

## جستجوی ترک در ورق‌های کمانش یافته به کمک روش المان کوادراتور دیفرانسیلی و روش برنامه‌نویسی مرتبه دوم متوالی

حسام مکنونی، شاپور مرادی\*، داود پورویس، کورش حیدری شیرازی

دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت:

بازنگری:

پذیرش:

ارائه آنلاین:

### کلمات کلیدی:

تشخیص ترک

ورق کمانش یافته

روش المان کوادراتور دیفرانسیلی

الگوریتم برنامه‌نویسی مرتبه دوم متوالی

**چکیده:** در این پژوهش، روشی جهت شناسایی ترک در سازه‌های ورقی کمانش یافته با استفاده از روش المان کوادراتور دیفرانسیلی و روش برنامه‌نویسی مرتبه دوم متوالی ارائه شده است. پژوهش پیش‌رو شامل دو گام اساسی می‌باشد. در گام نخست روشی جهت محاسبه فرکانس‌های ورق‌های کمانش یافته ترک‌دار ارائه شده است. در اینجا ترک به صورت باز در نظر گرفته شده و به کمک فنرهای چرخشی خطی مدل‌سازی گردیده است. معادلات حاکم بر رفتار ورق مورد نظر با در نظر گرفتن تاثیر تغییرشکل‌های برشی و نقص هندسی اولیه استخراج شده است. پس از آن با در نظر گرفتن پاسخ به صورت مجموع تغییرشکل‌های استاتیکی (پس از کمانش) و دینامیکی (ارتعاشات) معادلات موجود به دو دستگاه معادلات دیفرانسیل پس از کمانش (مستقل از زمان) و ارتعاشات تبدیل شده است. با کمک تحلیل مقادیر ویژه معادلات دینامیکی بدست آمده، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات ورق ترک‌دار حول حالت کمانش یافته آن حاصل می‌شود. در گام دوم با استفاده از روش ارائه شده در گام نخست و با کمک روش بهینه‌سازی برنامه‌نویسی مرتبه دوم متوالی، الگوریتمی جهت تعیین خصوصیات ترک در سازه به کمک فرکانس‌های ارتعاشات طبیعی سازه ارائه شده است در این مرحله مجموع وزنی مربعات خطای بین فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده و فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده به کمک تحلیل مودال تجربی، به عنوان تابع هزینه انتخاب شده و به کمک مینیمم‌سازی این تابع، خصوصیات ترک در سازه تعیین می‌گردد. به منظور بررسی صحت و دقت روش معرفی شده، آزمایش‌های تجربی انجام شده که نتایج حاصل موید توانایی این روش در تخمین پارامترهای ترک می‌باشد.

### ۱- مقدمه

این روش‌ها به منظور استفاده در ورق‌ها از حالت یک‌بعدی به حالت دوبعدی گسترش یافته‌اند. یون و همکاران [۱] روش یک‌بعدی جی.اس.ام ابداع شده توسط راتکلیف [۲] را به منظور بررسی ورق‌ها به حالت دوبعدی گسترش دادند. در این روش به کمک شکل مودهای سازه یا شکل خیز عملیاتی سازه، انحنای سازه معیوب محاسبه شده و سپس این انحنا با انحنای سازه سالم که به وسیله میانبایی بدست می‌آید، مقایسه می‌گردد و به کمک آن محل عیوب مشخص می‌شود. کروئول و همکاران [۳] روش عیب‌یابی بر مبنای انرژی کرنشی، ابداع شده توسط استابس و کیم [۴] را از حالت یک‌بعدی به حالت دوبعدی گسترش دادند. این روش بر مبنای مقایسه انرژی کرنشی ورق قبل و بعد از ایجاد ترک عمل می‌کند و در نتیجه نیاز به داده‌های ورق سالم و معیوب به طور همزمان دارد. همچنین در یافتن عیوب کوچک موفق نیست و تنها می‌تواند محل عیوب بزرگ را به خوبی بیابد. این روش هیچ نوع اطلاعاتی در رابطه با اندازه و عمق ترک ارائه نمی‌دهد. حاجی لئونتیادیس و دوکا [۵] تحلیل کرتوسیس که پیش از این توسط حاجی لئونتیادیس [۶] برای تحلیل تیرها بکار می‌رفت را به منظور جستجوی ترک در ورق‌ها بکار بردند. آن‌ها از تغییرات ناگهانی نمودار دوبعدی کرتوسیس سیگنال به منظور یافتن محل ترک، و از میزان محتوای انرژی سیگنال دوبعدی کرتوسیس به منظور یافتن عمق و طول ترک استفاده نمودند. چانگ و چن [۷] روش تبدیل موجک یک‌بعدی را بر روی داده‌های شکل مود در راستای  $x$  و  $y$  اعمال نمودند. همچنین فن و کیاو [۸] از تبدیل موجک پیوسته دوبعدی

ورق‌ها از سازه‌های پر کاربرد در مهندسی می‌باشند. توانایی ورق‌ها در تحمل بارهای بیش از بار بحرانی موجب استفاده از آن‌ها در کاربردهای خاص هوافضا، میکروسویچ‌ها و غیره شده است. اما همین بارها و تغییر شکل‌های ناشی از آن‌ها، ورق‌ها را مستعد ایجاد ترک می‌گرداند. با توجه به آنکه وجود ترک در سازه خطر خرابی ناگهانی را به شدت افزایش می‌دهد محققین بسیاری به بررسی روش‌هایی جهت جستجوی ترک در سازه‌ها پرداخته‌اند. امروزه استفاده از روش‌های غیرمخرب جستجوی عیوب در سازه‌ها نقش مهم و حیاتی در ایمنی سازه‌ها بر عهده دارد. روش‌های غیرمخرب متعدد تشخیص عیوب را می‌توان بر اساس جستجوی موضعی یا کلی عیوب به دو گروه عمده تقسیم نمود. اصولاً روش‌های تشخیص عیوب موضعی دارای محدودیتهای خاصی هستند. به عنوان مثال علاوه بر نیاز به در دسترس بودن سطوح مورد آزمایش، بایستی محدوده درست وجود عیب نیز به دقت بررسی گردد. به منظور غلبه بر این محدودیت‌ها، روش‌های جستجوی عیوب بر مبنای پاسخ ارتعاشی ابداع گردیدند. ایده اساسی روش‌های عیب‌یابی بر مبنای پاسخ ارتعاشی بر اساس تغییر خواص مودال سازه (فرکانس طبیعی، شکل مود و غیره) ناشی از وجود عیب است.

با توجه به مطالعات گسترده‌ای که در زمینه عیب‌یابی سازه‌های تیر مانند با استفاده از پارامترهای مودال سازه صورت پذیرفته است، بسیاری از

عمق ترک‌های سراسری در ورق‌های مستطیلی تحت بار، به کمک بررسی تغییرات فرکانس‌های طبیعی ورق، ارائه نمودند. آن‌ها ترک را به صورت باز در نظر گرفته و از اثرات غیرخطی آن صرف‌نظر نمودند.

دینه-کونگ و همکاران [۱۹] با کمک روش اجزا محدود و الگوریتم بهینه‌سازی تکامل دیفرانسیل اصلاح شده، روشی را برای جستجوی ترک در سازه‌های ورقی ارائه نمودند. روش بهینه‌سازی استفاده شده توسط آن‌ها توانایی بهبود جستجوی کلی و محلی را در هر نسل دارد و به این طریق موجب افزایش سرعت همگرایی حل می‌گردد. نیکنام و حسینی [۲۰] روش بهینه‌سازی رقابت مستعمراتی را جهت تخمین مشخصات ترک به کمک فرکانس‌ها و شکل مودهای ارتعاشات طبیعی ورق ارائه نمودند. مرادی و جمشیدی مقدم [۲۱] به کمک الگوریتم بهینه‌سازی زنبور عسل روشی را به منظور جستجوی ترک در تیرهای کمانش‌یافته ارائه نمودند. آن‌ها به منظور حل معادلات حاکم بر ارتعاشات تیرهای کمانش‌یافته ترک‌دار از روش کوادراتور دیفرانسیلی استفاده نمودند.

با توجه به اهمیت تشخیص ترک در ورق‌های کمانش‌یافته، در این پژوهش روشی جهت جستجوی ترک در این سازه‌ها ارائه می‌گردد. به این منظور ابتدا روشی جهت بررسی تاثیر پارامترهای ترک بر خواص مودال ورق‌های کمانش‌یافته ارائه شده و پس از آن به کمک الگوریتم بهینه‌سازی برنامه‌نویسی مرتبه دوم متوالی، روشی جهت تعیین خواص ترک به کمک فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات ورق کمانش‌یافته ارائه شده است. به منظور بررسی صحت عملکرد روش ارائه شده، ابتدا توانایی این روش به کمک فرکانس‌های طبیعی حاصل از حل عددی بررسی شده و پس از آن به کمک فرکانس‌های حاصل از آزمایش‌های تجربی توانایی روش مورد نظر در تعیین خصوصیات ترک بررسی شده است. نتایج بدست آمده نشانگر دقت و صحت عملکرد روش ارائه شده می‌باشد.

## ۲- فرمولاسیون ورق ترک‌دار

### ۲-۱- مدل‌سازی ترک

ابتدا به منظور بررسی ارتعاشات آزاد ورق کمانش‌یافته ترک‌دار، ورقی را مشابه با شکل ۱ با یک ترک موازی با ضلع ورق در نظر می‌گیریم. ورق مورد نظر به طول  $a$ ، عرض  $b$ ، ضخامت  $h$ ، با ترکی به عمق  $h_c$ ، طول  $L_c$  و مکان  $l_c$  می‌باشد که تحت نیروی فشاری تک محوره  $P$  قرار دارد. می‌توان مشاهده نمود که ترک در جهت عمود بر بار فشاری قرار دارد.

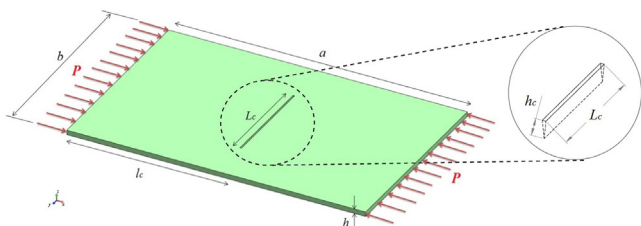


Fig. 1.

شکل ۱: ورق ترک‌دار تحت بار فشاری تک محوره.

شکل مودهای ورق ترک‌دار به منظور یافتن محل و شکل تقریبی ترک استفاده نمودند.

فو و همکاران [۹] روشی جهت تشخیص ترک در صفحات به کمک پاسخ دینامیکی سازه ارائه نمودند. در این روش وجود ترک به صورت کاهش موضعی در مدول الاستیسیته صفحه در نظر گرفته شده است. ابتدا رفتار صفحه با حل ارتعاشات اجباری صفحه به کمک روش انتگرال‌گیری مستقیم نیومارک مورد بررسی قرار گرفته و سپس جستجوی ترک به کمک روش به‌روز نمودن مدل اجزا محدود صورت می‌گیرد. روش ابداع شده توانایی جستجوی یک و یا چند ترک را دارد. لین و یوان [۱۰] با استفاده از روش مهاجرت، که در زمین‌شناسی جهت شناسایی پدیده‌های موجود در اعماق زمین به کار می‌رود، به جستجوی ترک در ورق‌ها پرداختند. به این منظور از پیروالکترونیک‌ها هم به‌عنوان تحریک کننده و هم به‌عنوان سنسور جمع‌آوری امواج استفاده نمودند. در این روش پس از القا امواج در ورق به کمک تحریک کننده پیروالکترونیک، روش مهاجرت بر روی امواج بازتابنده شده از عیوب ورق اعمال گردیده و اندازه، جهت و محل ترک‌ها مشخص می‌گردد. مرادی و علی‌موری [۱۱] با استفاده از روش کوادراتور دیفرانسیلی، به بررسی رفتار ارتعاشاتی یک ورق مستطیلی ترک‌دار پرداختند. آن‌ها پس از تقسیم ورق به ۶ ناحیه در اطراف ترک و انتخاب شرایط مرزی و پیوستگی مناسب، روش کوادراتور دیفرانسیلی را به معادلات حاصل اعمال نموده و فرکانس‌های طبیعی ورق ترک‌دار را استخراج نمودند. پس از آن به کمک الگوریتم بهینه‌سازی زنبور عسل، روشی را جهت تعیین مکان، طول و عمق ترک، ارائه نمودند.

هوربیه و واتانابه [۱۲] با استفاده از الگوریتم ژنتیک روشی را جهت جستجوی ترک در ورق‌ها بر مبنای تغییرات فرکانس ارائه نمودند. آن‌ها به منظور محاسبه فرکانس‌های ورق از مدل اجزا محدود استفاده نمودند. یادآور نیک‌روش و نظامی‌وند چگینی [۱۳] با استفاده از تبدیل موجک گسسته شکل مود اول، روشی را جهت جستجوی ترک در ورق‌های ترک‌دار با دو ترک سراسری ارائه نمودند. آن‌ها از تحلیل حساسیت تبدیل موجک به منظور شناسایی عمق نسبی ترک‌ها استفاده نمودند. یارک و همکاران [۱۴] با استفاده از آزمون جریان‌های گردابی و با کمک تبدیل فوریه روشی را جهت جستجوی ترک‌های زیرسطحی در ورق‌های فولادی ضدزنگ ارائه نمودند. جینگ‌پین و همکاران [۱۵] با استفاده از روش اختلاط موج لمب غیرخطی، روشی را جهت جستجوی میکروتُرک‌ها در ورق‌ها ارائه نمودند. ساندش و شانکار [۱۶] با استفاده از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ازدحام ذرات، روشی را برای جستجوی ترک بر مبنای محاسبه شتاب نقاط خاصی از ورق ارائه نمودند. لم و یین [۱۷] روش دو مرحله‌ای را جهت جستجوی چند ترک در ورق ارائه نمودند. در گام نخست با استفاده از روش انتخاب کلاس مدل بی‌زین تعداد ترک‌ها در ورق را محاسبه نموده و در گام دوم با استفاده از تابع بروزسانی شده چگالی احتمال خصوصیات ترک اعم از طول و عمق را یافتند. خادم و رضایی [۱۸] مدل تحلیلی را جهت تعیین محل و

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} [v_{,yy} + w_{,yy} w_{,y} + w_{,yy} w_{0,y} + w_{,y} w_{0,yy} + \nu(u_{,xy} + w_{,xy} w_{,x} + w_{,xy} w_{0,x} + w_{,x} w_{0,xy})] + \frac{Eh}{2(1+\nu)} [u_{,xy} + v_{,xx} + w_{,xy} w_{,x} + w_{,x} w_{,xy} + w_{0,xx} w_{,y} + w_{0,x} w_{,xy} + w_{,xx} w_{0,y} + w_{,x} w_{0,xy}] = \mu \ddot{v} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & K_s Gh(\alpha_{,x} + w_{,xx}) + K_s Gh(\beta_{,y} + w_{,yy}) + \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} (u_{,xx} w_{,x} + w_{,xx} w_x^2 + w_{,xx} w_{0,x} w_{,x} + w_{,x}^2 w_{0,xx} + \nu(v_{,xy} w_{,x} + w_{,xy} w_{,x} w_{,y} + w_{,xy} w_{,x} w_{0,y} + w_{0,xy} w_{,x} w_{,y})) + \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} (u_{,xx} w_{0,x} + w_{,xx} w_{0,x} w_{,x} + w_{,xx} w_{0,x}^2 + w_{0,xx} w_{0,x} w_{,x} + \nu(v_{,xy} w_{0,x} + w_{,xy} w_{0,x} w_{,y} + w_{,xy} w_{0,x} w_{0,y} + w_{0,xy} w_{0,x} w_{,y})) + \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} (u_{,x} w_{,xx} + \frac{1}{2} w_{,xx} w_x^2 + w_{,xx} w_{0,x} w_{,x} + \nu(v_{,xy} w_{,xx} + \frac{1}{2} w_{,xx} w_{,y}^2 + w_{,y} w_{,xx} w_{0,y})) + \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} (u_{,x} w_{0,xx} + \frac{1}{2} w_{0,xx} w_x^2 + w_{0,xx} w_{0,x} w_{,x} + \nu(v_{,y} w_{0,xx} + \frac{1}{2} w_{0,xx} w_{,y}^2 + w_{,y} w_{0,xx} w_{0,y})) + \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} (v_{,yy} w_{,y} + w_{,yy} w_{,y}^2 + w_{,yy} w_{0,y} w_{,y} + w_{,yy}^2 w_{0,yy} + \nu(u_{,xy} w_{,y} + w_{,xy} w_{,x} w_{,y} + w_{,xy} w_{,y} w_{0,x} + w_{0,xy} w_{,x} w_{,y})) + \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} (v_{,yy} w_{0,y} + w_{,yy} w_{0,y} w_{,y} + w_{,yy} w_{0,y}^2 + w_{0,yy} w_{0,y} w_{,y} + \nu(u_{,xy} w_{0,y} + w_{,xy} w_{0,y} w_{,x} + w_{,xy} w_{0,x} w_{0,y} + w_{0,xy} w_{0,y} w_{,x})) + \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} (v_{,y} w_{,yy} + \frac{1}{2} w_{,yy} w_{,y}^2 + w_{0,yy} w_{,y} w_{,y} + \nu(u_{,x} w_{,yy} + \frac{1}{2} w_{,yy} w_x^2 + w_{,x} w_{,yy} w_{0,x})) + \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} (v_{,y} w_{0,yy} + \frac{1}{2} w_{0,yy} w_{,y}^2 + w_{0,yy} w_{,y} w_{,y} + \nu(u_{,x} w_{0,yy} + \frac{1}{2} w_{0,yy} w_x^2 + w_{,x} w_{0,yy} w_{0,x})) + \\ & \frac{Eh}{2(1+\nu)} (u_{,xy} w_{,y} + v_{,xx} w_{,y} + w_{,xx} w_{,y}^2 + w_{,xy} w_{,x} w_{,y} + w_{0,xx} w_{,y}^2 + w_{,xy} w_{0,x} w_{,y} + w_{,xx} w_{0,y} w_{,y} + w_{,xy}^2 w_{,x} w_{,y})) + \\ & \frac{Eh}{2(1+\nu)} (u_{,xy} w_{0,y} + v_{,xx} w_{0,y} + w_{,xx} w_{,y} w_{0,y} + w_{,xy} w_{,x} w_{0,y} + w_{0,xx} w_{,y} w_{0,y} + w_{,xy} w_{0,x} w_{0,y} + w_{,xx} w_{0,y}^2 + w_{,xy}^2 w_{0,y} w_{,x})) + \\ & \frac{Eh}{2(1+\nu)} (u_{,yy} w_{,x} + v_{,xy} w_{,x} + w_{,xy} w_{,x} w_{,y} + w_{,yy} w_{,x}^2 + w_{,xy} w_{,x} w_{0,y} + w_{,yy} w_{,x}^2) + \\ & \frac{Eh}{2(1+\nu)} (u_{,yy} w_{0,x} + v_{,xy} w_{0,x} + w_{,xy} w_{0,x} w_{,y} + w_{,yy} w_{0,x}^2 + w_{,xy} w_{0,x} w_{0,y} + w_{,yy} w_{,x} w_{0,x}) + \\ & \frac{Eh}{(1+\nu)} (u_{,y} w_{,xy} + v_{,x} w_{,xy} + w_{,xy} w_{,x} w_{,y} + w_{,yy} w_{,x} w_{0,x}) + \\ & \frac{Eh}{(1+\nu)} (u_{,y} w_{0,xy} + v_{,x} w_{0,xy} + w_{,xy} w_{0,x} w_{,y} + w_{,yy} w_{0,x} w_{0,y}) = \mu \ddot{w} \end{aligned} \quad (6)$$

همانگونه که اشاره شد وجود ترک موجب افزایش موضعی نرمی ورق در محل ترک می‌گردد. این نرمی اضافی موجب ناپیوستگی شیب در دو سوی ترک می‌شود. لذا به منظور محاسبه این اختلاف شیب، به کمک روابط مکانیک شکست و تعریف ضریب شدت تنش مود اول ترک، می‌توان میزان افزایش شیب را به صورت رابطه (۱) محاسبه نمود [۲۲]:

$$\theta = \frac{12(1-\nu^2)}{E} \sigma_b \alpha_{bb} \quad (1)$$

در اینجا  $\alpha_{bb}$  ضریب نرمی خمشی بدون بعد و  $\sigma_{bb}$  تنش خمشی اسمی در امتداد عمود بر ترک می‌باشد. مقدار  $\alpha_{bb}$  را می‌توان به صورت رابطه (۲) محاسبه نمود:

$$\alpha_{bb} = \frac{1}{h} \int_0^{h_c} g_b^2 dh_c \quad (2)$$

در اینجا  $g_b$  تابعی بدون بعد از عمق نسبی ترک ( $\xi = h_c / h$ ) است که می‌توان آن را از رابطه (۳) بدست آورد [۲۳]:

$$g_b = \left( \begin{matrix} \left( \begin{matrix} 1.1202 - 1.8872\xi + 18.0143\xi^2 \\ -87.3851\xi^3 + 241.9124\xi^4 \\ -319.9402\xi^5 + 168.0105\xi^6 \end{matrix} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

در این رابطه  $0.7 < \xi < 1$  می‌باشد. در اینجا بایستی توجه نمود که روش ارائه شده جهت مدل‌سازی ترک، تنها برای ترک‌های باز کاربرد دارد و این روش توانایی مدل‌سازی ترک‌های بسته و یا تنفس کننده را ندارد. لذا این روش تنها محدود به حالاتی است که ترک همواره باز باشد.

## ۲-۲- معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق

با در نظر گرفتن تاثیر تغییر شکل‌های برشی به کمک تئوری میندلین و با در نظر گرفتن تاثیر وجود نقص اولیه هندسی در روابط کرنش-جابجایی ون کارمن، معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق مطابق  $E$  روابط (۴) تا (۸) حاصل می‌گردد.

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} [u_{,xx} + w_{,xx} w_{,x} + w_{,xx} w_{0,x} + w_{,x} w_{0,xx} + \nu(v_{,xy} + w_{,xy} w_{,y} + w_{,xy} w_{0,y} + w_{,y} w_{0,xy})] + \frac{Eh}{2(1+\nu)} [u_{,yy} + v_{,xy} + w_{,xy} w_{,y} + w_{,x} w_{,yy} + w_{0,xy} w_{,y} + w_{0,x} w_{,yy} + w_{,xy} w_{0,y} + w_{,x} w_{0,yy}] = \mu \ddot{u} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \beta^{r,s} = \beta^{r,s+1} \\ \alpha^{r,s} = \alpha^{r,s+1} \\ v^{r,s} = v^{r,s+1} \\ u^{r,s} = u^{r,s+1} \\ w^{r,s} = w^{r,s+1} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} Q_x^{r,s} = Q_x^{r+1,s} \\ M_{xy}^{r,s} = M_{xy}^{r+1,s} \\ M_x^{r,s} = M_x^{r+1,s} \\ N_{xy}^{r,s} = N_{xy}^{r+1,s} \\ N_x^{r,s} = N_x^{r+1,s} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} Q_y^{r,s} = Q_y^{r,s+1} \\ M_{xy}^{r,s} = M_{xy}^{r,s+1} \\ M_y^{r,s} = M_y^{r,s+1} \\ N_{xy}^{r,s} = N_{xy}^{r,s+1} \\ N_y^{r,s} = N_y^{r,s+1} \end{cases} \quad (12)$$

برای المان‌های ترک‌دار مجاور هم تنها شرط متفاوت، عدم برابری شیب دو المان در طول ترک می‌باشد که به صورت رابطه (۱۳) در نظر گرفته می‌شود.  $\theta$  در این رابطه همان شیب اضافی ناشی از وجود ترک است که از رابطه (۱) محاسبه می‌گردد.

$$\alpha^{r,s} = \alpha^{r+1,s} + \theta \quad (13)$$

در اینجا بایستی توجه نمود که در مدل‌سازی ترک، تنها ناپیوستگی در شیب در نظر گرفته شده، در حالی که میدان جابجایی پیوسته فرض شده است.

### ۳- روش حل معادلات

به منظور حل دستگاه معادلات دیفرانسیلی حاکم بر رفتار ورق، ابتدا پاسخ به صورت مجموع پاسخ‌های استاتیکی (مستقل از زمان) و دینامیکی (متغیر با زمان) در نظر گرفته می‌شود (رابطه (۱۴)). در حقیقت به این روش، ارتعاشات ورق حول حالت تغییر شکل یافته (کمانش یافته) بررسی می‌گردد.

$$\begin{aligned} w &= w_s + w_d \\ u &= u_s + u_d \\ v &= v_s + v_d \\ \alpha &= \alpha_s + \alpha_d \\ \beta &= \beta_s + \beta_d \end{aligned} \quad (14)$$

در اینجا اندیس‌های  $s$  و  $d$  به ترتیب معرف پاسخ پس از کمانش (مستقل از زمان) و دامنه ارتعاشات حول حالت کمانش یافته (وابسته به زمان)

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\alpha_{,xx} + \nu\beta_{,xy}) + \frac{Eh^3}{24(1+\nu)}(\alpha_{,yy} + \beta_{,xy}) - K_s Gh(\alpha + w_{,x}) = I_x \ddot{\alpha} \quad (7)$$

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\beta_{,xx} + \nu\alpha_{,xy}) + \frac{Eh^3}{24(1+\nu)}(\alpha_{,xy} + \beta_{,xx}) - K_s Gh(\beta + w_{,y}) = I_y \ddot{\beta} \quad (8)$$

که  $E$  مدول الاستیسیته،  $\nu$  ضریب پواسون،  $G$  مدول برشی،  $K_s$  ضریب تصحیح برشی و  $\rho$  چگالی ورق مورد نظر می‌باشد.  $u$ ،  $v$  و  $w$  به ترتیب جابجایی‌ها در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  و  $\alpha$  و  $\beta$  چرخش‌ها حول محورهای  $x$  و  $y$  می‌باشند.  $w_0$  نیز معرف نقص هندسی اولیه ورق مستطیلی بوده که متناظر با تنش صفر است. در این پژوهش ابتدا ورق مورد نظر به کمک روش المان کوادراتور دیفرانسیلی<sup>۱</sup> به تعدادی المان تقسیم شده و سپس ترک به صورت فتر خطی بدون جرم در مرز دو یا چند المان مدل می‌گردد. سپس معادلات دیفرانسیلی حاکم بر رفتار ورق در هر المان و شرایط مرزی و پیوستگی مربوط به هر المان در نظر گرفته می‌شود. این دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی به کمک روش المان کوادراتور دیفرانسیلی به یک دستگاه معادلات جبری تبدیل می‌شود. که با حل آن می‌توان مقادیر ویژه مسئله که همان فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات ورق مورد نظر می‌باشند را استخراج نمود. با توجه به المان‌بندی ورق مورد نظر (شکل ۲) شرایط پیوستگی بین دو المان همسایه  $r$  و  $r+1$  در راستای  $x$  و  $s$  و  $s+1$  در راستای  $y$  به صورت معادلات (۹) تا (۱۲) می‌باشند.

$$\begin{cases} \beta^{r,s} = \beta^{r+1,s} \\ \alpha^{r,s} = \alpha^{r+1,s} \\ v^{r,s} = v^{r+1,s} \\ u^{r,s} = u^{r+1,s} \\ w^{r,s} = w^{r+1,s} \end{cases} \quad (9)$$

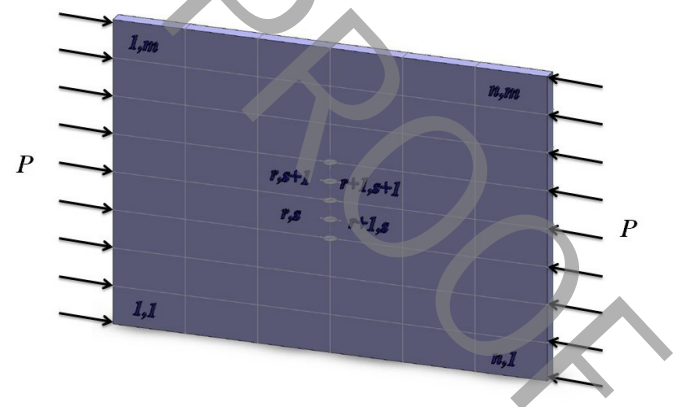


Fig. 2.

شکل ۲: مدل المان‌بندی شده ورق مستطیلی ترک‌دار تحت بار فشاری.

نقطه  $x^k$  با یک زیرمسئله برنامه‌نویسی مرتبه دوم و سپس استفاده از پاسخ این مسئله به منظور بدست آوردن یک پاسخ تقریبی بهتر  $x^{k+1}$  می‌باشد. این فرآیند تا رسیدن به پاسخ بهینه ادامه می‌یابد. از مزایای این روش می‌توان به همگرایی سریع و نیز انطباق‌پذیری بالای آن اشاره نمود.

(۱۷)

## ۵- نتایج

همانطور که پیش از این ذکر گردید در اینجا از روش برنامه‌نویسی مرتبه دوم متوالی به منظور تعیین خصوصیات ترک بر مبنای تغییر در فرکانس‌های طبیعی سازه استفاده می‌گردد. تابع هزینه  $f$  در اینجا به صورت رابطه (۱۸) تعریف می‌گردد.

$$f(l_c/a, h_c/h, L_c/b) = \sum_{i=1}^s w_i \left( \frac{\omega_i^p - \omega_i^e}{\omega_i^e} \right)^2 \quad (18)$$

در رابطه فوق  $\omega_i^e$  فرکانس تجربی نام ورق،  $\omega_i^p$  فرکانس نام حاصل از حل تحلیلی (فرکانس پیش‌بینی شده)،  $l_c/a$  مکان نسبی ترک،  $h_c/h$  عمق نسبی ترک،  $L_c/b$  طول نسبی ترک و  $w_i$  ضریب وزنی مربوط به هر فرکانس می‌باشد. در این پژوهش به منظور استخراج خصوصیات ترک از پنج فرکانس طبیعی اول استفاده شده و همچنین ضریب وزنی به شکل  $1/3^{i-1}$  به کار گرفته شده است. در اینجا  $i$  معرف شماره مود مورد نظر می‌باشد. همچنین دقت نتایج بدست آمده به کمک محاسبه مقادیر خطای تعریف شده در روابط (۱۹-۲۱) محاسبه شده است.  $E_l$  و  $E_h$  و  $E_L$  به ترتیب خطاهای نسبی طول نسبی، عمق نسبی و مکان نسبی ترک می‌باشند.

$$E_l = \left| (l_c/a)^e - (l_c/a)^p \right| \times 100 \quad (19)$$

$$E_h = \left| (h_c/h)^e - (h_c/h)^p \right| \times 100 \quad (20)$$

$$E_L = \left| (L_c/b)^e - (L_c/b)^p \right| \times 100 \quad (21)$$

## ۵-۱- بررسی عددی

در این بخش کارایی روش ارائه شده به منظور جستجوی ترک به کمک داده‌های شبیه‌سازی شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. استفاده از داده‌های شبیه‌سازی به منظور پیشگیری از تاثیر خطاهای متداول تست‌های تجربی بر نحوه عملکرد الگوریتم مورد نظر می‌باشد. به این منظور ورق از جنس پلی وینیل کلراید به طول ۰/۵ m، عرض ۰/۴۹۵ m، ضخامت ۶ mm مدول الاستیسیته ۳/۷ GPa، چگالی ۱۴۰۰ kg/m<sup>۳</sup> و ضریب پواسون ۰/۳ در نظر گرفته شده است. ورق دارای ترکی با طول نسبی ۰/۶ و عمق نسبی ۰/۷ و در جهت عمود بر بار فشاری وارد بر آن بوده و در موقعیت‌های  $l_c/a=0/25$ ،  $l_c/a=0/375$  و  $l_c/a=0/5$  در نظر گرفته شده است. جدول ۱ پنج فرکانس

می‌باشند. با جایگذاری رابطه (۱۴) در معادلات حاکم و با صرف نظر نمودن از عبارات‌های وابسته به زمان در روابط حاصل، دستگاه معادلات پس از کمانش (مستقل از زمان) بدست می‌آید. به منظور حل این دستگاه معادلات غیرخطی با اعمال روش المان کوادراتور دیفرانسیلی، معادلات حاضر به یک دستگاه معادلات جبری غیرخطی تبدیل می‌شوند و به کمک روش طول کمان [۲۶-۲۴] حل می‌گردد. پس از آن به منظور بررسی ارتعاشات ورق حول حالت تغییر شکل یافته آن (پاسخ مرحله نخست)، مجدداً پاسخ به صورت معادله (۱۴) در معادلات حاکم جایگذاری شده و سپس از عبارات غیرخطی وابسته به زمان و عباراتی که تنها شامل پاسخ مستقل از زمان هستند صرف نظر می‌گردد. در ادامه با جایگذاری پاسخ استاتیکی مرحله قبل، دستگاه معادلات ارتعاشات پس از کمانش و معادلات مرزی و پیوستگی مربوطه گسسته شده و یک دستگاه معادلات با مقادیر ویژه مشابه رابطه (۱۵) را تشکیل می‌دهند.

$$\begin{bmatrix} A_{BB} & A_{BI} \\ A_{IB} & A_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_B \\ X_I \end{Bmatrix} = -\omega^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{IB} & B_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_B \\ X_I \end{Bmatrix} \quad (15)$$

در این رابطه  $X$  بردار جابجایی به فرم  $[u, v, w, \alpha, \beta]^T$  است. اندیس‌های  $I$  و  $B$  به ترتیب نشان‌دهنده مقادیر مرزی و داخلی می‌باشند. می‌توان این معادله را به معادله (۱۶) تبدیل نمود، که با حل آن، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ورق حاصل می‌گردد.

$$\begin{cases} [A^*]X_I = -\omega^2[B^*]X_I \\ [A^*] = (A_{II} - A_{IB} \times A_{BB}^{-1} \times A_{BI}) \\ [B^*] = (B_{II} - B_{IB} \times A_{BB}^{-1} \times A_{BI}) \end{cases} \quad (16)$$

## ۴- فرآیند جستجوی ترک

فرکانس‌های طبیعی سازه‌های ترک‌دار تابع طول، عمق و مکان ترک مورد نظر می‌باشند و لذا می‌توان از این ارتباط به منظور جستجوی ترک در فرآیندهای معکوس استفاده نمود. به این معنا که با مشخص بودن فرکانس‌های طبیعی سازه، مشخصات ترک در سازه را محاسبه نمود. به این منظور می‌توان از روش‌های بهینه‌سازی کمک گرفت. روش‌های بهینه‌سازی متداول را می‌توان به دو دسته عمده روش‌های گرادیانی و غیرگرادیانی دسته‌بندی نمود که هر کدام از این روش‌ها دارای مزایا و محدودیتهای خاص به خود می‌باشند.

در اینجا مکان، عمق و طول ترک به عنوان متغیرهای طراحی بوده و مجموع وزنی مربعات اختلاف بین فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده و اندازه‌گیری شده به عنوان تابع هزینه در نظر گرفته می‌شود. الگوریتم بهینه‌سازی مورد استفاده در این پژوهش، الگوریتم برنامه‌نویسی مرتبه دوم متوالی<sup>۱</sup> است که یکی از روش‌های موفق بهینه‌سازی مسائل غیرخطی می‌باشد. ایده اصلی این روش بر مبنای مدل‌سازی مسئله غیرخطی در یک

1 Sequential Quadratic Programming (SQP)

مرتبه دوم متوالی به خوبی قادر به پیش‌بینی خصوصیات ترک‌های ذکر شده می‌باشد.

طبیعی نخست ارتعاشات ورق‌های ترک‌دار چهار طرف مفصل ذکر شده را به ازای مقادیر متفاوت بار فشاری نمایش می‌دهد.

جدول ۲ نتایج حاصل از پیش‌بینی خصوصیات ترک به کمک روش بهینه‌سازی برنامه نویسی مرتبه دوم متوالی و به ازای فرکانس‌های ارائه شده در جدول ۱ را نمایش می‌دهد. می‌توان مشاهده نمود که برنامه نویسی

۵-۲- بررسی نتایج تجربی

به منظور بررسی توانایی و دقت روش معرفی شده در کاربردهای عملی،

جدول ۱: پنج فرکانس طبیعی نخست ورق‌های ترک‌دار کم‌انرژیافته به ازای مقادیر متفاوت بار فشاری (نتایج عددی).

Table 1.

شماره	$P/P_{cr}$	ترک			فرکانس‌های طبیعی (Hz)				
		$h_c/h$	$L_c/b$	$l_c/a$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$
۱	۰.۰۰				۳۸.۵۳	۹۶.۴۳	۹۸.۹۴	۱۵۶.۵۸	۱۹۵.۲۴
۲	۱.۲۳	۰.۷۰	۰.۶۰	۰.۲۵	۴۲.۹۳	۷۵.۵۰	۹۸.۱۰	۱۴۲.۶۹	۱۶۳.۳۴
۳	۱.۳۶				۶۴.۹۰	۹۲.۳۳	۱۰۶.۷۸	۱۵۰.۵۹	۱۷۲.۰۱
۴	۰.۰۰				۳۷.۸۲	۹۶.۷۰	۹۸.۷۸	۱۵۶.۷۰	۱۹۴.۳۰
۵	۱.۲۲	۰.۷۰	۰.۶۰	۰.۳۷۵	۴۲.۲۵	۷۵.۲۶	۹۷.۹۲	۱۴۱.۷۲	۱۶۳.۲۷
۶	۱.۶۰				۸۰.۸۳	۱۰۸.۲۳	۱۱۶.۰۲	۱۶۰.۱۰	۱۸۱.۹۳
۷	۰.۰۰				۳۷.۱۶	۹۷.۷۲	۹۸.۵۵	۱۵۷.۱۶	۱۹۳.۱۵
۸	۱.۲۵	۰.۷۰	۰.۶۰	۰.۵۰	۴۵.۰۱	۷۶.۸۲	۹۸.۸۴	۱۴۳.۳۲	۱۶۵.۴۵
۹	۱.۵۸				۷۶.۴۳	۱۰۵.۰۱	۱۱۳.۶۵	۱۵۷.۸۱	۱۷۹.۴۵

جدول ۲: نتایج پیش‌بینی خصوصیات ترک به کمک روش معرفی شده.

Table 2.

شماره	ترک			خطای نسبی %		
	$h_c/h$	$L_c/b$	$l_c/a$			
۱	۰.۷۰	۰.۶۰	۰.۲۵	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰
۲	۰.۶۹۷	۰.۶۰	۰.۲۵	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۳۰
۳	۰.۷۰	۰.۶۰	۰.۲۵	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰
۴	۰.۶۹۸	۰.۶۰	۰.۳۷۵	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۲۰
۵	۰.۷۰	۰.۶۰	۰.۳۷۵	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰
۶	۰.۷۰	۰.۵۹۳	۰.۳۷۶	۰.۱۰	۰.۷۰	۰.۰۰
۷	۰.۷۰	۰.۶۰	۰.۵۰	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰
۸	۰.۶۹۹	۰.۶۰	۰.۵۰	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۱۰
۹	۰.۷۰	۰.۶۰	۰.۵۰	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰

پس از نصب ورق درون فیکسچر، بار فشاری مناسب توسط گیره اعمال شده تا حالت بعد از کماتش ایجاد گردد. سپس در وضعیت کمانه شده، تحریک توسط چکش به ورق اعمال و پاسخ ورق ذخیره می‌گردد. با انجام تبدیل فوریه سریع<sup>۴</sup> بر روی داده‌های نیرو و پاسخ ورق، منحنی پاسخ فرکانسی سازه بدست می‌آید. فرکانس‌های هر ورق به ازای مقادیر متفاوتی از بارهای فشاری محاسبه شده و در جدول ۳ ارائه شده است.

نتایج حاصل از جستجوی ترک با استفاده از داده‌های جدول ۳ در جدول ۴ ارائه شده است. نتایج مطالعه تجربی نیز موید صحت و دقت مناسب عملکرد روش ارائه شده می‌باشد. همانگونه که در جدول مشاهده می‌شود بیشترین خطای تعیین مکان نسبی ۷/۱۰ درصد بوده و مربوط به حالت شماره ۲۰ جدول ۳ می‌باشد. بیشترین خطای تعیین عمق نسبی ۱۴/۷۰ درصد بوده و مربوط به حالت شماره ۴ می‌باشد و همچنین بیشترین خطای تعیین طول نسبی ترک ۴۰ درصد بوده و مربوط به حالت شماره ۱۶ می‌باشد. نکته شایان توجه در اینجا بزرگ بودن خطاها برای برخی از حالت‌ها است. در حالی که در سایر موارد میزان خطاها ناچیز می‌باشد و دقت در حد قابل قبولی است. علت این مسئله را می‌توان در این نکته دانست که در این حالت‌ها میزان تغییرات فرکانس در اثر وجود ترک و خطاهای آزمایش تجربی از یک مرتبه می‌باشند. در شکل‌های ۵ و ۶ میانگین خطاهای تخمین عمق، طول و مکان نسبی ترک به ازای مکان‌ها و طول‌های متفاوت ترک نمایش داده شده است.

همانگونه که در این نمودارها مشاهده می‌شود در طول نسبی ۰/۲ میانگین خطای تخمین عمق ترک در مقایسه با سایر حالت‌ها چشمگیرتر است. اما با افزایش طول ترک این میزان خطا کاهش می‌یابد.



Fig. 4.

شکل ۴: شرایط مرزی.

آزمایش‌هایی بر روی ورق‌های چهارطرف ساده انجام شده و فرکانس‌های تجربی ورق‌ها به ازای مقادیر متفاوت بار وارده و ترک‌هایی با ابعاد مختلف بدست آمده است. ابعاد و جنس نمونه‌های مورد بررسی مشابه با نمونه‌های بررسی شده در قسمت عددی می‌باشد.

در آزمایش‌های انجام شده ورق به کمک چکش گلوبال تست آیو۲<sup>۱</sup> تحریک شده و پاسخ ارتعاشی آن به کمک یک شتاب سنج مینیاتوری ساخت شرکت بی‌اندکا مدل ۴۵۰۸<sup>۲</sup> و یک تحلیلگر سیگنال ساخت شرکت بی‌اندکا نوع ۳۰۳۲<sup>۳</sup> اندازه‌گیری شده تا ۵ فرکانس نخست ورق مورد نظر بدست آید. فیکسچر مورد استفاده در آزمایش‌های تجربی در شکل ۳ نمایش داده شده است. به منظور مدل‌سازی شرایط مرزی ساده در مرزهای تحت بار فشاری از مدل شکاف ۷ شکل و در مرزهای جانبی از تکیه‌گاه‌های میله‌ای مطابق شکل ۴ استفاده شده است.

آزمایش‌های انجام شده برای ورق‌هایی با ابعاد یکسان بوده که دارای ترک‌هایی به طول‌های نسبی  $(L/b)$  ۰/۴، ۰/۶ و ۰/۸، در مکان‌های نسبی  $(l/a)$  ۰/۲۵، ۰/۳۷۵ و ۰/۵ و عمق نسبی  $(h/h)$  ۰/۷ صورت گرفته است.



Fig. 3.

شکل ۳: سازه آزمایش.

- 1 Global test AU02
- 2 B&K 4508
- 3 B&K type 3032A

جدول ۳: نتایج تست تجربی.

Table 3.

فرکانس‌های طبیعی (Hz)					تورک			$P/P_{cr}$	شماره
$\omega_5$	$\omega_4$	$\omega_3$	$\omega_2$	$\omega_1$	$h_c/h$	$L_c/b$	$l_c/a$		
۱۸۹/۳۰	۱۵۴/۸۰	۱۰۰/۰۰	۹۹/۰۰	۳۹/۲۵				۰/۰۰	۱
۱۵۹/۳۰	۱۳۸/۱۰	۹۶/۷۵	۷۰/۲۵	۳۹/۷۵	۰/۷۰	۰/۴۰	۰/۲۵	۱/۰۹	۲
۱۷۲/۸۰	۱۴۹/۳۰	۱۰۹/۰۰	۹۷/۷۵	۶۹/۷۵				۱/۴۵	۳
۱۹۱/۵۰	۱۵۴/۰۰	۱۰۲/۸۰	۹۷/۵۰	۳۹/۲۵				۰/۰۰	۴
۱۶۴/۸۰	۱۴۶/۵۰	۹۷/۷۵	۷۷/۲۵	۴۶/۷۵	۰/۷۰	۰/۶۰	۰/۲۵	۱/۲۴	۵
۱۶۹/۵۰	۱۵۱/۸۰	۱۰۶/۰۰	۹۲/۵۰	۶۵/۵۰				۱/۳۶	۶
۱۶۶/۸۰	۱۵۱/۵۰	۱۰۳/۰۰	۸۵/۰۰	۵۶/۲۵				۱/۳۰	۷
۱۶۶/۸۰	۱۵۱/۰۰	۱۰۸/۳۰	۸۸/۳۰	۶۱/۰۰	۰/۷۰	۰/۸۰	۰/۲۵	۱/۳۳	۸
۱۷۰/۸۰	۱۵۱/۵۰	۱۰۹/۰۰	۹۱/۳۰	۶۵/۰۰				۱/۳۶	۹
۱۶۱/۵۰	۱۴۰/۰۰	۹۷/۲۸	۷۴/۱۰	۴۲/۰۰				۱/۲۲	۱۰
۱۷۳/۳۰	۱۴۹/۵۰	۱۰۸/۵۰	۸۷/۰۰	۶۶/۵۰	۰/۷۰	۰/۴۰	۰/۳۷۵	۱/۳۷	۱۱
۱۷۸/۳۰	۱۵۶/۳۰	۱۱۸/۳۰	۱۰۳/۵۰	۷۴/۵۰				۱/۴۹	۱۲
۱۹۳/۸۰	۱۵۶/۸۰	۹۸/۰۰	۹۵/۰۰	۳۸/۷۵				۰/۰۰	۱۳
۱۷۷/۳۰	۱۵۸/۳۰	۱۱۰/۳۰	۹۸/۰۰	۷۲/۲۵	۰/۷۰	۰/۶۰	۰/۳۷۵	۱/۴۷	۱۴
۱۸۱/۰۰	۱۶۰/۳۰	۱۱۶/۰۰	۱۰۶/۰۰	۸۱/۵۰				۱/۶۰	۱۵
۱۹۴/۳۰	۱۵۳/۵۰	۹۸/۰۰	۹۷/۲۵	۳۸/۵۰				۰/۰۰	۱۶
۱۶۴/۸۰	۱۴۲/۰۰	۱۰۳/۳۰	۷۳/۲۵	۴۵/۵۰	۰/۷۰	۰/۸۰	۰/۳۷۵	۱/۲۳	۱۷
۱۷۰/۳۰	۱۵۱/۳۰	۱۰۴/۰۰	۸۳/۰۰	۵۹/۷۵				۱/۳۲	۱۸
۱۵۷/۰۰	۱۳۴/۳۰	۹۴/۲۵	۷۰/۲۵	۳۷/۷۵				۱/۰۸	۱۹
۱۶۰/۰۰	۱۴۲/۰۰	۹۶/۵۸	۷۱/۳۰	۴۰/۲۵	۰/۷۰	۰/۴۰	۰/۵۰	۱/۲۱	۲۰
۱۷۱/۰۰	۱۴۷/۰۰	۱۰۴/۳۰	۸۸/۰۰	۶۷/۰۰				۱/۴۴	۲۱
۱۹۶/۰۰	۱۵۸/۳۰	۱۰۲/۰۰	۱۰۰/۰۰	۳۹/۱۰				۰/۰۰	۲۲
۱۶۸/۱۰	۱۴۰/۵۰	۱۰۲/۸۰	۷۵/۵۰	۶۲/۲۵	۰/۷۰	۰/۶۰	۰/۵۰	۱/۳۴	۲۳
۱۸۵/۵۰	۱۶۱/۰۰	۱۱۶/۳۰	۱۱۰/۵۰	۸۵/۵۰					۲۴
۱۹۳/۳۰	۱۵۸/۳۰	۱۰۲/۸۰	۹۸/۰۰	۳۸/۷۵				۰/۰۰	۲۵
۱۶۲/۳۰	۱۴۰/۳۰	۹۹/۷۵	۷۵/۰۰	۴۷/۷۵	۰/۷۰	۰/۸۰	۰/۵۰	۱/۲۷	۲۶
۱۸۰/۳۰	۱۵۴/۳۰	۱۱۴/۸۰	۱۰۴/۷۵	۷۹/۲۵				۱/۶۱	۲۷



جدول ۴: نتایج پیش‌بینی شده.

Table 4.

شماره	خطای نسبی			ترک		
	$h_c/h$	$L_c/b$	$l/a$	$h_c/h$	$L_c/b$	$l/a$
۱	۰/۳۰	۶/۰۰	۰/۵۰	۰/۶۹۷	۰/۴۶	۰/۲۵۵
۲	۰/۰۰	۱/۰۰	۲/۵۰	۰/۷۰	۰/۳۹	۰/۲۷۵
۳	۱/۰۰	۳/۴	۰/۰۰	۰/۶۹	۰/۴۳۴	۰/۲۵
۴	۱۴/۷۰	۲۰/۰۰	۰/۴۰	۰/۵۵۳	۰/۴۰	۰/۲۵۴
۵	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۷۰	۰/۶۰	۰/۲۵
۶	۶/۰۰	۱/۰۰	۱/۱۰	۰/۶۴	۰/۶۱	۰/۲۶۱
۷	۰/۰۰	۱/۰۰	۰/۰۰	۰/۷۰	۰/۷۹	۰/۲۵
۸	۰/۰۰	۲/۰۰	۰/۰۰	۰/۷۰	۰/۷۸	۰/۲۵
۹	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۷۰	۰/۸۰	۰/۲۵
۱۰	۰/۰۰	۰/۴۰	۵/۰۰	۰/۷۰	۰/۴۰۴	۰/۴۲۵
۱۱	۰/۰۰	۰/۵۰	۲/۳۰	۰/۷۰	۰/۳۹۵	۰/۳۹۸
۱۲	۰/۰۰	۱/۷۰	۰/۹۰	۰/۷۰	۰/۴۱۷	۰/۳۶۶
۱۳	۲/۹۰	۱/۱۰	۰/۸۰	۰/۶۷۱	۰/۵۸۹	۰/۳۸۳
۱۴	۳/۰۰	۲/۸۰	۲/۲۰	۰/۶۷	۰/۵۷۲	۰/۳۹۷
۱۵	۰/۰۰	۰/۹۰	۱/۰۰	۰/۷۰	۰/۵۹۱	۰/۳۸۵
۱۶	۰/۰۰	۴۰/۰۰	۰/۷۰	۰/۷۰	۰/۴۰	۰/۳۶۸
۱۷	۱/۷۰	۵/۸۰	۱/۸۰	۰/۶۸۳	۰/۷۴۲	۰/۳۹۳
۱۸	۰/۸۰	۲/۳۰	۱/۰۰	۰/۶۹۲	۰/۷۷۷	۰/۳۸۵
۱۹	۶/۸۰	۵/۰۰	۰/۰۰	۰/۷۰	۰/۳۵	۰/۴۳۲
۲۰	۰/۰۰	۲/۱۰	۷/۱۰	۰/۷۰	۰/۳۷۹	۰/۴۲۹
۲۱	۰/۰۰	۱/۲۰	۰/۰۰	۰/۷۰	۰/۳۸۸	۰/۵۰
۲۲	۱۲/۴۰	۱۱/۹۰	۰/۰۰	۰/۵۷۶	۰/۷۱۹	۰/۵۰
۲۳	۰/۰۰	۳/۱۰	۰/۰۰	۰/۷۰	۰/۵۶۹	۰/۵۰
۲۴	۰/۰۰	۰/۶۰	۰/۴۰	۰/۷۰	۰/۵۹۴	۰/۴۹۶
۲۵	۰/۰۰	۰/۰۰	۴/۴۰	۰/۷۰	۰/۸۰	۰/۴۵۶
۲۶	۱۰/۵۰	۰/۳۰	۰/۰۰	۰/۵۹۵	۰/۷۹۷	۰/۵۰
۲۷	۰/۰۰	۱۵/۰۰	۲/۲۰	۰/۷۰	۰/۶۵	۰/۴۷۸

تئوری و تجربی به منظور بررسی روش ارائه شده مورد استفاده قرار گرفت. نتایج بدست آمده موید صحت و دقت عملکرد روش ارائه شده می‌باشد.

### منابع

- [1] M.K. Yoon, Heidar, D., Gillespie Jr, J.W., Ratcliffe, C.P., Crane, R.M. , Local damage detection using two-dimensional gapped smoothing method, Journal of sound and vibration, 279 (2005) 119-139.
- [2] C.P. Ratcliffe, Damage detection using a modified Laplacian Operator on mode shape, Journal of sound and vibration, 240 (1997) 505-517.
- [3] P. Cronwell, Doebbling, S.W. , Farrar, C.R. , Application of the strain energy damage detection method to platelike structures. Journal of Sound and Vibration 224 (1999) 359-374.
- [4] N. Stubbs, Kim, J.T. , Damage localization in structures without baseline modal parameters, AIAA Journal, 34 (1996) 1644-1649.
- [5] L.J. Hadjileontiadis, Douka, E. , Kurtosis analysis for crack detection in thin isotropic rectangular plates, Journal of Engineering Structures 29 (2007) 2353-2364.
- [6] L.J. Hadjileontiadis, Douka, E. , Trochidis, A. , Crack detection in beams using kurtosis, computers & structures, 83 (2005) 909-919.
- [7] C.C. Chang, Chen, L.W., Damage detection of a rectangular plate by spatial wavelet based approach, Journal of applied acoustics, 65 (2004) 819-832.
- [8] W. Fan, Qiao, P. , A 2-D continuous wavelet transform of mode shape data for damage detection of plate structures, International journal of solids and structures 46 (2009) 4379-4395.
- [9] Y.Z. Fu, Lu, Z.R. , Liu, J.K. , Damage identification in plates using finite element model updating in time domain, Journal of sound and vibration 332 (2013) 7018-7032.
- [10] X. Lin, Yuan, F.G. , Damage detection of plate using Migration technique, Journal of intelligent material systems and structures, 12 (2001) 469-482.
- [11] S. Moradi, Alimouri, P. , Crack detection of plate structures using differential quadrature method, Journal of Mechanical Engineering Science, 227(7) (2014) 1495-1504.
- [12] T. Horibe, Watanabe, K. , Crack identification of plates using Genetic algorithm, JSME international Journal, Series A, 49(3) (2006) 403-410.
- [13] S.M. Yadavar Nikravesh, Nezamivand Chegini, S. , 2013, Meccanica, 48 (Crack identification in double-cracked plates using wavelet analysis) 2075-2098.
- [14] D.G. Park, Angani, C.S., Rao, B. P. C., Vértesy, G.,

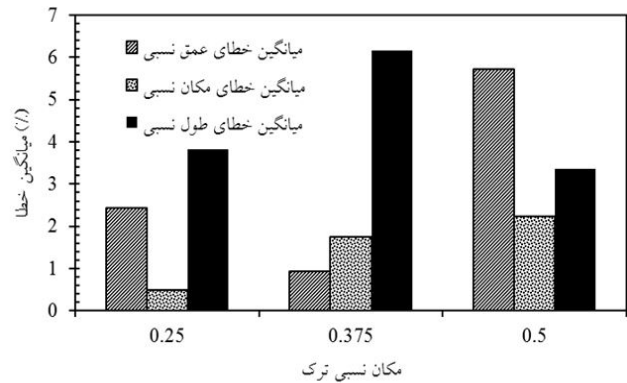


Fig. 5.

شکل ۵: میانگین خطای تخمین خصوصیات ترک بر حسب مکان نسبی ترک.

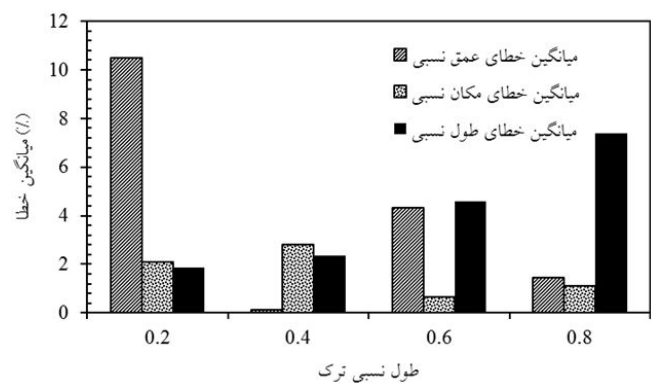


Fig. 6.

شکل ۶: میانگین خطای تخمین خصوصیات ترک بر حسب طول نسبی ترک.

### ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش روشی به منظور جستجوی ترک به کمک فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات در ورق‌های کمانش یافته ترک‌دار ارائه گردید. به این منظور ابتدا ترک به کمک مدل فنر چرخشی بدون جرم و به صورت باز مدل گردید و سپس معادلات حاکم بر ارتعاشات پس از کمانش ورق مورد نظر استخراج شد. پس از آن دستگاه معادلات بدست آمده با در نظر گرفتن پاسخ به صورت مجموع پاسخ‌های مستقل از زمان و وابسته به زمان به دو دستگاه معادلات دیفرانسیلی مستقل از زمان و وابسته به زمان تبدیل شد. در گام نخست با استفاده از روش المان کوادراتور دیفرانسیلی و روش طول کمان پاسخ دستگاه معادلات دیفرانسیل مستقل از زمان (پس از کمانش) محاسبه شده و سپس با اعمال روش المان کوادراتور دیفرانسیلی به دستگاه معادلات دیفرانسیل وابسته به زمان (ارتعاشات) و جایگذاری پاسخ بدست آمده از مرحله قبل در معادلات حاصل دستگاه معادلات ارتعاشات پس از کمانش ورق حاصل گردید. مقادیر ویژه این دستگاه معادلات همان فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات پس از کمانش ورق مورد نظر می‌باشد. پس از آن با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی برنامه‌نویسی مرتبه دوم متوالی و به کمک فرکانس‌های ارتعاشات ورق ترک‌دار، خصوصیات ترک شامل محل، طول و عمق آن پیش‌بینی گردید. به منظور تایید عملکرد این الگوریتم داده‌های

- localization and evaluation based on modal data via a new evolutionary algorithm, *Arch Appl Mech*, 82 (2011) 191–203.
- [21] S. Moradi, Jamshidi Moghadam, P. , Crack identification in postbuckled beam-type structures, *Smart structures and systems*, An Int'l journal, 15(5) (2015) 1233-1252.
- [22] L. Chen, Zhang, Z., Zhang, W. , Inner boundary conditions of mindlin plate with a finite-length part-through crack, in: *Second International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*, 2011( 1365-1368.
- [23] F. Delale, F. Erdogan, Line-Spring Model for Surface Cracks in Reissner Plate, *Int. J Eng. Sci.*, 19(10) (1981) 1331-1340.
- [24] B.D.R. Forde, Stiemeier, S.F. , Improved arc length orthogonality methods for nonlinear finite element analysis, *Computers & Structures*, 27 (1987) 625-630.
- [25] E. Riks, The application of Newton's method to the problem of elastic stability, *J Appl Mech*, 39 (1972) 1060-1065.
- [26] G.A. Wempner, Discrete approximation related to nonlinear theories of solids, *Int J Solids and Structures*, 7 (1971) 1581-1599.
- Lee, D.H., Kim, K.H. , Detection of the subsurface cracks in a stainless steel plate using pulsed eddy current, *Journal of Nondestructive Evaluation*, 32(4) (2013) 350-353.
- [15] J. Jingpin, Xiangji, M., Cunfu, H., Bin, W. , Nonlinear lamb wave-mixing technique for micro-crack detection in plates, *NDT & E International*, 85 (2017) 63-71.
- [16] S. Sandesh, Shankar, K. , Damage identification of a thin plate in the time domain with substructuring - an application of inverse problem, *International Journal of Applied Science and Engineering*, 7(1) (2009) 79-93.
- [17] H.F. Lam, Yin, T. , Statistical detection of multiple cracks on thin plates utilizing dynamic response, *Engineering structures*, 32 (2010) 3145-3152.
- [18] S.E. Khadem, Rezaei, M. , An analytical approach for obtaining the location and depth of an all-over part-through crack on externally in-plane loaded rectangular plate using vibration analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 230(2) (2000) 291-308.
- [19] D. Dinh-Cong, Vo-Duy, T., Ho-Huu, V., Dang-Trung, H., Nguyen-Thoi, T. , An efficient multi-stage optimization approach for damage detection in plate structures, *Advances in Engineering Software*, 112 (2017) 76–87.
- [20] A. Nicknam, Hosseini, M.H. , Structural damage