تمام اطلاعات لازم جهت پیش بینی و کنترل مورفولوژی آلیاژها در تمام شرایط را ارائه دهد، پیشنهاد نگردیده است. لذا در همین راستا محققان بیشماری در سراسر جهان و در زیر شاخه های مختلف علوم از قبیل پلیمر،

1 Synergism effect

* نویسنده عهده دار مکاتبات: salami@sut.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



از ۴ تجاوز می‌نماید، عملاً امکان رسیدن به محدوده عدد کاپیلاری بحرانی مقدور نبوده و این سامانه‌ها شکست قطره را تجربه نخواهند کرد. نظیر این تحقیقات در سالیان اخیر برای سامانه‌های غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک نیز مورد اجرا قرار گرفته است. در این زمینه نتایج حاکی از آن بود در سامانه‌های غیرنیوتنی، عدد کاپیلاری بزرگتری برای شکست مورد نیاز خواهد بود. هر چند در این میان کمی‌سازی این نتایج با روابط ریاضی به‌واسطه پارامترهای فراوان، همچنان توسط محققان در حال بهبود و تکمیل می‌باشد. این مشکلات و تعدد پارامترهای دخیل در نتایج زمانی که سامانه ماهیت ویسکوالاستیک به خود می‌گیرد، بیشتر می‌شود. لذا محققان به‌منظور کنترل تداخل میان اثرگذاری این پارامترها از ترفندهای گوناگونی استفاده نموده‌اند. در این میان یکی از محبوب‌ترین و کارآمدترین روش‌ها، استفاده از روش شبیه‌سازی سامانه‌های چندفازی می‌باشد. به همین دلیل شبیه‌سازی عددی پدیده‌های فیزیکی در سامانه‌های چندفازی که سطح مشترک آن‌ها در حال حرکت و تغییر است، به یکی از مهمترین و اساسی‌ترین دغدغه محققین در زمینه مکانیک محاسباتی^۱ بدل شده است [۱۰ و ۱۱]. برای مثال از مهمترین مطالعات انجام شده در این زمینه می‌توان به شبیه‌سازی پدیده‌های شکست در مکانیک جامدات، جریان سیال با سطح آزاد و سیالات چندفازی در حوزه مکانیک سیالات، شکست استخوان در زمینه مکانیک زیستی و سایر تحقیقات انجام شده در باب بهینه‌سازی فرآیندهای یادشده، اشاره نمود. در این میان به‌واسطه گستردگی فرآیندهای یاد شده، مطالعات فراوانی به‌منظور شبیه‌سازی عددی این سامانه‌ها انجام و روش‌های متنوعی ابداع و طراحی گردیده‌است. آن‌چه مشخص است اصلی‌ترین عامل تقسیم‌بندی میان روش‌های موجود، توانایی و قابلیت استفاده از یک روش به‌واسطه هندسه و شرایط حاکم بر آن سامانه می‌باشد. از دیگر معیارهای رایج برای تقسیم‌بندی روش‌های شبیه‌سازی پدیده‌هایی که در آن سطح مشترک در حال حرکت است، تقسیم‌بندی بر مبنای قابلیت حرکت جزء در فضای محاسباتی می‌باشد. به دیگر سخن، اگر قابلیت حرکت برای جزء در نظر گرفته شود، شبیه‌سازی به روش لاگرانژی و در غیر این‌صورت و در حالت ثابت بودن جزء، از روش اولری برای شبیه‌سازی استفاده می‌گردد. لازم به ذکر است که هر دو روش لاگرانژی و اولری به‌واسطه استفاده از توابع کمکی برای انجام

مکانیک، مواد و ... به بررسی عوامل تأثیرگذار در خواص نهایی آلیاژ و نحوه پاسخ این مواد به تنش وارده بر آن پرداختند [۱-۳]. نتایج تحقیقات محققان حاکی از آن بود که نحوه و میزان سازگاری فازهای تشکیل‌دهنده آلیاژ، نحوه قرارگیری این فازها در کنار هم، ترکیب درصد و دما از جمله مهمترین عوامل تأثیرگذار بر رفتار آلیاژ می‌باشد [۴ و ۵]. در این میان نتایج تجربی به دست آمده حاکی از آن می‌باشد که علاوه بر اثرگذاری پارامترهای یاد شده بر رفتار نهایی آلیاژ، مقدار کشش بین‌سطحی و نسبت ویسکوزیته میان اجزای سازنده آلیاژ نیز از جمله پارامترهایی می‌باشند که می‌توانند رفتار یک سامانه چندفازی تحت تنش را دستخوش تغییر قرار دهند [۶-۸]. لذا به‌منظور ارائه یک تحلیل مناسب از پاسخ یک سامانه چندفازی به تنش اعمال شده بر آن، باید برآیند تمام عوامل ذکر شده را به‌صورت همزمان مورد بررسی قرار داد. در همین راستا و به‌منظور درک عمیق از رفتار سامانه‌های چندفازی، تیلور به مطالعه تجربی رفتار سامانه‌های دوفازی نیوتنی تحت جریان برشی و کششی اقدام نمود [۹]. تیلور با بررسی پارامترهای تأثیرگذار مختلف در رفتار سامانه‌های دوفازی دریافت که می‌توان تأثیر این پارامترها در رفتار سامانه دوفازی را با بررسی مقدار دو پارامتر بدون بعد نسبت ویسکوزیته سازنده‌ها و عدد کاپیلاری $Ca = \frac{\mu_m R \gamma}{\alpha}$ که μ_m و γ به ترتیب نرخ برش، ویسکوزیته ماتریس و کشش بین‌سطحی (است) در خلال جریان برشی و کششی تحلیل نمود. تیلور همچنین با فرض وجود یک قطره تنها در بستری از سیال که پیرامون آن را در یک فضای دوبعدی احاطه کرده‌است، پارامتر تغییر فرم قطره $D = \frac{a-b}{a+b}$ که a و b به ترتیب قطر بزرگ و کوچک قطره در هر لحظه است) را معرفی نمود. نتایج تیلور حاکی از آن بود که با اعمال تنش به قطره موجود در سامانه دوفازی، مقدار پارامتر تغییر فرم قطره افزایش یافته و قطره از حالت کروی به حالت بیضوی تغییر فرم خواهد داد. تیلور معتقد بود با توجه به مشخصات فیزیکی سازنده‌ها، با اعمال تنش به سامانه دوفازی، در نهایت قطره با رسیدن به شرایط شکست، شکسته و به قطرات کوچکتری تبدیل خواهد شد. با توجه به نتایج تیلور، فرایند شکست تنها در حالتی رخ خواهد داد که عدد کاپیلاری از یک مقدار بحرانی تجاوز نماید. تیلور مقدار عددی کاپیلاری بحرانی برای سامانه دوفازی نیوتنی با نسبت ویسکوزیته یکسان از سازنده‌ها را که تحت جریان برشی ساده باشد، حدود ۰/۵ محاسبه نمود. همچنین نتایج تیلور حاکی از آن بود که در سامانه‌های دوفازی که نسبت ویسکوزیته سازنده‌ها

متنوعی ابداع گردیده است. روش اجزا محدود تعمیم یافته^۴ یکی از کارآمدترین روش‌های ابداعی در این زمینه می‌باشد. این روش قادر است با کمترین تغییر در کلیت روش اجزا محدود و نیز با کمترین نیاز به تغییر اجزا در نزدیکی ناپیوستگی، به شبیه‌سازی پدیده‌ها در محیط‌هایی با ناپیوستگی بزرگ کمک کند. این روش اولین بار توسط بلیشکو-بلک و مویس برای حل و شبیه‌سازی پدیده‌های شکست، ابداع گردید [۱۲ و ۱۳]. در این روش برای محاسبه یک متغیر مجهول مانند g در یک فضای محاسباتی ناهمگن از رابطه (۲) استفاده می‌شود.

$$g = \sum_{i \in I} N_i g_i + \sum_{i \in I^*} M_i b_i \quad (2)$$

در رابطه (۲)، I مجموعه تمامی اجزای فضای محاسباتی و I^* مجموعه اجزایی که ناپیوستگی در خواص را در خود جای داده‌اند، می‌باشد. از طرفی در رابطه (۲)، M_i به معنای تابع درون‌یاب تعمیم‌یافته محلی^۵ و b_i به مفهوم متغیر مجهول کمکی می‌باشد. به همین منظور و برای محاسبه M_i به طور معمول استفاده از رابطه (۳)، توصیه می‌شود.

$$M_i = N_i [\psi(x) - \psi(x_i)] \quad (3)$$

که در رابطه (۳)، $\psi(x)$ که به نام تابع تعمیم‌یافته کلی^۵ شناخته می‌شود، به واسطه نوع مسئله و ناپیوستگی موجود در آن، می‌تواند توابع مختلفی را در خود جای دهد. برای مثال در مسائلی که ناپیوستگی به واسطه تغییر در مقدار متغیر باشد (ناپیوستگی بزرگ^۶) تابع علامت^۷ و در حالتی که ناپیوستگی در مشتق یک متغیر باشد (ناپیوستگی کوچک^۸) تابع قدر مطلق پیشنهاد می‌شود. روش اجزا محدود تعمیم‌یافته گرچه در ابتدا برای شبیه‌سازی پدیده‌های مربوط به شکست ابداع گردید، اما امروزه به عنوان روشی قدرتمند در شبیه‌سازی سایر پدیده‌های دارای ناهمگنی در خواص نیز شناخته می‌شود. برای مثال این روش برای شبیه‌سازی رفتار جریان‌های استوک چندفازی [۱۴] و پدیده‌های انجماد [۱۷-۱۵] مورد استفاده قرار گرفته‌است. مقایسه نتایج به دست آمده توسط روش اجزا محدود تعمیم‌یافته با نتایج تجربی، نشان داد که این روش به واسطه سهولت در اجرا و برطرف کردن معایب سایر روش‌های شبیه‌سازی، ابزاری مناسب

محاسبات، نحوه وارد کردن پارامتر زمان در محاسبات و نیز بسیاری از پارامترهای دیگر، خود به زیرشاخه‌های متعددی تقسیم می‌شوند. نکته مهمی که باید به آن توجه شود آن است که هر کدام از این روش‌ها باید بر مبنای نیاز محقق و قابلیت آن روش برای شبیه‌سازی مسأله انتخاب شود تا تأثیری مناسب در صرفه‌جویی انرژی و زمان از خود نشان دهند. از جمله روش‌هایی که در سالیان اخیر بسیار مورد اقبال محققان قرار گرفته است می‌توان به روش اجزا محدود^۱ اشاره نمود. روش اجزا محدود، امروزه به عنوان یکی از مهمترین و کارآمدترین روش‌های شبیه‌سازی عددی در مسائل مهندسی شناخته می‌شود. از جمله دلایلی که می‌توان در اقبال این روش مؤثر دانست، قابلیت کاربرد این روش در حل مسائلی با هندسه و شرایط مرزی پیچیده است. در این روش برای محاسبه مقدار یک متغیر مجهول نظیر g ، بعد از گسسته‌سازی دامنه محاسباتی و معادله حاکم بر سامانه، می‌توان از معادله پیشنهاد شده در روش اجزا محدود که در رابطه (۱) نشان داده شده است، استفاده نمود.

$$g = \sum_{i \in I} N_i g_i \quad (1)$$

که در رابطه (۱)، N_i تابع درون‌یاب^۲ گره^۳ i ام از جزء مورد بحث است. اما نکته‌ای که باید به آن اذعان داشت آن است که این روش با تمام قابلیت‌های یاد شده در منابع مختلف، دارای محدودیت‌هایی نیز می‌باشد. برای مثال با توجه به اینکه تابع درون‌یاب در محدوده اجزا به صورت پیوسته در نظر گرفته می‌شود، لذا این روش تنها برای حل مسائل همگن (دامنه پیوسته) می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد. لذا در صورتی که از روش اجزا محدود به عنوان روش شبیه‌سازی در یک مسأله غیرهمگن استفاده شود، در صورت عدم در نظر گرفتن تمهیدات لازم، پاسخ‌ها با خطای بسیار بالایی به دست خواهند آمد. از جمله این تمهیدات می‌توان به مرتب نمودن وجوه اجزا در جهت ناپیوستگی مسأله اشاره نمود. شبیه‌سازی رشد ترک در یک ماده، حرکت سطح مشترک میان دوفاز و یا مسائلی که در آن یک کمیت (مانند ویسکوزیته یا دانسیته) با گرادین بزرگ درون فضای محاسباتی در حال تغییر است، تنها چند نمونه از مثال‌هایی است که در صورت به کار نبستن این تمهیدات، انتظار پاسخ نادرست در آن‌ها می‌باشد. برای رفع این مشکل و شبیه‌سازی پدیده‌های فوق، روش‌های

4 Extended finite element method
5 Global enrichment function
6 Strong discontinuity
7 Sign function
8 Weak discontinuity

1 Finite element method
2 Interpolation function
3 Node

پوششی^۳ [۳۲] به عنوان ابزاری قدرتمند در اختیار محققان می‌باشد تا بتوانند با کمک آن‌ها مطالعات خود را در زیرشاخه‌های مختلف علوم انجام دهند. منتها در پایان این بخش باید به این نکته اشاره شود که استفاده از روش اجزا محدود تعمیم یافته به عنوان یک ابزار در تحلیل نتایج سیالاتی، بسیار نوپا و جدید است. لذا در این پژوهش سعی گردیده است با شبیه‌سازی رفتار سامانه‌های دوفازی و غیر امتزاج‌پذیر نیوتنی-نیوتنی و غیرنیوتنی-نیوتنی با استفاده از روش اجزا محدود تعمیم یافته و ارائه نتایج حاصل از آن، قدمی کوچک در ارائه قابلیت این روش در شبیه‌سازی فرآیندهای سیالاتی برداشته شود. تحقیقات مختلفی در زمینه مطالعه فرآیند تغییر شکل قطره، به دلیل اهمیت آن در صنایع مختلف، انجام شده است اما در اغلب تحقیقات انجام شده، اثر تغییر نسبت ویسکوزیته‌ها در حین تغییر فرم قطره در نظر گرفته نشده است. از طرفی در این پژوهش به منظور توصیف رفتار سیال غیرنیوتنی، از مدل کرو استفاده گردیده است. یکی از محاسن استفاده از مدل کرو در حالت ناپایدار آن است که به دلیل تغییر ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی در برابر زمان، در این حالت می‌توان تأثیر تغییر ویسکوزیته سامانه در حین جریان و تأثیر آن بر سازوکار تغییر فرم قطره را بررسی نمود. لذا در ادامه این مقاله ابتدا به توصیف فضای محاسباتی، تشریح الگوریتم استفاده شده برای حل مسأله و اعتبارسنجی نتایج به دست آمده با استفاده از روش اجزا محدود تعمیم یافته اقدام گردید. در نهایت و در بخش ارائه نتایج، عوامل و پارامترهای تأثیرگذار بر سازوکار تغییر فرم قطره و نحوه عملکرد آن‌ها در خلال جریان برشی ساده و در محدوده جریان استوکس مورد بررسی قرار گرفت.

۲- الگوسازی نظری

۲-۱- تعریف مسأله و الگوریتم حل

سامانه‌ای که در این پژوهش اقدام به شبیه‌سازی عددی آن با استفاده از روش اجزا محدود تعمیم یافته و نیز حذف پارامتر شتاب گرانش گردید، یک سامانه دوفازی، امتزاج ناپذیر، هم‌دما و ویسکوز می‌باشد. با در نظر گرفتن تمام این شرایط و اعمال اثر پارامتر کشش بین‌سطحی در سطح مشترک دو فاز، معادله حاکم بر این سامانه از رابطه ناویراستوکس و با استفاده از معادلات زیر به دست می‌آید [۱۸]:

جهت مطالعه پدیده انجماد و جریان‌های چندفازی می‌باشد. لازم به ذکر است که بیشتر مطالعات انجام شده بر روی روش اجزا محدود تعمیم یافته، در جهت آسان‌سازی به کار بستن این روش و همگرایی هر چه بیشتر نتایج به دست آمده از آن با نتایج تجربی می‌باشد. در این میان می‌توان به نتایج تحقیقات چسا و بلیشکو [۱۸ و ۱۹] اشاره نمود. نتایج داده‌های چسا و بلیشکو حاکی از آن بود که روش اجزا محدود تعمیم یافته به خوبی قادر به پیش‌بینی رفتار جریان‌های دوفازی در دو بعد می‌باشد. این تحقیقات هم‌زمان با در نظر گرفتن اثر پارامتر کشش بین‌سطحی و حذف آن مورد بررسی قرار گرفت. مویس [۱۳ و ۲۲-۲۰] در راستای این تحقیقات، مطالعات خود را در جهت افزایش کارایی تابع تعمیم یافته کلی در همگرایی بیشتر پاسخ‌های به دست آمده از روش اجزا محدود تعمیم یافته متمرکز نمود. در این میان سوکومار [۲۳] نیز توانست با ترکیب خواص توابع کمکی و روش اجزا محدود تعمیم یافته، اقدام به شبیه‌سازی مسائل الاستیکی که حاوی حفره^۱ می‌باشند، نماید. در این میان بچت-ماینبو [۲۴] از جمله محققانی هستند که مطالعات خود را متمرکز بر رفع ریشه خطاهای رایج در روش اجزا محدود تعمیم یافته (از قبیل خطای گرد کردن) نمودند. در همین راستا فرایس-بلیشکو [۲۵] نیز با معرفی و نگارش جدیدی از معادله به کار رفته در روش اجزا محدود تعمیم یافته، سعی در کاهش برخی از مشکلات این روش نمودند. این نگارش جدید هرچند برخی از مشکلات ریشه‌ای در روش اجزا محدود (نظیر سرعت همگرایی پایین به پاسخ مطلوب در برخی از اجزای فضای محاسباتی) را برطرف می‌ساخت، اما به دلیل پیچیده بودن، چندان مورد توجه قرار نگرفت. به همین دلیل در مطالعات دیگری، فرایس [۲۶ و ۲۷] سعی در بهبود این معضلات نمود. در این میان ژیلان [۲۸] نیز با ارائه طرحی جهت انتگرال‌گیری از معادلات مورد استفاده در روش اجزا محدود تعمیم یافته در برابر زمان، کمک شایانی در ساده‌سازی این مسیر نمود. در ادامه این تحقیقات، گروب-ریوسکن [۲۹ و ۳۰] با شبیه‌سازی جریان سیالات دوفازی در یک سامانه سه بعدی توانستند قابلیت و تطابق بیشتری از نتایج حاصل از شبیه‌سازی با روش اجزا محدود تعمیم یافته و نتایج تجربی را ارائه نمایند. در این میان ذکر این نکته ضروری می‌باشد که علاوه بر روش اجزا محدود تعمیم یافته، روش‌های متنوع دیگری از قبیل حجم-سیال^۲ [۳۱] و انتگرال مرزی

1 Hole

2 Volume-of-fluid

3 Immersed boundary methods

خود نشان خواهند داد. بنابراین پارامترهای ویسکوزیته و دانسیته به واسطه حرکت و تغییر مکان سطح مشترک در هر لحظه از زمان تابعی از مکان خواهند بود. به همین منظور و برای محاسبه مکان سطح مشترک در هر لحظه از زمان از تابع اسکالر و کمکی مجموعه-سطح^۴ استفاده گردید. تابع مجموعه-سطح، $\phi(x)$ ، با استفاده از خاصیت تابع فاصله-علامت^۵ و با تقسیم فضای محاسباتی به ۳ ناحیه، در یافتن موقعیت هر فاز در هر لحظه از زمان کمک می‌کند. به همین منظور در این پژوهش برای محاسبه موقعیت هر نقطه از رابطه (۸) استفاده گردید.

$$\phi(x) = \pm d_x = \pm \|x - x_i\| \quad \forall x \in \Omega \quad (8)$$

در رابطه (۸)، پارامتر d به مفهوم فاصله هر نقطه از سطح مشترک است. لازم به ذکر است با توجه به تعریف اولیه و دلخواه تابع مجموعه-سطح در شروع شبیه‌سازی، علامت‌های مثبت و منفی در رابطه (۸) در هر لحظه از زمان بیان‌گر مکان فازهای ۱ و ۲ و فاصله هر نقطه از سطح مشترک می‌باشد.

همانگونه که از رابطه (۸) مشخص است، در صورتی که مقدار تابع مجموعه-سطح برای یک نقطه دلخواه برابر با صفر شود، آن نقطه متعلق به سطح مشترک دو سیال است. بنابراین با داشتن مختصات هر نقطه در فضای محاسباتی و با کمک روابط زیر، ویسکوزیته و دانسیته در هر نقطه از فضای دوبعدی محاسبه می‌شود.

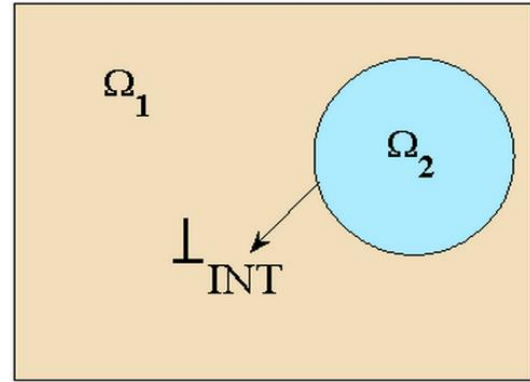
$$\rho(x) = \rho_2 + H(\phi(x))(\rho_1 - \rho_2) \quad \forall x \in \Omega \quad (9)$$

$$\mu(x) = \mu_2 + H(\phi(x))(\mu_1 - \mu_2) \quad \forall x \in \Omega \quad (10)$$

در روابط (۹) و (۱۰) پارامتر H بیانگر تابع علامت می‌باشد. از آنجایی که سطح مشترک در هر لحظه از زمان به واسطه تغییر سرعت در نقاط مختلف در حال حرکت و تغییر شکل است، لذا لازم است مقدار تابع مجموعه-سطح در هر بازه زمانی با استفاده از رابطه (۱۱) اصلاح گردد.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \bar{u} \cdot \bar{\nabla} \phi = 0 \quad (11)$$

نکته قابل تأمل در رابطه (۱۱) آن است که در برخی از میدان‌های سرعت، تابع مجموعه-سطح از خاصیت علامت-فاصله دور می‌شود. این عامل به نوبه خود باعث ایجاد گرادیان قابل توجهی در نزدیکی



شکل ۱: شماتیک فضای محاسباتی

Fig. 1: A typical problem domain.

$$\rho_i \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \rho_i \bar{u} \cdot \bar{\nabla} \bar{u} - \bar{\nabla} \cdot (2\mu_i \bar{S}) + \bar{\nabla} P = \rho_i \bar{g} + \bar{f}_\perp \quad (4)$$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{u} = 0 \quad (5)$$

که در رابطه (۴) پارامترهای ρ ، μ ، \bar{u} و \bar{g} به ترتیب دانسیته، سرعت سیال، ویسکوزیته، فشار و شتاب گرانش می‌باشد. در این رابطه، زیرنویس i نشان‌دهنده هر کدام از فازها می‌باشد و پارامتر k در رابطه (۴) معرف تنسور نرخ تغییر فرم^۱ می‌باشد که برای محاسبه آن از رابطه (۶) استفاده گردید.

$$\bar{D} = \frac{1}{2} (\bar{\nabla} \bar{u} + (\bar{\nabla} \bar{u})^T) \quad (6)$$

لازم به ذکر است که پارامتر f در رابطه (۴) معرف نیروی حاصل از پارامتر کشش بین سطحی است که از رابطه (۷) برای محاسبه آن استفاده گردید.

$$\bar{f}_\perp = \alpha k \delta_\perp \bar{n}_\perp \quad (7)$$

در رابطه (۷)، پارامترهای α ، k ، δ_\perp و \bar{n}_\perp به ترتیب بیانگر پارامتر کشش بین سطحی، انحنای سطح مشترک^۲، تابع دلتای دیراک و بردار نرمال سطح مشترک می‌باشد. شکل ۱ طرحواره‌ای را از کل فضای محاسباتی Ω که از ترکیب دو ناحیه Ω_1 (سیال ۱) و Ω_2 (سیال ۲) که توسط سطح مشترک Γ_{int} از هم جدا شده‌اند، نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن ضخامت صفر برای سطح مشترک، پارامترهای ویسکوزیته و دانسیته هنگام تغییر فاز، یک پرش^۳ و ناپیوستگی از

-
- 1 Deformation rate tensor
 - 2 Curvature
 - 3 Jump

-
- 4 Level set function
 - 5 Sign distance function

$$u(x) = \sum_{i \in I} N_i(x) u_i \quad (12)$$

$$p(x) = \sum_{i \in I} N_i(x) p_i + \sum_{i \in I^*} M_{sign}(x) b_i \quad (13)$$

$$M_{sign(i)}(x) = N_i[\psi_{sign}(x) - \psi_{sign}(x_i)] \quad (14)$$

$$\psi_{sign}(x) = \text{sign}(\phi(x)) = \begin{cases} -1 & \phi(x) < 0 \\ 0 & \phi(x) = 0 \\ +1 & \phi(x) > 0 \end{cases} \quad (15)$$

در انتهای این بخش لازم به ذکر است که برای محاسبه مقدار تابع مجموعه-سطح در هر نقطه و در هر لحظه از زمان، از همان اجزای مربعی یاد شده و فرمول‌بندی اجزا محدود به صورت زیر استفاده گردید.

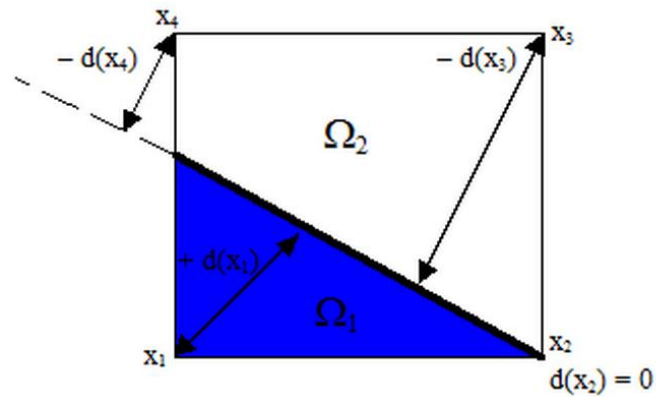
$$\phi(x) = \sum_{i \in I} N_i(x) \phi_i \quad (16)$$

در نهایت و با در نظر گرفتن تمام این آماده‌سازی‌ها، از الگوریتم زیر برای شبیه‌سازی سامانه دوفازی توصیف شده استفاده گردید:

- ۱- اعمال مرحله شروع مجدد به منظور جلوگیری از دور شدن تابع مجموعه-سطح از ویژگی علامت-فاصله با استفاده از رابطه (۸).
- ۲- محاسبه مقدار ویسکوزیته و دانسیته هر نقطه به واسطه مقدار تابع مجموعه-سطح در آن نقطه با استفاده از روابط (۹) و (۱۰).
- ۳- محاسبه سرعت و فشار در تمام نقاط با استفاده از حل همزمان روابط (۴)، (۱۲) و (۱۳).
- ۴- تعیین مکان جدید سطح مشترک با حل رابطه (۱۱) به واسطه قراردادن سرعت‌های جدید در آن.
- ۵- بازگشت به مرحله اول.

۲-۲- اعتبارسنجی برنامه تدوین شده

همانطور که در بخش‌های قبل اشاره گردید، هدف این پژوهش، مطالعه سازوکار تغییر فرم قطره و عوامل تأثیرگذار بر آن در یک سامانه دوفازی در جریان برشی ساده می‌باشد. پیش از آن که بتوان بر پایه داده‌های حاصل از روش اجزا محدود تعمیم‌یافته تحلیلی در زمینه سازوکار تغییر فرم قطره ارائه داد، بایستی از صحت داده‌های حاصل از این روش اطمینان حاصل نمود. لذا با توجه به سامانه مورد مطالعه در این پژوهش، نتایج به دست آمده از این روش با نتایج سایر محققینی

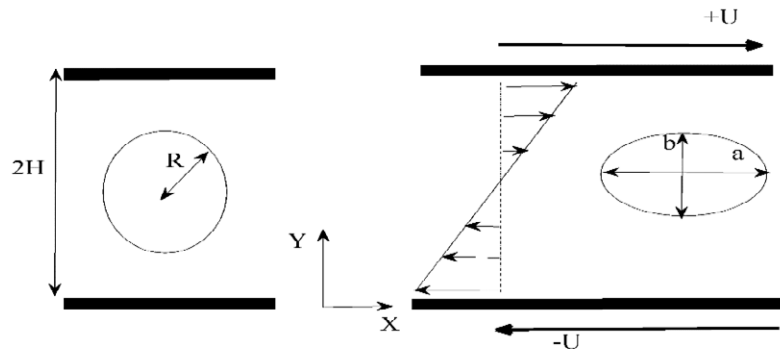


شکل ۲: نحوه محاسبه مستقیم شروع-مجدد در فضای محاسباتی دو بعدی توسط روش پیشنهادی چو

Fig. 2: A 2D geometrical description of the direct re-initialization method propose by Cho

سطح مشترک شده و در نتیجه موجب محاسبه نادرست از مکان سطح مشترک می‌شود. با تکرار این خطا در چند بازه زمانی، قانون بقای جرم در سامانه مورد بررسی به آرامی از بین خواهد رفت. برای رفع این مشکل، محققان روش‌های مختلفی را پیشنهاد داده‌اند. در میان این روش‌ها، روش شروع مجدد^۱ از محبوبیت فراوانی برخوردار است. روش مورد استفاده برای اجرای مرحله شروع مجدد در این مقاله، روش توصیف شده توسط چو می‌باشد [۳۳]. در این روش چو پیشنهاد داده است که در هر لحظه از زمان به صورت مستقیم فاصله هر نقطه از سطح مشترک محاسبه شود (شکل ۲). مزیت این روش در آن است که دیگر نیازی به حل معادلات مربوط به شروع مجدد به صورت جداگانه نخواهد بود و از حجم محاسبات تکراری تا حدود زیادی کاسته می‌شود. در ادامه و با در نظر گرفتن تمام توضیحات بالا، به منظور شروع حل و شبیه‌سازی، فضای محاسباتی با استفاده از اجزای مربعی تیلور-هود^۲ گسسته‌سازی گردید. از طرفی بنا به توصیه ساورلند و فرایس [۳۴] تنها از روش اجزا محدود تعمیم‌یافته برای محاسبه میدان فشار استفاده گردید و محاسبه میدان سرعت کماکان با روش اجزا محدود انجام گردید. فرایس دلیل این امر را کاهش قابل توجه در حجم محاسبات و از بین بردن خطاهایی که همراه با محاسبه سرعت بر سامانه تحمیل می‌شود، بیان نموده است. لذا به طور خلاصه از روابط زیر برای محاسبه میدان‌های سرعت و فشار در این پژوهش استفاده گردید [۳۴]:

- 1 Reinitialize
- 2 Taylor-hood



شکل ۳: شماتیک فضای محاسباتی و شرایط مرزی

Fig. 3: The schematic of the problem geometry and boundary conditions.

که پارامترهای $\mu_0, \mu_\infty, \Pi_{2D}, k, n, Z$ به ترتیب به مفهوم ویسکوزیته در نرخ برشی بینهایت، ویسکوزیته در نرخ برشی صفر، نامتغیر دوم از تنسور تغییر فرم^۱ و پارامترهای ثابتی که برای بیان مشخصات سیال است، می‌باشند) محاسبه شده است، جهت تأیید نتایج کد تدوین شده در سامانه‌های غیرنیوتنی، آورده شده است.

نکته‌ای که باید به آن توجه شود این است که داده‌های مورد بحث در شکل ۶ در یک سامانه با مختصات $(0,1) \times (0,1)$ و ارتفاع $2H$ که تنها لایه بالایی آن با سرعت $u+$ در حال حرکت می‌باشد، استخراج گردیده است.

هم‌پوشانی بسیار خوب میان داده‌های به دست آمده در این پژوهش با داده‌های دیگر محققان، حاکی از آن است که روش اجزا محدود تعمیم‌یافته می‌تواند به عنوان ابزاری جهت بررسی و مطالعه عددی در سامانه‌های چندفازی مورد استفاده قرار بگیرد. از طرفی ذکر این نکته حائز اهمیت است که تغییر در رژیم اعمال شده به سامانه، قابلیت تغییر در میزان و نوع رفتار سامانه در سامانه‌های چندفازی را خواهد داشت. لذا به دلیل آن که داده‌های این پژوهش قابلیت مقایسه با نتایج سایر سامانه‌های دوتایی از قبیل سامانه‌های پلیمری را نیز دارا باشند، رژیم جریان اعمال شده در این پژوهش رژیم استوکس انتخاب گردید (سامانه‌های دوتایی پلیمری به علت ویسکوزیته بالا، در عمل امکان رسیدن به اعداد رینولدز بالا را نخواهند داشت. لذا برای آن که تأثیر عوامل مختلف بر نحوه تغییر فرم یک قطره در سامانه‌های چندفازی به صورت کلی‌تر مورد بررسی قرار گیرد، تصمیم بر آن شد

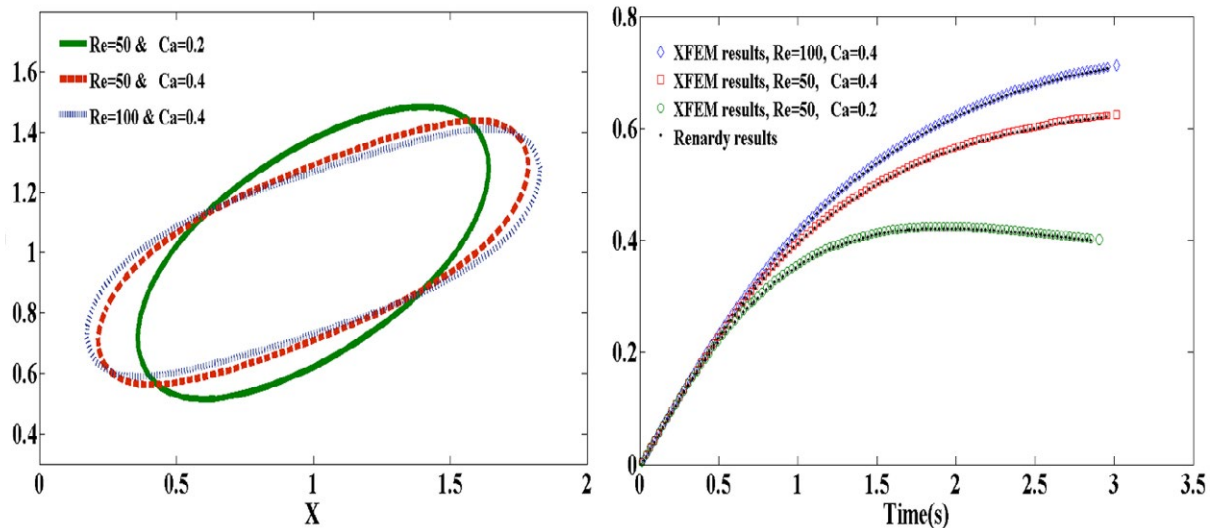
که در این زمینه منتشر شده اند، مقایسه گردد. در همین راستا میزان تغییر فرم یک قطره نیوتنی در یک فضای محاسباتی با مختصات 0.2×0.2 و ارتفاع $2H$ (شکل ۳) که مملو از سیال نیوتنی دیگری بوده و دیواره‌های بالایی و پایینی در این ناحیه به ترتیب با سرعت‌های $U+$ و $U-$ در حال حرکت می‌باشند، مورد بررسی قرار گرفت (شکل ۳). با در نظر گرفتن پارامترهای تغییر فرم قطره، عدد رینولدز $(Re = \frac{\rho u R^2}{\mu})$ که شعاع قطره قبل آغاز آزمون است) و عدد کاپیلاری و با توجه به شرایط در نظر گرفته شده توسط رناردی [۳۵] و هووا [۳۶]، داده‌های به دست آمده توسط کد تدوین شده در این پژوهش با نتایج ارائه شده در این مراجع در شکل‌های ۴ و ۵ مورد مقایسه قرار گرفت.

با توجه به نتایج ارائه شده در شکل ۴ (الف) و مقایسه آن با داده‌های گزارش شده توسط رناردی [۳۵]، تطابق بسیار خوبی میان این نتایج مشاهده می‌شود که می‌توان از صحت برنامه تدوین شده با روش اجزا محدود تعمیم‌یافته مطمئن و از آن به عنوان ابزاری جهت بررسی تغییر فرم قطره استفاده نمود. شکل ۴ (ب) حالت نهایی قطرات تغییر فرم داده شده مربوط به شکل ۴ (الف) را نشان داده است.

در ادامه این بخش و به منظور اطمینان بیشتر از صحت نتایج به دست آمده توسط روش اجزا محدود تعمیم‌یافته، نتایج این پژوهش با داده‌های به دست آمده توسط هووا [۳۶] نیز مورد مقایسه قرار گرفت. شکل ۵، روند تغییر دو پارامتر a/R و b/R (نسبت اندازه نهایی دو محور قطره تغییر فرم داده شده به شعاع ابتدایی آن) را در اعداد کاپیلاری مختلف نشان می‌دهد.

شکل ۶ روند تغییرات سرعت در یک سامانه غیرنیوتنی که ماهیت سیال در آن توسط رابطه کرو-یاسودا $(\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)(1 + k^z \Pi_{2D})^{(n-1)/z})$

1 Second invariant of the deformation-rate tensor

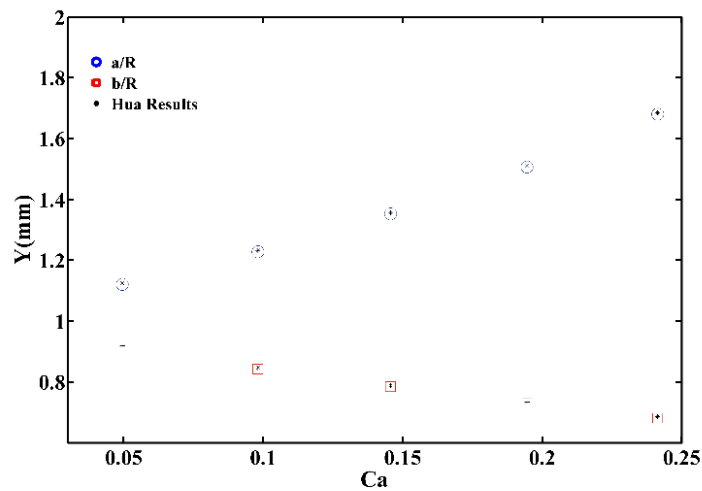


شکل ۴ (ب): شکل نهایی قطره در شرایط توصیف شده در شکل ۴-الف

Fig. 4-b: Steady-state droplet shape with described conditions in Fig. 4-a

شکل ۴ (الف): نتایج به دست آمده از نحوه تغییر پارامتر تغییر فرم قطره در برابر زمان برای سیستم نیوتنی-نیوتنی در رینولدز و کپیلاری های مختلف و مقایسه آن با نتایج رناردی.

gnereffid rof emit .sv (D) retemarap noitamrofeD :a-4 .gif
mestys N-N ni (aC) srebmun yrallipaC dna (eR) sdlonyeR
.ydraneR fo stluser eht ot derapmoc

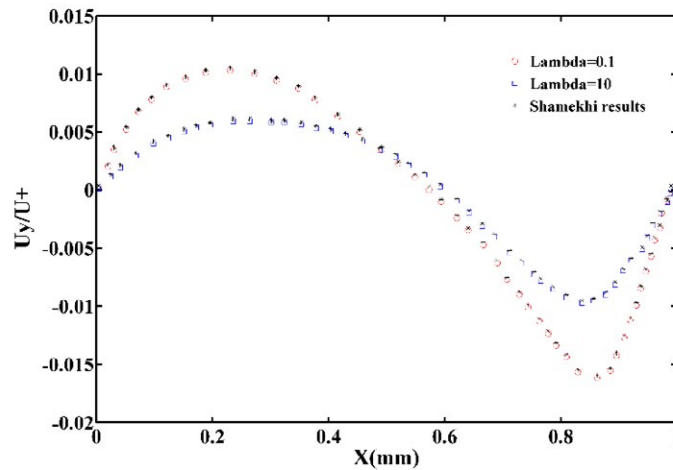


شکل ۵: تغییر قطر قطرات به واسطه تغییر در کپیلاری و مقایسه آن با نتایج گزارش شده توسط چو

Fig. 5: Obtained steady-state droplet axis (a/R & b/R) vs. Capillary number compared to the results of chu

۱ مشخص است، مقدار دانسیته فازهای سازنده و سرعت حرکت دیواره‌های بالایی و پایینی (در شکل ۳ به صورت شماتیک بررسی گردیده است) در هر پنج آزمون انجام گرفته در این پژوهش، ثابت در نظر گرفته شده است. در این میان با دقت در جدول ۱ مشخص است که مقدار سایر پارامترهای فیزیکی و رئولوژیکی از قبیل ویسکوزیته فازهای سازنده، اندازه فاز فرعی و کشش بین‌سطحی در یک یا چند

که رژیم جریان اعمالی در این پژوهش مبتنی بر حذف اثرگذاری رینولدزهای متوسط و بالا در سازوکار تغییر فرم قطره باشد. به همین منظور پس از اطمینان از صحت تخمین رفتار سامانه توسط روش اجزا محدود تعمیم یافته در آزمون‌های مختلف، رفتار قطره و عوامل تأثیرگذار بر آن تحت جریان استوکس و مطابق شرایط مندرج در جدول ۱ مورد مطالعه قرار گرفت. همان‌طور که به روشنی در جدول



شکل ۶: تغییرات سرعت عمودی در جهت محور افقی با تغییر در پارامترهای معادله کرو-یاسودا و مقایسه آن با نتایج گزارش شده توسط شامخی

Fig. 6: Plot of U_y/U_+ vs. x -direction of the flow geometry with different Carreau-Yasuda model parameter, λ , compared to the results reported by Shamekhi.

جدول ۱: مشخصات فیزیکی فازهای سازنده.

Table 1: Physical properties of constituent phases.

تأثیر ماهیت سیال	تأثیر اندازه قطره	تأثیر ویسکوزیته	تأثیر کشش بین سطحی	مقایسه روش‌های شبیه‌سازی	آزمون
۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	دانسیته ماتریس
۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	دانسیته فاز فرعی
متغیر	۱	متغیر	۱	۱	ویسکوزیته ماتریس، Pa.s
۱	۱	متغیر	۱	۱	ویسکوزیته قطره، Pa.s
۲	۲	۲	متغیر	۲	کشش بین سطحی، N/M ²
۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵	اندازه قطره، mm

کلاسیک (ردیف دوم) با ستون قبل حاصل شده است (به این معنا که داده‌های به دست آمده برای تعداد اجزا 20×20 با مقایسه نتایج به دست آمده از تعداد المان 10×10 که به عنوان مبنا برای آغاز محاسبات بود، استخراج گردیده است). همانگونه که از داده‌های جدول ۲ مشخص است، میزان خطای محاسباتی تا قبل از تعداد المان 120×120 مقدار قابل توجهی دارد. حال آن‌که این مقدار خطا در تعداد اجزا 120×120 به میزان مورد قبول در تحقیقات علمی کاهش یافته است. علاوه بر این، با توجه به جدول ۲ مشخص است که با افزایش تعداد اجزا (که باعث افزایش در میزان محاسبات می‌شود) تغییر محسوسی در خطای میان داده‌ها به دست نیامده است. لذا از آنجایی که نتایج به دست آمده در تعداد بیش از 120×120 جزء،

آزمون دستخوش تغییر قرار می‌گیرد (برای مثال ویسکوزیته ماتریس در آزمون‌های مربوط به بررسی تأثیر ویسکوزیته و نیز تأثیر ماهیت سیال بر سازوکار تغییر فرم قطره، چندین مقدار متفاوت و در سایر آزمون‌ها مقدار ثابت ۱ را دارا می‌باشد).

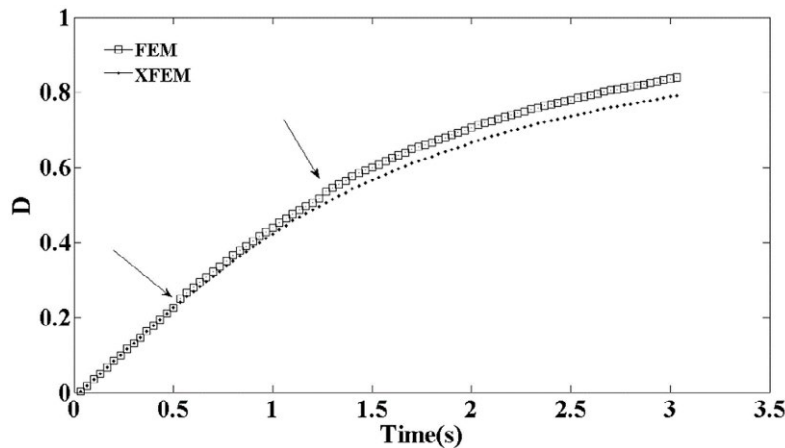
از طرفی علاوه بر ثابت کردن نوع رژیم استوکس، تعداد اجزای مورد استفاده جهت تقسیم‌بندی و گسسته‌سازی فضای محاسباتی نیز در تمام آزمون‌های انجام شده برابر با 120×120 در نظر گرفته شد. انتخاب و تثبیت این تعداد از اجزا برای انجام محاسبات مطابق جدول ۲ و داده‌های آن انتخاب گردید.

هر یک از داده‌های جدول ۲ از مقایسه میان نتایج سرعت به دست آمده توسط روش اجزا محدود تعمیم یافته (ردیف اول) و اجزا محدود

جدول ۲: مقایسه میزان خطا در نتایج به دست آمده از روش‌های اجزا محدود تعمیم یافته و اجزا محدود به واسطه تغییر در تعداد اجزا.

Table 2: Comparison between the errors of results obtained by XFEM and FEM by changing the number of the element.

تعداد اجزا	۲۰×۲۰	۴۰×۴۰	۸۰×۸۰	۱۲۰×۱۲۰	۱۵۰×۱۵۰
روش اجزا محدود گسترده	٪۵	٪۳٫۵	٪۲	۰/٪۵	۰/٪۴۸
روش اجزا محدود	٪۱۴	٪۹	٪۵		



شکل ۷: مقایسه نتایج به دست آمده برای پارامتر تغییر فرم قطره با استفاده از روشهای اجزا محدود و المان محدود تعمیم یافته در شرایط $\lambda=1$ و $Ca=0.8$, $Re=50$

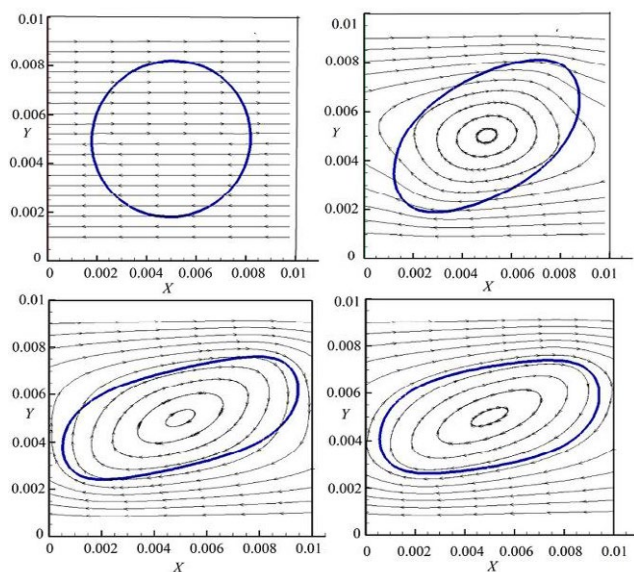
Fig. 7: Comparison of the deformation parameter obtain by FEM and XFEM with $Ca=0.8$, $Re=50$ and $\lambda=1$.

محاسبات و عدم پایداری در جواب‌های به دست آمده در برخی از شرایط مرزی، از اصلاح میدان سرعت (بنا به توصیه ساورلند و فرایس [۳۴]) صرف نظر گردیده و تنها به اصلاح میدان فشار اقدام گردید. هرچند باید به این نکته توجه داشت که اصلاح میدان فشار تأثیر خود را در اصلاح میدان سرعت و به تبع آن اصلاح شکل نهایی قطره گذاشته است. لذا در روش اجزا محدود تعمیم یافته محاسبات با تعداد محدودتری از اجزا به نتیجه می‌رسد. نتایج به دست آمده از روند تغییر اندازه قطره در شکل ۷ با تعداد اجزا برابر از دو روش اجزا محدود و اجزا محدود تعمیم یافته نشان داده شده است. همان گونه که در شکل ۷ مشخص است علاوه بر تفاوت میان نتایج به دست آمده میان دو روش شبیه سازی، داده‌های استخراج شده از روش اجزا محدود به دلیل عدم توانایی در پوشش ناپیوستگی، در دو ناحیه از شکل دچار شکست شده است (این مناطق توسط فلش نمایش داده شده است). لذا ذکر این نکته حائز اهمیت است که روش اجزا محدود با تمام تمهیدات، تنها قادر به شبیه سازی فرآیندهایی است که ناپیوستگی در خواص

مستقل از تعداد اجزا می‌گردد، مقدار جزء مورد استفاده در این پژوهش برابر با 120×120 در نظر گرفته شد.

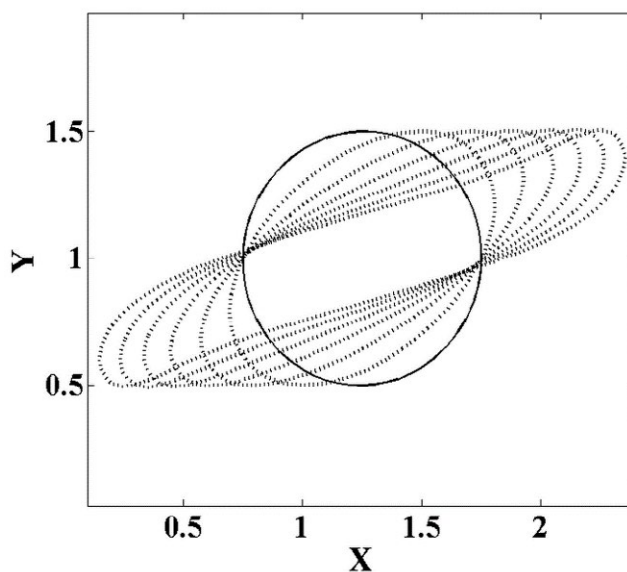
۳- نتایج و بحث

همانطور که در بخش‌های قبل بیان شد، به دلیل صرف نظر کردن از وجود ضخامت در سطح مشترک میان دو سیال، مقدار پارامترهای ویسکوزیته و دانسیته در سطح مشترک دچار پرش خواهند شد. این تغییر در مقدار ویسکوزیته و دانسیته، باعث ایجاد جهش در مقدار فشار و مشتق سرعت در اجزای حاوی ناپیوستگی می‌گردد. لذا برای اجتناب از اصلاح اجزا در این مناطق، تابع تقریب در روش اجزا محدود تعمیم یافته به گونه‌ای اصلاح می‌شود که این تغییرات را در خود جای داده و خطای حاصل از این ناپیوستگی را اصلاح نماید (این فرآیند و نحوه دربرگرفتن خواص ناهمگون توسط تابع درون یاب اصلاح شده در مراجع گوناگون به تفصیل توضیح داده شده است [۲۹ و ۳۸]). از طرفی ذکر مجدد این نکته حائز اهمیت است که به دلیل افزایش معنادار



شکل ۸(ب): روند تکامل میدان جریان درون قطره برای سیستم نیوتنی- نیوتنی با شرایط

Fig. 8-b: Temporal evolution of velocity field inside the droplet for Newtonian- Newtonian systems with $Ca=0.8$ and $\lambda=1$



شکل ۸ (الف): روند تغییر پارامتر تغییر فرم برای سیستم نیوتنی- نیوتنی با شرایط $\lambda=1$ و $Ca=0.8$

Fig. 8-a: Temporal evolution of droplet deformation for Newtonian- Newtonian systems with $Ca=0.8$ and $\lambda=1$

بیضوی تغییر فرم بدهد. علت عدم تغییر فرم یکنواخت قطره و به دست آمدن شکل کاملاً بیضوی را می‌توان به این ترتیب بیان نمود که زمانی که قطره در اثر میدان برشی از حالت کروی خارج می‌شود، به دلیل افزایش انحنا در دو سر آن، نیروی کشش سطحی در این قسمت افزایش می‌یابد. این افزایش نیروی کشش، نیرویی که به سمت داخل قطره ایجاد می‌شود، موجب انحراف قسمت‌های انتهایی قطره از حالت بیضوی کامل و تبدیل قطره به S-شکل^۱ می‌شود. در شکل ۸ (ب) روند تغییرات مسیرهای جریان در اطراف یک قطره نیوتنی در رژیم جریان استوکس با در نظر گرفتن عدد کاپیلاری $0/3$ نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود پس از شروع حرکت سیال و خارج شدن قطره از حالت کروی در قسمت جانبی قطره که انحنا کمتری دارد، نیروی کمتری به سیال وارد می‌شود، در حالی که در قسمت‌های انتهایی به دلیل انحنا بیشتر نیروی بین سطحی بیشتری وارد می‌گردد که این امر موجب به وجود آمدن انحراف بیشتر در خطوط جریان اطراف این نواحی می‌گردد. این تغییر خطوط جریان اطراف قطره تا جایی ادامه می‌یابد تا شکل قطره به حالت تعادل برسد.

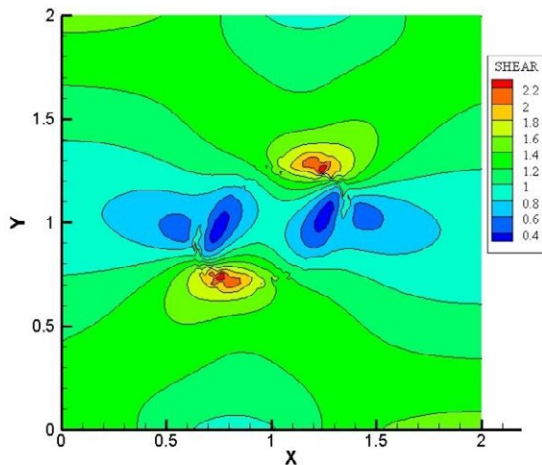
وجود نداشته باشد، حال آن‌که این محدودیت در روش اجزا محدود تعمیم یافته وجود ندارد. در شکل ۸ (الف) نحوه تغییر فرم یک قطره نیوتنی در بستری از سیال نیوتنی در گذر زمان تا رسیدن به حالت پایدار را با استفاده از روش اجزا محدود تعمیم یافته نشان داده است. همان‌گونه که از شکل ۸ (الف) به روشنی مشخص است، قطره در شروع آزمون و قبل از اعمال تنش برشی به دلیل کشش بین سطحی فاز فرعی و ماتریس به شکل یک دایره می‌باشد. با اعمال جریان برشی و تغییر سرعت در لایه‌های مختلف سامانه، به دلیل تنش‌های برشی وارد شده بر قطره از طرف ماتریس به تدریج شکل قطره تغییر یافته و با اندکی کشیدگی به سمت بالا و پایین در دو انتهای قطره، به حالت بیضوی تغییر شکل داده است. تغییر شکل کروی قطره و تبدیل آن به حالت بیضوی به دلیل تغییر در مقدار تنش برشی در شکل ۹ (الف) و ۹ (ب) نشان داده شده است. همان‌طوری که از این تصاویر نیز مشخص است، با گذشت زمان، مقدار و نحوه توزیع تنش دریافتی قطره به واسطه حرکت صفحات بالایی و پایینی تغییر می‌کند.

مطابق نتایج به دست آمده، بیشترین تنش وارده بر قطره در دو انتهای قطره بوده و باعث می‌شود قطره از شکل کروی به حالت

1 Sigmoid

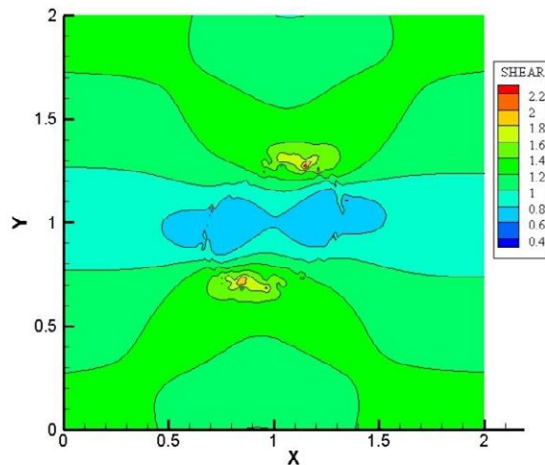
سیال در برگیرنده قطره نیوتنی در مسیر تغییر آن، آزمون‌هایی طراحی و نتایج آن در ادامه ارائه گردیده است. شکل ۱۰ (الف) روند تغییر شکل یک قطره نیوتنی در بستری از سیال نیوتنی دیگر را در اعداد کاپیلاری مختلف نشان می‌دهد. با توجه به نتایج به دست به دست آمده به روشنی مشخص است که با افزایش عدد کاپیلاری، مقدار تغییر فرم قطره کاهش یافته است.

در این زمان با توجه به عدم تغییر انحنای قطره خطوط جریان نیز ثابت می‌گردند و با توجه به متناسب بودن انحراف خطوط جریان با انحنای قطره، در حالت تعادل خطوط جریان منطبق بر شکل قطره خواهد بود. در ادامه این بخش و به منظور بررسی نحوه و میزان اثرگذاری عوامل مختلف از قبیل کشش بین‌سطحی سازنده‌ها، نسبت ویسکوزیته فازهای سازنده، اندازه ابتدایی قطره و در نهایت ماهیت



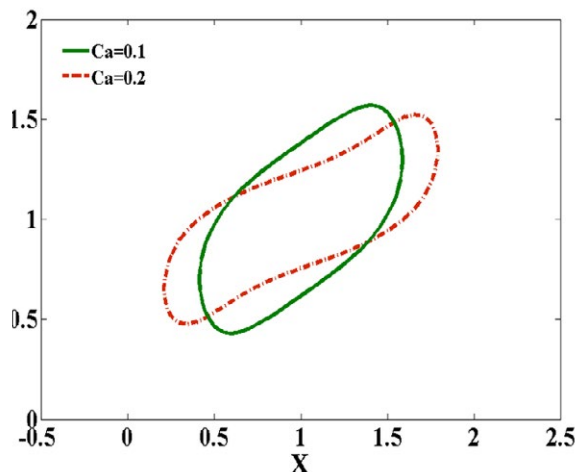
شکل ۹(ب): پروفایل تنش برشی برای سیستم نیوتنی-نیوتنی بعد از ۱ ثانیه از اعمال تنش برشی با شرایط $\lambda=1$ و $Ca=0.8$

Fig. 9-b: Shear stress field for Newtonian-Newtonian systems with $Ca=0.8$ and $\lambda=1$ after 1 second of imposed stress.



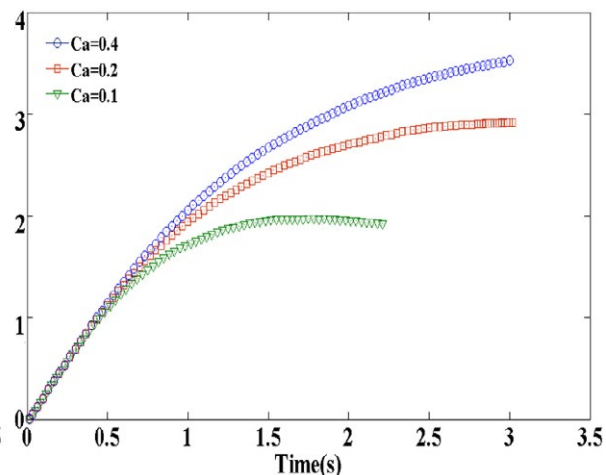
شکل ۹(الف): پروفایل تنش برشی برای سیستم نیوتنی-نیوتنی بعد از ۰.۵ ثانیه از اعمال تنش برشی با شرایط $\lambda=1$ و $Ca=0.8$

Fig. 9-a: Shear stress field for Newtonian-Newtonian systems with $Ca=0.8$ and $\lambda=1$ after 0.5 second of imposed stress.



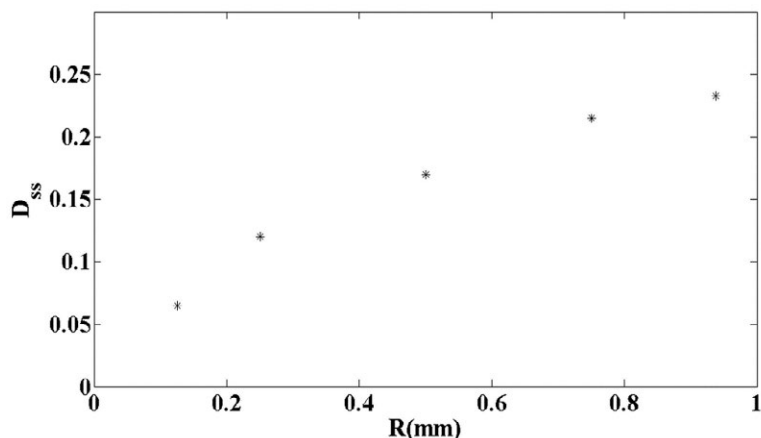
شکل ۱۰(ب): مقایسه اندازه نهایی قطره در مقادیر مختلف از کاپیلاری

Fig. 10-b: Comparison of the final droplet shape in different capillary number.



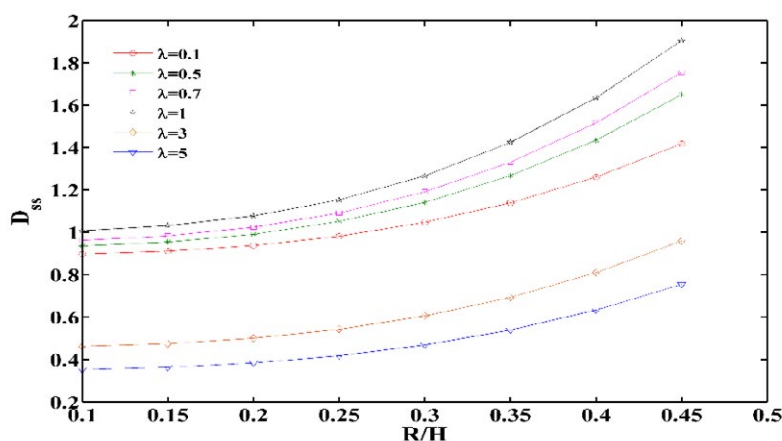
شکل ۱۰(الف): مقایسه میزان تغییر پارامتر تغییر فرم قطره در برابر زمان در مقادیر مختلف از کاپیلاری

Fig. 10-a: Comparison of the droplet deformation parameter vs. time for different capillary number.



شکل ۱۱: اثر اندازه اولیه قطره در میزان نهایی تغییر فرم قطره با شرایط $\lambda=1$ و $Ca=0.8$

Fig. 11: Influence of initial radius on steady- state droplet deformation in $Ca=0.8$ and $\lambda=1$



شکل ۱۲: اثر دیواره بر میزان نهایی تغییر فرم قطره در سیستم نیوتنی-نیوتنی در کپیلاری ۶۰٪ و نسبت های ویسکوزیته متفاوت

Fig. 12: Plot of D_{ss} vs. R/H with different viscosity ratio (λ) at $Ca=0.6$ for N-N system.

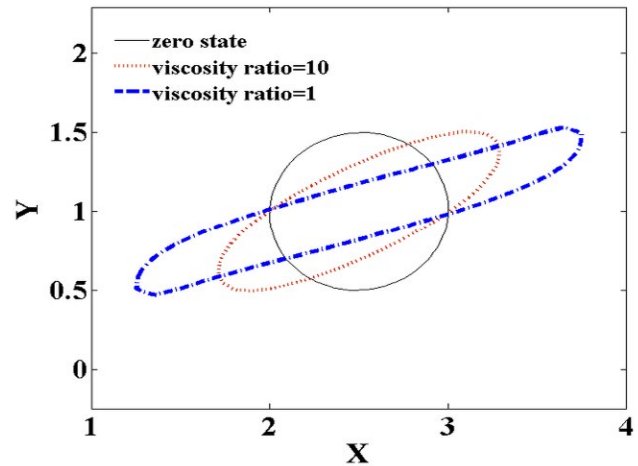
۰/۲ و در حالت پایدار نشان می‌دهد. با دقت در شکل ۱۰ (ب) به خوبی مشخص است که رابطه‌ای معکوس میان اندازه کشش بین‌سطحی و مقدار کشیدگی قطره وجود دارد. نکته که باید به آن توجه شود آن است که شکل نهایی قطره با کاهش عدد کاپیلاری در دو انتهای آن انحراف به سمت بالا و پایین افزایش یافته و قطره بیشتر از حالت بیضوی منحرف شده است. به دلیل کاهش عدد کاپیلاری، نیروی کشش سطحی کاهش یافته و تغییر فرم قطره افزایش می‌یابد. با توجه به افزایش تغییر فرم قطره، انحنا در دو انتهای قطره افزایش می‌یابد که این امر نیز موجب افزایش بیشتر نیروی کشش بین‌سطحی به صورت موضعی در این نواحی می‌گردد که این امر نیز مطابق مطالب ذکر شده قبلی موجب تغییر شکل قطره به صورت S-شکل می‌شود. با در نظر

قطره موجود در فاز ماتریس، در هر لحظه از زمان و به طور مداوم تحت تأثیر دو تنش که از لحاظ ماهیت عملکرد متفاوتی را بر قطره القا می‌نمایند، می‌باشد. نیروی اول، تنش بین‌سطحی می‌باشد که تمایل به حفظ قطره در حالت فعلی و جلوگیری از تغییر شکل آن است. نیروی دوم، تنش وارده از ماتریس (که مقدار آن حاصل ضرب ویسکوزیته ماتریس در نرخ برشی است) می‌باشد که تمایل آن کشیدن قطره در جهت اعمال تنش خارجی و تغییر دادن شکل قطره است. لذا بر پایه این توضیحات می‌توان گفت با افزایش در مقدار کشش بین سطحی، نسبت تنش بین‌سطحی نسبت به تنش وارده از ماتریس افزایش یافته و در نتیجه میزان تغییر فرم قطره کاهش یافته است. در همین راستا شکل ۱۰ (ب) حالت نهایی قطره، در کاپیلاری‌های ۰/۱ و

مطابق شکل ۱۲ به روشنی می‌توان دریافت که در تمام محدوده مورد بررسی، بزرگترین مقدار تغییر فرم قطره مرتبط با نسبت R/H برابر از ویسکوزیته سازنده‌ها بوده‌است. با توجه به این نکته می‌توان نتیجه گرفت که در محدوده‌های نزدیک به نسبت ویسکوزیته برابر از سازنده‌ها، نیروی ویسکوز به نیروی بین سطحی غلبه داشته و قطره تمایل به کشیده شدن دارد. از طرف دیگر مطابق شکل ۱۲ مشخص است با ثابت ماندن عدد کاپیلاری، افزایش پارامتر R/H باعث افزایش تغییر فرم قطره گردیده است. در انتها می‌توان به این نکته نیز اشاره نمود که رابطه‌ای خطی میان پارامتر تغییر فرم قطره با R/H در مقادیر کوچک R/H وجود دارد. این رابطه خطی با افزایش R/H با شیب بالایی از بین می‌رود. عامل دیگری که می‌تواند رفتار سامانه دوفازی مورد بحث و نحوه تغییر فرم قطره در آن را تحت تأثیر خود قرار دهد، تغییر در نسبت ویسکوزیته قطره به ماتریس در برگیرنده آن است. به همین منظور شکل ۱۳ که حاصل آزمایش‌های مربوط به تغییر نسبت ویسکوزیته فازهای سازنده است، به دست آمد. شکل ۱۳ اثر تغییر نسبت ویسکوزیته‌ها را بر میزان تغییر فرم قطره نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود با افزایش تغییر نسبت ویسکوزیته، میزان تغییر فرم قطره در عدد کاپیلاری یکسان کاهش پیدا کرده است که این یافته در توافق با نتایج تجربی گزارش شده توسط تیلور [۹] می‌باشد. علت این کاهش در تغییر فرم قطره با ویسکوزیته بیشتر را می‌توان در قابلیت کمتر حرکت فاز قطره دانست. با افزایش ویسکوزیته قطره میزان مقاومت آن در برابر تنش برشی وارده از طرف ماتریس افزایش پیدا کرده و این امر موجب کاهش تغییر فرم می‌گردد. بنابراین می‌توان گفت میزان تغییر فرم قطره و نسبت ویسکوزیته دوفاز در جهت مقابل هم تغییر می‌کنند و با افزایش یکی، دیگری کاهش می‌یابد.

در پایان این قسمت از پژوهش، به منظور سنجش و بررسی مقدار و نحوه تغییر فرم قطره در سامانه‌های با ماتریس غیرنیوتنی، ماهیت سیال اطراف قطره تغییر یافت. به همین منظور از یک سامانه غیر نیوتنی-نیوتنی (فاز پیوسته غیرنیوتنی و فاز پراکنده نیوتنی استفاده گردید. در همین راستا و به منظور وارد نمودن اثر رئولوژیکی سیالات غیرنیوتنی و مشاهده اثر آن، ویسکوزیته ماتریس معادله کرو-یاسودا به صورت رابطه (۱۷) وارد مسأله گردید:

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left(1 + (k \dot{\gamma})^{n-1}\right)^{1/2} \quad (17)$$

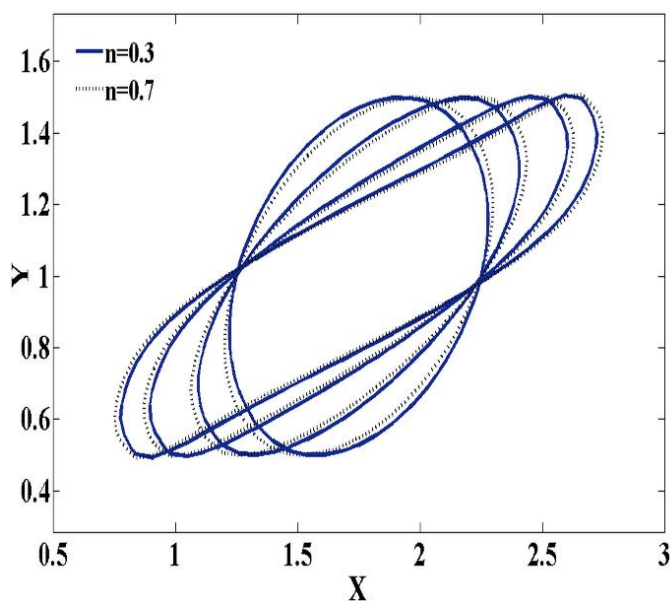


شکل ۱۳: شکل نهایی قطره در سیستم نیوتنی-نیوتنی در کاپیلاری ۷۰ و نسبت های ویسکوزیته متفاوت

Fig. 13: Final droplet shape of Newtonian-Newtonian system at different viscosity ratio and $Ca=0.7$

گرفتن این نکات و با توجه به جهت حرکت صفحات بالایی و پایینی که به ترتیب به سمت راست و چپ کشیده می‌شوند، به نظر می‌رسد قطره برای حفظ تعادل، به شکل یک بیضی با انحراف در سر و دم تبدیل شده‌است. در ادامه و به منظور بررسی میزان اثر گذاری هر کدام از تنش‌های یاد شده بر سامانه‌های دوفازی، آزمونی دیگر بر مبنای تأثیر اندازه ابتدایی قطره بر مقدار تغییر فرم نهایی قطره طراحی گردید که نتایج آن در شکل ۱۱ ارائه گردیده‌است. در این آزمون، فضای محاسباتی با ارتفاع $2H$ (مطابق شرایط فیزیکی تشریح شده در شکل ۳) ثابت گردید و در ادامه اندازه قطرات با ثابت نگاه داشتن سایر پارامترهای رئولوژیکی از قبیل کشش بین سطحی، دستخوش تغییر قرار گرفتند. همانطور که از نتایج شکل ۱۱ و توضیحات ایراد شده مشخص است، به موازات افزایش شعاع قطره، نسبت تنش بین سطحی به تنش وارده از ماتریس کاهش یافته است. لذا رابطه‌ای مستقیم میان اندازه اولیه قطره و میزان تغییر فرم قطره برقرار است.

عامل دیگری که می‌تواند بزرگی پارامتر تغییر فرم قطره را تحت تأثیر خود قرار دهد، نسبت R/H یا همان اثر دیواره است. به عبارت روشن‌تر، نتایج تحقیقات حاکی از آن است که دوری و نزدیکی قطره به دیواره اثری قابل بحث روی بزرگی پارامتر تغییر فرم قطره خواهد داشت. شکل ۱۲ تغییرات اندازه نهایی پارامتر تغییر فرم قطره در برابر R/H را در نسبت‌های ویسکوزیته مختلف، تحت عدد کاپیلاری 0.6 به تصویر کشیده است.

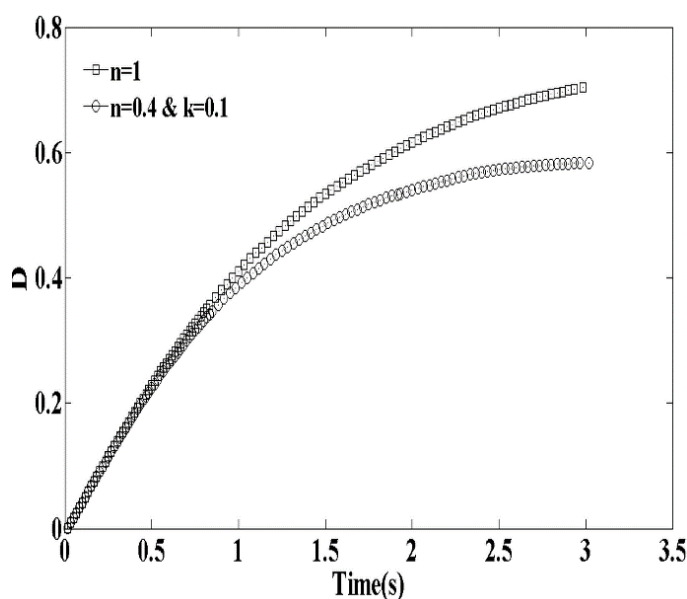


شکل ۱۴(ب): تاثیر پارامتر n در میزان تغییر فرم نهایی قطره برای یک سیستم غیرنیوتنی-نیوتنی با شرایط $k=0.1$ $Re=1$ $Ca=0.5$.

Fig. 14-b: The effect of power-law index (n) on the steady-state droplet shape in nonNewtonian-Newtonian system with $k=0.1$, $Re=1$ and $Ca=0.5$.

وارد بر قطره کاهش می‌یابد. لذا میزان کشیدگی قطره در این حالت نسبت به سامانه نیوتنی-نیوتنی، محدودتر خواهد بود. این روند تغییر در شکل قطره در یک سامانه غیرنیوتنی-نیوتنی، در شکل ۱۴(ب) و به صورتی دیگر نشان داده شده است. همانطور که در این تصویر نیز مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر n و نزدیک‌تر شدن رفتار سامانه به یک سامانه نیوتنی-نیوتنی، میزان کشیدگی قطره افزایش یافته است. از طرف دیگر همانطور که از معادله کرو مشخص است، با ثابت ماندن تمام پارامترهای معادله و افزایش در پارامتر k ، رفتار و ماهیت سیال از حالت نیوتنی به سرعت فاصله خواهد گرفت. روند تغییرات اندازه قطره، زمانی که ماتریس سیالی غیرنیوتنی باشد، در شکل ۱۵ نشان داده شده است (با فرض شرایط مشابه با شکل ۱۴ و تغییر در پارامتر k). همان‌طور که در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، همزمان با افزایش پارامتر k ، قطره دچار کشیدگی و تغییر فرم محدودتری گردیده است.

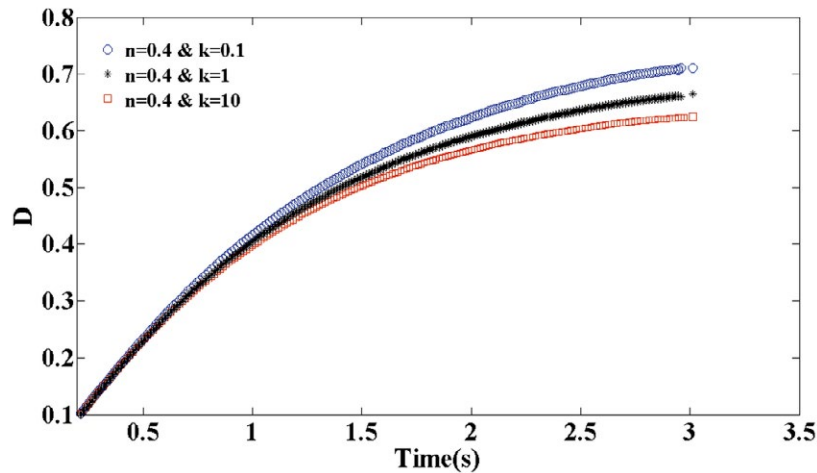
دلیل این رفتار را می‌توان در کاهش بیشتر ویسکوزیته ماتریس در برابر زمان و به تبع آن کاهش در قابلیت اعمال تنش از سمت فاز ماتریس به قطره دانست. نکته‌ای که باید به آن توجه داشت آن است که در مقادیر کم از پارامتر n ، افزایش در مقدار پارامتر k باعث تسریع در فرآیند دور شدن سیال از رفتار نیوتنی می‌گردد.



شکل ۱۴(الف): تغییرات پارامتر تغییر فرم قطره در برابر زمان در سیستم‌های غیرنیوتنی-نیوتنی و نیوتنی-نیوتنی در کپیلاری $Ca=0.8$.

Fig. 14-a: Plot of droplet deformation parameter vs. time for NN-N and N-N systems with $Ca = 0.8$.

که در رابطه (۱۷) مقدار عددی n معرف میزان انحراف از سیال نیوتنی را نشان می‌دهد. زمانی که این عدد برابر با مقدار واحد باشد، سیال یک رفتار نیوتنی و با کاهش آن به سمت صفر، سیال یک رفتار غیرنیوتنی از خود نشان خواهد داد. همان‌گونه که در بخش مقدمه نیز به آن اشاره شد، مدل کرو قابلیت اعمال اثر تغییر ویسکوزیته در حین جریان‌های ناپایدار^۱ و مطالعه این پارامتر بر سازوکار تغییر فرم قطره را دارا می‌باشد. لذا با اعمال جریان برشی و به واسطه تغییر سرعت در لایه‌های مختلف در هر لحظه، نرخ برشی در طول زمان تغییر می‌یابد. این تغییر در نرخ برشی نیز مطابق با مدل کرو، سبب تغییر ویسکوزیته سیال غیرنیوتنی می‌گردد. شکل ۱۴(الف) میزان تغییر فرم یک قطره نیوتنی را که توسط دو سامانه متفاوت نیوتنی و غیرنیوتنی احاطه شده است، نشان می‌دهد. از شکل ۱۴(الف) به روشنی مشخص است که تغییر فرم قطره در سامانه غیرنیوتنی-نیوتنی نسبت به سامانه نیوتنی-نیوتنی روند محدودتری را طی می‌کند. دلیل این امر، به واسطه رابطه معکوس میان ویسکوزیته و نرخ برشی که در سامانه‌های غیرنیوتنی حاکم است، می‌باشد. در این سامانه‌ها با افزایش نرخ برشی و کاهش ویسکوزیته در فاز ماتریس (افزایش در نسبت ویسکوزیته‌های سازنده‌ها)، میزان تنش



شکل ۱۵: تاثیر پارامتر n و k در میزان تغییر فرم نهایی قطره برای یک سیستم غیرنیوتنی-نیوتنی در کپیلاری ۶۰.

Fig. 15: The effect of index (n) and (k) on the droplet deformation parameter in nonNewtonian-Newtonian system with $Ca=0.6$.

شبیه‌سازی نمود. این موفقیت در شبیه‌سازی و اتکا به صحت داده‌ها، از مقایسه میان نتایج اجزا محدود تعمیم‌یافته و داده‌های گزارش شده توسط رناردی به تأیید رسید. در مطالعه حاضر به عنوان یکی از محدود پژوهش‌های انجام شده در خصوص مطالعه میکرومکانیکی فرآیند تغییر فرم قطره، اثرات شرایط مختلف بر این فرآیند مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بدست آمده نشان داد که این روش به خوبی قابلیت خود را در شبیه‌سازی رفتار موادی با خواص ناهمگونی بسیار زیاد، به عبارت دیگر، ناپیوستگی بسیار شدید در دامنه محاسباتی، با کمترین نیاز به اصلاح اجزای حاوی ناپیوستگی نیز حفظ نمود. لذا ذکر این نکته حائز اهمیت است که روش‌های متداول اجزا محدود، به دلیل استفاده از توابع تقریب پیوسته، تنها قادر به شبیه‌سازی فرآیندهای پیوسته هستند و برای مسایل مرتبط با محیط‌های ناپیوسته، باید با در نظر گرفتن تمهیداتی دامنه محاسباتی را به صورت دامنه پیوسته تقریب در نظر گرفت. حال آن‌که این محدودیت در روش اجزا محدود تعمیم‌یافته وجود ندارد و در روش ارائه شده در این پژوهش مقدار فشار در هر لحظه از زمان با دقت بسیار بالاتری نسبت به سایر روش‌ها محاسبه گردیده و از خطاهایی که به واسطه تخمین ناصحیح از فشار بر مسئله تحمیل می‌گردید، جلوگیری می‌شود. از طرف دیگر همانطوری که بیان شد، در این پژوهش برای یافتن مکان سطح مشترک در هر لحظه از زمان از روش مجموعه-سطح استفاده گردید. در نهایت با اعمال تمام این نکات می‌توان گفت، این روش به خوبی از عهده شبیه‌سازی رفتار سامانه‌های دوتایی نیوتنی

از طرف دیگر باید به این نکته توجه شود که در لحظات ابتدایی سرعت ایجاد شده در نقاط مختلف سامانه چندان بزرگ نمی‌باشد. بنابراین به دلیل عدم وجود نرخ برشی بالا در سامانه، ویسکوزیته ماتریس در لحظات ابتدایی چندان دچار تغییر نخواهد شد. به عبارت روشن‌تر، در زمان‌های ابتدایی و قبل از افت چشمگیر ویسکوزیته ماتریس، مقدار تنش انتقالی از ماتریس به قطره در هر سه سامانه مشابه بوده و قطره به میزان یکسانی تغییر فرم می‌دهد. هرچند این روند با گذشت زمان و افزایش نرخ برش تغییر می‌کند. این تغییر در ویسکوزیته سیال سازنده در هر لحظه از زمان از طرف دیگر باعث تغییر در نسبت ویسکوزیته فازهای سازنده می‌شود. با دقت در روند تغییر فرم قطره در شکل ۱۵ به روشنی مشخص است که این تغییرات بدون ایجاد شکست در نتایج و به صورت بسیار یکنواخت استخراج گردیده‌است. لذا بار دیگر می‌توان از قابلیت بسیار بالای روش اجزا محدود تعمیم‌یافته جهت بررسی سامانه‌هایی با ناهمگنی بالا اطمینان حاصل نمود.

۴- نتیجه‌گیری

روش مورد استفاده در این پژوهش برای شبیه‌سازی رفتار سامانه‌های دوفازی امتزاج‌ناپذیر، استفاده از روش اجزا محدود تعمیم‌یافته بود. این روش به خوبی نشان داد با افزودن یک ترم جدید و اصلاح تابع تقریب مورد استفاده در روش اجزا محدود، می‌توان بدون نیاز به اصلاح اجزا، مسائل حاوی ناپیوستگی در خواص را با موفقیت

- An experimental note on the deformation and breakup of viscoelastic droplets rising in non-Newtonian fluids, *Rheologica Acta*, 55(11) (2016) 879-887.
- [4] M.R. Kennedy, C. Pozrikidis, R. Skalak, Motion and deformation of liquid drops, and the rheology of dilute emulsions in simple shear flow, *Computers & Fluids*, 23(2) (1994) 251-278.
- [5] J.M. Rallison, Note on the time-dependent deformation of a viscous drop which is almost spherical, *Journal of Fluid Mechanics*, 98(3) (2006) 625-633.
- [6] Y. Mei, G. Li, P. Moldenaers, R. Cardinaels, Dynamics of particle-covered droplets in shear flow: unusual breakup and deformation hysteresis, *Soft Matter*, 12(47) (2016) 9407-9412.
- [7] H. Wang, Z.-Y. Zhang, Y.-M. Yang, H.-S. Zhang, Surface tension effects on the behaviour of a rising bubble driven by buoyancy force, *Chinese Physics B*, 19(2) (2010) 026801.
- [8] A.E. Komrakova, O. Shardt, D. Eskin, J.J. Derksen, Effects of dispersed phase viscosity on drop deformation and breakup in inertial shear flow, *Chemical Engineering Science*, 126(Supplement C) (2015) 150-159.
- [9] The viscosity of a fluid containing small drops of another fluid, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 138(834) (1932) 41.
- [10] F. Riccardi, E. Kishta, B. Richard, A step-by-step global crack-tracking approach in E-FEM simulations of quasi-brittle materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 170 (2017) 44-58.
- [11] H. Isakari, T. Kondo, T. Takahashi, T. Matsumoto, A level-set-based topology optimisation for acoustic-elastic coupled problems with a fast BEM-FEM solver, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 315 (2017) 501-521.
- [12] T. Belytschko, T. Black, Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45(5) (1999) 601-620.
- [13] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko, A finite element method for crack growth without remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1) (1999) 131-150.
- و غیرنیوتنی برآمده و می‌تواند به عنوان یک ابزار در طراحی آزمایش و کاهش هزینه‌ها، محققان را یاری نماید. از جمله مهمترین نتایج به‌دست آمده در این پژوهش می‌توان به داشتن رابطه مستقیم میان میزان کشیدگی و تغییر فرم قطره با عدد کاپیلاری اشاره نمود. منتها نکته‌ای که در این میان به چشم می‌آید آن است که شکل نهایی قطره زمانی که تغییر در عدد کاپیلاری توسط تغییر در مقدار کشش بین‌سطحی ایجاد گردیده‌است، با شکل نهایی قطره زمانی که تغییر در ویسکوزیته ماتریس باعث تغییر عدد کاپیلاری گردیده، متفاوت است. نتایج حاکی از آن است که افزایش در عدد کاپیلاری به‌واسطه کاهش در مقدار کشش بین‌سطحی باعث انحراف قطره از حالت بیضوی در دو انتهای آن می‌شود. این تغییر در شکل نهایی قطره در حالتی که عدد کاپیلاری به واسطه افزایش در ویسکوزیته ماتریس به‌دست بیاید، مشاهده نگردید. دلیل این امر را می‌توان در میزان اثرگذاری همزمان دو تنش که از لحاظ ماهیت، عملکرد متفاوتی را بر قطره القا می‌نمایند، دانست. نیروی حاصل از تنش بین‌سطحی میان دو فاز، تمایل به حفظ قطره در حالت موجود داشته و از تغییر شکل قطره ممانعت می‌نماید. حال آن‌که تنش وارده از ماتریس به قطره تمایل به تغییر دادن شکل قطره و کشیدن قطره در جهت تنش خارجی دارد. لذا به فرض کاهش در عدد کاپیلاری، نیروی کشش بین‌سطحی کاهش یافته و تغییر فرم قطره افزایش خواهد یافت. با توجه به افزایش تغییر فرم قطره، انحنای ایجاد شده در دو انتهای قطره افزایش می‌یابد و این امر باعث افزایش مضاعف نیروی کشش بین‌سطحی به‌صورت موضعی در این نواحی می‌گردد. بر پایه این استدلال‌ها می‌توان گفت، با افزایش در مقدار کشش بین‌سطحی، نسبت تنش بین‌سطحی نسبت به تنش وارده از ماتریس افزایش یافته و در نتیجه شکل قطره تغییر فرم داده شده به صورت S-شکل می‌گردد.

مراجع

- [1] P. Van Puyvelde, A. Vananroye, R. Cardinaels, P. Moldenaers, Review on morphology development of immiscible blends in confined shear flow, *Polymer*, 49(25) (2008) 5363-5372.
- [2] C.L. Tucker Iii, P. Moldenaers, MICROSTRUCTURAL EVOLUTION IN POLYMER BLENDS, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34(1) (2002) 177-210.
- [3] S.L. Ortiz, J.S. Lee, B. Figueroa-Espinoza, B. Mena,

- Improved implementation and robustness study of the X-FEM for stress analysis around cracks, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 64(8) (2005) 1033-1056.
- [25] T.-P. Fries, T. Belytschko, The extended/generalized finite element method: An overview of the method and its applications, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 84(3) (2010) 253-304.
- [26] T.-P. Fries, Towards higher-order XFEM for interfacial flows, *PAMM*, 15(1) (2015) 507-508.
- [27] M. Schätzer, T.-P. Fries, Fitting stress intensity factors from crack opening displacements in 2D and 3D XFEM, *PAMM*, 15(1) (2015) 149-150.
- [28] T.-P. Fries, A. Zilian, On time integration in the XFEM, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(1) (2009) 69-93.
- [29] S. Groß, A. Reusken, An extended pressure finite element space for two-phase incompressible flows with surface tension, *Journal of Computational Physics*, 224(1) (2007) 40-58.
- [30] S. Gross, T. Ludescher, M. Olshanskii, A. Reusken, Robust Preconditioning for XFEM Applied to Time-Dependent Stokes Problems, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 38(6) (2016) A3492-A3514.
- [31] W. Aniszewski, T. Ménard, M. Marek, Erratum to: "Volume of Fluid (VOF) type advection methods in two-phase flow: A comparative study". [*Comput Fluids* 97 (2014) 52–73], *Computers & Fluids*, 152 (2017) 193-194.
- [32] H.V. Patel, S. Das, J.A.M. Kuipers, J.T. Padding, E.A.J.F. Peters, A coupled Volume of Fluid and Immersed Boundary Method for simulating 3D multiphase flows with contact line dynamics in complex geometries, *Chemical Engineering Science*, 166 (2017) 28-41.
- [33] M.H. Cho, H.G. Choi, J.Y. Yoo, A direct reinitialization approach of level-set/splitting finite element method for simulating incompressible two-phase flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 67(11) (2011) 1637-1654.
- [34] H. Sauerland, T.-P. Fries, The extended finite element method for two-phase and free-surface flows: A systematic study, *Journal of Computational Physics*, [14] A. Fahsi, A. Soulaïmani, Numerical investigations of the XFEM for solving two-phase incompressible flows, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 31(3) (2017) 135-155.
- [15] J. Chessa, P. Smolinski, T. Belytschko, The extended finite element method (XFEM) for solidification problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 53(8) (2002) 1959-1977.
- [16] S. Pawel, A two-dimensional simulation of solidification processes in materials with thermo-dependent properties using XFEM, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 26(6) (2016) 1661-1683.
- [17] A. Cosimo, V. Fachinotti, A. Cardona, An enrichment scheme for solidification problems, *Computational Mechanics*, 52(1) (2013) 17-35.
- [18] J. Chessa, T. Belytschko, An enriched finite element method and level sets for axisymmetric two-phase flow with surface tension, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58(13) (2003) 2041-2064.
- [19] J. Chessa, H. Wang, T. Belytschko, On the construction of blending elements for local partition of unity enriched finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57(7) (2003) 1015-1038.
- [20] G. Legrain, N. Moës, A. Huerta, Stability of incompressible formulations enriched with X-FEM, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(21–24) (2008) 1835-1849.
- [21] N. Sukumar, J.E. Dolbow, N. Moës, Extended finite element method in computational fracture mechanics: a retrospective examination, *International Journal of Fracture*, 196(1) (2015) 189-206.
- [22] M. Ndeffo, P. Massin, N. Moës, Implémentation robuste pour maîtriser le conditionnement et la précision des modélisations X-FEM, in: 12e Colloque national en calcul des structures, Giens, France, 2015.
- [23] E.B. Chin, J.B. Lasserre, N. Sukumar, Modeling crack discontinuities without element-partitioning in the extended finite element method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 110(11) (2017) 1021-1048.
- [24] E. Béchet, H. Minnebo, N. Moës, B. Burgardt,

- Dynamics, 27(8-10) (2013) 317-331.
- [37] A. Shamekhi, K. Sadeghy, Cavity flow simulation of Carreau–Yasuda non-Newtonian fluids using PIM meshfree method, *Applied Mathematical Modelling*, 33(11) (2009) 4131-4145.
- [38] T.-P. Fries, A corrected XFEM approximation without problems in blending elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 75(5) (2008) 503-532.
- 230(9) (2011) 3369-3390.
- [35] T. Chinyoka, Y.Y. Renardy, M. Renardy, D.B. Khismatullin, Two-dimensional study of drop deformation under simple shear for Oldroyd-B liquids, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 130(1) (2005) 45-56.
- [36] H. Hua, Y. Li, J. Shin, H.-k. Song, J. Kim, Effect of confinement on droplet deformation in shear flow, *International Journal of Computational Fluid*

