نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۱، سال ۱۳۹۹، صفحات ۲۰۳ تا ۲۲۰
DOI: 10.22060/mej.2018.14158.5811

اثر جریان بر روی تنش‌ها و کرنش‌های حرارتی در پره‌های حلقوی

مجتبی حسینی[۱]، علی حاتمی[۱]، سمیرا پایان*[۲]

[۱] دانشکده ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.
[۲] دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

خلاصه: در این مقاله، به تاثیر جریان گذرای اطراف یک پره حلقوی بر روی تنش‌ها و کرنش‌های حرارتی آن پرداخته می‌شود. نتایج به دست آمده از تنش حرارتی پره در دو حالت کلی بدون جریان سیال و با جریان سیال اطراف پره بررسی می‌شوند. نتایج به دست آمده از این بررسی‌ها نشان می‌دهد که تنش‌های حرارتی ایجاد شده در حالت بدون جریان و با جریان (جریان خارجی) در پره تفاوت زیادی در لحظه‌های اولیه با هم ندارد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که مکان بدترین تنش مماسی در دو حالت با جریان خارجی و بدون جریان تغییر نمی‌کند اما مقدار آن در حالت با جریان بیشتر است. علاوه بر آن تنش مماسی در حالت با جریان متقارن نبوده و مکان بدترین تنش اگرچه در پایه پره است اما در ناحیه جلوی پره اتفاق می‌افتد. همچنین در حالت با جریان به علت توزیع دمای دو بعدی ایجاد شده در پره کرنش‌های حرارتی نامتقارن و در نتیجه تنش‌های حرارتی نامتقارن با مقادیر قابل ملاحظه ایجاد می‌شود که هیچ کدام از این موارد در حالت بدون جریان مشاهده نمی‌گردد. بنابراین طبق نتایج حاصل از این مقاله تحلیل جریان اطراف پره‌های حلقوی برای محاسبه تنش‌های حرارتی امری ضروری به حساب می‌آید.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۶/۱۲/۱۳
بازنگری: ۱۳۹۷/۰۴/۰۳
پذیرش: ۱۳۹۷/۰۴/۲۶
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۴/۳۰

کلمات کلیدی:
روش المان محدود
روش حجم محدود
تنش و کرنش حرارتی
جریان آزاد روی پره حلقوی
جریان اطراف دسته پره‌های حلقوی

۱- مقدمه

پره‌ها یک ابزار مهندسی مناسب برای افزایش و کاهش انتقال حرارت از سطح می‌باشند، که در صنایع مختلف کاربرد دارند. محققان تحقیقات فراوانی را در زمینه پیش بینی و کنترل عملکرد یک پره مناسب انجام داده‌اند و در عمده این تحقیقات بدنبال یافتن پاسخ مکانیکی یک تغییر مورد انتظار و یا غیر قابل پیش بینی می‌باشند. تحقیقات انجام شده در زمینه پره‌های حلقوی را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم بندی کرد. دسته اول کارهایی که با حضور جریان و دسته دوم کارهایی که بدون حضور جریان انجام شده‌اند. در ابتدا تعدادی از کارهایی که بدون حضور جریان در زمینه پره‌های حلقوی انجام شده‌اند، مرور می‌شود. شانگ شنگ [۱] با استفاده از دو روش تبدیلات معکوس لاپلاس و قاعده سیمپسون به بررسی گذرای تنش‌های حرارتی در یک پره حلقوی همگن و همسانگرد با فرض یک بعدی بودن انتقال حرارت پرداخت. همچنین یو و چن [۲] نیز با استفاده از روش هیبرید به بررسی تنش‌ها و انتقال حرارت در یک پره حلقوی همسانگرد در حالت یک بعدی با شرایط مرزی جابجایی، تشعشع و جابجایی–تشعشع به صورت دائم و گذرا پرداختند، آنها توزیع دما و تنش‌های بدست آمده با شرایط مرزی مختلف را با یکدیگر مقایسه کردند. چیو و چن [۳] نیز با استفاده از روش تجزیه به بررسی توزیع دما و تنش‌های حرارتی در یک پره حلقوی همسانگرد پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که تغییرات کم دما نیز سبب تفاوت‌های قابل ملاحظه در تنش حرارتی می‌گردد. آکسوی [۴] نیز با استفاده از روش آنالیز هموتوپی به بررسی توزیع دما در یک پره حلقوی پرداخت و نتایج توزیع دمای خود را با روش عددی تفاضل محدود مقایسه کرد. روی و قوسال [۵] نیز با استفاده از روش آشفتگی هموتوپی به بررسی توزیع دما در پره حلقوی پرداختند و تاثیر تغییرات ضریب هدایت حرارتی با دما را بر روی بازده پره و توزیع دمای آن بررسی کردند. پنگ و چن [۶] نیز به بررسی توزیع دما در یک پره حلقوی با استفاده از روش‌های تبدیل دیفرانسیلی هیبریدی و تفاضل محدود پرداختند. همچنین در زمینه طراحی پره‌های حلقوی نیز می‌توان به کار آرسلانتیورک [۷] اشاره کرد که با در نظر گرفتن فرض یک بعدی انتقال حرارت در پره‌های حلقوی، معادلات همبستگی ساده برای طراحی حرارتی پره‌های حلقوی یکنواخت را بدست آورده است. از جمله کارهای دیگر می‌توان

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: s_payan_usb@eng.usb.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

به پژوهش عزیز [۸] اشاره کرد که هدایت دو بعدی در یک پره مستطیلی را حل و اثرات وجود چشمه حرارتی، دمای غیر یکنواخت پایه پره و تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی را بررسی نموده است. لو و تان [۹] نیز به بررسی خطاها در تحلیل یک بعدی انتقال حرارت در پره‌های حلقوی مستقیم پرداختند آنها یک راه حل تحلیلی دو بعدی برای یک پره با دمای پایه ثابت و ضریب انتقال حرارت جابجایی یکسان اطراف پره ارائه کردند. همچنین [۱۲-۱۰] به بررسی تنش‌های حرارتی در مواد هوشمند پرداختند. از جمله موارد دیگری که بدون حضور جریان در زمینه پره‌های حلقوی کار کردند می توان به [۱۵-۱۳] نیز اشاره کرد. حال به تعدادی از تحقیقاتی که جریان سیال اطراف پره‌های حلقوی را در محاسبات انتقال حرارت مد نظر قرار دادند اشاره می‌شود. مون [۱۶] به بررسی تاثیر پارامترهای هندسی از قبیل ضخامت پره، ارتفاع پره، قطر لوله، گام پره، سرعت سیال و نوع قرارگیری دسته لوله‌های پره‌دار حلقوی بر روی ضریب انتقال حرارت پرداخت. همچنین شکوهمند و همکاران [۱۷] نیز به بررسی بهینه‌سازی لوله پره‌دار حلقوی با استفاده از تئوری ساختاری پرداختند هدف آنها یافتن هندسه بهینه برای افزایش تبادل حرارت بود. آن‌ها نشان دادند که هندسه بهینه تحت تاثیر شرایط جریان است. نعیمی و مقیمی [۱۸] نیز به بررسی عددی جریان در دسته لوله‌های دارای پره در مبدل‌های حرارتی با مدل‌های مختلف آشفتگی جریان پرداختند. نتایج آن‌ها حاکی از آن بود که دو روش $k-kL-\omega$ و SST بیشترین سازگاری را با نتایج تجربی دارند. البته تحقیقات بسیاری هم در زمینه تنش‌های حرارتی در هندسه‌های دیگر انجام شده است مانند عرفان و چاپمن [۱۹] که به بررسی تنش‌های حرارتی ناشی از توزیع دمای محیطی، محوری و شعاعی در لوله‌های تابشی پرداختند. از دیگر کارهای انجام شده می توان به کار لو و همکاران [۲۰] که به بررسی میدان دمایی و تنش حرارتی در پیستون موتور دیزل پرداختند نیز اشاره کرد. همچنین مریوگان کروز و همکاران [۲۱] با در نظر گرفتن انتقال حرارت و تنش های حرارتی در یک لوله دایره‌ای با ضخامت کم و فرض یک شار حرارتی غیر یکنواخت در دیواره لوله و وجود جریان آشفته درون لوله، مساله خود را حل کردند و نتایج آن‌ها نشان داد که حتی اگر بتوان عدد بیو را بزرگتر از ۳ در نظر گرفت، مدل یک بعدی پیش بینی منطقی از دمای دیواره لوله می‌دهد اما برای بدست آوردن تنش‌های حرارتی در مدل یک بعدی اعداد بیو کوچکتر از ۱۰ مناسب نخواهد بود. با توجه به کارهای بیان شده، مشخص شد که تا به حال تاثیر جریان بر روی تنش‌های حرارتی ایجاد شده در پره‌ها بررسی نشده است. همانطور که بیان شد، کارهای گذشته در زمینه پره‌های حلقوی با فرض اینکه توزیع دما در جهت زاویه‌ای در پره یکنواخت می‌باشد مورد بررسی قرار گرفته است. حال آنکه وجود جریان و تاثیر آن در توزیع دما در پره، باعث می‌شود که توزیع دما در پره در این جهت یکنواخت نباشد، لذا به دنبال این توزیع غیر یکنواخت دما، توزیع غیر یکنواخت تنش‌ها و کرنش‌های حرارتی ایجاد می‌شود. در این مقاله، به بررسی اثر گذرای جریان بر روی توزیع دما، تنش‌های حرارتی و کرنش‌های حرارتی در یک پره حلقوی پرداخته می‌شود و لزوم بررسی جریان اطراف پره‌ها به منظور درک درست از بدترین نقاط ایجاد شده ناشی از تنش‌های حرارتی مورد تحلیل قرار می‌گیرد. این مقاله شامل دو بخش کلی است که در بخش اول به مقایسه نتایج به دست آمده از توزیع دما و تنش‌های حرارتی داخل پره حلقوی با حضور جریان آزاد (جریان خارجی) اطراف آن و بدون جریان پرداخته می‌شود و در بخش دوم به تحلیل نتایج به دست آمده از توزیع دما و تنش‌ها و کرنش های حرارتی داخل یک پره حلقوی در میان یک دسته پره (جریان داخلی) پرداخته می‌شود.

۲- شرح مسئله و معادلات حاکم

۲- ۱- شرح مسئله

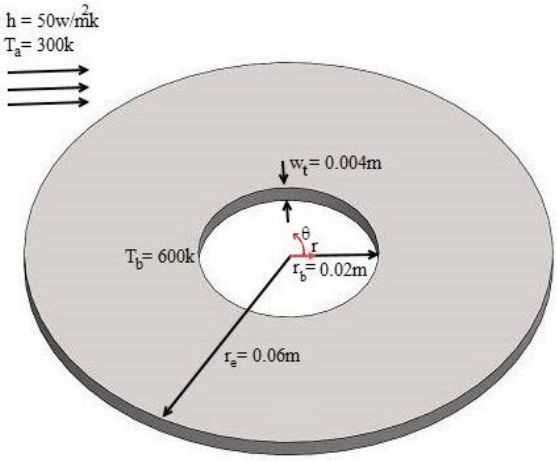
در این مقاله ۳ هندسه مورد بررسی قرار می‌گیرد که در ادامه به شرح هر هندسه پرداخته می‌شود. همانطور که از شکل ۱ مشخص است، هیچ دامنه‌ای برای سیال اطراف پره در نظر گرفته نشده است و پره در محیط جامد با اعمال شرایط مرزی جابجایی که به صورت $T_\infty, h = cons$ ظاهر می‌شود، حل می‌گردد. اما در حالت‌های b و c همانطور که در شکل‌های ۲ و ۳ مشخص است، یک دامنه حل به صورت مکعب مستطیل اطراف پره جامد، در نظر گرفته می‌شود تا محیط سیال در آن شبیه سازی گردد بنابراین شرط مرزی جابجایی به صورت شرط مرزی کوپل ظاهر می‌شود که حاکی از برابری انتقال حرارت جامد با سیال بر روی مرزهای تماس است. حالت‌های a و b به واسطه اینکه هر دو جریان خارجی را مدل می‌کنند با یکدیگر قابل مقایسه هستند به شرط آنکه سرعت انتخاب شده برای حل جریان در حالت b ضریب انتقال حرارت متوسط متناسب با حالت a را بدست دهد. جریان در حالت c که جریان داخلی است با دو نوع جریان خارجی a و b فرق می‌کند و قابل مقایسه با آن دو نیست اما به واسطه اهمیت کاربرد این پره‌ها در دسته لوله‌ها و تحلیل تنش و کرنش در آن‌ها این حالت نیز در نظر گرفته شده است.

a) یک پره در حالت بدون جریان

b) یک پره در حالت با جریان در جریان آزاد (جریان خارجی)

c) یک پره در حالت با جریان در داخل دسته پره‌ها (جریان داخلی)

a) یک پره در حالت بدون جریان



شکل ۱: هندسه پره و شرایط مرزی آن در حالت بدون جریان

Fig. 1. Fin geometry and boundary conditions in non-flow state

در این حالت یک پره حلقوی همگن و همسانگرد مطابق شکل ۱ با مشخصات هندسی و ماده استفاده شده در ساخت آن طبق جدول ۱ در نظر گرفته می‌شود. معادلات حاکم بر این پره با شرایط مرزی نشان داده شده در شکل ۱ به روش المان محدود حل می‌شود. نتایج به دست آمده جهت اعتبار سنجی با مراجع [۳ و ۶-۵] مقایسه می‌شود.

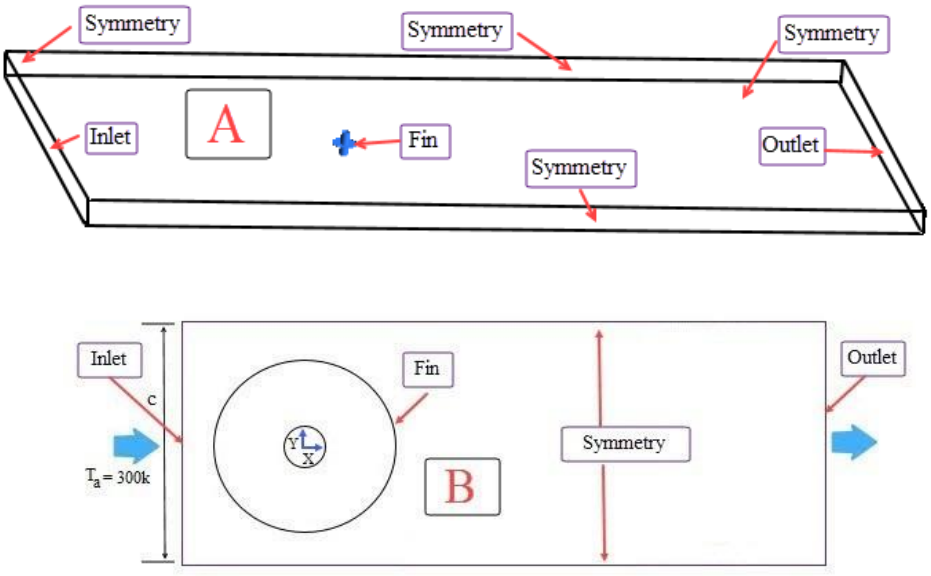
b) یک پره در حالت با جریان در جریان آزاد (جریان خارجی)

در این حالت یک پره مطابق شکل ۲ با شرایط مرزی نشان داده شده در آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. علاوه بر مشخصات ذکر شده در جدول ۱، مشخصات هندسی فاصله از ورودی جریان ($a = ۱\text{m}$)، فاصله از خروجی جریان ($b = ۳\text{m}$)، ارتفاع دامنه حل (h= ۰/۱۲m)، عرض دامنه حل (C= ۱/۸m)، که در شکل ۲ نشان داده شده است نیز برای حل مورد استفاده قرار می‌گیرد. دمای دیواره لوله نیز ثابت و برابر دمای پایه پره است. جریان هوا آرام، تراکم ناپذیر، گذرا و سه بعدی می‌باشد. حل قسمت سیال پژوهش حاضر با شرایط مرزی نشان داده شده در شکل ۲ با استفاده از روش حجم محدود و قسمت جامد نیز با استفاده از روش المان محدود انجام می‌شود. همچنین از آنجایی که ضخامت پره کم می‌باشد پره با فرض تنش صفحه‌ای حل می‌گردد. به همین علت در راستای ضخامت، برای پره یک شبکه در نظر گرفته می‌شود.

c) یک پره در حالت با جریان در داخل دسته پره‌ها (جریان داخلی)

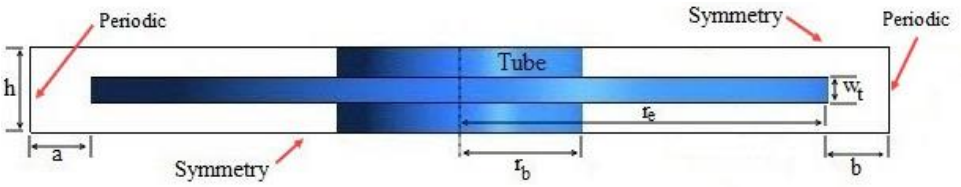
در این حالت تنش حرارتی ناشی از جریان بر روی یک پره حلقوی همگن و همسانگرد نشان داده شده در شکل‌های ۳ و ۴ بررسی می‌شود. علاوه بر مشخصات ذکر شده در جدول ۱، مشخصات هندسی فاصله از ورودی جریان (a= ۰/۰۱ m)، فاصله از خروجی جریان ($b = ۰/۰۱\text{m}$)، ارتفاع دامنه حل ($h = ۰/۰۱۴\text{m}$)، عرض دامنه حل ($c = ۰/۱۴\text{m}$)، که در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. دمای دیواره لوله نیز ثابت و برابر دمای پایه پره است. جریان هوا آرام، تراکم ناپذیر، گذرا و سه بعدی می‌باشد.

در پژوهش حاضر، دماهای مشخص مورد استفاده و همچنین ابعاد پره و



شکل ۲: پره حلقوی در جریان آزاد در دو زاویه دید A و B

Fig. 2. Annular fin in free stream at two views A and B



شکل ۳: برش طولی پره حلقوی

Fig. 3. Longitudinal section of annular fin

خواص ماده مورد استفاده در پره در جدول ۱ خلاصه شده‌اند.

۲- ۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

۲- ۲- ۱- حوزه سیال

معادلات حاکم برای انتقال حرارت و جریان سیال آرام و گذرا و تراکم ناپذیر به فرم برداری عبارتند از:

الف- معادله پیوستگی:

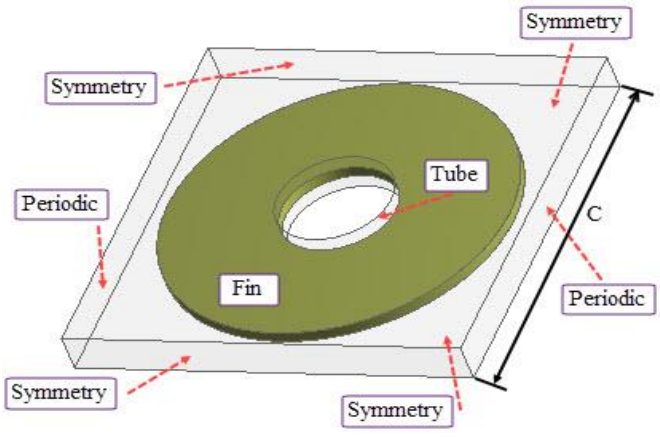
$$\frac{\partial \rho^f}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho^f \vec{V}^f) = 0 \qquad (۱)$$

ب- معادله ممنتوم:

$$\frac{\partial \vec{V}^f}{\partial t} + (\vec{V}^f.\vec{\nabla})\vec{V}^f = -\frac{1}{\rho^f}\vec{\nabla}p^f + \nu^f \vec{\nabla}^2\vec{V}^f \qquad (۲)$$

ج- معادله انرژی:

$$\frac{\partial T^f}{\partial t} + (\vec{V}^f.\vec{\nabla})T^f = \alpha^f \vec{\nabla}^2 T^f \qquad (۳)$$



شکل ٤: شکل شماتیک پره حلقوی

Fig. 4. Schematic figure of the annular fin

در روابط بالا $\vec{v}^f$ بردار سرعت، p^f فشار، T^f دما، ρ^f چگالی، ν^f لزجت سینماتیکی و α^f ضریب پخش سیال هستند.

د- شرایط مرزی

۱. شرایط مرزی ورودی و خروجی: در مقطع ورودی و خروجی شرط مرزی پریودیک وجود دارد.

۲. سطوح بالا و پایین پره و همچنین سطوح سمت راست و چپ پره مطابق شکل‌های ۳ و ۴ دارای شرط مرزی تقارن می‌باشند.

$$\frac{\partial u^f}{\partial n} = 0,\ \frac{\partial v^f}{\partial n} = 0,\ \frac{\partial w^f}{\partial n} = 0,\ \frac{\partial T^f}{\partial n} = 0 \qquad (۴)$$

۳. شرط عدم لغزش روی لوله و پره را به صورت زیر می‌توان بیان کرد.

$$u^f = 0,\ v^f = 0,\ w^f = 0 \qquad (۵)$$

در روابط (۴) و (۵)، u^f، v^f و w^f مولفه‌های سرعت سیال به ترتیب در

Table 1. Thermal, geometric, and material properties of the fin

جدول ۱: مشخصات حرارتی و هندسی و خواص جنس پره

خواص جنس پره	ابعاد با و بدون بعد پره	دماهای مشخص
$\rho^s = ۲۷۰۰\ \mathrm{kg/m^3}$	$\xi = r - r_b / r_e - r_b$	$T_a = ۳۰۰\ \mathrm{K}$
$E = ۷/۱\times۱۰^{۱۰}\ \mathrm{Pa}$	$\xi^* = r/r_b$	$T_{sur} = ۳۰۰\ \mathrm{K}$
$v^s = ۰/۳۳$	$r_b = ۰/۰۲\ \mathrm{m}$	$T_b = ۶۰۰\ \mathrm{K}$
$c_p^s = ۹۲۵\ \mathrm{J/kgK}$	$r_e = ۰/۰۶\ \mathrm{m}$	-
$\alpha^* = ۲/۳\times۱۰^{-۵}\ \mathrm{K^{-۱}}$	$w_t = ۰/۰۰۴\ \mathrm{m}$	-

جهات x و y و z می‌باشند.

۴. شرط مرزی ورودی دما به گونه‌ای است که دمای سیال در ورودی مشخص و برابر با ۳۰۰ کلوین است. شرط اولیه دما در سیال نیز برابر ۳۰۰ کلوین است.

۲- ۲- ۲- حوزه جامد (پره)

معادلات حاکم حوزه جامد (پره) شامل معادله انرژی، معادلات تعادل و معادلات ساختاری ماده است. شرایط مرزی که برای حل معادله انرژی استفاده می‌شود، شرط مرزی حرارتی دمای ثابت در پایه پره و شرط مرزی کوپل شده با سیال، در سطوح بالا و پایین و نوک پره می‌باشد. به علت اینکه ضریب انتقال حرارت جابجایی در دامنه سیال و بر روی سطح جامد متغیر است و تابعیت آن قبل از حل کامل مشخص نیست، بنابراین، به طور ثابت و با استفاده از قانون سرمایش نیوتن در شرایط مرزی ظاهر نمی‌شود بلکه به صورت بقای انرژی سطح ظاهر می‌گردد تا تغییرات آن لحاظ شود (شرط مرزی کوپل، رابطه (۱۲)). این بقای انرژی به صورت ضرب ضریب هدایت سیال در گرادیان دمای سیال و ضرب ضریب هدایت جامد در گرادیان دمای جامد در مرز تماس و عمود بر فصل مشترک جامد-سیال، ظاهر می‌شود (رابطه (۶-ذ) در نوک پره، رابطه (۶-ر) در سطح پایینی و رابطه (۶-ز) در سطح بالایی پره نشان دهنده بقای انرژی در مرزهای تماس سیال-جامد هستند). همچنین برای حل معادلات تعادل و معادلات ساختاری ماده شرط تنش شعاعی صفر در شعاع داخلی و خارجی و تنش محوری صفر در جهت عمود بر پره در جهت z اعمال می‌شود. علاوه بر آن فرض‌های مهم حاکم بر مسئله، شامل مجزا بودن معادلات حرارت از تنش است به این معنی که معادله انرژی ابتدا با استفاده از شرایط مرزی حرارتی حل شده و سپس معادلات تعادل و ساختاری با استفاده از دماهای محاسبه شده از معادله انرژی، با شرایط مرزی گفته شده تنش حل می‌گردند. حال با توجه به توضیحات بیان شده معادلات حاکم حوزه جامد (پره) به صورت زیر می‌باشد.

الف – معادله انرژی و شرایط مرزی

$$k^s\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T^s}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T^s}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T^s}{\partial z^2}\right)=\rho^s c_p{}^s\left(\frac{\partial T^s}{\partial t}\right) \quad \text{(الف)}$$

$$T^s(r,\theta,z,t)=T^s(r,\theta+2\pi,z,t) \quad \text{(ب)}$$

$$\frac{\partial T^s(r,\theta,z,t)}{r\partial\theta}=\frac{\partial T^s(r,\theta+2\pi,z,t)}{r\partial\theta} \quad \text{(ج)}$$

$$T^s(r_b,\theta,z,t)=600\text{K} \quad \text{(د)} \qquad (۶)$$

$$k^s\frac{\partial T^s(r_e,\theta,z,t)}{\partial r}=k^f\frac{\partial T^f(r_e,\theta,z,t)}{\partial r} \quad \text{(ذ)}$$

$$k^s\frac{\partial T^s(r,\theta,0,t)}{\partial z}=k^f\frac{\partial T^f(r,\theta,0,t)}{\partial z} \quad \text{(ر)}$$

$$k^s\frac{\partial T^s(r,\theta,0.004,t)}{\partial z}=k^f\frac{\partial T^f(r,\theta,0.004,t)}{\partial z} \quad \text{(ز)}$$

در روابط (۶) دما، T^s چگالی، ρ^s رسانندگی گرمایی و k^s ظرفیت گرمایی ویژه پره است.

ب- معادلات تعادل

در غیاب نیروهای حجمی معادلات تعادل به صورت زیر است.

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{(\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta})}{r}=0$$
$$\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta}+\frac{2\tau_{r\theta}}{r}=0 \qquad (۷)$$

در روابط (۷)، σ_{rr} تنش شعاعی و $\sigma_{\theta\theta}$ تنش مماسی است.

ج- معادلات ساختاری

$$\sigma_{rr}=\frac{E}{1-\nu^{s2}}[\varepsilon_{rr}+\nu^s\varepsilon_{\theta\theta}-(1+\nu^s)\alpha^*\Delta T]$$
$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{E}{1-\nu^{s2}}[\varepsilon_{\theta\theta}+\nu^s\varepsilon_{rr}-(1+\nu^s)\alpha^*\Delta T] \qquad (۸)$$
$$\tau_{r\theta}=\frac{E}{1+\nu^s}\varepsilon_{r\theta}$$

در روابط (۸)، E مدول الاستیسیته، ν^s ضریب پواسون، α^* ضریب انبساط حرارتی، ε_{rr} کرنش شعاعی، $\varepsilon_{\theta\theta}$ کرنش مماسی و $\varepsilon_{r\theta}$ کرنش برشی است.

د- شرایط مرزی

$$(\sigma_{rr})_{r_b}=0,\ (\sigma_{rr})_{r_e}=0$$
$$v^s=0, w^s=0 \quad \text{at} \quad r=r_b$$
$$v^s=0 \quad \text{at} \quad r=r_e$$
$$v^s=0 \quad \text{at} \quad z=0$$
$$v^s=0 \quad \text{at} \quad z=0.004 \qquad (۹)$$

در روابط بالا v^s جابجایی در جهت θ و w^s جابجایی در جهت z هستند.

همچنین تعاریف زیر برای S_{rr} و $S_{\theta\theta}$ در نظر گرفته می‌شود.

$$S_{rr}=\frac{\sigma_{rr}}{\alpha^* E} \qquad (۱۰)$$

$$S_{\theta\theta}=\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\alpha^* E} \qquad (۱۱)$$

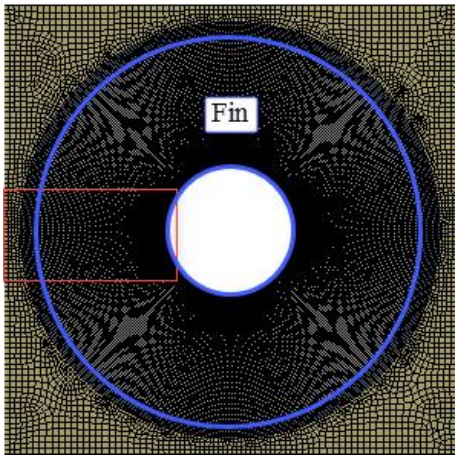
۲- ۲- ۳- حوزه مشترک سیال و جامد

شرط مرزی فصل مشترک سیال و پره به صورت زیر می‌باشد (شرط مرزی کوپل در مرزهای تماس سیال و جامد).

$$k^s \frac{\partial T^s}{\partial n}=k^f \frac{\partial T^f}{\partial n} \qquad (۱۲)$$

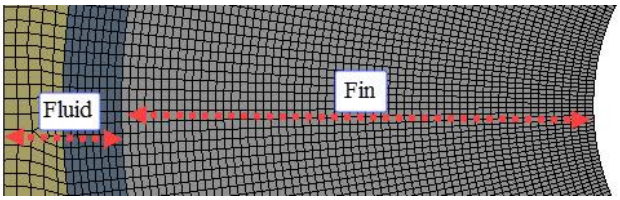
۳- الگوریتم حل مساله

مراحل حل مساله در پژوهش حاضر به صورت زیر می‌باشد.



شکل ۵: شبکه استفاده شده در حل عددی

Fig. 5. Used mesh in the numerical solution



شکل ٦: بزرگنمایی شبکه شکل ۵ برای ناحیه مستطیلی

Fig. 6. Zoomed mesh of the rectangular zone in Figure 5

Table 2. The numbers of nodes at different meshes

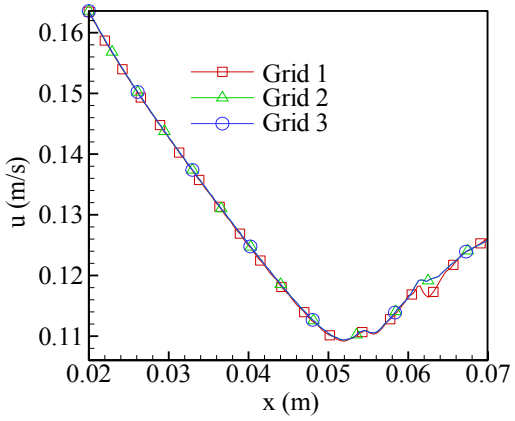
جدول ۲: تعداد نود شبکه‌های مختلف

شبکه	تعداد نود	خطای نسبی
۱	۱۰۶۵۴۸۷	—
۲	۱۶۵۸۵۷۸	٪۲/۵
۳	۲۲۳۰۱۵۴	٪۰/۴

۱- یک گام زمانی و اندازه شبکه مناسب در هر سه جهت مختصاتی برای جامد و سیال در نظر بگیرید.

۲- روابط (۱) تا (۳) را با استفاده از الگوریتم سیمپل و با روش حجم کنترل و استفاده از طرح اختلاف بالادست مرتبه ۲ حل کنید، همزمان معادله انتقال حرارت هدایت در جامد را به همراه شرایط مرزی کوپل سیال و جامد که در رابطه (۶) توضیح داده شده است حل کرده و توزیع دمای جامد را به دست آورید. معیار همگرایی در حل تمامی معادلات این قسمت، ۶-۱۰ در نظر گرفته شده است.

۳- با توزیع فشار و دمای به دست آمده از جامد وارد حل محیط جامد شوید و روابط (۷) و (۸) با شرایط مرزی ذکر شده در رابطه (۹) را با استفاده از روش



شکل ۷: تغییرات سرعت سیال در شبکه‌های مختلف برای ۰/۰۲۵ = y و ۰/۰۰۳= z

Fig. 7. Fluid velocity at y = 0.025m and z = 0.003m at different grid numbers

المان محدود، حل کنید. (همانطور که نشان داده خواهد شد تنش ناشی از سیال در مقابل تنش‌های حرارتی بسیار ناچیز است لذا می‌توان از شرایط مرزی بیان شده در روابط (۹) استفاده کرد).

۴- با اعمال معیار همگرایی مناسب(۴-۱۰)توزیع تنش‌ها و کرنش‌ها را به دست آورید.

۵- گام زمانی را به زمان قبل اضافه کنید و به مرحله ۲ بازگردید و این کار را تا دائم شدن مسئله ادامه دهید. (معیار دائم شدن مسئله ثابت شدن سرعت‌ها، دماها، و تنش‌ها در دو گام زمانی متوالی است)

٤- استقلال شبکه و اعتبارسنجی

۴- ۱- استقلال شبکه حوزه سیال

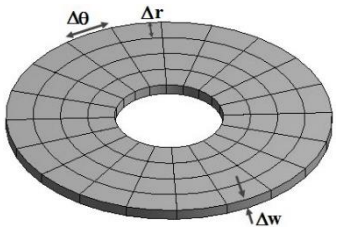
عملیات استقلال شبکه حوزه سیال در حالت c برای شبکه‌ای که در شکل ۵ نشان داده شده است، انجام می‌شود. برای دید بهتر نسبت به شبکه، بزرگ‌نمایی آن در شکل ۶ نمایش داده شده است.

در شکل ۷ تغییرات سرعت سیال در یک مقطع مشخص، برای تعداد نقاط شبکه متفاوت رسم شده است. مشاهده می‌شود نمودارهای تغییرات سرعت در شکل ۷ با شبکه‌های ۲ و ۳ جدول ۲ با مقدار خطای نسبی کمتر از یک درصد بر یکدیگر منطبق هستند لذا شبکه ۲ جدول ۲ به عنوان شبکه مناسب انتخاب شده است.

Table 3. Characteristic of the mesh sizes

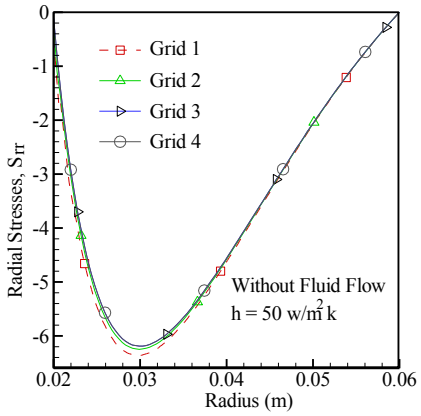
جدول ۳: تعداد تقسیمات شبکه‌های مختلف

شبکه	N _ Δw	N _ Δr	N _ Δθ	خطای نسبی
۱	۱	۵۰	۱۰۰	
۲	۱	۱۰۰	۲۰۰	٪۱/۸
۳	۱	۲۰۰	۴۰۰	٪۰/۸
۴	۱	۴۰۰	۸۰۰	٪۰/۰۱



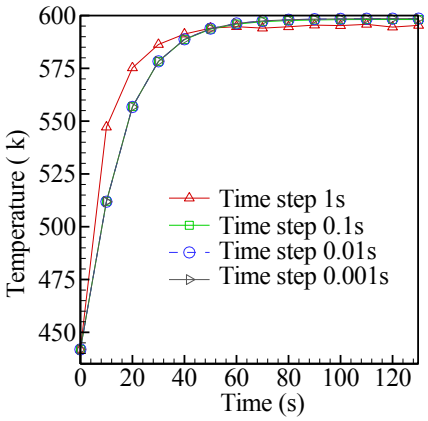
شکل ۸: نوع شبکه بندی انتخاب شده برای پره

Fig. 8. Selected mesh type for the fin



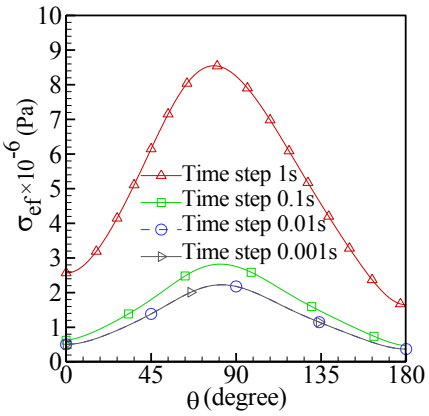
شکل ۹: تغییرات تنش شعاعی برحسب شعاع در شبکه‌های مختلف

Fig. 9. Radial stress versus fin radius at different grid numbers



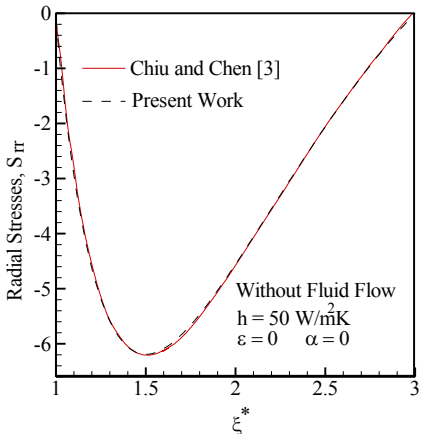
شکل ۱۰: تغییرات دما در گام‌های زمانی متفاوت در نقطه (۰ و ۰ و ۰/۰۶۵)

Fig. 10. Temperature variations at at different time resolutions



شکل ۱۱: تغییرات تنش موثر در گام‌های زمانی متفاوت در شعاع ۰/۰۴۱۲۵ متر

Fig. 11. Effective stress in radius 0.04125 m at different time resolutions



شکل ۱۲: مقایسه تنش شعاعی، همراه با شرط مرزی جابجایی با پژوهش چیو و چن [۳]

Fig. 12. Comparison of radial stress with convection boundary condition and the results of Chiu and Chen [3]

Table 4. Comparison of temperature values (in Kelvin) at specific positions (convective boundary condition applied to the fin's upper, lower, and tip surfaces)

جدول ٤: مقایسه مقدارهای دما (واحد کلوین) در محل‌های خاص (شرط مرزی جابجایی در نوک، سطوح بالا و پایین پره)

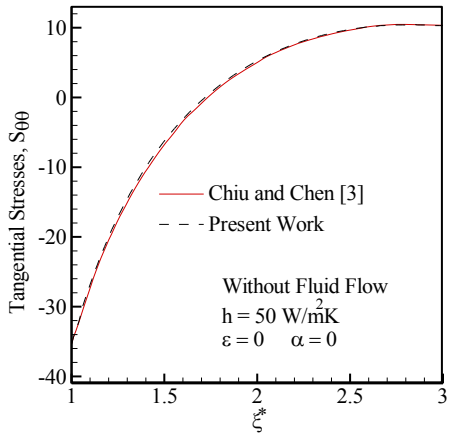
روش حل	$\xi = ۱/۰۰$	$\xi = ۰/۷۵$	$\xi = ۰/۵۰$	$\xi = ۰/۲۵$
مرجع [۳]	۵۵۴/۰۲۲	۵۵۶/۶۱۳	۵۶۳/۷۲۴	۵۷۷/۰۷۰
مرجع[۵]	۵۵۶/۵۱۳	۵۵۸/۴۸۲	۵۶۵/۰۵۳	۵۷۷/۸۲۶
مرجع [۶]	۵۵۴/۳۱	۵۵۶/۸۶	۵۶۳/۸۸	۵۷۶/۹۹
کار حاضر	۵۵۴/۳۳	۵۵۶/۸۶	۵۶۳/۹۰	۵۷۶/۹۸

۴- ۲- استقلال شبکه حوزه جامد (پره)

عملیات استقلال شبکه حوزه جامد برای شبکه‌ای که در شکل ۸ نشان داده شده، انجام می‌گیرد. در شکل ۹ تغییرات تنش شعاعی برحسب شعاع پره حلقوی در شبکه‌های متفاوت رسم شده است. مشاهده می‌شود نمودارهای تغییرات تنش شعاعی در شکل ۹ با شبکه‌های ۳ و ۴ جدول ۳ با مقدار خطای نسبی کمتر از یک درصد بر یکدیگر منطبق هستند، لذا شبکه ۳ به عنوان شبکه مناسب انتخاب می‌شود. نمودارهای همگرایی و اعتبار سنجی بازه زمانی برای محیط سیال (روش حجم محدود) در شکل ۱۰ و برای محیط جامد (روش المان محدود) در شکل ۱۱ نمایش داده شده‌اند. به این ترتیب گام زمانی ۰/۰۱ ثانیه مناسب در هر دو محیط انتخاب می‌شود.

۴- ۳- اعتبارسنجی

جهت اعتبارسنجی در این پژوهش نتایج تنش شعاعی، تنش مماسی و دمای پره حلقوی نشان داده شده در شکل ۱ برای حالتی که در سطح داخلی پره



شکل ۱۳: مقایسه تنش مماسی، همراه با شرط مرزی جابجایی با پژوهش چیو و چن [۳]

Fig. 13. Comparison of tangential stress with convection boundary condition and the results of Chiu and Chen [3]

Table 5. Comparison of temperature values (in Kelvin) at specific positions (convective boundary condition applied to for the fin's upper and lower surfaces and insulated boundary condition applied to the fin tip)

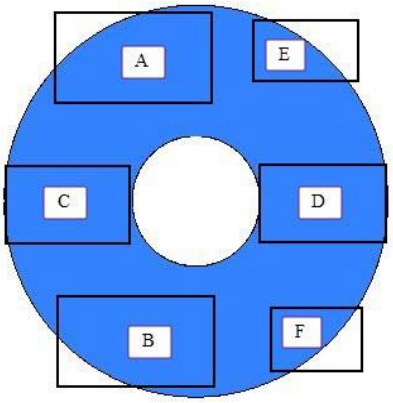
جدول ۵: مقایسه مقدارهای دما (واحد کلوین) در محل‌های خاص (شرط مرزی جابجایی در سطوح بالا و پایین پره و شرط عایق در نوک پره)

روش حل	$\xi = ۱/۰۰$	$\xi = ۰/۷۵$	$\xi = ۰/۵۰$	$\xi = ۰/۲۵$
مرجع[۵]	۵۵۸/۳	۵۶۰/۱۹	۵۶۶/۲۸	۵۷۸/۵۲
کار حاضر	۵۵۸/۳۶	۵۶۰/۱۹	۵۶۶/۳۵	۵۷۸/۴۵

شرط مرزی دما ثابت و در سطوح بالا، پایین و نوک پره شرط مرزی جابجایی وجود داشته باشد، با نتایج بیان شده در مراجع [۳ و ۶-۵] مورد مقایسه قرار گرفته است. همانطور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود تنش در راستای شعاعی با خطای نسبی ۰/۳درصد بر نتایج کار چیو و چن [۳] منطبق هستند. تنش در راستای مماسی نیز که در شکل ۱۳ نشان داده شده است از دقت قابل قبولی برخوردار است. نتایج توزیع دمای پژوهش حاضر و همچنین نتایج توزیع دمای مراجع [۳ و ۶-۵] در نقاط مشخص که با استفاده از روش‌های مختلف، توزیع دما را در پره حلقوی بدست آورده‌اند در جدول‌های ۴ و ۵ برای شرط مرزی جابجایی و عایق برای نوک پره به ترتیب بیان شده است.

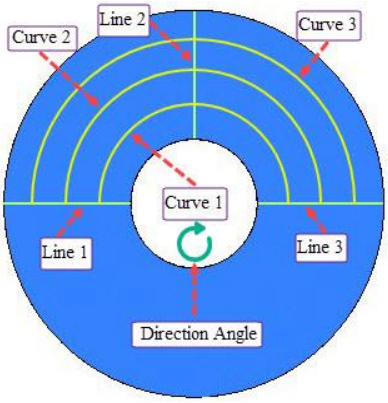
۵- نتایج و بحث

در این قسمت نمودارهای دما، تنش شعاعی، مماسی و موثر به دست آمده در حالت‌های a، b و c مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این قسمت به بیان شرایط دو جریان داخلی و خارجی و تحلیل نتایج مربوط به آن‌ها پرداخته می‌شود. در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نیز ناحیه‌ها، خطوط و انحناهایی که در متن به آن‌ها اشاره



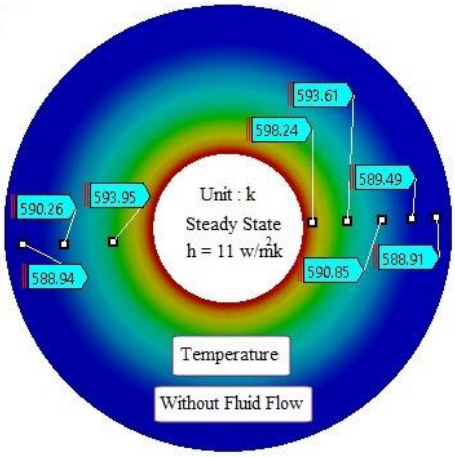
شکل ۱۴: ناحیه‌ها

Fig. 14. Zones



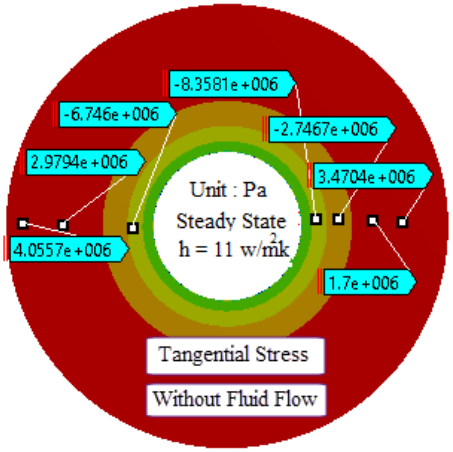
شکل ۱۵: خطوط و انحناها

Fig. 15. Lines and curves



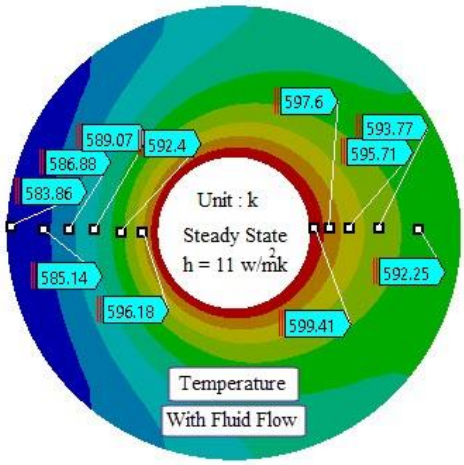
شکل ۱۶: کانتور دما در یک پره حلقوی در حالت بدون جریان

Fig. 16. Temperature contour in the annular fin without the flow impact



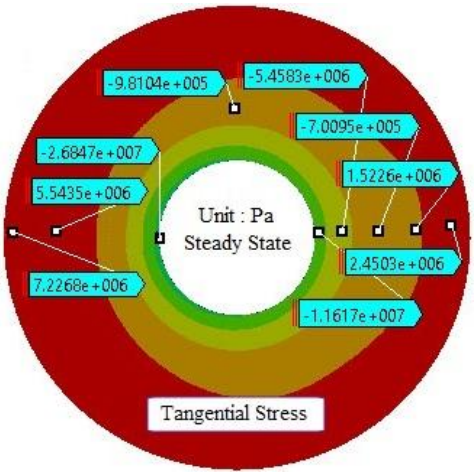
شکل ۱۷: کانتور تنش مماسی در یک پره حلقوی در حالت بدون جریان

Fig. 17. Tangential stress contour in the annular fin without the flow impact



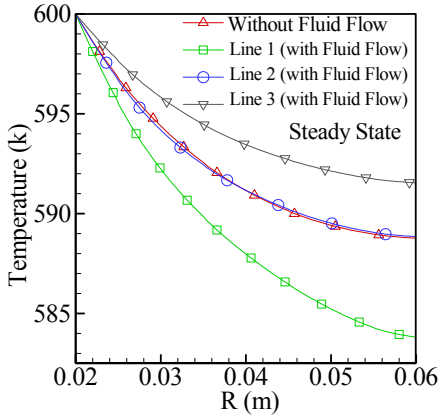
شکل ۱۸: کانتور دما در یک پره حلقوی در حالت با جریان

Fig. 18. Temperature contour in the annular fin with the flow impact



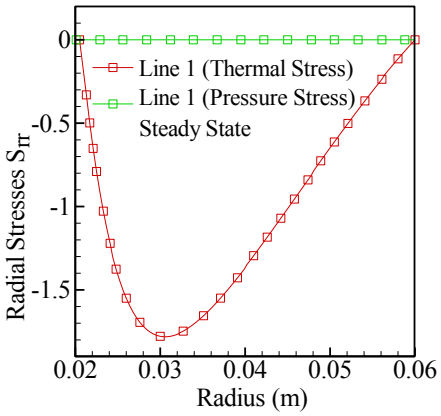
شکل ۱۹: کانتور تنش مماسی در یک پره حلقوی در حالت با جریان

Fig. 19. Tangential stress contour in the annular fin with the flow impact



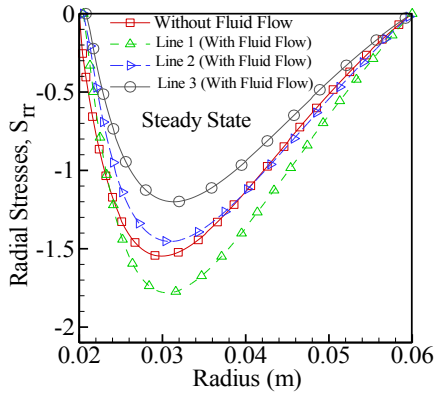
شکل ۲۰: نمودار دمای حالت با جریان و بدون جریان در شعاع‌های مختلف

Fig. 20. Temperature diagrams in annular fin for states without flow and with the external flow at different radii



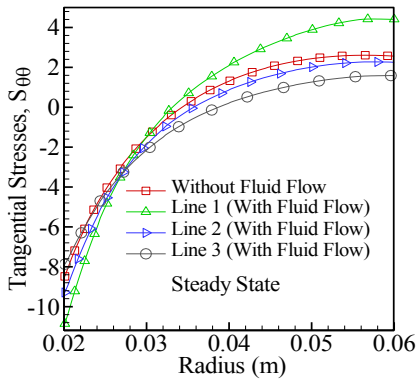
شکل ۲۱: نمودار تنش شعاعی حرارتی و تنش شعاعی فشاری

Fig. 21. Diagram of radial thermal stress and radial compressive stress



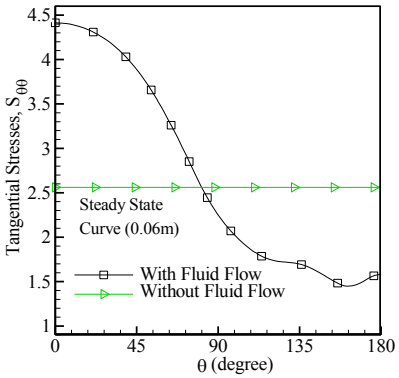
شکل ۲۲: نمودار تنش شعاعی حالت با جریان و بدون جریان

Fig. 22. Diagram of radial stress for states without flow and with the external flow



شکل ۲۳: نمودار تنش مماسی حالت با جریان و بدون جریان

Fig. 23. Diagram of tangential stress for states without flow and with the external flow



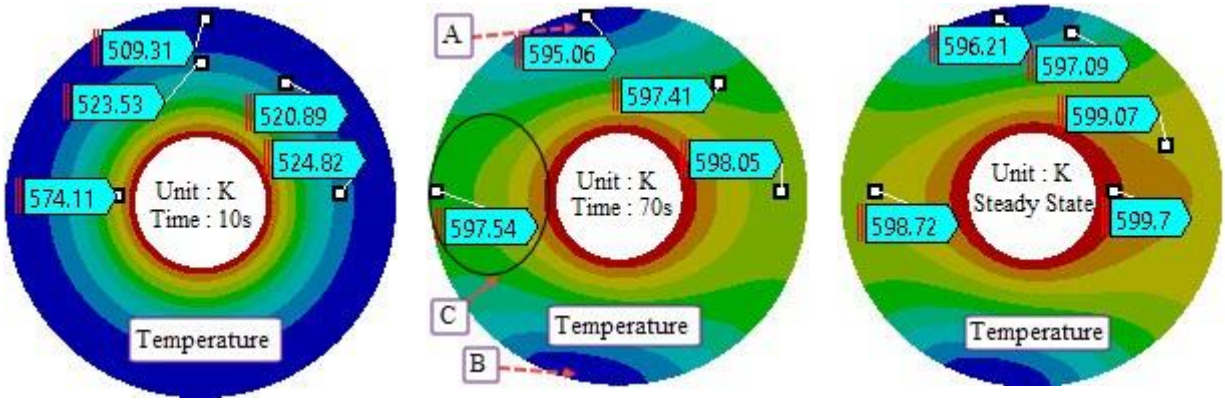
شکل ۲۴: نمودار تنش مماسی در مرز تماس لبه پره در دو حالت با جریان و بدون جریان

Fig. 24. Tangential stress in tip of the fin for two states; without flow and with the external flow

می‌شود نشان داده شده است. انحنای‌های رسم شده در شعاع‌های ۰/۰۲۱۲۵ متر، ۰/۰۳۱۲۵ متر و ۰/۰۴۱۲۵ متر می‌باشد. ناحیه های A و B و C نواحی جبهه جریان نامیده می‌شوند.

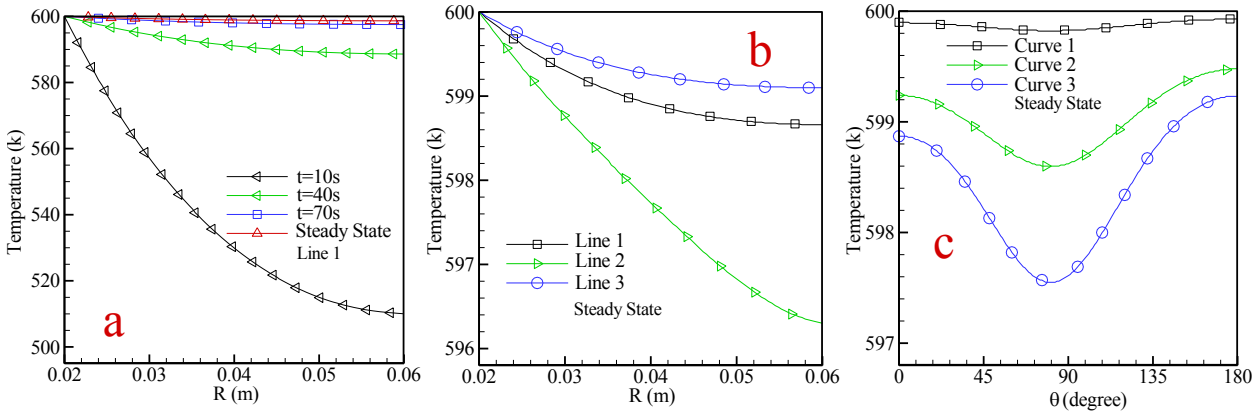
۵- ۱- بررسی اثر جریان بر روی توزیع دمای یک پره در جریان آزاد (جریان خارجی)

در شکل‌های ۱۶ و ۱۸ کانتور دمای یک پره برای حالت با جریان خارجی و بدون جریان رسم شده است. مشاهده می‌شود که در حالت با جریان به علت اینکه سرعت جریان در اطراف پره یکنواخت نمی‌باشد کانتور دما با حالت بدون جریان متفاوت است. همچنین در شکل ۲۰ نمودارهای دما برای حالت بدون جریان و با جریان در شعاع‌های مختلف رسم شده است، همانطور که مشاهده



شکل ۲۵: کانتورهای دمای داخل یک پره حلقوی از میان دسته پره‌ها در لحظه‌های مختلف

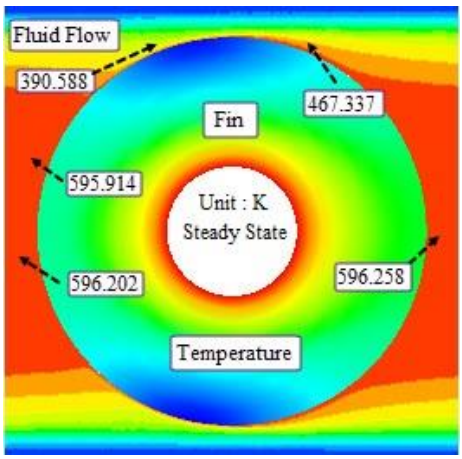
Fig. 25. Temperature contours into a fin among the bank of fins at various times



شکل ۲۶: توزیع دمای **a**) در خط ۱ برای لحظه‌های مختلف **b**) در حالت دائم برروی ۳ خط مختلف **c**) در حالت دائم برروی ۳ منحنی مختلف

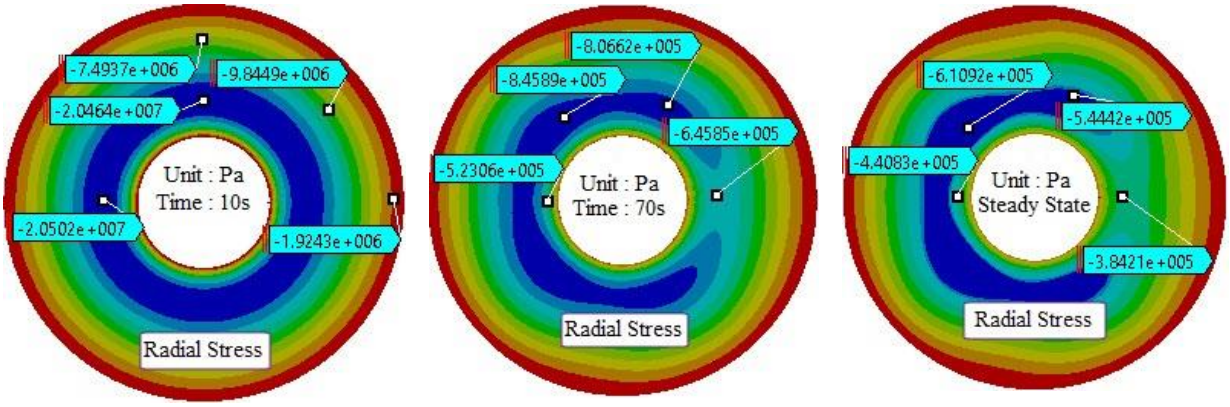
Fig. 26. Temperature distribution a) along Line 1 at different times b) in steady state along three different lines c) in steady state on the three different curves

می‌کنید تغییرات دما در حالت با جریان دو بعدی می‌باشد که این امر منجر به تنش‌های حرارتی شعاعی و مماسی نامتقارن شده است. که در شکل‌های ۲۲، ۲۳ این عدم تقارن مشاهده می‌شود. تنش مماسی در لبه پره در دو حالت، با هم مقایسه شده است که در شکل ۲۴ مشاهده می‌شود و مجددا عدم تقارن در حالت با جریان را تایید می‌کند. همچنین در شکل ۲۲ مشاهده می‌کنید که بیشینه مقدار تنش شعاعی در شعاع ۰/۰۳ متر و در ناحیه برخورد جریان با پره و لوله (ناحیه C) می‌باشد. همانطور که از کانتور دمای شکل ۱۸ مشخص است، بیشترین گرادیان دما میان پایه و نوک پره نیز در این ناحیه واقع شده است. همچنین در شکل ۲۳ مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار قدر مطلقی تنش مماسی در پایه پره به وجود آمده است، که این نقطه نیز در ناحیه جبهه جریان، و قسمت برخورد جریان با لوله و پره، ناحیه C، وجود دارد. در شکل ۲۱ نیز مقدار تنش شعاعی حرارتی با تنش شعاعی ناشی از فشار سیال بر پره با یکدیگر



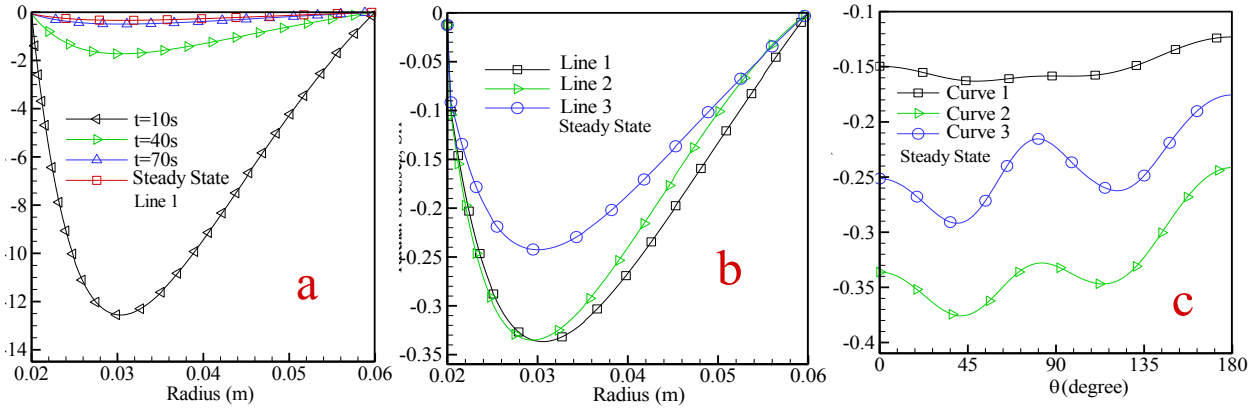
شکل ۲۷: کانتور دمای پره و سیال اطراف یک پره از میان دسته پره‌ها

Fig. 27. Temperature contour into a fin among the bank of fins and its near fluid



شکل ۲۸: کانتورهای تنش شعاعی

Fig. 28. Radial stress contours



شکل ۲۹: توزیع تنش شعاعی **a**) در خط ۱ برای لحظه‌های مختلف **b**) در حالت دائم برروی ۳ خط مختلف **c**) در حالت دائم برروی ۳ منحنی مختلف

Fig. 29. Radial stress distribution a) along Line 1 at different times b) in steady state along three different lines c) in steady state on three different curves

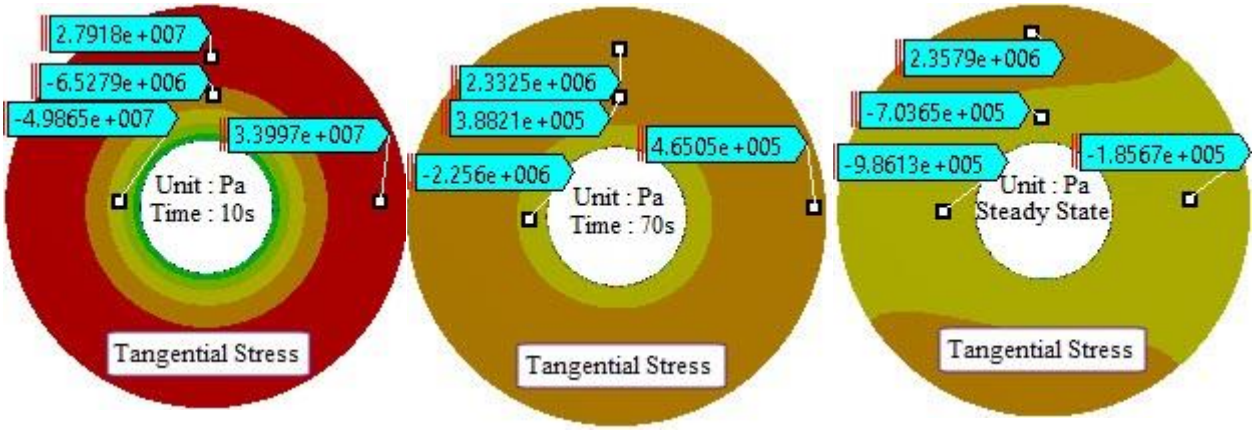
مقایسه شده، نتایج نشان می‌دهد که مقدار تنش شعاعی فشاری در مقابل تنش حرارتی بسیار ناچیز است.

۵- ۲- نتایج مربوط به یک پره داخل دسته پره‌ها

در قسمت قبل توزیع دما در یک پره در جریان آزاد (جریان خارجی) مورد بررسی قرار گرفت که این پره را می توان نماینده دسته پره‌ها در ردیف اول فرض کرد. حال در این قسمت یک پره از داخل دسته پره‌ها انتخاب می‌شود و تاثیر جریان روی آن بر روی توزیع دمای داخل پره و تنش‌ها و کرنش های حرارتی ایجاد شده ناشی از آن مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد.

۵- ۲- ۱- بررسی تغییرات دما در پره

در شکل‌های ۲۵ تا ۲۷ کانتور دما روی سطح یک پره و سیال اطراف آن و همچنین نمودارهای دمای پره در لحظه‌های مختلف رسم شده است. نتایج زیر با استفاده از مشاهده کانتورها و نمودارها به دست می‌آید. نمودار دمای شماره a در شکل ۲۶ و کانتور دما در لحظه ۱۰ ثانیه در شکل ۲۵ نشان می‌دهد که بیشترین اختلاف دما بین سطح پره و پایه پره در لحظات اولیه اتفاق می‌افتد که علت آن هم دما فرض کردن سیال و پره در این مساله در لحظه اولیه است. کانتورها و نمودارهای دمای b و c شکل ۲۶ نشان می‌دهند که با گذشت زمان بیشترین اختلاف دما نسبت به پایه پره در ناحیه‌های A و B است، که علت آن شرط مرزی ورودی (شرط پریودیک) در نظر گرفته شده است. در نتیجه دمای سیال ورودی زیاد می‌باشد، بنابراین این امر باعث شده است که ناحیه C دمای آن زیاد شود در کانتور دمای سیال در شکل ۲۷ نیز این موضوع مشاهده می‌شود. همچنین نمودار b شکل ۲۶ نشان می‌دهد که بیشترین تغییرات دما در راستای شعاع در خط ۲ اتفاق می‌افتد که علت آن جریان سرد بین پره‌ها



شکل ۳۰: کانتورهای تنش مماسی

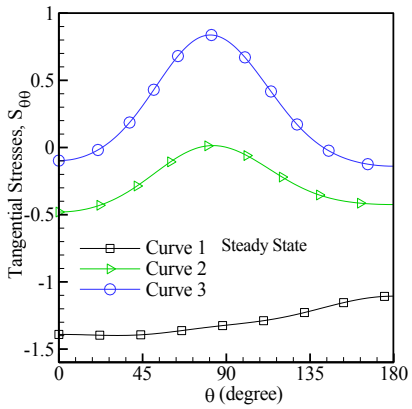
Fig. 30. Tangential stress contours

است که کمتر تحت تاثیر پره‌ها بوده است این جریان با سرعت زیاد در این منطقه (ناحیه A و B) ایجاد شده و این اختلاف دما بین پایه پره و لبه آن را به وجود آورده است.

۵- ۲- ۲- بررسی تغییرات تنش شعاعی در پره

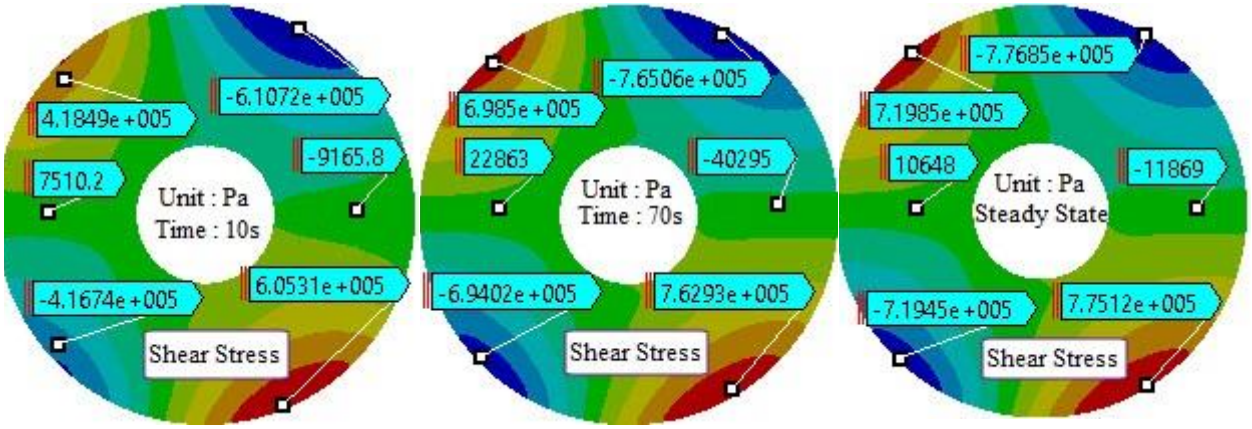
در شکل‌های ۲۸ و ۲۹ کانتورها و نمودارهای تنش شعاعی رسم شده است.

با توجه به کانتورها و نمودارهای تنش شعاعی می‌توان گفت که، در شکل ۲۹ شماره a در لحظه ۱۰ ثانیه بیشترین تنش شعاعی ایجاد شده است، که علت آن وجود اختلاف زیاد دما در لحظات اولیه بین سطح پره و پایه پره است. همچنین از آنجایی که در ناحیه D اختلاف دما بین نقاط پره کم می‌باشد، تنش شعاعی در این ناحیه نسبت به دیگر نقاط پره کمتر است، که در شکل ۲۹ شماره b و کانتورها مشخص است. در شکل ۲۹ شماره c مشاهده می‌کنید



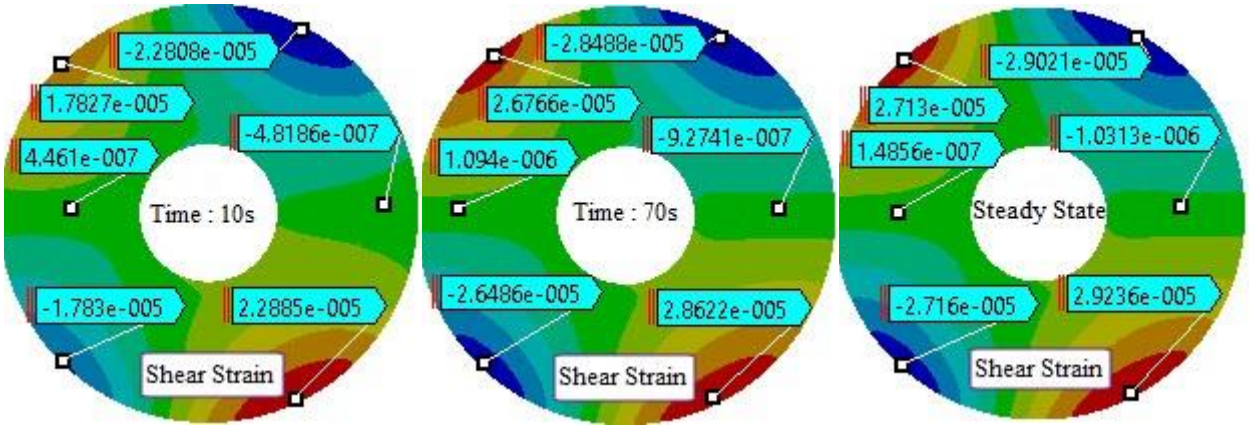
شکل ۳۱: نمودارهای تنش مماسی برحسب زاویه

Fig. 31. Diagrams of tangential stress versus angle



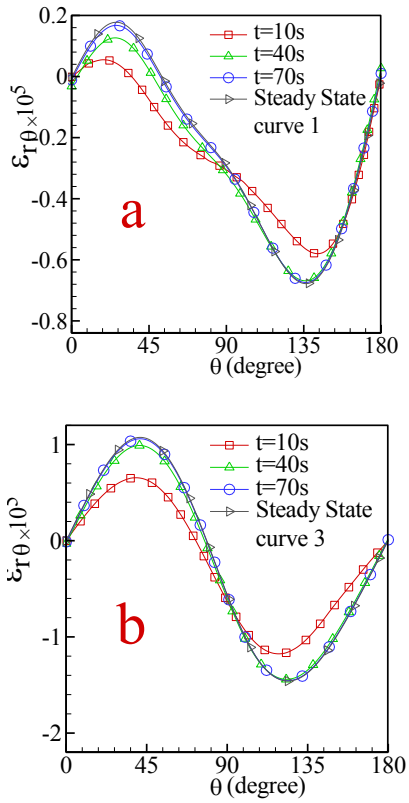
شکل ۳۲: کانتورهای تنش برشی

Fig. 32. Shear stress contours



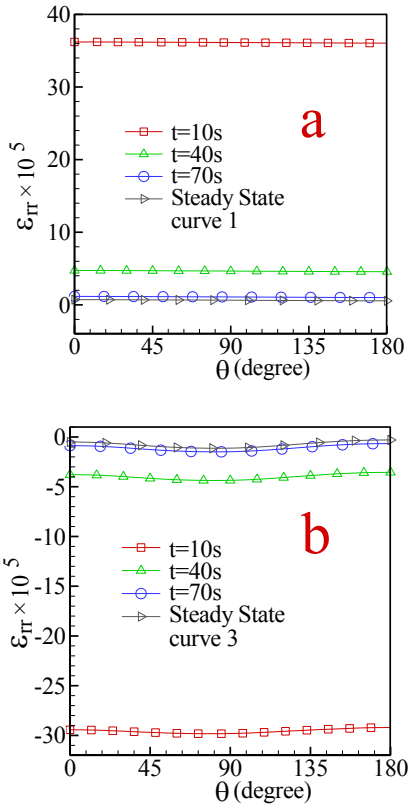
شکل ۳۳: کانتورهای کرنش برشی

Fig. 33. Shear strain contours



شکل ۳٤: نمودارهای کرنش برشی a) بر روی منحنی۱، b) بر روی منحنی ۳

Fig. 34. Diagrams of shear strains a) On the curve 1 b) On the curve 3



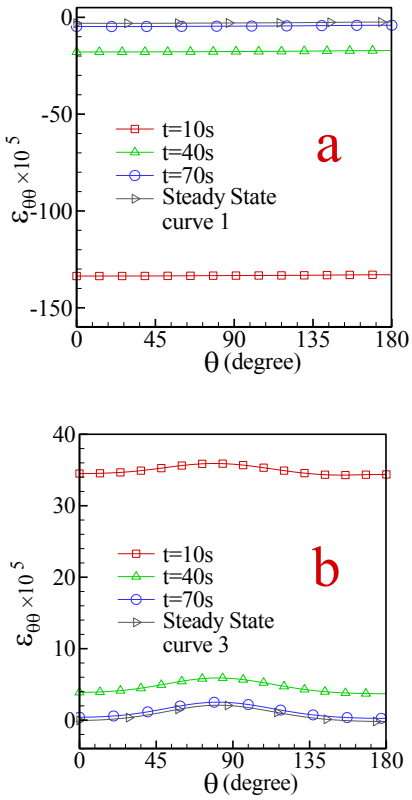
شکل ۳۵: نمودارهای کرنش شعاعی a) بر روی منحنی۱، b) بر روی منحنی ۳

Fig. 35. Diagrams of radial strains a) On the curve 1 b) On the curve 3

که میزان تنش شعاعی در نزدیکی پایه پره و لبه آن رو به کاهش است و بر حسب زاویه در میان پایه پره رو به سمت لبه آن، دارای نوسان است و بیشترین مقدار قدرمطلقی خود را در هر منحنی در ناحیه جبهه جریان، در ناحیه A و B داراست.

۵- ۲- ۳- بررسی تغییرات تنش مماسی در پره

کانتور و نمودار تنش مماسی در شکل‌های ۳۰ و ۳۱ رسم شده است. نتایج زیر برای تنش مماسی نشان می‌دهد که در مقایسه با حالت بدون جریان متقارن نبوده و این موضوع اگر چه در کانتورهای تنش در زمان‌های ابتدایی به علت تاثیر کمتر نفوذ حرارت در جامد، قابل مشاهده نیست اما در زمان دائم به



شکل ۳۶: نمودارهای کرنش مماسی a) بر روی منحنی۱، b) بر روی منحنی ۳

Fig. 36. Diagrams of tangential strains a) On the curve 1 b) On the curve 3

وضوح در شکل ۳۱ عدم تقارن مشخص است. همچنین در کانتور تنش مماسی در زمان دائم مشاهده می‌شود که با نزدیک شدن به لبه پره، در ناحیه‌های A و B این تنش بیشترین مقدار خود را داراست. علاوه بر مطالب فوق، مقایسه کانتور دما و تنش مماسی، تشابه این دو کانتور را نشان می‌دهد که مشخص کننده تاثیر غالب دما بر تنش مماسی و در نتیجه غالب بودن این تنش در مقدار تنش موثر است. همچنین نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که در پایه پره این تنش در ناحیه A و B دارای بیشینه مقدار خود می‌باشد.

۵- ۲- ۴- بررسی تغییرات تنش برشی در پره

کانتورهای تنش برشی و کرنش برشی در شکل‌های ۳۲ و ۳۳ در لحظه‌های مختلف نشان داده شده است. همانطور که مشخص است حتی در لحظه ۱۰ ثانیه نیز کرنش برشی و تنش برشی در پره به وجود آمده است و با گذشت زمان بر عدم تقارن آن افزوده شده است. کرنش‌ها و تنش‌های برشی در پره بدون در نظر گرفتن جریان اطراف آن، بوجود نمی‌آید و این از جمله تفاوت‌های اساسی بین حالت با جریان و بدون جریان می‌باشد که برای تحلیل دقیق تنش‌های حرارتی لزوم در نظر گرفتن جریان را تاکید می‌کند. کانتورهای تنش و کرنش برشی در شکل‌های ۳۲ و ۳۳ نشان دهنده این است که بیشترین مقدار قدر مطلقی تنش و کرنش برشی در ناحیه‌های E و F می‌باشد.

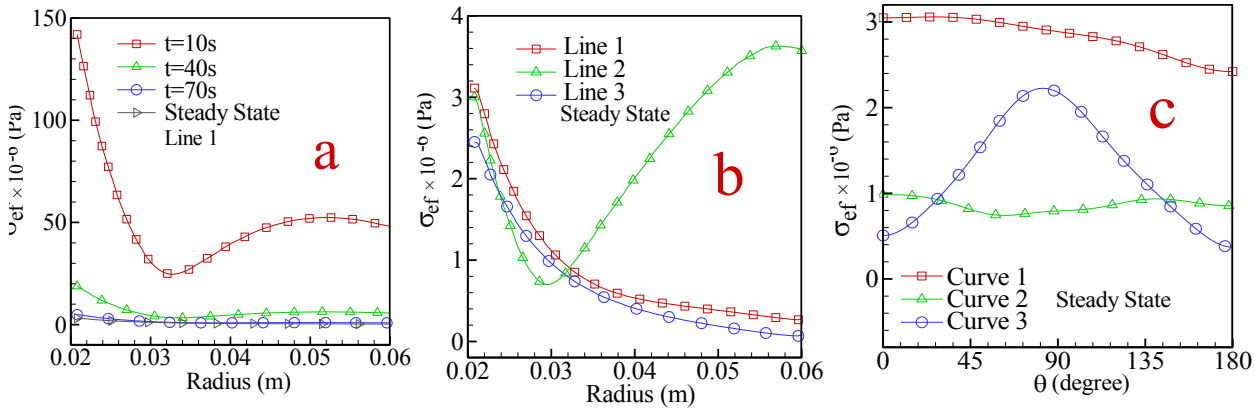
۵- ۲- ۵- بررسی تغییرات کرنش

نمودارهای کرنش در شکل‌های ۳۴ تا ۳۶ رسم شده است.

در شکل ۳۴ مشاهده می‌کنید که بیشترین مقدار قدر مطلقی کرنش برشی در نوک پره و در ناحیه‌های E و F می‌باشد. همچنین با مشاهده نمودارهای کرنش شعاعی و مماسی مشاهده می‌شود که با گذشت زمان مقدار قدر مطلقی کرنش شعاعی و مماسی کاهش پیدا می‌کند در حالی که کرنش برشی افزایش می‌یابد.

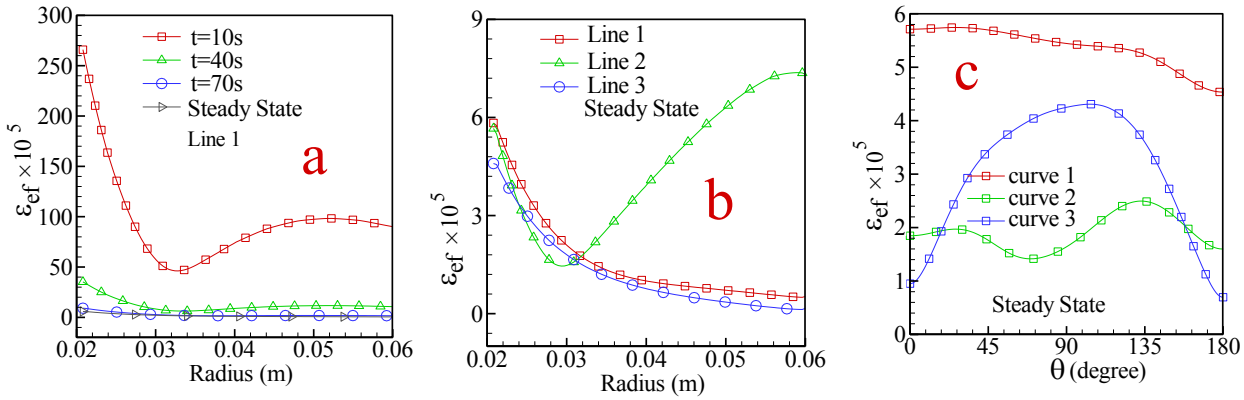
۵- ۲- ۶- بررسی تغییرات تنش و کرنش موثر

نمودارهای تنش موثر در شکل ۳۷ رسم شده است. معادله تنش موثر نیز به صورت رابطه (۱۳) است. مشاهده می‌شود در لحظه ۱۰ ثانیه به علت اینکه تنش شعاعی، مماسی و برشی بیشترین مقدار را دارند در نتیجه در این لحظه بیشترین مقدار تنش موثر ایجاد می‌گردد و با گذشت زمان به علت کم شدن



شکل ۳۷: توزیع تنش موثر a) در خط ۱ برای لحظه‌های مختلف b) در حالت دائم برروی ۳ خط مختلف c) در حالت دائم برروی ۳ منحنی

Fig. 37. Effective stress distribution a) along Line 1 at different times b) in steady state along three different lines c) in steady state on three different curves



شکل ۳۸: توزیع کرنش موثر a) در خط ۱ برای لحظه‌های مختلف b) در حالت دائم برروی ۳ خط مختلف c) در حالت دائم برروی ۳ منحنی

Fig. 38. Effective strain distribution a) along Line 1 at different times b) in steady state along three different lines c) in steady state on three different curves

تنش، تنش موثر نیز کاهش یافته است. از طرفی دیگر در نمودارهای تنش موثر مشاهده می‌شود که در پایه پره بیشترین تنش موثر ایجاد می‌گردد. علت این امر بیشتر بودن تنش مماسی از لحاظ قدر مطلقی در پایه پره می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که در نوک پره بیشترین تنش موثر در ناحیه A و B می‌باشد که علت آن نیز بیشتر بودن تنش مماسی در این ناحیه است. اما در کل بیشترین مقدار تنش موثر در ناحیه برخورد جریان یا جبهه جریان و در پایه پره جایی که تنش مماسی بیشترین مقدار می‌باشد، قرار دارد. نمودارهای کرنش موثر نیز در زمان‌های مختلف در شکل a۳۸ نشان دهنده کاهش مقدار کرنش موثر برحسب زمان است. شکل‌های b۳۸ و c۳۸ در زمان دائم نشان دهنده بیشترین مقدار کرنش موثر در ناحیه جبهه جریان، ناحیه A و B می‌باشد.

$$\sigma_{ef} = \sqrt{2\sigma_{rr}^2 + 2\sigma_{\theta\theta}^2 - 2\sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta} + 6\sigma_{r\theta}^2} \qquad (۱۳)$$

$$\varepsilon_{ef} = \sqrt{2\varepsilon_{rr}^2 + 2\varepsilon_{\theta\theta}^2 - 2\varepsilon_{rr}\varepsilon_{\theta\theta} + 6\varepsilon_{r\theta}^2} \qquad (۱۴)$$

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله تنش‌ها و کرنش‌های حرارتی در یک پره حلقوی با وجود جریان حول آن مورد تحلیل قرار گرفت. وجود جریان باعث پیچیده شدن تحلیل تنش‌ها و کرنش‌های حرارتی ایجاد شده داخل پره حلقوی که از میان دسته پره‌ها انتخاب شده است گردید. پس از بررسی‌های انجام شده نتایج زیر به طور خلاصه بدست آمد.

۱- توزیع دما در پره نامتقارن و دو بعدی بود.

۲- تنش شعاعی بیشترین مقدار خود را در ناحیه با بیشترین گرادیان دمایی شعاعی بین نوک و پایه پره و این بیشینه در شعاع ۰/۰۳ متر در ناحیه A اتفاق افتاد که ناحیه جبهه جریان نام دارد.

۳- کانتور دما و تنش مماسی، مشابه بود و نشان دهنده غالب بودن تنش مماسی حرارتی در پره بود.

۴- بیشترین مقدار تنش موثر در پایه پره در ناحیه A قرار دارد.

۵- کانتور کرنش برشی نشان دهنده تاثیر توزیع دمای دو بعدی نامتقارن در پره است. وجود کرنش برشی، تنش برشی قابل ملاحظه و نامتقارن را به وجود آورده است.

۶- بیشترین مقدار قدر مطلق کرنش و تنش برشی تقریبا در ناحیه E و F و در لبه پره به وجود می‌آید. این مقادیر به ترتیب نشان دهنده بیشترین تغییر زاویه المان در این زاویه و بیشترین برش در این ناحیه است.

با توجه به تمام نتایج حاصل شده مشخص می‌شود که با توجه به اینکه ماهیت توزیع دما در پره دو بعدی می‌باشد در نظر گرفتن جریان به منظور محاسبه تنش و کرنش موثر در پره‌های حلقوی امری لازم و ضروری است.

۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی

c_p	گرمای ویژه در فشار ثابت، J/kgK
E	مدول الاستیسیته، Pa
h	ضریب انتقال گرمای جابجایی، W/m^2K
k	رسانندگی گرمایی، W/mK
r	شعاع، m
r_b	شعاع داخلی پره، m
r_e	شعاع خارجی پره، m
S_{rr}	تنش شعاعی، Pa
$S_{\theta\theta}$	تنش مماسی، Pa
T	دما، K
T_a	دمای سیال اطراف پره، K
T_b	دمای پایه پره، K
u	جابجایی شعاعی، m
w_t	ضخامت پره، m

علائم یونانی

α	ضریب جذب سطح
α^*	ضریب انبساط حرارتی، K^{-1}
ε	گسیلمندی سطح
ε_{rr}	کرنش شعاعی

منابع

[1] S.-S. Wu, Analysis on transient thermal stresses in an annular fin, Journal of thermal stresses, 20(6) (1997) 591-615.

[2] L. Yu, C. Chen, Application of the Hybrid Method to the Transient Thermal Stresses Response in Isotropic Annular Fins, Journal of Applied Mechanics, 66(2) (1999) 340-346.

[3] C.-H. Chiu, C.-K. Chen, Application of the decomposition method to thermal stresses in isotropic circular fins with temperature-dependent thermal conductivity, Acta Mechanica, 157(1-4) (2002) 147-158.

[4] I. Aksoy, Thermal analysis of annular fins with temperature-dependent thermal properties, Applied Mathematics and Mechanics, 34(11) (2013) 1349-1360.

[5] R. Roy, S. Ghosal, Homotopy perturbation method for the analysis of heat transfer in an annular fin with temperature-dependent thermal conductivity, Journal of Heat Transfer, 139(2) (2017) 022001.

[6] H.-S. Peng, C.-L. Chen, Hybrid differential transformation and finite difference method to annular fin with temperature-dependent thermal conductivity, International Journal of Heat and Mass Transfer, 54(11-12) (2011) 2427-2433.

[7] C. Arslanturk, Simple correlation equations for optimum design of annular fins with uniform thickness, Applied Thermal Engineering, 25(14-15) (2005) 2463-2468.

[8] A. Aziz, The effects of internal heat generation, anisotropy, and base temperature nonuniformity on heat transfer from a two-dimensional rectangular fin, Heat Transfer Engineering, 14(2) (1993) 63-70.

[9] W. Lau, C. Tan, Errors in one-dimensional heat transfer analysis in straight and annular fins, Journal of Heat Transfer, 95(4) (1973) 549-551.

[10] A.G. Arani, M. Abdollahian, Z.K. Maraghi, Thermo-elastic analysis of a non-axisymmetrically heated FGPM hollow cylinder under multi-physical fields, International Journal of Mechanics and Materials in Design, 11(2) (2015) 157-171.

[11] M. Khoshgoftar, A.G. Arani, M. Arefi, Thermoelastic analysis of a thick walled cylinder made of functionally graded piezoelectric material, Smart Materials and Structures, 18(11) (2009) 115007.

[12] A.A. Ghorbanpour, S. Amir, V. Sadooghi, M. Mohammadimehr, Thermal stress analysis of a composite cylinder reinforced with FG SWCNTs, journal of solid mechanics, 3(2) (2011) 132-141.

[13] A. Mallick, R. Das, Application of simplex search

method for predicting unknown parameters in an annular fin subjected to thermal stresses, Journal of Thermal Stresses, 37(2) (2014) 236-251.

[14] M. Darvishi, F. Khani, A. Aziz, Numerical investigation for a hyperbolic annular fin with temperature dependent thermal conductivity, Propulsion and Power Research, 5(1) (2016) 55-62.

[15] M. Sudheer, G.V. Shanbhag, P. Kumar, S. Somayaji, Finite element analysis of thermal characteristics of annular fins with different profiles, ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, 7(6) (2012) 750-759.

[16] M.S. Mon, Numerical investigation of air-side heat transfer and pressure drop in circular finned-tube heat exchangers, (2003).

[17] H. Shokouhmand, S. Mahjoub, M.R. Salimpour, Constructal design of finned tubes used in air-cooled heat exchangers, Journal of Mechanical Science and Technology, 28(6) (2014) 2385-2391.

[18] H. Nemati, M. Moghimi, Numerical study of flow over annular-finned tube heat exchangers by different turbulent models, CFD Letters, 6(3) (2014) 101-112.

[19] M.A. Irfan, W. Chapman, Thermal stresses in radiant tubes due to axial, circumferential and radial temperature distributions, Applied Thermal Engineering, 29(10) (2009) 1913-1920.

[20] Y. Lu, X. Zhang, P. Xiang, D. Dong, Analysis of thermal temperature fields and thermal stress under steady temperature field of diesel engine piston, Applied Thermal Engineering, 113 (2017) 796-812.

[21] C. Marugán-Cruz, O. Flores, D. Santana, M. García-Villalba, Heat transfer and thermal stresses in a circular tube with a non-uniform heat flux, International Journal of Heat and Mass Transfer, 96 (2016) 256-266.