



تحلیل تجربی و عددی شکست پلیمر پلی متیل متاکریلات تحت مود مرکب

پروا حسینی*، نقد علی چوپانی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۶/۱۱/۰۸
بازنگری: ۱۳۹۷/۰۲/۰۹
پذیرش: ۱۳۹۷/۰۲/۱۰
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۲/۱۵

کلمات کلیدی:

ماده پلیمری PMMA
شکست
مود مرکب
گیره اصلاح شده آرکان
آباکوس

خلاصه: وجود ترک در قطعات از مهم ترین عوامل شکست سازه ها می باشد. در اغلب موارد کاربردی، شکست سازه ها تحت مود یک یا مود دو و یا ترکیب موده های کششی و برشی اتفاق می افتد. آزمایش آرکان که در اصل برای مواد کامپوزیتی طراحی شده است، در سال های اخیر توسط بسیاری از محققان برای مواد همگن مورد استفاده قرار گرفت. در این پژوهش برای دستیابی به مقادیر بحرانی شکست، نمونه های آزمون به شکل پروانه ای از جنس پلیمر پلی متیل متاکریلات به ضخامت ۱۰ میلی متر تهیه شدند. آزمون نمونه ها در سه طول ترک مختلف و سه مود اول و مرکب و دوم خالص با تغییر زاویه بارگذاری بر پایه آزمایش آرکان و با استفاده از گیره ای با طراحی نوین انجام گرفت. نمودار بار بحرانی بر حسب جابجایی بدست آمد. در ادامه گیره به همراه نمونه در نرم افزار آباکوس مدل شده و ضرایب شدت تنش استخراج شدند. با استفاده از بار بحرانی حاصل از آزمون و ضرایب شدت تنش بی بعد به دست آمده از تحلیل المان محدود، چقرمگی شکست این پلیمر مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بیانگر این است که ماده پلیمری استفاده شده در این تحقیق در شرایط بارگذاری برشی دارای چقرمگی شکست بیشتری بوده و در بارگذاری کششی ضعیف تر است. آنالیز المان محدود با استفاده از خواص الاستیک پلیمر پلی متیل متاکریلات انجام پذیرفت.

۱- مقدمه

ضریب شدت تنش بحرانی و یا نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی برای نشان دادن ثابت های ماده در این تئوری به کار می روند [۲]. مکانیک شکست الاستیک خطی تا زمانی معتبر است که تغییرات غیرخطی مواد محدود به ناحیه کوچکی در اطراف نوک ترک باشد. البته بعضی از مواد نیز دارای ناحیه پلاستیک در نوک ترک هستند ولی این ناحیه به قدری کوچک است که می توان از اندازه آن در مقایسه با طول ترک و سایر ابعاد نمونه صرف نظر کرد. در این موارد با اعمال بار، نوک ترک قدری حالت تیزی خود را از دست داده و حالت انحنا به خود می گیرد ولی همچنان ماده به شکل ترد عمل کرده و قبل از رسیدن بار اعمال شده به حد تسلیم نمونه دچار شکست می شود. در این شرایط هم چنان می توان با دقت مناسب از تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی استفاده کرد [۳].

از دیدگاه ماکروسکوپی برای بررسی استحکام و نیز مقاومت در برابر رشد ترک و شکست در موادی مانند پلیمرهای ترد از مفاهیمی چون تنش، کرنش و انرژی استفاده می شود. اغلب مطالعات انجام شده درباره شکست ترد پلیمرهای شیشه ای بر مبنای قالب استاندارد

پلیمر پلی متیل متاکریلات^۱ دارای استحکام و مدول کششی بالا، سهولت نسبی شکل دهی و خواص نوری (وضوح، درخشندگی و شفافیت) برجسته است و به عنوان یک ماده سخت، سفت و محکم، اما ترد طبقه بندی شده و از سخت ترین و محکم ترین پلیمرها می باشد اما مقاومت خیلی کمی در مقابل انتشار ترک دارد با این حال نسبت به شیشه، مقاومت به ضربه خوبی (در حدود ۵ برابر شیشه) از خود نشان می دهد. همچنین سبک بودن آن (وزن آن کمتر از نصف وزن شیشه می باشد) یکی از دلایل استفاده آن به جای شیشه است [۱]. در حال حاضر تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی^۲ به طور گسترده برای تعیین رفتار شکست بسیاری از مواد پلیمری و فلزی به کار می رود. این تئوری به خوبی پایه ریزی شده و به طور کامل پذیرفته شده است. پارامترهای مستقل از اندازه و هندسه نمونه، نظیر

- 1 Poly Methyl Methacrylate (PMMA)
- 2 Linear Elastic Fracture Mechanic (LEFM)

* نویسنده دار مکاتبات: parva.hsy@gmail.com



سایر پارامترها مانند G_C ، K_C که بر مبنای تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی می‌باشند نیز می‌توانند به کار روند به شرطی که هیچ تغییر شکل پلاستیکی در ماده مشاهده نشود. چوپانی و اسکویی [۶] با استفاده از گیره اصلاح شده آرکان به تحلیل الاستیک خطی ماده پلیمری اکریلو نیتریل بوتادین استایرن^۶ در موده‌های مختلف شکست پرداختند. آن‌ها با تعیین مقادیر بحرانی ضرایب شدت تنش و انرژی کرنشی رها شده در سه زاویه مختلف و در چند ضخامت متفاوت مقدار چقرمگی شکست ماده را با برقراری شرط کرنش صفحه‌ای به دست آوردند. آیت‌اللهی و علیها [۷] با بهره‌گیری از آزمایش قطعه نیمه دیسک^۷ با ترک لبه‌ای شکست ترد پلی متیل متاکریلات را تحت بارگذاری مود مرکب بررسی کرده و مقادیر بار شکست و مسیر رشد ترک را به ازای زوایای مختلف ترک بدست آوردند. آنان دریافتند در معیار بیشینه تنش محیطی^۸ زمانی که نمونه نیمه دیسک با ترک لبه‌ای برای آزمایش شکست، خصوصاً برای شرایط بارگذاری مود برشی استفاده می‌شود، استحکام شکست پلیمر بیشتر از حد تعیین شده بدست می‌آید. اسکویی و شاملی [۸] با بهره‌گیری از آزمایش اصلاح شده آرکان و گیره جدید که برخی نواقص در آن برطرف شده است، مقادیر چقرمگی شکست پلیمر اکریلو نیتریل بوتادین استایرن تحت موده‌های درون صفحه‌ای را مطالعه کردند. آنان در ادامه به بررسی اختلاف مقادیر بدست آمده از دو آزمایش پرداختند. فرآیند ساخت گیره جدید نیز در این مطالعه ارائه شده است. علیها و بهمنی [۹] از آزمون خمش سه نقطه‌ای، شکست ترد پلی متیل متاکریلات تحت مود مرکب را بررسی کرده و مقادیر چقرمگی شکست را به ازای طول ترک‌های مختلف بدست آوردند. در این پژوهش مکانیک شکست الاستیک خطی ماده پلیمری پلی متیل متاکریلات مورد مطالعه قرار گرفته است. برای این کار با استفاده از بارهای بحرانی حاصل از آزمون کشش و روش ضرایب شدت تنش برای مصالح با رفتار خطی، مقادیر بحرانی ضریب شدت تنش و نرخ‌هایی انرژی کرنشی در مود کششی خالص، مود مرکب درون صفحه‌ای و مود برشی خالص و سه طول ترک مختلف محاسبه شده است. در نهایت با احراز شرایط کرنش صفحه‌ای، چقرمگی شکست این ماده پلیمری حاصل شد. هدف از انجام این پژوهش

مکانیک شکست الاستیک خطی است. در تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی پارامتری به نام چقرمگی شکست^۱ به عنوان معیاری از استحکام شکست مواد ترد تعریف شده است که با استفاده از ضرایب شدت تنش، سرعت آزادسازی انرژی یا انتگرال J محاسبه می‌شود. بنا بر تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی هرگاه ضرایب شدت تنش موجود در نوک ترک به چقرمگی شکست ماده ترک‌دار (که خاصیت ماده به شمار می‌رود) برسد، شکست ترد اتفاق می‌افتد. مقدار چقرمگی بر حسب پارامترهای ماکروسکوپی مانند بار خارجی اعمالی به قطعه، ابعاد هندسی قطعه و خواص فیزیکی و مکانیکی ماده و از روش‌های مناسب آزمایشگاهی معین می‌شود. هرچه چقرمگی شکست یک ماده بیشتر باشد، مقاومت آن در برابر رشد ترک نیز بیشتر است [۴].

در سال‌های اخیر روش‌های آزمایشگاهی مختلفی برای موده‌های مختلف شکست معرفی و استاندارد شده است. از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به روش تیر دابل یک سر گیردار^۲ برای آزمایش در مود یک شکست، روش IS_{II} بی^۳ برای آزمایش در مود برشی داخل صفحه و روش پیچش ترک انتهایی^۴ برای آزمایش در مود برشی خارج صفحه اشاره کرد. اما از آنجایی که بیشتر بارگذاری‌ها در حالت عمومی به صورت ترکیبی از دو یا سه مود اعمال می‌شود، روش‌های بسیاری نیز برای بررسی موده‌های مرکب مورد استفاده قرار گرفته‌اند. از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به روش خمش مود مرکب^۵ اشاره کرد که برای اندازه‌گیری پارامتر انرژی بحرانی شکست استفاده می‌شود. این روش در حقیقت ترکیبی از دو روش تیر یک سر گیردار دابل و خمش شیار انتهایی است که قابلیت ایجاد نسبت موده‌های مختلفی را داراست. اما در این روش برای بدست آوردن نتایج قابل قبول برای چقرمگی شکست تحت مود خالص I و II ، نیاز به نمونه‌ها و آزمایش‌هایی متفاوت است. از این رو ارائه روشی مناسب برای بدست آوردن همزمان چقرمگی شکست در حالات موده‌های خالص I و II و نسبت موده‌های مختلف لازم و ضروری است.

یان [۵] چقرمگی شکست یک ماده پلیمری را با دو روش الاستیک و الاستیک-پلاستیک به دست آورد. او دریافت که انتگرال J پارامتر بسیار دقیقی برای برآورد میزان انرژی رها شده می‌باشد و

- 1 Fracture Toughness
- 2 Double Cantilever Beam (DCB)
- 3 SLB
- 4 Edge Crack Torsion (ECT)
- 5 Mixed-Mode Bending (MMB)

- 6 Acrylonitrile Butadiene Styrene (ABS)
- 7 Semi-Circular Bend Specimen (SCB)
- 8 Maximum Tensile Stress (MTS)

آوردن نرخ رهایی انرژی کل G_T با یکدیگر جمع کرد [۱۰].
با تحلیل و آزمایش نشان داده شده است که حالت کرنش صفحه‌ای زمانی حاکم است که رابطه (۳) برقرار باشد:

$$t, a, \frac{w}{2} \geq 2.5 \left[\frac{K_Q}{\sigma_{YS}} \right]^2 \quad (3)$$

که K_Q ضریب شدت تنش مشروط و σ_{YS} تنش تسلیم ماده آزمایش می‌باشد. با برقراری رابطه (۳) همان K_Q خواهد بود [۱۱].

۳- آزمایش اصلاح شده آرکان

یکی از روش‌های اندازه‌گیری شکست مود مرکب، روش آرکان می‌باشد که برای نخستین بار در سال ۱۹۷۸ توسط آرکان و همکاران [۱۲] برای تست مواد کامپوزیتی طراحی و ساخته شد. آزمایش بر مبنای بارگذاری تک محوری نمونه ترک‌دار که بین دو قطعه فلزی جهت ترکیب موده‌های مشخص داخل صفحه، قرار گرفته، استوار است. در سال ۱۹۹۵ آمستوتز و همکاران [۱۳] با ایجاد سوراخ‌هایی در محیط دستگاه جهت اعمال بار، دستگاه را اصلاح نمودند. در واقع این روش، روش مناسبی جهت اندازه‌گیری مود اول و دوم و مود مرکب، تنها با استفاده از یک گیره برای آزمایش می‌باشد. نمونه آزمایش اصلاح شده آرکان، به شکل پروانه‌ای است که ترکی در لبه آن ایجاد شده است و نمونه در تماس کامل با فیکسچر است.

۱-۳- گیره اصلاح شده آرکان

در سال‌های اخیر طی تحقیقات متعددی که با استفاده از دستگاه آرکان صورت گرفته است، به تدریج نقایص این دستگاه بروز کرده و باعث احساس نیاز به طراحی دستگاه آزمایش جدید با رفع نقایص آن شده است. طراحی وسیله آزمایشی که این نقایص را رفع کند توسط چوپانی پایه‌گذاری شد [۶، ۱۰ و ۱۴]. نمای این گیره به همراه نمونه به کار رفته در این پژوهش، در شکل ۱ نشان داده شده است. نحوه طراحی گیره جدید به گونه‌ای است که تقارن کامل در آن رعایت می‌شود، لذا اثرات مود سوم در آن ایجاد نمی‌شود. به دلیل اینکه بیشینه تنش و تغییر مکان در قسمت مرکزی این گیره است، نمونه اصلی تحت کشش، در این ناحیه قرار گرفته و قطعاً شکست از این ناحیه خواهد بود. در این گیره

استخراج پارامترهای بحرانی شکست در زوایای مختلف بارگذاری و سه طول ترک مختلف و بررسی تأثیر آن‌ها بر مقادیر بحرانی ضریب شدت تنش و نرخ رهایی انرژی کرنشی می‌باشد.

۲- مکانیک شکست الاستیک خطی

مکانیک شکست الاستیک خطی ابزار مفیدی برای تحقیق در مورد ترک‌ها است. از دیدگاه مکانیک شکست برای پیش‌بینی شکست در پلیمرهای ترک‌دار کافی است، مقدار چقرمگی شکست ماده پلیمری معین گردد و سپس با مقایسه این مقدار با شرایط تنش موجود در نوک ترک، برای شکست قطعه پلیمری اظهار نظر شود. در حالی که وضعیت تنش و کرنش در نوک ترک منجر به شکست می‌شود، ضریب شدت تنش به مقدار بحرانی K_C می‌رسد. ضرایب شدت تنش بحرانی تحت مود یک و دو در نوک ترک یک نمونه کششی پیوسته از رابطه (۱) محاسبه می‌شود.

$$K_{IC} = \frac{P_C}{wt} \sqrt{\pi a} f_I(a/w) \quad (1)$$

که P_C بار بحرانی شکست، w عرض نمونه، t ضخامت نمونه، a طول ترک و $f\left(\frac{a}{w}\right)$ ضریب شدت تنش بی‌بعد^۱ است که توسط آنالیز المان محدود به دست می‌آید. به طریق مشابه K_{IIC} نیز با استفاده از $f_{II}\left(\frac{a}{w}\right)$ محاسبه می‌شود [۱۰].

نرخ رهایی انرژی کرنشی، تغییر خالص انرژی پتانسیل ناشی از گسترش ترک است. برای مواد الاستیک خطی با ترک لبه‌ای، مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی تحت مود یک و دو را می‌توان از رابطه (۲) به دست آورد.

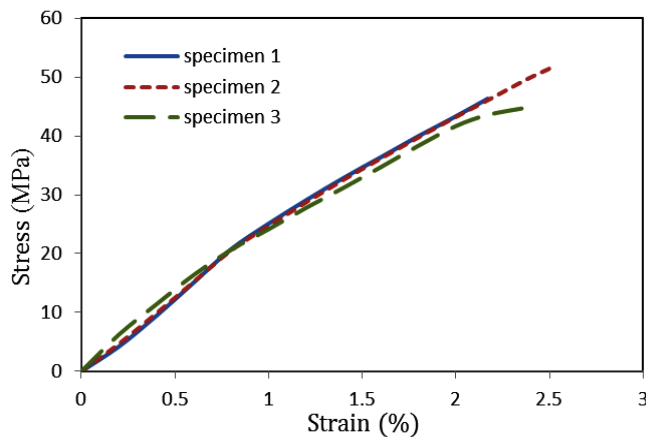
$$\begin{aligned} G_I &= \frac{K_I^2}{E'} \\ G_{II} &= \frac{K_{II}^2}{E'} \\ G_T &= G_I + G_{II} \end{aligned} \quad (2)$$

که برای شرایط تنش صفحه‌ای $E'=E$ و برای شرایط صفحه‌ای $E'=E/(1-\nu^2)$ می‌باشد. E مدول الاستیسیته و ν ضریب پواسون می‌باشد. در صورتی که نرخ رهایی انرژی کرنشی تمامی مودها معلوم باشد، سهم هر کدام از مودها را می‌توان برای به دست



شکل ۳: دستگاه آزمایش کشش با گیره اصلاح شده آرکان و نمونه کششی نصب شده روی آن

Fig.3: Tensile testing machine, modified Arcan and butterfly specimen installed on it



شکل ۴: منحنی‌های تنش-کرنش حاصل از آزمایش‌های کشش

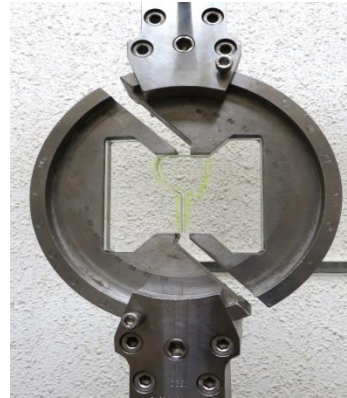
Fig.4: Load-displacement curves obtained from tensile tests

آزمایش کشش آدامل هومارگی^۱ ساخت کشور فرانسه مورد آزمایش قرار گرفت. نمایی از این دستگاه در شکل ۳ مشاهده می‌شود. حداکثر ظرفیت کشش دستگاه ۱۰ تن است.

منحنی‌های حاصل از آزمون‌های کشش تهیه و سپس به منحنی‌های تنش کرنش تبدیل شده‌اند. در شکل ۴ سه نمونه از این منحنی‌ها آورده شده است. نقطه ماکزیمم بر روی هر منحنی متناظر با محل تسلیم کامل نمونه تحت کشش است.

به تعداد ۳ عدد از نمونه‌های دمبلی تحت کشش قرار گرفتند. مدول الاستیسیته و تنش تسلیم پلیمر مورد استفاده در جدول ۱ ارائه شده است.

1 Adamel Lhomargy



شکل ۱: گیره اصلاح شده آرکان و نمونه پروانه‌ای به کار رفته در پژوهش
Fig.1: Schematic configuration of modified Arcan fixture and butterfly specimen

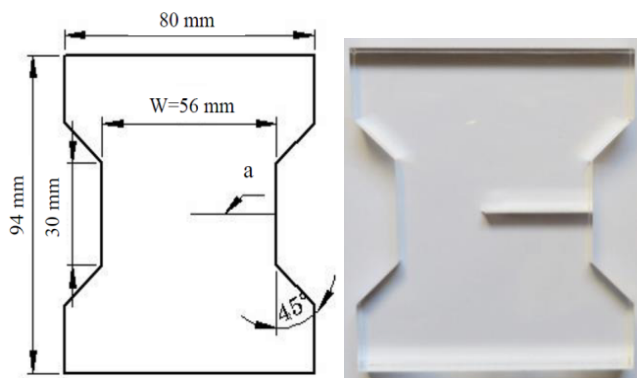


شکل ۲: نمونه آزمایش استاندارد کشش
Fig.2: Schematic of dog-bone tensile specimen

به جای اینکه بار توسط تعداد محدودی پین تحمل شود، توسط سطحی گسترده تحمل می‌شود که این امر مقاومت دستگاه را به میزان خیلی زیادی افزایش می‌دهد. همچنین در گیره جدید محدودیتی برای ضخامت نمونه وجود ندارد و نمونه با هر ضخامتی، بدون برهم زدن تقارن بارگذاری، قابل استفاده است. برخلاف گیره آرکان که در آن کاربرد برای جایگزینی نمونه آزمایش پروانه‌ای بزرگ به جای نمونه پروانه‌ای کوچک و یا برعکس، مجبور به باز و بسته کردن پیچ‌هایی می‌بود، در گیره جدید نیاز به چنین کاری نیست و به جای آن از یک قطعه واسطه که به صورت شیاری در گیره اصلی محکم می‌شود استفاده شده است. چنانکه تصویر گیره جدید نشان می‌دهد، از تعداد محدودی سوراخ جهت تغییر زاویه بارگذاری، از یک بخش نر و ماده T شکل استفاده شده است که بارگذاری در تمامی زوایا را ممکن می‌سازد و لذا امکان بررسی دقیق‌تر فراهم می‌شود [۱۵].

۴- مشخصات مکانیکی ماده

مشخصات مکانیکی این پلیمر از آزمایش‌های کشش نمونه‌های تهیه شده مطابق استاندارد ASTM D638 به دست آمده است [۱۶]. نمونه‌ای دمبلی شکل ۲ با ضخامت ۱۰ میلی‌متر و توسط دستگاه



شکل ۵: نمونه پروانه‌ای بزرگ به کار رفته در آزمون‌ها

Fig.5: Butterfly specimen used in tests

جدول ۲: مقادیر میانگین بار بحرانی شکست

Table.2: Average critical fracture loads (N)

نیروی بحرانی (N)	زاویه بارگذاری (degree)	طول ترک (mm)
۱۴۳۰	۰	۲۵/۲
۱۴۴۰	۴۵	۲۵/۲
۳۱۰۵	۹۰	۲۵/۲
۱۳۷۵	۰	۲۸
۱۳۸۰	۴۵	۲۸
۲۸۴۵	۹۰	۲۸
۱۲۳۱	۰	۳۰/۸
۱۳۱۰	۴۵	۳۰/۸
۲۶۱۵	۹۰	۳۰/۸

در منحنی‌های بار-جاب‌جایی ثبت شده توسط دستگاه کشش، نقطه ماکزیمم بر روی هر منحنی متناظر با بار بحرانی شکست است.

۶- تحلیل المان محدود

برای مطالعه ترک در مسائل شبه استاتیکی مکانیک شکست می‌توان از تخمین کانتور انتگرال استفاده کرد. انواع محاسبات کانتور انتگرال برای اجزاء عبارتند از: انتگرال J ، انتگرال C_T (برای خزش)، تنش T (برای مصالح خطی)، ضرایب شدت تنش برای مصالح با رفتار خطی [۲۳]. کانتور انتگرالی به‌کار رفته در این پژوهش ضرایب شدت تنش برای مصالح با رفتار خطی است.

جدول ۱: مشخصات مکانیکی نمونه‌های پلی‌متیل متاکریلات

Table.1: Mechanical properties of ymethylmethacrylate specimens

تنش تسلیم (MPa)	مدول الاستیسیته (MPa)	خواص مکانیکی
۴۶/۳۷	۲۰۴۴	نمونه ۱
۵۱/۴۷	۲۰۸۹	نمونه ۲
۴۴/۸۴	۱۹۳۵	نمونه ۳
۴۷/۵۶	۲۰۲۲/۶	میانگین

نمونه‌ها تنش تسلیم بالایی دارند به طوری که قبل از رسیدن به تنش تسلیم خود با ماهیت کاملاً شکننده دچار شکست می‌شوند. شکست معمولاً در نواحی دارای نقص فیزیکی، سطحی، ساختاری یا ناهماهنگی داخلی اتفاق می‌افتد. در اثر اعمال تنش، این نواحی به عنوان محل‌های تمرکز تنش عمل می‌کنند [۱۷].

۵- آزمایش‌های شکست

نمونه‌های آزمایش شکست به صورت پروانه‌ای بزرگ با ضخامت ۱۰ میلی‌متر و با نسبت طول ترک به پهنای نمونه ۰/۴۵، ۰/۵ و ۰/۵۵ تهیه شدند. برای شروع آزمایش‌های شکست، ابتدا گیره روی دستگاه کشش نصب گردید. با چرخش گیره مدرج، تست‌ها در مود یک، مود مرکب و مود دو مورد اجرا قرار گرفت. برای کاهش خطای آزمایش، سه نمونه در ۹ مرحله مورد آزمایش قرار گرفت و مقادیر میانگین به عنوان نتایج نهایی استخراج گردید. در شکل ۵ نمونه پروانه‌ای بزرگ به کار رفته در آزمایش قابل مشاهده است.

برای هر زاویه ابتدا یک نمونه تا بیشترین مقدار لازم، نزدیک به گسیختگی کامل بارگذاری شد تا هم نمودار کلی بار-جاب‌جایی برای آن و هم نحوه شروع و رشد ترک در آن زاویه شناخته شود. سپس بارگذاری متوقف و باربرداری کامل انجام شد. مقادیر بار بحرانی شکست در جدول ۲ گردآوری شده است. بنا بر مقادیر ارائه شده، با افزایش طول ترک نیروی کمتری برای انتشار ترک مورد نیاز است.

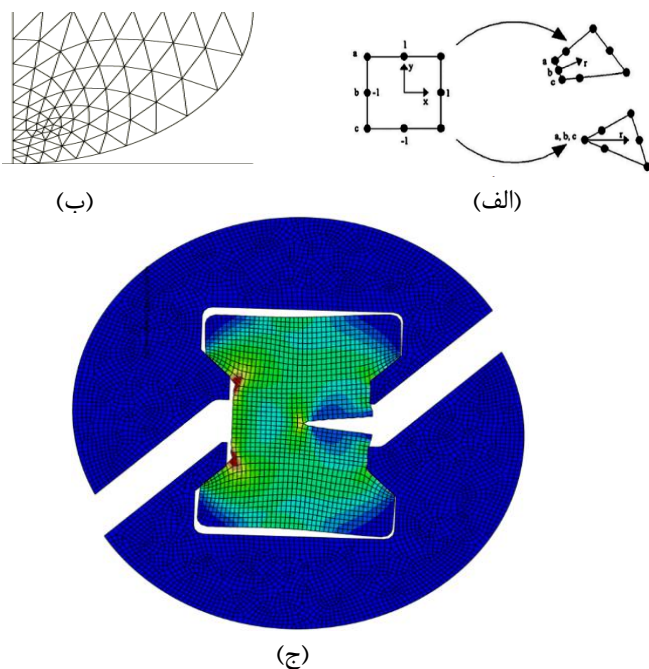
شکل ۶ آزمون شکست نمونه‌های پروانه‌ای تحت مودهای درون صفحه‌ای را نشان می‌دهد. الگوی رشد ترک برای ۳ نمونه نیز قابل مشاهده است.

در شکل ۷ منحنی‌های بار-جاب‌جایی برای نمونه با طول ترک ۲۸ میلی‌متر تحت مودهای درون صفحه‌ای نشان داده شده است.



شکل ۶: آزمایش شکست نمونه‌ها، بارگذاری در (الف) مود یک، (ب) مود مرکب ۴۵ درجه، (ج) مود دو

Fig.6: Overview of Butterfly specimen test: (a) pure mode-I (b) mixed mode (c) pure mode-II

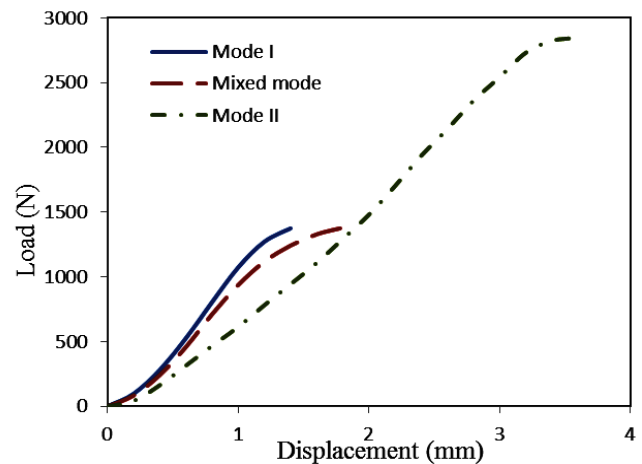


شکل ۸: (الف) الگوی المان بندی نمونه پروانه‌ای (CPEAR) (ب) الگوی المان بندی گیره (CPE6M) (ج) مش بندی گیره و نمونه در نرم افزار آباکوس بعد از اعمال بار

Fig.8: Finite-element mesh pattern of: (a) butterfly specimen (CPEAR) (b) fixture (CPE6M) (c) fixture including specimen, after applying of the load

را بعد از اعمال بار نشان می‌دهد.

اجزاء گیره و نمونه آزمایش بصورت کامل با یکدیگر درگیر و منطبق بوده و حرکت اصطکاکی بین آن‌ها در نظر گرفته نشده است. در این مطالعه شرایط استاندارد برای تحلیل‌های خطی المان محدود، شرایط کرنش صفحه‌ای و استفاده از میدان تکنیکی تنش در نوک ترک $1/\sqrt{r}$



شکل ۷: منحنی های بار-جابجایی به دست آمده از آزمون های شکست برای نمونه با طول ترک ۲۸ میلی متر تحت مودهای درون صفحه‌ای

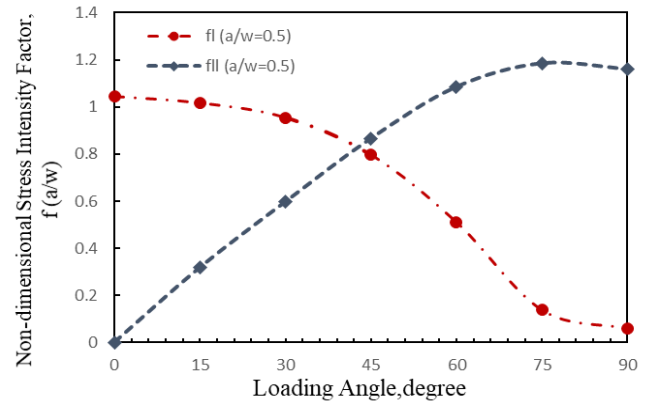
Fig.7: Load-displacement curves obtained at in-plane modes for crack length of 28mm

در ادامه برای بررسی رفتار مکانیک شکست پلیمر و استخراج مقادیر ضریب شدت تنش بی‌بعد، به مدل سازی دوبعدی نمونه و گیره در نرم افزار المان محدود آباکوس پرداخته شد. مطابق شکل ۸-الف نمونه شکست توسط المان‌های چهارگوش هشت گره‌ای^۱ CPEAR و گیره توسط المان‌های مثلثی شش گره‌ای^۲ CPE6M مدل شده‌اند و از ۱۰ کانتور در رأس ترک جهت محاسبه ضرایب شدت تنش استفاده شده است. کلیه نتایج ارائه شده در تحقیق حاضر، مربوط به مقادیر کانتور ششم می‌باشد. شکل ۸-ب الگوی مش بندی گیره و نمونه در نرم افزار آباکوس

- 1 Eight-Node Biquadratic, Reduced Integration
- 2 Six-Node Modified, With Hourglass Control

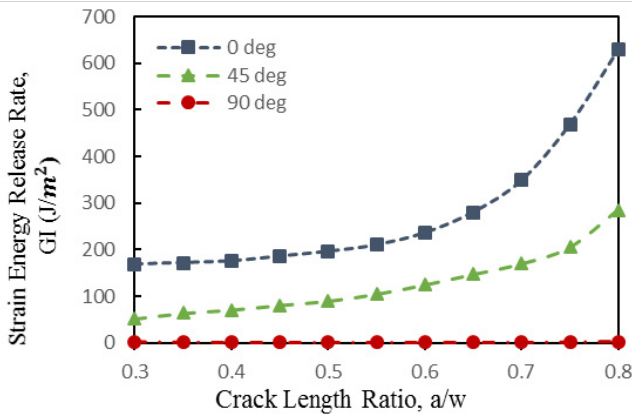
$f_{II}(\frac{a}{w})$ و نزول $f_I(\frac{a}{w})$ تا زاویه ۴۲/۷۶ درجه ادامه می‌یابد به طوری که در این زاویه تأثیر مود یک و مود دو شکست یکسان می‌شود و از زاویه ۴۲/۷۶ درجه به بعد مود دو، مود غالب شکست می‌شود و این روند تا زاویه ۹۰ درجه ادامه می‌یابد.

پارامترهای شدت تنش در مکانیک شکست خطی نقش مهمی را ایفا می‌کند. این پارامترها تأثیر بار یا تغییر شکل را بر روی اندازه تنش و کرنش در نوک ترک بصورت کمی بیان می‌کنند و تمایل را برای پیشرفت ترک یا اندازه نیروهای پیشران اندازه‌گیری می‌کنند. لذا در ادامه اثر طول ترک بر مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی تحت مودهای درون صفحه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور نسبت طول ترک به پهنا بین



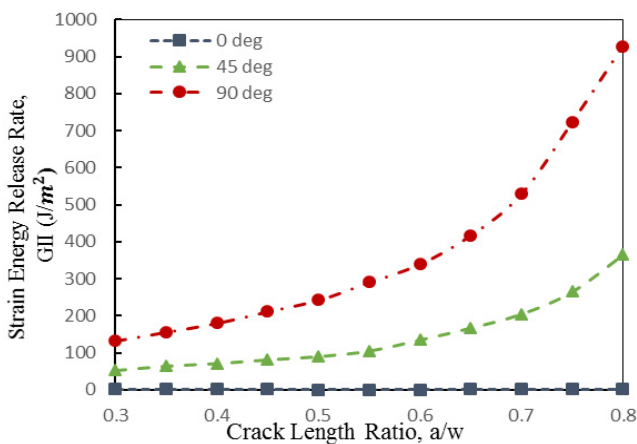
شکل ۹: تغییرات ضرایب شدت تنش بی بعد در برابر زوایای مختلف بارگذاری در نسبت طول ترک به پهنای ۰/۵

Fig.9: Non-dimensional stress intensity factors vs. loading angles at $a/w=0.5$.



شکل ۱۰: روند تغییرات مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی مود یک به ازای نسبت طول ترک به پهنای نمونه

Fig.10: Strain energy release rates vs. crack length ratio for pure mode-I



شکل ۱۱: روند تغییرات مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی مود دو به ازای نسبت طول ترک به پهنای نمونه

Fig.11: Strain energy release rates vs. crack length ratio for pure mode-II

می‌باشد و در المان‌های اطراف ترک گره‌های میانی به ۱/۴ فاصله خود تا نوک ترک منتقل شدند. تعداد المان‌ها برای نمونه پروانه‌ای ۲۳۸۲۰ و برای گیره ۴۳۲۱۰ و در مجموع ۶۷۰۳۰ اختیار شده است. همگرایی نتایج تغییر سازه‌ی مش با مینیمم کردن آیتم انرژی کرنشی مجازی^۱ بررسی شد. از سازه‌ی مش انتخابی به بعد تغییرات محسوسی در انرژی کرنشی مجازی مشاهده نشد. انرژی کرنشی مجازی بعلت استقلال از موقعیت المان، یکی از بهترین معیارهای کنترل همگرایی مش می‌باشد. انتخاب ضریب شدت تنش بعنوان خروجی برای تعیین همگرایی مش، قیاس صحیحی نیست چرا که این پارامتر وابسته به موقعیت و تعداد المان‌ها می‌باشد.

در ادامه مدل‌سازی نمونه به صورت ماده الاستیک و تحت بار ۱۰۰۰ نیوتن انجام پذیرفت. اعمال بار در زوایای بارگذاری ۰ تا ۹۰ درجه و به صورت متمرکز از سمت بالا و پایین (محل‌های اعمال بار از سمت دستگاه کشش) به گیره صورت گرفت و روند تغییر مقادیر ضریب شدت تنش در برابر زوایای مختلف بارگذاری و نسبت طول ترک به پهنای نمونه مورد بررسی قرار گرفت. شکل ۹ تغییرات ضرایب شدت تنش بی بعد برای نسبت طول ترک به پهنای ۰/۵ را در برابر زوایای مختلف بارگذاری نشان می‌دهد. همانطور که از نمودار مشاهده می‌شود ضریب شدت تنش بی‌بعد تحت مود کششی در زاویه صفر درجه مقدار بیشینه خود را دارد و با میل به مود دوم این ضریب کاهش یافته به طوری که در ۹۰ درجه تقریباً به صفر می‌رسد. ضریب شدت تنش تحت مود برشی، عکس رفتار مود کششی را طی می‌کند. نکته مهم دیگر این است که روند صعود پارامتر

۷-۲- بررسی صحت مقادیر چقرمگی شکست

مقادیر ضریب شدت تنش بحرانی مشروط محاسبه شد. با در نظر گرفتن مقادیر $0/028$ ، $0/0252$ ، و $0/0308$ متر برای طول ترک و $0/028$ متر برای نصف عرض و تنش تسلیم $47/58$ مگاپاسکال و ضخامت نمونه $0/01$ متر و مقایسه آن‌ها با مقادیر $2/5 \left[\frac{K_{IC}}{\sigma_{ys}} \right]^2$ مشاهده می‌شود که شرط ارائه شده در معادله (۳) ارضاء می‌شود. لذا شرایط کرنش صفحه‌ای در هر سه طول ترک و تحت مودهای داخل صفحه حاکم بوده و مقادیر ارائه شده در جدول ۳ مقادیر چقرمگی شکست می‌باشند.

۷-۳- محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی

با بهره‌گیری از مقادیر ضریب شدت تنش بحرانی و مشخصات مکانیکی پلیمر، پارامتر نرخ رهایی انرژی کرنشی در سه طول ترک تحت مودهای داخل صفحه، مطابق با رابطه (۲) مورد محاسبه قرار گرفته و در جدول ۴ گردآوری شد.

با توجه به جدول ۴ در یک طول ترک ثابت با افزایش زاویه بارگذاری، مقادیر برای نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی G_{IC} کاهش و برای G_{IIC} افزایش می‌یابد. بنا بر مادی بودن پارامتر چقرمگی شکست، با افزایش طول ترک مقادیر بحرانی مشاهده شده برای نرخ رهایی انرژی کرنشی بصورت کاملاً جزئی تغییر نموده است.

$0/3$ تا $0/8$ تعریف شد. همانطور که در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ مشخص است با افزایش طول ترک نرخ رهایی انرژی کرنش افزایش یافته است.

۷- تحلیل نتایج تجربی و عددی

۷-۱- محاسبه چقرمگی شکست

نهایتاً با استفاده از بارهای بحرانی و پارامترهای عددی، ضرایب شدت تنش بحرانی و نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی به ازای مود یک و مود دو خالص و مود مرکب 45 درجه به دست آمده و در جداول ۳ و ۴ ارائه شدند.

مقادیر بحرانی ضریب شدت تنش و نرخ رهایی انرژی کرنشی، پارامترهایی مستقل از اندازه و هندسه نمونه می‌باشند. لذا انتظار می‌رود با افزایش طول ترک از $25/2$ تا $30/8$ میلی‌متر، تغییری در مقادیر چقرمگی شکست مشاهده نشود. مطابق با جدول ۳ با افزایش طول ترک مقادیر چقرمگی شکست تقریباً ثابت مانده است.

در یک طول ترک ثابت با افزایش زاویه بارگذاری مقادیر ضریب شدت تنش بحرانی K_{IC} کاهش و مقادیر K_{IIC} افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است که مقادیر ارائه شده در جدول ۳ به فرض برقراری شرایط کرنش صفحه‌ای می‌باشد، بدین منظور صحت مقادیر در بخش ۷-۲ مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۳: مقادیر ضریب شدت تنش بحرانی در سه طول ترک، تحت مودهای داخل صفحه

Table.3: Critical stress intensity factors for PMMA at in-plane modes

طول ترک (mm)	زاویه بارگذاری (degree)	چقرمگی شکست تحت مود یک (MPa m ^{1/2})	چقرمگی شکست تحت مود دو (MPa m ^{1/2})
25/2	0	0/7643	----
25/2	45	0/5702	0/6211
25/2	90	----	1/7701
28	0	0/7601	----
28	45	0/5819	0/6328
28	90	----	1/7498
30/8	0	0/7101	----
30/8	45	0/5892	0/6389
30/8	90	----	1/7454

جدول ۴: مقادیر بحرانی نرخ رهایی انرژی کرنشی در سه طول ترک، تحت مودهای داخل صفحه
 Table.4: Critical strain energy release rate for PMMA at in-plane modes

طول ترک (mm)	زاویه بارگذاری (degree)	نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود یک (J/m ²)	نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود دو (J/m ²)	نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی کل (J/m ²)
۲۵/۲	۰	۲۵۳/۴۳	----	۲۵۳/۴۳
۲۵/۲	۴۵	۱۴۱/۰۵	۱۶۷/۳۰	۳۰۸/۳۵
۲۵/۲	۹۰	----	۱۳۵۹/۶۰	۱۳۵۹/۶۰
۲۸	۰	۲۵۰/۶۵	----	۲۵۰/۶۵
۲۸	۴۵	۱۴۶/۹۰	۱۷۳/۷۲	۳۲۰/۶۲
۲۸	۹۰	----	۱۳۲۸/۶۲	۱۳۲۸/۶۲
۳۰/۸	۰	۲۱۸/۷۰	----	۲۱۸/۷۰
۳۰/۸	۴۵	۱۵۰/۶۱	۱۷۷/۰۹	۳۲۷/۷۰
۳۰/۸	۹۰	----	۱۳۲۱/۰۴	۱۳۲۱/۰۴

میلی‌متر کاهش یافته است. این امر نشان می‌دهد انتشار ترک تحت مود دو با بار بیشتری امکان‌پذیر است و با افزایش طول ترک نیروی کمتری برای انتشار ترک مورد نیاز است.

نتایج ضریب شدت تنش بی‌بعد در زوایای مختلف برای نمونه با ضخامت ۱۰ میلی‌متر و نسبت طول ترک به پهنای ۰/۵ به دست آمد. ضرایب شدت تنش بی‌بعد تحت مود کششی در زاویه صفر درجه مقدار بیشینه خود را داراست و با میل به مود دوم این ضریب کاهش یافته به طوری که در ۹۰ درجه تقریباً به صفر می‌رسد. ضریب شدت تنش بی‌بعد تحت مود برشی عکس رفتار مود کششی را از خود نشان می‌دهد. بنا بر نتایج بدست آمده از تحلیل‌های المان محدود، برای زوایای بارگذاری کمتر از ۴۲/۶۷ درجه مود یک مود غالب شکست است و در زوایای بارگذاری بالاتر از ۴۲/۶۷ تا ۹۰ درجه مود دو مود غالب شکست است و افزایش سهم مود دو با کاهش سهم مود یک همراه است.

تغییرات نرخ رهایی انرژی کرنشی به تفکیک مود اول و مرکب و مود دوم برای نسبت طول ترک به عرض نمونه ارائه شد. نرخ رهایی انرژی کرنشی از جمله عوامل محرک برای شکست می‌باشد. لذا با افزایش در مقدار نسبت طول ترک به پهنای، مقادیر ضریب شدت تنش و متعاقب آن، نرخ رهایی انرژی کرنشی مودهای درون صفحه‌ای افزایش می‌یابد.

در انتها جهت حصول اطمینان از صحت فرض‌های انجام شده و استخراج صحیح مقادیر بار بحرانی شکست، تنش تسلیم، مدول الاستیسیته و چقرمگی شکست برای پلیمر پلی‌متیل متاکریلات، نتایج حاصل شده با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۹] مقایسه شد. تطابق قابل قبولی بین نتایج مشاهده می‌شود که بیانگر صحت مفروضات و مدل‌سازی انجام شده در تحقیق حاضر می‌باشد.

۸- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

همانطور که مشاهده شد، برای محاسبه چقرمگی بحرانی شکست به روش آرکان، نیازمند استفاده از روش‌های عددی نیز در کنار روش‌های آزمایشگاهی هستیم. این موضوع این تحقیق را به پژوهشی چند بخشی در زمینه‌های مختلف در میدان مهندسی مکانیک تبدیل کرده است. در این راستا با بهره‌گیری از منحنی‌های بار-جاب‌جایی به دست آمده از آزمون‌های کشش نمونه دمبلی شکل، مشخصات مکانیکی پلیمر محاسبه گردید. مقادیر میانگین مدول الاستیسیته و تنش تسلیم برای پلیمر پلی‌متیل متاکریلات به ترتیب برابر است با ۴۷/۵۶ و ۲۰۲۲/۶۶ مگاپاسکال.

مقادیر میانگین بار بحرانی شکست در سه طول ترک و سه مود بارگذاری ارائه گردید. با مقایسه مقادیر می‌توان نتیجه گرفت، بار بحرانی از مود یک به مود دو افزایش و از طول ترک ۲۵/۲ تا ۳۰/۸

علائم یونانی

α	زاویه بارگذاری (درجه)
ν	ضریب پواسون
σ_{ys}	تنش تسلیم (MPa)

مراجع

- [1] Carrillo-Sánchez, F., G. Canche-Escamilla, and P. Herrera-Franco, A study of the fracture toughness of acrylic composites using the essential work of fracture method. *Polymer Testing*, 2010. 29(5): p. 565-571.
- [2] Shokrieh, M. and A. ZEINEDINI, PREDICTION OF STRAIN ENERGY RELEASE RATE OF ASYMMETRIC DOUBLE CANTILEVER COMPOSITE BEAM IN MIXED-MODE I/II DELAMINATION USING EQUIVALENT LAY-UP FOR MIXED-MODE I/II DELAMINATION. 2014.
- [3] Anderson, T.L. and T.L. Anderson, *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. 2005: CRC press.
- [4] MOHAMMAD, A.M. and E.M.R. AYAT, *Fracture Toughness Evaluation for Brittle Polymers under Combined Tensile-shear Loading*. 2008.
- [5] Yan, J., et al., Evaluation of fracture toughness of human dentin using elastic-plastic fracture mechanics. *Journal of Biomechanics*, 2008. 41(6): p. 1253-1259.
- [6] Oskui, A.E.h. and N. Choupani, *Development & Design of an Experimental Setup for Determining of Mixed Mode Fracture Toughness*. MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Sahand University of
- [7] Ayatollahi, M., M. Aliha, and M. Hassani, Mixed mode brittle fracture in PMMA—an experimental study using SCB specimens. *Materials Science and Engineering: A*, 2006. 417(1-2): p. 348-356.
- [8] Oskui, A.E.h., N. Choupani, and M. Shameli, 3D characterization of mixed-mode fracture toughness of materials using a new loading device. *Latin*

بنا بر استقلال مقادیر بحرانی ضریب شدت تنش و نرخ رهایی انرژی کرنشی از هندسه نمونه، با افزایش طول ترک از $۲۵/۲$ تا $۳۰/۸$ میلی‌متر، تغییری در مقادیر بحرانی بدست آمده برای پارامترهای نام برده مشاهده نشد. هم‌چنین در یک طول ترک ثابت، با افزایش زاویه بارگذاری مقادیر ضریب شدت تنش بحرانی K_{IC} کاهش و مقادیر K_{IIC} افزایش می‌یابد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

a	طول ترک (mm)
E	مدول الاستیسیته (MPa)
f_I	ضریب شدت تنش بی‌بعد تحت مود I
f_{II}	ضریب شدت تنش بی‌بعد تحت مود II
$f\left(\frac{a}{w}\right)$	ضریب شدت تنش بی‌بعد
G_I	نرخ انرژی کرنشی آزاد شده تحت مود I (Jm^{-2})
G_{II}	نرخ انرژی کرنشی آزاد شده تحت مود II (Jm^{-2})
G_T	نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی کل (Jm^{-2})
G_{IC}	نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی تحت مود I (Jm^{-2})
G_{IIC}	نرخ انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی تحت مود II (Jm^{-2})
K_I	ضریب شدت تنش تحت مود I ($MPa m^{1/2}$)
K_{II}	ضریب شدت تنش تحت مود II ($MPa m^{1/2}$)
K_{IC}	ضریب شدت تنش بحرانی تحت مود I ($MPa m^{1/2}$)
K_{IIC}	ضریب شدت تنش بحرانی تحت مود II ($MPa m^{1/2}$)
K_Q	ضریب شدت تنش مشروط ($MPa m^{1/2}$)
P_C	بار شکست (N)
P_Q	نیروی معادل با نیروی لازم برای گسترش ترک (N)
t	ضخامت نمونه (mm)
w	عرض نمونه (mm)

- investigation of the mixed-mode delamination in Arcan laminated specimens. *Materials Science and Engineering: A*, 2008. 478(1-2): p. 229-242.
- [15] Shameli, M., N. Choupani, and M.K. Razavi, Measurement of Mixed-mode Fracture Toughness of Polypropylene using Multi-specimen J-integral Method. *Modares Mechanical Engineering*, 2016. 16(4): p. 333-344.
- [16] Chong, A.C., et al., Fracture toughness and fatigue crack propagation rate of short fiber reinforced epoxy composites for analogue cortical bone. *Journal of biomechanical engineering*, 2007. 129(4): p. 487-493.
- [17] Haddadi, E., N. Choupani, and F. Abbasi, Experimental and Numerical Investigation of Mode II Fracture Toughness of Rubber-Toughened Polymethyl Methacrylate by Using the Essential Fracture Work. *Modares Mechanical Engineering*, 2016. 16(3): p. 132-140.
- [18] ABAQUS, A., Standard User's manual Version 6.5 Hibbit. Karlsson & Sorensen Inc., Pawtucket, RI, USA, 2004.
- [19] Howard, S., *Materials Data Book 2003 Edition*. 2003, Cambridge University Engineering Department, Cambridge, UK.
- American Journal of Solids and Structures*, 2016. 13(8): p. 1464-1482.
- [9] Aliha, M., A. Bahmani, and S. Akhondi, Mixed mode fracture toughness testing of PMMA with different three-point bend type specimens. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2016. 58: p. 148-162.
- [10] Oskui, A.E.h., N. Choupani, and E. Haddadi, Experimental and numerical investigation of fracture of ABS polymeric material for different sample's thickness using a new loading device. *Polymer Engineering & Science*, 2014. 54(9): p. 2086-2096.
- [11] Khaliji, V., M. Yazdani, and N. Choupani, Experimental Determination of Translaminar Fracture Toughness of a woven glass epoxy composite Using New Fixture. *Modares Mechanical Engineering*, 2016. 15(11): p. 330-338.
- [12] Arcan, M., Z.a. Hashin, and A. Voloshin, A method to produce uniform plane-stress states with applications to fiber-reinforced materials. *Experimental mechanics*, 1978. 18(4): p. 141-146.
- [13] Amstutz, B.E., et al., An experimental study of CTOD for mode I/mode II stable crack growth in thin 2024-T3 aluminum specimens, in *Fracture Mechanics: 26th Volume*. 1995, ASTM International.
- [14] Choupani, N., Experimental and numerical