



## تعیین و کاهش انحنای ناشی از تنش‌های پسماند پس از فرآیند پخت در چندلایه‌های نامتقارن کربن/اپوکسی با استفاده از نانولوله‌های کربنی

احمدرضا قاسمی<sup>۱\*</sup>، محمد محمدی فشارکی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۶/۰۹/۱۰  
بازنگری: ۱۳۹۷/۰۳/۰۲  
پذیرش: ۱۳۹۷/۰۴/۰۳  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۴/۰۸

### کلمات کلیدی:

انحناء  
چندلایه‌های نامتقارن  
نانولوله کربنی  
مدل هابر  
مدل‌های میکرومکانیک

**خلاصه:** در این تحقیق، به تعیین انحنای ناشی از فرآیند پخت در چندلایه‌های نامتقارن متعامد سه‌فازی پرداخته و تأثیر نانولوله‌های کربنی بر میزان انحناء مورد بررسی قرار گرفته است. اجزای تشکیل‌دهنده چندلایه، مرکب از الیاف کربن، زمینه پلیمری و نانولوله‌های کربنی با درصد‌های حجمی متفاوت ۱٪، ۲٪ و ۳٪ از نانولوله‌ها در نظر گرفته شده‌اند. از مدل‌های میکرومکانیک نظیر هالپین تسای، بریچینگ و شپری برای تعیین خواص تک لایه سه‌فازی استفاده شده، سپس به بررسی تأثیر درصد‌های مختلف حجمی از نانولوله‌های کربنی بر روی این خواص پرداخته شده است. افزودن ۱٪ حجمی نانولوله کربنی به تک لایه پلیمری تقویت شده با الیاف، موجب کاهش ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی و افزایش مدول در راستاهای مختلف شده است. برای مطالعه اثر نانولوله‌های کربنی بر انحنای ناشی از فرآیند پخت، از مدل توسعه‌یافته‌ی هابر استفاده شده است. نتایج بدست آمده از میزان انحناء برای طول‌های مختلف و طول بحرانی چندلایه نشان می‌دهد که اضافه کردن ۱٪ حجمی نانولوله کربنی باعث کاهش افزایش طول بحرانی به مقدار ۹٪ و کاهش انحناء به مقدار ۱۴٪ شده است. همچنین، نتایج تحلیل المان محدود خطایی کمتر از ۱٪ نسبت به نتایج مدل تحلیلی نشان می‌دهد.

### ۱- مقدمه

مواد مرکب با ترکیبی از دو یا چند ماده، از جمله مواد پیشرفته‌ای هستند که دارای ویژگی‌های منحصر به فردی همچون نسبت بالای استحکام شکست به وزن و پایداری در برابر عوامل محیطی می‌باشند. وجود بیش از یک ماده با ویژگی‌های حرارتی و مکانیکی متفاوت در این‌گونه مواد، موجب بوجود آمدن تنش‌های خود متعادلی پس از فرآیند پخت تحت عنوان تنش‌های پسماند می‌شوند. تنش‌های پسماند در مواد غیرمرکب همچون فلزات نیز ایجاد می‌شوند، که منشأ آن در فلزات، فرآیندهایی همچون جوشکاری، ریخته‌گری و نورد می‌باشد. در مواد مرکب، عواملی مانند عدم تطابق ضرایب انبساط حرارتی مواد تشکیل‌دهنده و عدم تطابق ضرایب انبساط حرارتی متفاوت لایه‌های متوالی با توجه به جهت‌گیری مختلف الیاف در لایه‌ها، باعث ایجاد چنین تنش‌های پسماندی می‌شوند [۱].

تنش‌های پسماند بر حسب مقدار و جهت تنش پسماند، خواص ماده و نوع بارگذاری، موجب کاهش و یا افزایش استحکام ماده موردنظر می‌شوند. در چندلایه‌های مرکب، وجود تنش‌های پسماند در بین لایه‌های متفاوت، باعث محدودیت در استفاده از چیدمان‌های نامتقارن در صنایع گوناگون شده است. در چیدمان‌های نامتقارن وجود تنش‌های

پسماند در آن‌ها باعث بوجود آمدن تغییر شکل ناخواسته و تابیدگی در قطعه مورد نظر می‌شود. بنابراین، بررسی تنش‌های پسماند در مواد مرکب با چیدمان نامتقارن و کاهش آن به منظور جلوگیری از تغییر شکل ناخواسته، از جمله موضوعاتی است که بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است. در سال ۱۹۸۱ هابر [۲ و ۳] به بررسی تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن به صورت آزمایشی و با استفاده از تئوری کلاسیک لایه‌ای پرداخت. او با مقایسه نتایج تغییر شکل بدست آمده از تئوری کلاسیک لایه‌ای و نتایج آزمایشی مشاهده کرد که نتایج با یکدیگر منطبق نیستند. تغییر شکل بدست آمده از تئوری کلاسیک لایه‌ای به صورت زینی شکل و نتایج آزمایشی معمولاً به صورت استوانه‌ای بدست می‌آمد. هابر [۴] چیدمان‌های نامتقارن متعامد متفاوتی را مورد مطالعه قرار داد و متوجه شد که به ازای طول‌های کوچک‌تر از طول خاصی، تغییر شکل به صورت زینی شکل و به ازای طول‌های بزرگتر، تغییر شکل به صورت دو حالت استوانه‌ای پایدار و یک حالت زینی شکل ناپایدار می‌باشد. آن‌ها چنین طولی را، طول بحرانی نامیدند. دانو و هابر [۵] پدیده میان‌پرش در تعدادی از چندلایه‌های مرکب نامتقارن متعامد را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها در تحقیقات خود، به توسعه مدلی به منظور پیش‌بینی کردن پدیده میان‌پرش<sup>۱</sup> پرداختند. رن و همکاران [۶]



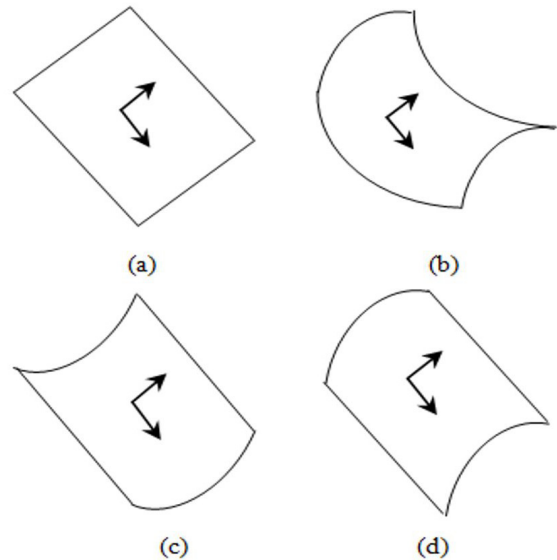
با ارائه مدلی بر اساس روش انرژی ریلی-ریتز به بررسی تأثیر پارامترهای متفاوتی همچون ضخامت، شعاع قالب و چیدمان لایه‌ها بر انحنای چندلایه‌های مرکب نامتقارن پرداختند. قاسمی و یاسمی [۷] با استفاده از روش ریلی-ریتز و با در نظر گرفتن معادلات انرژی با درجات بالاتر به بررسی تغییر شکل چندلایه‌های مرکب نامتقارن پرداختند. آن‌ها علاوه بر تغییر شکل چندلایه‌ها، اثرات پارامترهای متفاوتی همچون دمای پخت، شعاع انحنای قالب، ضخامت لایه‌ها و چیدمان چندلایه‌ها را نیز مورد بررسی قرار دادند. دی و همکاران [۸] نیز با ارائه مدلی به پیش‌بینی تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن با ابعادی بزرگتر از طول بحرانی پرداختند. آن‌ها با مقایسه نتایج امان محدود و آزمایشی با نتایج مدل ارائه شده، صحت مدل خود را به اثبات رساندند. مُر و همکاران [۹] با استفاده از تحلیل امان محدود غیرخطی، به بررسی اثرات دما بر روی پایداری چندلایه‌های مواد مرکب پرداختند. آن‌ها علاوه بر بررسی اثرات دما، میزان بار میان پرش و اثرات لایه‌ها بر بار میان پرش را، در چندلایه‌های مرکب مورد بررسی قرار دادند و نتایج امان محدود را با نتایج آزمایشی مقایسه کردند که دارای تطابق قابل قبولی نیز بود. به منظور تعیین تنش‌های پسماند در چندلایه‌های مرکب الیاف-فلز، قاسمی و محمدی [۱۰ و ۱۱] از روش سوراخکاری مرحله‌ای و انجام حل دقیق جهت تعیین ضرایب کالیبراسیون استفاده کردند.

با کشف نانو مواد و با توجه به منحصر به فرد بودن ویژگی‌های این‌گونه مواد از جمله خواص مکانیکی و حرارتی، کاربرد این‌گونه مواد در سال‌های اخیر به سرعت در صنایع گسترش یافت. از جمله این نانو مواد، نانولوله کربنی است که دارای خواص مکانیکی و استحکام بسیار بالا و خواص حرارتی متفاوتی می‌باشد. شکرپه و همکاران [۱۲] با در نظر گرفتن سلول واحد، با استفاده از مدل تحلیلی و امان محدود به بررسی خواص مکانیکی از جمله مدول الاستیک در مواد مرکب دوفازی شامل نانولوله کربنی و زمینه پلیمری پرداختند. آن‌ها در تحلیل خود عوامل مختلفی همچون طول نانولوله کربنی، طول سلول واحد و اثرات ابتدا و انتهای نانولوله کربنی بر مدول الاستیک را مورد توجه قرار دادند. انصاری و همکاران [۱۳] نیز با استفاده از سلول واحد، به بررسی پارامترهای مختلف نانولوله‌های کربنی از جمله وجود اعوجاج، ناحیه بین‌فازی<sup>۱</sup>، خواص ایزوتروپیک عرضی، توزیع اتفاقی و موازی در تعیین خواص مکانیکی مواد مرکب پلیمری پرداختند. آن‌ها نشان دادند که پارامترهای ذکر شده تأثیر مهمی در تعیین خواص مکانیک نانو مواد مرکب دوفازی دارند. انصاری و حسن‌زاده-اقدام [۱۴] به بررسی رفتار ویسکوالاستیک نانومواد مرکب شامل نانولوله کربنی و زمینه پلیمری تحت بارگذاری تک محوری و دو محوری پرداختند. آن‌ها با در نظر گرفتن سلول واحد شامل ناحیه بین‌فازی، به بررسی تأثیر خواص ناحیه بین‌فازی بر رفتار خزشی مواد مرکب پرداختند. قاسمی و همکاران [۱۵] با استفاده از روابط میکرومکانیک به تعیین خواص مکانیکی و حرارتی

در چندلایه‌های مواد مرکب شامل، نانولوله کربنی، زمینه پلیمری و الیاف کربن پرداختند. آن‌ها با استفاده از این خواص و با بکارگیری تئوری کلاسیک لایه‌ای، تنش‌های پسماند را در این‌گونه مواد مرکب به ازای درصد‌های حجمی متفاوت نانولوله کربنی محاسبه کردند. آن‌ها فعالیت خود را با استفاده از نانوالیاف کربنی به عنوان تقویت زمینه و بررسی اثرات آن بر کاهش تنش‌های پسماند در چندلایه‌های مرکب توسعه دادند [۱۶]. آن‌ها با در نظر گرفتن چیدمان‌های متفاوت چندلایه‌ها، اثر نانوالیاف کربنی بر این چندلایه‌های مواد مرکب را محاسبه کردند. قاسمی و محمدی [۱۷-۱۹] با در نظر گرفتن سلول واحد سه فازی به بررسی توزیع تنش‌های پسماند مواد مرکب نانو سه فازی پرداختند. آن‌ها از نانولوله‌های کربنی به عنوان تقویت‌کننده الیاف کربن با استفاده از روش الکتروفورز در مواد مرکب پلیمری استفاده کردند. تحلیل آن‌ها به صورت دوبعدی و سه‌بعدی، برای درصد‌های مختلف نانولوله‌های کربنی می‌باشد. علاوه بر در نظر گرفتن نانولوله‌ها به عنوان تقویت‌کننده فاز الیاف کربنی، آن‌ها با استفاده از تحلیل امان محدود به بررسی توزیع تنش‌های پسماند در یک سلول واحد سه فازی شامل زمینه تقویت‌شده توسط نانولوله‌های کربنی و الیاف کربنی پرداختند [۲۰]. محمودی و وکیلی‌فرد [۲۱] با توسعه مدل‌های میکرومکانیک بمنظور بررسی اثر خواص پیژوالکتریک و دی‌الکتریک به تعیین خواص الکتروتروموالاستیک نانومواد مرکب هوشمند تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی پرداختند. آن‌ها اثرات عواملی گوناگونی همچون ضخامت و خواص الاستیک ناحیه بین‌فازی، توزیع اتفاقی و نسبت جهت‌گیری نانولوله کربنی را بر خواص مواد مرکب تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مورد مطالعه قرار دادند. حسن‌زاده-اقدام و همکاران [۲۲] با استفاده از ترکیب دو مدل تحلیلی میکرومکانیک، خواص مکانیکی نانو کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها از مدل شپری جهت مدلسازی توزیع اتفاقی نانولوله‌های کربنی استفاده کردند و پارامترهایی همچون تعداد موج در نانولوله کربنی، ضریب اعوجاج و تاب در نانولوله کربنی و ناحیه بین‌فازی را مد نظر قرار دادند. در این تحقیق میزان انحناء در چندلایه‌های نامتقارن متعامد سه‌فازی پس از فرآیند پخت و اثر نانولوله‌های کربنی بر کاهش آن و نوع تغییر شکل آن‌ها، مورد بررسی قرار گرفته است. خواص مکانیکی و حرارتی تک لایه سه‌فازی مرکب از الیاف کربن، زمینه پلیمری و نانولوله‌های کربنی و اثر نانولوله‌های کربنی با استفاده از روابط میکرومکانیک بررسی شده است. به منظور بررسی تغییرات انحناء، مدل توسعه‌یافته‌ی هاپر و تحلیل امان محدود بکار گرفته شده است و با استفاده از آن‌ها، اثرات نانولوله‌های کربنی بر تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن در ابعاد متفاوت مربعی شکل و طول بحرانی مطالعه شده است. نوع بارگذاری حرارتی به منظور فرآیند پخت یکنواخت و به صورت ثابت با زمان در نظر گرفته شده است.

## ۲- پیش‌بینی تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن متعامد

چندلایه‌های نامتقارن متعامد با توجه به فرآیند پخت، ویژگی‌های مکانیکی-حرارتی و عملیات بسپارش، پس از فرآیند پخت دچار تغییر شکل می‌شوند. همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است، تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن متعامد می‌تواند به گونه‌های متفاوت زینی شکل و استوانه‌ای شکل باشد. از جمله تئوری‌هایی که به پیش‌بینی تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن متعامد پرداخت، تئوری کلاسیک لایه‌ای می‌باشد. این تئوری، تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن مرکب را در دمای محیط به صورت زینی شکل پیش‌بینی کرد، که با نتایج آزمایشی مطابقت نداشت [۲ و ۳]. روش انرژی هایر، یکی دیگر از تئوری‌هایی است که به پیش‌بینی تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن پرداخت. او نشان داد که حالت زینی شکل با توجه به ضخامت چندلایه و طول آن، در برخی از موارد ترکیبی ناپایدار است [۴].



شکل ۱: انواع تغییر شکل چندلایه‌های نامتقارن متعامد مرکب (a) قبل از فرآیند پخت، (b) زینی شکل، (c) و (d) استوانه‌ای شکل [۲۳]

Fig. 1. Different deformation of unsymmetric cross-ply composite laminates

## ۲-۱ روش انرژی هایر برای چندلایه‌های نامتقارن متعامد

هایر [۲-۴] پس از مطالعه و بررسی تغییر شکل چندین نوع از چندلایه‌های نامتقارن پس از فرآیند پخت، متوجه شد که تغییر شکل برخی از چندلایه‌های نامتقارن نازک، بسیار نزدیک به استوانه‌های دایره‌ای شکل است. در بعضی از چیدمان‌های نامتقارن مانند چیدمان متعامد، دو حالت استوانه‌ای شکل پایدار وجود دارد که در این گونه موارد، شکل استوانه‌ای قطعه می‌تواند بر اثر کوچک‌ترین عامل خارجی به حالت استوانه‌ای دیگر با همان مشخصات تبدیل شود، با این تفاوت که راستای استوانه دوم در جهت عمود بر راستای استوانه‌ی اولی است (میان پرش). به منظور بررسی انحنا در مواد مرکب چندلایه‌ای

متعامد در این تحقیق از مدل هایر مرتبه بالا استفاده شده است. اساس این روش بر مبنای کمینه‌سازی انرژی پتانسیل می‌باشد. هایر جابجایی‌های یک نقطه از چندلایه مواد مرکب در جهات  $x_1$  و  $x_2$  به صورت زیر در نظر گرفت [۶]:

$$u_1^0 = cx_1 - \frac{1}{6} a^2 x_1^2 - \frac{1}{4} abx_1 x_2^2 \quad (1)$$

$$u_2^0 = dx_2 - \frac{1}{6} b^2 x_2^2 - \frac{1}{4} abx_2 x_1^2 \quad (2)$$

$$u_3^0 = \frac{1}{4} (ax_1^2 + bx_2^2) \quad (3)$$

$$e_1^0 = \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} \right)^2 \quad (4)$$

$$e_2^0 = \frac{\partial u_2^0}{\partial x_2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} \right)^2 \quad (5)$$

$$e_3^0 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3^0}{\partial x_1} \frac{\partial u_3^0}{\partial x_2} \right) \quad (6)$$

$$e_1 = e_1^0 - x_2 \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_1^2} \quad (7)$$

$$e_2 = e_2^0 - x_1 \frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_2^2} \quad (8)$$

$$e_3 = e_3^0 - x_2 \frac{\partial^2 u_3^0}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (9)$$

انرژی پتانسیل کل یک چندلایه مرکب نیز برابر است با:

$$W = \int_{-\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_1}{2}} \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \varphi dx_1 dx_2 dx_3 \quad (10)$$

که در آن  $L_1$  و  $L_2$  طول ابعاد چندلایه در حالت مسطح در راستاهای  $x_1$  و  $x_2$ ،  $h$  ضخامت چندلایه بوده و  $\varphi$  چگالی انرژی کرنشی برای یک تک لایه است که برابر است با:

$$\varphi = \frac{1}{2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} (e_i^{(k)} e_j^{(k)} - \alpha_i^{(k)} e_j^{(k)} \Delta T) \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (11)$$

$\bar{Q}_{ij}$  ماتریس سفتی کاهش یافته و اندیس  $k$  نشان‌دهنده هر لایه می‌باشد و ماتریس‌های  $[A]$ ،  $[B]$  و  $[D]$  نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند که به ترتیب ماتریس سفتی کششی، ماتریس سفتی کوپلینگ و ماتریس سفتی خمشی است.

$$[A] = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \int_{z_{k-1}}^{z_k} dz = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k (z_k - z_{k-1}) = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k h_k \quad (12)$$

$$[B] = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (13)$$

$$C_r = \frac{1}{48} B_{11} L_r^3 \quad C_f = \frac{1}{48} A_{1r} L_r^3$$

$$C_\lambda = \frac{1}{128} A_{r2} L_r^3 \quad C_q = \frac{1}{48} B_{r2} L_r^3$$

$$C_\delta = \frac{1}{2304} A_{1r} L_r^3 L_r^3$$

$$(N_1^T, M_1^T) = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{11}^{(k)} \alpha_1^{(k)} + \bar{Q}_{12}^{(k)} \alpha_2^{(k)} + \bar{Q}_{16}^{(k)} \alpha_6^{(k)}) \Delta T^{(k)} (h_k, h_k \bar{z}_k) \quad (23)$$

$$(N_2^T, M_2^T) = \quad (24)$$

$$\sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{21}^{(k)} \alpha_1^{(k)} + \bar{Q}_{22}^{(k)} \alpha_2^{(k)} + \bar{Q}_{26}^{(k)} \alpha_6^{(k)}) \Delta T^{(k)} (h_k, h_k \bar{z}_k)$$

$$(N_6^T, M_6^T) = \quad (24)$$

$$\sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{61}^{(k)} \alpha_1^{(k)} + \bar{Q}_{62}^{(k)} \alpha_2^{(k)} + \bar{Q}_{66}^{(k)} \alpha_6^{(k)}) \Delta T^{(k)} (h_k, h_k \bar{z}_k)$$

$$(N_6^T, M_6^T) = \quad (25)$$

$$\sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{61}^{(k)} \alpha_1^{(k)} + \bar{Q}_{62}^{(k)} \alpha_2^{(k)} + \bar{Q}_{66}^{(k)} \alpha_6^{(k)}) \Delta T^{(k)} (h_k, h_k \bar{z}_k)$$

$N_1^T, M_1^T$  به ترتیب ممان‌های حرارتی و بارهای حرارتی می‌باشند. با استفاده از روابط (۱۷) تا (۲۵) و تعیین متغیرها، دو متغیر  $a$  و  $b$  که انحناء در راستای مختلف است نیز قابل محاسبه می‌باشند. با توجه به درجه معادلات حل ریاضی آن‌ها، برای هر یک از متغیرها جواب‌هایی متفاوتی بدست می‌آید که برخی از آن‌ها توجیه فیزیکی ندارند. در بین این پاسخ‌ها، تنها جواب‌هایی توجیه فیزیکی دارند و پایدار خواهند بود که به ازای آن‌ها تغییرات ثانویه انرژی پتانسیل  $\partial^2 W$  دارای مقداری بزرگتر از صفر باشد، بنابراین جواب‌های پایدار  $a$  و  $b$  نشانگر میزان انحناء در جهات مختلف  $x_1$  و  $x_r$  می‌باشد [۶].

### ۳- تعیین خواص مکانیکی و حرارتی مواد مرکب سه‌فازی

مواد مرکب چندلایه‌ای در نظر گرفته شده مرکب از سه فاز الیاف کربنی، زمینه پلیمری و نانولوله‌های کربنی می‌باشد که از نانولوله‌های کربنی به عنوان تقویت‌کننده زمینه استفاده شده است. میزان درصد حجمی نانولوله‌های کربنی به صورت متفاوت و برابر با ۰٪، ۱٪، ۲٪ و ۳٪ در نظر گرفته شده است. به منظور

$$= \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k h_k \bar{z}_k$$

$$[D] = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (14)$$

$$= \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \left( h_k \bar{z}_k^2 + \frac{h_k^3}{12} \right)$$

برای بدست آوردن کمینه انرژی پتانسیل در ابتدا می‌بایست تغییرات اول انرژی پتانسیل کل نسبت به متغیرها محاسبه شود که تغییرات اول انرژی پتانسیل کل نسبت به  $a, b, c$  و  $d$  بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\partial W = f_1 \delta a + f_r \delta b + f_r \delta c + f_r \delta d \quad (15)$$

$$p = 1, \dots, \xi \quad (16)$$

$$f_p = f_p(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, N_1^T, N_r^T, M_1^T, M_r^T, L_1, L_r, a, b, c, d)$$

به منظور کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل، تغییرات اول انرژی پتانسیل کل نسبت به متغیرها می‌بایست برابر با صفر قرار داده شود و با حل معادلات که در روابط (۱۸) تا (۲۵) ارائه شده است، متغیرها محاسبه شده است:

$$\partial W = 0 \Leftrightarrow f_p = 0, \quad p = 1, \dots, \xi \quad (17)$$

$$f_1(a, b, c, d) = -C_1 bc - B_{11} c + C_r ab^2 + 2C_r ab + (18)$$

$$D_{11} a - C_f bc + 2C_\delta ab^2 - C_\delta bd + D_{1r} b - C_v bd + C_\lambda ab^2$$

$$+ C_q b^2 + \frac{1}{48} b N_1^T L_r^3 + \frac{1}{48} b N_r^T L_1^3 + M_1^T = 0$$

$$f_r(a, b, c, d) = -C_1 ac - B_{r2} d + C_r ba^2 + C_r a^2 + (19)$$

$$D_{r2} b - C_f ac + 2C_\delta ba^2 - C_\delta ad + D_{1r} a - C_v ad + C_\lambda ba^2$$

$$+ 2C_q ab + \frac{1}{48} a N_1^T L_r^3 + \frac{1}{48} b N_r^T L_1^3 + M_r^T = 0$$

$$f_r(a, b, c, d) = -C_1 ab + A_{11} c - B_{11} a + A_{1r} d - C_f ab - N_1^T = 0 \quad (20)$$

$$f_f(a, b, c, d) = -C_f ab + A_{1r} c - B_{r2} b + A_{r2} d - C_v ab - N_r^T = 0 \quad (21)$$

$$C_1 = \frac{1}{48} A_{11} L_r^3 \quad C_r = \frac{1}{128} A_{11} L_r^3 \quad (22)$$

$$C_f = \frac{1}{48} A_{1r} L_r^3 \quad C_v = \frac{1}{48} A_{r2} L_1^3$$

**جدول ۱:** مدل‌های میکرومکانیک جهت تعیین خواص مکانیکی و حرارتی نانو مواد مرکب [۲۴ و ۲۵]

**Table 1: Analytical micromechanical models to prediction of mechanical and thermal properties of nanocomposite**

روابط برای محاسبه خواص مکانیکی و حرارتی نانو مواد مرکب	نام مدل
$E_{NC} = E_m \left[ \frac{\nu \left( \frac{1 + \nu \eta_L V_{CNT} \xi}{1 - \eta_L V_{CNT}} \right) + \frac{\delta}{\lambda} \left( \frac{1 + \nu \eta_T V_{CNT} \xi}{1 - \eta_T V_{CNT}} \right) \right]$ $G_{NC} = E_m \left[ \frac{\nu \left( \frac{1 + \nu \eta_L V_{CNT} \xi}{1 - \eta_L V_{CNT}} \right) + \frac{\nu}{\lambda} \left( \frac{1 + \nu \eta_T V_{CNT} \xi}{1 - \eta_T V_{CNT}} \right) \right]$ $\eta_L = \frac{\alpha \left( \frac{E_{CNT}}{E_m} \right) - 1}{\alpha \left( \frac{E_{CNT}}{E_m} \right) + \nu \xi}, \quad \eta_T = \frac{\alpha \left( \frac{E_{CNT}}{E_m} \right) - 1}{\alpha \left( \frac{E_{CNT}}{E_m} \right) + \nu}$	هالپین-تسای
$\alpha_{NC} = \frac{1}{2} \left( \frac{E_{CNT} V_{CNT} \alpha_{CNT} + E_m V_m \alpha_m (1 - \nu_{CNT} V_{CNT} - \nu_m V_m)}{E_{CNT} V_{CNT} + E_m V_m} \right) + (1 + \nu_m) \alpha_m V_m + (1 + \nu_{CNT}) \alpha_{CNT} V_{CNT}$	شپری اصلاح شده

همانطور که در جدول ۲ نشان داده شده است، با افزایش درصد حجمی نانولوله کربنی در زمینه پلیمری، میزان مدول الاستیک و نسبت پواسون افزایش یافته است، که ناشی از مدول بسیار بالای نانولوله‌های کربنی می‌باشد. وجود ۱٪ حجمی نانولوله کربنی موجب افزایش ۱۵٪ مدول الاستیک زمینه پلیمری شده است. با توجه به ضریب انبساط حرارتی پایین نانولوله کربنی، با افزایش نانولوله‌های کربنی از میزان ضریب انبساط حرارتی زمینه پلیمری کاسته شده است، که بیشینه درصد کاهش ضریب انبساط حرارتی برابر با ۳۲٪ و مربوط به ۳٪ حجمی نانولوله کربنی در ماده زمینه است.

**جدول ۲:** خواص مکانیکی و حرارتی زمینه تقویت شده با درصدهای حجمی متفاوت نانولوله کربنی

**Table 2: Mechanical and thermal properties of matrix reinforced with different volume fraction of CNTs**

$E$ (GPa)	$\nu$	$\alpha \left( \frac{1}{^\circ C} \right) \times 10^{-6}$	
۱۰۰۰	۰/۱	-۱/۵	نانولوله کربنی [۱۹]
۳/۱۳	۰/۳۵	۶۲/۴۵	اپوکسی ام.ال ۵۰۶ [۱۹]
۳/۶۷۴	۰/۳۴۷	۴۶/۱۷	۱٪ نانولوله کربنی
۴/۲۲	۰/۳۴۵	۴۳/۵۸	۲٪ نانولوله کربنی
۴/۷۷	۰/۳۴۲	۴۲/۳	۳٪ نانولوله کربنی

در مبحث خواص مکانیکی و حرارتی مواد مرکب تقویت شده با الیاف نیز مدل‌های میکرومکانیکی متفاوت ارائه شده است که از جمله آن‌ها می‌توان به مدل‌های هشین روسن<sup>۶</sup>، هالپین-تسای،

تعیین خواص مکانیکی و حرارتی مواد مرکب سه‌فازی، در ابتدا با استفاده از روابط میکرومکانیک مربوط به نانومواد، به تعیین خواص مکانیکی و حرارتی زمینه تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداخته شده است. مدل‌های گوناگونی از جمله هالپین-تسای<sup>۱</sup>، کُکس-کرنچل<sup>۲</sup>، هیرسچ<sup>۳</sup> و شپری<sup>۴</sup> جهت تعیین خواص مکانیکی و حرارتی وجود دارد. با توجه به تحقیقاتی که در این مبحث انجام شده است [۱۶]، در بین مدل‌های موجود، مدل هالپین-تسای [۲۴]، جهت تعیین خواص مکانیکی و مدل شپری اصلاح شده [۱۶ و ۲۵] جهت تعیین خواص حرارتی تطابق مناسبی با نتایج آزمایشی دارند، بنابراین از این دو مدل که روابط آن در جدول ۱ نشان داده شده است، جهت تعیین خواص مکانیکی و حرارتی زمینه تقویت شده با نانولوله‌های کربنی استفاده شده است. با توجه به اینکه جهت‌گیری نانولوله‌های کربنی با الیاف پیوسته کاملاً متفاوت می‌باشد و هر یک از ذرات نانولوله کربنی امکان قرار گرفتن در جهت‌های مختلف را در می‌باشد، از مدل شپری اصلاح شده [۱۶ و ۲۵] استفاده شده است. در مدل شپری اصلاح شده جهت‌گیری نانولوله‌های کربنی به صورت تصادفی در نظر گرفته شده است و پارامتر ضریب پواسون اجزای تشکیل‌دهنده نیز در تعیین ضریب انبساط حرارتی نانومواد مرکب به کار گرفته شده است.  $E_{CNT}$ ،  $E_m$  و  $E_{NC}$  به ترتیب مدول الاستیک نانولوله کربنی، مدول الاستیک زمینه پلیمری و مدول الاستیک نانومواد مرکب،  $\alpha_{CNT}$ ،  $\alpha_m$  و  $\alpha_{NC}$  به ترتیب ضریب انبساط حرارتی نانولوله کربنی، زمینه و نانومواد مرکب و  $\alpha$  پارامتر وابسته به نسبت ضخامت به طول نمونه است که با توجه به ضخامت دارای مقادیری برابر با ۰/۱۶۷ یا ۰/۳۳ است.  $V_{CNT}$  بیانگر درصد حجمی نانولوله کربنی،  $\nu_{CNT}$  نسبت پواسون نانولوله کربنی و  $\xi$  برابر با نسبت طول به قطر نانولوله کربنی می‌باشد. با توجه به ویژگی‌های مکانیکی و حرارتی نانولوله کربنی و زمینه پلیمری مورد نظر (اپوکسی ام.ال ۵۰۶) و با استفاده از روابط میکرومکانیک ذکر شده، خواص نانو مواد مرکب با درصدهای حجمی متفاوت نانولوله کربنی محاسبه و در جدول ۲ نشان داده شده است.  $\nu_{NC}$  و  $G_{NC}$  نشان دهنده مدول برشی و نسبت پواسون نانومواد مرکب است.

- 1 Halpin-Tsai
- 2 Cox-Krenchel
- 3 Hirsch
- 4 Schapery
- 5 ML506

6 Hashin Rosen

**جدول ۳:** مدل‌های میکرومکانیک جهت تعیین خواص مکانیکی و حرارتی مواد مرکب تقویت شده با الیاف [۲۶ و ۲۷]

**Table 3: Micromechanical models to prediction of mechanical and thermal properties of fiber reinforced composite**

روابط برای محاسبه خواص مکانیکی و حرارتی نانو مواد مرکب	نام مدل
$E_T = \frac{(V_f + V_m a_{11})(V_f + V_m a_{22})}{(V_f + V_m a_{11})(V_f S_{11}^f + V_m S_{11}^m) + V_f V_m (S_{11}^m - S_{11}^f)}$ $G_{LT} = \frac{(V_f + V_m a_{66})G_m G_f}{V_f G_m + V_m G_f a_{66}}, \quad \nu_{LT} = V_m \nu_m + V_f \nu_f$ $E_L = E_m V_m + E_f V_f$	بریجینگ
$\alpha_L = \frac{E_f V_f \alpha_f + E_m V_m \alpha_m}{E_f V_f + E_m V_m}$ $\alpha_T = (1 + \nu_f) V_f \alpha_f + (1 + \nu_m) V_m \alpha_m - (\nu_f V_f + \nu_m V_m) \alpha_L$	شپری

**جدول ۴:** خواص مکانیکی و حرارتی مواد مرکب سه فاز شامل الیاف کربنی، نانولوله کربنی و زمینه پلیمری

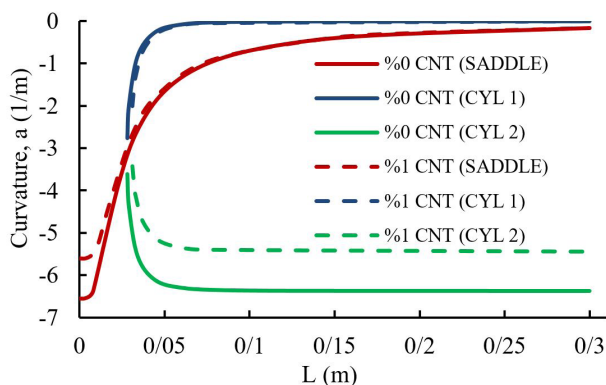
**Table 4: Mechanical and thermal properties of three-phase composite including carbon fiber, CNTs and polymer matrix**

$E_L$ (GPa)	$E_T$ (GPa)	$\nu_{IT}$	$G_{LT}$ (GPa)	$\alpha_L \times 10^{-6}$ ( $\frac{1}{^\circ C}$ )	$\alpha_T \times 10^{-6}$ ( $\frac{1}{^\circ C}$ )	
۲۳۰	۱۵	۰/۲	۸/۸۵	۱۵	-۰/۴	الیاف کربن [۱۹]
۱۳۹/۲۵	۷/۷۲	۰/۲۵۳	۴/۴۶	۴۴/۰۶	۰/۱۶۵	۰٪ نانولوله کربنی + ۶۰٪ الیاف کربنی + زمینه
۱۳۹/۴۷	۸/۵۱	۰/۲۶	۵/۱۲	۳۵/۷۴	۰/۰۹۱	۱٪ نانولوله کربنی + ۶۰٪ الیاف کربنی + زمینه
۱۳۹/۶۹	۹/۲۱	۰/۲۶۶	۵/۷۸	۳۴/۵۸	۰/۱۳۱	۲٪ نانولوله کربنی + ۶۰٪ الیاف کربنی + زمینه
۱۳۹/۹۱	۹/۸۴	۰/۲۷	۶/۴۳	۳۴/۰۵	۰/۱۸۲	۳٪ نانولوله کربنی + ۶۰٪ الیاف کربنی + زمینه

بریجینگ<sup>۱</sup>، قانون مخلوطها<sup>۲</sup> و قانون اصلاح شده مخلوطها<sup>۳</sup> جهت تعیین خواص مکانیکی و مدل‌های ون فو فای<sup>۴</sup>، اشنایدر<sup>۵</sup>، شپری و چمیس<sup>۶</sup> و قانون مخلوطها جهت تعیین خواص حرارتی اشاره کرد. با توجه به بررسی‌های انجام شده در تحقیقات گذشته [۱۶]، مدل‌های بریجینگ و شپری دارای دقت و صحت خوبی می‌باشند که روابط آن‌ها در جدول ۳ نشان داده شده است.  $a_{ij}$  اعضای ماتریس بریجینگ و  $S_{ij}$  اعضای مربوط به معکوس ماتریس سفتی هر یک از اجزای الیاف و زمینه می‌باشد. پارامترهای  $\nu$  و  $G$  نشان دهنده نسبت پواسون و مدول برشی بوده و اندیس‌های  $f$  و  $m$  نشانگر اجزای الیاف و زمینه می‌باشند. با در نظر گرفتن خواص مکانیکی و حرارتی بدست آمده در جدول ۲ به عنوان زمینه جدید و درصد حجمی الیاف برابر با ۶۰٪، خواص مکانیکی و حرارتی مواد مرکب سه فاز حاصل شده با توجه به مدل‌های بریجینگ و شپری محاسبه شده و در جدول ۴ آورده شده است. همانگونه که در جدول ۴ مشاهده می‌شود با افزایش درصد حجمی نانولوله کربنی و تغییر خواص مکانیکی و حرارتی زمینه‌ی تقویت شده با نانولوله کربنی، خواص مکانیکی و حرارتی مواد مرکب سه‌فازی نیز تغییر قابل ملاحظه‌ای کرده است. وجود و افزایش نانولوله‌های کربنی موجب افزایش خواص مکانیکی از جمله مدول الاستیک طولی، مدول الاستیک عرضی، نسبت پواسون و مدول برشی شده است. ضریب انبساط حرارتی عرضی مواد مرکب سه‌فازی با افزایش درصد حجمی نانولوله کربنی کاهش قابل ملاحظه‌ای (۱۹٪) یافته است، که علت آن کاهش ضریب انبساط حرارتی زمینه تقویت شده با نانولوله کربنی می‌باشد. در مورد ضریب انبساط حرارتی طولی، وجود ۱٪ حجمی نانولوله موجب کاهش ضریب انبساط طولی لایه ماده مرکب (۴۵٪) شده است که ناشی از کاهش ضریب انبساط حرارتی زمینه تقویت شده با نانولوله می‌باشد. در درصدهای حجمی بالاتر نانولوله کربنی، ضریب انبساط حرارتی افزایش یافته است که عامل آن افزایش قابل توجه مدول الاستیک زمینه، در مقایسه با کاهش ضریب انبساط حرارتی زمینه در معادله مدل شپری است که در جدول ۳ بیان گردیده است.

- 1 Bridging
- 2 ROM
- 3 Modified ROM
- 4 Van Fo Fy
- 5 Schneider
- 6 Chamis

و ۱٪ نانولوله کربنی نشان داده شده است. برای ابعاد کوچک‌تر از طول بحرانی، تغییر شکل به صورت زینی شکل است، که اندازه آن همانند شکل ۲ و با علامت مخالف بدست آمده است، که خود نشان‌دهنده تغییر شکل زینی شکل است. برای حالت استوانه‌ای نیز هنگامی که در راستای  $x_p$  تغییر شکل استوانه‌ای ایجاد می‌شود، در جهت  $x_p$  حالت استوانه‌ای ایجاد شده اما انحنای آن نزدیک به صفر است که در حالت ایجاد تغییر شکل استوانه‌ای در چندلایه قابل انتظار است. هنگامی که یک چندلایه تغییر شکل استوانه‌ای پیدا می‌کند، همانند قطعی از یک استوانه می‌باشد به‌طوری‌که انحناء در یک راستا قابل توجه و در راستای دیگر بسیار کمتر است. با توجه به چیدمان  $[0_p/90_p]_T$ ، برای تغییر شکل‌های استوانه‌ای ممکن است انحنای بزرگتر در یکی از راستاهای  $x_p$  یا  $x_y$  اتفاق بیفتد که با اعمال کوچک‌ترین نیروی خارجی از یک راستا به راستای دیگر پرش می‌کند. اضافه کردن ۱٪ حجمی نانولوله کربنی در این جهت نیز، موجب کاهش قابل توجه ۱۵٪ انحناء در حالت استوانه‌ای شده است.



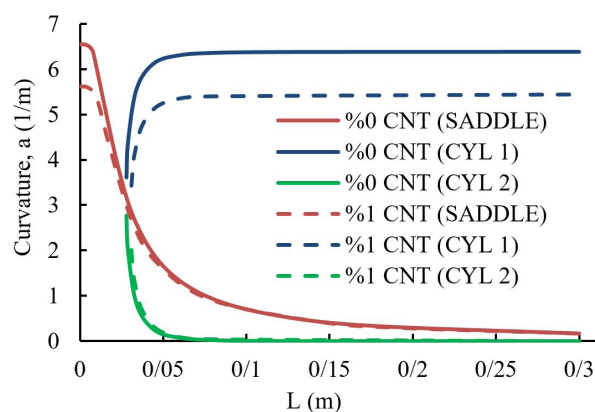
شکل ۳: انحناء چندلایه  $[0_p/90_p]_T$  تقویت شده با ۰٪ و ۱٪ نانولوله‌های کربنی در راستای  $x_p$  برای ابعاد متفاوت

Fig. 3. Curvature of composite laminate  $[0_p/90_p]_T$  reinforced with 0% and 1% CNTs in direction  $x_p$  for different dimensions

میزان انحناء و طول بحرانی برای درصدهای متفاوت نانولوله کربنی شامل ۱٪، ۲٪ و ۳٪ در جدول ۵ برای ابعادی خاص نشان داده شده است. اضافه کردن ۱٪ نانولوله کربنی، انحناء به میزان ۱۵٪ کاهش پیدا کرده است و طول بحرانی نیز به میزان ۹٪ افزایش یافته است. افزایش درصد حجمی نانولوله به بیش از ۱٪ تأثیر قابل توجهی بر میزان انحناء و طول بحرانی ایجاد نکرده است، که علت آن همانگونه که در جدول ۴ مشاهده می‌کنید، عدم تغییر محسوس ضریب انبساط حرارتی عرضی تک لایه نسبت به لایه تقویت شده با ۱٪ حجمی نانولوله کربنی در مقایسه با درصد حجمی بالاتر نانولوله کربنی است.

#### ۴- بررسی انحناء و اثرات نانولوله‌های کربنی توسط مدل هابر

برای مطالعه انحناء در چند لایه مواد مرکب متعامد با چیدمان  $[0_p/90_p]_T$  که ابعاد آن به صورت مربعی شکل می‌باشند، مدل هابر استفاده شده و از خواص مکانیکی و حرارتی بدست آمده از مدل‌های میکرومکانیک در قسمت‌های قبلی استفاده شده است. در شکل ۲، میزان انحناء در راستای  $x_p$  برای ابعاد مختلف و درصد حجمی متفاوت نانولوله ۰٪ و ۱٪ نشان داده شده است به طوری که اختلاف دمایی پخت و دمایی محیط برابر با ۱۰۰ درجه سانتیگراد در نظر گرفته شده است [۲۸].

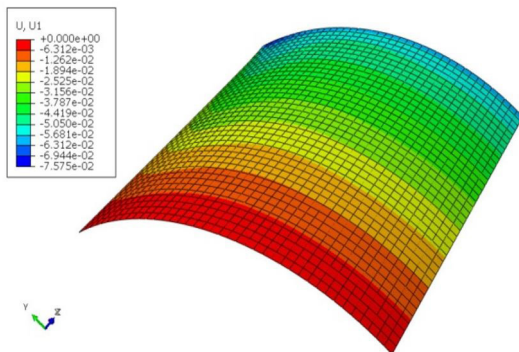


شکل ۲: انحناء چندلایه  $[0_p/90_p]_T$  تقویت شده با ۰٪ و ۱٪ نانولوله‌های کربنی در راستای  $x_p$  برای ابعاد متفاوت

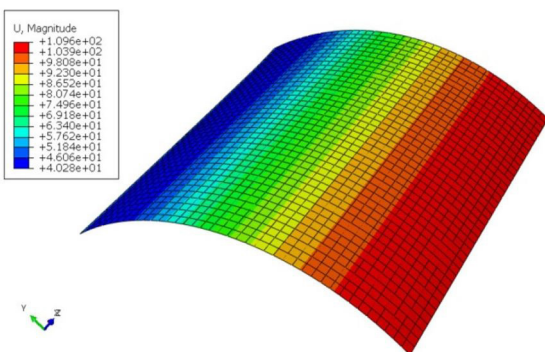
Fig. 2. Curvature of composite laminate  $[0_p/90_p]_T$  reinforced with 0% and 1% CNTs in direction  $x_p$  for different dimensions

جواب‌های مربوط به انحناء به ازای برخی از طول‌ها شامل سه جواب است و به ازای برخی دیگر از طول‌ها شامل یک جواب است. برای درصد حجمی ۰٪ نانولوله کربنی، برای ابعاد مربعی شکل با طول کوچک‌تر از ۰/۲۸ متر (طول بحرانی)، تغییر شکل به صورت زینی شکل می‌باشد. برای ابعاد بزرگتر از طول بحرانی سه جواب شامل یک تغییر شکل زینی و دو تغییر شکل استوانه‌ای شکل می‌باشد که تغییر شکل زینی شکل ناپایدار می‌باشد. تغییرات مربوط به انحناء در حالتی که تغییر شکل به صورت استوانه‌ای است (CYL ۱) با افزایش ابعاد چندلایه، کاهش می‌یابد، به طوری‌که برای ابعاد بزرگتر از ۰/۰۶ متر به صورت ثابت و یکنواخت بدست آمده است. در ابعادی برابر با ۰/۳ متر، انحنای تغییر شکل استوانه‌ای (CYL ۱) برابر مقدار ثابت  $6/38 \text{ m}^{-1}$  بدست آمده است و دیگر تغییر شکل استوانه‌ای (CYL ۲) برابر  $1/0001 \text{ m}^{-1}$  است. اضافه کردن ۱٪ نانولوله کربنی موجب کاهش انحنای استوانه‌ای به میزان ۱۵٪ می‌باشد که کاهش قابل توجهی می‌باشد. در شکل ۳ نیز، میزان انحناء برای ابعاد متفاوت در راستای  $x_p$  برای درصد حجمی ۰٪

برای درصدهای حجمی متفاوت نانولوله‌های کربنی، خواص بدست آمده با توجه به روابط میکرومکانیک جهت تحلیل المان محدود در نرم‌افزار اعمال شده است. توزیع جابجایی در جهات مختلف برای نمونه مربعی شکل با طول ۰/۲ متر بدون وجود نانولوله‌های کربنی در شکل ۵ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۵ نشان داده شده، تغییر شکل برای ابعاد مربعی شکل ۰/۲ متر که بزرگتر از ابعاد بحرانی است، به صورت استوانه‌ای شکل بدست آمده است. در شکل ۶، تغییر شکل در جهات مختلف برای نمونه مربعی به طول ۰/۱ متر (کوچک‌تر از طول بحرانی) برای حالت ٪ حجمی نانولوله کربنی نشان داده شده است. در این حالت تغییر شکل به صورت زینی شکل بدست آمده است، که با پیش‌بینی مدل هایلر مطابقت دارد. با توجه به مدل کردن یک چهارم از نمونه، تغییر شکل نشان داده شده، تغییر شکل نیمه متقارن در هر یک از راستا است که شرایط مرزی تقارن در هر دو راستا بر آن اعمال شده است. در شکل ۵ الف و ۶ الف جابجایی  $U_1$  را نمایش می‌دهد که در لبه مرزی برابر با صفر و در شکل‌های ۵ ب و ۶ ب جابجایی  $U_2$  را نمایش داده است و مقدار آن در دیگر لبه مرزی برابر با صفر است. علاوه بر راستاهای  $x_1$  و  $x_2$ ، کانتور جابجایی در راستای  $x_3$  در شکل‌های ۵ ج و ۶ ج و برابری جابجایی‌ها در شکل‌های ۵ د و ۶ د برای دو تغییر شکل استوانه‌ای و زینی شکل نشان داده شده است.



(الف)



(ب)

**جدول ۵:** اثر درصد حجمی متفاوت نانولوله‌های کربنی بر انحنا در چندلایه  $[0_2/90_2]_T$   
**Table 5: Effect of different CNTs volume fraction on curvature in composite laminate  $[0_2/90_2]_T$**

انحناء $m^{-1}$ (طول ابعاد صفر)	طول بحرانی m	انحناء $m^{-1}$ (طول ابعاد ۰/۳ m)	نانولوله کربنی
۶/۵۳	۰/۰۳۳۲	۶/۳۷۹	٪۰
۵/۶۱	۰/۰۳۶۳	۵/۴۴۲	٪۱
۵/۵۴۶	۰/۰۳۶۵	۵/۴۶	٪۲
۵/۷۳	۰/۰۳۶۵	۵/۵۳	٪۳

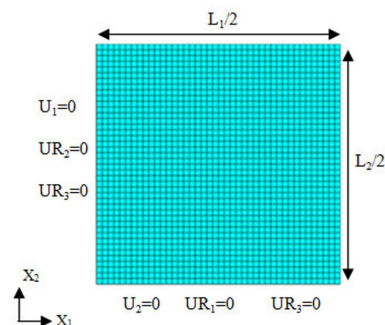
### ۵- تحلیل المان محدود

علاوه بر مدل هایلر، به منظور بررسی انحنا در چندلایه نامتقارن  $[0_2/90_2]_T$  تقویت شده با درصدهای حجمی متفاوت نانولوله‌های کربنی ٪۰، ٪۱، ٪۲، و ٪۳ از نرم المان محدود آباکوس [۲۹] استفاده شده است. مدل‌سازی به صورت صفحات نازک پوسته‌ای انجام گرفته است و با توجه به وجود تقارن، تنها یک چهارم از نمونه با اعمال شرایط مرزی متقارن شامل جابجایی  $U$  و چرخش  $UR$ ، مدل‌سازی شده است (شکل ۴). نوع المان‌های در نظر گرفته شده در تحلیل المان محدود S4R و تعداد آن شامل ۱۷۶۴ المان می‌باشد که با آزمون همگرایی به این تعداد المان دست یافته‌ایم که برای ٪۰ نانولوله کربنی میزان انحنا برای تعداد المان‌های مختلف در جدول ۶ نشان داده شده است. بارگذاری حرارتی با ایجاد اختلاف درجه حرارت به میزان ۱۰۰ درجه و به صورت ثابت و یکنواخت اعمال شده است.

**جدول ۶:** نتایج همگرایی المان محدود برای تغییر شکل استوانه‌ای به طول ۰/۲ متر برای ٪۰ نانولوله کربنی در چندلایه  $[0_2/90_2]_T$

**Table 6: Finite element convergence for cylindrical deformation in composite laminate  $[0_2/90_2]_T$  with %0 CNTs and length 0.2 (m)**

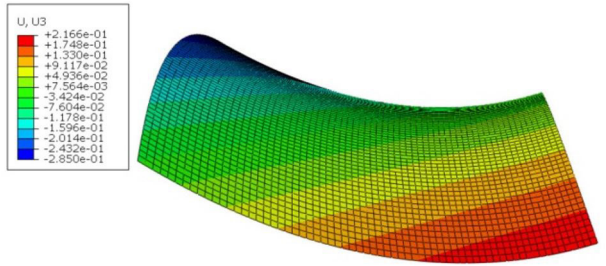
انحناء ( $m^{-1}$ )	تعداد المان
۷/۰۱	۴۰۰
۶/۷	۹۰۰
۶/۵۳	۱۷۶۴
۶/۵۲	۲۳۰۴



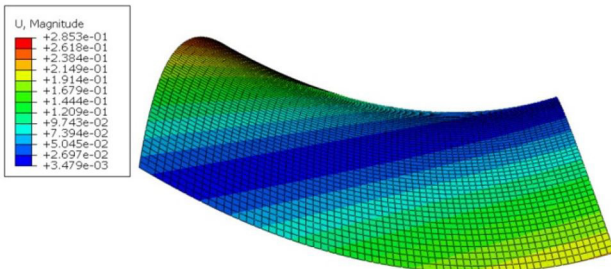
**شکل ۴:** شرایط مرزی و مش‌بندی مدل المان محدود

**Fig. 4. Boundary condition and mesh of finite element model**





(ج)

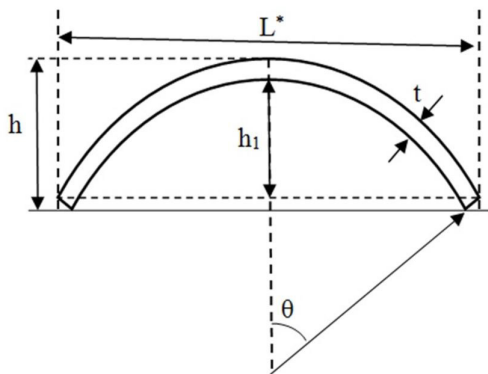


(د)

**شکل ۶:** تغییر شکل زینی شکل چیدمان  $[0_2/90_2]_T$  در حالت  $0\%$  نانولوله کربنی ابعاد کوچکتر از طول بحرانی و برابر با  $0.01$  متر الف) جابجایی در راستای  $x_1$  ب) جابجایی در راستای  $x_2$  ج) جابجایی در راستای  $x_3$  د) برآیند جابجایی

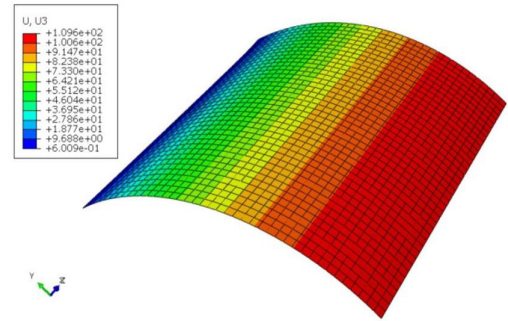
**Fig. 6. Cylindrical deformation of composite laminate  $[0_2/90_2]_T$  with  $0\%$  CNTs with length less than critical length as  $0.01$  (m)**  
 a) displacement in direction  $x_1$  b) displacement in direction  $x_2$   
 c) displacement in direction  $x_3$  d) magnitude of displacement

۶- مقایسه و بررسی نتایج انحنای مدل هایلر و تحلیل المان محدود به منظور مقایسه نتایج انحنای بدست آمده از روش هایلر با مدل المان محدود، با توجه به اینکه خروجی تغییر شکل نرم افزار آباکوس به صورت جابجایی در جهات مختلف است از روابط زیر  $[\theta]$  جهت محاسبه انحناء در تحلیل المان محدود استفاده شده است. با توجه شکل ۷ و پارامترهای مشخص شده که قابل اقتباس از خروجی نرم افزار آباکوس می باشند، شعاع انحناء  $R_{OUT}$  و در نتیجه میزان انحناء  $R_{OUT}^{-1}$  قابل محاسبه است.

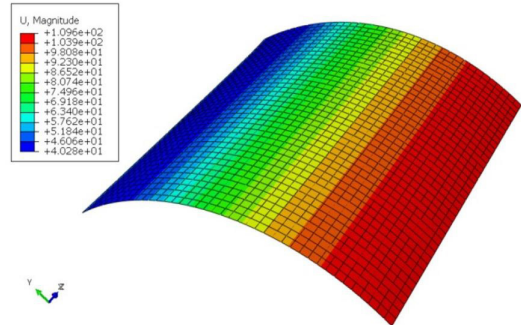


**شکل ۷:** طرح واژه‌ی از پارامترهای نمونه تغییر شکل یافته

**Fig. 7. Schematic of different parameters in deformed shape**



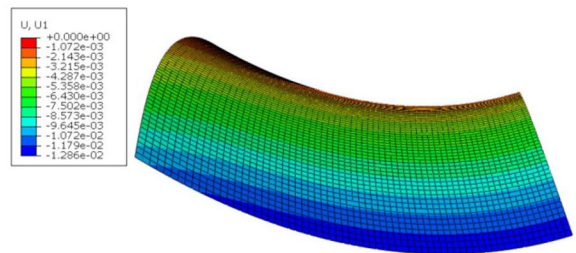
(ج)



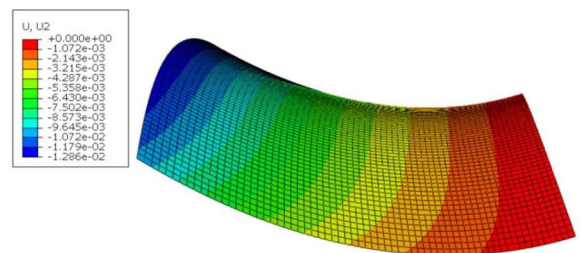
(د)

**شکل ۵:** تغییر شکل استوانه‌ای چیدمان  $[0_2/90_2]_T$  در حالت  $0\%$  نانولوله کربنی ابعادی بزرگتر از طول بحرانی و برابر با  $0.2$  متر الف) جابجایی در راستای  $x_1$  ب) جابجایی در راستای  $x_2$  ج) جابجایی در راستای  $x_3$  د) برآیند جابجایی

**Fig. 5. Cylindrical deformation of composite laminate  $[0_2/90_2]_T$  with  $0.2\%$  CNTs with length more than critical length as  $0.2$  (m)**  
 a) displacement in direction  $x_1$  b) displacement in direction  $x_2$   
 c) displacement in direction  $x_3$  d) magnitude of displacement



(الف)



(ب)

مربوط به حالت زینی شکل برای ابعاد بسیار کوچک (نزدیک به صفر) و برای ابعاد بزرگ (۳/۰ متر) که میزان تغییرات انحناء با توجه به ابعاد ناچیز می‌باشد، ارایه شده است. مقایسه نتایج مدل هایر و تحلیل المان محدود نشان دهنده تطابق این دو تحلیل می‌باشد.

**جدول ۷:** مقایسه نتایج المان محدود و مدل هایر در تعیین انحناء در چندلایه

مواد مرکب  $[0_2/90_2]_T$

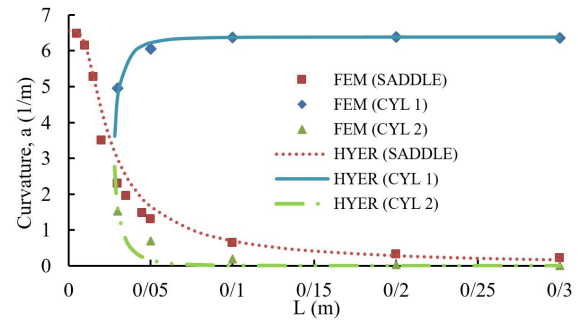
**Table 7: Comparison of results of Hyer model and finite element model in composite laminate  $[0_2/90_2]_T$**

انحناء $m^{-1}$ (طول ابعاد ۰/۰۰۵ متر)		انحناء $m^{-1}$ (طول ابعاد ۰/۳ متر)		نانولوله کربنی
مدل هایر	المان محدود	مدل هایر	المان محدود	
۶/۵۳	۶/۴۸	۶/۳۷۹	۶/۳۶	٪۰
۵/۶۱	۵/۵۳	۵/۴۴۲	۵/۴۳	٪۱
۵/۶۴۶	۵/۶	۵/۴۶	۵/۴۵	٪۲
۵/۷۳	۵/۷۱	۵/۵۳	۵/۵۳	٪۳

#### ۷- نتیجه گیری

در این تحقیق، به بررسی تغییر شکل و میزان انحناء در چندلایه مواد مرکب نامتقارن متعامد  $[0_2/90_2]_T$  مرکب از سه فاز نانولوله کربنی، زمینه پلیمری، الیاف کربن و اثرات نانولوله کربنی با درصدهای حجمی متفاوت ۰٪، ۱٪، ۲٪، ۳٪ بر میزان انحناء پرداخته شده است. با استفاده از روابط میکرومکانیک شامل هالپین تسای، بریچینگ و شپری، خواص مکانیکی (مدول الاستیک طولی، مدول الاستیک عرضی، مدول برشی و ضریب پواسون) و خواص حرارتی (ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی) محاسبه شده است. اضافه کردن ۱٪ حجمی نانولوله کربنی موجب افزایش خواص مکانیکی شامل مدول الاستیک طولی، عرضی، برشی و نسبت پواسون تک لایه مواد مرکب شده است که بیشینه آن مربوط به مدول الاستیک عرضی به میزان ۱٪ و مدول برشی به میزان ۱۴٪ نسبت به حالت عدم وجود نانولوله کربنی است. با افزایش درصدهای حجمی نانولوله کربنی به میزان ۲٪ و ۳٪ نانولوله کربنی، خواص مکانیکی تک لایه مواد مرکب افزایش یافته است. با توجه به ضریب انبساط حرارتی پایین نانولوله کربنی، خصوصیات حرارتی شامل ضریب انبساط حرارتی عرضی و طولی تک لایه مواد مرکب با اضافه کردن ۱٪ حجمی نانولوله کربنی به ترتیب به میزان قابل توجه ۱۹٪ و ۴۵٪ کاهش یافته است. اندازه ضریب انبساط حرارتی عرضی برای درصد حجمی نانولوله کربنی به میزان ۲٪ و ۳٪ نسبت به حالت ۱٪ تغییر محسوسی نداشته است. تغییر شکل با استفاده از مدل هایر برای نمونه‌ها با ابعاد متفاوت مربعی شکل تعیین شده است که برای ابعاد بزرگتر از طول بحرانی به صورت

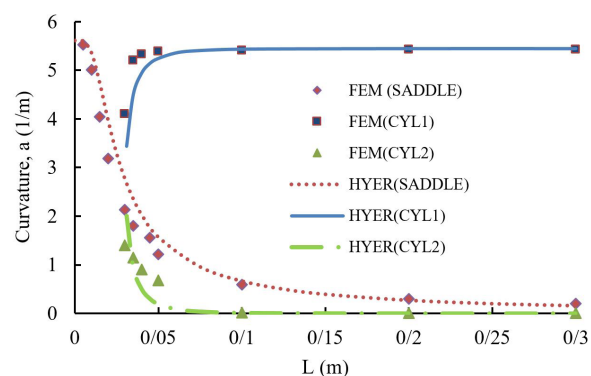
در شکل‌های ۸ و ۹ میزان انحناء برای نمونه  $[0_2/90_2]_T$  با درصد حجمی ۰٪ و ۱٪، نتایج مدل هایر با نتایج المان محدود مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌کنید، نتایج مربوط به انحنای تحلیل المان محدود برای تغییر شکل استوانه‌ای و زینی شکل در ابعاد مختلف دارای تطابق مناسبی می‌باشد.



**شکل ۸:** توزیع انحناء مواد مرکب لایه‌ای  $[0_2/90_2]_T$  بر حسب ابعاد نمونه در حالت ۰٪ نانولوله کربنی

**Fig. 8. Curvature of composite laminate  $[0_2/90_2]_T$  with %0 CNTs in different lengths**

از شکل‌های ۸ و ۹ مشخص است که نتایج مدل هایر و مدل المان محدود در ابتدای نمودار و در ابعاد بزرگ کاملاً بر یکدیگر منطبق هستند که در جدول ۷ نیز نشان داده شده است. در ابعاد نزدیک به طول بحرانی نتایج المان محدود و مدل هایر دارای اختلافاتی هستند که ناشی از میزان بالای تغییرات انحناء با توجه به تغییرات ابعاد در این محدوده است. میزان اختلاف نتایج مدل هایر و نتایج المان محدود در این بازه (ابعاد نزدیک به طول بحرانی) به طور میانگین برابر با ۱۱٪ می‌باشد.



**شکل ۹:** توزیع انحناء  $[0_2/90_2]_T$  بر حسب ابعاد نمونه در حالت ۱٪ نانولوله کربنی

**Fig. 9. Curvature of composite laminate  $[0_2/90_2]_T$  with %1 CNTs in different lengths**

در جدول ۷ میزان انحناء در مدل هایر و تحلیل المان محدود برای درصدهای متفاوت نانولوله‌های کربنی ارایه شده است. مقادیر

in Curing Process on the Deformation of Flat and Cylindrical Composite Laminates, Iranian Journal of Polymer Science and Technology 22(1) (2009) 21-30. (in Persian)

- [8] F. Dai, H. Li, S. Du, Cured shapes of bi-stable cfrp composite laminates with the side length exceeding a critical value, Applied Composite Materials, 20(4) (2013) 505-516.
- [9] M. Moore, S. Ziaei-Rad, H. Salehi, Thermal response and stability characteristics of bistable composite laminates by considering temperature dependent material properties and resin layers, Applied Composite Materials, 20(1) (2013) 87-106.
- [10] A. Ghasemi, M. Mohammadi, Calculation of calibration factors for determination of residual stresses in fiber-metal laminates using incremental hole-drilling method, Journal of the science and technology of composites, 1(1) (2014) 35-44. (in Persian)
- [11] M.M. Mohammadi, A.R. Ghasemi, Applications of the Incremental Hole-Drilling Method for Measurement of Non-Uniform Residual Stresses in Fiber Metal Laminates, Modares Mechanical Engineering, 15(6) (2015). (in Persian)
- [12] M.M. Shokrieh, S. Soveity, R. Mosalmani, An investigation on effects of aspect ratio of representative volume element on elastic modulus of a carbon nanotubes reinforced polymer, Modares Mechanical Engineering, 14(9) (2014). (in Persian)
- [13] R. Ansari, M.K. Hassanzadeh-Aghdam, M.J. Mahmoodi, Three-dimensional micromechanical analysis of the CNT waviness influence on the mechanical properties of polymer nanocomposites, Acta Mechanica, 227(12) (2016) 3475-3495.
- [14] R. Ansari, M.H. Aghdam, Micromechanics-based viscoelastic analysis of carbon nanotube-reinforced composites subjected to uniaxial and biaxial loading, Composites Part B: Engineering, 90 (2016) 512-522.
- [15] A.R. Ghasemi, M.M. Mohammadi, M. Moradi, Investigation of mechanical and thermal properties of polymer composites reinforced by multi-walled carbon nanotube for reduction of residual stresses, Journal of

استوانه‌ای و برای ابعاد کوچک‌تر از طول بحرانی به صورت زینی شکل بدست آمده است. انحنای چندلایه  $[0_p/90_p]_T$  با اضافه کردن ۱٪ حجمی نانولوله به اندازه قابل توجه ۱۵٪ کاهش یافته و طول بحرانی آن ۹٪ افزایش یافته است. اضافه کردن ۲٪ و ۳٪ نانولوله کربنی نسبت به حالت ۱٪ نانولوله کربنی تأثیر چندانی بر کاهش انحناء نداشته است زیرا اختلاف ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی که عامل اصلی انحناء در چندلایه  $[0_p/90_p]_T$  است. برای حالت‌های ۲٪ و ۳٪ نانولوله کربنی نسبت به حالت ۱٪ نانولوله کربنی تغییر محسوسی نداشته است. نتایج مربوط به میزان انحناء بدست آمده با استفاده از تئوری توسعه‌یافته هابر با نتایج تحلیل المان محدود مقایسه شده است که به جزء در محدوده طول بحرانی که از حالت زینی شکل به حالت استوانه‌ای تغییر پیدا می‌کند این اختلاف کمتر از ۱۰٪ است.

## تشکر و قدردانی

نویسندگان این تحقیق مراتب تشکر و قدردانی خود را از صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور و دانشگاه کاشان بابت حمایت‌های بیدریغ مادی و معنوی اعلام می‌دارند.

## مراجع

- [1] A.R. Ghasemi, M.M. Shokrieh, Development of an integral method for determination of non-uniform residual stresses in laminated composites, Journal of Polymer Science and Technology, 21(4) (2008) 347-355
- [2] M.W. Hyer, Some observations on the cured shape of thin unsymmetric laminates, Journal of Composite Materials, 15(2) (1981) 175-194.
- [3] M.W. Hyer, Calculations of the room-temperature shapes of unsymmetric laminates two, Journal of Composite Materials, 15(4) (1981) 296-310.
- [4] M.W. Hyer, The room-temperature shapes of four-layer unsymmetric cross-ply laminates, Journal of Composite Materials, 16(4) (1982) 318-340.
- [5] M. L. Dano, M.W. Hyer, The response of unsymmetric laminates to simple applied forces, Mechanics of composite materials and structures, 3(1) (1996) 65-80.
- [6] L. Ren, A. Parvizi-Majidi, Z. Li, Cured shape of cross-ply composite thin shells, Journal of Composite Materials, 37(20) (2003) 1801-1820.
- [7] A.R. Ghasemi, A. Yasami, Effect of Residual Thermal Stresses

- elastic response of polymer nanocomposites reinforced with randomly oriented and distributed wavy carbon nanotubes, *Journal of Composite Materials*, 51(20) (2017) 2899-2912.
- [23] L. Peeters, P. Powell, L. Warnet, Thermally-induced shapes of unsymmetric laminates, *Journal of composite materials*, 30(5) (1996) 603-626.
- [24] R.A. Schapery, Thermal expansion coefficients of composite materials based on energy principles, *Journal of Composite Materials*, 2(3) (1968) 380-404.
- [25] S. Mortazavian, A. Fatemi, Effects of fiber orientation and anisotropy on tensile strength and elastic modulus of short fiber reinforced polymer composites, *Composites part B: engineering*, 72 (2015) 116-129.
- [26] Z.-M. Huang, Simulation of the mechanical properties of fibrous composites by the bridging micromechanics model, *Composites Part A: applied science and manufacturing*, 32(2) (2001) 143-172.
- [27] M. Shokrieh, A. Daneshvar, S. Akbari, Reduction of thermal residual stresses of laminated polymer composites by addition of carbon nanotubes, *Materials & Design*, 53 (2014) 209-216.
- [28] C. Abaqus, Software for finite element analysis Abaqus/Complete Abaqus Environment, Version 6.12, Dassault Systèmes. Vélizy-Villacoublay, (2013).
- [29] M. Gigliotti, M. Wisnom, K. Potter, Development of curvature during the cure of AS4/8552 [0/90] unsymmetric composite plates, *Composites Science and Technology*, 63(2) (2003) 187-197.
- Polymer Science and Technology*, 27(3) (2014) 213-230. (in Persian)
- [16] A. Ghasemi, M. Mohammadi, M. Mohandes, The role of carbon nanofibers on thermo-mechanical properties of polymer matrix composites and their effect on reduction of residual stresses, *Composites Part B: Engineering*, 77 (2015) 519-527.
- [17] A.R. Ghasemi, M. Mohammadi, Three-dimensional residual stresses analysis of nanocomposite polymeric matrix based on fiber reinforced carbon nanotubes, *J Sci Technol Comput*, 4 (2016) 23-30. (in Persian)
- [18] A. Ghasemi, M. Mohammadi, Development of circular disk model for polymeric nanocomposites and micromechanical analysis of residual stresses in reinforced fibers with carbon nanotubes, *Comput Methods Appl Mech Eng*, 35(2) (2017) 177-196. (in Persian)
- [19] A.R. Ghasemi, M. Mohammadi Fesharaki, M. Mohandes, Three-phase micromechanical analysis of residual stresses in reinforced fiber by carbon nanotubes, *Journal of Composite Materials*, 51(12) (2017) 1783-1794.
- [20] A.R. Ghasemi, M. Mohammadi-Fesharaki, Distribution of Residual Stresses in Polymer Reinforced Carbon Nanotubes and Laminated Carbon Fibers, *Mechanics of Advanced Composite Structures*, 4(1) (2017) 9-18.
- [21] M. Mahmoodi, M. Vakilifard, A comprehensive micromechanical modeling of electro-thermo-mechanical behaviors of CNT reinforced smart nanocomposites, *Materials & Design*, 122 (2017) 347-365.
- [22] M. Hassanzadeh-Aghdam, R. Ansari, A. Darvizeh, A new micromechanics approach for predicting the